

Logik-Tutorium #4

Syntax und Semantik von AL

Tristan Pieper

Wintersemester 2023/2024

Mittwoch, 13.11.2024

Ziele für die Sitzung

Innerhalb der nächsten Wochen kann ich...

[LG5] zu bestehenden Wenn-Dann-Sätzen logisch-äquivalente Wenn-Dann-Sätze bilden.

[AL2] logische Wahrheit, logische Falschheit, logische Folgerung und logische Äquivalenz mit der Wahrheitstabelle beweisen.

Dazu kann ich nach der Sitzung...

1. notwendige und hinreichende Bedingungen bestimmen.
2. korrekte Sätze von AL erkennen und bilden.
3. den Wahrheitswertverlauf von komplexen Aussagen mit Hilfe der Wahrheitstabelle bestimmen.

Erwärmung

Aufgabe

Bestimmen Sie, ob „ich bin erschöpft“ in den folgenden Sätzen jeweils die notwendige oder hinreichende Bedingung ist!

1. Dass ich Sport mache, ist hinreichend dafür, dass ich erschöpft bin.
2. Wenn ich erschöpft bin, mache ich Sport.
3. Nur wenn ich Sport mache, bin ich erschöpft.
4. Wenn ich erschöpft bin, dann bin ich erschöpft.

„Nur“ im Wenn-Dann-Satz

Achtung

In einem Wenn-Dann-Satz vertauscht das „nur“ die hinreichende und notwendige Bedingung.

Beispiel

„Wenn ich Sport mache, **bin ich erschöpft**.“

„Nur wenn **ich Sport mache**, bin ich erschöpft.“

(**notwendige Bedingung**, hinreichende Bedingung)

Einfluss des „nicht“ – dasselbe wie „nur“

Achtung

Ein „nur“ im Wenn-Dann-Satz kann auch durch ein „nicht“ auf beiden Seiten ausgedrückt werden.

„Nur wenn ich Sport mache, bin ich erschöpft.“



„Wenn ich nicht Sport mache, bin ich nicht erschöpft.“

Aufgabe

Geben Sie alternative Formulierungen, die dasselbe bedeuten wie „Wenn ich schlafe, erhole ich mich.“!

Die Syntax der Aussagenlogik



Aufgabe

Beschreiben Sie das Bild.
Nennen Sie Vermutungen,
was dies mit dem Syntax
von AL zu tun haben könnte!

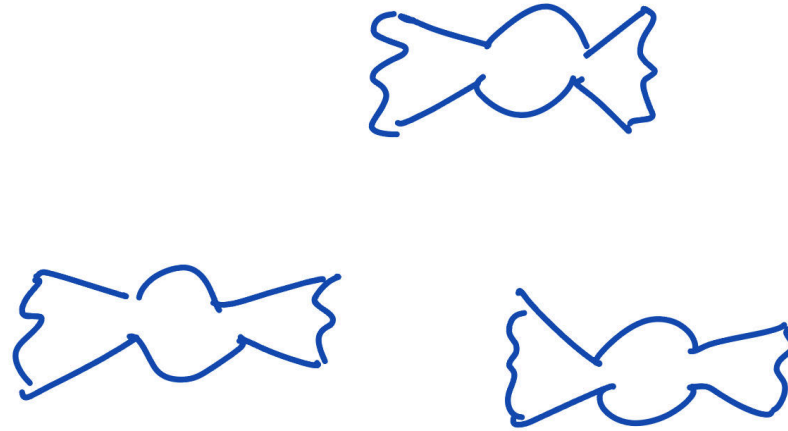
Jan Vasek: „Plätzchen backen“ <https://ccnull.de/foto/plaetzchen-backen/1007588>. 13.11.2024, 11:28 Uhr.



Amazon: „COLIJOL Weihnachten Weihnachtsplätzchen-Form-Backen-Formen Edelstahl Formen Set Für Biskuit-Fondant-Kuchen 9Pcs". <https://www.amazon.de/COLIJOL-Weihnachten-Weihnachtspl%C3%A4tzchen-Form-Backen-Formen-Edelstahl-Biskuit-Fondant-Kuchen/dp/B09MPX81CL>. 13.11.2024, 11:35 Uhr.



Amazon: „Osterhasen Ausstecher,Ausstechformen Ostern,11 Stück Ausstechform Osterhase,Osterplätzchen Ausstecher,Keksausstecher Ostern,Hasen Ausstecher, Osterkekse Plätzchenausstecher für Backen Kindern" <https://www.amazon.de/Ausstechformen-Osterpl%C3%A4tzchen-Pl%C3%A4tzchenform-Keksausstecher-Pl%C3%A4tzchenbacken/dp/B083HX4HV1?th=1>. 13.11.2024, 11:32 Uhr.



Aufgabe

Ordnen Sie diese Plätzchen einem der vorherigen Förmchensets hinzu!

Plätzchenförmchen und Schemata

Plätzchen

Ausstecher geben die Form vor.



In die „Löcher“ von Formen kommt **Teig** rein.



Es entstehen **Plätzchen**.

Aussagenlogik

Schemata geben die Form vor.

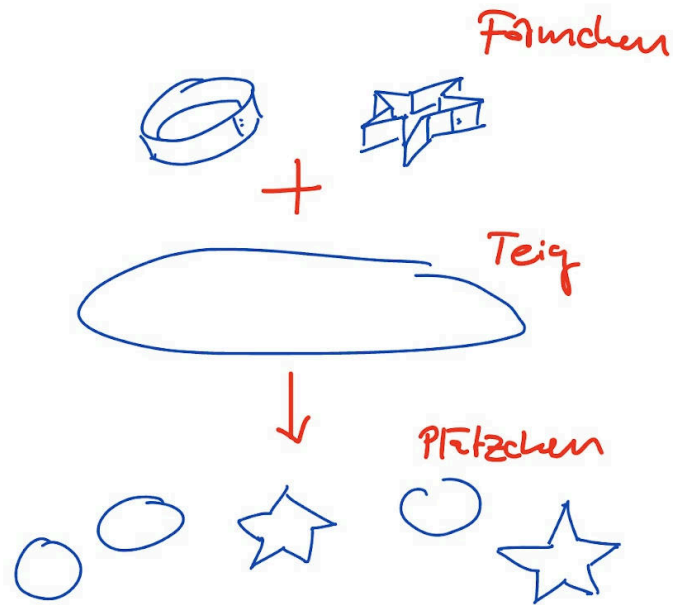


In die „Löcher“ (α , β , ...) kommen **AL-Sätze** oder **Satzbuchstaben** rein.



Es entstehen **AL-Sätze**.

Plätzchenförmchen und Schemata



Schemata

$\neg \alpha$ $(\alpha \rightarrow \beta)$ $(\alpha \wedge \beta)$ $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ $(\alpha \vee \beta)$

+

Zeichen

\vdash \neg_s p $(p \wedge q)$ q r

↓

Sätze

$\neg(p \wedge q)$ $\neg \vdash$ $(p \leftrightarrow q)$
 $(q \vee r)$ $\neg \neg_s$
 $(p \rightarrow (q \vee r))$

AL-Syntax

Aus der Vorlesung:

2. Sätze

Sei A eine beliebige Kette von Grundzeichen. A ist genau dann ein Satz von AL, wenn eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:

- i. A ist ein Satzbuchstabe
- ii. A ist gleich $\neg B$, $(B \wedge C)$, $(B \vee C)$, $(B \rightarrow C)$ oder $(B \leftrightarrow C)$, wobei B und C Sätze von AL sind.

Beispiele für Sätze: p_3 , $(p_2 \wedge p_7)$, $(p_1 \leftrightarrow p_1)$, $\neg(p_{54} \vee p_2)$, ...

Keine Sätze: a , b , $p_4 - p_3$, $(p_6 \neg \wedge p_1)$, $(p_1 \leftrightarrow p_2 p_2)$, ...

Klammerkonventionen: Äußere Klammern dürfen weggelassen werden; \wedge und \vee binden stärker als \rightarrow und \leftrightarrow .

Gruppenpuzzle: Der AL-Syntax

Aufgabe

Erarbeiten Sie in Expertengruppen je 3 Zeichenketten, wovon mindestens einer kein AL-Satz ist! Die Zeichenketten dürfen nur aus folgenden Zeichen bestehen:

- „ p “, „ q “, „ r “, ...
- „ \neg “, „ \wedge “, „ \vee “, „ \rightarrow “ und „ \leftrightarrow “
- „(“ und „)“

Gruppenpuzzle: Der AL-Syntax

Aufgabe

Stellen Sie in den Stammgruppen Ihre Beispiele vor, sagen Sie aber nicht, welche die AL-Sätze sind und welche keine sind!

Lassen Sie Ihre Kommiliton*innen bestimmen, ob es sich um korrekte AL-Sätze handelt. (Tipp: Sie können versuchen die Schemata auf <https://piepert.github.io/al/> nachzubauen.)

Streitfälle werden anschließend im Plenum besprochen.

Aufgabe

Bestimmen Sie, ob es sich um Sätze von AL handelt!

1. p
2. $p \wedge q \wedge r$
3. (p)
4. $\neg(p)$
5. $p \wedge q$

Semantik von AL

Wahrheit eines AL-Satzes

Definition

Satzbuchstaben haben einen festgelegten Wahrheitswert.

Definition

Die Wahrheit eines zusammengesetzten AL-Satzes setzt sich aus der Wahrheit der Teilsätze zusammen.

Beispiel

Aufgabe

p sei wahr, q sei falsch. Bestimmen Sie, welche der folgenden Sätze wahr sind!

1. $p \wedge q$
2. $p \rightarrow q$
3. $(p \rightarrow q) \vee \neg q$
4. $p \vee \neg p$
5. $\neg(q \leftrightarrow \neg p)$

Der Wahrheitswertverlauf

Definition

Die Wahrheitstabelle ist eine Auflistung, unter welchen Belegungen der Einzelaussagen ein Satz wahr oder falsch ist.

1.

p	q	$(p \vee q) \wedge \neg p$					
w	w	w	w	w	f	f	w
w	f	w	w	f	f	f	w
f	w	f	w	w	w	w	f
f	f	f	f	f	f	w	f

↑

Aufgabe

Erstellen Sie eine Übersicht (z.B. einen Spickzettel für die Klausur) mit den Schritten, wie man die Wahrheitstabelle für einen Ausdruck aufstellt! Gehen Sie dazu auf folgendes ein:

- Zeichnen der Wahrheitstabelle
- Eintragen der Wahrheitswerte
- Hauptjunktork bestimmen
- Teilsätze auswerten
- Gesamtsatz auswerten

Beispiele könnten Sein: „ $p \wedge (\neg q \vee p)$ “, „ $(r \wedge p) \rightarrow \neg(r \wedge p)$ “, ...

Übung

Aufgabe

Stellen Sie die Wahrheitstafel für den folgenden AL-Satz auf!

$$((p \vee \neg q) \wedge q) \rightarrow p$$

Fassen Sie in einem Satz zusammen, was Sie aus der heutigen Sitzung mitnehmen!