

Logik-Tutorium #6

der Kalkül des natürlichen Schließens

Tristan Pieper

Wintersemester 2023/2024

Mittwoch, 27.11.2024

Ziele für die Sitzung

Innerhalb der nächsten Wochen kann ich...

[AL1] Aussagesätze in AL formalisieren.

[AL3] Beweise mit dem aussagenlogischen Kalkül des natürlichen Schließens führen.

Dazu kann ich nach der Sitzung...

1. ... den Aufbau des KdnS beschreiben.
2. ... die Regelanwendung im KdnS erklären und anwenden.
3. ... einfache Beweise im KdnS führen.

Erwärmung

Aufgabe

Formalisieren Sie die folgenden Sätze in die Sprache AL! (Vergessen Sie das Zuordnungsverzeichnis nicht!)

1. Wenn es nicht regnet, wird die Straße trotzdem nass.
2. Genau dann sind beide nicht zu Hause, wenn Alice oder Bob nicht nach Hause gehen.
3. Weder Alice noch Bob ist zu Hause.
4. Nur wenn die Sonne aufgeht, wird es hell.
5. Alice liebt Bob nicht, gdw. Bob nicht Alice liebt.

Aufgabe

Bestimmen und beweisen Sie für den folgenden Ausdruck, welche der folgenden Eigenschaften er besitzt:

- logisch wahr
- erfüllbar
- logisch falsch

$$\neg(p \vee \neg q) \leftrightarrow (\neg p \wedge q)$$

Aufgabe

Zeigen Sie, dass Folgendes gilt!

$$p \rightarrow \neg q \models_{\text{AL}} \neg p \vee \neg q$$

Aufgabe

Zeigen Sie, dass Folgendes gilt!

$$(p \vee q) \rightarrow \neg r \models_{\text{AL}} p \rightarrow q$$

Aufgabe

Wie viele Zeilen bräuchten Sie in der Wahrheitstabelle, um den folgenden Schluss zu beweisen?

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg t \\ s \vee r \\ r \rightarrow (t \vee \neg \neg p) \\ \neg s \\ \hline q \end{array}$$

Der Kalkül des natürlichen Schließens

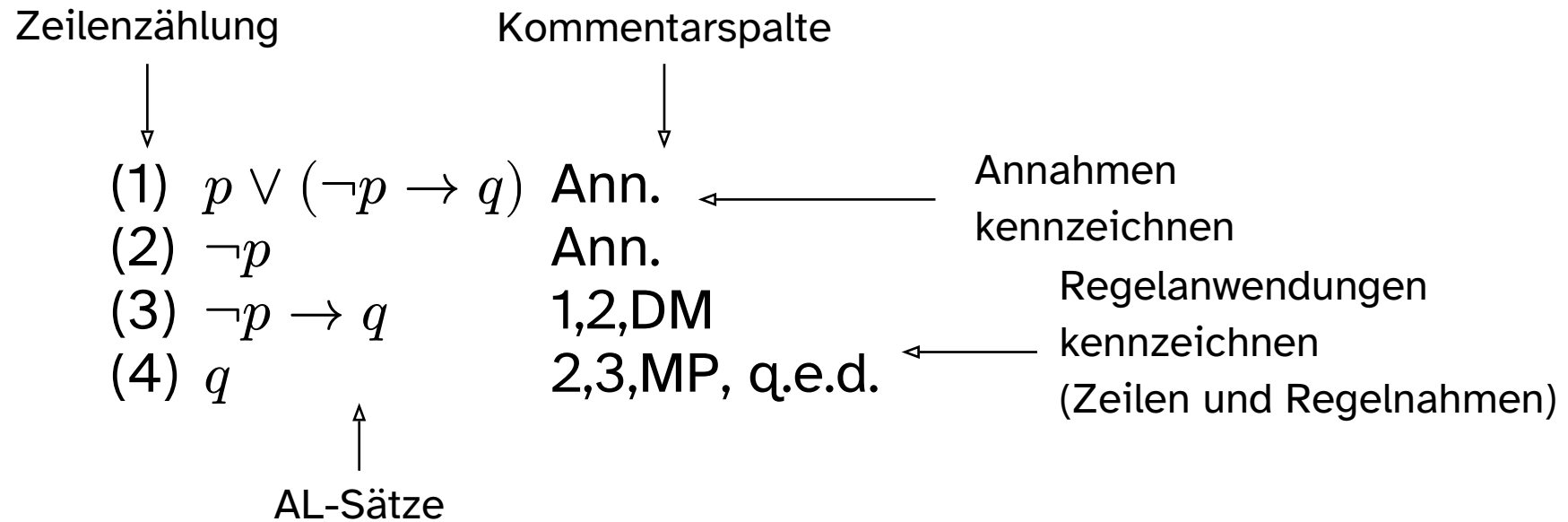
Aufbau

Aufgabe

Im folgenden Kalkül sind einige Sachen schiefgelaufen! Korrigieren Sie den Aufbau und erklären Sie, wie man den KdnS richtig aufbaut! (Achtung: Am Ende fehlt ein Wort! (Erinnert mich daran!))

$$\begin{array}{ll} p \vee (\neg p \rightarrow q) & (1) \text{ Ann.} \\ \neg p & (2) \text{ Ann.} \\ \neg p \rightarrow q & (3) \\ q & (4) \end{array}$$

Aufbau



Beispiel zur Ableitung

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg r \\ \hline \neg r \rightarrow \neg p \\ \hline q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \boxed{\alpha} \rightarrow \boxed{\beta} \\ \boxed{\alpha} \\ \hline \boxed{\beta} \end{array}$$

Modus
ponens

$$\begin{array}{l} \alpha \vee \beta \\ \neg \alpha \\ \hline \beta \end{array}$$

Disjunktiver
Syllogismus

(1)	$p \vee q$		Ann.
(2)	$\neg r$		Ann.
(3)	$\neg r \rightarrow \neg p$		Ann.
(4)	$\neg p$	2, 3	MP
(5)	q	1, 4	DS, q.e.d.

Beispiel zur Ableitung

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg r \\ \hline \neg r \rightarrow \neg p \\ \hline q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \alpha \rightarrow \beta \\ \alpha \\ \hline \beta \end{array}$$

Modus
ponens

$$\begin{array}{l} \alpha \vee \beta \\ \neg \alpha \\ \hline \beta \end{array}$$

Disjunktiver
Syllogismus

- | | | | |
|-----|-----------------------------|------|------------|
| (1) | $p \vee q$ | | Ann. |
| (2) | $\neg r$ | | Ann. |
| (3) | $\neg r \rightarrow \neg p$ | | Ann. |
| (4) | $\neg p$ | 2, 3 | MP |
| (5) | q | 1, 4 | DS, q.e.d. |

Beispiel zur Ableitung

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg r \\ \hline \neg r \rightarrow \neg p \\ q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \alpha \rightarrow \beta \\ \hline \alpha \\ \beta \end{array}$$

Modus
ponens

$$\begin{array}{l} \alpha \vee \beta \\ \hline \neg \alpha \\ \beta \end{array}$$

Disjunktiver
Syllogismus

- | | | | |
|-----|-----------------------------|------|------------|
| (1) | $p \vee q$ | | Ann. |
| (2) | $\neg r$ | | Ann. |
| (3) | $\neg r \rightarrow \neg p$ | | Ann. |
| (4) | $\neg p$ | 2, 3 | MP |
| (5) | q | 1, 4 | DS, q.e.d. |

Achtung

Im KdnS dürfen Regeln nur angewandt werden, wenn alle Sätze über dem Strich jeweils in einer Zeile komplett vorkommen! Nur Regeln mit einem „^T“ dürfen auf Teilformeln angewandt werden!

Beispielaufgabe

Aufgabe

Formalisieren Sie das folgende Argument und beweisen Sie es mit dem Kalkül des natürlichen Schließens!

Ich habe Schmerzen oder wenn es mir sonst gut geht, dann bin ich nicht krank. Ich bin nicht krank, denn ich habe keine Schmerzen. Sonst geht es mir auch gut.

Puzzle

Aufgabe

Einige Zeilen der KdnS auf M1 sind durcheinandergeraten! Bringen Sie in Gruppenarbeit wieder in die richtige Reihenfolge!

**Fassen Sie in einem Satz zusammen, was
Sie aus der heutigen Sitzung mitnehmen!**