

Aufgabenblatt 8

Aufgabe A — Begrenztheit der Aussagenlogik

Beurteilen und beweisen Sie mit der Aussagenlogik, ob der folgende Schluss aussagenlogisch gültig ist!

Jeder kennt jeden.

Jeder kennt sich selbst.

Aufgabe B — Namen

Markieren Sie in den folgenden Sätzen die Nominatoren derselben Individuen mit derselben Farbe.

Peter ist in Rom. Darüber freut er sich, denn sie ist eine schöne Stadt. Sie ist die Hauptstadt von Italien. Jener fährt auch nach Venedig, welche er aber gar nicht mag.

Aufgabe C — Prädikate I

Erklären Sie, was Prädikate sind. Beschreiben Sie den Unterschied zwischen Prädikaten und Nominatoren.

Aufgabe D — Prädikate II

Markieren Sie in den folgenden Sätzen dieselben Prädikate mit derselben Farbe.

Meine Katze ist schwarz, trotzdem bringt sie kein Pech. Die meisten Katzen haben Schwänze. Außerdem haben sie Haare und Augen. Auch Hunde haben Schwänze. Es ist ebenfalls der Fall, dass Hunde Haare und Augen haben. Viele Katzen können springen. Mein Hamster kann springen und er bringt Pech, aber er ist nicht schwarz.

Aufgabe E — Prädikatenlogische Formalisierung I

Formalisieren Sie die folgenden Aussagen!

1. Peter trägt eine Brille.
2. Anna und Claudia verabreden sich mit Peter.
3. Trägt Peter eine Brille, sieht er gut.
4. Wenn Peter sich mit Anna verabredet, dann auch mit Claudia.
5. Peter trägt eine Brille genau dann, wenn auch Claudia das tut.

Aufgabe F — Prädikatenlogische Formalisierung II

Übersetzen Sie die folgenden PL-Sätze zurück in die natürliche Sprache!

h : Herbie

j : Jim Douglas

p : Paris

Kx : x ist ein Käfer.

Tx : x ist toll.

Gxy : x wird von y gefahren.

$Fxyz$: x fährt mit y nach z .

1. Kh
2. $Kh \wedge Th$
3. $\neg Th \rightarrow \neg(Th \wedge Kh)$
4. Ghj
5. $\neg Tj \rightarrow \neg Ghj$
6. $Fjhp$
7. $Ghj \rightarrow Fhjp$

Aufgabe G — Quantoren I

Beschreiben Sie die Bedeutung der prädikatenlogischen Symbole „ \forall “ und „ \exists “!

Aufgabe H — Quantoren II

Erklären Sie den folgenden Ausdruck! Nennen Sie eine Möglichkeit, wie man den Ausdruck in die Normalsprache übersetzen könnte.

Fx : x lügt.

$\forall xFx$

Lösungsvorschläge – Aufgabenblatt 8

Lösungsvorschlag ABegrenztheit der Aussagenlogik

Beurteilen und beweisen Sie mit der Aussagenlogik, ob der folgende Schluss aussagenlogisch gültig ist!

Jeder kennt jeden.

Jeder kennt sich selbst.

Lösungsvorschlag

Der Schluss ist gültig, jedoch nicht mit den Hilfsmitteln der Aussagenlogik beweisbar. Die Wahrheitstafel zeigt:

p : Jeder kennt jeden.

q : Jeder kennt sich selbst.

p	q	p	q
w	w	w	w
w	f	w	f
f	w	f	w
f	f	f	f
	↑	↑	

Nach der Wahrheitstafel wäre der Schluss nicht gültig. Aber angenommen, nicht jeder kennt sich selbst. Das würde bedeuten, dass es mindestens einen gibt, der sich selbst nicht kennt. Selbst wenn er sonst alle kennen würde, fehlt ihm doch einer: er selbst. Damit widerspricht das der Prämisse, dass jeder jeden kennt. Damit ist der Schluss gültig.

Anscheinend ist die Aussagenlogik nicht mächtig genug, um solche Schlüsse korrekt darstellen zu können. Der Ausweg: die Prädikatenlogik.

Lösungsvorschlag BNamen

Markieren Sie in den folgenden Sätzen die Nominatoren derselben Individuen mit derselben Farbe.

Peter ist in Rom. Darüber freut er sich, denn sie ist eine schöne Stadt. Sie ist die Hauptstadt von Italien. Jener fährt auch nach Venedig, welche er aber gar nicht mag.

Lösungsvorschlag

Peter ist in Rom. Darüber ist er erfreut, denn sie ist eine schöne Stadt. Sie ist die Hauptstadt von Italien. Jener fährt auch nach Venedig, welche er aber gar nicht mag.

Lösungsvorschlag CPrädikate I

Erklären Sie, was Prädikate sind. Beschreiben Sie den Unterschied zwischen Prädikaten und Nominatoren.

Lösungsvorschlag

Prädikate beschreiben Eigenschaften und Beziehungen zwischen Individuen. In dem Satz „Diese Katze ist orange.“ ist etwa „orange sein“ eine Eigenschaft, also ein Prädikat.

Unter Prädikaten fallen häufig mehrere Gegenstände, während Nominatoren nur eine einzige Sache bezeichnen sollen. „orange sein“ bezeichnet nicht nur eine Katze, darunter fallen alle orangen Katzen, orangen Hunde, eben alles, was orange ist. Aber der Nominator „diese Katze“ bezeichnet nur eine einzige Sache.

Lösungsvorschlag DPrädikate II

Markieren Sie in den folgenden Sätzen dieselben Prädikate mit derselben Farbe.

Meine Katze ist schwarz, trotzdem bringt sie kein Pech. Die meisten Katzen haben Schwänze. Außerdem haben sie Haare und Augen. Auch Hunde haben Schwänze. Es ist ebenfalls der Fall, dass Hunde Haare und Augen haben. Viele Katzen können springen. Mein Hamster kann springen und er bringt Pech, aber er ist nicht schwarz.

Lösungsvorschlag

Meine Katze **ist schwarz**, trotzdem **bringt** sie nicht **Pech**. Die meisten Katzen **haben Schwänze**. Außerdem **haben** sie **Haare und Augen**. Auch Hunde **haben Schwänze**. Es ist ebenfalls der Fall, dass Hunde **Haare und Augen haben**. Viele Katzen **können springen**. Mein Hamster **kann springen** und er **bringt Pech**, aber er **ist nicht schwarz**.

Lösungsvorschlag EPrädikatenlogische Formalisierung I

Formalisieren Sie die folgenden Aussagen!

1. Peter trägt eine Brille.
2. Anna und Claudia verabreden sich mit Peter.
3. Trägt Peter eine Brille, sieht er gut.
4. Wenn Peter sich mit Anna verabredet, dann auch mit Claudia.
5. Peter trägt eine Brille genau dann, wenn auch Claudia das tut.

Lösungsvorschlag

a : Peter
 b : Anna
 c : Claudia

Bx : x trägt eine Brille.

Vxy : x verabredet sich mit y .

Sx : x sieht gut.

1. Ba
2. $Vba \wedge Vca$
3. $Ba \rightarrow Sa$
4. $Vab \rightarrow Vac$
5. $Ba \leftrightarrow Bc$

Lösungsvorschlag FPrädikatenlogische Formalisierung II

Übersetzen Sie die folgenden PL-Sätze zurück in die natürliche Sprache!

h : Herbie
 j : Jim Douglas
 p : Paris

Kx : x ist ein Käfer.

Tx : x ist toll.

Gxy : x wird von y gefahren.

$Fxyz$: x fährt mit y nach z .

1. Kh
2. $Kh \wedge Th$
3. $\neg Th \rightarrow \neg(Th \wedge Kh)$
4. Ghj
5. $\neg Tj \rightarrow \neg Ghj$
6. $Fjhp$
7. $Ghj \rightarrow Fhj p$

Lösungsvorschlag

1. Herbie ist ein Käfer.
2. Herbie ist ein toller Käfer. bzw. Herbie ist toll und ein Käfer.
3. Wenn Herbie nicht toll ist, dann ist Herbie nicht sowohl toll als auch ein Käfer.
4. Herbie wird von Jim Douglas gefahren.
5. Wenn Jim Douglas nicht toll ist, dann wird Herbie nicht von Jim Douglas gefahren.
6. Jim Douglas fährt mit Herbie nach Paris.
7. Wenn Herbie von Jim Douglas gefahren wird, dann fährt Jim Douglas mit Herbie nach Paris.

Lösungsvorschlag GQuantoren I

Beschreiben Sie die Bedeutung der prädikatenlogischen Symbole „ \forall “ und „ \exists “!

Lösungsvorschlag

Das Symbol „ \forall “ wird verwendet, um Allaussagen zu bilden, d.h. Aussagen, die für jedes Individuum wahr sind. Umgangssprachlich kann es übersetzt werden mit: „Für alle Sachen gilt, dass ...“

Das Symbol „ \exists “ wird verwendet, um Existenzaussagen zu bilden, d.h. Aussagen, die für mindestens ein Individuum wahr sind. Umgangssprachlich kann es übersetzt werden mit: „Es existiert mindestens eine Sache, für die gilt, dass ...“

Lösungsvorschlag HQuantoren II

Erklären Sie den folgenden Ausdruck! Nennen Sie eine Möglichkeit, wie man den Ausdruck in die Normalsprache übersetzen könnte.

Fx : x lügt.

$\forall xFx$

Lösungsvorschlag

Der Ausdruck besagt, dass jedes Individuum die Eigenschaft F hat. Wenn „ Fx “ für „ x lügt.“ steht, dann bedeutet der Ausdruck, dass *alles* lügt.

Der Ausdruck könne mit „Alles lügt.“ in die Normalsprache übersetzt werden.