Comment déterminer l'intervalle de fluctuation d'une proportion dans le cas de la loi binomiale approchée par une loi normale ?

La variable aléatoire F suivant une loi binomiale peut être approchée par la loi normale $\mathcal{N}\left(p, \dfrac{p(1-p)}{n}\right)$.

L'intervalle de fluctuation est :

$$I = \left[p - u_\alpha \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ;\ p + u_\alpha \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right].$$

Exemple.* *Un joueur de tennis sert une première balle bonne six fois sur 10. Déterminer l'intervalle de fluctuation de la proportion de premières balles bonnes sur une série de 120 engagements, au seuil de 95 %.

• n est assez grand : la variable aléatoire F qui, à toute série de 120 engagements, associe la proportion de premières balles bonnes suit approximativement la loi normale :

$$\mathcal{N}\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right).$$

L'intervalle de fluctuation de F au seuil de 95 % est :

$$I = \left[p - u_\alpha \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ;\ p + u_\alpha \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right].$$

• $p = 0{,}6$ et $n = 120$; comme $\alpha = 0{,}05$, $u_\alpha = 1{,}96$.

Alors $I = \left[0{,}6 - 1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}6 \times 0{,}4}{120}}\ ;\ 0{,}6 + 1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}6 \times 0{,}4}{120}}\right]$ donc $I = [0{,}51\ ;\ 0{,}69]$.