Correction DST Maths TSP Février 2020

Exercice 1 :

1. $D_f = [-2 ; 6]$

2.

x	-2		-1		1		3		6
f	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	5

3. Le minimum de f sur D_f est -4 atteint pour $x=-1$ et $x=3$.
Le maximum de f sur D_f est 5 atteint pour $x=6$.

Exercice 2 :

1. $D_f =]-\infty ; +\infty[$

2. a. $\frac{13}{7}$ atteint pour $x=16$.

b.

x	$-\infty$		10		16
f		$-$	0	$+$	

3. a. $\frac{13}{7}$ atteint pour $x=16$.

b. 2 solutions.

Exercice 3 :

1. $D_f = \mathbb{R}$

$f'(x) = 12x^2 - 10x + 1$

2. $D_f = \mathbb{R}$

$f'(x) = 2x(x^3-2x) + (x^2+1)(3x^2-2) = 2x^4 - 4x^2 + 3x^4 - 2x^2 + 3x^2 - 2 =$

$= 5x^4 - 3x^2 - 2$

3. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{7} ; \sqrt{7}\}$

$f'(x) = \frac{4x(x^2-7) - (2x^2-3)2x}{(x^2-7)^2} = \frac{\cancel{4x^3} - 28x - \cancel{4x^3} + 6x}{(x^2-7)^2} = -\frac{22x}{(x^2-7)^2}$

4. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$f'(x) = -1 - \frac{2}{3x^2}$

Exercice 4 :

$f'(0) = -1$; $f'(1) = 2$

Exercice 5 :

1. $5x^2 - 4x = 0 \iff x(5x-4) \iff x_1 = 0 \quad x_2 = \frac{4}{5} \Rightarrow S = \{0 ; \frac{4}{5}\}$

2. $x^2 + 4 = 0$ Impossible $\Rightarrow S = \emptyset$

3. $\frac{x+5}{x-1} \leq \frac{x-3}{x+2} \iff \frac{x+5}{x-1} - \frac{x-3}{x+2} \leq 0 \iff \frac{(x+5)(x+2) - (x-3)(x-1)}{(x-1)(x+2)} \leq 0$

$\iff \frac{x^2 + 2x + 5x + 10 - x^2 + x + 3x - 3}{(x-1)(x+2)} \leq 0 \iff \frac{11x+7}{(x-1)(x+2)} \leq 0$

$11x + 7 > 0$	$x - 1 > 0$	$x + 2 > 0$
$x > -\frac{7}{11}$	$x > 1$ V. I.	$x > -2$ V. I.

x	$-\infty$		-2		$-\frac{7}{11}$		1		$+\infty$
$11x+7$		$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
$x-1$		$-$	‖	$-$		$-$	‖	$+$	
$x+2$		$-$	‖	$+$		$+$	‖	$+$	
Pr		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	

$S =]-\infty ; -2[\cup [-\frac{7}{11} ; 1[$

4. $\frac{x^2 - 4x - 5}{(1-x)(-2x+3)^2} > 0$

$x^2 - 4x - 5 > 0$

$\Delta = 16 - 4 \times (-5) = 36$

$x_1 = \frac{4-6}{2} = -1 \quad x_2 = \frac{4+6}{2} = 5$

$1 - x > 0$

$-x > -1$

$x < 1$

V. I.

$(-2x+3)^2 > 0$

Toujours positif,

$-2x + 3 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ V. I.

x	$-\infty$		-1		1		$3/2$		5		$+\infty$
x^2-4x-5		$+$	0	$-$	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$1-x$		$+$		$+$	‖	$-$	‖	$-$		$-$	
$(-2x+3)^2$		$+$		$+$	‖	$+$	‖	$+$		$+$	
Pr		$+$	0	$-$	‖	$+$	‖	$+$	0	$-$	

$S =]-\infty ; -1[\cup]1 ; \frac{3}{2}[\cup]\frac{3}{2} ; 5[$

Classe : TSP
Date : Février 2020

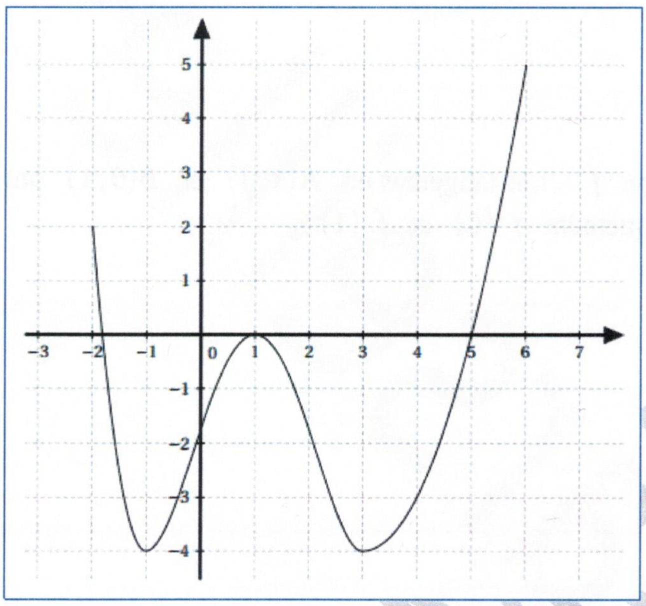
DST Mathématiques

Durée: 1h 30min

Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.
Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.

Exercice 1 *(3 points/20)*

On considère une fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
2. Déterminer le tableau de variation de la fonction f .
3. Préciser le minimum et le maximum de f sur D_f .

Exercice 2 *(5 points/20)*

On considère une fonction f dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-2	3	10	16	25	$+\infty$
f	↗	-2	↘ -15	↗ 0	$\frac{13}{7}$	↘ 0	↘

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2. a. Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty;16]$?
   b. Quel est le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]-\infty;16]$?
3. a. Quel est le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$?
   b. En déduire le nombre de solution de l'équation $f(x)=1$.

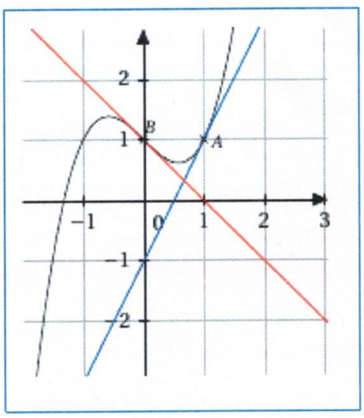
Exercice 3 *(6 points/20)*

Dans chacun des cas, calculer $f'(x)$ en précisant l'ensemble de définition de f

1. $f(x)=4x^3-5x^2+x-1$
2. $f(x)=(x^2+1)(x^3-2x)$
3. $f(x)=\dfrac{2x^2-3}{x^2-7}$
4. $f(x)=-x+2+\dfrac{2}{3x}$

Exercice 4 *(2 points/20)*

Voici la représentation graphique d'une fonction f . Les tangentes en $A(1;1)$ et $B(0;1)$ ont également été représentées. Déterminer graphiquement $f'(0)$ et $f'(1)$.



Exercice 5 *(4 points/20)*

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $5x^2-4x=0$
2. $x^2+4=0$
3. $\dfrac{x+5}{x-1}\leq\dfrac{x-3}{x+2}$
4. $\dfrac{x^2-4x-5}{(1-x)(-2x+3)^2}>0$