EXERCICE 1 :

Un radar de la gendarmerie nationale, installé sur une route où la vitesse est limitée à 90km/h, a relevé, dans un laps de temps précis, les vitesses de 200 véhicules dont la répartition est donnée dans le tableau ci-dessous.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous

Vitesses x_i en km/h	[5O ;60[	[60 ;70[	[70 ;80[	[80 ;90[	[90 ;100[	[100 ;110]
Nombre de véhicules n_i	8	27	88	60	13	4
Fréquences f_i						
Effectifs Cumulés Croissants						
Effectifs Cumulés Décroissants						

Arrondir les fréquences relatives au millième

2. Donner le pourcentage de véhicules roulant au-dessus de la vitesse autorisée. (8,5 %)
3. Déterminer graphiquement une valeur approchée de la médiane après avoir représenté les polygones des effectifs cumulés. (*Unités : 1 cm pour 5 km/h en abscisses et 1 cm pour 20 véhicules en ordonnées)* ($Me \approx 77$ Km/h)
4. Déterminer, par le calcul, une valeur approchée, arrondie à 10^{-2} près, de la médiane. *Le détail du raisonnement est demandé.* ($Me = 77,39$ Km/h)
5. Déterminer la moyenne $\bar{x}$ de cette série statistique ainsi que son écart type σ au centième. ($\bar{x} = 77,75$ Km/h $\sigma = 9,79$)

EXERCICE 2 :

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $-2x^2+7x-5\leq 0$ ($S =]-\infty ; 1] \cup [\frac{5}{2} ; +\infty[$)
2. $\dfrac{2x^2+5x+3}{x^2-3x-10}\leq 0$ ($S =]-2 ; -\frac{3}{2}] \cup [-1 ; 5[$)
3. $\dfrac{x-1}{3x-7}\leq\dfrac{x-4}{x}$ ($S =]-\infty ; 0[\cup [2 ; \frac{7}{3}[\cup [7 ; +\infty[$)
4. $(2x-3)(-2x^2+5x+3)\geq 0$ ($S =]-\infty ; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{3}{2} ; 3]$)

Exercice 1 :

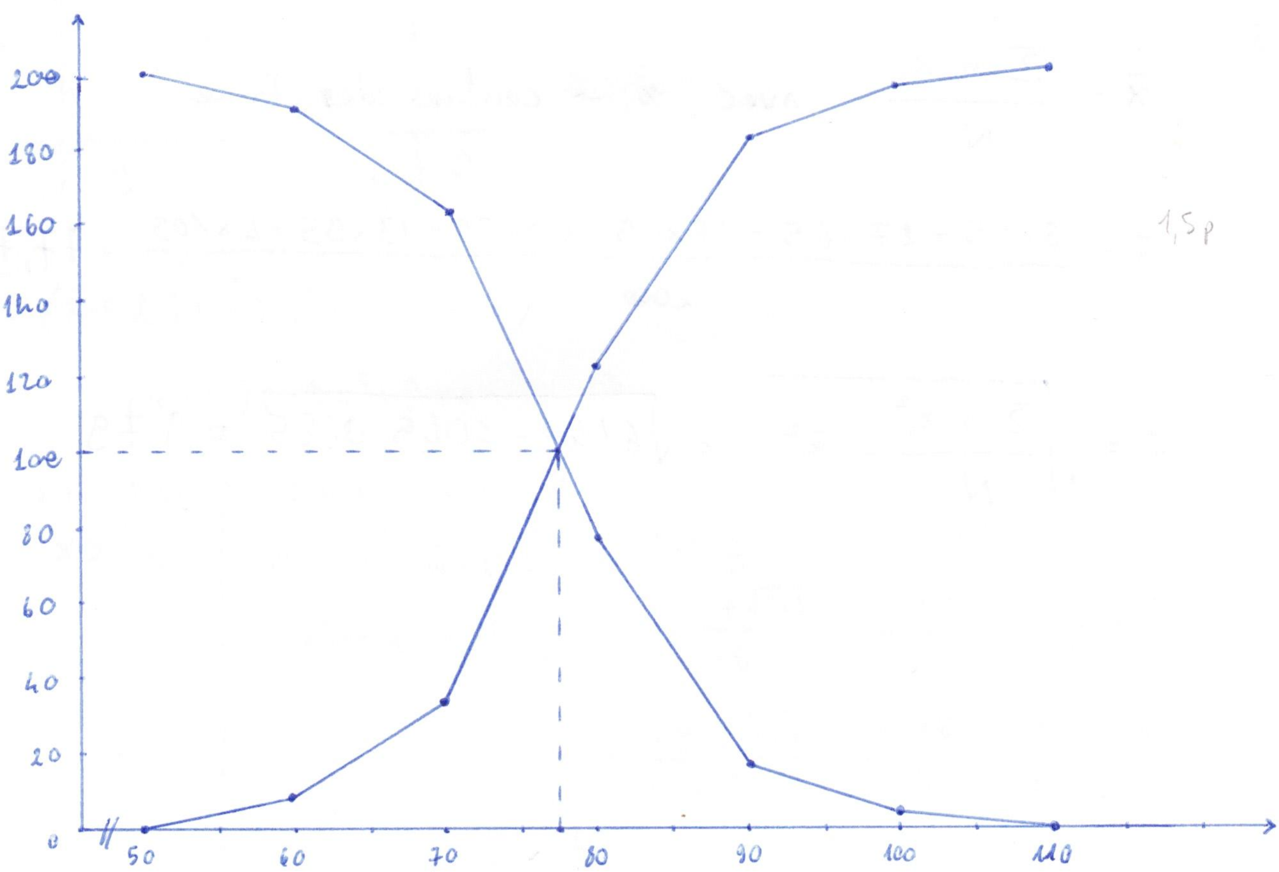
1.

Vitesses x_i en Km/h	[50; 60[	[60; 70[	[70; 80[	[80; 90[	[90; 100[	[100; 110]
Nombre de véhicules n_i	8	27	88	60	13	4
Fréquences f_i	0,04	0,135	0,44	0,3	0,065	0,02
Effectifs Cumulés Croissants	8	35	123	183	196	200
Effectifs Cumulés Décroissants	200	192	165	77	17	4

1 p

2. $\frac{17}{200} \times 100 = 8,5\ \%$ 0,5 p

3.



1,5 p

$\Rightarrow \quad Me \approx 77$ Km/h

4. On repère dans le tableau la partie qui nous intéresse

Vitesse x_i en Km/h	[60;70[	[70;80[
Effectifs Cumulés Croissants	35	123

On fait l'hypothèse que les vitesses sont uniformément reparties dans la classe.

On peut procéder à une interpolation linéaire :

88	65	35	70	Me-70	10
		100	Me		
		123	80		

1,5p

On obtient $\dfrac{Me-70}{10} = \dfrac{65}{88} \Rightarrow Me = \dfrac{65}{88} \times 10 + 70 \simeq 77,39$ Km/h

5. $\bar{x} = \dfrac{\sum n_i x_i}{N}$ avec $x_i \to$ centres des classe

$$\bar{x} = \frac{8 \times 55 + 27 \times 65 + 88 \times 75 + 60 \times 85 + 13 \times 95 + 4 \times 105}{200} = 77,75 \text{ Km/h}$$

1,5p

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{6141 - 6045,0625} \simeq 9,79$$

Exercice 2 :

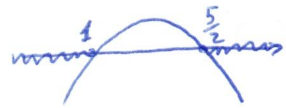
1. $-2x^2 + 7x - 5 \leq 0$

$a = -2 \qquad b = 7 \qquad c = -5$

$\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \times (-2) \times (-5) =$

$= 49 - 40 = 9$

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7+3}{-4} = 1 \qquad x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-7-3}{-4} = \dfrac{5}{2}$

$a < 0$ et $\Delta > 0 \Rightarrow$ 

$S = \left]-\infty ; 1\right] \cup \left[\frac{5}{2} ; +\infty\right[$

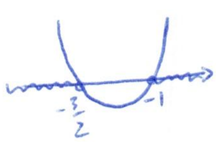
2. $\dfrac{2x^2+5x+3}{x^2-3x-10} \leq 0$

Étude de signes :

$2x^2 + 5x + 3 > 0$

$\Delta = 5^2 - 4 \times 2 \times 3 = 25 - 24 = 1$

$x_1 = \dfrac{-5+1}{4} = -1 \qquad x_2 = \dfrac{-5-1}{4} = -\dfrac{3}{2}$

$a > 0$ et $\Delta > 0 \Rightarrow$ 

$x^2 - 3x - 10 > 0$

$\Delta = (-3)^2 - 4 \times (1) \times (-10) = 9 + 40 = 49$

$x_1 = \dfrac{3+7}{2} = 5 \qquad x_2 = \dfrac{3-7}{2} = -2$

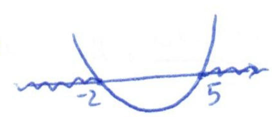
$a > 0$ et $\Delta > 0 \Rightarrow$ 

Tableau de signes :

Valeurs de x	$-\infty$		-2		$-\frac{3}{2}$		-1		5		$+\infty$
$2x^2+5x+3$		+	‖	+	0	−	0	+	‖	+	
$x^2-3x-10$		+	‖	−		−		−	‖	+	
Produit		+	‖	−	0	+	0	−	‖	+	

$S = \left]-2 ; -\frac{3}{2}\right] \cup \left[-1 ; 5\right[$

3. $$\frac{x-1}{3x-7} \leq \frac{x-4}{x}$$

$$\frac{x-1}{3x-7} - \frac{x-4}{x} \leq 0$$

$$\frac{x(x-1)-(x-4)(3x-7)}{x(3x-7)} \leq 0$$

$$\frac{x^2-x-(3x^2-7x-12x+28)}{x(3x-7)} \leq 0$$

$$\frac{x^2-x-3x^2+19x-28}{x(3x-7)} \leq 0$$

$$\frac{-2x^2+18x-28}{x(3x-7)} \leq 0$$

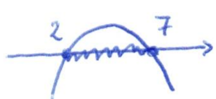
Étude de signes:

$-2x^2+18x-28>0$

$\Delta = 18^2-4\times(-2)\times(-28) =$

$= 324-224 = 100$

$x_1 = \frac{-18+10}{-4} = 2 \qquad x_2 = \frac{-18-10}{-4} = 7$

$a<0$ et $\Delta>0 \Rightarrow$ 

$x>0$

$3x-7>0$

$3x>7$

$x>\frac{7}{3}$

Tableau de signes:

Valeurs de x	$-\infty$		0		2		$\frac{7}{3}$		7		$+\infty$
$-2x^2+18x-28$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
x		$-$		$+$		$+$		$+$		$+$	
$3x-7$		$-$		$-$		$-$		$+$		$+$	
Produit		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

$$S =]-\infty;0[\cup [2;\tfrac{7}{3}[\cup [7;+\infty[$$

4. $(2x-3)(-2x^2+5x+3) \geq 0$

<u>Étude de signes:</u>

$2x-3>0$

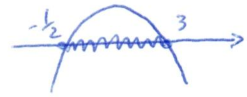
$2x>3$

$x>\dfrac{3}{2}$

$-2x^2+5x+3>0$

$\Delta = 25+24 = 49$

$x_1 = \dfrac{-5+7}{-4} = -\dfrac{1}{2}$ $\qquad x_2 = \dfrac{-5-7}{-4} = 3$

$a<0$ et $\Delta>0 \Rightarrow$ 

<u>Tableau de signes:</u>

Valeurs de x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		3		$+\infty$
$2x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$-2x^2+5x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	
Produit		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$S = \left]-\infty ; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2} ; 3\right]$