

DST Mathématique:

• Exercice 1:

$$1) (x-4)(x+4) - 3(x-4) = 0$$

$$\begin{aligned} &+ x^2 - 16 - 3x + 12 = 0 \\ &x^2 - 3x - 4 = 0 \end{aligned}$$

$$+ a = 1; b = -3; c = -4$$

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-4) \\ &= 9 + 16 \\ &= 25 \end{aligned}$$

Donc $\Delta > 0$

Donc 2 solutions x_1 et x_2

$$+ x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 - \sqrt{25}}{2} = \frac{3-5}{2} = -1$$

$$+ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 + \sqrt{25}}{2} = \frac{3+5}{2} = 4$$

Donc mes solutions sont $S = \{-1; 4\}$

$$2) e^{2x} - 3 = 0 \quad D = \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} &+ e^{2x} = 3 \\ &2x = \ln 3 \\ &x = \frac{1}{2} \ln 3 \\ &x = \ln \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$S = \{\ln \sqrt{3}\}$$

$$3) e^{6x} - e^{3x} = 0$$

Ce qui revient à dire $e^{3x}(e^{3x} - 1) = 0$

$$e^{3x} = 0$$

↳ impossible!!

$$\begin{aligned} \text{ou } e^{3x} - 1 &= 0 \\ 3x &= \ln(1) \\ 3x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$S = \{0\}$$

Mindt. Code

①

$$\textcircled{4} \quad 2e^{2x} - 5e^x + 3 = 0$$

$$3x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\textcircled{5} \quad \ln(3x^2) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln(x+\frac{1}{3})$$

$$e^{\ln 3x^2} = \cancel{4/9} e^{\ln 1/2} e^{\ln(x+1/3)}$$

$$3x^2 = \frac{1}{2} + (x+\frac{1}{3})$$

$$3x^2 - x - 1,5 = 0$$

$$a = 3 \quad b = -1 \quad c = -1,5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-1)^2 - 4 \times 3 \times -1,5$$

$$= 19$$

$\Delta > 0$ donc 2 solutions

$$x_1 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{19}}{6}$$

$$x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{19}}{6}$$

Donc $S = \left\{ \frac{1 \pm \sqrt{19}}{6}, \frac{1 \pm \sqrt{19}}{6} \right\}$

• Exercice 2:

① $\frac{1}{x} > \frac{x}{x+2}$

$D = \mathbb{R} / \{-2; 0\}$

$+$ $\frac{1}{x} - \frac{x}{x+2} > 0$

$+$ $\frac{1 \times (x+2) - x \times x}{x \times (x+2)} > 0$

$+$ $\frac{x+2 - x^2}{x(x+2)} > 0$

→ Etude du signe

• $x+2 - x^2 > 0$

$\Delta: 9$

$x_1: -1$

$x_2: 2$

• $x > 0$

↳ valeur \emptyset

• $x+2 > 0$

$x > -2 \rightarrow$ valeur \emptyset

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$
$-x^2 + x + 2$	-	-	+	+	+	+
x	-	-	-	0	+	+
$x+2$	-	-	+	+	+	+
Produit	-	-	-	+	+	+

$S =]0; +\infty[$

$$\textcircled{2} \ln\left(\frac{x+2}{x-2}\right) > 0$$

$$D:]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$$

$$\textcircled{1} \cdot \ln \frac{x+2}{x-2} > \ln 1$$

$$\textcircled{6} \frac{3}{x-2} > 0$$

$$\textcircled{2} \cdot \frac{x+2}{x-2} > 1$$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$\frac{3}{x-2}$	+	+	+	
$x-2$	-	-	0	+
Produit	-	-	+	

$$\textcircled{3} \cdot \frac{x+2}{x-2} - 1 > 0$$

$$\textcircled{4} \cdot \frac{x+2-(x-2)}{x-2} > 0$$

$$\textcircled{5} \cdot \frac{x+2-x+2}{x-2} > 0$$

$$\textcircled{8} S:]2; +\infty[$$

Exercice 3:

Etudier le signe de $(e^x + 1)(e^x - 3)$

$$\downarrow e^x + 1 > 0 \rightarrow \text{toujours}$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$\downarrow \begin{aligned} e^x - 3 &> 0 \\ e^x &> 3 \quad (\Rightarrow x > \ln 3) \end{aligned}$$

Donc: $\textcircled{1} \begin{aligned} e^x - 3 &= 0 \\ e^x &= 3 \\ x &= \ln 3 \end{aligned}$

$\textcircled{2} \begin{aligned} e^x - 3 &< 0 \\ e^x &< 3 \\ x &< \ln 3 \end{aligned}$

x	$-\infty$	$\ln 3$	$+\infty$
$e^x + 1$	+	+	+
$e^x - 3$	-	+	+
Produit	-	+	+

Exercice 4:

$$f(2) = 3$$

$$f(4) = 7$$

$$\textcircled{1} a = \frac{3+7}{2-4} = \frac{10}{-2} = -5 \quad \left(a = \frac{y}{x}\right)$$

$$\textcircled{2} \bullet f(x) = -5x + b$$

$$\bullet f(2) = -5 \times 2 + b = 3$$

$$\bullet -10 + b = 3$$

$$\textcircled{3} \Rightarrow -5 \times 2 + b = 3$$

$$-10 + 3 = -b$$

$$-7 = -b$$

$$b = +7$$

$$\text{Donc } f(x) = -5x + 7$$

Exercice 5:

$$a = \frac{1}{0,5} = 2 \quad \text{et } b = 3$$

$$\text{donc } f(x) = 2x + 3$$

Exercice 6:

$$\textcircled{1} C_n = 3,5n + 30\,000 \quad \rightarrow \text{fonction pour le coût de production}$$

$$\textcircled{2} R(n) = 6,5 - C(n) \quad \rightarrow \text{fonct}^n \text{ pour calculer la recette de biens vendus.}$$

$$\textcircled{3} \bullet \text{il faut voir quand } C(n) \leq R(n) \text{ soit}$$

$$\bullet 3,5n + 30\,000 \leq 6,5 - C(n)$$

$$\bullet 3,5n + 30\,000 \leq 6,5 - 3,5n + 30\,000$$

$$3,5n + 3,5n \leq 6,5 + 30\,000 - 30\,000$$

$$7n \leq 6,5$$

$$n \leq \frac{6,5}{7}$$

$$\bullet \text{ Quand } R_n > 0$$

$$6,5 - C_n > 0$$

$$6,5 - 3,5n + 30\,000 > 0$$

$$3,5n > 30\,006,5$$

$$\rightarrow \text{Soit } n > \frac{30\,006,5}{3,5}$$