Ex 106

$f(x)=\sqrt{1+x}$ $\quad I=]-1;+\infty[\rightarrow f(x)=1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+x^2\varepsilon(x)$ $\quad \lim_{x\to 0}\varepsilon(x)=0$

Tangente en 0 : $\quad y=1+\frac{1}{2}x$

Position de $\mathcal{C}$ par rapport à T : $\quad f(x)-\left(1+\frac{1}{2}x\right)=-\frac{1}{8}x^2$

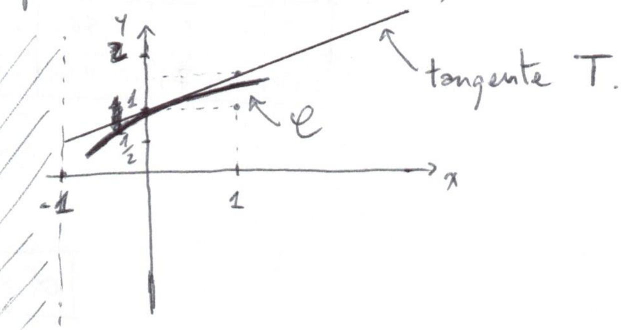
Signe de $-\frac{1}{8}x^2$:

x	-1	$+\infty$
$-\frac{1}{8}x^2$		$-$

$\Rightarrow f(x)-\left(1+\frac{1}{2}x\right)<0$ sur I

$f(x)<\left(1+\frac{1}{2}x\right)$

Donc pour tout x voisin de 0, $\mathcal{C}$ est au-dessous de T.



Ex 107

$f(x)=e^x+\cos x$ $\quad I=\mathbb{R} \rightarrow f(x)=2+x+\frac{x^3}{6}+x^3\varepsilon(x)$ $\quad \lim_{x\to 0}\varepsilon(x)=0$

Tangente en 0 : $\quad y=2+x$

Position de $\mathcal{C}$ par rapport à T : $\quad f(x)-(2+x)=\frac{x^3}{6}$

Signe de $\frac{x^3}{6}$:

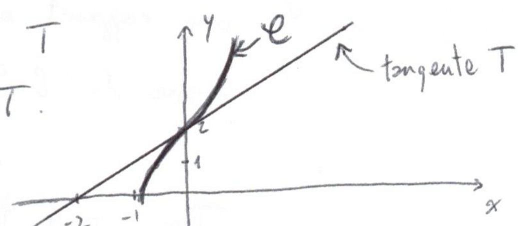
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\frac{x^3}{6}$		$-$	0	$+$	

$\Rightarrow f(x)<(2+x)$ sur $]-\infty;0[$

$f(x)>(2+x)$ sur $]0;+\infty[$

Donc pour $x<0$ $\mathcal{C}$ est au-dessous de T

et pour $x>0$ $\mathcal{C}$ est au-dessus de T.



Ex 108

$f(x)=e^{-x}-e^x$ $\quad I=\mathbb{R} \rightarrow f(x)=-2x-\frac{x^3}{3}+x^3\varepsilon(x)$ $\quad \lim_{x\to 0}\varepsilon(x)=0$

Tangente en 0 : $\quad y=-2x$

Position de $\mathcal{C}$ par rapport à T : $\quad f(x)-(-2x)=-\frac{x^3}{3}$

Signe de $-\frac{x^3}{3}$:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-\frac{x^3}{3}$		$+$	0	$-$	

$\Rightarrow f(x)>(-2x)$ sur $]-\infty;0[$

$f(x)>(-2x)$ sur $]0;+\infty[$

Donc pour $x<0$ $\mathcal{C}$ est au-dessus de T

et pour $x>0$ $\mathcal{C}$ est au-dessous de T