Ex 1 : $f(x) = x - 2 - \frac{1}{x}$ $I = ]0 ; +\infty[$

1. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = 0 - 2 - \frac{1}{0} = -2 - (+\infty)$

$= -2 - \infty = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$ donc $x = 0$ est asymptote verticale à la courbe $\mathcal{C}$.

2. $f(x) - D = x - 2 - \frac{1}{x} - (x - 2) =$

$= \cancel{x} - \cancel{2} - \frac{1}{x} - \cancel{x} + \cancel{2} = -\frac{1}{x}$

À vérifier : $\lim\limits_{x \to +\infty} (f - D) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(-\frac{1}{x}\right) = 0$ donc $y = x - 2$ est asymptote oblique à $\mathcal{C}$ en $+\infty$.

3. Étude de signe de $f - D$ :

$-\frac{1}{x} > 0$

| $x$ | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $-1$ | | $-$ |
| $x$ | | $+$ |
| $-\frac{1}{x}$ | | $-$ |

Donc $f - D < 0$ en $+\infty$

$\Rightarrow$ $f < D$ en $+\infty$

$\Rightarrow$ la courbe $\mathcal{C}$ est au-dessous de $D$.