



Classe : TOP 2
Date : 4 Décembre 2017

DST Mathématiques

Durée : 1h45

*Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.
Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.*

EXERCICE 1 14.5 points/25

Partie 1 :

Une résidence de vacances propose deux types d'appartements (studio et deux-pièces) à louer à la semaine. L'appartement doit être restitué parfaitement propre en fin de séjour.

Le locataire peut décider de le nettoyer lui-même ou peut choisir l'une des deux formules d'entretien suivantes : la formule Simple (nettoyage de l'appartement en fin de séjour par le personnel d'entretien) ou la formule Confort (nettoyage quotidien du logement durant la semaine et nettoyage complet en fin de séjour par le personnel d'entretien).

Le gestionnaire a constaté que :

- **60%** des locataires optent pour un studio et parmi ceux-ci **20%** ne souscrivent aucune formule d'entretien ;
- La formule Simple a beaucoup de succès : elle est choisie par **45 %** des locataires de Studio et par **55 %** des locataires de deux-pièces ;
- **18 %** des locataires ne souscrivent aucune formule.

On rencontre un résident au hasard.

On considère les événements suivants :

S : « Le résident a loué un studio »

A : « Le résident a souscrit la formule Simple »

B : « Le résident a souscrit la formule Confort »

R : « Le résident n'a souscrit aucune formule d'entretien »

1. Traduire l'énoncé sous forme de probabilités.
2. Quelle est la probabilité que le résident ait loué un deux-pièces ?
3. Calculer $P_S(B)$.
4. a) Calculer $P(R \cap S)$; en déduire $P(R \cap \bar{S})$
b) Le résident a loué un deux-pièces. Montrer que la probabilité qu'il assure lui-même le nettoyage de son appartement est 0,15.
5. Le gestionnaire affirme que près de la moitié des résidents choisit la formule Simple. Présenter les calculs qui justifient son affirmation



Classe : TOP 2
Date : 4 Décembre 2017

Partie 2 :

La location d'un studio à la semaine coûte 350 euros, celle d'un deux-pièces 480 euros. La formule Simple coûte 20 euros et la formule Confort 40 euros. Soit L le coût de la semaine (loyer et entretien); il prend différentes valeurs L_i . On désigne par p_i , la probabilité que le coût de la semaine soit égal à L_i .

a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

L_i	350			480		
p_i	0,12					

b) Calculer l'espérance de L . En donner une interprétation.

Partie 3 :

La résidence précédemment étudiée se situe dans une station de ski. Au sein de la société gérant l'ensemble des infrastructures de la station, un stage de formation à l'utilisation d'un nouveau logiciel de gestion a été suivi par 25 % du personnel. Ainsi la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la société ait suivi ce stage est $p = 0,25$.

On choisit au hasard 20 personnes de cette société. On suppose que l'effectif est suffisamment important pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.

- On note X la variable aléatoire qui, à tout ensemble de 20 personnes ainsi choisies, associe le nombre de personnes ayant suivi le stage.
Quelle est la loi suivie par X ? Justifier votre réponse.
- Déterminer l'espérance mathématique de X . Interpréter le résultat.
- Déterminer au millième la probabilité des événements suivants :
 E_1 : « Parmi 20 personnes choisies au hasard, exactement 2 personnes ont suivi le stage »
 E_2 : « Parmi 20 personnes choisies au hasard, au plus une personne a suivi le stage »
 E_3 : « Parmi 20 personnes choisies au hasard, au moins 3 personnes ont suivi le stage »
 E_4 : « Parmi 20 personnes choisies au hasard, moins de 5 personnes ont suivi le stage »
 E_5 : « Parmi 20 personnes choisies au hasard, il y ait entre 3 et 10 personnes ayant suivi le stage »

EXERCICE 2 10.5 points/25

Dans une entreprise, lors d'une intervention sur la sécurité routière, on s'intéresse au taux d'alcool dans le sang. Dans cet exercice, ce taux sera utilisé sans précision de l'unité.

Partie 1 : Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle (E) : $y' + y = 2e^{-t}$ où y est une fonction de la variable réelle t , définie et dérivable sur l'intervalle $[0, 0,25 ; +\infty[$, et y' la fonction dérivée de la fonction y .

- Déterminer les solutions sur l'intervalle $[0, 0,25 ; +\infty[$ de l'équation différentielle (H) : $y' + y = 0$



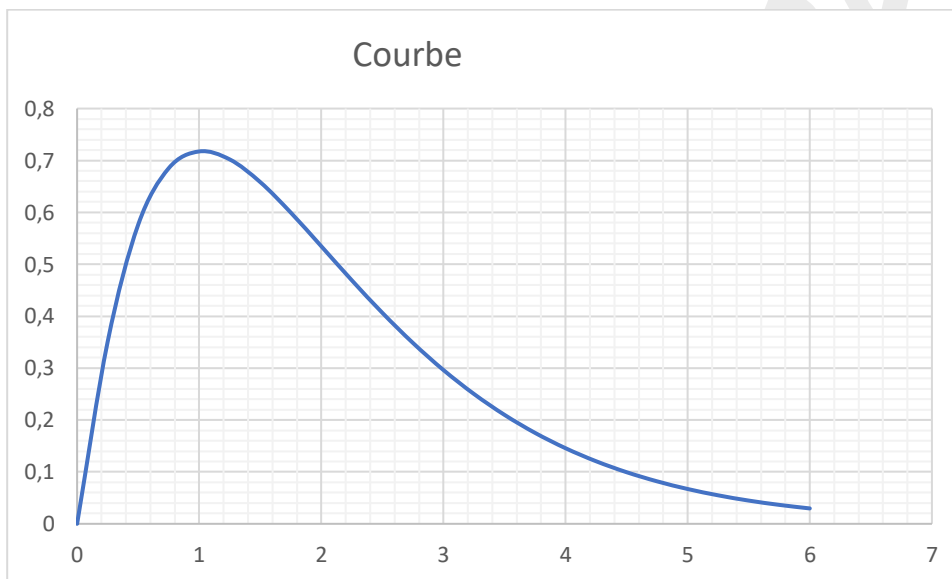
Classe : TOP 2
Date : 4 Décembre 2017

2. Déterminer la valeur du réel a telle la fonction g définie sur l'intervalle $[0,025 ; +\infty[$ par $g(t) = ate^{-t}$ soit une solution particulière de l'équation différentielle E.
3. En déduire la solution générale de l'équation différentielle E.
4. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle E qui vérifie $f(0,025) = 0$

Partie 2 : Lectures graphiques

Une personne a ingéré une certaine quantité d'alcool. On s'intéresse à l'évolution du taux d'alcool dans le sang de cette personne, en fonction du temps t , en heures. Compte tenu du délai d'absorption par l'organisme, le taux d'alcool dans le sang de cette personne est donné par la fonction f définie sur $[0,025 ; +\infty[$ par $f(t) = (2t - 0,05)e^{-t}$

La représentation graphique C de la fonction f dans un repère orthogonal est fournie ci-dessous.



1. Déterminer, à l'aide du graphique ci-dessus, pendant combien de temps le taux d'alcool dans le sang de cette personne reste supérieur à 0,5.
2. Déterminer, à l'aide du graphique, à quel instant le taux est maximum et donner ce maximum.

Partie 3 : Étude d'une fonction

1. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f . Calculer $f'(t)$
2. Étudier le signe de $f'(t)$ et les variations de la fonction f .
3. En déduire la valeur exacte du maximum de la fonction f .
4. Démontrer que la fonction F définie par $F(t) = (-2t - 1,95)e^{-t}$ est une primitive de la fonction f sur $[0,025 ; +\infty[$.
5. Donner le taux d'alcool moyenne entre 2 et 4 heures.