Après la factorisation : l'équation-produit

Après une factorisation, on doit parfois résoudre une **équation-produit**.
Une équation-produit est une équation dans laquelle le produit de deux expressions littérales est nul.

Exemple
(2x+4)(3x-9)=0 est une équation-produit.

Remarque sur les produits nuls
Si un produit est nul, alors au moins un de ses facteurs est nul.
En effet, si a et b sont deux nombres et que a×b=0, alors a=0 ou b=0 (ou les deux).

Résolution d'une équation-produit
Pour résoudre (2x+4)(3x-9)=0 on doit donc chercher les solutions des équations 2x+4=0 et 3x-9=0.
On obtient deux solutions : x=-2 et x=3.

Exemple de résolution complète d'une équation compliquée

Résolution de l'équation (x+4)(2x-5)-(x+4)(x+1)=0.

- 1. On commence par factoriser (x+4)(2x-5)-(x+4)(x+1).

$$\begin{aligned} &(x+4)(2x-5)-(x+4)(x+1) \\ &=(x+4)[(2x-5)-(x+1)] \\ &=(x+4)(2x-5-x-1) \\ &=(x+4)(x-6) \end{aligned}$$

- 2. On doit donc résoudre (x+4)(x-6)=0. C'est une équation-produit.
- 3. x+4=0 ou x-6=0, donc x=-4 ou x=6. Les solutions de cette équation sont -4 et 6.

Quelles sont les solutions de l'équation (x+7)(2x+1)+(x+7)(x+5)=0?

Exercice 16
Factorise l'expression $2(x+1)-x(x+1)$ puis résout l'équation $2(x+1)-x(x+1)=0$.
Exercice 17
Factorise l'expression $(x+1)^2-9$ puis résout l'équation $(x+1)^2-9=0$.
Exercice 18
Factorise l'expression $(2x+4)^2-(x+1)^2$ puis résout l'équation $(2x+4)^2-(x+1)^2=0$.

Équation du deuxième degré

Une équation du **deuxième degré** est une équation qui contient **des x²** en plus des x et des nombres.

2x+3=0 *est une équation du premier degré*	5x²+2x+3=0 *est une équation du deuxième degré*

Méthode

Pour résoudre une équation du deuxième degré :

- **1.** On passe tous les termes à gauche du "=".
- **2.** On factorise l'expression obtenue en utilisant un facteur commun ou une identité remarquable.
- **3.** On résout l'équation-produit obtenue.

Exemples

- Résolution de l'équation $2x^2=-3x$
  1. $2x^2+3x=0$.
  2. $x(2x+3)=0$.
  3. $x=0$ ou $2x+3=0$, donc $x=0$ ou $x=-1,5$. On écrit $S=\{-1,5;0\}$.

- Résolution de l'équation $x^2=9$
  1. $x^2-9=0$.
  2. $x^2-3^2=0$ donc $(x+3)(x-3)=0$ (troisième identité remarquable)
  3. $x+3=0$ ou $x-3=0$, donc $x=-3$ ou $x=3$. On écrit $S=\{-3;3\}$.

Quelles sont les solutions de l'équation $x^2=16$?

Remarque

Parfois, on ne parvient pas à factoriser l'expression.
On utilise alors une autre méthode que nous verrons plus tard.
Malgré tout, certaines équations du deuxième degré ne sont pas factorisables et ne possèdent pas de solutions (par exemple : $x^2+x+1=0$).

Exercice 1
Quelles sont les solutions de l'équation $x^2=64$?
Exercice 2
Quelles sont les solutions de l'équation $9x^2=64$?
Ecris les résultats sous la forme de fractions.
Exercice 3
Quelles sont les solutions de l'équation $x^2=-5x$?
Exercice 4
Quelles sont les solutions de l'équation $x^2+x+1=1$?
Exercice 5
Quelles sont les solutions de l'équation $(x+5)^2=10x+29$?
Exercice 6
Quelles sont les solutions de l'équation $(x+9)^2=(3x+3)(x+9)$?
Exercice 7
Quelles sont les solutions de l'équation $(x+1)^2=4(3x+3)$?
Exercice 8
Quelles sont les solutions de l'équation $(4x+5)^2=(6x+8)^2$?
Ecris les solutions sous la forme de fractions.