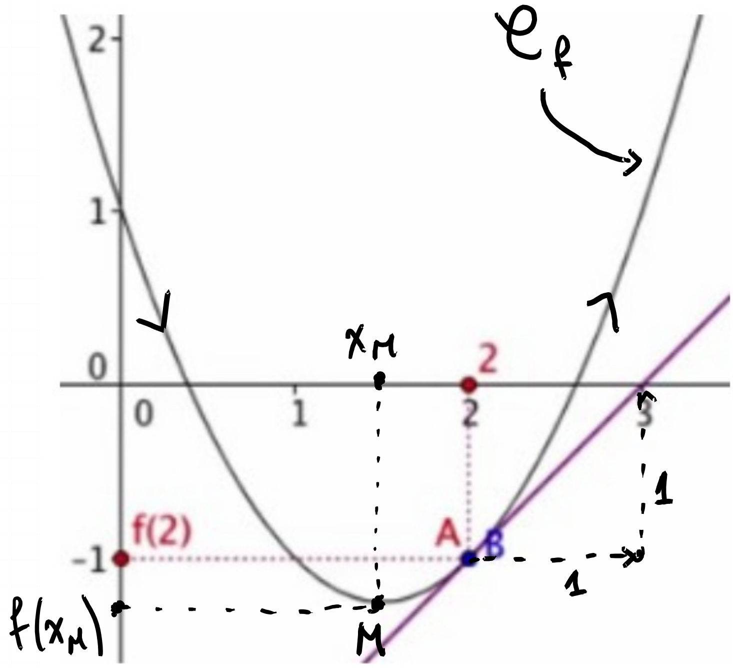
# La fonction derivée

$$x \longrightarrow f'(x)$$

On considère la fonction $f(x) = x^2 - 3x + 1$.




Déterminer le nombre derivé en $x = 2$,
l'équation de la tangente
et le tableau de variations.

**Par le graphique:**

Nombre derivé : $f'(2) = 1$

Tangente: $y = f'(2)(x-2) + f(2)$

donc $y = x - 2 - 1 = x - 3$

Tableau de variations:

| $x$ | $-\infty$ | | $x_M$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| variation de $f$ | | ↘ | $f(x_M)$ | ↗ | |

**Par le calcul:**

Règles de derivation de fonctions usuelles

| $f$ | $c$ | $x$ | $x^2$ | $x^3$ | $x^4$ | ... | $x^n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | $0$ | $1$ | $2x$ | $3x^2$ | $4x^3$ | | $nx^{n-1}$ |

En plus :

| $f$ | $ax$ | $ax^2$ | $ax^3$ | .... |
|---|---|---|---|---|
| $f'$ | $a$ | $2ax$ | $3ax^2$ | |

Donc si $f(x) = x^2 - 3x + 1$ alors la fonction dérivée est $f'(x) = 2x - 3 + 0 = 2x - 3$

Donc le nombre dérivé en $x = 2$ est

$$f'(2) = 2 \times 2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

Équation de la tangente en $x = 2$ :

$$y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$f'(2) = 1 \qquad f(2) = 2^2 - 3 \times 2 + 1 = -1$$

$$y = x - 2 - 1 = x - 3$$

Tableau de variations :

Si $f' > 0 \Rightarrow f$ est croissante

Si $f' < 0 \Rightarrow f$ est décroissante

Si $f' = 0 \Rightarrow f$ est constante

Donc, je dois étudier le signe de $f'$ :

$f'(x) = 2x - 3$

$2x - 3 > 0$ +

$2x > 3$

$x > \frac{3}{2}$ à droite de $3/2$

| $x$ | $-\infty$ | | $3/2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| variations de $f$ | ↘ | | $f\left(\frac{3}{2}\right)$ | ↗ | |

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{3}{2}\right) + 1 = -1,25$$

La fonction $f$ admet un minimum locale en $x = \frac{3}{2}$.

Le minimum est $-1,25$ atteint pour $x = \frac{3}{2}$.