Relations de conjugaison

Dans tout ce qui suit, on suppose les conditions de Gauss réalisées.

Relations de conjugaison avec origine au centre C

La relation (4.3) est généralisable sous sa forme algébrique ($\overline{CA} = -CA$) :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}}} \tag{4.4}$$

Relations de conjugaison avec origine au sommet S

En multipliant la relation (4.4) par $\overline{CA} \cdot \overline{CA'} \cdot \overline{CS}$, on obtient :

$$\overline{CS} \cdot (\overline{CA} + \overline{CA'}) = 2\overline{CA} \cdot \overline{CA'}$$

L'introduction du point S à l'aide de la relation de Chasles donne :

$$\overline{CS} \cdot (\overline{CS} + \overline{SA} + \overline{CS} + \overline{SA'}) = 2(\overline{CS} + \overline{SA}) \cdot (\overline{CS} + \overline{SA'})$$

$$\text{donc} \quad 2\overline{CS}^2 + \overline{CS} \cdot (\overline{SA} + \overline{SA'}) = 2\overline{CS}^2 + 2\overline{CS} \cdot (\overline{SA} + \overline{SA'}) + 2\overline{SA} \cdot \overline{SA'}$$

$$\text{après simplification : } \overline{CS}.(\overline{SA} + \overline{SA'}) = -2\overline{SA}.\overline{SA'} \qquad \text{soit} \quad \frac{\overline{SA} + \overline{SA'}}{\overline{SA}.\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

On obtient ainsi une relation analogue faisant intervenir les positions de l'objet et de l'image par rapport au sommet S :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}} \tag{4.5}$$