27/03/20 SERGENT MATHILDE DST MATHS TU

Exercice 1:

1) $(x-4)(x+4)-3(x-4)=0$

$\Rightarrow (x-4)[(x+4)-3]=0$

$\Rightarrow (x-4)(x+1)=0$

Equation produit : $A\times B=0$ alors un des deux facteurs A ou B est nul.

Ici $A=x-4$ et $B=x+1$.

Donc $x-4=0$ ou $x+1=0$

$\Rightarrow x=4$ ou $x=-1$ $S=\{1;4\}$

2) $e^{2x}-3=0 \Rightarrow e^{2x}=3 \Rightarrow 2x=\ln(3) \Rightarrow x=\frac{\ln(3)}{2}$

$\Rightarrow x=\ln(\sqrt{3})$ $S=\{\ln(\sqrt{3})\}$

3) $e^{6x}-e^{3x}=0 \Rightarrow e^{3x}(e^{3x}-1)=0$

Equation produit : $A\times B=0$.

Ici $A=e^{3x}$ et $B=e^{3x}-1$

Donc $e^{3x}=0$ ou $e^{3x}-1=0 \Rightarrow e^{3x}=1$

↳ IMPOSSIBLE $\Rightarrow 3x=\ln(1)$

$\Rightarrow 3x=0$

$\Rightarrow x=0/3=0$

$S=\{0\}$

4) $2e^{2x}-5e^{x}+3=0$

Ici on change de variable : $X=e^{x}$

On a donc $2X^2-5X+3=0$, un polynome du second degré où $a=2$, $b=-5$ et $c=3$

Alors $\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4\times2\times3$

$=25-24=1>0$ alors on

MATHILDE
SERGENT

a deux solutions

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5)-\sqrt{1}}{2\times 2} \qquad = \frac{-(-5)+\sqrt{1}}{2\times 2}$$

$$= \frac{5-1}{4} \qquad = \frac{5+1}{4}$$

$$= \frac{4}{4} = 1 \qquad = \frac{6}{4} = 1{,}5$$

$S = \{1 ; 1{,}5\}$

5. $\ln(3x^2) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln(x+1)$

$\Rightarrow 3x^2 = 1/2 + (x+1)$

$\Rightarrow 3x^2 - 1/2 - x - 1 = 0$

$\Rightarrow 3x^2 - x - 1{,}5 = 0$

Ici on a un pôlynome du second degré où $a = 3$, $b = -1$ et $c = -1{,}5$

Donc $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4\times 3\times(-1{,}5)$

$= 1 + 18$

$= 19 > 0$ donc on a

deux solutions $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$$= \frac{-(-1)-\sqrt{19}}{2\times 3} \qquad = \frac{-(-1)+\sqrt{19}}{2\times 3}$$

$$= \frac{1-\sqrt{19}}{6} \qquad = \frac{1+\sqrt{19}}{6}$$

$S = \left\{\frac{1-\sqrt{19}}{6} ; \frac{1+\sqrt{19}}{6}\right\}$

MATHILDE
SERGENT

Exercice 2 :

① $\frac{1}{x} > \frac{x}{x+2} \Rightarrow \frac{A}{B} > \frac{C}{D} \Leftrightarrow \frac{A}{B} - \frac{C}{D} > 0$

$\Rightarrow \frac{AD - CB}{BD} > 0$

Ici $A = 1 \quad B = x \quad C = x \quad D = x+2$

$\Rightarrow \frac{1(x+2) - x \times x}{x(x+2)} > 0$

$\Rightarrow \frac{(x+2) - x^2}{x(x+2)} > 0$

On a dans ce cas 2 valeurs interdites :
$x = 0$ et $x + 2 = 0$
$\Rightarrow x = -2$

Donc l'ensemble de définition $D = \mathbb{R} \setminus \{-2 ; 0\}$

* $x^2 > 0 \rightarrow$ Toujours
* $x + 2 > 0 \rightarrow x > -2$
  $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$
  $x + 2 < 0 \rightarrow x < -2$
* $x > 0$
  $x = 0$
  $x < 0$

Tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
x^2		$+$	||	$+$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$	||	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$	||	$+$	
x		$-$	||	$-$	0	$+$	
Pr		$-$	||	$-$	||	$+$	

$S =]0 ; +\infty[$

MATHILDE
SERGENT

2 $\ln\left(\frac{x+2}{x-2}\right) > 0 \Leftrightarrow \ln\left(\frac{x+2}{x-2}\right) > \ln(1)$

$\Rightarrow \frac{x+2}{x-2} > 1 \Leftrightarrow \frac{x+2}{x-2} - 1 > 0$

$\Rightarrow \frac{(x+2)-(x-2)}{(x-2)} > 0$

$\Rightarrow \frac{\cancel{x}+2-\cancel{x}+2}{x-2} > 0$

$\Rightarrow \frac{4}{x-2} > 0$

Etude de signe :

* $4 > 0 \rightarrow$ Toujours
* $x-2 > 0 \rightarrow x > +2$
  $x-2 = 0 \rightarrow x = 2$ (Valeur interdite)
  $x-2 < 0 \rightarrow x < +2$

$D =]-\infty ; 2[\cup]2 ; +\infty[$

Tableau de signes :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
4		$+$	||	$+$	
$x-2$		$-$	0	$+$	
P_r		$-$	||	$+$	

$S =]2 ; +\infty[$

MATHILDE
SERGENT

Exercice 3 :

$(e^x+1)(e^x-3)$

$D = \mathbb{R}$

$* \ e^x+1 > 0 \rightarrow$ Toujours

$* \ e^x-3 > 0$

$\Rightarrow e^x > 3 \Rightarrow x > \ln(3)$

$* \ e^x-3 = 0$

$\Rightarrow e^x = 3$

$x = \ln 3$

$* \ e^x-3 < 0$

$\Rightarrow e^x < 3 \Rightarrow x < \ln(3)$

x	$-\infty$		$\ln(3)$		$+\infty$
e^x+1		$+$		$+$	
e^x-3		$-$	0	$+$	
P_r		$-$	0	$+$	

Exercice 4 :

$f(2) = 3$

$f(4) = -7$

$\Rightarrow a = \dfrac{3+7}{2-4} = \dfrac{10}{-2} = -5$

$\Rightarrow f(x) = -5x+b$

$\Rightarrow f(2) = -5\times 2+b = 3$

$\Rightarrow -5\times 2+b = 3$

$-5\times 2-3 = -b = -13$

Donc $b = 13$ alors $\boxed{f(x) = -5x+13}$

Exercice 5 :

$a = V/H = 1/0{,}5 = 2$

$b = 3$

Donc $f(x) = 2x+3$

MATHILDE
SERGENT

Exercice 6 :

1 $C(n) = 3,5n + 30\,000$

2 $R(n) = 6,5n - C(n)$

3 $6,5n > 3,5n + 30\,000$

$\Rightarrow 6,5n - 3,5n > 30\,000$

$6,5n - n > \dfrac{30\,000}{3,5}$

$\Rightarrow 5,5n > \dfrac{30\,000}{3,5}$

$\Rightarrow n > (30\,000 / 3,5) / 5,5$

$\Rightarrow n > \simeq 1558$