

**15** Un atelier produit en grande série des pièces cylindriques.

Soit  $Y$  la variable aléatoire associant, à chaque pièce tirée au hasard de la production, sa longueur en millimètres.

On admet que  $Y$  suit la loi normale de moyenne  $\mu = 17,50$  et d'écart type  $\sigma_0 = 0,025$ .

**1.** Calculer la probabilité que la longueur d'une pièce prélevée au hasard soit comprise entre 17,45 et 17,55.

**2.** Soit  $n$  un entier naturel (tel que  $n \geq 30$ ) et  $\bar{X}$  la variable aléatoire associant à tout échantillon aléatoire non exhaustif de  $n$  pièces, la moyenne des longueurs des pièces de cet échantillon.

On rappelle que  $\bar{X}$  suit la loi normale de moyenne

$$E(\bar{X}) = \mu \text{ et d'écart type } \sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}.$$

**a)** Déterminer l'intervalle de fluctuation de la moyenne des pièces d'un échantillon de taille 100 au seuil de 95 %

**b)** On prélève un échantillon aléatoire non exhaustif de taille  $n$ . Quelle doit être la taille de l'échantillon pour que la moyenne des longueurs des  $n$  pièces de l'échantillon appartienne à l'intervalle  $[17,495 ; 17,505]$  avec une probabilité au moins égale à 0,97 ?