

## Comment résoudre une équation ou une inéquation où figure la fonction logarithme ou la fonction exponentielle ?

<ul style="list-style-type: none"><li>• l'équation <math>\ln x = a</math> a pour solution : <math>x = e^a</math>.</li><li>• <math>\ln a = \ln b</math> équivaut à <math>a = b</math>.</li><li>• <math>\ln a &lt; \ln b</math> équivaut à <math>a &lt; b</math>.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• l'équation <math>e^x = a</math>, avec <math>a &gt; 0</math>, a pour solution : <math>x = \ln a</math>.</li><li>• <math>e^a = e^b</math> équivaut à <math>a = b</math>.</li><li>• <math>e^a &lt; e^b</math> équivaut à <math>a &lt; b</math>.</li></ul>
---	--

**Exemple 1 :** Résoudre l'équation  $e^{-0,5x+1}-2=0$  .

$$e^{-0,5x+1}=2 \Leftrightarrow -0,5x+1=\ln 2 \Leftrightarrow x=\frac{\ln 2-1}{-0,5}=2(1-\ln 2) \text{ .}$$

L'ensemble des solutions est  $S=\{2(1-\ln 2)\}$  .

**Exemple 2 :** Résoudre l'inéquation  $2\ln(x+4)>\ln(2-x)$  .

Ensemble de définition :  $x+4>0$  et  $2-x>0$  soit  $-4<x<2$  donc  $D=]-4;2[$  .

$$\ln(x+4)^2>\ln(2-x) \Leftrightarrow (x+4)^2>2-x \Leftrightarrow x^2+9x+14>0 \Leftrightarrow x<-7 \text{ ou } x>-2 \text{ .}$$

On doit avoir  $x \in D$  , donc l'ensemble des solutions est  $S=]-2;2[$  .

**Exemple 3 :** Résoudre l'équation  $e^x-10=-3e^{2x}$  .

$$3e^{2x}+e^x-10=0 \Leftrightarrow 3(e^x)^2+e^x-10=0 \text{ .}$$

Changement de variable :  $X=e^x$  , on obtient l'équation  $3X^2+X-10=0$  .

Cette équation a pour solutions :  $X_1=-2$  et  $X_2=\frac{5}{3}$  .

Il faut alors résoudre les équations d'inconnue  $x$  :

- $e^x=-2$  n'a pas de solution, car  $e^x>0$  .
- $e^x=\frac{5}{3}$  a pour solution  $x=\ln\frac{5}{3}$  .

L'ensemble des solutions est  $S=\{\ln\frac{5}{3}\}$  .