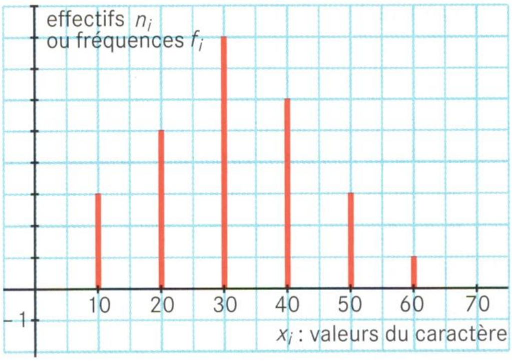
1 Séries statistiques à une variable

1. Représentations graphiques

a) Caractère quantitatif discret

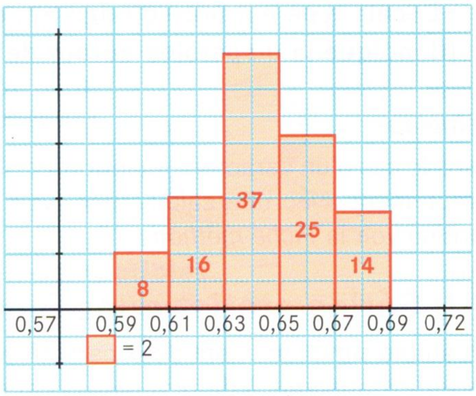
Diagramme en bâtons



En joignant les extrémités des bâtons on obtient le **polygone des effectifs** (ou des fréquences)

b) Caractère quantitatif continu

Histogramme



Les **aires** des rectangles sont proportionnelles à l'effectif (ou la fréquence) de chaque classe.

2. Paramètres d'une série statistique

a) Paramètres de position

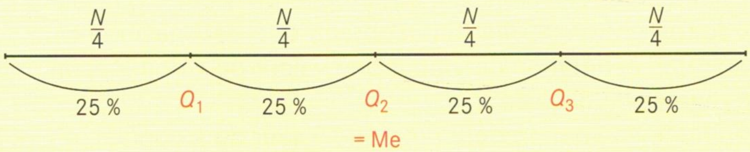
• **La moyenne est le nombre réel noté $\bar{x}$ tel que :**

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$$

avec
x_i : valeurs du caractère ou centres des classes
n_i : effectif de x_i ou de la classe de centre x_i
N : effectif total ;
p : nombres de valeurs ou de classes.

• La **médiane** est la valeur du caractère qui partage l'effectif en deux parties égales.
L'effectif cumulé correspondant est égal à $\frac{N}{2}$ soit 50 % des valeurs.

• Les quartiles partagent la population en quatre sous-populations de même effectif $\frac{N}{4}$.



b) Paramètres de dispersion

• L'**étendue** est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur du caractère.
• L'**écart interquartile** est le nombre réel : $Q_3 - Q_1$.
(Il indique la dispersion autour de la médiane.)
• La **variance** V est la moyenne des carrés des écarts à la moyenne :

$$V = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i(x_i - \bar{x})^2 \qquad \text{on a aussi } V = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

• L'écart type est noté σ (sigma) : $\sigma = \sqrt{V}$.
(Il indique la dispersion autour de la moyenne.)

Comment déterminer les valeurs caractéristiques d'une série à caractère quantitatif continu à l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel ?

On utilise dans cette fiche une calculatrice (Casio ou TI) ou le logiciel Sine Qua Non.

Exemple.

Déterminer les valeurs caractéristiques de la série « Diamètre intérieur d'un lot d'injecteurs ».

Diamètre (en mm)	*[0,59 ; 0,61[*	*[0,61 ; 0,63[*	*[0,63 ; 0,65[*	*[0,65 ; 0,67[*	*[0,67 ; 0,69[*
Effectif	*8*	*16*	*37*	*25*	*14*

Avec une calculatrice Casio Graph 35+

- *On tape* MENU STAT EXE *, on entre* ▶ *en tapant* F6 DEL-A *avec* F4 *,* YES *avec* F1 *.*

On entre les valeurs c_i (centre des classes) dans List 1 et les effectifs n_i dans List 2.

- *On sélectionne* ▶ *en tapant* F6 *,* CALC *par* F2 *puis* SET *par* F6*.*
- *On sélectionne List 1 sur la ligne* 1VarXList *avec* F1

  et List 2 sur la ligne 1VarFreq *avec* F2 *puis* EXE *.*
- *On obtient les résultats en tapant* F1 *pour sélectionner* 1Var *.*
- *On lit : on lit $\bar{x} = 0{,}644\ 2$ et $\sigma_x = 0{,}022\ 323\ 97$ (et aussi $Q_1 = 0{,}64$; Med = 0,64 ; $Q_3 = 0{,}66$).*

Avec une calculatrice TI 82 stats.fr ou 83 Plus

- *On tape* Stats *puis* 4 *.*

En face de Effliste *taper* 2nde 1 , 2nde 2 *(pour L1, L2) puis* ENTRER

- *Taper à nouveau* Stats *puis sélectionner* 1:Edite *.*

On entre les valeurs c_i (centre des classes) dans L1 et les effectifs n_i dans L2.

Taper Stats *.Sélectionner* CALC 1 *puis* Stats 1-Var *.*

On tape 2nde 1 , 2nde 2 *pour avoir L1, L2.*

On tape ENTRER *; on lit $\bar{x} = 0{,}644\ 2$ et $\sigma_x = 0{,}022\ 323\ 9$.*

(Et aussi $Q_1 = 0{,}64$; Med = 0,64 ; $Q_3 = 0{,}66$.)

Séries statistiques à une variable

Fiche l'Essentiel

Fiche méthode 25

1 **C** On donne les notes obtenues par les élèves d'une classe à un devoir : 10, 13, 10, 10, 11, 18, 12, 11, 09, 05, 10, 07, 12, 13, 04, 03, 12, 09, 05, 12, 07, 09, 12, 16, 13, 15, 05, 10, 10, 14.

a) Présenter cette série sous la forme d'un tableau indiquant pour chaque note, l'effectif correspondant.

b) Représenter cette série à l'aide d'un diagramme en bâtons.

c) Calculer la moyenne de la classe.

2 **C** On regroupe les notes de l'exercice 1 de la façon suivante :

Très faible [0 ; 4[; Insuffisant [4 ; 8[;
Moyen [8 ; 12[; Bien [12 ; 16[;
Très bien [16 ; 20].

a) Relever les résultats dans un tableau et construire l'histogramme de la série.

b) Calculer une valeur approchée de la moyenne de cette série.

c) Que remarque-t-on ?

3 Le tableau ci-dessous donne en euros le montant des achats effectués par 200 personnes dans un magasin un jour donné.

Montant des achats (en euros)	[0 ; 20[	[20 ; 40[	[40 ; 60[	[60 ; 80[	[80 ; 100[
Effectifs	15	40	80	35	30

Construire l'histogramme de la série et tracer le polygone des effectifs en joignant les centres des classes.

4 **R** Une société fait une étude sur la durée de vie des chaudières murales qu'elle fabrique. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant pour un échantillon de 1 000 chaudières.

Durée de vie (en années)	[0 ; 4[	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[
Effectifs	10	80	190	430

Durée de vie (en années)	[16 ; 20[	[20 ; 24[	[24 ; 28[
Effectifs	170	90	30

1. Construire l'histogramme de cette série statistique.

2. Déterminer la durée moyenne de vie d'une chaudière et l'écart type de cette série statistique.

Dans chacun des exercices 5 et 6*, les classes n'ont pas toutes la même amplitude. On choisit l'amplitude la plus petite comme intervalle unitaire. Les hauteurs des rectangles correspondent alors aux effectifs par intervalle unitaire.*

5 **C** Le tableau ci-dessous indique la répartition des salaires des employés dans une entreprise.

Salaires (en euros)	[1 000 ; 1 200[	[1 200 ; 1 400[
Effectifs	18	12

Salaires (en euros)	[1 400 ; 1 600[	[1 600 ; 2 000[
Effectifs	6	4

a) Construire l'histogramme de cette série statistique.

b) Déterminer le salaire moyen.

6 L'entreprise Techval fabrique des fenêtres en PVC. La vente au public est assurée par des artisans indépendants qui déterminent eux-mêmes leurs prix.
Une étude a été réalisée sur les prix de vente au public d'une fenêtre dont le prix conseillé est de 300 € : les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous.

Prix relevés (en euros)	Nombre d'artisans Effectifs
[280 ; 290[	2
[290 ; 300[	12
[300 ; 305[	18
[305 ; 310[	10
[310 ; 320[	5

Construire l'histogramme de cette série statistique.

Détermination de la médiane et des quartiles d'une série statistique

Fiche l'Essentiel

7 **C** Dans une entreprise, on a évalué le temps nécessaire à la maintenance de différentes machines.

Durée (en heures)	Nombre de machines	Effectifs cumulés croissants	Effectifs cumulés décroissants
[0 ; 0,5[	2		
[0,5 ; 1[	8		
[1 ; 1,5[	7		
[1,5 ; 2[	12		
[2 ; 2,5[	7		
[2,5 ; 3[	4		

Recopier et compléter le tableau précédent.
On suppose que la répartition des effectifs est uniforme dans chaque classe.

a) Tracer sur un même graphique le polygone des effectifs cumulés croissants et le polygone des effectifs cumulés décroissants.

b) Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection des deux courbes.

Que représente l'abscisse de ce point pour la série statistique ?

8 **R** Une machine remplit automatiquement des paquets de riz (500 g).
Un échantillon de 100 paquets fournit les résultats suivants.

Poids (en grammes)	Effectifs	Poids (en grammes)	Effectifs
[494 ; 496[	2	[502 ; 504[	28
[496 ; 498[	6	[504 ; 506[	15
[498 ; 500[	8	[506 ; 508[	7
[500 ; 502[	32	[508 ; 510[	2

On suppose que la répartition est uniforme dans chaque classe.

a) Calculer les effectifs cumulés croissants et construire le polygone des effectifs cumulés croissants.

b) Déterminer graphiquement l'abscisse du point P d'ordonnée 50.

À quoi correspond cette valeur pour la série statistique ?

9 **R** Un responsable du rayon vidéo-son d'un grand magasin a établi une statistique concernant les prix de vente de 400 téléviseurs au cours de l'année 2010.
Il a obtenu le tableau suivant.

Prix de vente (en euros)	Effectifs
[200 ; 300[	46
[300 ; 350[	74
[350 ; 400[	120
[400 ; 450[	92
[450 ; 500[	48
[500 ; 700[	20

a) Construire le polygone des effectifs cumulés croissants.

b) Déterminer graphiquement une valeur approchée de la médiane et des quartiles.

c) Déterminer à l'aide d'un logiciel une valeur approchée arrondie à 10^{-2} de la médiane.

10 Une entreprise de maintenance informatique a étudié la consommation sur une année en cartouches d'encre noire d'imprimante de ses différents clients.

Nombre de cartouches utilisées	Nombre de sociétés
[0 ; 3[	40
[3 ; 6[	50
[6 ; 9[	80
[9 ; 12[	60
[12 ; 15[	20

Déterminer à l'aide d'un logiciel une valeur approchée de la médiane et des quartiles de la série.

Moyenne – Écart type

Fiche méthode 25

11 **C** À l'aide de la calculatrice, déterminer la moyenne et l'écart type de la série statistique donnée à l'exercice 3.

12 Reprendre l'exercice 11 avec la série statistique donnée à l'exercice 7.

13 Une entreprise de céramique a des saladiers parmi ses productions. Au laboratoire, on effectue le contrôle de l'épaisseur du bord du saladier à une hauteur de 80 mm. Les résultats obtenus réalisent une série statistique regroupée dans le tableau suivant.

Épaisseur (en mm)	Effectifs
[7,0 ; 7,2[	7
[7,2 ; 7,4[	14
[7,4 ; 7,6[	18
[7,6 ; 7,8[	12
[7,8 ; 8,0[	14
[8,0 ; 8,2[	5

1. Dans cette question, on considère que les effectifs de chaque classe sont rapportés au centre de cette classe.

a) Calculer l'épaisseur moyenne $\overline{x}$ du bord des saladiers, arrondie à 10^{-2} mm.

b) Calculer l'écart type σ de cette série statistique, arrondi à 10^{-2} mm.

2. a) Calculer les fréquences, arrondies à 10^{-2}, et les fréquences cumulées croissantes.

b) Représenter graphiquement le diagramme des fréquences cumulées.
Échelle : en abscisses, 1 cm pour 0,10 ;
en ordonnées, 1 cm pour 0,05.

3. Dans cette question, on suppose une répartition uniforme des effectifs dans chaque classe.
La machine est correctement réglée si 80 % des saladiers ont une épaisseur comprise dans l'intervalle $[\overline{x} - \sigma ; \overline{x} + \sigma]$.
Calculer $\overline{x} - \sigma$ et $\overline{x} + \sigma$ avec les valeurs trouvées à la question précédente.
Déterminer graphiquement si la machine est bien réglée.
Les traits de rappel devront figurer sur le graphique.

14 **R** Une unité de production effectue le réglage d'une machine destinée à fabriquer en grand nombre des axes de moteurs électriques.
Un échantillon de 100 axes est prélevé lors des premiers jours de production, leurs longueurs étant mesurées (en mm), on obtient le tableau suivant.

Longueur des axes (en mm)	Nombre d'axes
[89,7 ; 89,8[	3
[89,8 ; 89,9[	14
[89,9 ; 90,0[	36
[90,0 ; 90,1[	33
[90,1 ; 90,2[	13
[90,2 ; 90,3[	1

En faisant l'hypothèse que, pour chaque classe, les valeurs observées sont égales à celle du centre de la classe, calculer (à 10^{-3} mm près) une valeur approchée de la moyenne $\overline{x}$ et l'écart type s des longueurs des axes de l'échantillon.

***Pour les exercices 15 à 17**, on calculera les valeurs demandées à l'aide d'une calculatrice.*

15 La répartition des âges dans une entreprise de 50 salariés est donnée dans le tableau suivant :

Âge	24	27	30	32	35	38	41	46	59
Effectif	5	8	8	7	4	3	6	6	3

1. a) Déterminer la médiane et l'écart interquartile de cette série.

b) Donner sa moyenne et son écart type.

2. Deux des trois salariés de 59 ans partent à la retraite. Comment les quatre paramètres précédents vont-ils être modifiés ?

16 On donne la série statistique suivante :

Valeur	18	20	21	23	24	25	500
Effectif	8	12	10	12	10	8	2

1. a) Déterminer la médiane et l'écart interquartile de cette série.

b) Donner sa moyenne et son écart type.

c) Que peut-on dire de la moyenne par rapport aux valeurs de la série ? Comment peut-on l'expliquer ?

2. Lequel des couples (médiane, écart interquartile) et (moyenne, écart type) est le plus adapté pour résumer cette série statistique ? Justifier la réponse.

17 La répartition du nombre total d'essais marqués par journée du Top 14 de rugby au cours de la saison 2010/2011, est donnée dans le tableau suivant :

Nombre d'essais	14	15	16	17	18	20	21	22	23
Nombre de journées	1	2	3	1	2	1	1	1	2

Nombre d'essais	24	25	26	28	29	30	34	35
Nombre de journées	2	4	1	1	1	1	1	1

1. a) Déterminer la médiane et l'écart interquartile de cette série.

b) Donner sa moyenne et son écart type.

2. a) Sur une calculatrice, représenter la série par un nuage de points.

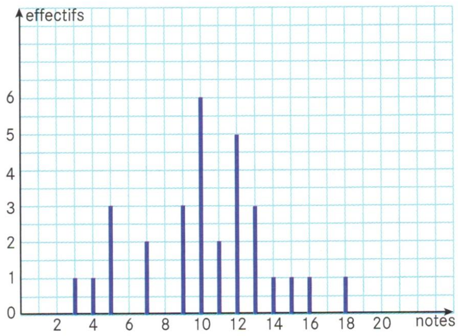
b) Expliquer pourquoi la médiane est supérieure à la moyenne.

Correction :

1 **a)**

Notes : x_i	3	4	5	7	9	10	11	12	13	14	15	16	18
Effectifs : n_i	1	1	3	2	3	6	2	5	3	1	1	1	1

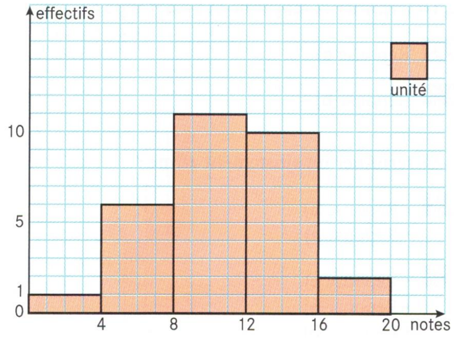
b)



c) $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{13} n_i x_i}{N} = \dfrac{307}{30} = \mathbf{10{,}23}$ **à** $\mathbf{10^{-2}}$ **près.**

2 **a)**

Classes	[0 ; 4[	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20[
Effectifs : n_i	1	6	11	10	2



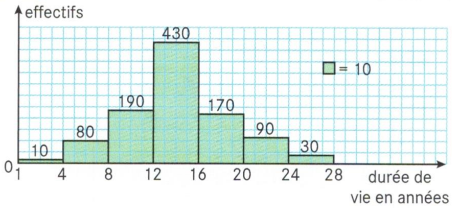
b) $\bar{x} = \dfrac{1}{N} \sum_{i=1}^{5} n_i c_i$

$= \dfrac{1 \times 2 + 6 \times 6 + 11 \times 10 + 10 \times 14 + 2 \times 18}{30}$.

$\bar{x}$ **= 10,8.**

On remarque que le regroupement par classes modifie la moyenne.

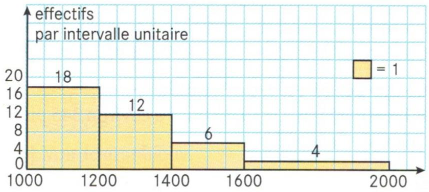
4 **1.**



2. La durée de vie moyenne d'une chaudière est : **14,24 années** ; l'écart-type de **4,727 années.**

5 **a)** L'intervalle unitaire est 200, la classe [1 600 ; 2 000[contient 2 intervalles unitaires, la hauteur du rectangle correspondant est $\frac{4}{2}$ soit 2.

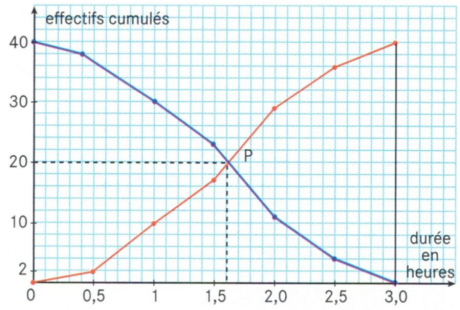
Pour les autres classes la hauteur des rectangles correspond à l'effectif.



b) Le salaire moyen est **1 290 euros.**

7

Durée (en heures)	Nombre de machines	Effectifs cumulés croissants	Effectifs cumulés décroissants
[0 ; 0,5[	2	2	40
[0,5 ; 1[	8	10	38
[1 ; 1,5[	7	17	30
[1,5 ; 2[	12	29	23
[2 ; 2,5[	7	36	11
[2,5 ; 3[	4	40	4



Le point d'intersection P des deux courbes a pour abscisse $\boldsymbol{x_P} \approx \mathbf{1{,}6}$ et pour ordonnée $\boldsymbol{y_P} = \mathbf{20}$.

L'effectif total est : $N = 40$ soit $\dfrac{N}{2} = 20$.

L'abscisse du point P est la **médiane** de la série. $M_e \approx 1{,}6$.

8 **b)** L'effectif $N = 100$; $y_P = \dfrac{N}{2} = 50$.

L'abscisse de P, $\boldsymbol{x_P} \approx \mathbf{502{,}2}$, est la **médiane** de la série.

9 **b)** Graphiquement, on lit :

$Q_1 \approx$ **340** ; $M_e \approx$ **380** ; $Q_3 \approx$ **430.**

c) Avec Sine qua non, on obtient :

$Q_1 = 336{,}5$; $M_e \approx 383{,}3$; $Q_3 = 432{,}6$.

11 La calculatrice donne : $\bar{x} = 52{,}5$ et $\sigma = 22{,}44$.

14 $\bar{x}$ **= 89,992** ; σ **= 0,101.**