

# Les inéquations du 1<sup>er</sup> degré

Une **inéquation** est une [équation](#) avec un symbole  $<$ ,  $\leq$ ,  $>$  ou  $\geq$  à la place du  $=$ .

Par exemple,  $2x-8<10$  est une inéquation : il faut trouver **tous les nombres**  $x$  pour lesquels  $2x-8$  est plus petit que 10 (c'est un peu comme  $2 \times ? - 8 < 10$ ). 1 et 7 sont des exemples de solutions, mais il y en a beaucoup d'autres.

Ecris une solution de l'inéquation  $10x+1>-5$ .

Pour pouvoir écrire l'ensemble des solutions d'une inéquation, nous devons commencer par apprendre à écrire des **ensembles de nombres**. Nous verrons ensuite comment on résout une inéquation.

## Les ensembles de nombres

### Symboles mathématiques

Nous utiliserons désormais les notations suivantes :

$\in$  se lit "appartient".

$\notin$  se lit "n'appartient pas".

$\infty$  représente l'infini, c'est-à-dire le vague "nombre" qui serait plus grand que tous les autres.

### Ensembles et intervalles

On utilise des accolades  $\{ \}$  pour représenter un ensemble formé par quelques valeurs distinctes, et des crochets  $[ ]$  pour représenter l'ensemble des nombres compris entre deux valeurs extrêmes.

Par exemple,  $\{1;3;5\}$  est l'ensemble formé par les nombres 1, 3, et 5.  $3 \in \{1;3;5\}$  mais  $4 \notin \{1;3;5\}$ .

$[1;2]$  est l'ensemble de tous les nombres compris entre 1 et 2, 1 et 2 inclus.  $1,9 \in [1;2]$ ,  $2 \in [1;2]$ , mais  $2,1 \notin [1;2]$ .

$]1;2[$  est l'ensemble de tous les nombres compris entre 1 et 2, 1 et 2 exclus.  $1,5 \in ]1;2[$  mais  $2 \notin ]1;2[$ .

$[1;2]$  et  $]1;2[$  sont appelés **des intervalles**.

## Exemples

Phrase	Tous les nombres compris entre -7 et -4	Tous les nombres compris entre -2 et -1 sauf -1	Tous les nombres strictement compris entre 3 et 5	Tous les nombres strictement supérieurs à 7
Représentation				
Intervalle	$V = [-7; -4]$	$J = [-2; -1[$	$B = ]3; 5[$	$R = ]7; +\infty[$
Exemples	$-5 \in [-7; -4]$ $-4 \in [-7; -4]$	$-2 \in [-2; -1[$ $-1 \notin [-2; -1[$	$4 \in ]3; 5[$ $8 \notin ]3; 5[$	$7 \notin ]7; +\infty[$ $35 \in ]7; +\infty[$

Écris avec un intervalle l'ensemble des nombres compris entre 1 et 9 sauf 9.

## Résoudre une inéquation

### Méthode

Une inéquation se résout comme une [équation](#), mais à la dernière étape, **si le nombre devant x est négatif** (et que l'on doit donc diviser par un nombre négatif) **il faut changer le sens de l'inégalité** : < devient >, et > devient <.

En effet, on a par exemple 20 qui est plus petit que 30, donc  $20 < 30$ , mais si on divise 20 et 30 par le nombre négatif -10, on obtient -2 et -3, et  $-2 > -3$ . On observe un changement dans le sens de l'inégalité.

### Exemple

Résolution de l'inéquation  $3x - 6 \leq 6x - 12$ .

$$3x - 6 \leq 6x - 12$$

- $3x - 6x \leq -12 + 6$  On passe les "x" à gauche et les nombres à droite.
- $-3x \leq -6 \Rightarrow$  On réduit les expressions obtenues.
- $x \geq (-6) \div (-3)$  On divise par le nombre qui est devant "x".
- $x \geq 2$  On obtient les solutions.

On écrit l'ensemble des solutions.

$$S = [2; +\infty[$$

## Remarques

- L'infini est toujours exclu des ensembles de nombres, car ce n'est pas un nombre (le crochet est toujours tourné vers l'extérieur).
- Si l'inéquation avait été  $3x - 6 < 6x - 12$ , les solutions auraient été  $S = ]2; +\infty[$ .

### Exercice 1

Comment peut-on écrire l'ensemble des nombres  $x$  tels que  $x \leq 2$ ?

### Exercice 2

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $5x + 15 \leftarrow 25$ ?

### Exercice 3

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $2x + 6 < 4x - 2$ ?

### Exercice 4

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $\frac{1}{4}x - \frac{1}{3} > \frac{1}{2}x - 1$ ?

### Exercice 5

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $2(6 - 3x) > -1 - x$ ?

### Exercice 6

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $(x - 2)(x + 5) < (x - 3)(x - 2)$ ?

### Exercice 7

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $(x + 5)^2 - (x - 2)(x + 2) \leftarrow 1$ ?

### Exercice 8

Résous l'inéquation  $(5 - 5x)^2 > (1 + 5x)^2$  puis écris les solutions sous la forme  $x < \frac{a}{b}$ , avec  $\frac{a}{b}$  une fraction irréductible.

Combien trouves-tu pour  $a$  et  $b$  ?

### Exercice 9

Résous l'inéquation  $-x^2(4 - 2x) \leq 0$  puis écris les solutions sous la forme  $x \leq a$ .

### Exercice 10

Résous l'inéquation  $3x^{11} - 9x^{10} > 0$  puis écris les solutions sous la forme  $x > a$ .