

Exemple 2. Fonction $f : x \mapsto 1 + \sin x$.

Un logiciel de calcul formel fournit le développement limité de f , à l'ordre 3, en 0 :

$$f(x) = 1 + x - \frac{x^3}{6} + x^3 \varepsilon(x), \text{ avec } \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0.$$

On en déduit :

1. La courbe \mathcal{C} passe par le point $A(0 ; 1)$.
2. La courbe \mathcal{C} admet en A une tangente T dont l'équation réduite est $y = 1 + x$.
3. $\overline{HM} = f(x) - (1 + x)$ donc, au voisinage de 0, $\overline{HM} \approx -\frac{x^3}{6}$.

Ainsi, pour x voisin de 0 :

- si $x > 0$, alors $\overline{HM} < 0$, donc \mathcal{C} est au-dessous de T ;
- si $x < 0$, alors $\overline{HM} > 0$, donc \mathcal{C} est au-dessus de T .

