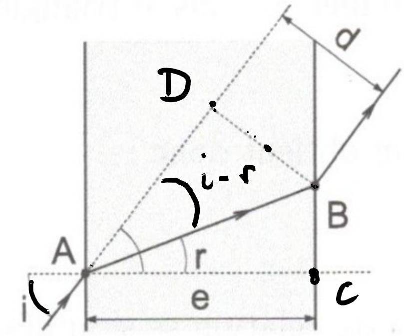
Ex 2 : Décalage d'un rayon au travers d'un vitre

Lorsqu'un faisceau lumineux traverse une vitre en verre d'épaisseur e, dont les faces sont supposées parfaitement parallèles, il ressort de la seconde face en conservant la direction incidente, mais avec un certain décalage.



1. Montrer que le décalage d entre les rayons incident et émergent vérifie la relation :

$$d = e\frac{\sin(i-r)}{\cos r}$$

2. Simplifier cette expression dans le cas où l'angle d'incidence i est faible. Calculer la valeur de d pour une vitre d'épaisseur $e = 10\,mm$ et d'indice optique $n = 1,5$ eclairée par un faisceau sous une incidence $i = 15°$.

3. Vérifier le calcul précédent à l'aide d'une construction graphique.

1.
$$\cos r = \frac{adj}{hyp} = \frac{AC}{AB} = \frac{e}{AB}$$

$$\sin(i-r) = \frac{opp}{hyp} = \frac{BD}{AB} = \frac{d}{AB}$$

Donc $$\frac{\sin(i-r)}{\cos r} = \frac{\frac{d}{AB}}{\frac{e}{AB}} = \frac{d}{\cancel{AB}} \times \frac{\cancel{AB}}{e} = \frac{d}{e}$$

Alors $$d = e\,\frac{\sin(i-r)}{\cos r}$$

2. Si α faible $\Rightarrow$ $\sin\alpha = \alpha$ et $\cos\alpha = 1$

Donc $\sin(i-r) = i-r$ $\quad \cos r = 1$

Loi de la réfraction : $\sin i = n \sin r \Rightarrow i = nr$

$$\Rightarrow r = \frac{i}{n}$$

Alors : $d = e\,\dfrac{i - r}{1} = e\left(i - \dfrac{i}{n}\right)$

$$i = 15 \times \frac{2\pi}{360} = 0{,}262 \text{ rad}$$

$$d = 10\left(0{,}262 - \frac{0{,}262}{1{,}5}\right) = 0{,}87 \text{ mm}$$

3. 1 cm $\rightarrow$ 1 mm

$i = 0{,}262$ rad $= 15°$ $\qquad r = 0{,}175$ rad $= 10°$