D'après le principe de Fermat, le parcours réellement effectué par la lumière correspond à la valeur de $i$ pour laquelle la durée $t$ est minimale, c'est à dire vérifiant $\dfrac{dt}{di} = 0$.

D'après (1.2) : $$\frac{dt}{di} = \frac{1}{c}\left(\frac{d_1.n_1.\sin i}{\cos^2 i} + \frac{d_2.n_2.\sin r}{\cos^2 r}\cdot\frac{dr}{di}\right)$$

La condition $\dfrac{dt}{di} = 0$ se traduit par : $$\frac{d_1.n_1.\sin i}{\cos^2 i} + \frac{d_2.n_2.\sin r}{\cos^2 r}\cdot\frac{dr}{di} = 0 \qquad (1.3)$$

Par ailleurs, les points $A$ et $A'$ étant fixes, la distance $D = d_1.\tan i + d_2.\tan r$ est constante :

$$\frac{dD}{di} = 0 \qquad \text{donc} \qquad \frac{d_1}{\cos^2 i} + \frac{d_2}{\cos^2 r}.\frac{dr}{di} = 0 \qquad \text{soit} \qquad \frac{d_2}{\cos^2 r}.\frac{dr}{di} = -\frac{d_1}{\cos^2 i}$$

En reportant dans l'équation (1.3), on obtient :

$$\frac{d_1}{\cos^2 i}.(n_1.\sin i - n_2.\sin r) = 0 \qquad \text{d'où l'on tire effectivement :} \quad n_1.\sin i = n_2.\sin r$$