Ex 1

$$y' - 0,3y = 0 \quad (E)$$

1. $y_0(x) = K e^{-\frac{(-0,3)}{1}x} = K e^{0,3x}$ avec $K \in \mathbb{R}$

2. $f(x) = K e^{0,3x}$ $\quad f(0) = 20$

$f(0) = K e^0 = K \Rightarrow K = 20$

Donc $f(x) = 20 e^{0,3x}$

Ex 2

$$y' - 2y = 2x + 1 \quad (E)$$
$$y' - 2y = 0 \quad (H)$$

1. $y_0(x) = K e^{2x}$ avec $K \in \mathbb{R}$

2. $f_0(x) = ax + b$ est solution de (E)

si $f_0' - 2f_0 = 2x + 1$

Donc $a - 2(ax + b) = 2x + 1$

$a - 2ax - 2b = 2x + 1$

$-2ax + a - 2b = 2x + 1$

$-2a = 2$ et $a - 2b = 1$

$\Rightarrow$ $a = -1$ $\quad -2b = 2 \Rightarrow b = -1$

Donc $f_0(x) = -x-1$ est bien solution de (E).

3. $y_E(x) = Ke^{2x} - x - 1$

4. $f(x) = Ke^{2x} - x - 1$ $\qquad f(0) = 1$

$f(0) = Ke^0 - 0 - 1 = K - 1$

$\Rightarrow K - 1 = 1 \Rightarrow K = 2$

Donc $f(x) = 2e^{2x} - x - 1$

<u>Ex 3</u>

$$y' - 2y = -2x^2 - 2x \quad (E)$$
$$y' - 2y = 0 \quad (H)$$

1. $y_0(x) = Ke^{2x}$ avec $K \in \mathbb{R}$

2. $h(x) = (x+1)^2$ est solution de (E)

si $h' - 2h = -2x^2 - 2x$

$h'(x) = 2(x+1) \times 1 = 2(x+1)$

f	f'
u^n	$nu^{n-1}u'$

$h(x) = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ $\qquad$ $[(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

$\Rightarrow 2x + 2 - 2(x^2 + 2x + 1) =$

$= 2x + \cancel{2} - 2x^2 - 4x - \cancel{2} =$

$$= -2x^2 - 2x$$

Donc $h(x)$ est bien solution de (E).

3. $y_E(x) = Ke^{2x} + (x+1)^2$

4. $f(x) = Ke^{2x} + (x+1)^2$ $\quad f(1) = 1$

$$f(1) = Ke^2 + (1+1)^2 =$$

$$= Ke^2 + 4 \Rightarrow Ke^2 + 4 = 1$$

$$Ke^2 = -3$$

$$K = -\frac{3}{e^2} = -3e^{-2}$$

Donc $f(x) = -3e^{-2}e^{2x} + (x+1)^2$

$$= -3e^{2x-2} + (x+1)^2$$

Ex 4

$$y' + 2y = -\frac{5}{3}e^{-3x} \quad (E)$$

1. $y_0(x) = Ke^{-2x}$ avec $K \in \mathbb{R}$

2. $g(x) = \frac{5}{3}e^{-3x}$ est solution de (E)

si $g' + 2g = -\frac{5}{3}e^{-3x}$

$$g'(x) = \frac{5}{3}(-3)\, e^{-3x} = -5\, e^{-3x}$$

$$g' + 2g = -5e^{-3x} + 2\,\frac{5}{3}\, e^{-3x} =$$

$$= -5e^{-3x} + \frac{10}{3}\, e^{-3x} =$$

$$= e^{-3x}\left(-5 + \frac{10}{3}\right) = e^{-3x}\left(\frac{-15+10}{3}\right) = -\frac{5}{3}e^{-3x}$$

Donc $g(x)$ est bien solution de (E).

3. $y_E(x) = Ke^{-2x} + \frac{5}{3}e^{-3x}$

4. $f(x) = Ke^{-2x} + \frac{5}{3}e^{-3x}$ $\qquad f(0) = -\frac{5}{6}$

$$f(0) = Ke^{0} + \frac{5}{3}e^{0} = K + \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow K + \frac{5}{3} = -\frac{5}{6} \Rightarrow K = -\frac{5}{6} - \frac{5}{3} = \frac{-5-10}{6} = -\frac{15}{6} = -\frac{5}{2}$$

Donc $f(x) = -\frac{5}{2}e^{-2x} + \frac{5}{3}e^{-3x} =$

$$= 5e^{-2x}\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}e^{-x}\right)$$