



Classe : TOP 1
Date : Octobre 2019

DST Mathématiques

Durée: 50 min

Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.
Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.

EXERCICE 1 : Second degré et tableau de signe (14 points)

Résoudre les inéquations

1. $12+2x^2-11x \leq 0$ (2 points)

2. $(1-2x)(-2x^2+4x-2) \leq 0$ (3 points)

3. $\frac{2}{x-1} \geq 2x-5$ (4 points)

4. $\frac{4x^2-64x+256}{(x-1)^2(-2x+4)} < 0$ (5 points)

EXERCICE 2 : Polynômes et factorisation (3 points)

Factoriser le polynôme suivant puis étudier son signe

$$P(x) = -4x^3 + 8x^2 - 9x + 18$$

EXERCICE 3: (3 points)

Étudier le signe de l'expression

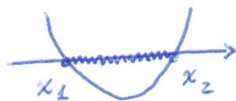
$$E(x) = 3x + \frac{1}{2x} - \frac{5}{2}$$

Exercice 1:

1. $12 + 2x^2 - 11x \leq 0$

$$2x^2 - 11x + 12 \leq 0$$

$$\Delta = (-11)^2 - 4 \times 2 \times 12 = 25$$



$$x_1 = \frac{11-5}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{11+5}{4} = 4$$

$$\Rightarrow S = \left[\frac{3}{2}; 4 \right]$$

2. $(1-2x)(-2x^2+4x-2) \leq 0$

$$1-2x > 0$$

$$-2x > -1$$

$$x < \frac{1}{2}$$

$$-2x^2 + 4x - 2 > 0$$

$$\Delta = 4^2 - 4 \times (-2) \times (-2) = 0$$

$$x_1 = \frac{-4}{-4} = 1$$

$$\Rightarrow \text{Toujours}$$



x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$1-2x$	+	0	-	-
$-2x^2+4x-2$	-	-	0	-
Pr	-	0	+	+

$$\Rightarrow S =]-\infty; \frac{1}{2}] \cup \{1\}$$

$$3. \quad \frac{2}{x-1} \geq 2x-5$$

$$\frac{2}{x-1} - 2x + 5 \geq 0$$

$$\frac{2 + (-2x+5)(x-1)}{x-1} \geq 0$$

$$2 + (-2x+5)(x-1) > 0$$

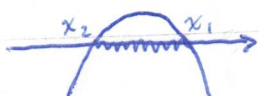
$$2 + (-2x^2 + 2x + 5x - 5) > 0$$

$$2 + 7x - 2x^2 - 5 > 0$$

$$-2x^2 + 7x - 3 > 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \times (-2) \times (-3) = 25$$

$$x_1 = \frac{-7-5}{-4} = 3$$



$$x_2 = \frac{-7+5}{-4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} < x < 3$$

$$x-1 > 0$$

$$x > 1$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	3	$+\infty$	
$-2x^2+7x-3$	-	0	+	+	0	-
$x-1$	-	-	-	+	+	+
P_r	+	0	-	+	0	-

$$\Rightarrow S =]-\infty; \frac{1}{2}] \cup]1; 3]$$

$$4. \quad \frac{4x^2 - 64x + 256}{(x-1)^2(-2x+4)} < 0$$

$$4x^2 - 64x + 256 > 0$$

$$\Delta = (-64)^2 - 4 \times 4 \times 256 = 0$$



\Rightarrow Toujours sauf pour

$$x = \frac{64}{8} = 8$$

$$(x-1)^2 > 0$$

Toujours
sauf pour $x=1$

$$-2x+4 > 0$$

$$-2x > -4$$

$$x < 2$$

x	$-\infty$	1	2	8	$+\infty$
$4x^2 - 64x + 256$	+	+	+	0	+
$(x-1)^2$	+	+	+	+	+
$-2x+4$	+	+	-	-	-
Pr	+	+	-	0	-

$$\Rightarrow S =]2; 8[\cup]8; +\infty[$$

Exercice 2:

$$\begin{aligned}P(x) &= -4x^3 + 8x^2 - 9x + 18 = \\&= -4x^2(x-2) - 9(x-2) = \\&= (x-2)(-4x^2-9)\end{aligned}$$

$$P(x) > 0 \Rightarrow (x-2)(-4x^2-9) > 0$$

$$\begin{array}{l|l}x-2 > 0 & -4x^2-9 > 0 \\x > 2 & \Delta = -4 \times (-4) \times (-9) = -144 \\& \overbrace{\quad}^{\quad} \Rightarrow \text{Pas de solution}\end{array}$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	-	0	+
$-4x^2-9$	-		-
Pr	+	0	-

$P(x)$ est positif pour $x \in]-\infty; 2[$

$\Rightarrow P(x)$ est zéro pour $x=2$

$P(x)$ est négatif pour $x \in]2; +\infty[$

Exercice 3:

$$E(x) = 3x + \frac{1}{2x} - \frac{5}{2}$$

$$E(x) > 0 \quad \frac{6x^2 + 1 - 5x}{2x} > 0$$

$$\begin{array}{l|l}6x^2 - 5x + 1 > 0 & 2x > 0 \\ \Delta = (-5)^2 - 4 \times 6 \times 1 = 1 & x > 0 \\ x_1 = \frac{5+1}{12} = \frac{1}{2} & \text{graphique} \\ x_2 = \frac{5-1}{12} = \frac{1}{3} & x < \frac{1}{3} \text{ ou } x > \frac{1}{2}\end{array}$$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$6x^2-5x+1$	+		+	-	+
$2x$	-		+	+	+
Pr	-		+	-	+

$E(x)$ est positif pour $x \in]0; \frac{1}{3}[\cup]\frac{1}{2}; +\infty[$

$\Rightarrow E(x)$ est zéro pour $x = \frac{1}{3}$ et $x = \frac{1}{2}$

$E(x)$ est négatif pour $x \in]-\infty; 0[\cup]\frac{1}{3}; \frac{1}{2}[$