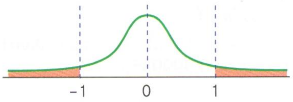
Correction :

38 On utilise les propriétés de la courbe représentant la fonction de densité.



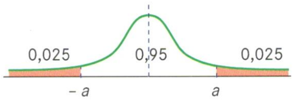
a) $P(X < 1) = P(X \leqslant 1) = \mathbf{0{,}841}$.
b) $P(X \geqslant 1) = 1 - P(X < 1) = \mathbf{0{,}159}$.
c) $P(X \leqslant -1) = P(X \geqslant 1) = \mathbf{0{,}159}$.
d) $P(0 \leqslant X \leqslant 1) = P(X \leqslant 1) - 0{,}5 = \mathbf{0{,}341}$.

39 On utilise la calculatrice (fiche méthode 31).
X suit la loi $\mathcal{N}(0\,;1)$.
La moyenne $\mu = 0$, l'écart type $\sigma = 1$.
a) $P(X \leqslant 1{,}35) = \mathbf{0{,}9115}$.
b) $P(X < -0{,}76) = \mathbf{0{,}2236}$.
c) $P(X > 1{,}78) = \mathbf{0{,}0375}$.
d) $P(X \geqslant -2{,}13) = \mathbf{0{,}9834}$.
e) $P(-0{,}5 \leqslant X < 1) = \mathbf{0{,}5328}$.
f) $P(-1{,}5 \leqslant X \leqslant 0{,}75) = \mathbf{0{,}7066}$.

40 X suit la loi $\mathcal{N}(13\,;16)$.
La moyenne $\mu = 13$, l'écart type $\sigma = \sqrt{16} = 4$.
a) $P(X < 15) = \mathbf{0{,}6915}$.
b) $P(X > 11) = \mathbf{0{,}6915}$.
c) $P(X < 10) = \mathbf{0{,}2266}$.
d) $P(X \geqslant 17) = \mathbf{0{,}1587}$.
e) $P(11 < X < 15) = \mathbf{0{,}3829}$.

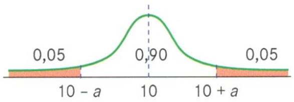
41 La moyenne est 5,3, l'écart type $\sigma = \sqrt{0{,}04} = 0{,}2$.
a) **0,5987**. **b)** **0,3085**. **c)** **0,5398**.
d) **0,9772**. **e)** **0,1499**. **f)** **0,1192**.

42 On utilise la calculatrice comme dans la fiche méthode 31 question 2, et les propriétés de la courbe.
a) $a = \mathbf{0{,}8416}$.
b) $a = \mathbf{-1{,}2816}$.
c) $P(X \geqslant a) = 0{,}05$ équivaut à : $1 - P(X < a) = 0{,}05$, soit $P(X < a) = 0{,}95$ d'où $a = \mathbf{1{,}6448}$.
d)



Les aires hachurées ont une aire totale égale à :
$1 - 0{,}95 = 0{,}05$, donc chacune des ces aires vaut 0,025.
$P(X < -a) = 0{,}025$ et $P(X > a) = 0{,}025$.
$P(X < a) = 0{,}975$ d'où $a = \mathbf{1{,}9599}$.

43 La variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{N}(10\,;6{,}25)$, sa moyenne est $\mu = 10$, son écart type $\sigma = \sqrt{6{,}25} = 2{,}5$.
a) $a = \mathbf{13{,}203}$.
b) $a = \mathbf{5{,}8879}$.
c) $P(X \geqslant a) = 0{,}01$ équivaut à : $1 - P(X < a) = 0{,}01$ soit $P(X < a) = 0{,}99$ d'où $a = \mathbf{15{,}8159}$.
d)



Les aires hachurées ont une aire totale égale à :
$1 - 0{,}9 = 0{,}1$, donc chacune des ces aires vaut 0,05.
$P(X < 10 - a) = 0{,}05$ et $P(X > 10 + a) = 0{,}05$ donc $P(X < 10 + a) = 0{,}95$.
$10 + a = 14{,}1121$ donc $a = \mathbf{4{,}1121}$.

44 X suit la loi normale $\mathcal{N}(10\,;0{,}0004)$, sa moyenne $\mu = 10$, son écart type $\sigma = \sqrt{0{,}0004} = 0{,}02$.
1. a) $P(X \leqslant 10{,}03) = \mathbf{0{,}9332}$.
b) $P(X \leqslant 9{,}972) = \mathbf{0{,}0808}$.
c) $P(9{,}972 \leqslant X \leqslant 10{,}03) = \mathbf{0{,}8524}$.
2. $P(10 - a \leqslant X \leqslant 10 + a) = \mathbf{0{,}8}$ équivaut à :
$P(X \leqslant 10 + a) = 0{,}9$.
$a = \mathbf{0{,}0256}$.

45 **1. 0,16.** **2. 0,95.** **3. 12,88.**

46 **0,97.**

48 **1.** $P(14{,}3 \leqslant D \leqslant 15{,}5) = 0{,}9007$.
Le pourcentage de pièces valables est : 90,07 %.
2. $P(m - h \leqslant D \leqslant m + h) = 0{,}95$ équivaut à $P(D \leqslant m + h) = 0{,}975$
$m + h = 15{,}686$; $h = 0{,}686$.
3. La variable aléatoire D suit la loi normale de moyenne $\mu = 14{,}9$ et d'écart type σ.

La variable $T = \dfrac{D - 14{,}9}{\sigma}$ suit la loi normale $\mathcal{N}(0\,;1)$.

On veut : $P(14{,}3 \leqslant D \leqslant 15{,}5) = 0{,}9$ ce qui équivaut à :

$$P\left(\frac{14{,}3 - 14{,}9}{\sigma} \leqslant T \leqslant \frac{15{,}5 - 14{,}9}{\sigma}\right) = 0{,}9$$

soit $P\left(\dfrac{-0{,}6}{\sigma} < T \leqslant \dfrac{0{,}6}{\sigma}\right) = 0{,}9$

d'où $P\left(T \leqslant \dfrac{0{,}6}{\sigma}\right) = 0{,}95$.

On a donc : $\dfrac{0{,}6}{\sigma} = 1{,}645$

$\sigma = \dfrac{0{,}6}{1{,}645}$; $\sigma = \mathbf{0{,}365}$.

52 **1. a)** Pour chaque client, il y a deux issues : le succès « Le client achète » a pour probabilité 0,45, l'échec « Le client n'achète pas» a pour probabilité 0,55.
L'épreuve est répétée 100 fois de façon identique et indépendante.
La variable aléatoire X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(100\,;0{,}45)$.
b) $E(X) = np = 100 \times 0{,}45 = \mathbf{45}$.
$\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{100 \times 0{,}45 \times 0{,}55}$; $\boldsymbol{\sigma(X) = 5}$.
2. a) X suit approximativement la loi normale de moyenne 45 et d'écart type 5.
En utilisant cette loi, on obtient $P(X \geqslant 49{,}5) = \mathbf{0{,}1841}$.
Remarque : on a remplacé $X < 50$ par $X < 50 - 0{,}5$ car on approche une loi discrète par une loi continue, c'est la correction de continuité, utilisée aussi dans la question suivante.
b) $P(30{,}5 \leqslant X \leqslant 59{,}5) = \mathbf{0{,}9963}$.