Classe : TS 1
Date : Décembre 2019

BTS Blanc Mathématiques

Durée: 2 H

Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.
Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.

EXERCICE 1 10 points/20

La fonction f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x)=\dfrac{x^2-x-1}{x-2}$ et on note C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

x	$-\infty$		$(1-\sqrt{5})/2$		$(1+\sqrt{5})/2$		2		$+\infty$
f		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

2p 1. Étudier le signe de f.

1,5p 2. Calculer la dérivée $f'(x)$ de la fonction f. $f' = \dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$

2p 3. Rédiger le tableau de variation de f. En déduire les maximums et les minimums.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
f'		$+$		$-$		$+$	

Max : $x=1$ $y=1$
Min : $x=3$ $y=5$

1p 4. Déterminer les coordonnées du ou des point(s) d'intersection de C_f et de l'axe des abscisses. $\begin{cases} x_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ y=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ y=0 \end{cases}$

0,5p 5. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de C_f et de l'axe des ordonnées. $\begin{cases} x=0 \\ y=1/2 \end{cases}$

2p 6. Donner une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 4. $y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}$

1p 7. Existe-t-il un (ou des) point(s) de C_f en lequel (ou lesquels) la tangente est parallèle à la droite d'équation $y=x+4$? Non

EXERCICE 2 2 points/20

Cet exercice est composé de 4 questions.

Une seule réponse est exacte. Indiquer **sur la copie** la lettre correspondant à la réponse choisie.

Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ a pour tableau de variations :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

0,5p 1. Le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x)=-1$ est :
a) 1 b) 2 c) 3

Classe : TS 1
Date : Décembre 2019

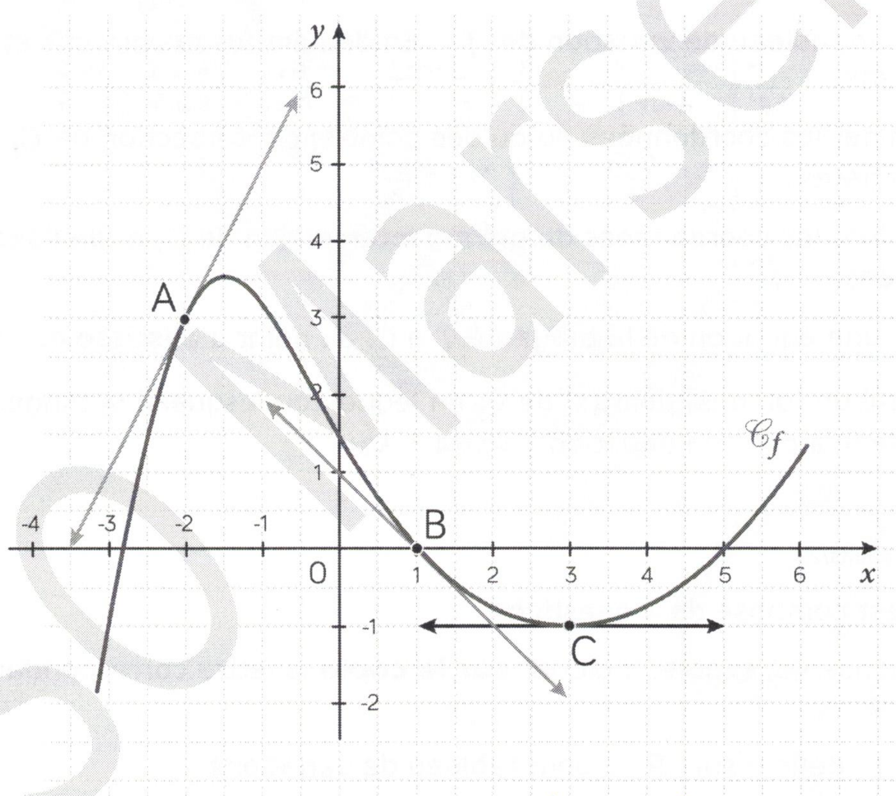
0,5p 2. La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse -1 est parallèle à la droite d'équation :
a) $x=-1$ ~~b)~~ $y=-3$ c) $y=2x$

0,5p 3. Un antécédent de 2 est :
a) 0 ~~b)~~ -1 c) 2

0,5p 4. On a :
a) $f(-2)>f(-1)$ b) $f(-0{,}5)<f(0)$ ~~c)~~ $-3<f(2)$

EXERCICE 3 2 points/20

La courbe ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f .



1,5p 1. Déterminer graphiquement : $f'(-2) = 2$; $f'(1) = -1$; $f'(3) = 0$.

0,5p 2. Déterminer l'intervalle sur lequel f' est négative.]-1,5 ; 3[

Classe : TS 1
Date : Décembre 2019

EXERCICE 4 6 points/20

La responsable d'un magasin de petit matériel pour les laboratoires a relevé pendant une semaine, le montant en euros des achats de 200 clients.

Les résultats figurent dans le tableau suivant.

Montant des achats x_i	Nombre de clients n_i
[5 ; 15 [	10
[15 ; 25 [	22
[25 ; 35 [	52
[35 ; 45 [	62
[45 ; 55 [	36
[55 ; 65 [	14
[65 ; 75 [	4

1p 1. Calculer la moyenne $\bar{x}$ et l'écart type σ de la série statistique. $\bar{x} = 37,5$ $\sigma = 13,1434$

2p 2. Déterminer graphiquement une valeur approchée de la médiane à 10^{-1} près après avoir représenté les polygones des effectifs cumulés. (*Unités : 1 cm pour 5 euros en abscisses et 1 cm pour 20 clients en ordonnées)*. Me = 37,5

2p 3. Déterminer, par le calcul, une valeur approchée, arrondie à 10^{-2} près, de la médiane. *Le détail du raisonnement est demandé.* Me = 37,58

1p 4. Par lecture du graphique précédent, estimer le pourcentage de clients dont le montant d'achat est compris entre $\bar{x}-\sigma$ et $\bar{x}+\sigma$. 67 %

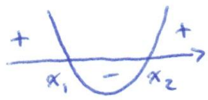
Correction BTS Blanc Maths TS1 Déc 2019

Exercice 1 :

1. $x^2 - x - 1 > 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \times (1) \times (-1) = 5$

$x_1 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \qquad x_2 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$



$x - 2 > 0$

$x > 2$

V.I.

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		2		$+\infty$
x^2-x-1		+	0	−	0	+	‖	+	
$x-2$		−		−		−	‖	+	
$f(x)$		−	0	+	0	−	‖	+	

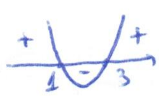
2. $$f'(x) = \frac{(2x-1)(x-2) - (x^2-x-1)}{(x-2)^2} =$$

$$= \frac{2x^2 - 4x - x + 2 - x^2 + x + 1}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$$

3. $x^2 - 4x + 3 > 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4$

$x_1 = \dfrac{4-2}{2} = 1 \qquad x_2 = \dfrac{4+2}{2} = 3$



$(x-2)^2 > 0$

Toujours positif,

$x = 2$ V.I.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
x^2-4x+3		+	0	−	‖	−	0	+	
$(x-2)^2$		+		+	‖	+		+	
$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	
$f(x)$		↗		↘	‖	↘		↗	

Maximum: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ Minimum: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$

4. $\begin{cases} y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x-2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \\ y = 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} x_2 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ y = 0 \end{cases}$

5. $\begin{cases} y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x-2} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

6. $T: \quad y = ax + b$

$$a = f'(4) = \frac{4^2 - 4 \times 4 + 3}{(4-2)^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow T: \quad y = \frac{3}{4}x + b$$

$$f(4) = \frac{4^2 - 4 - 1}{4-2} = \frac{16-5}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{2} = \frac{3}{4} \times 4 + b \Rightarrow b = \frac{11}{2} - 3 = \frac{11-6}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow T: \quad y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$$

7. $$\frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2} = 1$$

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2} - 1 = 0$$

$$\frac{x^2 - 4x + 3 - (x-2)^2}{(x-2)^2} = 0$$

$\boxed{x = 2 \text{ V.I.}}$

$$\cancel{x^2} - \cancel{4x} + 3 - \cancel{x^2} + \cancel{4x} - 4 = 0$$

$-1 = 0$ Impossible.

Exercice 2 :

1. c) 2. b) 3. b) 4. c)

Exercice 3 :

1. $f'(-2) = 2$ $f'(1) = -1$ $f'(3) = 0$

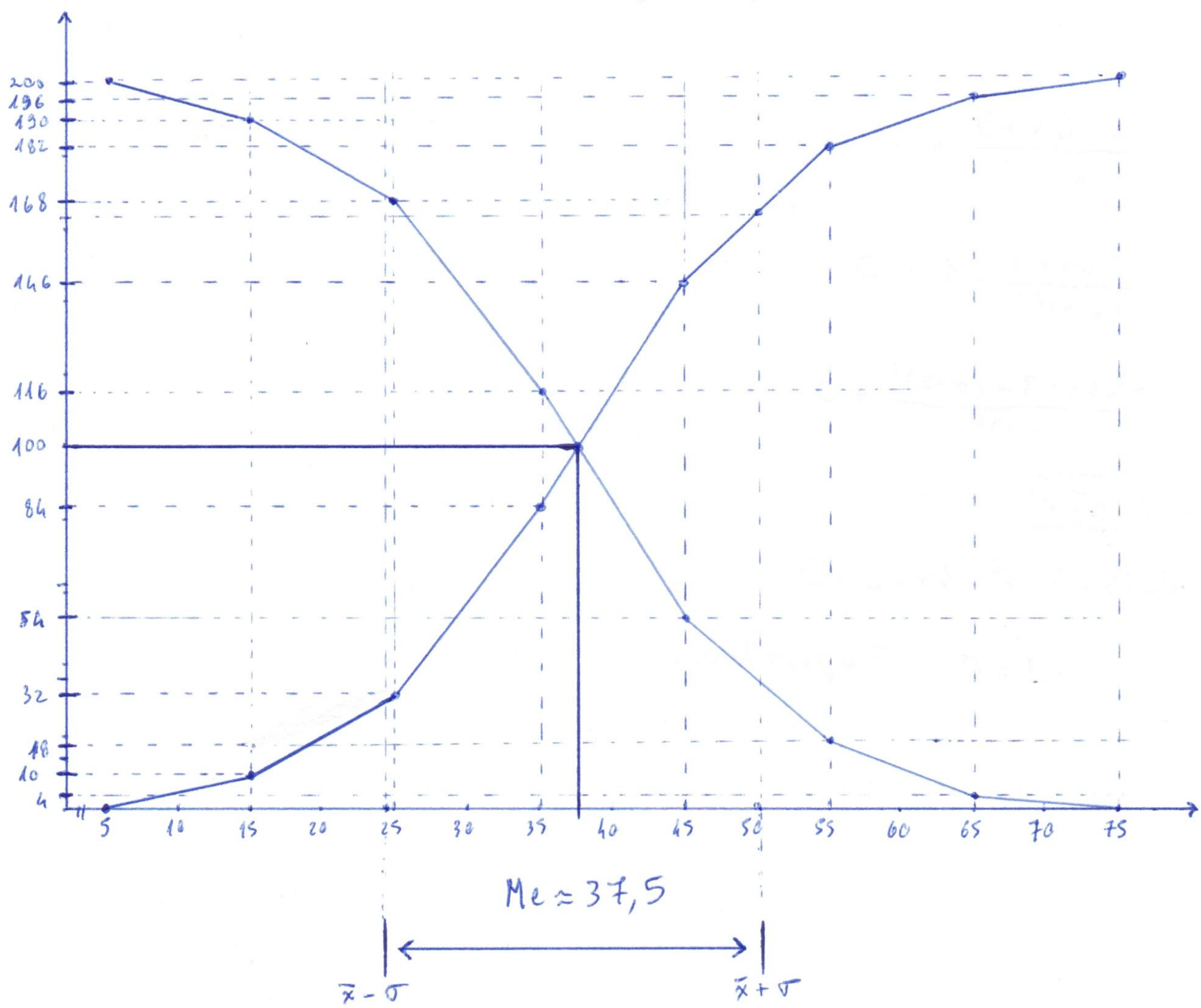
2. $S =]-1,5 ; 3[$

Exercice 4 :

Montant x_i	Nombre clients n_i	Centre de classe	ECC	ECD
[5 ; 15[	10	10	10	200
[15 ; 25[	22	20	32	190
[25 ; 35[	52	30	84	168
[35 ; 45[	62	40	146	116
[45 ; 55[	36	50	182	54
[55 ; 65[	14	60	196	18
[65 ; 75[	4	70	200	4

1. $\bar{x} = 37,5$ $\sigma = 13,1434$

2.



3.

$$\begin{array}{cc|c} & & 84 \\ 62 & 16 & 100 \\ & & 146 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c|c} 35 & & \\ Me & Me-35 & 10 \\ 45 & & \end{array}$$

$$\frac{Me-35}{16} = \frac{10}{62}$$

$$Me = \frac{10}{62} \times 16 + 35 = 37{,}58$$

4.

$\bar{x} - \sigma \simeq 24{,}5$	$\bar{x} + \sigma \simeq 50{,}5$
$ECC \simeq 30$	$ECC \simeq 164$

$\Rightarrow \; 164 - 30 = 134$

$$\text{Pourcentage} = \frac{134}{200} \times 100 = 67\ \%$$