Classe : TS 2

Date : 11 Octobre 2017

DST Mathématiques

Durée : 2 h

Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.
Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.

EXERCICE 1 : 10 points

A. Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle $(E): y'+y=10e^{-3x}$, où *y* est une fonction de la variable réelle *x*, définie et dérivable sur [0 ; 5] , et y ' la fonction dérivée de la fonction *y*.

1. Déterminer les solutions sur [0 ; 5] de l'équation différentielle $(E_0): y'+y=0$.

2. Soit g la fonction définie sur [0 ; 5] par $g(x)=ae^{-3x}$, où *a* est une constante réelle. Déterminer *a* pour que la fonction g soit solution particulière de l'équation différentielle (*E*).

3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (*E*).

4. Déterminer la solution f de l'équation différentielle (*E*) qui vérifie la condition f (0) = 0.

B. Etude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur [0 ; 5] par $f(x)=5(e^{-x}-e^{-3x})$. Soit *C* la courbe représentative de *C* dans un repère d'unité graphique 2 cm

1. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f sur [0; 5]. Déterminer $f'(x)$.

2. Etudier le signe de $f'(x)$ sur [0; 5]. En déduire les variations de f sur cet intervalle et dresser son tableau de variations. On précisera les valeurs remarquables de x et $f(x)$

3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de f en 0.

C. Calcul intégral

1. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $I=\int_0^5 f(x)dx$ puis en donner une valeur approchée au centième.

2. En déduire :

   a) la valeur moyenne de la fonction f sur [0; 5].

b) l'aire en cm ^{2} de la partie du plan délimitée par la courbe, l'axe des abscisses et les droites d'équation x = 0 et x = 5

EXERCICE 2 : 5 points

Au cours de l'année scolaire 2015 – 2016, une enquête a été réalisée auprès des 3 000 élèves d'un lycée afin de savoir s'ils utilisent régulièrement l'outil informatique pour leurs études.

On a obtenu les résultats suivants :

- 25 % des élèves du lycée sont inscrits en « post-bac » et parmi ces élèves, 50 % d'entre eux déclarent utiliser quotidiennement un ordinateur.

- 10 % des élèves inscrits en « pré-bac » dans ce lycée déclarent utiliser quotidiennement un ordinateur.

On interroge au hasard un élève du lycée et on définit les évènements suivants :
- A : « l'élève est inscrit en « post-bac » » ;
- O : « l'élève utilise quotidiennement un ordinateur ».

1. Donner les probabilités $p(A), p(\overline{A}), p_A(O), p_{\overline{A}}(O)$.

2. Calculer la probabilité des évènements suivants :

a) l'élève est un étudiant post-bac et utilise quotidiennement un ordinateur pour ses études ;
b) l'élève utilise quotidiennement un ordinateur pour ses études ;
c) l'élève est un étudiant post-bac ou utilise quotidiennement un ordinateur pour ses études ;
d) l'élève est un étudiant post-bac sachant qu'il utilise quotidiennement un ordinateur pour ses études.

EXERCICE 3 : 5 points

Un atelier d'assemblage de matériel informatique s'approvisionne en pièces d'un certain modèle.
L'atelier reçoit ce modèle en grande quantité. Chaque pièce peut présenter deux défauts que l'on appelle défaut a et défaut b.
On prélève au hasard une pièce dans une importante livraison.
On note A l'évènement : « l'appareil présente le défaut a » et on note B l'évènement : « l'appareil présente le défaut b ».
On admet que les probabilités des évènements A et B sont : P(A) = 0,02 et P(B) = 0,01.
On suppose que les évènements A et B sont indépendants.

1. Calculer la probabilité de l'évènement E_1 : « la pièce présente les deux défauts »
2. Calculer la probabilité de l'évènement E_2 : « la pièce est défectueuse »
3. Calculer la probabilité de l'évènement E_3 : « la pièce ne présente aucun défaut »
4. Calculer la probabilité de l'évènement E_4 : « la pièce présente un et un seul défaut »
5. Calculer la probabilité que la pièce présente les deux défauts sachant qu'elle est défectueuse. Arrondir à 10^{-4}.