SOLUTIONS

Ex 20 : Application directe de la relation de conjugaison

La relation de conjugaison donne : $\overline{HA'} = \overline{HA}\,\dfrac{n'}{n}$ $\boxed{\overline{HA'} = -10\,cm}$

L'image est virtuelle. Elle est de même dimension et de même orientation que l'objet (le grandissement transversal est donc : $g_y = +1$). L'image est plus proche de la surface que l'objet, ce phénomène conduit l'observateur à sous-estimer les distances.

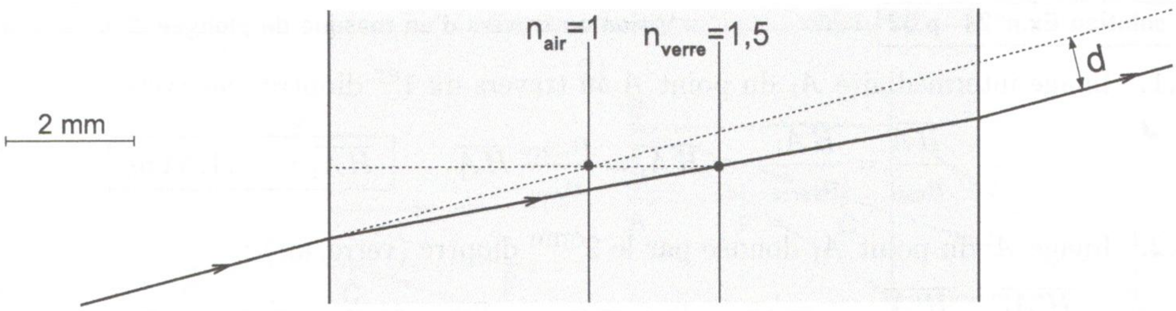
Ex 21 : Décalage d'un rayon au travers d'une vitre

1. $\cos r = \dfrac{e}{AB}$ et $\sin(r-i) = \dfrac{d}{AB}$ donc $d = e\dfrac{\sin(i-r)}{\cos r}$

2. Dans l'approximation des petits angles, $\sin(i-r) \simeq i - r$ et $\cos r \simeq 1$. Par ailleurs, la relation de Snell-Descartes devient : $i = n.r$, l'expression précédente se simplifie :

   $d \simeq e(1 - \dfrac{1}{n})i$ avec i en radians : $i = 15 \times \dfrac{\pi}{180} = 0,262\,rad$ $\boxed{d = 0,87\,mm}$

3. Pour construire graphiquement le rayon, on peut utiliser la méthode de Descartes dans la limite des faibles incidences.



Ex 22 : Lame à faces parallèles

1. Image A_1B_1 donnée par le dioptre (air/verre) : $\overline{HA} = \dfrac{1}{n}\overline{HA_1}$ soit $\overline{AH} = \dfrac{1}{n}\overline{A_1H}$

2. Image finale $\mathbf{A'B'}$ donnée par le dioptre de A_1B_1 (verre/air) : $\overline{H'A'} = \dfrac{1}{n}\overline{H'A_1}$

3. $\overline{AA'} = \overline{AH} + \overline{HH'} + \overline{H'A'} = \dfrac{1}{n}\overline{A_1H} + \overline{HH'} + \dfrac{1}{n}\overline{H'A_1} = \overline{HH'} + \dfrac{1}{n}\overline{H'H} = e(1 - \dfrac{1}{n})$

   La distance entre l'objet et l'image est indépendante de la position de l'objet.

   L'application numérique donne : $\boxed{\overline{AA'} = 3,3\,mm}$

   Ce décalage de l'image est imperceptible pour des objets distants de plusieurs mètres.

Ex 23 : Association d'un dioptre plan et d'un miroir

1. Les rayons issus de A passent d'un milieu d'indice 1 à un milieu d'indice n, la relation de conjugaison du dioptre plan permet d'écrire :

$$\frac{\overline{HA_1}}{n} = \frac{\overline{HA}}{1} \qquad \text{donc} \quad \overline{HA_1} = n\overline{HA} \qquad \boxed{\overline{HA_1} = -15\,cm}$$

2. A_2B_2 et A_1B_1 sont symétriques par rapport au plan du miroir : $\overline{H'A_2} = -\overline{H'A_1}$

$$\overline{H'A_2} = -(\overline{HA_1} + \overline{H'H}) = 15,5\,cm \quad \text{et} \quad \overline{HA_2} = \overline{H'A_2} + \overline{HH'} \quad \boxed{\overline{HA_2} = 16\,cm}$$

3.1. Les rayons réfléchis par le miroir sont ensuite réfractés sur le dioptre verre/air :

$$\frac{\overline{HA'}}{1} = \frac{\overline{HA_2}}{n} \qquad \text{donc} \quad \overline{HA'} = \frac{1}{n}\overline{HA_2} \qquad \boxed{\overline{HA'} = 10,7\,cm}$$

3.2. En l'absence de verre, l'image A' serait simplement le symétrique de A par rapport à H' ; on aurait donc $HA' = 10,5\,cm$. Le verre a donc pour effet de rapprocher légèrement l'image de l'objet.

Ex 24 : Vision au travers d'un masque de plongée

1.1. Image intermédiaire A_1 du point A au travers du 1$^{\text{er}}$ dioptre (eau/verre) :

$$\frac{\overline{HA}}{n_{\text{eau}}} = \frac{\overline{HA_1}}{n_{\text{verre}}} \qquad \overline{HA_1} = \frac{n_{\text{verre}}}{n_{\text{eau}}}\overline{HA} \qquad \boxed{\overline{HA_1} = -11,54\,m}$$

1.2. Image A' du point A_1 donnée par le 2$^{\text{ème}}$ dioptre (verre/air) :

$$\frac{\overline{H'A_1}}{n_{\text{verre}}} = \frac{\overline{H'A'}}{n_{air}} \qquad \overline{H'A'} = \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{verre}}}\overline{H'A_1} = \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{verre}}}(\overline{HA_1} + \overline{H'H}) \quad \overline{H'A'} = -7,7\,m$$

$$\overline{HA'} = \overline{H'A'} + \overline{HH'} \qquad \boxed{\overline{H'A'} \simeq -7,7\,m}$$

2.1. Diamètre apparent θ' du poisson observé par le plongeur au travers du masque :

$$\tan\theta' = \frac{A'B'}{OA'} \qquad \text{avec } OA' = A'H + HH' + H'O = 7,7\,m \quad \boxed{\theta' = 3,9.10^{-2}\,rad}$$

2.2. Diamètre apparent θ du poisson si celui-ci était observé sans le masque :

$$\tan\theta = \frac{AB}{OA} \qquad \text{avec } OA \simeq 10\,m \qquad \boxed{\theta = 3,0.10^{-2}\,rad}$$

2.3. Grossissement angulaire : $\boxed{\dfrac{\theta'}{\theta} = 1,3}$

Le poisson est observé sous un angle 30% plus grand que la réalité.