Chapitre 10 : Biréfringence dans les milieux uniaxes

I. Polarisation par réfraction

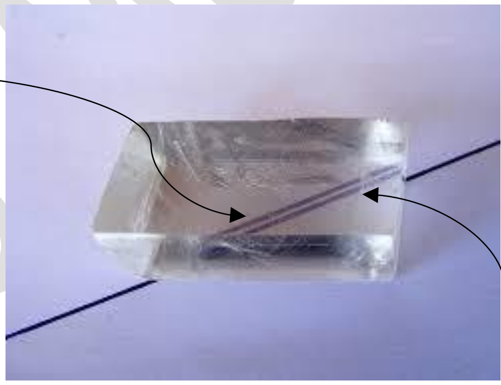
1) Introduction :

Jusqu'ici nous avons étudié la propagation de la lumière dans les milieux isotropes, nous allons étudier maintenant des milieux anisotropes.

a) Milieux isotropes :
Leurs propriétés sont les mêmes quelque soit la direction considérée. La vitesse de propagation de la lumière est indépendante de la direction. Elle est constante.
Exemple : verre, liquide.

b) Milieux anisotropes
Les propriétés optiques ne sont pas identiques dans toutes les directions, la vitesse de propagation de la lumière varie en fonction de la direction. Ce sont des structures cristallines.
Ils sont classés en deux grands groupes :
- les cristaux uniaxes (exemple : le spath d'Islande)
- les cristaux biaxes (exemples : le mica, le gypse)

Nous étudierons <u>exclusivement</u> les cristaux anisotropes uniaxes.



Le phénomène de biréfringence est observé depuis longtemps sur des cristaux naturels comme le spath d'Islande (cristal de calcite). Ce cristal présente la particularité de former par transparence une image double à partir d'un même objet.

Lorsque l'on pivote le cristal, l'une des deux images reste fixe. C'est exactement ce que l'on observerait au travers d'un morceau de verre. Huygens qualifia cette image d'**image ordinaire.**
En revanche, la seconde image pivote conjointement au cristal. Huygens qualifiera cette image d'**image extraordinaire.**

Dans les milieux uniaxes, on définit :

- **Un axe optique ou axe cristallographique suivant lequel la maille du cristal se reproduit. Il est axe de symétrie du cristal.**
- **Le plan de section principal (PSP) : plan contenant l'axe optique et la normale à la surface d'entrée du cristal au point d'incidence.**

La double réfraction, ou biréfringence de la calcite trouve son origine dans la structure microscopique du cristal. Le verre et la calcite résultent tous deux de la cohésion d'un très grand nombre d'atomes sous l'effet de l'attraction électrique.

2) Polarisation par biréfringence.

Un cristal biréfringent est un cristal qui possède 2 indices de réfringence :

- **no, indice ordinaire suivant la direction de l'axe optique**
- **ne, indice extraordinaire dans toute direction perpendiculaire à l'axe optique.**

La vitesse de propagation de la lumière suivant l'axe optique est $vo = \frac{c}{no}$

La vitesse de propagation de la lumière dans toute direction perpendiculaire à l'axe optique est $ve = \frac{c}{ne}$

Si la lumière se propage dans une direction intermédiaire, sa vitesse de propagation est comprise entre vo et ve.

Suivant la direction de l'axe optique, la vitesse de propagation de la lumière est $v = vo = ve = constante$

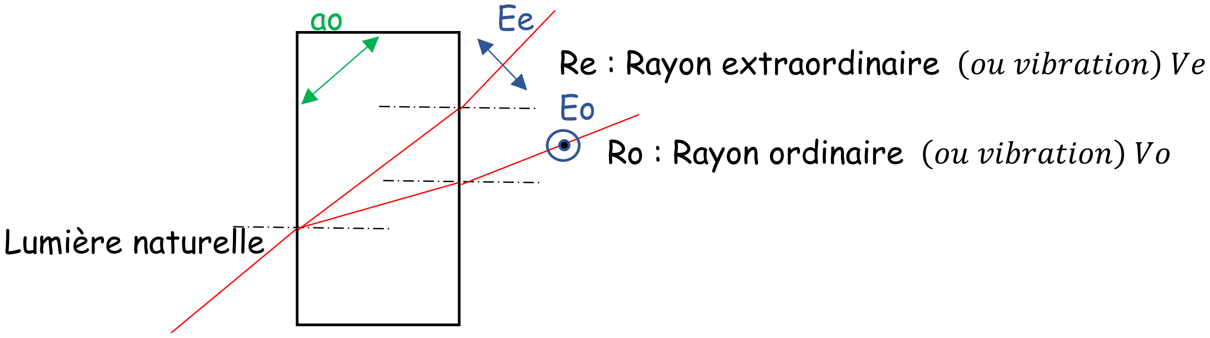
Suivant la direction perpendiculaire à l'axe optique, la vitesse de propagation est $ve \neq vo$.

Un cristal est défini par sa biréfringence :

La biréfringence est **ne – no** ❤

- Si ne – no < 0 alors ne < no, **le cristal est dit négatif.**
- Si ne – no > 0 alors ne > no, **le cristal est dit positif.**

Soit un rayon de lumière naturelle tombant sur un cristal. Sur la face de sortie du cristal, on observe deux rayons lumineux.

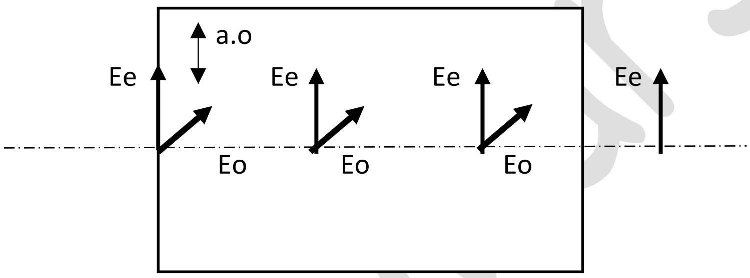


Un rayon appelé rayon ordinaire et un rayon appelé rayon extraordinaire.
Ces deux rayons sont polarisés rectilignement (Eo = cte et Ee = cte)
La direction de polarisation de la vibration ordinaire est **toujours perpendiculaire au PSP.**
La direction de polarisation de la vibration extraordinaire est **toujours parallèle au PSP.**
Cette double réfraction est le phénomène de biréfringence.

3) Polarisation par dichroïsme

Une lame dichroïque est une lame qui maintient la vibration extraordinaire et supprime la vibration ordinaire. L'axe optique est soit parallèle à Ve soit parallèle à Vo.

A la sortie de la lame dichroïque, la vibration ordinaire est quasi absorbée alors que la vibration extraordinaire est quasi conservée.



Ee entrée = Ee sortie
Eo sortie =0

L'amplitude d'entre des deux vibrations peuvent être identiques ou différentes.

II. Surface d'onde et cristal biréfringent.

1) Définition

A un instant donné t, le lieu des points de l'espace où les vecteurs champ électrique $\vec{E}$ oscillent en phase, s'appelle la surface d'onde.
Lorsque le milieu est isotrope, la surface d'onde est sphérique (ou plane si la source est très éloignée).

Lorsque le milieu est anisotrope, la surface d'onde n'est plus une sphère.

Une onde sphérique incidente de lumière naturelle donne naissance dans le cristal à deux ondes :

- L'une sphérique $\sum o$ qui correspond à l'onde ordinaire.
- L'autre ellipsoïdale $\sum e$ qui correspond à l'onde extraordinaire.

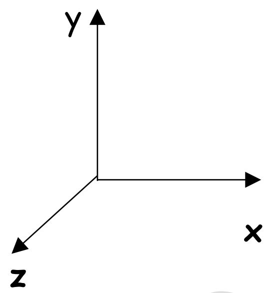
L'onde ordinaire sphérique a pour un point donné et un temps écoulé t après son émission un rayon égal à $vo \times t$

L'onde extraordinaire dans le même temps écoulé a pour rayon suivant l'axe optique $vo \times t$ et suivant la direction perpendiculaire à l'axe optique $ve \times t$.

→ **Exemple :**

2) Surface d'onde ordinaire

Si nous considérons les coordonnées d'un point de l'espace situé sur la surface d'onde sphérique, les coordonnées du point vérifiant l'équation de l'onde $\sum o$.



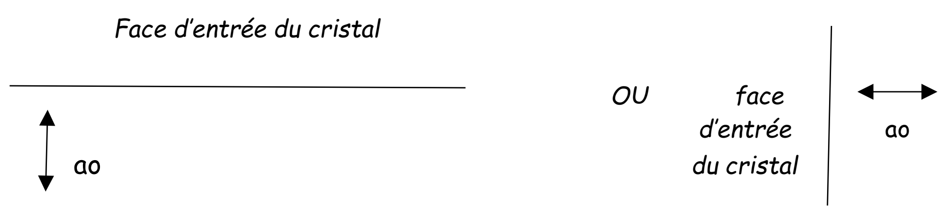
$$\sum o. : \frac{x^2}{vo^2} + \frac{y^2}{vo^2} + \frac{z^2}{vo^2} = 1$$ (équation d'une sphère)

3) Surface d'onde extraordinaire

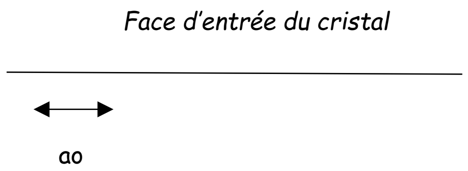
$$\sum e. : \frac{x^2}{vo^2} + \frac{y^2}{ve^2} + \frac{z^2}{ve^2} = 1$$ (équation d'une ellipsoïde)

Pour les constructions, nous placerons toujours x dans la direction de l'axe optique ao, ce qui explique la forme de l'équation de l'ellipsoïde.❤

- **Si l'axe optique est perpendiculaire à la face d'entrée du cristal, le cristal est dit « taillé perpendiculairement »**



- **Si l'axe optique est parallèle à la face d'entrée du cristal, le cristal est dit « taillé parallèlement »**



III. Tracé des rayons réfractés : constructions de Huygens

1) Dans un milieu isotrope

- On trace les surfaces d'ondes ∑1 et ∑2 correspondantes aux milieux d'entrée d'indice n1 et de sortie d'indice n2.
- ∑1 est représentée par la section d'une sphère de rayon $v1 = \frac{c}{n1}$
- ∑2 est représentée par la section d'une sphère de rayon $v2 = \frac{c}{n2}$
- On prolonge le rayon incident jusque ∑1. L'intersection est J. On trace la tangente au point J qui coupe la surface du dioptre en T.
- Depuis T, on trace la tangente au cercle ∑2, le point de tangente est K.
- Le rayon réfracté passe par I et K.

2) Cristal anisotrope

Exemple :

- Cristal uniaxe négatif : ne-no < 0
  -axe optique quelconque

ne - no < 0
ne < no
ve > vo donc c > ve > vo

Pour l'onde ordinaire $\sum o.$: $\frac{x^2}{vo^2} + \frac{y^2}{vo^2} + \frac{z^2}{vo^2} = 1$

La composante sur z est nulle : $\sum o.$: $\frac{x^2}{vo^2}+\frac{y^2}{vo^2}$ = 1

De même, $\sum e.$: $\frac{x^2}{vo^2}+\frac{y^2}{ve^2}+\frac{z^2}{ve^2}$ = 1 , la composante sur z est nulle $\sum o.$: $\frac{x^2}{vo^2}+\frac{y^2}{ve^2}$ = 1

Vo est ⊥ au PSP
Ve est // au PSP

!!!! La tangente est ⊥ à la normale au cercle Ce n'est pas le cas de l'ellipse Le point de tangence K n'est dans le plan d'incidence

Le rayon Re n'est pas dans le plan d'incidence, il n'obéit pas aux lois de Descartes Sauf dans les cas particuliers suivants :

3) Cas particuliers

- <u>1er cas :</u> l'axe optique est ⊥ au plan d'incidence.

Cristal uniaxe négatif : ne – no < 0
ne < no
ve > vo et c > ve > vo

- Pour $\sum o.$: $\frac{x^2}{vo^2}+\frac{y^2}{vo^2}+\frac{z^2}{vo^2}$ = 1 la composante x est nulle.

Donc $\sum o.$: $\frac{y^2}{vo^2} + \frac{z^2}{vo^2} = 1$ est l'équation d'un cercle.

- Pour $\sum e.$: $\frac{x^2}{vo^2} + \frac{y^2}{ve^2} + \frac{z^2}{ve^2} = 1$ la composante x est nulle.

Donc $\sum e.$: $\frac{y^2}{ve^2} + \frac{z^2}{ve^2} = 1$ est l'équation d'un cercle (et non d'une ellipse).

Le rayon extraordinaire est dans le plan d'incidence, il obéit aux lois de la réfraction.

- <u>2nd cas :</u> l'axe optique est // au plan d'incidence ou situé dans le plan d'incidence.
- Cristal uniaxe positif : ne – no > 0
  ne > no
  ve < vo

- Pour $\sum o.$: $\frac{x^2}{vo^2} + \frac{y^2}{vo^2} + \frac{z^2}{vo^2} = 1$ la composante y est nulle.

Donc $\sum o.$: $\frac{x^2}{vo^2} + \frac{z^2}{vo^2} = 1$ est l'équation d'un cercle.

- Pour $\sum e.$: $\frac{x^2}{vo^2} + \frac{y^2}{ve^2} + \frac{z^2}{ve^2} = 1$ la composante x est nulle.

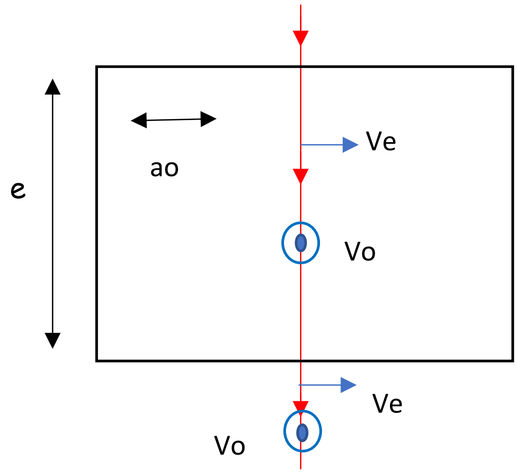
Donc $\sum e.$: $\frac{x^2}{ve^2} + \frac{z^2}{ve^2} = 1$ est l'équation d'une ellipse.

IV. Action d'une lame cristalline taillée parallèlement au cristal

1) Rôle de la lame

Ce type de lame permet de réaliser des lames déphasantes en introduisant un déphasage entre la vibration ordinaire et la vibration extraordinaire au cours de la traversée de la lame.
Soit un rayon de lumière non polarisée arrivant sous incidence nulle sur une lame biréfringente.
nair < ne < no donc c > ve > vo

Rq : PSP // au plan d'incidence (dans le plan de la feuille)



Les rayons Re et Ro suivent le même trajet donc les vibrations associées à Ve et Vo sont colinéaires mais ont des vitesses de propagation différentes.
δ= ne $\times e - no \times$ e
δ= e (ne-no) = e Δ n

Les deux vibrations sont polarisées linéairement et leur direction de polarisation sont orthogonales, elles ne peuvent donc pas interférer mais elles présentent un déphasage

$\Delta\varphi = 2\pi\delta / \lambda$
$\Delta\varphi = 2\pi\, \mathbf{e}\,(\mathbf{ne} - \mathbf{no}) / \lambda$
$\Delta\varphi = 2\pi\, \mathbf{e}\, \boldsymbol{\Delta}\, \mathbf{n} / \lambda$

Selon l'épaisseur de la lame et la longueur d'onde, il existe des lames déphasantes particulières :

- Lorsque $\Delta\varphi = 2\, k\, \pi$, la lame est appelée **lame d'onde Vo et Ve sont en phase.**
- Lorsque $\Delta\varphi = (2\, k + 1)\, \pi$, la lame est appelée **lame demi-onde, Vo et Ve sont en opposition de phase.**
- Lorsque $\Delta\varphi = (2\, k + 1)\, \pi/2$, la lame est appelée **lame quart d'onde, Vo et Ve sont en quadrature de phase.**

Ces lames ne sont déphasantes de façon particulière que pour une longueur d'onde donnée.

2) <u>Lignes neutres de la lame</u>

- Si la lame reçoit, sous incidence normale, un rayon de lumière polarisée dont la direction de polarisation est parallèle à la direction de l'axe optique ; à la sortie de la lame un seul rayon émerge, la direction de polarisation incidente est conservée.

- De même si le rayon incident, (sous incidence normale) de lumière polarisée et dont la direction de polarisation est perpendiculaire à l'axe optique, il émerge seul et la direction de polarisation incidente est conservée.

Une lame biréfringente taillée parallèlement à l'axe possède deux directions perpendiculaires entre elles, appelées lignes neutres, suivant lesquelles toute vibration traverse la lame sans être modifiée.

- Une des lignes neutres est parallèle à l'axe optique du cristal.

Elle correspond à la direction de polarisation de la Ve associée au Re. (Le Re se propage dans la direction perpendiculaire à l'axe optique mais la direction de polarisation de la vibration associée Ve est parallèle au PSP contenant l'axe optique).
La composante d'une vibration polarisée rectilignement qui lui est parallèle se propage à la vitesse extraordinaire ve, donc cette composante est la vibration extraordinaire.

- Cette ligne neutre est appelée axe lent, lorsque le cristal est positif.

Elle est appelée axe rapide, lorsque le cristal est négatif.

- L'autre ligne est perpendiculaire à l'axe optique du cristal.

La composante d'une vibration polarisée rectilignement qui lui est parallèle est la composante ordinaire, elle se propage à la vitesse vo.

Cette ligne neutre est appelée axe lent, lorsque le cristal négatif.
Elle est axe rapide, lorsque le cristal est positif.

Exercices :

<u>Exercice 1 : Construction graphique</u>

Construction avec 1 cristal positif taillé perpendiculairement qui sépare l'eau du cristal

<u>Exercice 2 : Prisme de Wollaston</u>

Un prisme de Wollaston est formé de deux prismes biréfringents (on les supposera négatifs), taillés tous deux parallèlement à l'axe, mais dont les axes sont perpendiculaires :

- L'axe du premier est parallèle au plan d'incidence
- L'axe du second est perpendiculaire au plan d'incidence

On dit que les prismes sont croisés. L'ensemble est éclairé par un faisceau de lumière parallèle, monochromatique, perpendiculaire à la face d'entrée.

Tracer le trajet des rayons ordinaire et extraordinaire à travers le prisme. Préciser l'orientation des vibrations.

V. Analyse de la lumière

Le dispositif est le suivant :

A la sortie du polariseur, l'expression scalaire de la vibration polarisée est de la forme $a.\cos\omega t$.

- A l'entrée de la lame, on considère les composantes de la vibration polarisée par P sur les lignes neutres.
  L'expression de la composante sur la ligne neutre X est $X1 = a.\cos\alpha.\cos\omega t$
  Celle sur la ligne neutre Y est $Y1 = a.\sin\alpha.\cos\omega t$

- A la sortie de la lame :
  X2= a.cos $\propto$. cos ω t
  Y2 = a.sin $\propto$. cos $(\omega\, t - \Delta\varphi)$

  Le déphasage s'impose sur la composante Y puisque d'après les équations d'ondes ordinaire et extraordinaire, la composante en X subit l'influence de Vo dans les 2 cas, alors que la composante en Y ou Z subit pour ∑o l'influence de vo et pour ∑e l'influence de ve.

  Δφ est le déphasage introduit par la lame.
  Δφ = 2πδ / λ = 2πe (ne-no) /λ

- A la sortie de l'analyseur :
  L'expression de la composante de la vibration d'amplitude a1, est
  A1= a1. cos ω t avec a1 = a. cos $\propto$. cos β
  A1 = a. cos $\propto$. cos β . cos ω t

  L'expression de la composante de la vibration d'amplitude a2, est
  A2= a2. cos(ω t -Δφ) avec a2 = a. sin $\propto$. cos (90- β)
  a2 = a. sin $\propto$. sin β
  A2 = a. sin$\propto$. sin β . cos(ω t – Δφ)

  L'analyseur ne transmet que la composante de la vibration ordinaire // à sa direction de polarisation.
  Il en est de même pour la vibration extraordinaire.
  Les 2 vibrations sortants de l'analyseur sont cohérentes et sont maintenant //. Elles peuvent interférer.

  L'intensité de la vibration résultante sera :

  I = $a1^2 + a2^2$+2a1a2 × cos Δφ
  Avec Δφ = $\frac{2\pi e \Delta n}{\lambda}$ e : épaisseur de la lame

  Et a1 = a . cos $\propto$. cos β et a2 = a . sin $\propto$. sin β

  <u>Remarque :</u>

Lorsque l'axe optique ao est // ou ⊥ au plan d'incidence (ou lorsque le PSP est // ou ⊥ au plan d'incidence), Re suit les lois de Descartes

Si le cristal est une lame à faces parallèles, le rayon incident est parallèle à Re et Ro émergents. ❤