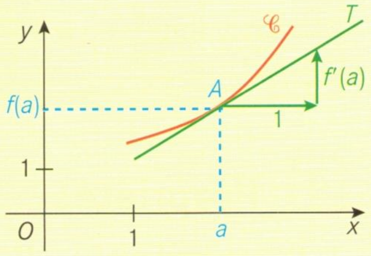
5 Nombre dérivé

f est une fonction définie sur un intervalle I contenant le réel a et $\mathscr{C}$ est la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.
On suppose que $\mathscr{C}$ admet en son point A d'abscisse a une tangente T non parallèle à l'axe des ordonnées.

On appelle nombre dérivé de f en a le coefficient directeur de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point $A(a\ ;\ f(a))$.

On le note $f'(a)$.

On dit que f est dérivable en a (ou dérivable au point a).



6 Fonction dérivée

f est une fonction définie sur un intervalle I.

Si pour tout réel x de I la fonction f est dérivable, on dit que f est dérivable sur I.

On appelle alors fonction dérivée de f la fonction qui associe à tout réel x de I le nombre dérivé $f'(x)$. On la note f'.

7 Dérivées des fonctions usuelles

Fonction f	Fonction dérivée f'
$f(x) = ax + b$ a, b réels	$f'(x) = a$
$f(x) = ax^2 + bx + c$ a, b, c réels	$f'(x) = 2ax + b$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \dfrac{1}{x}$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$

Fonction f	Fonction dérivée f'
$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$
$f(x) = u^n(x)$ n entier naturel non nul	$f'(x) = n(u(x))^{n-1} \times u'(x)$
$f(x) = \ln(u(x))$	$f'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x)}$
$f(x) = e^{u(x)}$	$f'(x) = e^{u(x)} \times u'(x)$

► ► ►

8 Règles de dérivation

1. Opérations usuelles avec les dérivées

u et v désignent deux fonctions dérivables sur un même intervalle I et k est un nombre réel.

Dérivée d'une somme : $(u + v)' = u' + v'$

Dérivée du produit par un réel k : $(ku)' = ku'$

Dérivée d'un produit : $(uv)' = u'v + uv'$

Dérivée de l'inverse : si u ne s'annule pas sur I, $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

Dérivée d'un quotient : si v ne s'annule pas sur I, $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

2. Dérivée d'une fonction composée

- **Fonction de la forme $u^n(x)$; n entier naturel non nul.**

Si $f(x) = u^n(x)$ alors $f'(x) = n\,u^{n-1}(x) \times u'(x)$.

- **Fonction de la forme $\ln(u(x))$; u fonction strictement positive.**

Si $f(x) = \ln(u(x))$ alors $f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$.

- **Fonction de la forme $e^{u(x)}$.**

Si $f(x) = e^{u(x)}$ alors $f'(x) = e^{u(x)} \times u'(x)$.

9 Dérivée et sens de variation d'une fonction

f est une fonction dérivable sur un intervalle I ; f' est la fonction dérivée de f.

- **Si pour tout nombre réel x de I, on a $f'(x) > 0$, alors f est strictement croissante sur I.**
- **Si pour tout nombre réel x de I, on a $f'(x) < 0$, alors f est strictement décroissante sur I.**
- **Si pour tout nombre réel x de I, on a $f'(x) = 0$, alors f est constante sur I.**

10 Maximum ou minimum local d'une fonction

f est une fonction dérivable sur un intervalle I ; f' est la fonction dérivée de f.

Si, pour la valeur x_0 de I, la dérivée f' s'annule en changeant de signe, alors la fonction f admet en x_0 un maximum local ou un minimum local.

Le tableau de variation permet de savoir s'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum.