



Classe : TSP
Date : Octobre 2019

DST Mathématiques

Durée: 1 h 30

Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.
Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.
Les calculs doivent être détaillés.

EXERCICE 1 :

Partie A

Développer les expressions suivantes

$$A = (2x+3)^2$$

$$B = (5-2x)^2$$

Partie B

Factoriser les expressions suivantes

$$C = 4(2x-1)(x-1)-3x(x-1)$$

$$D = (x-5)(2x+3)-x(x+1)+15$$

$$E = x^2-4-(x-2)(4-3x)$$

$$F = 2(x+2)(x^2-9)+2(x+3)(x+2)(x-2)$$

EXERCICE 2 :

Résoudre les équations suivantes

1. $5x-4=2(x-1)$

2. $5x^2-4x=0$

3. $x^2+4=0$

EXERCICE 3 :

Résoudre les inéquations suivantes

1. $(3x-1)(x-2)-3x(x-2)>0$

2. $(2x-1)^2<(2x+1)(2x+2)$

3. $(x-5)(2x+3)>2x(x+1)$

4. $(2-3x)(4x+1)\geq 2$

Exercice 1 :Partie A

$$A = (2x+3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$B = (5-2x)^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 2x + (2x)^2 = 25 - 20x + 4x^2$$

Partie B

$$\begin{aligned} C &= 4(2x-1)(x-1) - 3x(x-1) = (x-1)[4(2x-1) - 3x] = \\ &= (x-1)[8x - 4 - 3x] = (x-1)(5x-4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (x-5)(2x+3) - x(x+1) + 15 = \\ &= \underline{2x^2} + \underline{3x} - \underline{10x} - \underline{15} - \underline{x^2} - \underline{x} + 15 = x^2 - 8x = x(x-8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= x^2 - 4 - (x-2)(4-3x) = (x+2)(x-2) - (x-2)(4-3x) = \\ &= (x-2)[(x+2) - (4-3x)] = (x-2)[x+2-4+3x] = (x-2)(4x-2) = \\ &= 2(x-2)(2x-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= 2(x+2)(x^2-9) + 2(x+3)(x+2)(x-2) = \\ &= 2(x+2)[(x^2-9) + (x+3)(x-2)] = 2(x+2)[(x+3)(x-3) + (x+3)(x-2)] = \\ &= 2(x+2)(x+3)[(x-3) + (x-2)] = 2(x+2)(x+3)(2x-5) \end{aligned}$$

Exercice 2:

1. $5x - 4 = 2(x - 1)$

$$5x - 4 = 2x - 2$$

$$5x - 2x = -2 + 4$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3} \Rightarrow S = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$

2. $5x^2 - 4x = 0$

$$x(5x - 4) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 5x - 4 = 0$$

$$x = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow S = \left\{ 0; \frac{4}{5} \right\}$$

3. $x^2 + 4 = 0$

$$\text{Pas de solutions} \Rightarrow S = \emptyset$$

Exercice 3:

1. $(3x-1)(x-2) - 3x(x-2) > 0$

$$(x-2)[(3x-1)-3x] > 0$$

$$(x-2)[(-1)] > 0$$

$$-(x-2) > 0$$

$$x-2 < 0$$

$$x < 2 \Rightarrow S =]-\infty; 2[$$

2. $(2x-1)^2 < (2x+1)(2x+2)$

$$4x^2 - 4x + 1 < 4x^2 + 4x + 2x + 2$$

$$4x^2 - 4x + 1 < 4x^2 + 6x + 2$$

$$\cancel{4x^2} - \underline{4x} + \underline{1} - \cancel{4x^2} - \underline{6x} - \underline{2} < 0$$

$$-10x - 1 < 0$$

$$-10x < 1$$

$$x > -\frac{1}{10} \Rightarrow S =]-\frac{1}{10}; +\infty[$$

$$3. (x-5)(2x+3) > 2x(x+1)$$

$$2x^2 + 3x - 10x - 15 > 2x^2 + 2x$$

$$\cancel{2x^2} - \underline{7x} - 15 - \cancel{2x^2} - \underline{2x} > 0$$

$$-9x - 15 > 0$$

$$-9x > 15$$

$$x < -\frac{15}{9}$$

$$x < -\frac{5}{3} \Rightarrow S =]-\infty; -\frac{5}{3}[$$

$$4. (2-3x)(4x+1) \geq 2$$

$$8x + 2 - 12x^2 - 3x \geq 2$$

$$\underline{8x} + \underline{2} - 12x^2 - \underline{3x} - \underline{2} \geq 0$$

$$-12x^2 + 5x \geq 0$$

$$x(-12x+5) \geq 0$$

$$\begin{array}{l|l} x > 0 & -12x+5 > 0 \\ & x < \frac{5}{12} \end{array}$$

x	$-\infty$	0	$\frac{5}{12}$	$+\infty$
x	-	0	+	+
$-12x+5$	+	+	0	-
P_r	-	0	+	-

$$\Rightarrow S = [0; \frac{5}{12}]$$