1. Calculer la moyenne des temps d'attente, pour cet échantillon.

2. Construire un test permettant de décider, au seuil de signification 1 %, si le temps d'attente moyen a été modifié par la restructuration.

3. Utiliser ce test avec l'échantillon précédent et conclure.

Comparaison de deux moyennes

Fiche l'Essentiel

43 **C** La société T.D.M. fabrique des appareils en grande série.
À une date t_1, on procède à l'analyse de la production. Un échantillon (E_1) de 100 profilés a donné le relevé statistique suivant.

Hauteur x (mm)	Nombre de pièces
[11,6 ; 11,7[	1
[11,7 ; 11,8[	4
[11,8 ; 11,9[	9
[11,9 ; 12[	38
[12 ; 12,1[	33
[12,1 ; 12,2[	10
[12,2 ; 12,3[	3
[12,3 ; 12,4[	2

1. a) Grâce au tableau précédent, calculer la moyenne $\overline{x}_1$ et l'écart type s_1 de l'échantillon (E_1). Pour les calculs on utilisera les centres des intervalles.

b) Donner une estimation ponctuelle $\widehat{m}_1$ de la moyenne μ_1 et une estimation ponctuelle $\widehat{s}_1$ de l'écart type σ_1 de la production à la date t_1.

2. On procède à une nouvelle analyse de la production à une date t_2. Sur un échantillon (E_2) de 100 profilés, on a obtenu les résultats suivants :
moyenne de $(E_2) = 11{,}96$ mm,
écart type de $(E_2) = 0{,}125$ mm.
On se propose ensuite de construire un test d'hypothèse pour observer l'évolution dans la qualité de fabrication des profilés entre les dates t_1 et t_2.

a) On note $\overline{X}_1$ la variable aléatoire prenant pour valeur la hauteur moyenne des profilés dans des échantillons aléatoires d'effectif 100 prélevés dans la production à la date t_1.
On note $\overline{X}_2$ la variable aléatoire prenant pour valeur la hauteur moyenne des profilés dans des échantillons aléatoires d'effectif 100 prélevés dans la production à la date t_2.
Les échantillons de 100 profilés sont assimilés à des échantillons prélevés avec remise.
Donner une estimation ponctuelle $\widehat{m}_2$ de la moyenne μ_2 et une estimation ponctuelle $\widehat{s}_2$ de l'écart type σ_2 de la production à la date t_2.

b) On note $\overline{Y}$ la variable aléatoire telle que :
$\overline{Y} = \overline{X}_1 - \overline{X}_2$.
On admet que $\overline{Y}$ suit la loi normale :

$$\mathcal{N}\left(\mu_2 - \mu_1 \,;\, \frac{\widehat{s}_1^{\,2} + \widehat{s}_2^{\,2}}{100}\right).$$

On pose pour hypothèse nulle $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ et pour hypothèse alternative $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$.
Calculer, sous l'hypothèse H_0, le nombre h tel que $P(-h < \overline{Y} < h) = 0{,}95$.
Peut-on conclure, au seuil de risque de 5 %, que la différence des moyennes observées entre les dates t_1 et t_2 est significative ?

44 Dans le service d'ophtalmologie d'un centre hospitalier, on dispose de deux fichiers, concernant un grand nombre de patients. Le fichier 1 contient les fiches de patients atteints d'un glaucome. Le fichier 2 concerne des patients non atteints de glaucome.
On désigne par X_1 la variable aléatoire qui à chaque échantillon aléatoire de 200 fiches prélevées avec remise dans le fichier 1 associe la moyenne des pressions systoliques.
On désigne par X_2 la variable aléatoire qui à chaque échantillon aléatoire de 200 fiches prélevées avec remise dans le fichier 2 associe la moyenne des pressions systoliques.
On admet que X_1 suit la loi normale :

$$\mathcal{N}(\mu_1, 625)$$

et que X_2 suit la loi normale :

$$\mathcal{N}(\mu_2, 400),$$

où μ_1 et μ_2 sont les moyennes inconnues des pressions systoliques des patients des fichiers 1 et 2.