Ex 1

1) $2y' + 3y = 0$

$ay' + by = 0$ avec $a = 2$ et $b = 3$

Solutions : $y_0(x) = Ke^{-\frac{b}{a}x} = Ke^{-3/2\,x}$

2) $y' + 2y = 0 \Rightarrow y_a(x) = Ke^{-\frac{2}{1}x} = Ke^{-2x}$

Ex 2

1) $4y' + 5y = 0 \Rightarrow y_a(x) = Ke^{-\frac{5}{4}x}$

2) $2y' - 3y = 0 \Rightarrow y_a(x) = Ke^{-\frac{-3}{2}x} = Ke^{\frac{3}{2}x}$

Ex 3

$y' + 2y = 6 \qquad f(x) = 3$

Si $f(x)$ <u>est solution</u> alors : $f' + 2f = 6$

$f(x) = 3 \Rightarrow f'(x) = 0$

Donc $f' + 2f = 0 + 2 \times 3 = 6 \Rightarrow$ <u>Vrai</u>

Ex 4

$y' - y = x \qquad f(x) = -x - 1$

Je dois vérifier que : $f' - f = x$

$f(x) = -x - 1 \Rightarrow f'(x) = -1$

$f' - f = -1 - (-x - 1) = -1 + x + 1 = x \Rightarrow$ Vrai

Ex 5

$2y' + y = e^x \qquad f(x) = \frac{1}{3} e^x$

Je dois vérifier que $2f' + f = e^x$

$f(x) = \frac{1}{3} e^x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3} e^x$

$2f' + f = \frac{2}{3} e^x + \frac{1}{3} e^x = e^x \Rightarrow$ Vrai

Ex 6

$y' + 3y = 5$

1. $f(x) = a$ solution de l'eq diff.

Donc $f' + 3f = 5$

$f(x) = a \Rightarrow f'(x) = 0$

$\Rightarrow 0 + 3a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{3}$

2. $y' + 3y = 5$

$f(x) = \frac{5}{3}$ est une solution

$y(x) = y_0(x) + f(x)$

$y_0(x)$ est solution de $y' + 3y = 0$

$\Rightarrow \quad y_0(x) = K e^{-\frac{3}{1}x} = K e^{-3x}$

Donc $y(x) = K e^{-3x} + \frac{5}{3}$

Ex 7

$y' - 2y = 0 \qquad f(0) = 2$

$y_0(x) = K e^{-\frac{-2}{1}x} = K e^{2x}$

Déterminer la fonction $f(x)$ solution de l'éq. diff. t.q. $f(0) = 2$.

$f(x)$ est solution $\Rightarrow f = y_0$

$f(x) = K e^{2x} \Rightarrow f(0) = K e^{2\times 0} = K e^{0} = K$

$f(0) = 2 \Rightarrow K = 2$

Donc $f(x) = 2 e^{2x}$

Ex 8

$y' + y = 0 \qquad f(-1) = 3$

$y_0(x) = K e^{-x} \Rightarrow f(x) = K e^{-x}$

$\Rightarrow f(-1) = K e^{-(-1)} = K e$

$f(-1) = 3 \Rightarrow K e = 3 \Rightarrow K = \frac{3}{e}$

Donc $f(x) = \frac{3}{e} e^{-x} = 3 e^{-x-1}$

Ex 9

$5y' - y = x$

1. La fonction $x \to -x-5$ est une solution.

Je dois vérifier que : $5(-x-5)' - (-x-5) = x$

$(-x-5)' = -1 \Rightarrow 5 \times (-1) + x + 5 =$

$= -5 + x + 5 = x$ Vrai

2. $g(x) = y_0(x) + (-x-5) = K e^{\frac{1}{5}x} - x - 5$

$g(0) = 1 \; ; \; g(0) = K e^{0} - 0 - 5 = K - 5$

$\Rightarrow K - 5 = 1 \Rightarrow K = 6$

Donc $g(x) = 6 e^{\frac{1}{5}x} - x - 5$