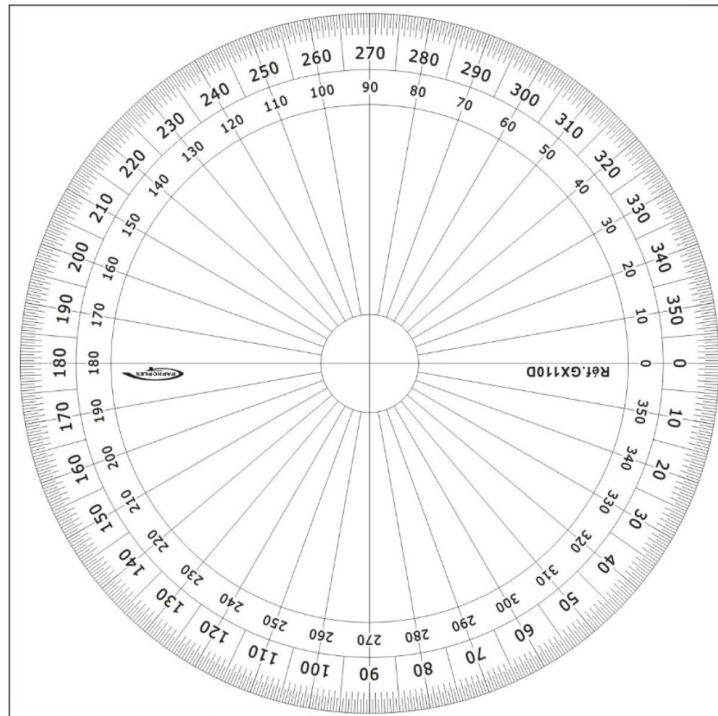


Introduction à la trigonométrie

Mesure des angles : unités et conversions

Le degré

Par définition, un **degré** (symbole $^{\circ}$) correspond au 1/360ème d'un angle plein.



Les sous-unités du degré sont :

- La **minute** (symbole $'$) : $1^{\circ} = 60'$
- La **seconde** (symbole $''$) : $1' = 60''$, $1^{\circ} = 3600''$

La notation d'un angle sous forme décimale peut être utilisée : $90^{\circ} \div 4 = 22,5^{\circ}$.

On peut convertir la notation décimale en celle en degré/minute/seconde et vice versa en faisant un produit en croix :

$$22,5^{\circ} = 22^{\circ} + 0,5^{\circ}$$

degré	minute
1	60
0,5	?

$$0,5^{\circ} = \left(\frac{0,5 \times 60}{1} \right)' = 30' \text{ . Donc } 22,5^{\circ} = 22^{\circ} 30' \text{ .}$$

Exemple 1 : Convertir en notation degré/minute/seconde l'angle $25,32^\circ$.

$$25,32^\circ = 25^\circ + 0,32^\circ$$

degré	minute
1	60
0,32	?

$$0,32^\circ = \left(\frac{0,32 \times 60}{1} \right)' = 19,2' \text{ . Donc } 25,32^\circ = 25^\circ 19,2' \text{ .}$$

Pour obtenir les secondes, on a besoin d'un autre produit en croix :

$$19,2' = 19' + 0,2'$$

minute	seconde
1	60
0,2	?

$$0,2' = \left(\frac{0,2 \times 60}{1} \right)'' = 12'' \text{ . Donc } 25,32^\circ = 25^\circ 19' 12'' \text{ .}$$

Exemple 2 : Convertir en notation décimale l'angle $83^\circ 15' 36''$.

degré	minute
1	60
?	15

$$15' = \left(\frac{15 \times 1}{60} \right)^\circ = 0,25^\circ \text{ .}$$

degré	seconde
1	3600
?	36

$$36'' = \left(\frac{36 \times 1}{3600} \right)^\circ = 0,01^\circ \text{ . Donc } 83^\circ 15' 36'' = (83 + 0,25 + 0,01)^\circ = 83,26^\circ \text{ .}$$

Exemple 3 : Calculer la différence $180^\circ - 83^\circ 22' 30''$.

On écrit : $180^\circ = 179^\circ + 1^\circ = 179^\circ 60' = 179^\circ 59' 60''$.

Donc $180^\circ - 83^\circ 22' 30'' = 179^\circ 59' 60'' - 83^\circ 22' 30'' = 96^\circ 37' 30''$.

Exercices

Ex 1 : Convertir en notation degré/minute/seconde les angles

$$34,53^\circ \quad 22,7^\circ \quad 12,41^\circ \quad 96,33^\circ \quad 108,56^\circ .$$

Ex 2 : Convertir en notation décimale les angles

$$27^\circ 17' 24'' \quad 50^\circ 42' \quad 30^\circ 15' \quad 27^\circ 10' 30'' \quad 100^\circ 24' 45'' .$$

Ex 3 : Calculer la différence $113^\circ 15' 21'' - 66^\circ 44' 39''$.

Ex 4 : Du point O appartenant au segment AB sortent, dans le même demi-plan, les demi-droites OC et OD de manière à former les angles \widehat{BOC} , \widehat{COD} , \widehat{DOA} égaux entre eux et la demi-droite OE perpendiculaire à AB .

Quelle est la mesure de l'angle \widehat{DOA} ? Démontrer que OE est bissectrice de l'angle \widehat{COD} .

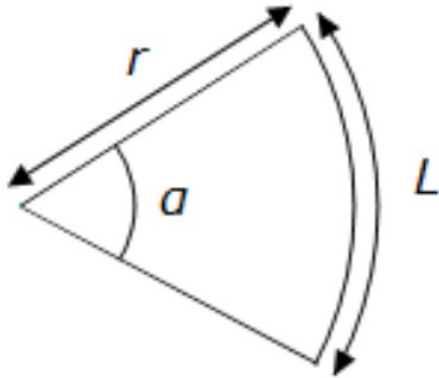
Ex 5 : On considère un angle obtus \widehat{XOY} . Construire la demi-droites OX' à l'intérieur de l'angle \widehat{XOY} perpendiculaire à OX . Construire ensuite la demi-droites OY' , à l'intérieur de l'angle \widehat{XOY} perpendiculaire à OY .

Montrer que les angles $\widehat{XOY'}$ et $\widehat{X'OY}$ sont égaux, et que $\widehat{XOY} + \widehat{X'OY} = 180^\circ$.

Le radian

Le radian (symbole rad) se définit par rapport au nombre π (pi). Un tour complet vaut 2π .

La relation entre la longueur L d'un arc de cercle de rayon r et l'angle associé α exprimé en radians est :



$$\alpha = \frac{L}{r}$$

- **Angle plein :** $\alpha = 2\pi$ rad. ($L = 2\pi r$)
- **Angle plat :** $\alpha = \pi$ rad. ($L = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$)
- **Angle droit :** $\alpha = \frac{\pi}{2}$ rad. ($L = \frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi r}{2}$)
- **Angle nul :** $\alpha = 0$ rad. ($L = 0$)

Exemple 1 : Convertir 15° en radians.

degré	radian
360	2π
15	?

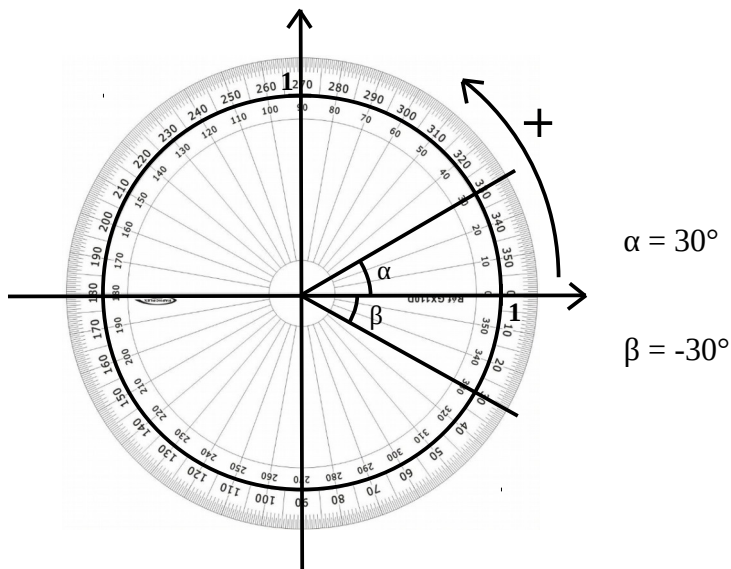
$$\text{Donc : } 15^\circ = \frac{15 \times 2\pi}{360} = \frac{15}{180} \pi = \frac{1}{12} \pi = \frac{\pi}{12} \text{ rad.}$$

Exemple 2 : Convertir $\frac{3}{5}\pi$ en degrés.

degré	radian
360	2π
?	$\frac{3}{5}\pi$

$$\text{Donc : } \frac{3}{5}\pi = \frac{3}{5}\pi \times \frac{360}{2\pi} = 108^\circ.$$

« Le **cercle trigonométrique** est le cercle de **centre O** et de **rayon 1** sur lequel on choisit un sens d'orientation ou sens direct ou sens positif, c'est-à-dire le sens contraire des aiguilles d'une montre »



Exercices

Ex 1 : Convertir les angles suivants en radians

20° 120° 72° 150° 270° 305° 300° .

Ex 2 : Convertir les angles suivants en degrés

$\frac{7}{12}\pi$ $\frac{6}{5}\pi$ $\frac{3}{4}\pi$ $\frac{3}{2}\pi$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{5}{6}\pi$ $\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{8}{5}\pi$.

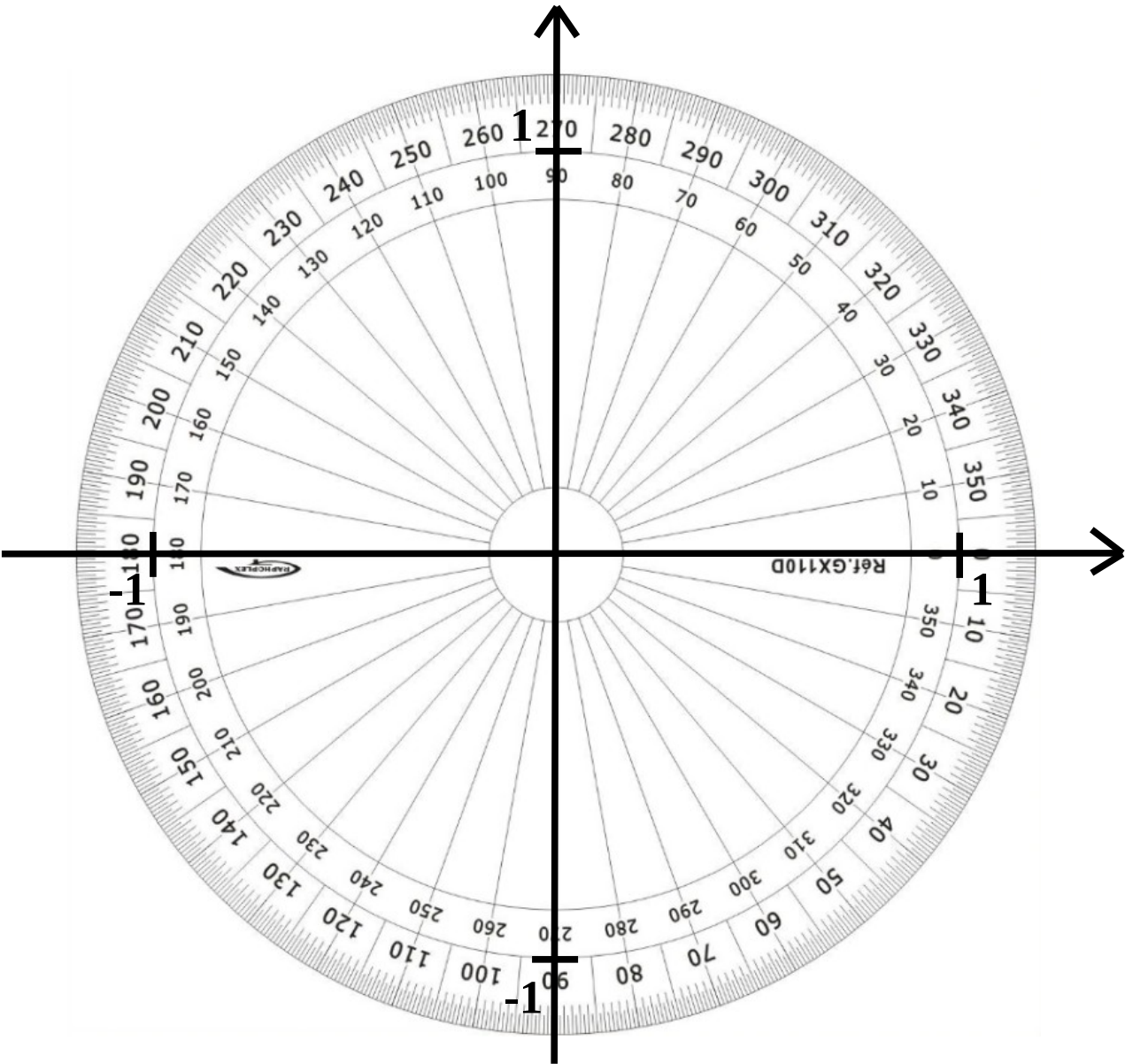
Ex 3 : Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Angle en degré	180°		72°		120°	
Angle en radian	π	$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3}{4}\pi$		$\frac{\pi}{6}$

Ex 4 : Sur le cercle trigonométrique ci-contre placer les valeurs suivantes, correspondants aux mesures des angles en radians, représentant :

$$0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2}{3}\pi, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{6}\pi, \pi$$

$$\frac{7}{6}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{3}\pi, \frac{7}{4}\pi, \frac{11}{6}\pi, 2\pi.$$



θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos \theta$					
$\sin \theta$					
$\tan \theta$					