

## Exercices :

**18 C** Dans cet exercice, les calculs seront effectués à  $10^{-3}$  près.

L'étude du coût de maintenance annuel d'une installation de chauffage dans un immeuble de bureaux, en fonction de l'âge de l'installation, a donné les résultats suivants.

Âge $x_i$ (en années)	1	2	3	4	5	6
Coût $y_i$ (en k€)	7,55	9,24	10,74	12,84	15,66	18,45

1. Représenter le nuage de points  $M_i(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm en abscisse, 1 cm en ordonnée).

Peut-on envisager un ajustement affine de ce nuage ?

2. a) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique double  $(x_i; y_i)$ .

Le résultat obtenu confirme-t-il l'observation faite à la question 1. ?

b) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression  $D$  de  $y$  en  $x$ .

Tracer  $D$  dans le même repère que celui de la question 1.

c) En admettant que l'évolution du coût constaté pendant six ans se poursuive les années suivantes, donner une estimation du coût de maintenance de l'installation lorsqu'elle aura huit ans.

**19** Le nombre d'internautes en France est donné (en millions) dans le tableau suivant :

Année	2001	2003	2005	2007	2009	2011
$x$ : rang de l'année	1	3	5	7	9	11
$y$ : nombre d'internautes (en millions)	12,86	20,67	25,07	29,55	33,64	39,36

1. Donner le coefficient de corrélation linéaire entre les séries  $x$  et  $y$ . Arrondir le résultat au centième.

2. On envisage un ajustement affine. Donner une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés. Arrondir les coefficients au centième.

3. En utilisant l'équation précédente, estimer le nombre d'internautes en 2015, en arrondissant le résultat au demi-million.

**20** En 2013, une caisse de retraite propose à ses adhérents un barème de rachat d'un trimestre de cotisation des années antérieures selon le tableau suivant.

Âge de l'adhérent (en années)	56	57	58	59	60
Rang $x_i$	0	1	2	3	4
Montant $y_i$ du rachat d'un trimestre de cotisation (en euros)	3 906	3 994	4 081	4 167	4 251

1. Donner une équation de la droite de régression  $D$  de  $y$  en  $x$ , obtenue par la méthode des moindres carrés.

2. Quel serait avec cet ajustement affine le montant du rachat d'un trimestre pour un salarié âgé de 62 ans ?

**21 C** Une machine fabrique en grande série des billes d'acier.

La moyenne des diamètres des billes produites en une semaine varie au cours du temps. La fabrication est jugée valable tant que cette moyenne reste dans l'intervalle  $[3,25; 3,32]$ .

La semaine numérotée 0 correspond à celle du réglage initial. Des contrôles hebdomadaires effectués lors des quatre premières semaines de fonctionnement ont donné les résultats suivants.

Semaine $s$	0	1	2	3	4
Moyenne $m$	3,32	3,32	3,31	3,29	3,27

1. a) Calculer le coefficient de corrélation de la série statistique.

b) Déterminer une équation de la droite d'ajustement de  $s$  en  $m$  par la méthode des moindres carrés.

2. En déduire un pronostic pour la valeur maximale du temps séparant deux réglages successifs.

**22** Afin de mesurer l'évolution de l'utilisation du vélo, une communauté urbaine organise le comptage régulier des vélos en plusieurs points de l'agglomération. Le tableau ci-dessous indique le nombre moyen, sur un mois, de vélos comptés par jour.

Mois	Mars 2005	Juin 2005	Déc. 2005	Juin 2006	Déc. 2006	Juin 2007
Rang $x_i$ du mois	0	3	9	15	21	27
Nombre moyen $y_i$ de vélos comptés par jour (en milliers)	3,9	4,4	5,1	6,4	7,1	7,6

1. Représenter le nuage de points  $M_i(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal.

On prendra pour unités graphiques : en abscisse, 1 centimètre pour représenter 3 mois et en ordonnées, 1 centimètre pour représenter 1 millier.

2. Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$  et le placer sur la représentation graphique.

3. Déterminer, en utilisant la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement affine de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients obtenus à  $10^{-2}$  près. Tracer la droite d'ajustement sur la représentation graphique.

4. À l'aide de l'ajustement réalisé, déterminer une estimation du nombre moyen de vélos que l'on devait prévoir par jour au mois de décembre 2007 (on arrondira le résultat à  $10^{-1}$ ).

5. On sait qu'en décembre 2007, le nombre moyen de vélos observés a été en fait de 7600. Déterminer, en pourcentage, l'erreur commise dans l'estimation précédente.

**23 C** Sur un parcours donné, la consommation  $y$  d'une voiture est donnée en fonction de sa vitesse moyenne  $x$  par le tableau suivant :

$x$ (en km/h)	80	90	100	110	120
$y$ (en L/100 km)	4	4,8	6,3	8	10

1. La consommation est-elle proportionnelle à la vitesse moyenne ? Justifier la réponse.

2. a) Représenter le nuage de points correspondant à la série statistique  $(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal du plan (on prendra 2 cm pour 10 km/h sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 L sur l'axe des ordonnées).

b) Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$  du nuage et le placer sur le graphique.

c) À l'aide d'une calculatrice, donner une équation, sous la forme  $y = ax + b$ , de la droite d'ajustement affine de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés et tracer cette droite (on arrondira  $a$  au millième et  $b$  au centième).

d) En utilisant cet ajustement, estimer la consommation aux 100 km (arrondie au dixième) de la voiture pour une vitesse de 130 km/h.

3. La forme du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel.

On pose  $z = \ln(y)$  et on admet que la droite d'ajustement obtenue pour les cinq points  $(x; z)$  du nuage par la méthode des moindres carrés, a pour équation :

$$z = 0,023 \, 4x - 0,508 \, 0.$$

a) Écrire  $y$  sous la forme  $y = Ae^{Bx}$  (donner  $A$  et  $B$  arrondis à  $10^{-4}$ ).

b) Tracer, sur le même graphique, la courbe d'équation  $y = Ae^{Bx}$  pour  $x$  élément de l'intervalle  $[80; 120]$ .

c) En utilisant cet ajustement, estimer la consommation aux 100 km (arrondie au dixième) de la voiture, pour une vitesse de 130 km/h.

4. Des deux valeurs obtenues dans les questions 2. d) et 3. c), pour la consommation à une vitesse de 130 km/h, laquelle vous semble la plus proche de la consommation réelle ? Expliquer votre choix.

**24** On a relevé mois après mois, le coût d'amortissement d'une pompe hydraulique.

Mois $x$	1	2	3	4	5	6
Coût $C$ (en €)	400	300	270	220	180	150

1. L'allure du nuage des points de la série  $(x; C)$  conduit à poser  $y = \ln C$ .

a) Dresser le tableau de la série statistique  $(x; y)$  en prenant des valeurs décimales arrondies à  $10^{-3}$  près.

b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série. (On en donnera une valeur décimale arrondie à  $10^{-3}$  près.)

c) Justifier la pertinence d'un ajustement affine.

2. Déterminer une équation de la forme :

$$y = ax + b,$$

où  $a$  et  $b$  désignent des nombres réels, de la droite de régression de  $y$  en  $x$ .

(On prendra pour valeurs de  $a$  et  $b$  leurs valeurs décimales arrondies à  $10^{-3}$  près.)

3. À partir du résultat de la question 2., déterminer l'expression de  $C$ , en fonction de  $x$  sous la forme  $C = \alpha \beta^x$ , où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des réels dont on donnera des valeurs approchées à  $10^{-2}$  près.

4. Utiliser l'expression précédente pour évaluer le coût d'amortissement de la pompe au mois numéro 7, à  $10^{-2}$  (€) près.