3

3^{ème} Révisions - Fonctions linéaires et affines

Exercice 1

Mettre une croix où la réponse est oui.

La fonction est une fonction	linéaire	affine	constante
f(x) = 5x + 2			
$g(x) = 3x^2$			
h(x) = 5x			
i(x) = 7 + 2x - 7			
$j(x) = 3x \times 5$			
k(x) = 6			
l(x) = 6(4x - 2)			
m(x) = 6x + 5 - 6x			
n(x) = 5x(2x - 1)			

Exercice 2

Soit la fonction linéaire f telle que f(x) = -4x.

- a) Quelle est l'image de 3 par f?
- b) Quelle est l'image de -5 par f?
- c) Quelle est l'image de $\frac{7}{12}$ par f?
- d) Calculer f(6,5).
- e) Quel nombre a pour image -16?
- f) Quel nombre a pour image 16?
- g) Quel est l'antécédent de 20 ?
- h) Quel est l'antécédent de -14?

Exercice 3

Soit la fonction affine f telle que f(x) = 5x + 2.

- a) Quelle est l'image de 3 par f?
- b) Quelle est l'image de -6 par f?
- c) Quelle est l'image de $\frac{2}{3}$ par f?
- d) Quel est l'antécédent de 22 ?
- e) Quel est l'antécédent de -28 ?
- f) Quel est l'antécédent de -2?

Exercice 4

Déterminer les fonctions linéaires f, g, h tels que :

- f(5) = -20.
- g(-3) = -15.
- h(3) = 2.

Exercice 5

Déterminer les fonctions linéaires f, g, h tels que :

- f(3) = 1 et f(5) = 9.
- g(3) = 9 et g(-2) = -11.
- h(2) = -5 et h(5) = -14.

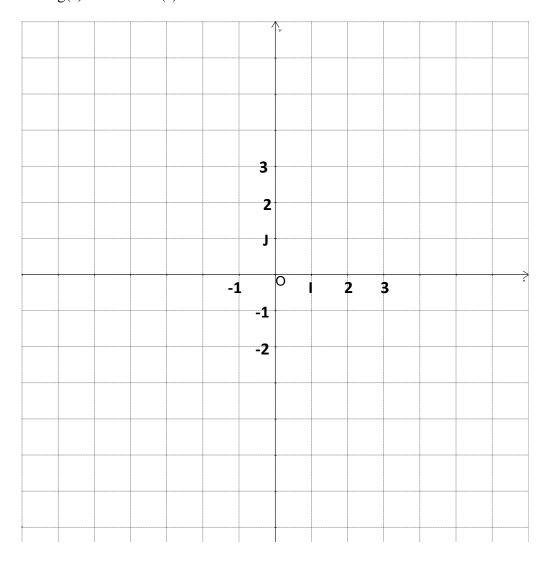
Exercice 6

Représenter graphiquement les fonctions linéaires suivantes : f(x) = 3x g(x) = -2x h(x) = 6x

$$f(x) = 3x$$

$$g(x) = -2x$$

$$h(x) = 6x$$



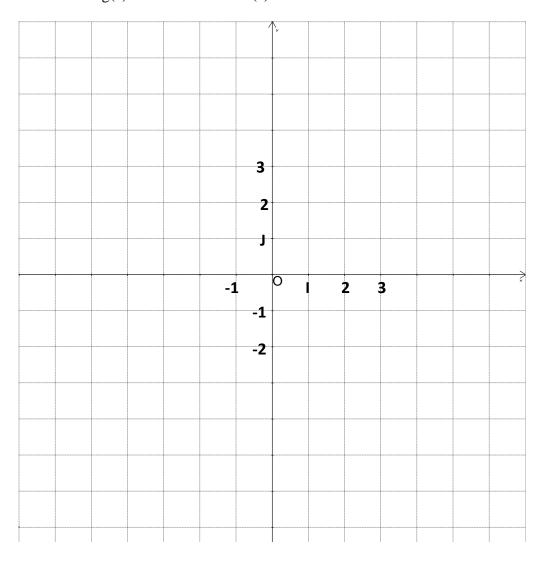
Exercice 7

Représenter graphiquement les fonctions affines suivantes : f(x) = 2x + 3 g(x) = -2x + 1 h(x) = 6x - 2

$$f(x) = 2x + 3$$

$$g(x) = -2x +$$

$$h(x) = 6x - 2$$



Dans un magasin, une cartouche d'encre pour imprimante coûte 15 €.

Sur un site Internet, cette même cartouche coûte $10 \in$, avec des frais de livraison fixes de $40 \in$ quel que soit le nombre de cartouches achetées.

1/ Compléter le tableau suivant :

Nombre de cartouches achetées	2	5	11	14
Prix à payer en magasin en euros		75		
Prix à payer par Internet en euros		90		

- 2/ Le nombre de cartouches achetées est noté x.
- a. On note P_A le prix à payer pour l'achat de x cartouches en magasin. Exprimer P_A en fonction de x.
- b. On note P_B le prix à payer, en comptant la livraison, pour l'achat de x cartouches par Internet. Exprimer P_B en fonction de x.
- 3/ Dans un repère orthogonal (on choisira les unités de longueur soi-même !) tracer les droites (d) et (d') définies par :
- (d) représente la fonction f(x) = 15x;
- (d') représente la fonction g(x) = 10x + 40.
- 4/ En utilisant le graphique précédent :
- a. Déterminer le prix le plus avantageux pour l'achat de 6 cartouches. Vous laisserez apparents les traits de constructions.
- b. Sonia dispose de 80 € pour acheter des cartouches. Est-il plus avantageux pour elle d'acheter des cartouches en magasin ou sur internet ? Vous laisserez apparents les traits de constructions.
- 5/ A partir de quel nombre de cartouches le prix sur Internet est-il inférieur ou égal à celui du magasin ? Expliquer votre réponse.

Exercice 9

Une location

Trois entreprises de location de matériel industriel louent des compresseurs aux tarifs suivants :

Tarif A: 45 € par jour.

Tarif B : 30 € par jour avec versement d'une caution non remboursable de 150 € le premier jour de location.

Tarif C: 750 € quelle que soit la durée de la location n'excédant pas 30 jours.

a) Compléter le tableau suivant :

Nombre de jours de location	8	15	30
Montant de la location avec le tarif A			
Montant de la location avec le tarif B			
Montant de la location avec le tarif C			

Entourer le tarif le plus avantageux pour une durée de 8 jours, de 15 jours, de 30 jours.

b) Soit *x* le nombre de jours de location.

Montrer que f, g, h dépenses respectives avec les tarifs A, B, C sont des fonctions affines que l'on précisera.

- c) Représenter ces 3 fonctions affines dans un même repère orthonormal.
 - On prendra 1 cm pour 2 jours en abscisses et 1 cm pour 75 € en ordonnées.
- d) Donner par simple lecture graphique la durée pour laquelle les tarifs A et B sont les mêmes. Retrouver ce résultat par un calcul.
- e) Lire sur le graphique à partir de quelle durée le tarif C est le plus intéressant.

3^{ème} Révisions - Fonctions linéaires et affines Correction

Exercice 1

Mettre une croix où la réponse est oui.

La fonction est une fonction	linéaire	affine	constante
f(x) = 5x + 2		X	
$g(x) = 3x^2$			
h(x) = 5x	X	X	
i(x) = 7 + 2x - 7 $i(x) = 2x$	X	X	
$j(x) = 3x \times 5$ $j(x) = 15x$	X	X	
k(x) = 6		X	X
l(x) = 6(4x - 2) $l(x) = 24x - 12$		X	
m(x) = 6x + 5 - 6x $m(x) = 5$		X	X
n(x) = 5x(2x - 1) $n(x) = 10x^2 - 5x$			

Exercice 2

Soit la fonction linéaire f telle que f(x) = -4x.

- a) Quelle est l'image de 3 par f? $f(3) = -4 \times 3 = -12$. L'image de 3 par f est -12.
- b) Quelle est l'image de -5 par f? $f(-5) = -4 \times (-5) = 20$. L'image de -5 par f est 20.
- c) Quelle est l'image de $\frac{7}{12}$ par f? $f(\frac{7}{12}) = -4 \times \frac{7}{12} = -\frac{28}{12} = -\frac{7}{3}$. L'image de $\frac{7}{12}$ par f est $-\frac{7}{3}$.
- d) Calculer f(6,5). $f(6,5) = -4 \times 6,5 = -26$
- e) Quel nombre a pour image -16? $\frac{-16}{-4}$ = 4. C'est 4 qui a pour image -16 par f.
- f) Quel nombre a pour image 16 ? $\frac{16}{-4}$ = -4. C'est -4 qui a pour image 16 par f.
- g) Quel est l'antécédent de 20 ? $\frac{20}{-4} = -5$ L'antécédent de 20 est -5.
- h) Quel est l'antécédent de -14? $\frac{-14}{-4} = 3,5. \text{ L'antécédent de -14 est 3,5.}$

Soit la fonction affine f telle que f(x) = 5x + 2.

a) Quelle est l'image de 3 par f? $f(3) = 5 \times 3 + 2 = 15 + 2 = 17$

b) Quelle est l'image de -6 par f ? $f(-6) = 5 \times (-6) + 2 = -30 + 2 = -28$

c) Quelle est l'image de $\frac{2}{3}$ par f?

$$f(\frac{2}{3}) = 5 \times \frac{2}{3} + 2 = \frac{10}{3} + 2 = \frac{10}{3} + \frac{6}{3} = \frac{16}{3}$$

d) Quel est l'antécédent de 22 ? On cherche x tel que f(x) = 22 c'est-à-dire 5x + 2 = 22 (c'est une équation).

equation).

$$5x + 2 = 22$$

 $5x + 2 - 2 = 22 - 2$
 $5x = 20$
 $\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$
 $x = 4$

L'antécédent de 22 est 4.

e) Quel est l'antécédent de -28 ?

$$5x + 2 = -28$$

 $5x + 2 - 2 = -28 - 2$
 $5x = -30$
 $\frac{5x}{5} = \frac{-30}{5}$
 $x = -6$
L'antécédent de -28 est -6.

f) Quel est l'antécédent de -2?

$$5x + 2 = -2$$

$$5x + 2 - 2 = -2 - 2$$

$$5x = -4$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{-4}{5}$$

$$x = \frac{-4}{5}$$
L'antécédent de -2 est $\frac{-4}{5}$.

Exercice 4

Déterminer les fonctions linéaires f, g, h tels que :

- f(5) = -20.
- g(-3) = -15.
- h(3) = 2.

Les fonctions f, g, h sont des fonctions linéaires, elles sont donc de la forme ax, on va donc chercher la valeur du coefficient a pour chacune d'entre elles.

Exercice 5

Déterminer les fonctions linéaires f, g, h tels que :

- f(3) = 1 et f(5) = 9.
- g(3) = 9 et g(-2) = -11.
- h(2) = -5 et h(5) = -14.

Déterminer la fonction affine f telle que

$$f(3) = 1$$
 et $f(5) = 9$

f est une fonction affine, f(x) s'écrit sous la forme ax+bLe but de l'exercice est de déterminer les valeurs de a et b.

1. On utilise les deux données de l'énoncé

$$f(x) = ax + b$$

$$f(3) = 3a + b = 1$$

$$f(5) = 5a + b = 9$$

2. On résout alors le système de deux équations à deux inconnues (a et b) :

$$\begin{cases} 3a + b = 1 \\ 5a + b = 9 \end{cases}$$

On soustrait les 2 équations pour éliminer b

$$\begin{cases} 3a + b = 1 \\ 5a + b = 9 \end{cases}$$
$$\frac{-2a = -8}{-2} = \frac{-8}{-2}$$
$$a = 4$$

On « injecte » la valeur de a dans une des 2 équations pour

obtenir b
$$3a + b = 1$$
 $3 \times 4 + b = 1$
 $12 + b = 1$
 $12 + b - 12 = 1 - 12$
 $b = -11$

3. Conclusion

$$f(x) = 4x - 11$$

Déterminer la fonction affine g telle que : g(3) = 0 et g(2) = 11

$$g(3) = 9$$
 et $g(-2) = -11$.

g est une **fonction affine**, g(x) donc g(x) = ax + bLe but de l'exercice est de déterminer les valeurs de **a** et **b**.

$$g(x) = ax + b$$

$$g(3) = 3a + b = 9$$

 $g(-2) = -2a + b = -11$

$$\begin{cases} 3a + b = 9 \\ -2a + b = -11 \end{cases}$$
$$5a = 20$$
$$\frac{5a}{5} = \frac{20}{5}$$
$$a = 4$$

$$3a + b = 9$$

 $3 \times 4 + b = 9$
 $12 + b = 9$
 $12 + b - 12 = 9 - 12$
 $b = -3$

$$donc g(x) = 4x - 3$$

Déterminer la fonction affine h telle que :

$$h(2) = -5$$
 et $h(5) = -14$.

h est une **fonction affine**, g(x) donc h(x) = ax + bLe but de l'exercice est de déterminer les valeurs de **a** et **b**.

$$h(x) = ax + b$$

$$h(2) = 2a + b = -5$$

 $h(5) = 5a + b = -14$

$$\begin{cases}
2a + b = -5 \\
5a + b = -14 \\
-3a = 9
\end{cases}$$

$$\frac{-3a}{-3} = \frac{9}{-3}$$

$$2a + b = -5$$

 $2 \times (-3) + b = -5$
 $-6 + b = -5$
 $-6 + b + 6 = -5 + 6$
 $b = 1$

$$h(x) = -3x + 1$$

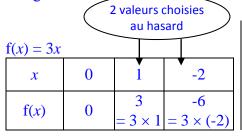
Représenter graphiquement les fonctions linéaires suivantes : f(x) = 3x g(x) = -2x h(x) = 6x

$$f(x) = 3x$$

$$g(x) = -2x$$

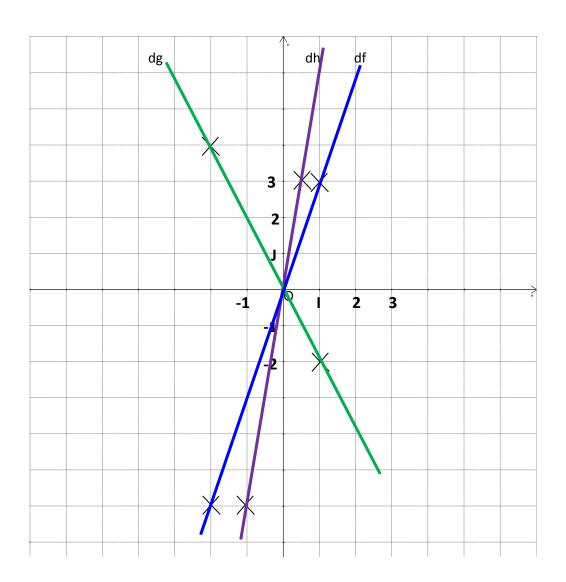
$$h(x) = 6x$$

f, g et h sont des fonctions linéaires donc la courbe représentative de ces fonctions est une droite qui passe par l'origine.



g(x) = -2x	ç .		
x	0	1	-2
g(x)	0	-2	4

h(x) = 6x			
x	0	-1	0,5
h(x)	0	-6	3



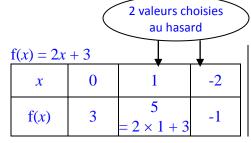
Représenter graphiquement les fonctions affines suivantes :

$$f(x) = 2x + 3$$

$$g(x) = -2x + 1$$

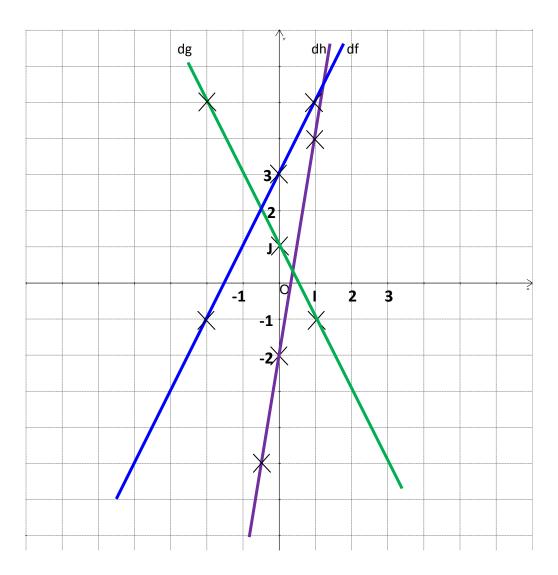
$$h(x) = 6x - 2$$

f, g et h sont des fonctions affines donc la courbe représentative de ces fonctions est une droite.



g(x) = -2x + 1					
х	0	1	-2		
g(x)	1	-1	5		

h(x) = 6x	-2		
х	0	1	-0,5
h(x)	-2	4	-5



Dans un magasin, une cartouche d'encre pour imprimante coûte 15 €.

Sur un site Internet, cette même cartouche coûte $10 \in$, avec des frais de livraison fixes de $40 \in$ quel que soit le nombre de cartouches achetées.

1/ Compléter le tableau suivant :

Nombre de cartouches achetées	2	5	11	14
Prix à payer en magasin en euros	30	75	165	210
Prix à payer par Internet en euros	60	90	150	180

- 2/ Le nombre de cartouches achetées est noté x.
- a. On note P_A le prix à payer pour l'achat de x cartouches en magasin.

$$P_A(x) = 15x$$

b. On note P_B le prix à payer, en comptant la livraison, pour l'achat de x cartouches par Internet.

$$P_B(x) = 10x + 40$$

- 3/ Dans un repère orthogonal (on choisira les unités de longueur soi-même !) tracer les droites (d) et (d') définies par :
- (d) représente la fonction f(x) = 15x;
- (d') représente la fonction g(x) = 10x + 40.
- 4/ En utilisant le graphique précédent :
- a. Déterminer le prix le plus avantageux pour l'achat de 6 cartouches. Vous laisserez apparents les traits de constructions.

Pour 6 cartouches, il est plus avantageux d'acheter les cartouches en magasin.

b. Sonia dispose de 80 € pour acheter des cartouches. Est-il plus avantageux pour elle d'acheter des cartouches en magasin ou sur internet ? Vous laisserez apparents les traits de constructions.

Pour 80 euros, il est plus avantageux d'acheter les cartouches en magasin.

5/ A partir de quel nombre de cartouches le prix sur Internet est-il inférieur ou égal à celui du magasin ? Expliquer votre réponse.

$$15x = 10x + 40$$

$$15x - 10x = 10x + 40 - 10x$$

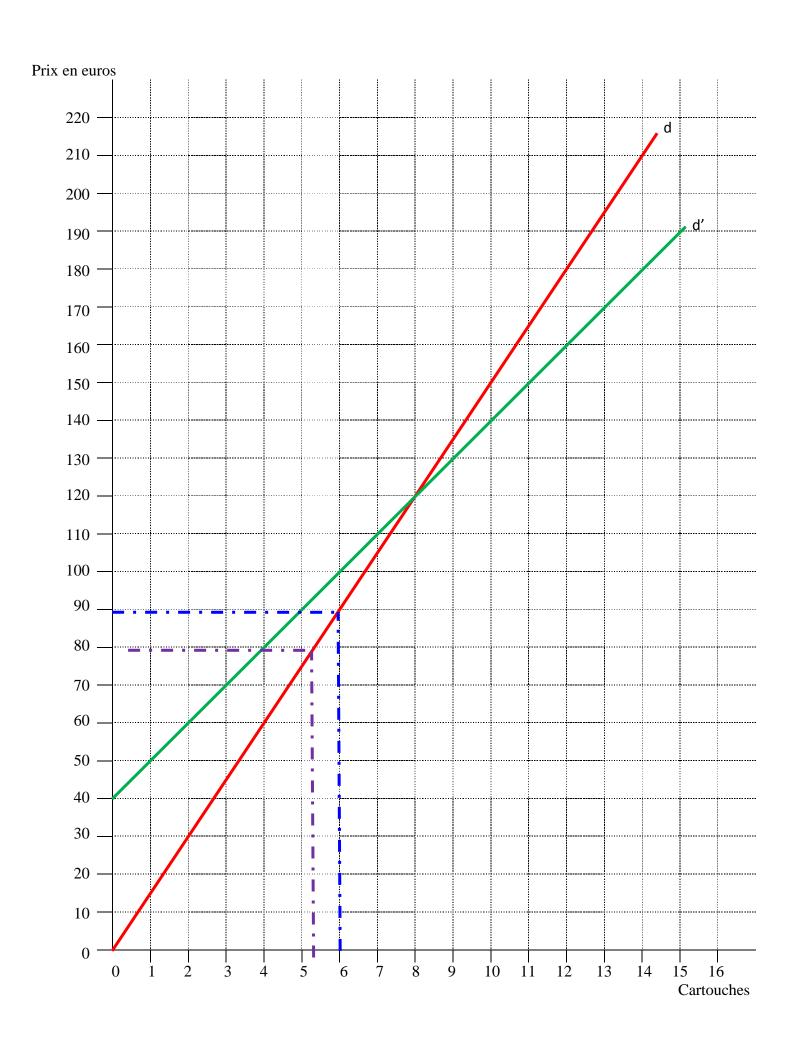
$$5x = 40$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{40}{5}$$

$$x = 8$$

Pour 8 cartouches, les deux prix sont identiques.

Pour plus de 8 cartouches, le prix sur internet est inférieur ou égal au prix en magasin.



Une location

Trois entreprises de location de matériel industriel louent des compresseurs aux tarifs suivants :

Tarif A: 45 € par jour.

Tarif B : 30 € par jour avec versement d'une caution non remboursable de 150 € le premier jour de location.

Tarif C: 750 € quelle que soit la durée de la location n'excédant pas 30 jours.

a) Compléter le tableau suivant :

Nombre de jours de location	8	15	30
Montant de la location avec le tarif A	360	675	1350
Montant de la location avec le tarif B	390	600	1050
Montant de la location avec le tarif C	750	750	750

Entourer le tarif le plus avantageux pour une durée de 8 jours, de 15 jours, de 30 jours.

b) Soit *x* le nombre de jours de location.

```
f(x) = 45x f est linéaire et affine

g(x) = 30x + 150 g est affine

h(x) = 750 h est constante et affine.
```

- c) Représenter ces 3 fonctions affines dans un même repère orthonormal. On prendra 1 cm pour 2 jours en abscisses et 1 cm pour 75 € en ordonnées.
- d) Donner par simple lecture graphique la durée pour laquelle les tarifs A et B sont les mêmes. Il semble que les tarifs A et B soient les mêmes pour 10 jours.

Retrouver ce résultat par un calcul.

$$45x = 30x + 150$$

$$45x - 30x = 30x + 150 - 30x$$

$$15x = 150$$

$$\frac{15x}{15} = \frac{150}{15}$$

$$x = 10$$

Les tarifs A et B sont les mêmes pour 10 jours.

e) Lire sur le graphique à partir de quelle durée le tarif C est le plus intéressant. A partir de 20 jours, le tarif C est le plus avantageux.

