

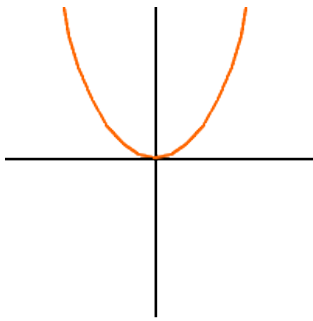
Inéquation du deuxième degré

Ce sont des **inéquations** de la forme $ax^2+bx+c \leq 0$, $ax^2+bx+c < 0$, $ax^2+bx+c > 0$ ou $ax^2+bx+c \geq 0$,

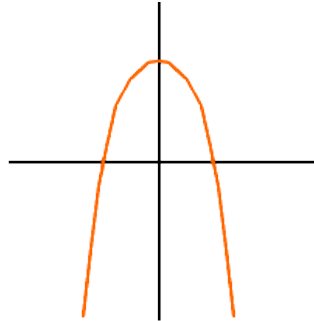
Allure de la courbe de $f(x)=ax^2+bx+c$

Une fonction $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$ se représente par une courbe appelée **parabole**.

Si le nombre a devant x^2 est positif, le sommet est en bas et les branches sont tournées vers le haut. Sinon, c'est le contraire.

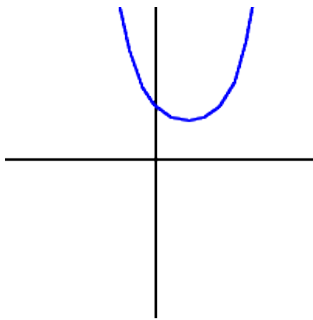


Allure de $f: x \mapsto 1x^2$

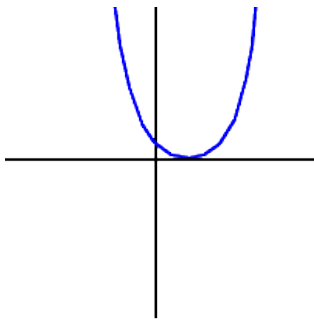


Allure de $f: x \mapsto -2x^2 + 3$

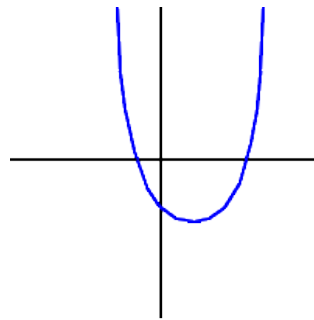
La parabole touche l'axe des abscisses autant de fois que l'équation $ax^2+bx+c=0$ possède de solutions.



Si $a > 0$ et $\Delta < 0$



Si $a > 0$ et $\Delta = 0$



Si $a > 0$ et $\Delta > 0$

Méthode

Pour résoudre une **inéquation du second degré** :

- 1. On résout l'équation $ax^2+bx+c=0$.
- 2. On trace au brouillon l'allure de la courbe.
- 3. On lit les solutions graphiquement.

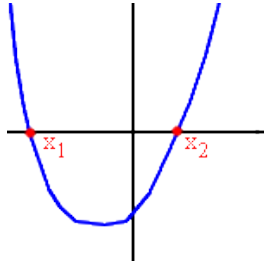
Exemple

Inéquation $x^2+x-1 \geq 0$.

- 1. On résout l'équation $x^2+x-1=0$.

On obtient deux solutions : $x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \simeq -1,62$ et $x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \simeq 0,62$.

- 2. a et Δ sont positifs. Allure de la courbe :



- 3. On prend les valeurs de x pour lesquelles la courbe est au-dessus de l'axe des abscisses.

$$S = \left] -\infty, \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \right] \cup \left[\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, +\infty \right[$$

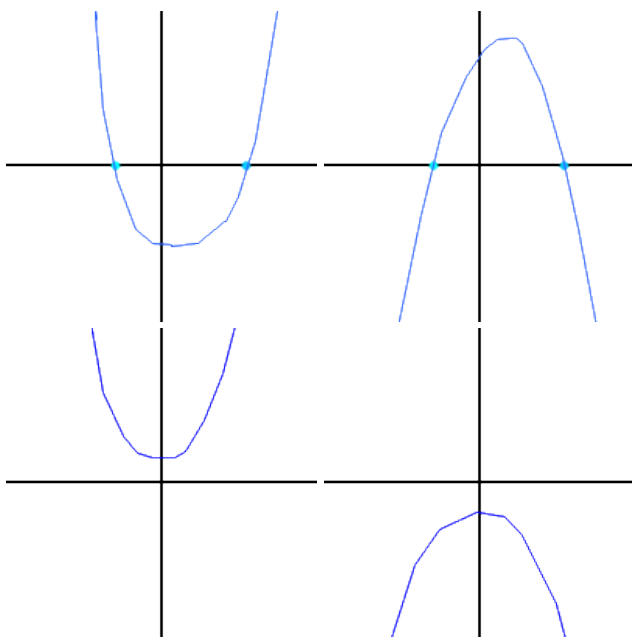
Exercice 1

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x)=x^2+x-1$.

Combien de fois sa courbe touche-t-elle l'axe des abscisses?

Exercice 2

Quelle est l'allure de la courbe représentative de la fonction $f(x)=-2x^2+x-1$?



Exercice 3

Compléter l'algorithme suivant :

Entrer a, b, c

$b^2-4ac \rightarrow d$

si ()

afficher "Les branches de la parabole sont tournées vers le haut et le sommet est en bas."

sinon

afficher "Les branches de la parabole sont tournées vers le bas et le sommet est en haut."

fin si

si () afficher "La parabole coupe deux fois l'axe des abscisses."

si () afficher "La parabole coupe une fois l'axe des abscisses."

si () afficher "La parabole ne coupe jamais l'axe des abscisses."

Exercice 4

Quelles sont les coordonnées du sommet de la parabole de la fonction $f(x)=3x^2-30x-102$?

Exercice 5

Résoudre les l'inéquation suivantes :

$$-2x^2-3x+4 < 0$$

$$-3x^2+2x-1 > 2x^2+x-3$$

$$\frac{-10x^2+5x+1}{x^2+10x+1} \geq 0$$

$$\frac{(x^2-10x+34)(13x^2+26x+65)}{3x^2-30x-102} < 0$$