taille 100. On appelle Z la variable aléatoire qui, à chaque lot de 100 tiges, associe la moyenne des longueurs des 100 tiges du lot. On donnera les résultats à 10^{-3} près.

1. Quelle est la loi suivie par Z ? Donner les paramètres de cette loi.

2. Un client commande des lots de 100 tiges. On lui annonce que la moyenne des longueurs des tiges est 145 mm. Le client constate, en mesurant les longueurs des tiges d'un lot prélevé au hasard, que la moyenne des longueurs des tiges du lot est de 145,1 mm. Peut-il, au risque de 5 %, admettre l'affirmation du fournisseur ?

Pour répondre à cette question, on peut procéder de la façon suivante.

a) Construire un test d'hypothèse bilatéral :

– choisir une hypothèse nulle H_0 et une hypothèse alternative H_1 ;

– déterminer la région critique au risque de 5 % ;

– énoncer la règle de décision.

b) En utilisant le test pour l'échantillon, dire si, au risque de 5 %, la moyenne des longueurs des tiges du lot est compatible avec celle annoncée par le fournisseur.

Test unilatéral relatif à une moyenne

Fiche méthode 41

41 **C** Une entreprise fabrique des supports d'auvents utilisés notamment dans la construction de stades. Ces pièces sont réalisées en béton. Soit la variable aléatoire Y qui, à chaque support tiré au hasard dans la production, associe sa charge de rupture à la traction exprimée en kg/cm². À la suite d'une étude statistique, on suppose que la variable aléatoire Y suit la loi normale de moyenne 42 kg/cm² et d'écart type 1,5 kg/cm². Dans l'objectif d'obtenir des résultats plus satisfaisants, l'entreprise teste la charge de rupture de nouveaux supports. Pour cela, on décide de construire un test unilatéral au seuil 0,05.

On choisit comme hypothèse nulle H_0 : $\mu = 42$ kg/cm² et comme hypothèse alternative $H_1 : \mu > 42$ kg/cm².

$\overline{Z}$ est la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 36 pièces, associe la charge de rupture moyenne. On assimile tout tirage de 36 pièces à un prélèvement, au hasard et avec remise.

Sous l'hypothèse H_0, $\overline{Z}$ suit la loi normale de moyenne $\mu = 42$ kg/cm² et d'écart type :

$$\sigma_1 = \frac{1{,}5}{\sqrt{36}} = 0{,}25.$$

1. Déterminer le réel positif h tel que :

$$P(\overline{Z} \leqslant h) = 0{,}95.$$

2. Au seuil $\alpha = 0{,}05$, déterminer la région critique.

3. Énoncer la règle de décision du test.

4. L'entreprise a réalisé un échantillon de 36 pièces et on a relevé une charge moyenne de rupture de 42,8 kg/cm².

Au vu de cet échantillon, au seuil $\alpha = 0{,}05$ peut-on accepter ou refuser l'hypothèse H_0 ?

42 Pour les valeurs numériques, on donnera et utilisera les approximations décimales arrondies à 10^{-2} près.

Dans un centre de renseignements téléphoniques, une étude statistique a été réalisée sur le temps d'attente, exprimé en secondes, subi par la clientèle avant d'amorcer la conversation avec un employé. Les résultats de cette étude conduisent à supposer que ce temps d'attente est une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne 18 et d'écart type 7,2.

Dans le but de diminuer le temps d'attente, une restructuration des services du centre de renseignements téléphoniques est réalisée. À la suite de cette restructuration, une enquête est effectuée sur un échantillon de 100 clients, dont les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

Temps d'attente (en secondes)	Nombre de clients
[0 ; 5[	10
[5 ; 10[	16
[10 ; 15[	24
[15 ; 20[	24
[20 ; 25[	12
[25 ; 30[	10
[30 ; 35[	4