Ex 1

$$y' - 0,3y = 0 \qquad (E)$$

1. Les solutions de (E) sont :

$$y_0(x) = Ke^{-\frac{(-0,3)}{1}x} = Ke^{0,3x} \quad \text{avec } K \in \mathbb{R}$$

2. $f(x)$ solution de (E)

$$\Rightarrow f(x) = Ke^{0,3x}$$

$$f(0) = 20 \Rightarrow \quad f(0) = Ke^0 = K$$

$$\Rightarrow K = 20$$

Donc $f(x) = 20\, e^{0,3x}$

Ex 2

$$y' - 2y = 2x + 1 \qquad (E)$$

$$y' - 2y = 0 \qquad (H)$$

1. Les solutions de (H) sont :

$$y_0(x) = Ke^{-\frac{(-2)}{1}x} = Ke^{2x} \quad \text{avec } K \in \mathbb{R}$$

2. $f_0(x) = ax + b$ (fonction affine)

$f_0(x)$ est solution de (E) si :

$$f_0' - 2f_0 = 2x + 1$$

$$\Rightarrow \quad a - 2(ax+b) = 2x + 1$$

$$a - 2ax - 2b = 2x + 1$$

$$-2ax + a - 2b = 2x + 1$$

$$\Rightarrow -2ax = 2x \Rightarrow a = -1$$

et $a - 2b = 1 \Rightarrow -1 - 2b = 1$

$-2b = 2 \Rightarrow b = -1$

Donc $f_0(x) = -x - 1$ est bien solution de (E).

3. Les solutions de (E) sont :

$$y_E(x) = Ke^{2x} - x - 1$$

4. $f(x)$ est solution de (E)

$$\Rightarrow f(x) = Ke^{2x} - x - 1$$

$f(0) = 1 \Rightarrow f(0) = K e^0 - 0 - 1 = K - 1$

$\Rightarrow K - 1 = 1 \Rightarrow K = 2$

Donc $f(x) = 2 e^{2x} - x - 1$.