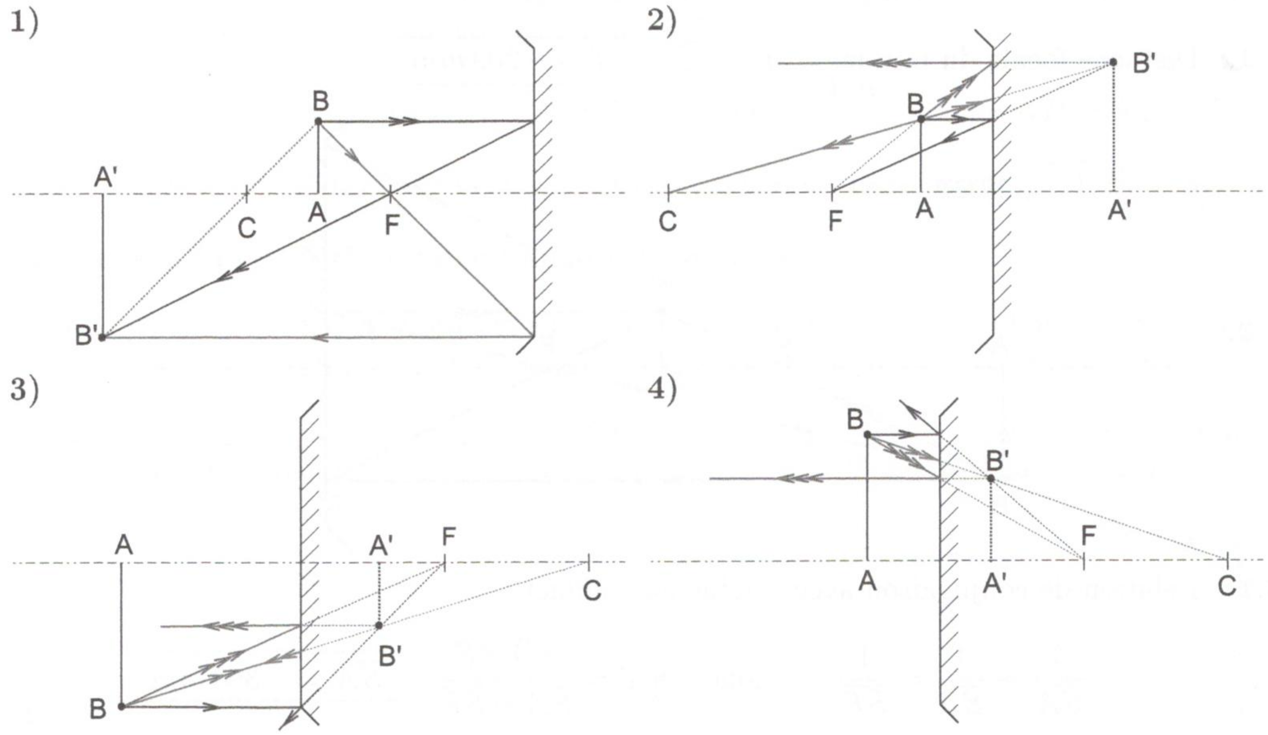
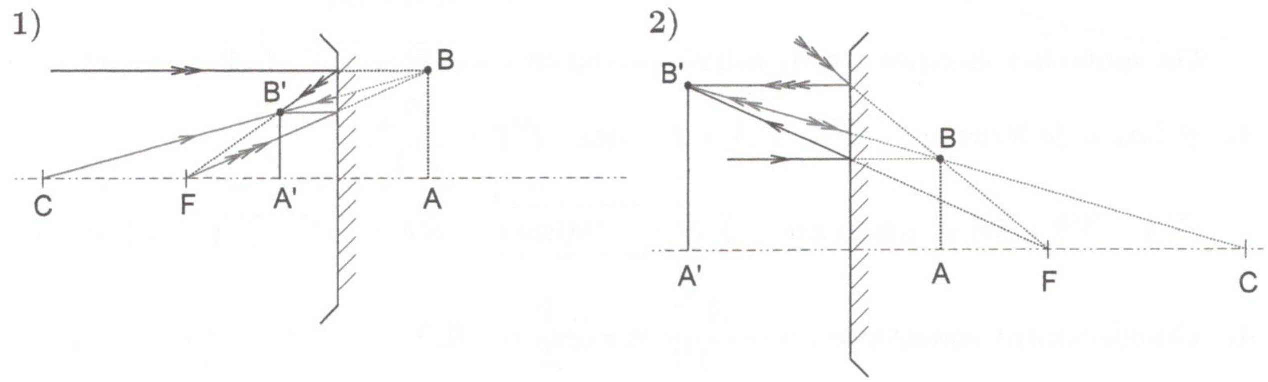
SOLUTIONS

Ex 14 : Construction graphique



Ex 15 : Construction graphique - cas d'un objet virtuel



Ex 16 : Relation de conjugaison et grandissement

On peut calculer la position de l'image à l'aide de la relation de Newton : $\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = f^2$

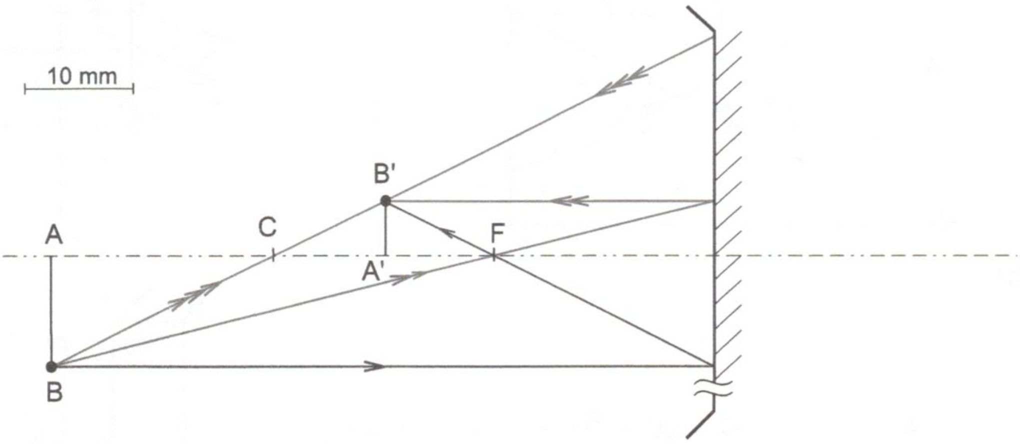
$$\overline{FA'} = \frac{f^2}{\overline{FA}} \quad \text{avec } \overline{FA} = \overline{FS} + \overline{SA} = -f + \overline{SA} = -600\,mm \qquad \boxed{\overline{FA'} = -16,7\,mm}$$

Grandissement transversal : $g_y = -\dfrac{f}{\overline{FA}}$ $\boxed{g_y = 0,167}$

Ex 17 : Image formée par un miroir sphérique

1. Distance focale du miroir : $f = \frac{\overline{SC}}{2}$ $\boxed{f = -200\,mm}$

2.



3.1. Relation de conjugaison avec origine au sommet :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{\overline{SF}} \quad \text{donc} \quad \overline{SA'} = \frac{\overline{SA}.\overline{SF}}{\overline{SA} - \overline{SF}} \quad \boxed{\overline{SA'} = -300\,mm}$$

3.2. Relation de conjugaison avec origine en C :

$$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}} = \frac{1}{\overline{FS}} \quad \text{on obtient :} \quad \overline{CA'} = \frac{\overline{CA}.\overline{FS}}{\overline{CA} - \overline{FS}}$$

$$\overline{CA} = \overline{CS} + \overline{SA} = -200\,mm \quad \boxed{\overline{CA'} = +100\,mm}$$

On vérifie la cohérence avec le calcule précédent : $\overline{SA'} = \overline{SC} + \overline{CA'} = -300\,mm$

3.3. Relation de Newton : $\overline{FA} \cdot \overline{FA} = f^2$ donc $\overline{FA'} = \frac{f^2}{\overline{FA}}$

$$\overline{FA} = \overline{FS} + \overline{SA} = -400\,mm \quad \boxed{\overline{FA'} = -100\,mm} \quad \overline{SA'} = \overline{SF} + \overline{FA'} = -300\,mm$$

4. Grandissement transversal : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -0,5$

5. Pour obtenir un grandissement égal à -1, il faut placer l'objet en C. L'image est alors également située en C comme le montre la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SC}} \quad \text{donc} \quad \overline{SA'} = \overline{SC} \text{ et } A' = C$$

Le grandissement transversal est bien égal à -1 puisque $g_y = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

Ex 18 : Objectif d'un télescope de Newton

1. Image intermédiaire A_1B_1 donnée par M_1 de l'objet AB à l'infini

1.1. L'objet est à l'infini, l'image intermédiaire formée par le miroir sphérique est donc située dans son plan focal : $A_1 = F$.

1.2. Pour obtenir graphiquement A_1B_1, il suffit de prolonger le rayon issu de B et passant par le foyer F de M_1. Ce rayon est réfléchi parallèlement à l'axe optique et coupe le plan focal en B_1.

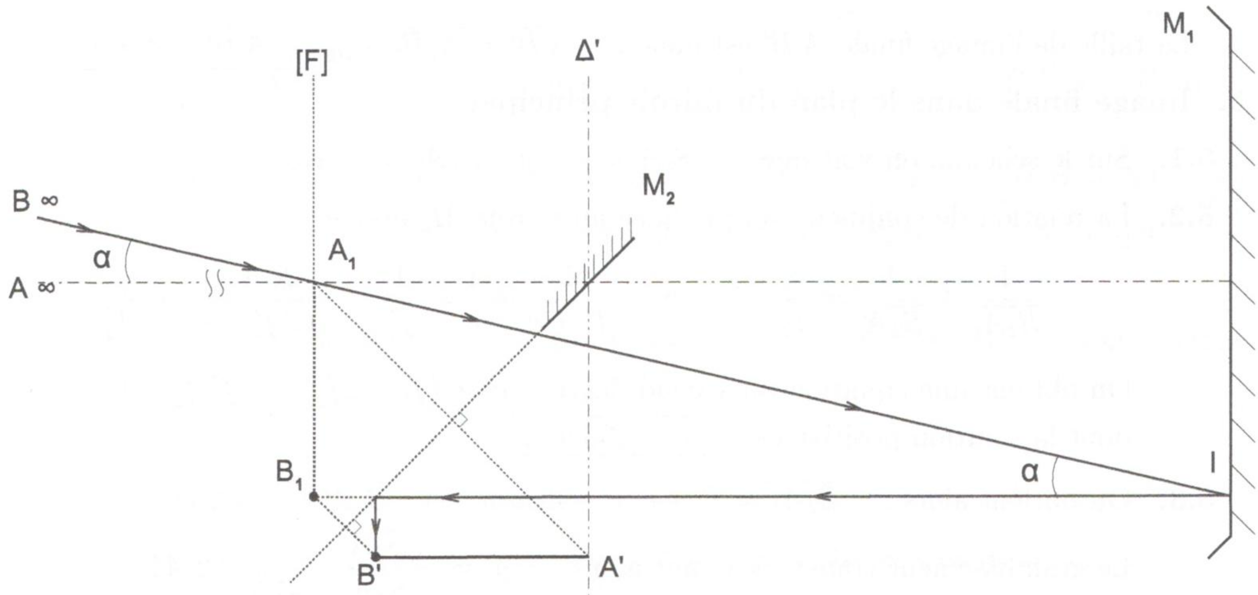
1.3. Dans le triangle rectangle (A_1B_1I) : $\tan\alpha = \dfrac{A_1B_1}{f}$ donc $A_1B_1 = \tan\alpha . f$

Dans les conditions de Gauss, α est très petit, donc $\tan\alpha \simeq \alpha$: $\boxed{A_1B_1 = \alpha . f}$

2. Image finale A′B′ donnée par le miroir plan

2.1. L'image finale $A'B'$ est symétrique de A_1B_1 par rapport au plan du miroir M_2. A_1B_1 est un objet virtuel pour le miroir M_2, l'image $A'B'$ est donc réelle.

2.2. Si l'on plaçait M_2 avant le foyer F du miroir M_1, A_1B_1 se comporterait comme un objet réel vis à vis du miroir M_2 et l'image $A'B'$ serait donc virtuelle.



Ex 19 : Objectif d'un télescope de Cassegrain

1. Position et dimension de l'image finale A'B'

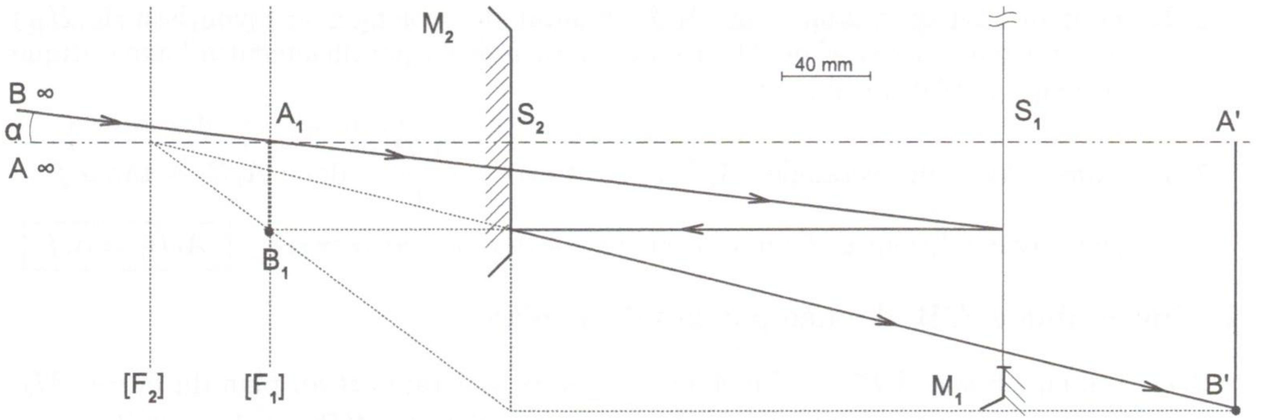
1.1. $\overline{S_2A_1} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1A_1} = e + f_1$ $\boxed{\overline{S_2A_1} = -108\,mm}$

1.2. Relation de conjugaison appliquée au miroir M_2 : $\dfrac{1}{\overline{S_2A_1}} + \dfrac{1}{\overline{S_2A'}} = \dfrac{1}{f'_2}$

$$\frac{1}{\overline{S_2A'}} = \frac{1}{f'_2} - \frac{1}{\overline{S_2A_1}} = \frac{\overline{S_2A_1} - f'_2}{f'_2.\overline{S_2A_1}} \qquad \overline{S_2A'} = \frac{f'_2.\overline{S_2A_1}}{\overline{S_2A_1} - f'_2} \qquad \boxed{\overline{S_2A'} = 332\,mm}$$

2. Grandissement de l'image finale $A'B'$ par rapport à l'image intermédiaire :

$$g_{y\,2} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = -\frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}} \qquad \boxed{g_{y\,2} = 3,1}$$



4. Taille de l'image intermédiaire A_1B_1 (voir exercice n° 18) :

$$\overline{A_1B_1} = \alpha.f'_1 \qquad \alpha = 0,5° = 8,7.10^{-3}\,rad \qquad \boxed{\overline{A_1B_1} = 2,8\,mm}$$

La taille de l'image finale $A'B'$ est donc : $\overline{A'B'} = \overline{A_1B_1} \times g_y$ $\boxed{\overline{A'B'} = 8,7\,mm}$

5. Image finale dans le plan du miroir principal

5.1. Sur le schéma, on voit que : $\overline{S_2A'} = e$ et $\overline{S_2A_1} = f'_1 + e$

5.2. La relation de conjugaison appliquée au miroir M_2 donne :

$$\frac{1}{\overline{S_2A_1}} + \frac{1}{\overline{S_2A'}} = \frac{1}{f'_2} \qquad \text{donc} \qquad \frac{1}{f'_1 + e} + \frac{1}{e} = \frac{1}{f'_2} \qquad \frac{2e + f'_1}{e.(f'_1 + e)} = \frac{1}{f'_2}$$

On obtient une équation du second degré : $e^2 + (f'_1 - 2f'_2).e - f'_1.f'_2 = 0$
dont la solution positive est : $\boxed{e = 233\,mm}$

5.3. On obtient alors : $\overline{S_2A_1} = f'_1 + e = -95\,mm$ et $\overline{S_2A'} = e = 233\,mm$

Le grandissement transversal vaut alors : $g_y = -\dfrac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}}$ $\boxed{g_y = 2,45}$