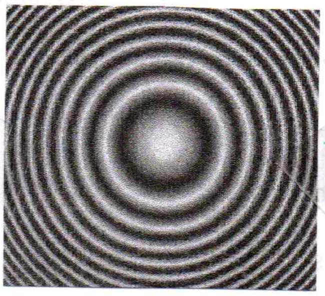
II) les franges d'égale inclinaison:

Quand on éclaire avec une source monochromatique une lame mince à faces planes et parallèles, on obtient des franges d'égale inclinaison localisées à l'infini. Les franges sont alternativement sombres et brillantes, circulaires (anneaux), concentriques et se resserent à mesure qu'elles s'éloignent du centre de la figure.

remarque: une lame à face plane permet de dédoubler un rayon réfléchi ou transmis.

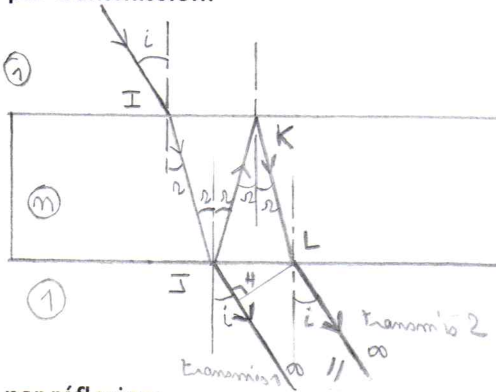
exemple de figure d'interférence obtenue sur un écran:



A) cas de la lame de verre:

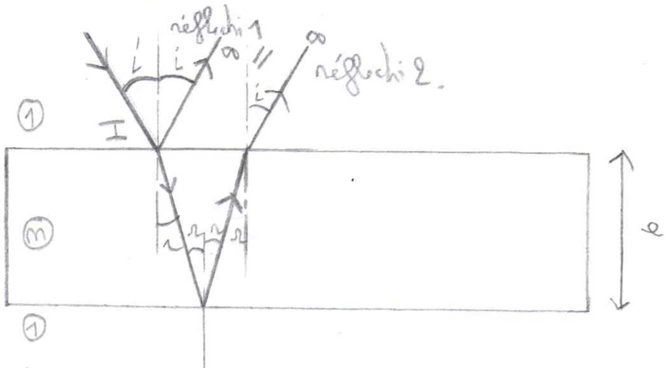
1) étude de la différence de marche (= ou différence de chemin optique):

>>> franges par transmission:



$$\delta = 2.n.e.\cos(r)$$

>>> franges par réflexion:



$$\delta = 2\, n\, e\, \cos(r) + \frac{\lambda}{2}$$

il y a le terme $\frac{\lambda}{2}$ car en I, la réflexion a lieu sur un milieu d'indice plus élevé (réflexion vitreuse) alors il s'introduit un déphasage de π rad .

explication: on avait $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ et maintenant on a $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} + \pi$

on peut écrire : $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} + \frac{2\pi\lambda}{2\lambda}$ puis $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\left(\frac{\delta}{\lambda} + \frac{\lambda}{2\lambda}\right)$

$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\left(\frac{\delta}{\lambda} + \frac{\lambda/2}{\lambda}\right) = 2\pi\left(\frac{\delta + \lambda/2}{\lambda}\right) \Rightarrow$ la différence de marche a augmenté de $\frac{\lambda}{2}$

remarque concernant $\frac{\lambda}{2}$:

si le nombre total de réflexion vitreuse est impair alors $\frac{\lambda}{2}$

si le nombre total de réflexion vitreuse est pair alors il n'y a pas $\frac{\lambda}{2}$

(remarque: on aurait aussi pu écrire $\delta = 2.n.e.\cos(r) - \frac{\lambda}{2}$ en retirant π rad au lieu de l'ajouter)

2) étude des franges :

les rayons issus de la source arrivent sur la lame avec des incidences i variables.

Pour chaque angle d'incidence i, il y aura un angle de réfraction r (loi de Descartes Snell).

Ainsi, il y aura une variation de la différence de marche δ, une variation de la phase φ et donc de l'intensité vibratoire I.

On aura donc des franges sombres et des franges brillantes.

Rappel : ordre d'interférence : $p = \frac{\delta}{\lambda}$

si p est entier alors frange brillante

si p est demi entier alors frange sombre

(si p ni entier , ni demi entier alors frange ni brillante , ni sombre)

ordre au centre de la figure(noté p_0):

on parle d'ordre au centre de la figure d' interférence quand i= 0°

alors sin (i) = n sin (r) or sin (0) = 0 donc sin (r)= 0 et r = 0°

>>> cos (r)= cos (0) = 1

puis recherche de l'ordre au centre:

en transmission : $\delta = 2\, n\, e \cos(r)$ puis $\delta = 2\, n\, e$.

$p_0 = \frac{\delta}{\lambda}$ alors $p_0 \times \lambda = \delta$

donc $p_0 \lambda = 2\, n\, e$ puis $p_0 = \frac{2\, n\, e}{\lambda}$

en réflexion : $\delta = 2\, n\, e \cos(r) + \frac{\lambda}{2}$ puis $\delta = 2\, n\, e + \frac{\lambda}{2}$

$p_0 = \frac{\delta}{\lambda}$ alors $p_0 \lambda = \delta$.

donc $p_0 \lambda = 2\, n\, e + \frac{\lambda}{2}$ puis $p_0 = \frac{2\, n\, e}{\lambda} + \frac{1}{2}$

variation de l'ordre d'interférence quand i augmente:

quand i ↗ alors r ↗, cos(r) ↘, δ ↘ et p ↘ .

>>> on aura donc $p_0 > p$

ex:

si on trouve po = 549,95 alors l'ordre d'interférence correspondant au premier anneau brillant est p1 = 549

si on trouve po = 549,95 alors l'ordre d'interférence correspondant au premier anneau sombre est p1 = 549,5

calcul des anneaux:

>>pour calculer le rayon d'un anneau,on trouve l'ordre d'interférence correspondant à l'anneau puis on calcule r :

en transmission: $\delta = 2ne\cos(r)$ puis $p\lambda = 2ne\cos(r)$

$$p = \frac{2ne\cos(r)}{\lambda}$$

en réflexion: $\delta = 2ne\cos(r) + \frac{\lambda}{2}$ puis $p\lambda = 2ne\cos(r) + \frac{\lambda}{2}$

$$p = \frac{2ne\cos(r)}{\lambda} + \frac{1}{2}$$

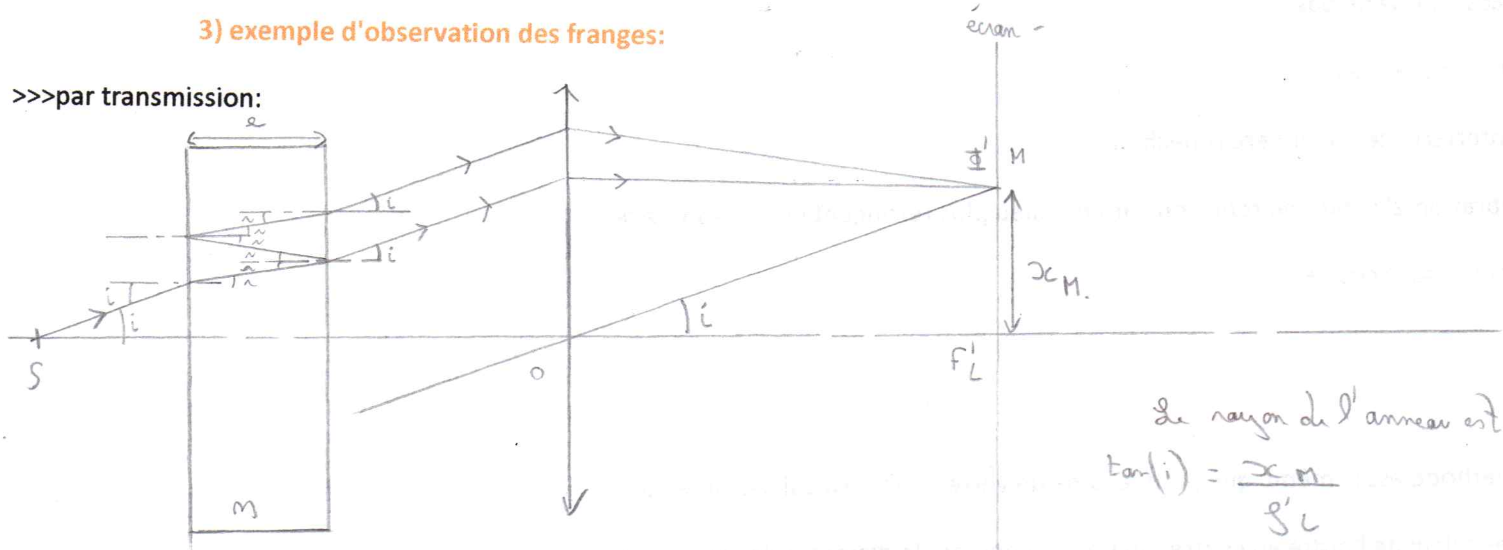
>>puis on utilise la loi de Descartes Snell pour trouver i (le diamètre est 2i).

remarque: calcul approché quand les angles sont petits:

$$i^\circ = \frac{180}{\pi}\sqrt{\frac{n\lambda}{e}(p_0 - p)}$$

3) exemple d'observation des franges:

>>>par transmission:

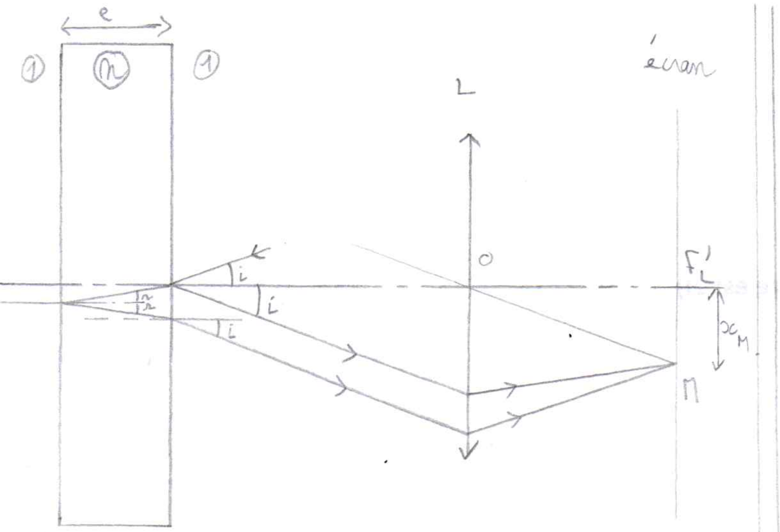


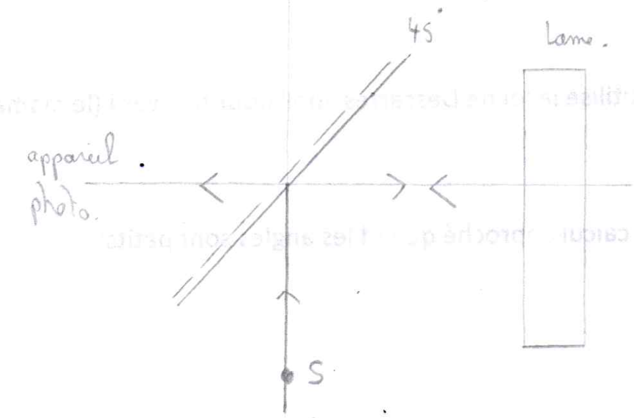
Le rayon de l'anneau est:

$$\tan(i) = \frac{x_M}{f'_L}$$

$$x_M = \tan(i) \times f'_L$$

>>> par réflexion:

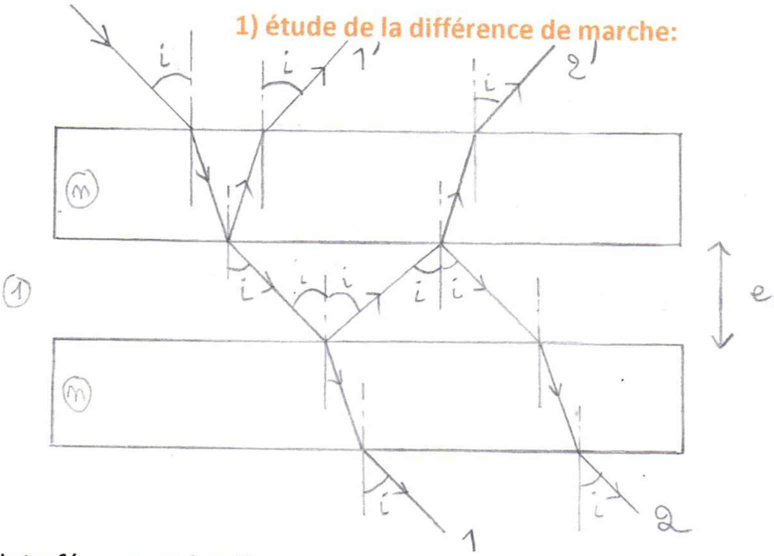




Une lame semi-transparente (ou lame semi-réfléchissante ou lame séparatrice) permet de séparer le faisceau d'éclairage du faisceau réfléchi par la lame.

B) cas d'une lame d'air:

1) étude de la différence de marche:



>>interférence en lumière transmise:

La vibration 2 subit 2 réflexions sur des milieux plus réfringents donc 2π (rad) de déphasage. Or 2π (rad) n' a pas d'effet sur l'intensité car cos φ ne varie pas.

Alors: $\delta = 2\, e \cos(i)$

>> interférence en lumière réflechie:

la vibration 2' subit une réflexion sur un milieu plus réfringent donc déphasage de π (rad).

Alors : $\delta = 2\, e \cos(i) + \frac{\lambda}{2}$

2) étude des franges:

La méthode est la même que pour la lame de verre pour le calcul des anneaux.

Après calcul de l'ordre au centre, on peut rechercher le diamètre des anneaux:

en transmission: $\delta = 2e \cos(i)$ puis $p\lambda = 2e\cos(i)$

$p = \frac{2e\cos(i)}{\lambda}$ $\Rightarrow$ puis on cherche i

en réflexion: $\delta = 2e\cos(i) + \frac{\lambda}{2}$ puis $p\lambda = 2e\cos(i) + \frac{\lambda}{2}$

$p = \frac{2e\cos(i)}{\lambda} + \frac{1}{2}$

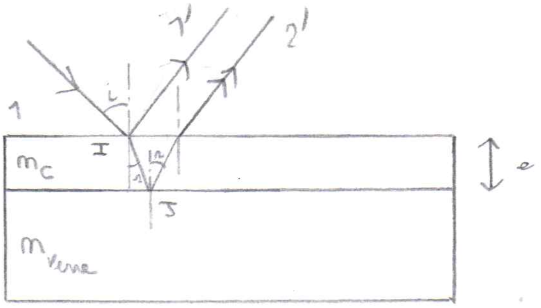
$\Rightarrow$ puis on cherche i

C) la couche antireflet:

La face d'entrée de la lentille est recouverte par un film très fin et d'indice optique nc.

L'épaisseur e et l'indice nc sont choisis de façon à minimiser l'intensité de la lumière réfléchie par interférences destructives.

antireflet monocouche, avec une longueur d'onde:



$1 < n_c < n_{verre}$.

1) choix de l'épaisseur:

Pour que les vibrations 1' et 2' soient en opposition de phase, la différence de marche δ doit être égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde plus une demi longueur d'onde:

$$\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \qquad \text{avec } k \text{ entier}$$

L'expression de la différence de marche est $\delta = 2\, n_c\, e \cos(r)$

Ici il n'a pas de décalage de π_{rad} car d'après le schéma, les vibrations 1' et 2' subissent tous les 2 une réflexion sur un milieu plus élevé (en I et en J) donc pas de $\frac{\lambda}{2}$ car 2 déphasages de π_{rad}.

calcul de l'épaisseur:

la lentille est éclairée sous incidence normale (donc i = r = 0°): $\delta = 2\, n_c\, e \cos(r) = 2 n_c e$.

on a : $2 \cdot n_c \cdot e = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ avec k entier

$$e = \frac{(k + 1/2)\lambda}{2 n_c}$$

On prend l'épaisseur la plus petite donc k=0 et l'expression devient :

$$e = \frac{(1/2)\lambda}{2 n_c}$$

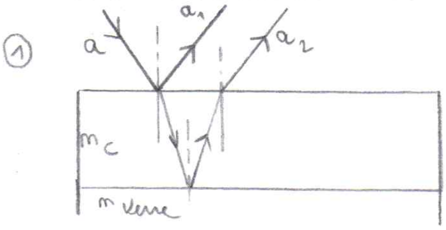
$$\boxed{e = \frac{\lambda}{4 n_c}}$$

2) choix de l'indice:

On veut que l'intensité minimum soit nulle. Il faut que les amplitudes des 2 vibrations qui interfèrent soient égales donc:

$$a_1 = a_2 \text{ et } I_{min} = (a_1 - a_2)^2 = 0$$

On veut que le facteur de transmission soit égal à 1 ($\simeq$1) donc $t^2 = 1$.



$$a_1 = \underline{a \times r}$$

$$a_2 = a\, t \times r' \times t = a\, t^2 r' = \underline{a\, T\, r'}$$

r est le coefficient de réflexion en amplitude du premier dioptre.

r' est le coefficient de réflexion en amplitude du deuxième dioptre.

On aura alors: $r = \dfrac{n_c - 1}{n_c + 1}$ et $r' = \dfrac{n_{verre} - n_c}{n_{verre} + n_c}$

$a_1 = a_2$ donc $a\, r = a\, T\, r'$ et $T = 1$ donc $\underline{a\, r = a\, r'}$ et $\underline{r = r'}$

donc $\dfrac{n_c - 1}{n_c + 1} = \dfrac{n_{verre} - n_c}{n_{verre} + n_c}$

puis $(n_c - 1)(n_{verre} + n_c) = (n_c + 1)(n_{verre} - n_c)$

puis $n_c\, n_{verre} + n_c^2 - n_{verre} - n_c = n_c\, n_{verre} - n_c^2 + n_{verre} - n_c$

puis $\cancel{n_c\, n_{verre}} + n_c^2 - n_{verre} - \cancel{n_c} - \cancel{n_c\, n_{verre}} + n_c^2 - n_{verre} + \cancel{n_c} = 0$

$2\, n_c^2 - 2\, n_{verre} = 0$. puis $n_c^2 = \dfrac{2\, n_{verre}}{2} = n_{verre}$.

$$\boxed{n_c = \sqrt{n_{verre}}}$$

Pour avoir un antireflet idéal, il faut que les coefficients de réflexion des dioptres air/ AR et AR / verre soient égaux.

remarque: si l'indice utilisé est différent de celui calculé alors l'antireflet ne sera pas "parfait", il y aura un reflet résiduel d'autant plus grand que l'écart $n_{c\ théorique}$ et $n_{c\ utilisé}$ sera grand.

exemple: comparons un verre sans traitement antireflet et un verre avec traitement antireflet:

sans traitement antireflet:

$$R = \left(\frac{n_v - 1}{n_v + 1}\right)^2 \qquad (n_v : n_{verre})$$

$$T = 1 - R$$

avec traitement antireflet: rappel $I = a^2$ et $R = \dfrac{I_{min}}{I_{inc}} = \dfrac{I_{min}}{a^2}$ et $I_{min} = (a_1 - a_2)^2$

remplaçons: $I_{min} = (a\, r - a\, t^2 r')^2$

isolons a: $I_{min} = (a(r - t^2 r'))^2 = a^2 (r - t^2 r')^2$

finalement $R = \dfrac{a^2 (r - t^2 r')^2}{a^2} = (r - t^2 r')^2$

$\Rightarrow$ le taux de transmission sera plus élevé avec le traitement A.R.