3. Quotient

Dans le cas où $\lim g = 0$, on suppose que l'on a au voisinage de a, soit $g(x) > 0$ soit $g(x) < 0$.

Si $\lim f$ en a =	ℓ	ℓ	$+\infty$ ou $-\infty$	$+\infty$ ou $-\infty$	$\ell \neq 0$	0
et $\lim g$ en a =	$\ell' \neq 0$	$+\infty$ ou $-\infty$	ℓ'	$+\infty$ ou $-\infty$	0	0
alors $\lim \frac{f}{g}$ en a =	$\frac{\ell}{\ell'}$	0	∞*	?	∞*	?

4 Propriétés

1. Polynôme et fonction rationnelle

• La limite en $+\infty$ et en $-\infty$ d'une fonction polynôme est celle de son terme de plus haut degré.

• La limite en $+\infty$ et en $-\infty$ d'une fonction rationnelle (quotient de deux fonctions polynômes) est celle du quotient de ses termes de plus haut degré.

2. Fonction composée

• **Fonction de la forme $u^n(x)$; n entier naturel non nul.**

a désigne soit un réel, soit $+\infty$, soit $-\infty$; ℓ désigne un réel.

Si $\lim\limits_{x \to a} u(x) = \ell$, alors $\lim\limits_{x \to a} u^n(x) = \ell^n$.

Si $\lim\limits_{x \to a} u(x) = +\infty$, alors $\lim\limits_{x \to a} u^n(x) = +\infty$.

Si $\lim\limits_{x \to a} u(x) = -\infty$, alors $\lim\limits_{x \to a} u^n(x) = +\infty$ si n est pair et $\lim\limits_{x \to a} u^n(x) = -\infty$ si n est impair.

• **Fonction de la forme $\ln[u(x)]$; $u(x)$ fonction strictement positive.**

a et c désignent soit un réel, soit $+\infty$, soit $-\infty$; b désigne soit un réel positif ou nul, soit $+\infty$.

Si $\lim\limits_{x \to a} u(x) = b$ et si $\lim\limits_{X \to b} \ln(X) = c$ alors $\lim\limits_{x \to a} \ln[u(x)] = c$.

• **Fonction de la forme $e^{u(x)}$.**

a et b désignent soit un réel, soit $+\infty$, soit $-\infty$; c désigne soit un réel positif ou nul, soit $+\infty$.

Si $\lim\limits_{x \to a} u(x) = b$ et si $\lim\limits_{X \to b} e^X = c$ alors $\lim\limits_{x \to a} e^{u(x)} = c$.

3. Comparaison des fonctions logarithme népérien, exponentielle et puissance

Pour $\alpha > 0$: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$; $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} x^\alpha \ln x = 0$.