Ex 2 : $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$ $\quad I =]1;+\infty[$

1. $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \dfrac{1}{0} = +\infty$ car $x-1>0$ sur I

$\lim\limits_{x \to 1} f(x) = +\infty$ donc $x=1$ est asymptote verticale à f.

2. $f(x) = x+1+\dfrac{1}{x-1} = \dfrac{(x+1)(x-1)+1}{x-1} = \dfrac{x^2-\cancel{1}+\cancel{1}}{x-1} = \dfrac{x^2}{x-1}$

Si D est asymptote $\Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} (f-D) = 0$

$f - D = x+1+\dfrac{1}{x-1} - (x+1) = \dfrac{1}{x-1}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} (f-D) = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x-1} = 0$

Donc D est bien asymptote à $\mathcal{C}$.

3) Étudier le signe de $\mathcal{C}-D$

Si $\mathcal{C}-D>0 \Rightarrow \mathcal{C}$ est au-dessus de D

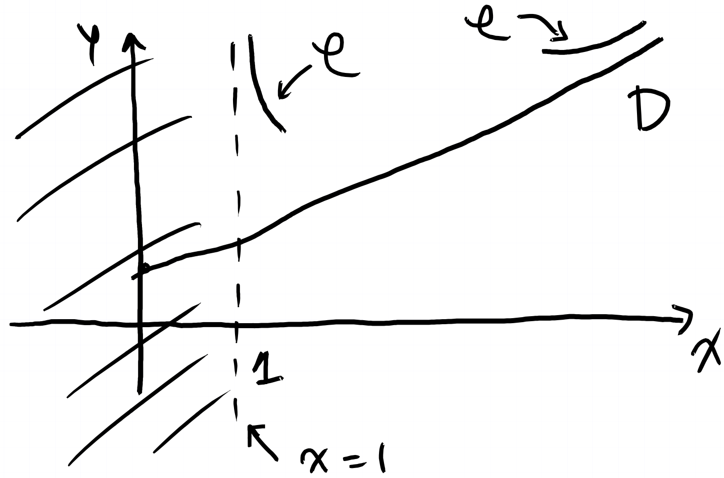
Si $\mathcal{C}-D<0 \Rightarrow \mathcal{C}$ est au-dessous de D

$\mathcal{C}-D = \dfrac{1}{x-1}$

	1		$+\infty$
$\dfrac{1}{x-1}$		+	

Sur I : $\mathcal{C}-D>0 \Rightarrow \mathcal{C}>D$

Donc $\mathcal{C}$ est au dessus de D



Ex 3 : $f(x) = x + 2\,\dfrac{\ln x}{x}$ $\qquad I =]0 ; +\infty[$

1. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0 + 2 \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln x}{x} = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$ donc $x = 0$ asymptote verticale.

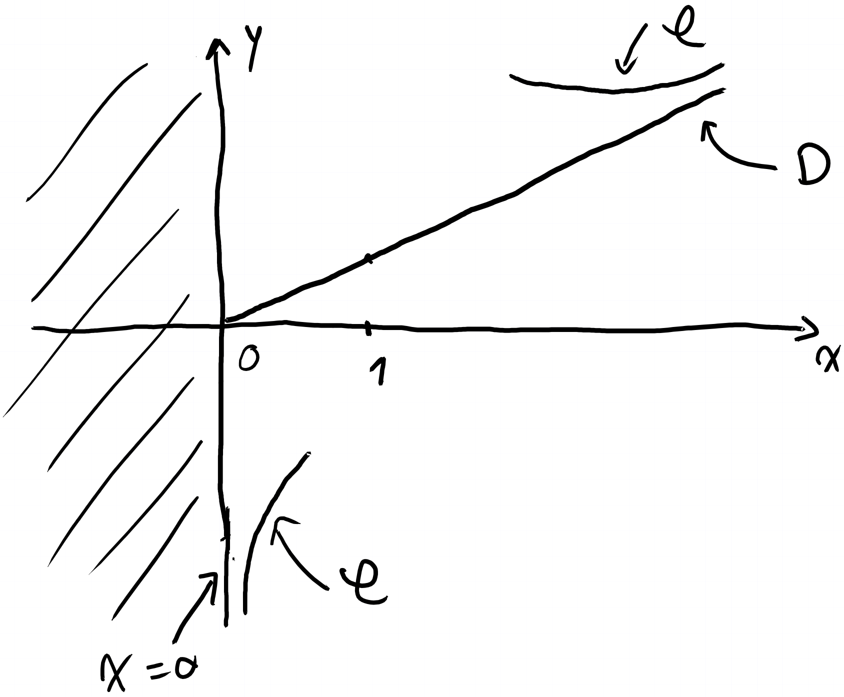
2. Je dois montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} (\mathcal{C} - D) = 0$

$$\mathcal{C} - D = \cancel{x} + 2\frac{\ln x}{x} - \cancel{x} = 2\frac{\ln x}{x}$$

$\lim\limits_{x \to +\infty} 2\dfrac{\ln x}{x} = 0$ Donc D est bien asymptote à $\mathcal{C}$.

3. Étudier le signe de $\mathcal{C} - D = 2\dfrac{\ln x}{x}$

x	0		1		$+\infty$
$\ln x$	‖	$-$	0	$+$	
x	‖		$+$		
$\mathcal{C} - D$	‖	$-$	0	$+$	



Ex 4 :

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty + 0 = -\infty$

2. $\mathcal{C} - D = x + e^{2x} - x = e^{2x}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} (\mathcal{C} - D) = \lim\limits_{x \to +\infty} e^{2x} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} (\mathcal{C} - D) = \lim\limits_{x \to -\infty} e^{-2x} = 0$

D est asymptote à $\mathcal{C}$ en $-\infty$

3.

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$\mathcal{C} - D$	$+$

$\Rightarrow$ $\mathcal{C} > D$ sur $\mathbb{R}$