Les inéquations du 1er degré

Une **inéquation** est une <u>équation</u> avec un symbole <, \le , > ou \ge à la place du =.

Par exemple, 2x-8<10 est une inéquation : il faut trouver **tous les nombres** x pour lesquels 2x-8 est plus petit que 10 (c'est un peu comme $2\times?-8<10$). 1 et 7 sont des exemples de solutions, mais il y en a beaucoup d'autres.

Ecris une solution de l'inéquation 10x+1>-5.

Pour pouvoir écrire l'ensemble des solutions d'une inéquation, nous devons commencer par apprendre à écrire des **ensembles de nombres**. Nous verrons ensuite comment on résout une inéquation.

Les ensembles de nombres

Symboles mathématiques

Nous utiliserons désormais les notations suivantes :

- ∈ se lit "appartient".
- ∉ se lit "n'appartient pas".
- ∞ représente l'infini, c'est-à-dire le vague "nombre" qui serait plus grand que tous les autres.

Ensembles et intervalles

On utilise des accolades { } pour représenter un ensemble formé par quelques valeurs distinctes, et des crochets [] pour représenter l'ensemble des nombres compris entre deux valeurs extrêmes.

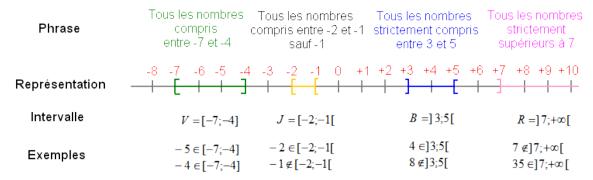
Par exemple, $\{1;3;5\}$ est l'ensemble formé par les nombres 1, 3, et 5. $3 \in \{1;3;5\}$ mais $4 \notin \{1;3;5\}$.

[1;2] est l'ensemble de tous les nombres compris entre 1 et 2, 1 et 2 inclus. 1,9 \in [1;2], 2 \in [1;2], mais 2,1 \notin [1;2].

[1;2] est l'ensemble de tous les nombres compris entre 1 et 2, 1 et 2 exclus. 1,5€]1;2[mais 2 \notin]1;2[.

[1;2] et]1;2[sont appelés **des intervalles**.

Exemples



Écris avec un intervalle l'ensemble des nombres compris entre 1 et 9 sauf 9.

Résoudre une inéquation

Méthode

Une inéquation se résout comme une <u>équation</u>, mais à la dernière étape, **si le nombre devant x est négatif** (et que l'on doit donc diviser par un nombre négatif) **il faut changer le sens de l'inégalité** : < devient >, et > devient <.

En effet, on a par exemple 20 qui est plus petit que 30, donc 20<30, mais si on divise 20 et 30 par le nombre négatif -10, on obtient -2 et -3, et -2>-3. On observe un changement dans le sens de l'inégalité.

Exemple

Résolution de l'inéquation $3x - 6 \le 6x - 12$.

```
3x-6 \le 6x-12
1. 3x-6x \le -12+6 On passe les "x" à gauche et les nombres à droite.
2. -3x \le -6 \Rightarrow On réduit les expressions obtenues.
3. x \ge (-6) \div (-3) On divise par le nombre qui est devant "x".
```

4. $x \ge 2$ On obtient les solutions

On écrit l'ensemble des solutions.

 $S = [2; +\infty[]$

Remarques

- L'infini est toujours exclu des ensembles de nombres, car ce n'est pas un nombre (le crochet est toujours tourné vers l'extérieur).
- Si l'inéquation avait été 3x-6 < 6x-12, les solutions auraient été $S =]2; +\infty[$.

Exercice 1

Comment peut-on écrire l'ensemble des nombres x tels que x≤2?

Exercice 2

Quelles sont les solutions de l'inéquation $5x+15 \leftarrow 25$?

Exercice 3

Quelles sont les solutions de l'inéquation 2x+6<4x-2?

Exercice 4

Quelles sont les solutions de l'inéquation $\frac{1}{4}x - \frac{1}{3} > \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$?

Exercice 5

Quelles sont les solutions de l'inéquation 2(6-3x)>-1-x?

Exercice 6

Quelles sont les solutions de l'inéquation (x-2)(x+5)<(x-3)(x-2)?

Exercice 7

Quelles sont les solutions de l'inéquation $(x+5)^2-(x-2)(x+2) \leftarrow 1$?

Exercice 8

Résous l'inéquation $(5-5x)^2 > (1+5x)^2$ puis écris les solutions sous la forme b, avec b une fraction irréductible.

Combien trouves-tu pour a et b?

Exercice 9

Résous l'inéquation $-x^2(4-2x) \le 0$ puis écris les solutions sous la forme $x \le a$.

Exercice 10

Résous l'inéquation $3x^{11}$ - $9x^{10}$ >0 puis écris les solutions sous la forme x>a.