

PROJET MECANIQUE DES FLUIDES

PROSIT 5 – WORKSHOP POMPES A CHALEUR

02/10/2020

Table **des** matières

1	RAPPEL DE COURS SUR LES MACHINES THERMIQUES	2
2	ACTIVITE PRATIQUE 1	5
3	ACTIVITE PRATIQUE 2	8

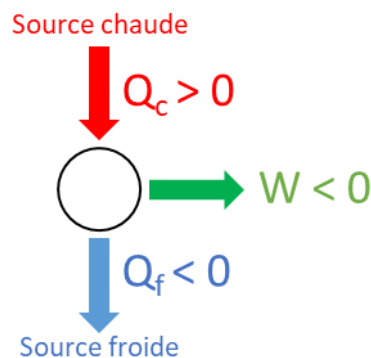
1 RAPPEL DE COURS SUR LES MACHINES THERMIQUES

Les moteurs à combustion, les machines frigorifiques (réfrigérateurs ou congélateurs) et les pompes à chaleur sont des machines thermiques dithermes pouvant être décrites par la théorie de la thermodynamique.

Dans tous les cas, ces machines comprennent un fluide qui, en subissant un cycle de transformations thermodynamiques, va échanger du travail et de la chaleur avec l'extérieur. Suivant le sens de ces échanges, la machine sera soit un moteur, soit une machine frigorifique ou une pompe à chaleur.

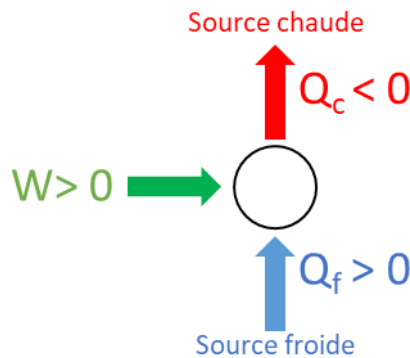
- Cas des moteurs :

Dans un moteur, le fluide va recevoir de la chaleur d'une source chaude (obtenue par la combustion du carburant) et en transmettre une partie à l'air ambiant qui joue le rôle de source froide. L'énergie restante est alors cédée sous forme de travail mécanique. Ce travail correspond à l'énergie utile tandis que l'énergie apportée correspond à la chaleur fournie par la source chaude. Par exemple, pour un moteur à essence, l'air à l'intérieur du cylindre est chauffé par la combustion (source chaude), il se dilate en poussant le piston (travail) et réchauffe l'air ambiant (source froide) par l'intermédiaire des gaz d'échappement.



- Cas des machines frigorifiques et des pompes à chaleurs :

D'un point de vue thermodynamique ces type machines fonctionnent de la même façon : le fluide va recevoir de la chaleur d'une source froide ainsi que du travail, généralement fourni par un compresseur électrique. Le fluide restitue alors l'énergie sous forme de chaleur cédée à la source chaude.



La différence entre les machines frigorifiques et les pompes à chaleur réside dans le positionnement des sources chaudes et froides :

- dans le cas des machines frigorifiques, la source chaude est la température ambiante et la source froide est donc plus froide que la température ambiante. Dans ce cas, l'énergie utile est la chaleur prélevée à la source froide tandis que l'énergie apportée est le travail.

Par exemple, dans le cas d'un réfrigérateur, le fluide calorifique va recevoir du travail grâce au compresseur électrique et prélever de la chaleur à l'intérieur du réfrigérateur (source froide) pour compenser les pertes thermiques et ainsi éviter que l'intérieur du réfrigérateur ne se réchauffe. En compensation de cette énergie reçue, le fluide va réchauffer l'air de la cuisine (source chaude) par l'intermédiaire du radiateur situé à l'arrière du réfrigérateur.

- dans le cas des pompes à chaleur, la source froide est la température ambiante et la source chaude est donc plus chaude que la température ambiante. Dans ce cas, l'énergie utile est la chaleur cédée à la source chaude tandis que l'énergie apportée est le travail.

Par exemple, dans le cas d'une pompe à chaleur air-air, le fluide calorifique va recevoir du travail grâce au compresseur électrique et prélever de la chaleur à l'air extérieur (source froide). En compensation de cette énergie reçue, le fluide va réchauffer l'air intérieur (source chaude) pour compenser les pertes thermiques et ainsi maintenir la température souhaitée à l'intérieur.

Rendement d'une machine thermique

Le principe d'une machine thermique est de fournir à la machine de l'énergie sous une certaine forme (chaleur ou travail) et de récupérer de l'énergie sous l'autre forme. Selon l'efficacité de la machine, la quantité d'énergie récupérée va être plus ou moins importante par rapport à l'énergie fournie. On définit alors le rendement de la machine comme le rapport entre l'énergie récupérée (donc utile) et l'énergie fournie :

$$\eta = \left| \frac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{fournie}}} \right|$$

Pour un moteur : $E_{\text{utile}} = W$ et $E_{\text{fournie}} = Q_c$ donc

$$\eta_{\text{moteur}} = \left| \frac{W}{Q_c} \right|$$

Q_c représentant la totalité de l'énergie fournie au fluide, le rendement d'un moteur est toujours compris entre 0 et 1.

Pour une machine frigorifique: Eutile = Qf et Efournie=W donc

$$\eta_{frigo} = \left| \frac{Q_f}{W} \right|$$

Pour une pompe à chaleur: Eutile = Qc et Efournie=W donc

$$\eta_{pac} = \left| \frac{Q_c}{W} \right|$$

En ce qui concerne les machines frigorifiques et les pompes à chaleur, ce ratio est généralement supérieur à 1, ce qui n'est pas compatible avec la notion de rendement. On parle alors plutôt d'efficacité ou COP (coefficient of performance).

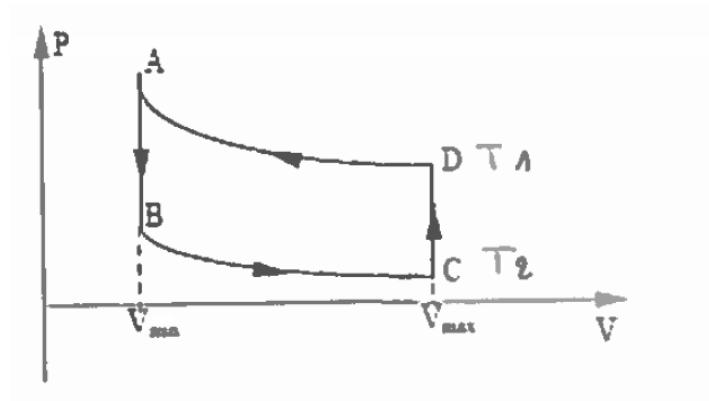
BON A SAVOIR : (bibliographie : article "Pompes à chaleur" de la revue "Que choisir" n° 436 - avril 2006)

Dans le bâtiment on appelle **COP** l'efficacité définie plus haut : c'est le **CO**efficient de **P**erformance. Lors d'une installation de pompe à chaleur pour le chauffage domestique le COP doit être supérieur à 3 pour avoir droit à une aide des pouvoirs publics ("crédit d'impôts" de 50 % en 2006). Les fabricants de pompe à chaleur annoncent donc des COP souvent \approx 3. Mais le COP dépend de la température extérieure et de la température intérieure...donc pour quelles températures est-il calculé ? Je n'ai pas d'info° sur la température intérieure de la maison mais en revanche la température extérieure utilisée pour le calcul est de...7° C : pas franchement hivernal comme température !!! En effet, plus la température extérieure est élevée (donc proche de la température intérieure) et plus le COP est élevé...les fabricants ont donc tout intérêt à prendre comme température extérieure de référence une température élevée ! Finalement la pompe doit prendre la chaleur à un endroit qui refroidit peu en hiver (prise dans le sol : pompe géothermique mais non les pompes à air), en outre il faut se souvenir que le COP annoncé par les fabricants est un COP théorique de laboratoire : le COP réel d'une pompe à chaleur à air sera donc largement plus petit que celui annoncé (conditions différentes, équipements électriques auxiliaires indispensables non pris en compte...ce qui peut rendre absurde un tel investissement. L'*UFC Que choisir* recommande de prendre un COP \approx 4 pour obtenir un COP réel de 3 en pratique, ainsi que faire appel à un installateur qualifié (ils ne sont pas nombreux) pour que le COP réel soit aussi élevé que possible (qui dépend également de la mise en place de l'installation).

2 ACTIVITE PRATIQUE 1

Etude d'une machine basée sur le cycle de Stirling

On étudie une machine ditherme fonctionnant suivant le cycle de Stirling représenté sur la figure ci-dessous :



On distingue dans ce cycle :

- 2 transformations réversibles isochores
- 2 transformations réversibles isothermes aux températures T_1 et T_2 avec $T_2 < T_1$

Le fluide décrivant le cycle dans le sens ABCDA est assimilé à un gaz parfait. On rappelle que pour une évolution élémentaire d'une mole de gaz parfait, la variation d'énergie interne dU est liée à la variation de température dT par la relation $dU = C_v \text{ mol } dT$ où $C_v \text{ mol}$ est la capacité calorifique molaires à volume constant du fluide.

Données :

- Température source froide $T_2 = 276\text{K}$
- Température source chaude $T_1 = 293\text{K}$
- Rapport volumétrique $\frac{V_{\max}}{V_{\min}} = 3$
- $C_v^{\text{mol}} = 21 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$
- $R = 8,31 \text{ m3} \cdot \text{Pa}/(\text{mol} \cdot \text{K})$

Pour une mole de fluide :

1. Exprimer le travail et la quantité de chaleur échangés par le fluide avec le milieu extérieur pour chacune de ces transformations
2. Calculer les valeurs numériques des grandeurs ci-dessus pour les transformations A-B et B-C
3. Exprimer le travail total échangé par cycle entre le fluide et le milieu extérieur. Le fonctionnement du cycle est-il moteur ou récepteur ? Justifier

4. On appelle Q_2 , la quantité de chaleur prise à la source froide par une mole de fluide au cours d'un cycle. En utilisant les résultats de la question précédente, donner la valeur numérique de Q_2 . Citer deux applications possibles d'une telle machine ?
5. Calculer le rendement ou l'efficacité, le cas échéant de cette machine.

1. Comme les 2 transformations AB et CD sont isochores, $dV=0$, donc le travail $W = - \int P dV = W_{AB} = W_{CD} = 0$.

On a donc $\Delta U_{AB} = Q_{AB}$ et $\Delta U_{CD} = Q_{CD}$. On utilise la relation $dU = C_v^{mol} dT$ car C_v^{mol} est constante sur le domaine de température, on a :

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} = C_v^{mol}(T_2 - T_1)$$

$$\Delta U_{CD} = Q_{CD} = C_v^{mol}(T_1 - T_2)$$

Les transformations BC et DA sont isothermes : $\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC} = 0$ et $\Delta U_{DA} = W_{DA} + Q_{DA}$

Le système est un gaz parfait donc :

$$W_{BC} = - \int_B^C P dV = -RT_2 \ln\left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right) = -Q_{BC}$$

$$W_{DA} = - \int_D^A P dV = -RT_1 \ln\left(\frac{V_{min}}{V_{max}}\right) = -Q_{DA}$$

$$2. W_{AB} = 0 \text{ et } Q_{AB} = C_v^{mol}(T_2 - T_1) = 21 * (276 - 293) = -357 \text{ J/mol}$$

$$W_{BC} = -Q_{BC} = -RT_2 \ln(3) = -8.31 * 276 * \ln 3 = -2519,7 \text{ J/mol}$$

$$3. W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = 0 - 2519,7 + 0 - 8.31 * 293 * \ln\left(\frac{1}{3}\right) = 155.2 \text{ J/mol}$$

Le cycle est récepteur car $W > 0$.

4. Q_2 est échangée par la transformation BC. $Q_2 = Q_{BC} = 2519.7 \text{ J/mol}$

Puisque Q_2 est positif, alors la source froide fournit de la chaleur au système et donc elle se refroidit. Une telle machine peut servir de réfrigérateur.

Elle cède également de la chaleur à la source chaude donc cette machine peut servir de pompe à chaleur

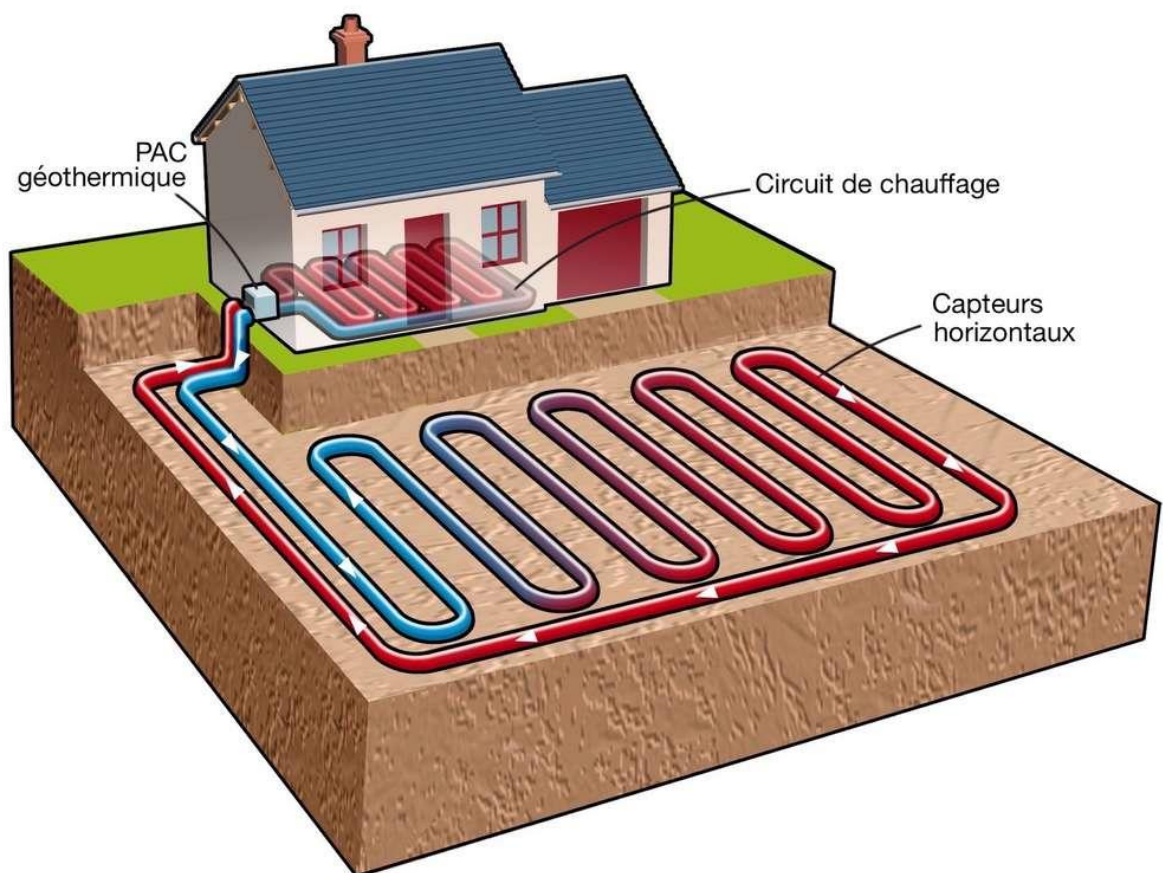
5. On peut alors calculer l'efficacité d'une telle machine. Ce que le système reçoit par ailleurs est W et c'est ce qu'il faut fournir pour que la machine puisse fonctionner.

On a donc : $e = \frac{Q_2}{W} = \frac{2519.7}{155.2} = 16$

3 ACTIVITE PRATIQUE 2

Etude d'une pompe à chaleur

On étudie une pompe à chaleur géothermique destinée au chauffage d'un pavillon. Ce type de PAC est également appelé PAC sol/eau car la source froide est le sol qui entoure la maison et la source chaude l'eau du circuit de chauffage. En d'autres termes plus familier, la PAC va « prendre la chaleur » du sol pour la « transférer » à l'eau du circuit de chauffage.



Principe d'une installation géothermique pour le chauffage d'une maison individuelle
Source www.futura-sciences.com

La PAC en elle-même est constituée d'un circuit parcouru par le fluide caloporteur en quatre étapes :

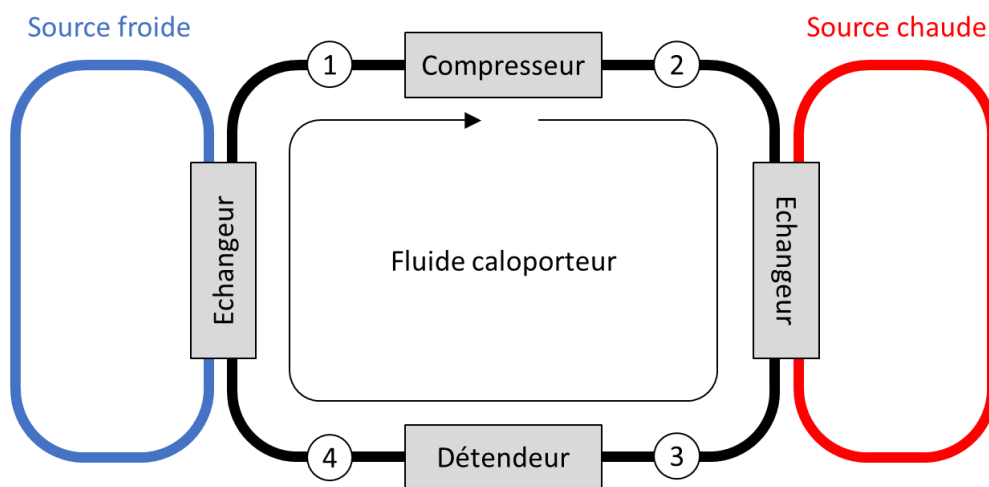
De 1 à 2 : un compresseur augmente la pression du fluide de P_1 à P_2 de manière adiabatique

De 2 à 3 : un échangeur entre le fluide caloporteur et la source chaude génère un refroidissement isobare de T_2 à T_3

De 3 à 4 : un détendeur abaisse la pression du fluide de P_2 à P_1 de manière adiabatique

De 4 à 1 : un échangeur entre le fluide caloporteur et la source froide génère un réchauffement isobare de T_4 à T_1 , ramenant le fluide dans son état initial.

Ces 4 étapes, qui constituent le cycle thermodynamique se répètent alors indéfiniment.



Le fluide caloporteur est de l'air assimilé à un gaz parfait

Les échangeurs sont considérés comme parfaits. C'est-à-dire qu'en sortie de l'échangeur avec la source froide, le fluide caloporteur est à la même température que la source froide.

De même, en sortie de l'échangeur avec la source chaude, le fluide caloporteur est à la même température que la source chaude.

On donne :

$$P_1 = 2 \text{ bars}$$

$$P_2 = 6 \text{ bars}$$

$$T_{sol}=12^{\circ}\text{C}$$

$$T_{chauffage}=40^{\circ}\text{C}$$

$$\text{Gamma air}=1.4$$

$$C_v^{mol}=21 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$$

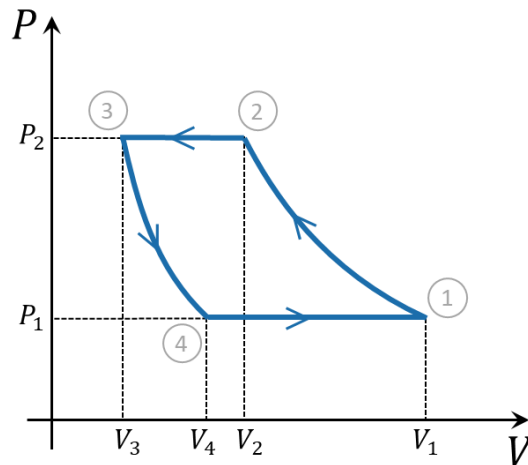
1. Tracer le cycle décrit par l'air dans un diagramme de Clapeyron
2. Déterminer T_2 et T_4
3. Déterminer les quantités de chaleur échangées par le fluide au cours de chaque transformation pour une mole d'air
4. En déduire le travail W échangé par le fluide au cours d'un cycle
5. Vérifier graphiquement l'ordre de grandeur de cette valeur à partir du diagramme de Clapeyron
6. Déterminer le COP de cette pompe à chaleur.
7. Sachant que les pertes thermiques de la maison au moment le plus froid de l'année sont de 15 kW, déterminer la puissance que doit fournir le compresseur. La comparer à la puissance nécessaire si on optait pour des radiateurs plutôt qu'une PAC.

Corrigé

1. Allure des courbes de chaque transformation :

- De 1 à 2, le fluide subit une compression adiabatique donc V diminue pendant que P (et T) augmente. L'aspect adiabatique permet d'écrire $PV^{\gamma} = \text{cte}$ soit $P = \text{cte} \times V^{-\gamma}$. La courbe prend donc l'allure d'une courbe puissance à coefficient négatif.
- De 2 à 3, on a un refroidissement isobare donc P reste constant pendant que V (et T) diminue (car on doit toujours vérifier $PV = nRT$)
- De 3 à 4, on a une détente adiabatique donc V augmente tandis que P (et T) diminue. La courbe est à nouveau de type puissance à coefficient négatif donc de la même allure que la première transformation.
- De 4 à 1, on revient au point de départ en maintenant P constant donc il s'agit d'une droite horizontale.

Le cycle complet peut donc être représenté de la façon suivante :



2. Calcul de T_2 :

La transformation $1 \rightarrow 2$ étant adiabatique, on peut utiliser les lois de Laplace. On connaît P_1 , P_2 et T_1 donc on va utiliser la relation entre P et T :

$$P^{1-\gamma} T^\gamma = cte$$

Soit :

$$P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$$

$$T_2^\gamma = \frac{P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma}{P_2^{1-\gamma}}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}-1}$$

Application numérique (T_1 correspond à la température de la source chaude soit 285 K) :

$$T_2 = 285 \left(\frac{2}{6} \right)^{\frac{1}{1,4}-1} = 390 \text{ K}$$

Calcul de T_4 :

De façon analogue, la transformation $3 \rightarrow 4$ étant adiabatique, on peut utiliser la même relation :

$$P^{1-\gamma} T^\gamma = cte$$

Soit :

$$P_3^{1-\gamma} T_3^\gamma = P_4^{1-\gamma} T_4^\gamma$$

$$T_2^\gamma = \frac{P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma}{P_2^{1-\gamma}}$$
$$T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{1}{\gamma}-1}$$

Application numérique (T_3 correspond à la température de la source chaude soit 313 K) :

$$T_4 = 313 \left(\frac{6}{2} \right)^{\frac{1}{1,4}-1} = 229 \text{ K}$$

3. Détermination de la chaleur échangée à chaque transformation

- Transformation 1->2 :

Il s'agit d'une transformation adiabatique donc :

$$Q_{1 \rightarrow 2} = 0$$

- Transformation 2->3 :

Il s'agit d'une transformation isobare donc :

$$Q_{2 \rightarrow 3} = n C_{p_{mol}} (T_3 - T_2)$$

Avec :

$$C_{p_{mol}} = \gamma C_{v_{mol}} = 1,4 \times 21 = 29,4 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$Q_{2 \rightarrow 3} = 29,4(313 - 390) = -2264 \text{ J}$$

- Transformation 3->4 :

Il s'agit d'une transformation adiabatique donc :

$$Q_{3 \rightarrow 4} = 0$$

- Transformation 4->1 :

Il s'agit d'une transformation isobare donc :

$$Q_{4 \rightarrow 1} = n C_{p_{mol}} (T_1 - T_4)$$

$$Q_{4 \rightarrow 1} = 29,4(285 - 229) = 1646 \text{ J}$$

4. Par définition, sur un cycle, on a :

$$\Delta U = 0$$

Soit :

$$W_{cycle} + Q_{cycle} = 0$$

$$W_{cycle} = -Q_{cycle}$$

Avec :

$$Q_{cycle} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1}$$

$$Q_{cycle} = 0 - 2264 + 0 + 1646 = -618 J$$

Donc :

$$W_{cycle} = 618 J$$

5. Le travail échangé au cours d'un cycle correspond à la surface balayée par le cycle dans le diagramme PV. De façon à évaluer graphiquement cette valeur, la surface balayée est assimilée à un trapèze de bases L_1 et L_2 et de hauteur h , avec :

$$L_1 = V_1 - V_4$$

$$L_2 = V_2 - V_3$$

$$h = P_2 - P_1$$

La surface d'un trapèze est donnée par :

$$S = \frac{(L_1 + L_2) \times h}{2}$$

Donc :

$$S = \frac{(V_1 - V_4 + V_2 - V_3) \times (P_2 - P_1)}{2}$$

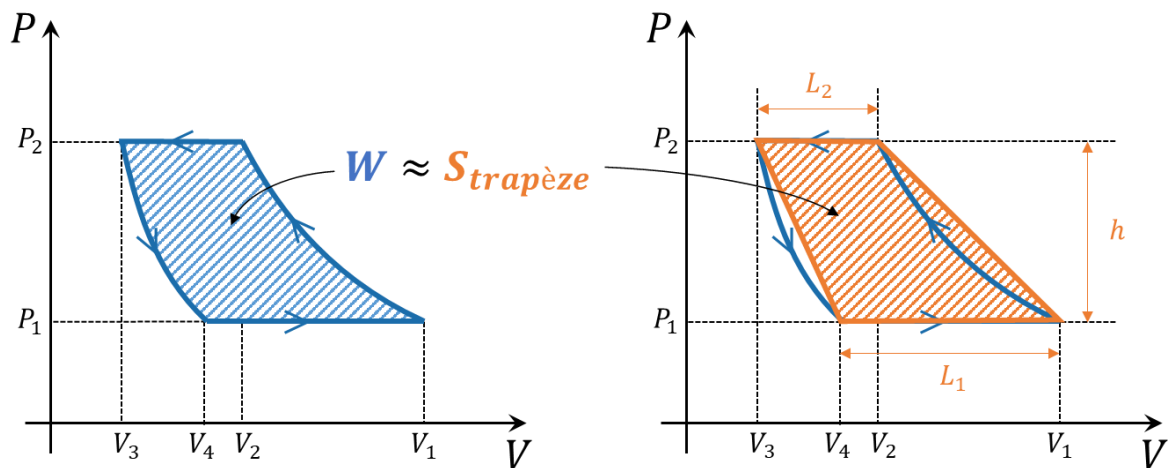
Calculons les volumes de chaque état :

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{1 \times 8,31 \times 285}{2.10^5} = 11,8.10^{-3} m^3$$

$$V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} = \frac{1 \times 8,31 \times 390}{6.10^5} = 5,40.10^{-3} m^3$$

$$V_3 = \frac{nRT_3}{P_3} = \frac{1 \times 8,31 \times 313}{6.10^5} = 4,34.10^{-3} m^3$$

$$V_4 = \frac{nRT_4}{P_4} = \frac{1 \times 8,31 \times 229}{2.10^5} = 9,51.10^{-3} m^3$$



On obtient finalement :

$$S = \frac{(11,8 - 9,51 + 5,40 - 4,34) \cdot 10^{-3} \times (6 - 2) \cdot 10^5}{2} = 670 \text{ J}$$

La valeur obtenue graphiquement diffère d'environ 10 % de la valeur obtenue par calcul en raison l'approximation grossière du cycle par un trapèze mais l'ordre de grandeur est bien vérifié

6. Le COP correspond à l'efficacité de la machine.

Dans le cas d'une PAC, l'énergie utile correspond à la chaleur cédée par le fluide à la source chaude tandis que l'énergie apportée à la machine correspond au travail.

On a donc :

$$e = \left| \frac{Q_{2 \rightarrow 3}}{W} \right| = \frac{2264}{617} = 3,7$$

7. Une efficacité $e=3,7$ signifie que, quand on fournit une certaine quantité d'énergie à la machine sous forme de travail, elle en fournit 3,7 fois plus à la source chaude.

Ce ratio est valable pour les énergies échangées mais aussi pour les puissances puisque la puissance correspond à l'énergie échangée divisée par la durée de l'échange :

$$\begin{aligned} |Q_{2 \rightarrow 3}| &= e \times W \\ \frac{|Q_{2 \rightarrow 3}|}{\Delta t} &= e \times \frac{W}{\Delta t} \\ P_{\text{chauffage}} &= e \times P_{\text{compresseur}} \\ P_{\text{compresseur}} &= \frac{P_{\text{chauffage}}}{e} \end{aligned}$$

Pour maintenir la température de la température constante, la puissance du chauffage doit compenser les pertes thermiques. Donc $P_{chauffage} = 15 \text{ kW}$ soit :

$$P_{compresseur} = \frac{15}{4,9} = 3,1 \text{ kW}$$

En comparaison, si la maison devait être chauffée par des radiateurs électriques, il faudrait prévoir des radiateurs d'une puissance totale de 15 kW (en considérant leur rendement égal à 1), ce qui illustre l'intérêt d'une pompe à chaleur pour limiter les dépenses énergétiques.