



Classe : TS 1
Date : 21 Janvier 2016

DST Mathématiques

Durée : 2 heures

*Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.
Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.*

EXERCICE 1 :

On considère la fonction f définie sur $I = \mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 3x + 5}{x^2 + 3}$.

Soit C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm

1. Déterminer les limites de la fonction aux bornes du domaine et conclure.
2. Montrer que la dérivée $f'(x)$ de f est $f'(x) = \frac{x^4 + 6x^2 - 16x + 9}{(x^2 + 3)^2}$. Factoriser $f'(x)$
3. Etudier le signe de $f'(x)$ sur I . En déduire le sens de variation de f sur I et le tableau de variation de f .
4. Déterminer une équation de la tangente T à C au point d'abscisse -1 .
5. a) Déterminer trois réels a , b et c tels que, pour tout x appartenant à I on ait :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x^2 + 3}.$$

b) Démontrer que la droite D , d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique à C , puis étudier la position relative de C par rapport à D .

6. Tracer C et D dans le repère donné.

7. a) Montrer que l'équation $f(x) = \frac{9}{5}$ a une unique solution x_0 dans \mathbb{R} .
b) Donner un encadrement de cette solution à 10^{-2}



Classe : TS 1
Date : 19 Janvier 2016

EXERCICE 2 :

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.

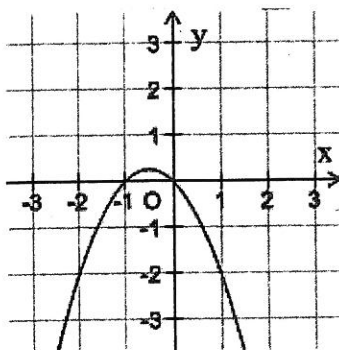
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Barème : une réponse exacte rapporte 0,5 point, une réponse fausse enlève 0,25 point, l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est 0.

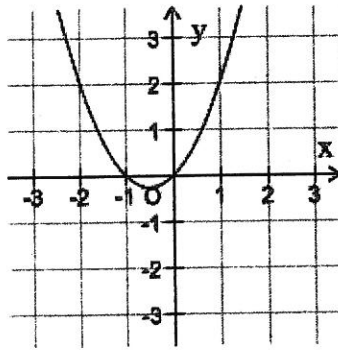
Une fonction f définie sur \mathbb{R} a pour tableau de variations :

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$-\infty$	2	-3	0

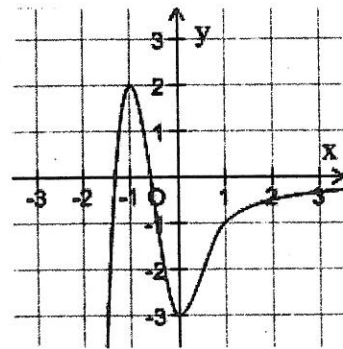
- Le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation $f(x) = -1$ est :
a) 1 b) 2 c) 3
- La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse -1 est parallèle à la droite d'équation :
a) $x = -1$ b) $y = -3$ c) $y = 2x$
- Une représentation graphique de la fonction f' , dérivée de f , est :



a



b



c

- La courbe représentative de f admet pour asymptote en $+\infty$ la droite d'équation :
a) $x = 0$ b) $y = 0$ c) il n'y a pas d'asymptote en $+\infty$
- Un antécédent de 2 est :
a) 0 b) -1 c) 2



Classe : TS 1
Date : 19 Janvier 2016

EXERCICE 3 :

Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un produit. Ce laboratoire peut produire de 5 à 30 kg du produit par semaine.

Le prix de revient d'un produit dépend de la quantité produite.

Pour x kg de produit fabriqué, le prix de revient moyen d'un kg de ce produit, exprimé en euros, est modélisé par la fonction suivante : $U(x) = \frac{1}{3}x^2 - 11x + 100 + \frac{72}{x}$ pour x appartenant à $[5 ; 30]$

1. Donner l'expression du coût total de production $C(x)$ en fonction de x

Vous trouverez page suivante le graphique représentant la courbe représentative de la fonction C sur l'intervalle $[5 ; 30]$.

2. Par lecture graphique, estimer la quantité dont le coût total de production est 600 €
3. Après une étude de marché, le prix de vente du produit a été estimé à 60 € le kg. Donner en fonction de x l'expression $R(x)$ de la fonction R modélisant la recette. Représenter graphiquement la fonction R sur le graphique donné
4. Le laboratoire souhaite connaître l'intervalle dans lequel doit se trouver la quantité de produit à vendre pour réaliser un bénéfice. Déterminer graphiquement quel est cet intervalle (*Vous laisserez les tracés nécessaires à la lecture graphique*)
5. Donner, en fonction de x , l'expression $B(x)$ du bénéfice réalisé par l'entreprise, c'est-à-dire la différence entre la recette et le coût de fabrication, exprimé en euros.
6. Calculer $B'(x)$ et montrer que $B'(x) = (2 - x)(x - 20)$
7. Etudier le signe de $B'(x)$ et dresser le tableau de variation de B sur l'intervalle $[5 ; 30]$
8. En déduire, en considérant que la production est entièrement vendue, la quantité à produire pour réaliser un bénéfice maximum.



Classe : TS 1
Date : 19 Janvier 2016

Annexe

NOM

La courbe représentative de la fonction C sur l'intervalle $[5;30]$ est donnée ci-dessous :

