



Classe : TOP 2
Date : Décembre 2019

DST Mathématiques

Durée: 1 h 45

Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.

Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.

Une seule calculatrice sur la table

EXERCICE 1 : 5 points

Les résultats seront donnés au centième

Dans une population, les individus sont répartis en quatre groupes sanguins : A, B, AB et O. A l'intérieur de chaque groupe sanguin, il y a deux rhésus (rhésus + ou rhésus -).

On a relevé les pourcentages suivant dans cette population :

- 45 % de la population est du groupe A, parmi ces personnes 84.4 % ont un rhésus +.
- 4 % de la population est du groupe AB, dont 25 % a un rhésus -.
- 9 % de la population est du groupe B.
- 85.7 % des personnes du groupe O ont un rhésus +.
- 1 % de la population est du groupe B et a un rhésus -.

On notera :

A l'évènement « la personne choisie est du groupe A », B l'évènement « la personne choisie est du groupe B », O l'évènement « la personne choisie est du groupe O », C l'évènement « la personne choisie est du groupe AB » et R l'évènement « la personne choisie est de rhésus + ». Un individu est choisi au hasard.

1. Traduire les données de l'énoncé en probabilités.
2. Déterminer la probabilité que la personne choisie soit du groupe O
3. a) Déterminer la probabilité que la personne choisie soit du groupe A et ait un rhésus -
b) Déterminer la probabilité que la personne choisie soit du groupe AB et ait un rhésus -
c) En déduire la probabilité que la personne choisie ait un rhésus -

EXERCICE 2 : 6 points

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Chaque bonne réponse rapporte 1 point, une mauvaise réponse occasionne une perte de 0.25 point et l'absence de réponse 0 point

- 1) L'équation différentielle $(E): y' = 3y$ admet pour solutions les fonctions f définies sur \mathbb{R} par :
 - a) $f(x) = ke^{-3x}$ où k est une constante réelle
 - b) $f(x) = 0$
 - c) $f(x) = e^{3x} + k$ où k est une constante réelle
 - d) $f(x) = ke^{3x}$ où k est une constante réelle
- 2) Parmi ces fonctions laquelle est solution de l'équation différentielle $(E): y' + y = x + 1$:
 - a) $f(x) = e^{-x} + 1$



Classe : TOP 2
Date : Décembre 2019

- b) $f(x) = e^{-x} + x$
c) $f(x) = e^{-x} + x + 1$
d) $f(x) = x + 1$
- 3) On considère l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = 2e^{-2x}$, où y est une fonction de la variable réelle x , définie et dérivable sur \mathbb{R} , et y' la fonction dérivée de y . Parmi ces propositions, la solution particulière $h(x)$ de l'équation différentielle (E) est :
- a) $-2e^{2x}$
b) $x^2 e^{-\frac{1}{2}x}$
c) $x - 2e^{-\frac{1}{2}x}$
d) $2xe^{-2x}$
- 4) L'équation différentielle (E) : $(E): y' = 2y$ admet pour solutions les fonctions f définies sur \mathbb{R} par :
- a) $f(x) = -2x + C$ où C est une constante réelle
b) $f(x) = 2x + C$ où C est une constante réelle
c) $f(x) = Ce^{-2x}$ où C est une constante réelle
d) $f(x) = Ce^{2x}$ où C est une constante réelle
- 5) Soit h la solution particulière d'une équation (E) dont la courbe représentative admet une tangente de coefficient directeur -1 au point d'abscisse 2 alors :
- a) $h(x) = -e^{1+\frac{x}{2}}$
b) $h(x) = 2e^{1-\frac{x}{2}}$
c) $h(x) = 2e^{1+\frac{x}{2}}$
d) $h(x) = e^{1+\frac{x}{2}}$
- 6) Les solutions de l'équation différentielle : $(E): y' = 3y + 2$ sont les fonctions f définies sur \mathbb{R} par :
- a) $f(x) = Ce^{3x} + 2$ où C est une constante réelle
b) $f(x) = Ce^{3x} + \frac{2}{3}$ où C est une constante réelle
c) $f(x) = Ce^{3x} + 2x$ où C est une constante réelle
d) $f(x) = Ce^{3x} - \frac{2}{3}$ où C est une constante réelle



Classe : TOP 2
Date : Décembre 2019

EXERCICE 3 : 9 points

Une entreprise est approvisionnée en « palets » pour la fabrication de lentilles.

Partie A

Dans un lot de ce type de palets, 98 % des palets sont conformes pour le rayon de courbure. On prélève au hasard 50 palets de ce lot pour vérification du rayon de courbure. Le lot est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 50 palets.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 50 palets associe le nombre de palets non conformes pour le rayon de courbure.

Les résultats seront arrondis au centième dans cette partie.

1. Quelle est la loi suivie par X ? En donner les paramètres.
2. Calculer $E(X)$. En donner une interprétation.
3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, un palet et un seul ne soit pas conforme pour le rayon de courbure.
4. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus un palet ne soit pas conforme.
5. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, il y ait entre 2 et 10 palets non-conformes.

Partie B

Dans cette partie on donnera les valeurs exactes des probabilités.

A l'issue de la fabrication, les lentilles peuvent présenter deux types de défauts :

- une puissance défectueuse
- une épaisseur défectueuse.

On prélève une lentille au hasard dans la production d'une journée.

On note A l'évènement : « la lentille présente une puissance défectueuse »

On note B l'évènement : « la lentille présente une épaisseur défectueuse »

On admet que les probabilités des évènements A et B sont $P(A) = 0.02$ et $P(B) = 0.05$ et on suppose que ces deux évènements sont indépendants.

1. Calculer la probabilité de l'évènement E : « la lentille prélevée présente les deux défauts »
2. Calculer la probabilité de l'évènement F : « la lentille prélevée présente au moins l'un des deux défauts »
3. Calculer la probabilité de l'évènement G : « la lentille prélevée ne présente aucun défaut »
4. Calculer la probabilité de l'évènement H : « la lentille prélevée présente un seul des deux défauts »