1. Le théorème de Thalès dans le triangle (CAB) donne : $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$ donc $\boxed{g_y = \dfrac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}}$

2. Grandissement avec origine aux foyers

2.1. Dans le triangle (ABF), $(SJ)//(AB)$, le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{\overline{JS}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FA}}{\overline{SF}} \qquad \text{donc} \quad \frac{-\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FA}}{f} \qquad \boxed{g_y = -\frac{f}{\overline{FA}}}$$

On montre de la même façon dans le triangle $(A'B'F')$: $\boxed{g_y = -\dfrac{\overline{F'A'}}{f'}}$

2.2. Le quotient des deux expressions précédentes donne :

$$\frac{g_y}{g_y} = \frac{\overline{F'A'}}{f'} \times \frac{\overline{FA}}{f} = \frac{\overline{F'A'}.\overline{FA}}{f.f'} \quad \text{d'où le résultat :} \quad \boxed{\overline{FA}.\overline{F'A'} = f.f'}$$

3. Grandissement transversal avec origine au sommet

$$\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{SF'} + \overline{F'A'}}{\overline{SF} + \overline{FA}} = \frac{f' + \overline{F'A'}}{f + \overline{FA}} = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{f'}{f}.\frac{1 + \dfrac{\overline{F'A'}}{f'}}{1 + \dfrac{f}{\overline{FA}}} = \frac{f'}{f}\frac{1 - g_y}{1 - \dfrac{1}{g_y}} = -\frac{f'}{f}.g_y$$

On en déduit l'expression du grandissement transversal : $\boxed{g_y = \dfrac{n}{n'}\dfrac{\overline{S'A'}}{\overline{SA}}}$