Inéquations du 1er degré

Ex 1

$$S = \left]-\infty\,;\, 2\right]$$

Ex 2

$$5x + 15 < 25$$
$$5x < 25 - 15$$
$$5x < 10$$
$$x < 2 \quad \Rightarrow \quad S = \left]-\infty\,;\, 2\right[$$

Ex 3

$$2x + 6 < 4x - 2$$
$$2x - 4x < -2 - 6$$
$$-2x < -8$$
$$-x < -4$$
$$x > 4 \quad \Rightarrow \quad S = \left]4\,;\, +\infty\right[$$

Ex 4

$$\frac{1}{4}x - \frac{1}{3} > \frac{1}{2}x - 1$$
$$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}x > -1 + \frac{1}{3}$$
$$\frac{1-2}{4}x > \frac{-3+1}{3}$$
$$-\frac{1}{4}x > -\frac{2}{3}$$
$$-x > -\frac{8}{3}$$
$$x < \frac{8}{3} \quad \Rightarrow \quad S = \left]-\infty\,;\, \frac{8}{3}\right[$$

Ex 5

$2(6-3x) > -1-x$

$12-6x > -1-x$

$-6x+x > -1-12$

$-5x > -13$

$-x > -\dfrac{13}{5}$

$x < \dfrac{13}{5} \quad \Rightarrow \quad S = \left]-\infty\,;\,\dfrac{13}{5}\right[$

Ex 6

$(x-2)(x+5) < (x-3)(x-2)$

$(x-2)(x+5) - (x-2)(x-3) < 0$

$(x-2)\left[(x+5)-(x-3)\right] < 0$

$(x-2)(x+5-x+3) < 0$

$(x-2)(8) < 0$

$8(x-2) < 0$

$x-2 < 0$

$x < 2 \quad \Rightarrow \quad$ ~~░░░░░~~ $S = \left]-\infty\,;\,2\right[$

Ex 7

$(x+5)^2 - (x-2)(x+2) > 1$

$x^2 + 10x + 25 - (x^2-4) > 1$

$x^2 + 10x + 25 - x^2 + 4 > 1$

$10x + 29 > 1$

$10x > 1-29$

$x > -\dfrac{28}{10}$

$x > -\dfrac{14}{5} \quad \Rightarrow \quad S = \left]-\dfrac{14}{5}\,;\,+\infty\right[$

②

Ex 8

$$(5 - 5x)^2 > (1 + 5x)^2$$

$$25 - 50x + 25x^2 > 1 + 10x + 25x^2$$

$$25 - 50x + 25x^2 - 1 - 10x - 25x^2 > 0$$

$$-60x + 24 > 0$$

$$-60x > -24$$

$$-x > -\frac{24}{60}$$

$$x < \frac{24}{60} \quad \Rightarrow \quad \frac{24}{60} = \frac{6}{15} \quad \Rightarrow \quad a = 6 \quad et \quad b = 15$$

$$x < \frac{6}{15} \quad \Rightarrow \quad S = \left] -\infty ; \frac{6}{15} \right[$$

Inéquations et tableaux de signes

Ex 1

$$(x-2)(x+4) \geq 0$$

$$x-2 > 0 \quad | \quad x+4 > 0$$

$$x > 2 \quad | \quad x > -4$$

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
Pr		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$S = \left]-\infty\,;-4\right] \cup \left[2\,;+\infty\right[$$

Ex 2

$$(x+4)(5-x)(-x+6) \geq 0$$

$$x+4 > 0 \quad | \quad 5-x > 0 \quad | \quad -x+6 > 0$$

$$x > -4 \quad | \quad -x > -5 \quad | \quad -x > -6$$

$$\quad | \quad x < 5 \quad | \quad x < 6$$

x	$-\infty$		-4		5		6		$+\infty$
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$5-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$-x+6$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
Pr		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$$S = \left[-4\,;5\right] \cup \left[6\,;+\infty\right[$$

Ex 3

$$\frac{1}{x} > 2$$

$$\frac{1}{x} - 2 > 0$$

$$\frac{1-2x}{x} > 0$$

$1-2x > 0$ | $x > 0$
$-2x > -1$
$-x > -\frac{1}{2}$

$x < \frac{1}{2}$

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$1-2x$	$+$			$+$	0	$-$	
x	$-$			$+$		$+$	
Pr	$-$			$+$		$-$	

$$S = \left]0 ; \frac{1}{2}\right[$$

Ex 4

$$\frac{(x-1)(x-5)}{16-8x} \geq 0$$

$x-1 > 0$ | $x-5 \geq 0$ | $16-8x > 0$
$x > 1$ | $x > 5$ | $-8x > -16$
                              | $x < 2$

x	$-\infty$		1		2		5		$+\infty$
$x-1$	$-$		0	$+$		$+$		$+$	
$x-5$	$-$			$-$		$-$	0	$+$	
$16-8x$	$+$			$+$		$-$		$-$	
Pr	$+$			$-$		$+$		$-$	

$$S = \left]-\infty ; 1\right] \cup \left]2 ; 5\right]$$

Ex 5

$$\frac{x^2 - 7}{x} \geq 0$$

$$\frac{(x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7})}{x} \geq 0$$

$x + \sqrt{7} > 0$	$x - \sqrt{7} > 0$	$x > 0$
$x > -\sqrt{7}$	$x > \sqrt{7}$	

x	$-\infty$		$-\sqrt{7}$		0		$\sqrt{7}$		$+\infty$
$x + \sqrt{7}$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$x - \sqrt{7}$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
x		$-$		$-$		$+$		$+$	
P_r		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$	

$$S = [-\sqrt{7}\ ;\ 0[\ \cup\ [\sqrt{7}\ ;\ +\infty[$$

Ex 6

$$(x - 7)(x + 1) + (x - 7)(x - 1) \geq 0$$

$$(x - 7)[(x + 1) + (x - 1)] \geq 0$$

$$(x - 7)(x + 1 + x - 1) \geq 0$$

$$(x - 7)(2x) \geq 0$$

$x - 7 > 0$	$2x > 0$
$x > 7$	$x > 0$

x	$-\infty$		0		7		$+\infty$
$x - 7$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x$		$-$	0	$+$		$+$	
P_r		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$S =]-\infty\ ;\ 0]\ \cup\ [7\ ;\ +\infty[$$

Ex 7

$$(x+2)^2 - (x+2)(2x+9) \geqslant 0$$

$$(x+2)[(x+2)-(2x+9)] \geqslant 0$$

$$(x+2)(x+2-2x-9) \geqslant 0$$

$$(x+2)(-x-7) \geqslant 0$$

$x+2 > 0$	$-x-7 > 0$
$x > -2$	$-x > 7$
	$x < -7$

x	$-\infty$		-7		-2		$+\infty$
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$-x-7$		$+$	0	$-$		$-$	
Pr		$-$	0	$+$	0	$-$	

$$S = [-7; -2]$$

Ex 8

$$\frac{1}{x^2+x} \geqslant 0$$

$$\frac{1}{x(x+1)} \geqslant 0$$

$1 > 0$	$x > 0$	$x+1 > 0$
Toujours		$x > -1$

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
1		$+$		$+$		$+$	
x		$-$		$-$		$+$	
$x+1$		$-$		$+$		$+$	
Pr		$+$		$-$		$+$	

$$S =]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[$$

Ex 9

$$(3x-2)^2 + 2(3x-2) \leq x^2$$

$$9x^2 - 12x + 4 + 6x - 4 - x^2 \leq 0$$

$$8x^2 - 6x \leq 0$$

$$2x(4x-3) \leq 0$$

$2x > 0$	$4x - 3 > 0$
$x > 0$	$x > \dfrac{3}{4}$

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
$2x$		$-$	0	$+$		$+$	
$4x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
Pr		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$S = \left[0 \, ; \, \frac{3}{4} \right]$$

Ex 10

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 9} \leq 0$$

$$\frac{(x+2)^2}{(x+3)(x-3)} \leq 0$$

$(x+2)^2 > 0$	$x+3 > 0$	$x - 3 > 0$
Toujours, sauf	$x > -3$	$x > 3$
pour $x = -2$		

x	$-\infty$		-3		-2		3		$+\infty$
$(x+2)^2$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$x+3$		$-$		$+$		$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$		$-$		$+$	
Pr		$+$		$-$	0	$-$		$+$	

$$S = \left] -3 \, ; \, 3 \right[$$