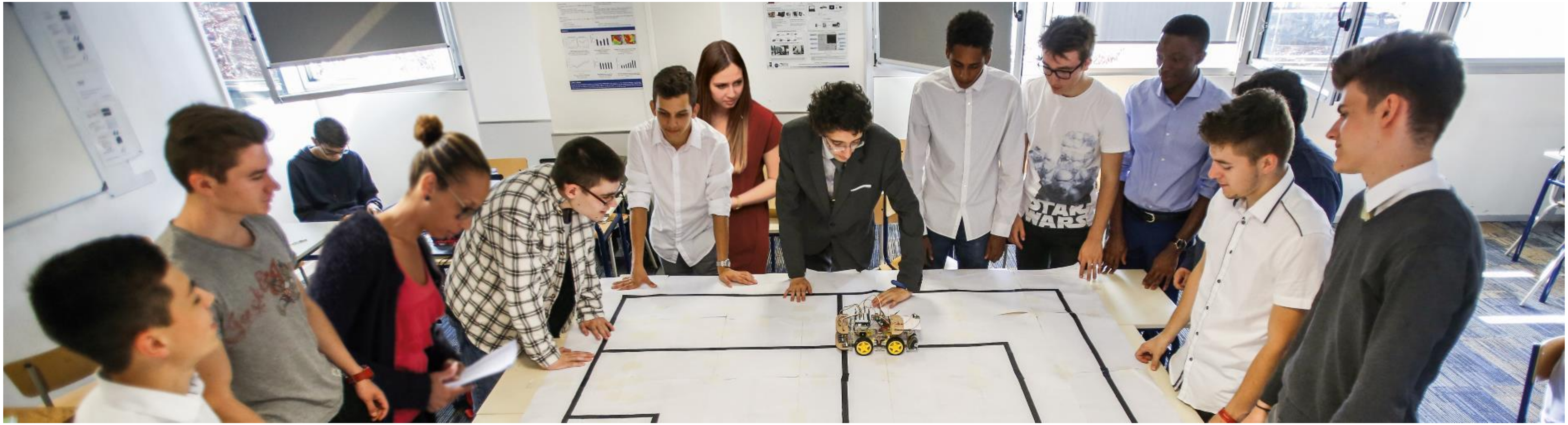


SAM
MECANIQUE DES FLUIDES

PROJET 2 – A2
PROSIT 1

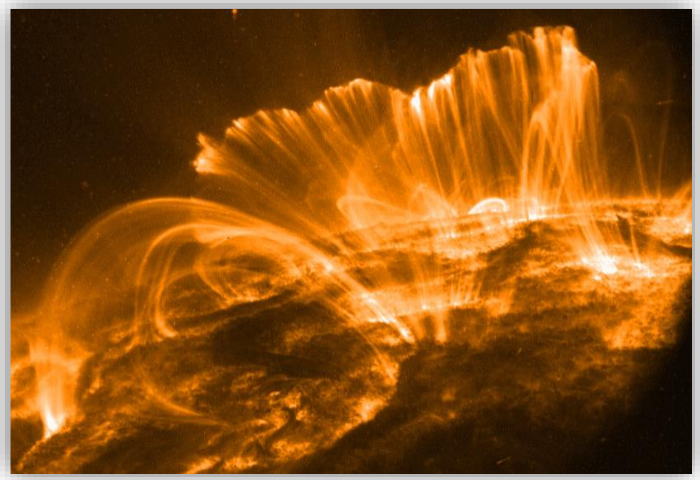
Objectifs

- Connaître les différents types de fluides et leurs caractéristiques
- Connaître les 2 types de description d'un fluide
- Connaître les différents types d'écoulement
- Calculer un débit
- Savoir appliquer le théorème de Bernoulli aux fluides parfaits
- Savoir appliquer le théorème de Bernoulli aux fluides réels
- Savoir calculer un débit massique et volumique

Les fluides

Gaz

Liquide



Plasma
(pas étudié ici)

Les fluides

L'état fluide caractérise un état de la matière.

Point de vue macroscopique : un fluide est un système déformable sans forme propre.

- Les liquides sont des fluides très peu compressibles et ont un volume propre.
- En première approximation, on pourra les considérer comme incompressibles :

$$\rho_l = \frac{m}{V} = C^{st}$$

$$\rho_l \approx 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$$

- Les gaz sont des fluides compressibles et sans volume propre (celui de l'enceinte).
- Leur masse volumique est donc variable :

$$\rho_g = \frac{m}{V} \neq C^{st}$$

$$\rho_g \approx 10 \text{ kg.m}^{-3}$$

Cinématique des fluides

La cinématique des fluides consiste en la description des mouvements des fluides.

Notion de particules fluides :

- Le fluide est considéré comme un milieu continu.
- Le fluide peut être modélisé par un agglomérat de petites quantités de fluides :
  - des particules fluides,
  - des petits « paquets » de molécules ayant toutes la même vitesse.

Description Lagrangienne du mouvement d'un fluide

On considère une particule fluide que l'on suit dans son mouvement.

Cette particule est :

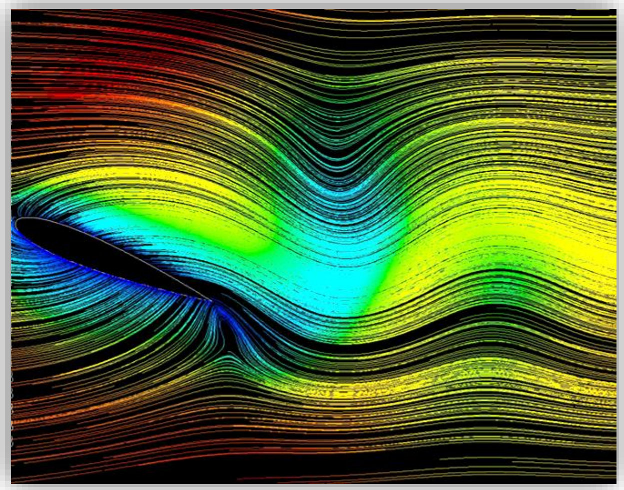
- au point (x_0, y_0, z_0) à l'instant $t = 0$,
- au point (x, y, z) à l'instant t.

Trajectoire d'une particule fluide : lieu géométrique des positions successives occupées par la particule dans le temps et l'espace.

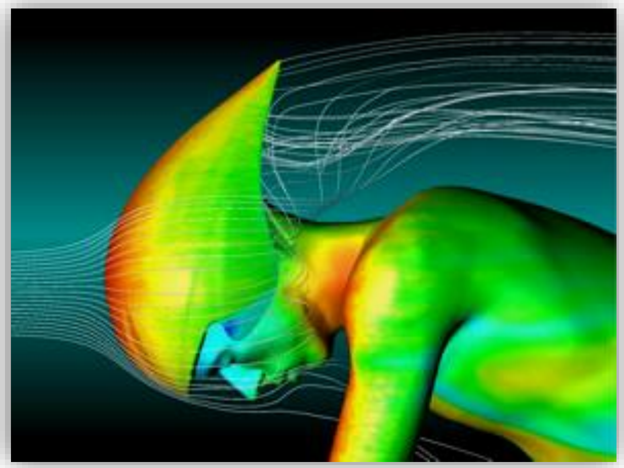
Avantage : la description correspond au suivi dans l'espace de particules fluides marquées (écoulements diffus) à l'aide de vidéo rapide ou de photographie.

Description Lagrangienne du mouvement d'un fluide

Au voisinage d'une aile d'avion.



Écoulement de l'air
autour d'un casque



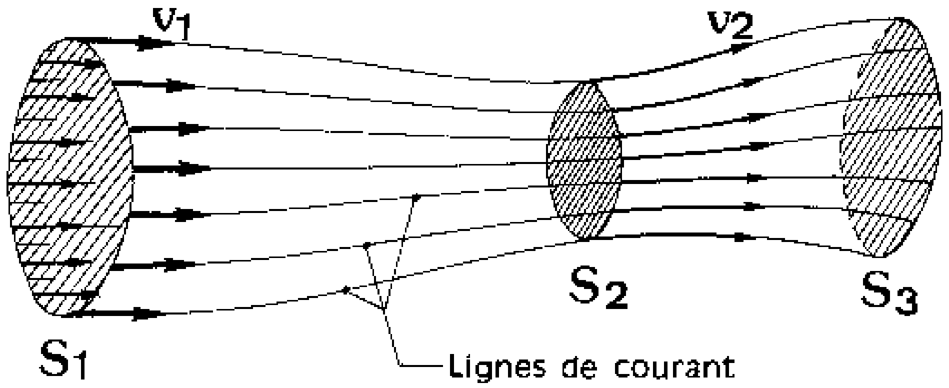
Mélange de deux jets.

Description Eulérienne du mouvement d'un fluide

On se place en un point donné fixe et on suit le mouvement du fluide en ce point.

Lignes de courant : courbes en tout point tangente au vecteur vitesse $\overrightarrow{V(x, y, z, t)}$

Tubes de courant : ensemble de lignes de courant traversant une section donnée.



Avantage : permet de calculer facilement les variations spatiales des propriétés du fluide à un temps t donné.

Les types d'écoulement

Écoulement permanent ou stationnaire

Un écoulement est permanent si la vitesse, la pression et la masse volumique en chaque point sont constantes au cours du temps. Dans ce cas, les trajectoires et les lignes de courant sont confondues.

Écoulement semi-permanent

Un écoulement est semi-permanent si la vitesse moyenne, la pression moyenne et la masse volumique moyenne en chaque point sont constantes au cours du temps.

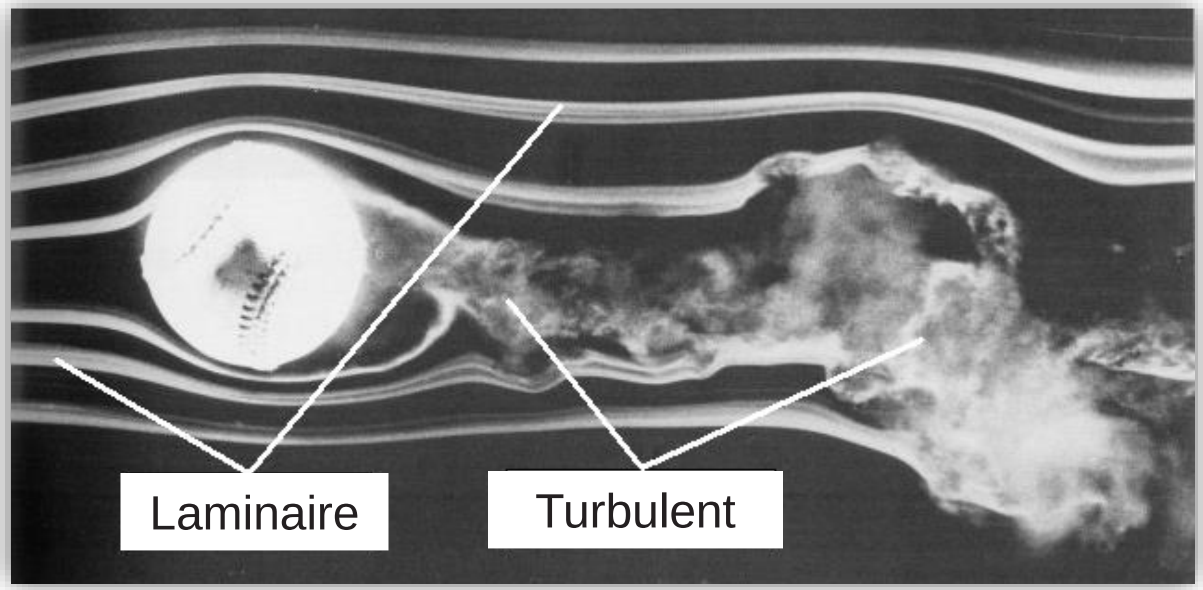
Écoulement plan

Un écoulement est plan si la vitesse reste parallèle à un plan fixe et garde la même valeur et même direction en tout point de ce plan.

Les régimes d'écoulement

Régimes laminaires et turbulents

- Un écoulement est dit laminaire lorsque les filets de fluide ne se mélangent pas.
- Un écoulement est dit turbulent lorsqu'il y a des échanges importants entre les différentes couches de fluides.



Régimes d'écoulement laminaire ou turbulent

Le régime d'écoulement dépend de la vitesse moyenne d'écoulement $\bar{v}$, le diamètre D de la conduite et de la viscosité cinématique ν (ou de la viscosité dynamique μ et de la masse volumique ρ du fluide).

Nombre de Reynolds Re :

$$\boxed{Re = \frac{\bar{v}D}{\nu}} \qquad \boxed{Re = \frac{\rho.\bar{v}.D}{\mu}}$$

$\bar{v}$: vitesse moyenne du fluide (m.s^{-1}),

D : diamètre de la conduite (m),

ν : viscosité cinématique (m^{2}.s^{-1}), $\quad \nu = \frac{\mu}{\rho}$

ρ : masse volumique (kg.m^{-3}),

μ : viscosité dynamique (kg.m^{-1}.s^{-1})

Régimes d’écoulement laminaire ou turbulent

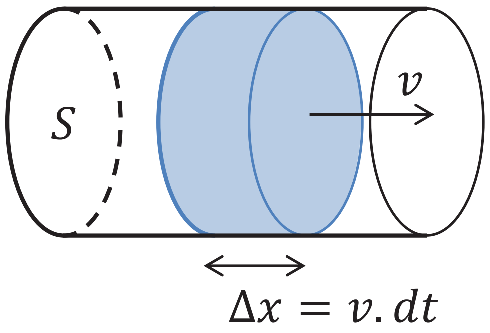
Ce nombre est sans dimension et permet de caractériser l’écoulement (pour une canalisation) :

- $Re < 2\,000$: régime laminaire,
- $2\,000 < Re < 4\,000$: régime transitoire,
- $Re > 4\,000$: régime turbulent.

Ces valeurs peuvent varier selon la littérature et la géométrie rencontrée (canalisation, plaque, etc.).

Débit volumique

Il correspond au volume V de fluide qui traverse une surface S dans un temps donné :



$$dq_v = \frac{dV}{dt} = \frac{dS.\Delta x}{dt} = \frac{dS.v.dt}{dt} = v.dS$$

$$q_v = \iint_S v.dS$$

$$\boxed{q_v = \bar{v}.S}$$

q_v : débit volumique (m^3.s^{-1}),

$\bar{v}$: vitesse moyenne du fluide (m.s^{-1}),

S : section (m^2),

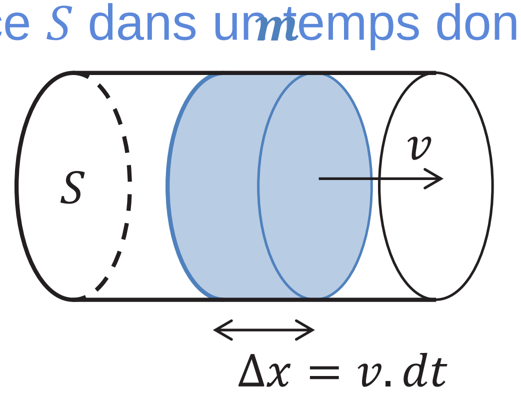
V : volume (m^3),

t : temps (s).

ÉCOLE D'INGÉNIEURS cesi HESAM UNIVERSITÉ

Débit massique

Il correspond à la masse m de fluide qui traverse une surface S dans un temps donné :



$$dq_m = \frac{dm}{dt} = \frac{\rho.dV}{dt} = \rho.dq_v$$

$$q_m = \iint_S \rho.v.dS$$

$$\boxed{q_m = \rho.\bar{v}.S}$$

q_m : débit massique (kg.s^{-1}),

$\bar{v}$: vitesse moyenne du fluide (m.s^{-1}),

S : section (m^2),

m : masse (kg),

t : temps (s).

- Relation entre q_m et q_v :

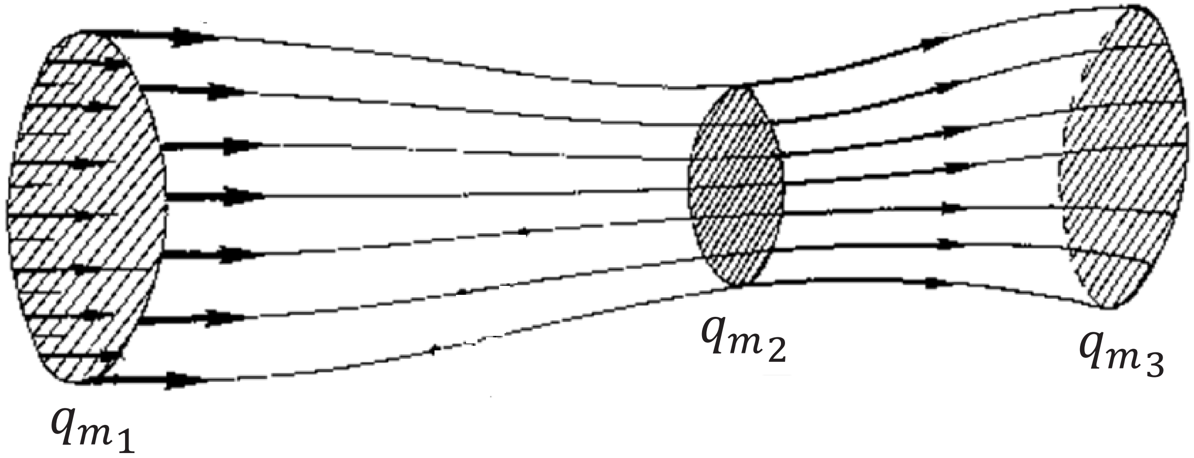
$$\boxed{q_m = \rho.q_v}$$

ÉCOLE D'INGÉNIEURS cesi HESAM UNIVERSITÉ

Application à un tube de courant

Soit un tube de courant délimité par une surface S. Il ne peut y avoir ni création ni perte de matière dans ce volume. Il y a conservation de la masse (Lavoisier), c'est-à-dire que le débit massique est constant.

Non valable s'il y a des réactions chimiques ou nucléaires car la masse peut être convertie en énergie et *vice versa.*

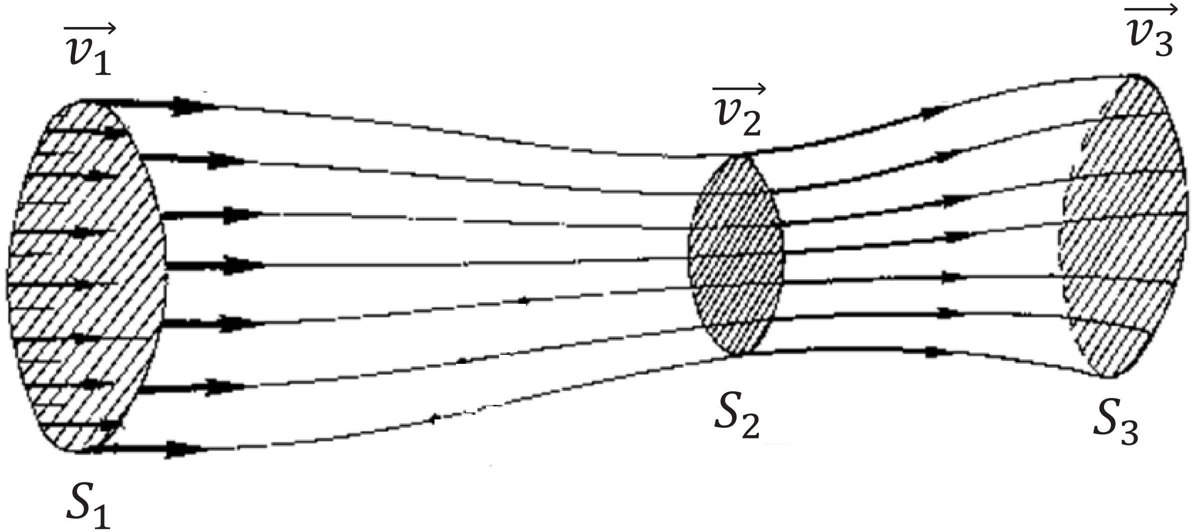


Tube de courant : $q_{m_1} = q_{m_2} = q_{m_3} \implies \boxed{q_m = C^{st}}$

Application à un tube de courant

Cas d'un fluide incompressible : $\rho = C^{st}$

$$q_{m_1} = q_{m_2} = q_{m_3} \quad \Leftrightarrow \quad q_{v_1}.\ \rho = q_{v_2}.\rho = q_{v_3}.\rho$$
$$q_{v_1} = q_{v_2} = q_{v_3}$$

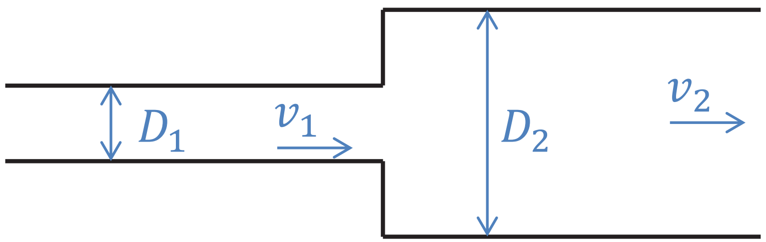


Équation de la continuité :

$$q_{v_1} = q_{v_2} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{v_1 \times S_1 = v_2 \times S_2}$$

Exercice

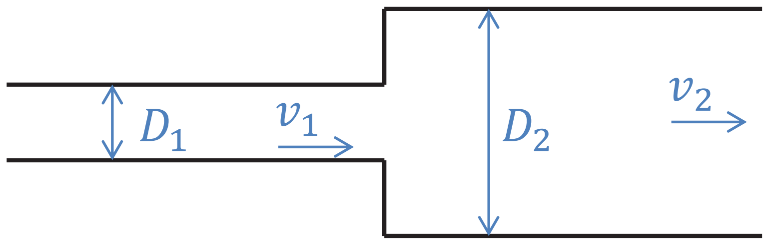
De l'eau s'écoule dans la canalisation ci-dessous ($D_1 = 10$ mm) à un débit q_{v_1} de 100 L.min^{-1}.



Calculer la vitesse v_1 du fluide dans la canalisation.

Exercice

Quel doit être le diamètre D_2 de la canalisation si nous souhaitons avoir une vitesse de fluide v_2 égale à 10 m.s^{-1} ?



Dynamique des fluides parfaits

Un fluide idéal ou parfait a une viscosité nulle $\mu = 0$.

Viscosité : phénomène de résistance à l'écoulement d'un fluide.

Un fluide en mouvement peut être considéré comme un ensemble de particules élémentaires de masses dm auquel on peut appliquer les lois de la mécanique du solide.

Les 3 lois de Newton sont :

- Principe de l'inertie : lorsqu'un point matériel n'est soumis à aucune force extérieure, son mouvement est un mouvement rectiligne uniforme.
- Principe fondamental de la dynamique : $$\frac{d(mv)}{dt} = \sum F_{ext}$$
- Principe de l'égalité de l'action et de la réaction.

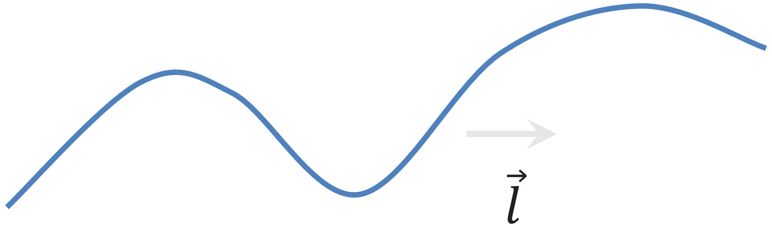
Dynamique des fluides parfaits

Hypothèses :

- Le fluide est idéal : $\mu = 0$
- Le fluide est incompressible : $\rho = C^{st}$
- L'écoulement est permanent : $v(t) = C^{st}$
- Le seul champ de force est le champ de pesanteur.

Travail d'une force : $\overrightarrow{W_F} = \vec{F} \cdot \vec{l}$

avec $\vec{l}$, le vecteur déplacement le long de la trajectoire.



Dynamique des fluides parfaits

D'après le Principe Fondamental de la Dynamique :

$$\vec{F} = m.\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \Leftrightarrow \quad dW_F = \vec{F} \cdot d\vec{l} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{l} = m.d\vec{v} \cdot \underbrace{\frac{d\vec{l}}{dt}}_{\vec{v}}$$

Soit finalement : $dW_F = m.\vec{v} \cdot d\vec{v}$

Entre deux points A et B de la trajectoire, on intègre :

$$\int_A^B dW_F = m\int_A^B \vec{v} \cdot d\vec{v} \quad \Leftrightarrow \quad [W_F]_A^B = \left[\frac{1}{2}m.v^2\right]_A^B$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{\sum W_{A\rightarrow B} = \frac{1}{2}m.V_B^2 - \frac{1}{2}m.V_A^2 = \Delta E_c}$$

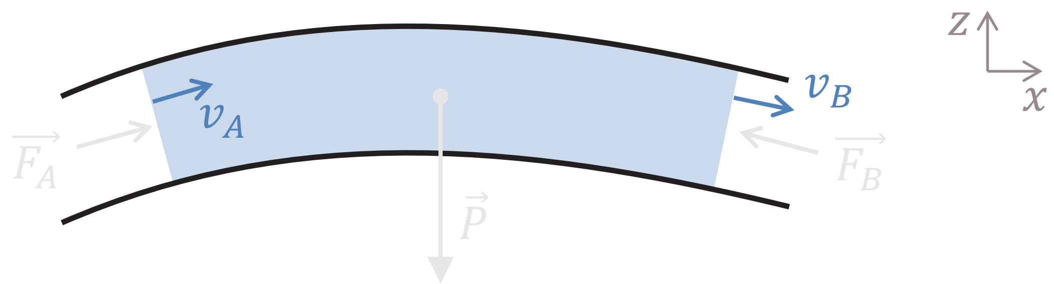
Théorème de l'énergie cinétique : la variation d'énergie cinétique ΔE_c est égale à la somme des travaux entre ces points.

Dynamique des fluides parfaits

Travail des forces de contact :

- Les forces de contact du fluide sur les parois sont nulles car le fluide est parfait.

- Travail des forces s'appliquant en A : $\overrightarrow{F_A}.\overrightarrow{dx_A} = P_A S_A v_A.dt$ avec $S_A v_A = \dfrac{V}{dt}$
- Travail des forces s'appliquant en B : $\overrightarrow{F_B}.\overrightarrow{dx_B} = -P_B S_B v_B.dt$
- Travail de la force de pesanteur : $\vec{P}.\overrightarrow{dz} = m.g(z_A - z_B)$



$$\frac{1}{2}m\left(v_B{}^2 - v_A{}^2\right) = (P_A S_A v_A - P_B S_B v_B)dt + m.g(z_A - z_B)$$

$$\Longrightarrow P_A + \rho g z_A + \rho\frac{v_A{}^2}{2} = P_B + \rho g z_B + \rho\frac{v_B{}^2}{2}$$

Équation de Bernoulli (fluides parfaits)

En l'absence de frottement, l'énergie totale E_T d'une quantité donnée de fluide est constante le long d'une ligne de courant.

$$E_T = E_{pr} + E_p + E_c = C^{st}$$

E_{pr} : énergie de pression,

E_p : énergie potentielle,

E_c : énergie cinétique

$$\boxed{\frac{E_T}{V} = P + \rho.g.z + \frac{1}{2}\rho.v^2 = C^{st}}$$

$\frac{E_T}{V}$: densité d'énergie totale.

Équation de Bernoulli

Équation de Bernoulli (fluides parfaits)

De même, en résonnant directement sur les énergies concernées :

$$E_T = E_{pr} + E_p + E_c = C^{st}$$

$$E_{pr} = P.S.L = P.S.\frac{V}{S} = P.V$$

- Énergie de pression : travail des forces de pression $F = P.S$ sur une distance L.
- Énergie potentielle : action de la pesanteur. $E_p = m.g.z$
- Énergie cinétique : liée à la quantité de mouvement. $E_c = \frac{1}{2}m.v^2$

$$\boxed{\frac{E_T}{V} = \underbrace{P + \rho.g.z}_{\text{pression statique}} + \underbrace{\frac{1}{2}\rho.v^2}_{\text{pression dynamique}} = C^{st}}$$

ÉCOLE D'INGÉNIEURS HESAM UNIVERSITÉ

Équation de Bernoulli (fluides parfaits)

En terme de pression ou d’énergie volumique (Pa ou J.m^{-3}) :

$$\boxed{\frac{E_T}{V} = P + \rho.g.z + \frac{1}{2}\rho.v^2 = C^{st}}$$

En terme de hauteur de fluide (mètre colonne de fluide, mCF) :

$$\boxed{\frac{E_T}{\rho.g.V} = \frac{P}{\rho.g} + z + \frac{1}{2g}v^2 = C^{st}}$$

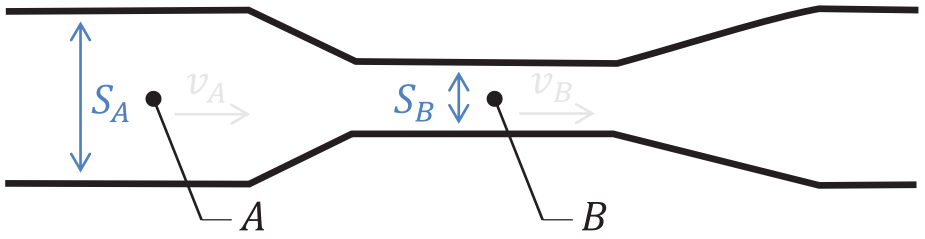
En terme d’énergie massique (m^2.s^{-2} ou J.kg^{-1}) :

$$\boxed{\frac{E_T}{\rho.V} = \frac{P}{\rho} + g.z + \frac{1}{2}v^2 = C^{st}}$$

L’équation de Bernoulli met donc en relation P, z, v et S.

Équation de Bernoulli : effet Venturi

Rétrécissement
dans une conduite :



- Équation de Bernoulli : $P_A + \rho.g.z_A + \frac{1}{2}\rho.v_A^2 = P_B + \rho.g.z_B + \frac{1}{2}\rho.v_B^2$

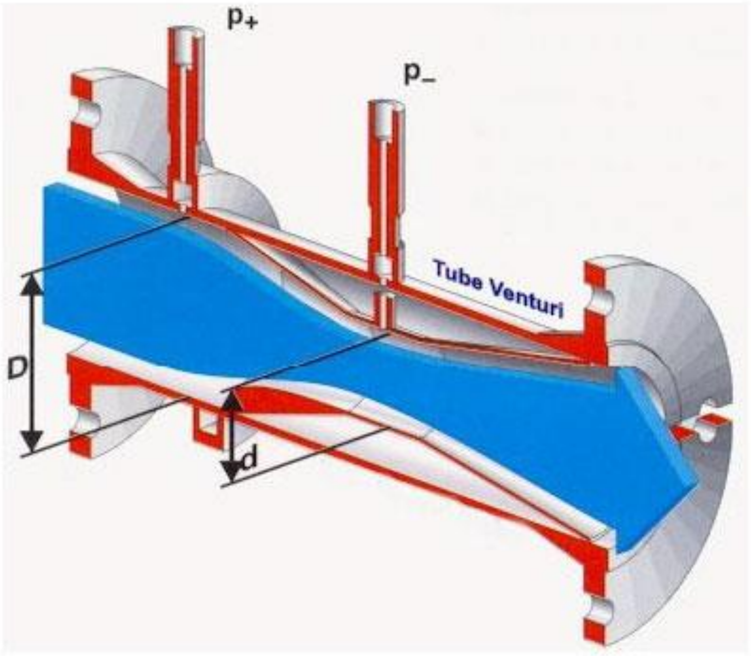
or $z_A = z_B$ car la conduite est horizontale, donc $P_A + \frac{1}{2}\rho.v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho.v_B^2$

- Équation de la continuité : $S_A.v_A = S_B.v_B$

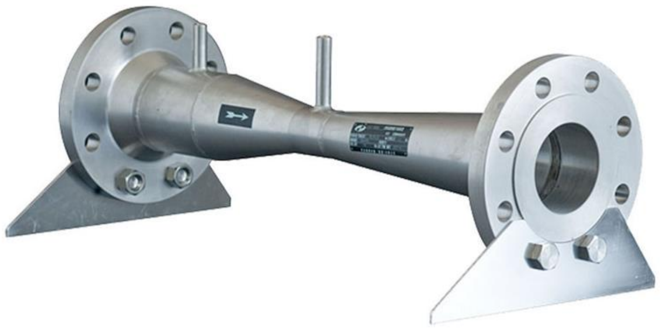
- Conclusion :
  - Si rétrécissement $S_A > S_B$: $v_A < v_B$ et $P_A > P_B$
  - Si élargissement $S_A < S_B$: $v_A > v_B$ et $P_A < P_B$

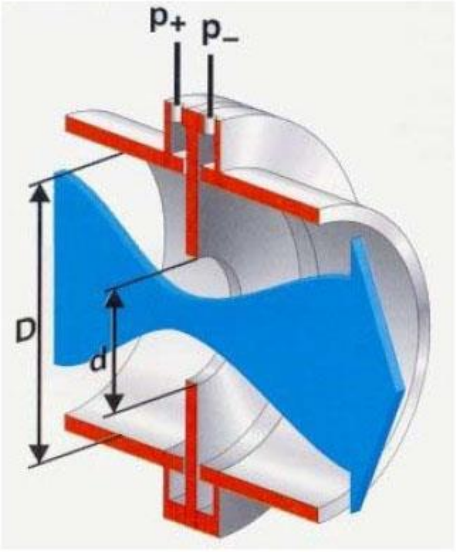
ÉCOLE D'INGÉNIEURS
HESAM UNIVERSITÉ

Application : Organes déprimogènes Mesure de débit industriel par effet Venturi



Tube de Venturi





Diaphragme

Application : Organes déprimogènes

Mesure de débit industriel par effet Venturi

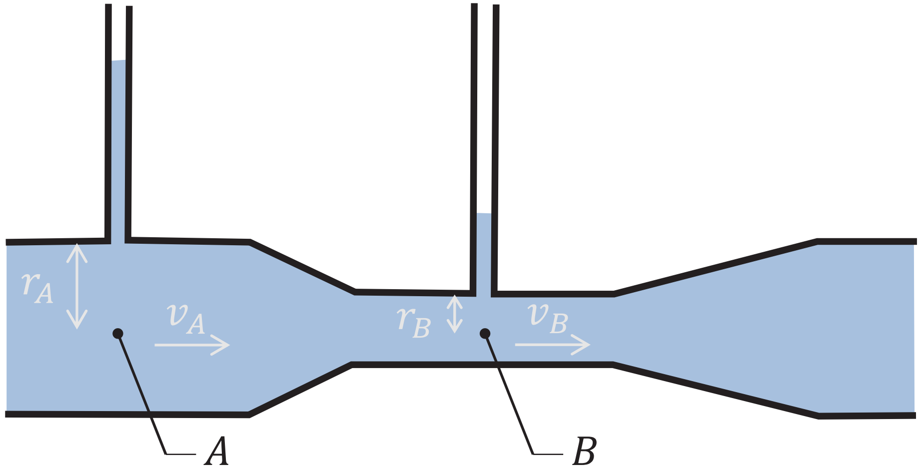
Équation de Bernoulli ($z_A = z_B$) :

$$P_A + \frac{1}{2}\rho . v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho . v_B^2$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho(v_B^2 - v_A^2)$$

or $q_v = S.v$ donc $v_A = \dfrac{q_v}{\pi r_A^2}$ et $v_B = \dfrac{q_v}{\pi r_B^2}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho\frac{q_v^2}{\pi^2}\left(\frac{1}{r_B^4} - \frac{1}{r_A^4}\right)}$$



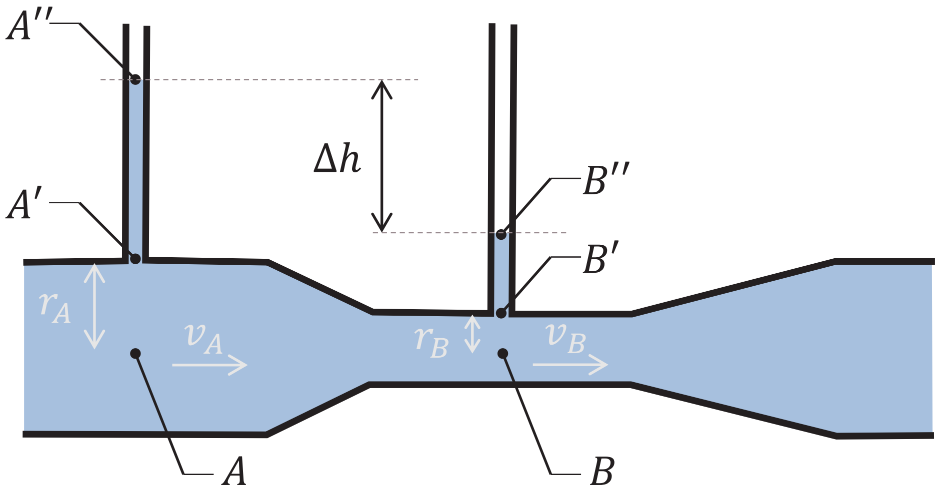
Application : Organes déprimogènes   Mesure de débit industriel par effet Venturi

$$P_{A'} = P_{A''} + \rho.g.\left(z_{A''} - z_{A'}\right)$$
$$P_{B'} = P_{B''} + \rho.g.\left(z_{B''} - z_{B'}\right)$$

Or $P_{A''} = P_{B''} = P_{atm}$

$$P_{A'} - \rho.g.\left(z_{A''} - z_{A'}\right) = P_{B'} - \rho.g.\left(z_{B''} - z_{B'}\right)$$

$$P_{A'} - P_{B'} = \rho.g.\left(\underbrace{z_{A''} - z_{B''}}_{\Delta h} + \underbrace{z_{B'} - z_{A'}}_{-r_A + r_B}\right)$$



Application : Organes déprimogènes Mesure de débit industriel par effet Venturi

$$P_{A'} - P_{B'} = \rho . g . \left(\underbrace{z_{A''} - z_{B''}}_{\Delta h} + \underbrace{z_{B'} - z_{A'}}_{-r_A + r_B} \right)$$

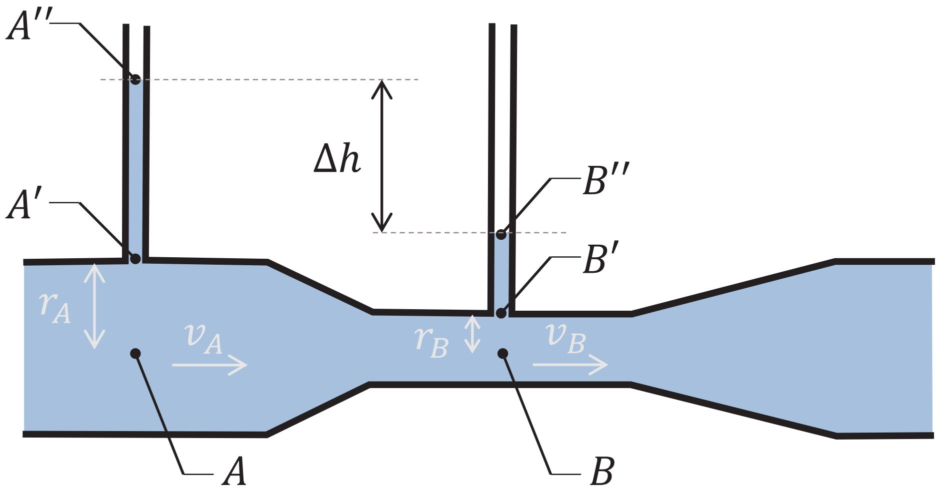
Hypothèse : pression uniforme dans une section : $P_A = P_{A'}$ et $P_B = P_{B'}$.

$P_A - P_B = \rho . g . \Delta h' \quad \text{avec} \quad \Delta h' = \Delta h - r_A + r_B$

Or nous savons que $$P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho \frac{q_v^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{r_B^4} - \frac{1}{r_A^4} \right)$$

$$\Rightarrow \; q_v = \sqrt{2\pi^2 . g . \Delta h' \left(\frac{r_A^4 . r_B^4}{r_A^4 - r_B^4} \right)}$$

$$\boxed{q_v = \pi . r_A^2 . r_B^2 \sqrt{\frac{2g . (\Delta h - r_A + r_B)}{r_A^4 - r_B^4}}}$$



Équation de Bernoulli : formule de Torricelli débit de vidange d'un réservoir

Équation de Bernoulli :

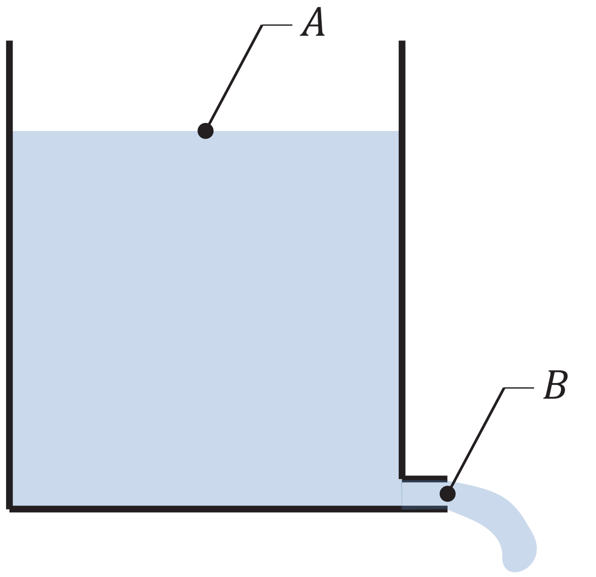
$$P_A + \rho.g.z_A + \frac{1}{2}\rho.v_A^2 = P_B + \rho.g.z_B + \frac{1}{2}\rho.v_B^2$$

Or $P_A = P_B = P_{atm}$ car le point est juste à la sortie.

et on peut considérer que $v_A = 0$ car $S_A \gg S_B$

$$\rho.g.(z_A - z_B) = \frac{1}{2}\rho.v_B^2$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2g.h}}$$

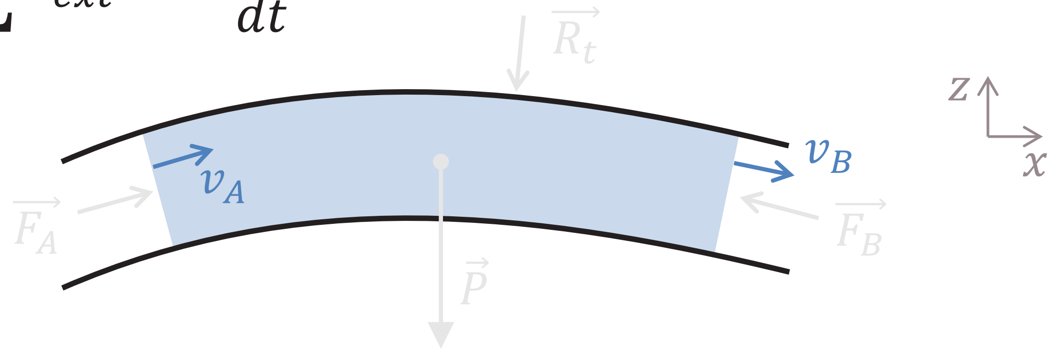


Théorème d'Euler

Hypothèses :

- Le fluide est idéal : $\mu = 0$
- Le fluide est incompressible : $\rho = C^{st}$
- L'écoulement est permanent : $v(t) = C^{st}$
- Le seul champ de force est le champ de pesanteur.

2 ème loi de Newton : $\sum F_{ext} = \frac{d(mv)}{dt}$



Dynamique des fluides parfaits

Théorème d'Euler

2 ème loi de Newton :

$$\frac{d(m\vec{V})}{dt} = \frac{\overrightarrow{V_B}dm - \overrightarrow{V_A}dm}{dt} = Q_m\ \overrightarrow{(V_B - V_A)} = \vec{R} + \vec{P}$$

La résultante $\vec{R}$ des forces de contact est composée de :

- forces de contact $\overrightarrow{R_t}$ exercées par le fluide extérieur au tube de courant,
- résultante des forces exercées par le fluide situé en amont : $\overrightarrow{F_A} = P_A S_A \overrightarrow{n_A}$
- résultante des forces exercées par le fluide situé en aval : $\overrightarrow{F_B} = -P_B S_B \overrightarrow{n_B}$

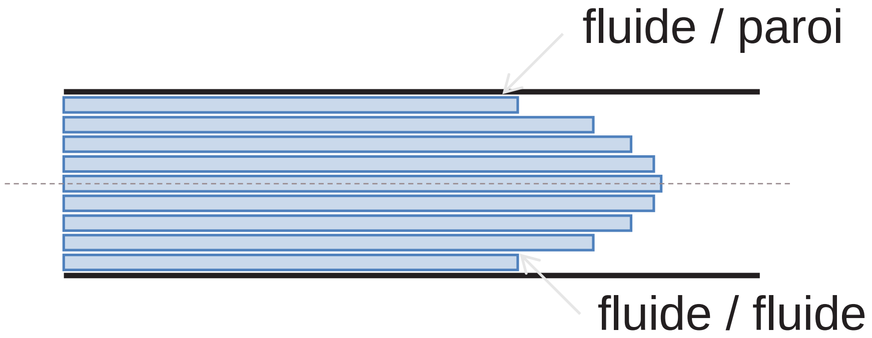
$$\boxed{\vec{F} = P_A S_A \overrightarrow{n_A} - P_B S_B \overrightarrow{n_B} + q_m(\overrightarrow{v_B} - \overrightarrow{v_A}) + \vec{P}}$$

Dynamique des fluides réels

Hypothèses :

- Le fluide est incompressible : $\rho = C^{st}$
- L'écoulement est permanent : $v(t) = C^{st}$
- Le seul champ de force est le champ de pesanteur.

Un fluide réel possède une viscosité dynamique ($\mu \neq 0$). Cette résistance à l'écoulement vient du fait qu'il existe des frottements entre les couches de fluides voisines et entre le fluide et la paroi de la conduite.



Dynamique des fluides réels

$$\sum F = F_{surface} + F_{volume}$$

$$\underbrace{F_{pression}}_{normale} + \boxed{\underbrace{F_{frottements}}_{tangentielle}} + F_{gravité}$$

Loi de Newton : $$dF_t = \mu \frac{\partial v}{\partial n} dS$$

F_t : forces tangentielles,

μ : viscosité dynamique (Pa.s),

$\frac{\partial v}{\partial n}$: variation de la vitesse v selon la normale n à dS.

ancienne unité : le Poiseuille (Pl) = 10 Poise (Po) = 1 Pa.s

Dynamique des fluides réels

Plus le fluide est visqueux, plus le coefficient de viscosité dynamique μ augmente et plus la force tangentielle est grande.

La viscosité varie en fonction de la température.

Pour les fluides dits « newtoniens », la viscosité reste constante lorsqu'on lui impose un cisaillement.

Pour les fluides « non newtoniens », la viscosité varie et dépend du taux de cisaillement $\frac{\partial v}{\partial n}$.

Rhéofluidifiant : peinture
$\mu \searrow$ quand $\frac{\partial v}{\partial n} \nearrow$

Rhéodurcissant : Maizena + eau
$\mu \nearrow$ quand $\frac{\partial v}{\partial n} \nearrow$

Acétone	$0{,}32.10^{-3}$
Eau	10^{-3}
Mercure	$1{,}5.10^{-3}$
Huile d'olive	10^{-1}
Miel	10
Goudron	10^{3}

Exemple de viscosité à T_{amb}

Dynamique des fluides réels

Le coefficient de viscosité cinématique ν est définit :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

ν : viscosité cinématique (10^4 Stokes $=$ m^2.s^{-1}),

μ : viscosité dynamique (Pa.s $=$ kg.m^{-1}.s^{-1}),

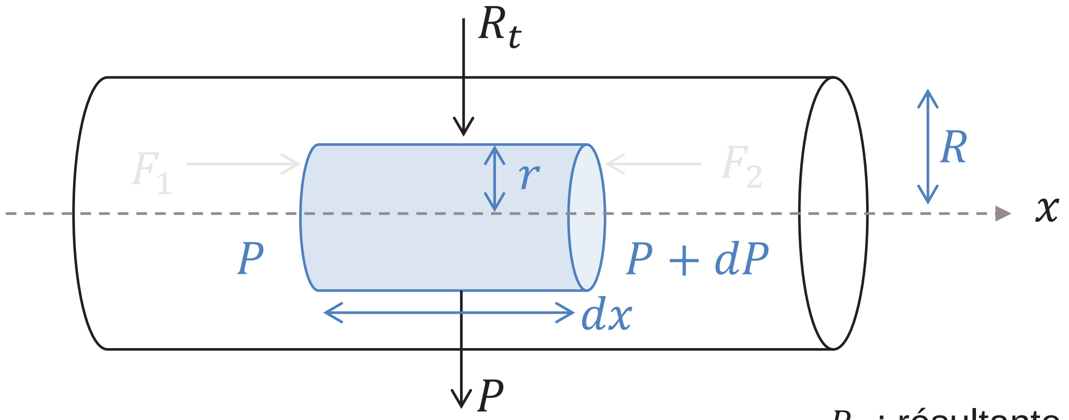
ρ : masse volumique (kg.m^{-3}).

La viscosité cinématique n'a pas de « sens physique », elle a été définie afin de facilité les calculs.

Écoulement laminaire dans un tube (fluide réel)

Hypothèses :

- Le tube est horizontal.
- Le tube a une section constante de rayon R.
- L'écoulement est constant, le débit est donc constant.
- L'écoulement est laminaire : la vitesse est parallèle à l'axe du tube et ne dépend que de la distance r à l'axe du tube.
- L'écoulement se fait dans la direction Ox.



R_t : résultante de force de contact

Écoulement laminaire dans un tube (fluide réel)

Inventaire des forces selon l'axe x :

- Forces de pression exercées sur la face amont : $F_1 = P.\pi r^2$
- Forces de pression exercées sur la face aval : $F_2 = -(P + dP).\pi r^2$
- Forces de viscosité : $\mu \frac{\partial v}{\partial n}.dS = \mu \frac{\partial v}{\partial r}.2\pi r.dx$

$$\sum F_{ext} = P.\pi r^2 - (P + dP).\pi\, r^2 + \mu \frac{\partial v}{\partial r}.2\pi r.dx = 0$$

$$dv = \frac{r}{2\mu}\frac{dP}{dx}dr$$

Intégration : $v(r) = \frac{1}{4\mu}\frac{dP}{dx}r^2 + C^{st}$

Écoulement laminaire dans un tube (fluide réel)

A la paroi, les particules de fluides sont immobiles : $v(R) = 0$

$$C^{st} = -\frac{1}{4\mu}\frac{dP}{dx}R^2$$

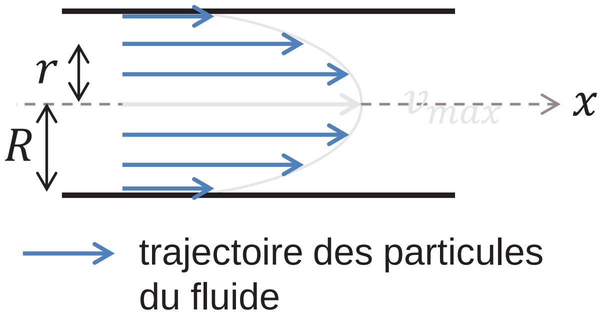
Donc :

$$\boxed{v(r) = -\frac{1}{4\,\mu}\frac{dP}{dx}(R^2 - r^2)}$$

C'est l'équation d'une parabole centrée sur l'axe x.

v_{max} dans l'axe du tube vaut :

$$\boxed{v_{max} = -\frac{1}{4\,\mu}\frac{dP}{dx}R^2}$$



Écoulement laminaire dans un tube (fluide réel)

Débit : formule de Poiseuille.

$$dq_v = v.dS = v(r).2\,\pi r.dr \quad \text{donc} \quad q_v = \int_0^R -\frac{\pi}{2\,\mu}\frac{dP}{dx}(R^2 - r^2)r\,.dr$$

$$\boxed{q_v = -\frac{\pi}{8\,\mu}\frac{dP}{dx}R^4}$$

Vitesse moyenne $\bar{v}$:

$$\boxed{\bar{v} = \frac{q_v}{S} = -\frac{1}{8\,\mu}\frac{dP}{dx}R^2}$$

cesi ÉCOLE D'INGÉNIEURS HESAM UNIVERSITÉ

Pertes de charges (fluides réels)

Pour un fluide réel, il n’y a pas conservation de la charge :

$$P_A + \rho.g.z_A + \frac{1}{2}\rho.v_A^2 \neq P_B + \rho.g.z_B + \frac{1}{2}\rho.v_B^2$$

$$P_A + \rho.g.z_A + \frac{1}{2}\rho.v_A^2 = P_B + \rho.g.z_B + \frac{1}{2}\rho.v_B^2 + \Delta P$$

Il existe deux types de pertes de charges ΔP :

- les pertes de charges régulières (ou linéaires) dues aux frottement au sein du fluide et contre les parois,
- les pertes de charges singulières liées aux accidents de parcours : coude, élargissement, rétrécissement, etc.




ÉCOLE D’INGÉNIEURS
HESAM UNIVERSITÉ

Pertes de charges régulières

Les pertes de charges régulières dans une canalisation :

$$\boxed{\Delta P_{rég} = \frac{\lambda . L . \rho . v^2}{2 . D}} \quad \boxed{H_{rég} = \frac{\lambda . L . v^2}{2 . g . D}} \quad \boxed{J_{rég} = \frac{\lambda . L . v^2}{2 . D}}$$

(Pa ou J.m^{-3}) (mCF) (J.kg^{-1})

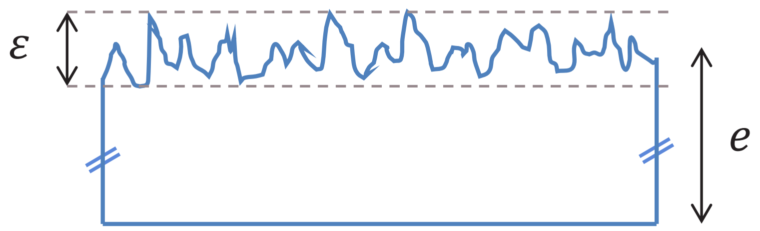
λ : nombre de Darcy (Pa.m^{-1}),
L : longueur canalisation (m),
D : diamètre canalisation (m),
ρ : masse volumique (kg.m^{-3}),
v : vitesse (m.s^{-1}).

Nombre de Darcy en régime laminaire : $\lambda = \frac{64}{Re}$

Re : nombre de Reynolds.

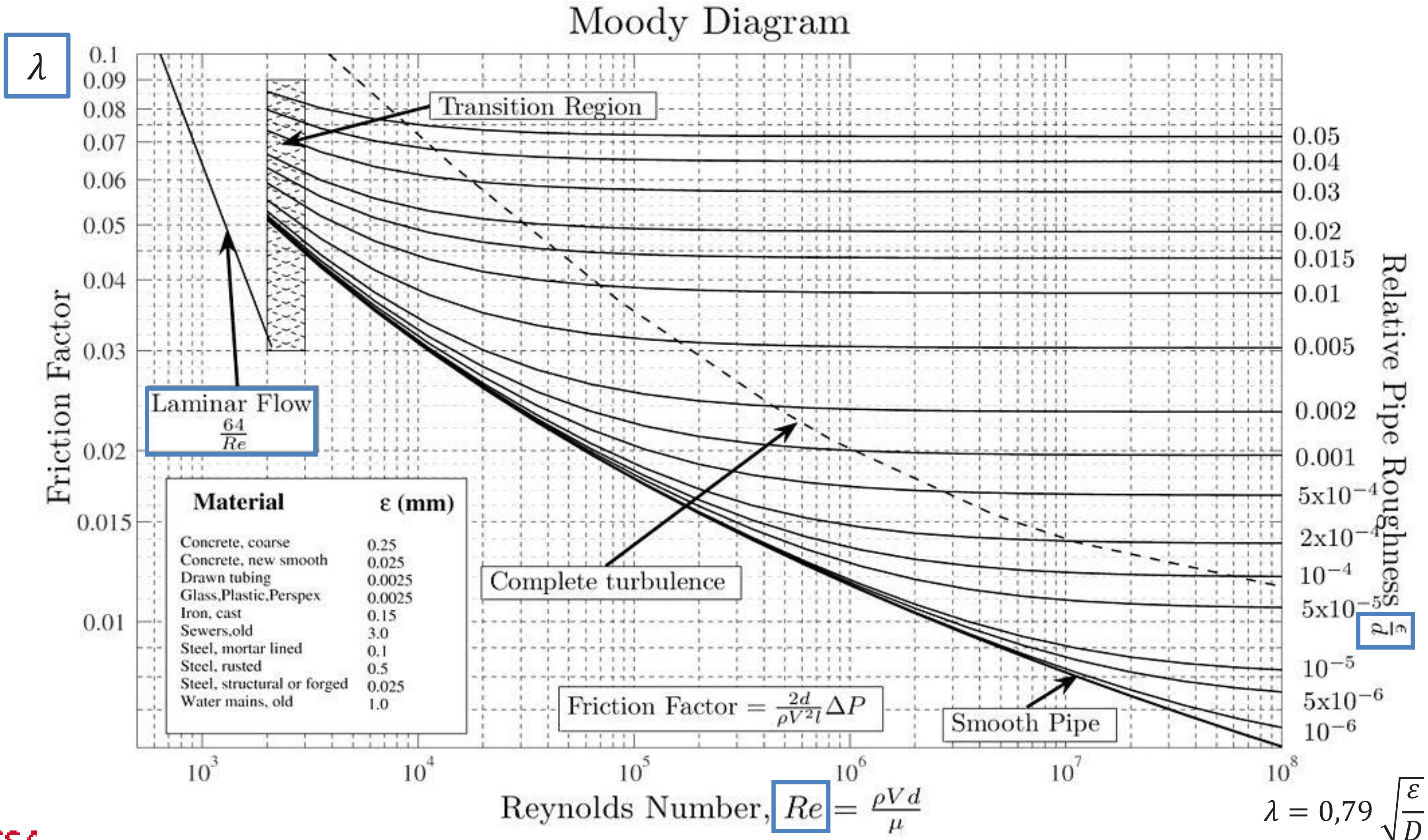
Nombre de Darcy en régime turbulent rugueux : $\lambda = 0{,}79\sqrt{\frac{\varepsilon}{D}}$

ε : rugosité absolue de la canalisation (m).



Pertes de charges régulières

Abaques $\lambda = f(\varepsilon/D)$



Material	ε (mm)
Concrete, coarse	0.25
Concrete, new smooth	0.025
Drawn tubing	0.0025
Glass,Plastic,Perspex	0.0025
Iron, cast	0.15
Sewers,old	3.0
Steel, mortar lined	0.1
Steel, rusted	0.5
Steel, structural or forged	0.025
Water mains, old	1.0

$$\lambda = 0{,}79\sqrt{\frac{\varepsilon}{D}}$$

Pertes de charges singulières

Elles apparaissent à chaque incident de parcours.

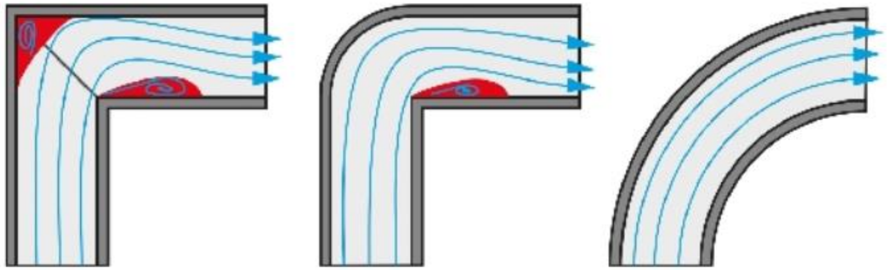
$$\boxed{\Delta P_{sing} = \frac{\zeta.\rho.v^2}{2}} \qquad \boxed{H_{sing} = \frac{\zeta.v^2}{2.g}} \qquad \boxed{J_{sing} = \frac{\zeta.v^2}{2}}$$

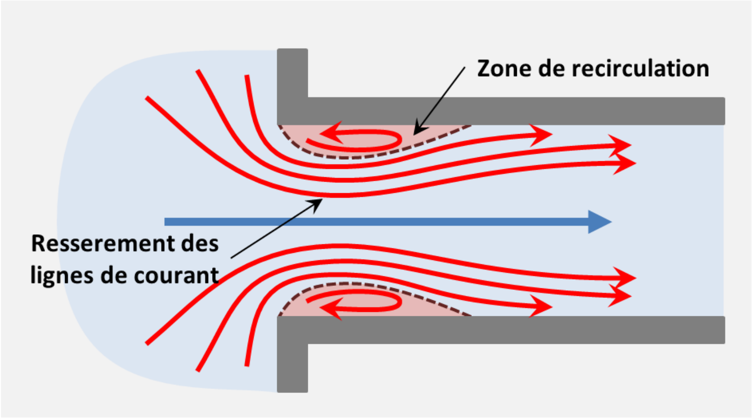
(Pa ou J.m^{-3}) (mCF) (J.kg^{-1})

ζ : coefficient de contraction (su), aussi noté K,

ρ : masse volumique (kg.m^{-3}),

v : vitesse en amont de la singularité (m.s^{-1}).





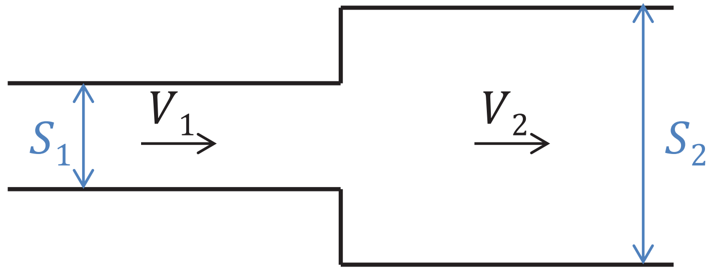
Pertes de charges singulières

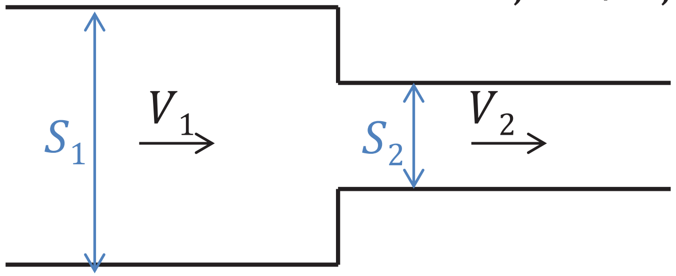
Évasement brusque : $\zeta_{th} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2$

Rétrécissement brusque :

$$\zeta_{th} = \left(\frac{1}{C} - 1\right)^2$$

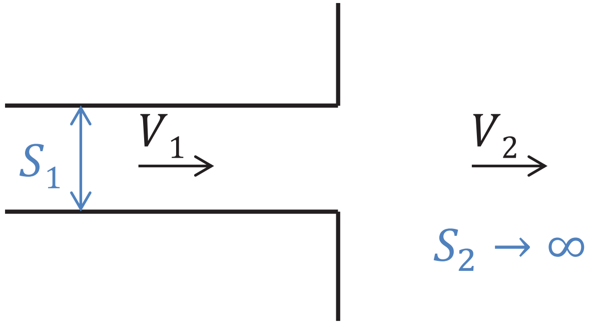
$$C = 0{,}63 + 0{,}37\left(\frac{S_2}{S_1}\right)$$

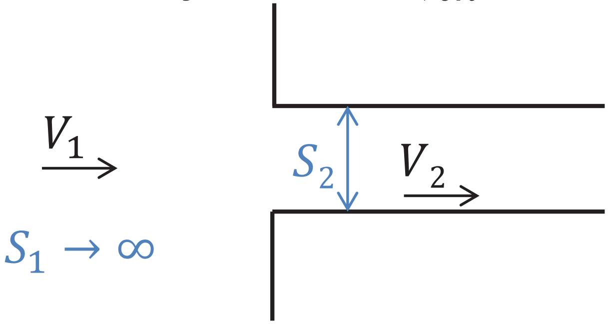




Arrivée d'une tuyauterie dans un réservoir : $\zeta_{th} = 1$

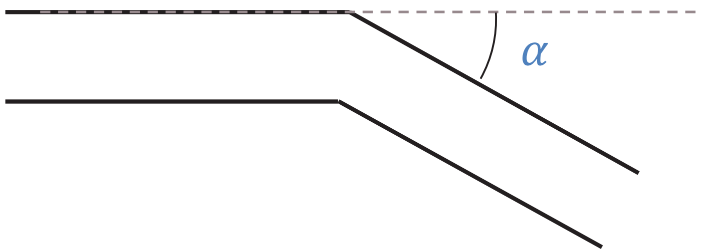
Sortie d'un réservoir par une tuyauterie : $\zeta_{th} = 0{,}5$





Pertes de charges singulières

Coude incliné : $\zeta_{th} = 1{,}3(1 - \cos\alpha)$



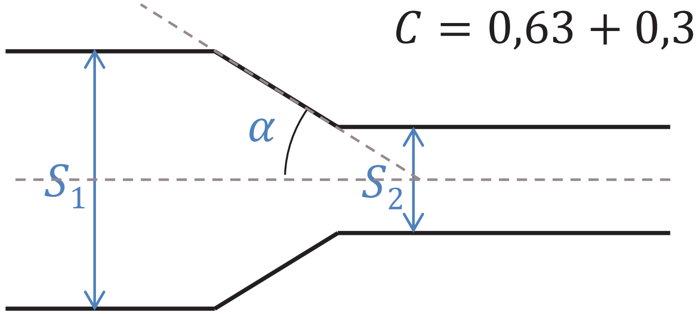
Coude à angle droit : $\zeta_{th} = 1$

Coude à 45° : $\zeta_{th} = 0{,}7$

Rétrécissement incliné :

$$\zeta_{th} = \sin\alpha\left(\frac{1}{C} - 1\right)^2$$

$$C = 0{,}63 + 0{,}37\left(\frac{S_2}{S_1}\right)$$

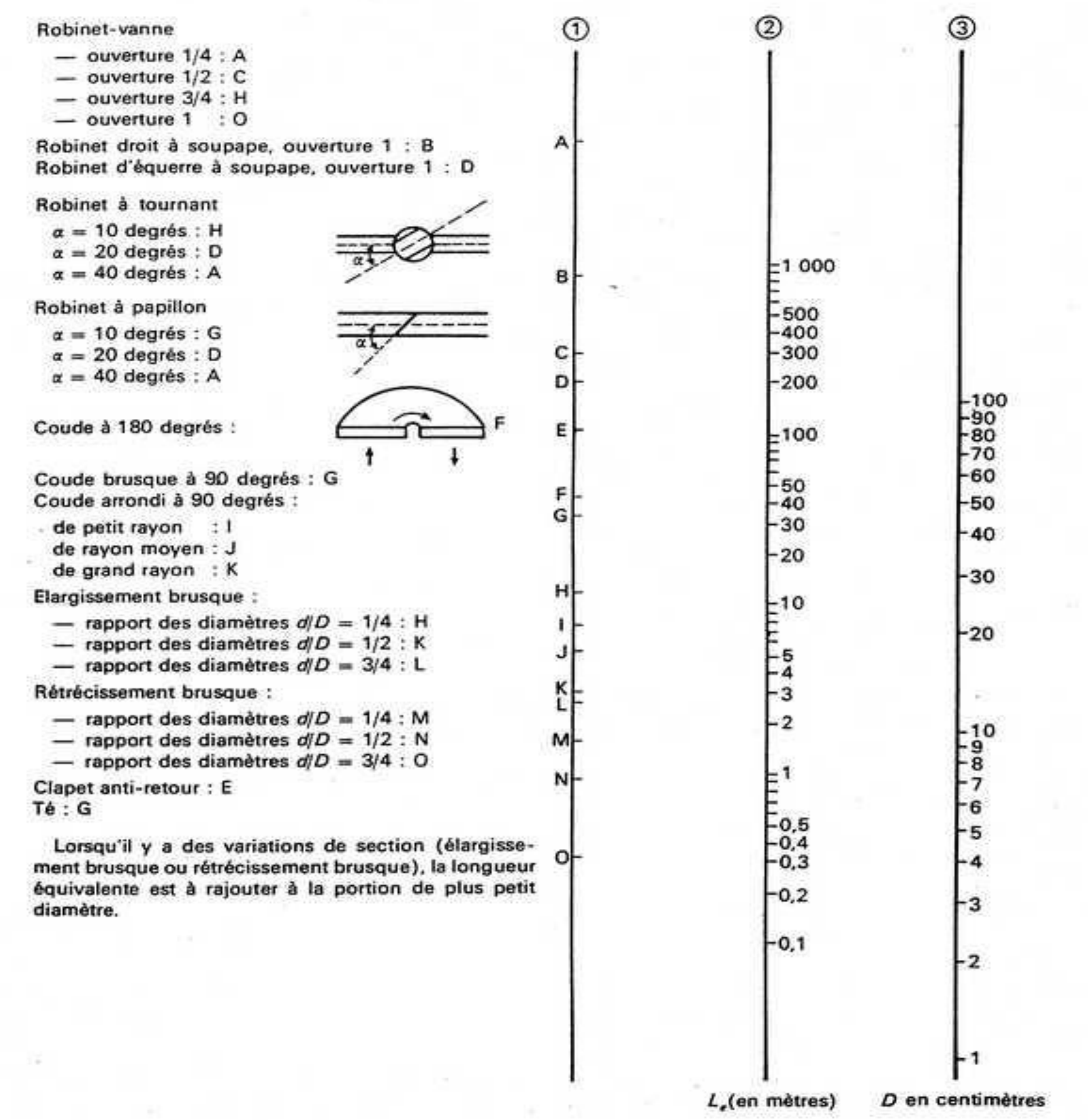


Pertes de charges singulières

Il existe des abaques rédigés

par les fournisseurs.

Exemple ci-contre pour des vannes.



Équation de Bernoulli généralisée

$$\underbrace{P_A + \rho.g.z_A}_{\text{pression statique}} + \underbrace{\frac{1}{2}\rho.v_A^2}_{\text{pression dynamique}} = \underbrace{P_B + \rho.g.z_B}_{\text{pression statique}} + \underbrace{\frac{1}{2}\rho.v_B^2}_{\text{pression dynamique}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i.L_i.\rho.v^2}{2.D_i}}_{\Delta P_{rég}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n} \frac{\zeta_i.\rho.v^2}{2}}_{\Delta P_{sing}}$$

P : pression (Pa),
ρ : masse volumique ($kg.m^{-3}$),
g : accélération de la pesanteur ($m.s^{-2}$),
z : altitude (m),
v : vitesse ($m.s^{-1}$),

λ : nombre de Darcy ($Pa.m^{-1}$),
L : longueur canalisation (m),
D : diamètre canalisation (m),
ζ : coefficient de contraction (su).

ÉCOLE D'INGÉNIEURS cesi HESAM UNIVERSITÉ