

Ex 1 : Développer les expressions suivantes

$$A = (2x + 3)^2 \quad B = (5 - 2x)^2 \quad C = x^2 - 16$$

Correction :

$$A = (2x)^2 + 2(2x)(3) + (3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$B = (5)^2 - 2(5)(2x) + (2x)^2 = 25 - 20x + 4x^2$$

$$C = x^2 - 4^2 = (x + 4)(x - 4)$$

Ex 2 : Factoriser les expressions suivantes

$$D = 4(2x - 1)(x - 1) - 3x(x - 1)$$

$$E = 2(x + 2)(x^2 - 9) + 2(x + 3)(x + 2)(x - 2)$$

$$F = x^2 - 4 - (x - 2)(4 - 3x)$$

Correction :

$$\begin{aligned} D &= (x - 1)[4(2x - 1) - 3x] = (x - 1)(8x - 4 - 3x) = \\ &= (x - 1)(5x - 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 2(x + 2)(x + 3)(x - 3) + 2(x + 3)(x + 2)(x - 2) = \\ &= 2(x + 2)(x + 3)[(x - 3) + (x - 2)] = \\ &= 2(x + 2)(x + 3)(x - 3 + x - 2) = \\ &= 2(x + 2)(x + 3)(2x - 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= (x+2)(x-2) - (x-2)(4-3x) = \\
 &= (x-2) [(x+2) - (4-3x)] = \\
 &= (x-2)(x+2-4+3x) = (x-2)(4x-2) = \\
 &= 2(x-2)(2x-1)
 \end{aligned}$$

Ex 3 : Résoudre les équations suivantes

1. $5x - 4 = 2(x - 1)$

2. $5x^2 - 4x = 0$ 3. $x^2 - 3x = 0$

4. $\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{3}x$ 5. $x^2 - 4 = 0$ 6. $x^2 + 4 = 0$

7. $2x^2 + 3x - 20 = 0$ 8. $-9x + x^2 = 22$

9. $2x^4 - 12x^2 + 16 = 0$

Correction:

1. $5x - 4 = 2x - 2 \Leftrightarrow 5x - 2x = -2 + 4$

$\Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow S = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$

2. $5x^2 - 4x = 0$

1^{re} méthode: Factorisation

$5x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(5x - 4) = 0 \rightarrow$ Équation produit

$x = 0$ ou $5x - 4 = 0$

$x = \frac{4}{5}$

$\Rightarrow S = \left\{ 0; \frac{4}{5} \right\}$

2^{ème} méthode: Équation 2nd degré $ax^2+bx+c=0$

$$5x^2-4x=0 \quad a=5 \quad b=-4 \quad c=0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(5)(0) = 16$$

$\Delta > 0 \Rightarrow 2$ solutions

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) - \sqrt{16}}{2(5)} = \frac{4-4}{10} = 0$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) + \sqrt{16}}{2(5)} = \frac{4+4}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow S = \left\{ 0; \frac{4}{5} \right\}$$

3. $x(x-3)=0 \rightarrow$ Éq. produit

$$x=0 \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l} x-3=0 \\ x=3 \end{array} \Rightarrow S = \{0; 3\}$$

4. $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x = 0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}\right) = 0 \rightarrow$ Éq. produit

$$x=0 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = 0$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow S = \left\{ 0; \frac{2}{3} \right\}$$

5. $x^2 - 4 = 0$

1^{er} méthode: Factorisation

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-2) = 0 \rightarrow \text{Éq. produit}$$

$$\begin{array}{l} x+2=0 \quad \text{ou} \quad x-2=0 \\ x=-2 \quad \quad \quad x=2 \end{array}$$

$$\Rightarrow S = \{-2; 2\}$$

2^{ème} méthode: Éq. 2nd degré

$$x^2 - 4 = 0 \quad a=1 \quad b=0 \quad c=-4$$

$$\Delta = 0^2 - 4(1)(-4) = 16 > 0 \rightarrow 2 \text{ solutions}$$

$$x_1 = \frac{-0 - \sqrt{16}}{2(1)} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-0 + \sqrt{16}}{2(1)} = \frac{4}{2} = 2 \quad \Rightarrow \quad S = \{-2; 2\}$$

6. $x^2 + 4 = 0$

1^{er} méthode:

Je remarque que $x^2 + 4$ est strictement positif pour toutes valeurs de x .

Il est donc impossible que $x^2 + 4$ soit nul.

L'équation $x^2 + 4 = 0$ n'a pas de solution.

$$\Rightarrow S = \emptyset$$

2^{ème} méthode: Éq. 2nd degré

$$x^2 + 4 = 0 \quad a=1 \quad b=0 \quad c=4$$

$$\Delta = 0^2 - 4(1)(4) = -16$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow \text{pas de solution} \Rightarrow S = \emptyset$$

$$7. \quad 2x^2 + 3x - 20 = 0 \rightarrow \text{Éq. 2}^{\text{nd}} \text{ degré}$$

$$a = 2 \quad b = 3 \quad c = -20$$

$$\Delta = (3)^2 - 4(2)(-20) = 9 + 160 = 169$$

$$x_1 = \frac{-3 - 13}{4} = \frac{-16}{4} = -4$$

$$x_2 = \frac{-3 + 13}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \Rightarrow S = \left\{ -4; \frac{5}{2} \right\}$$

$$8. \quad -9x + x^2 = 22 \Leftrightarrow x^2 - 9x - 22 = 0 \rightarrow \text{Éq. 2}^{\text{nd}} \text{ degré}$$

$$a = 1 \quad b = -9 \quad c = -22$$

$$\Delta = (-9)^2 - 4(1)(-22) = 169$$

$$x_1 = \frac{9 - 13}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\Rightarrow S = \{-2; 11\}$$

$$x_2 = \frac{9 + 13}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

$$9. \quad 2x^4 - 12x^2 + 16 = 0$$

Changement de variable:

$$X = x^2 \Rightarrow X^2 = x^4 \text{ et } X \geq 0$$

L'équation devient:

$$2X^2 - 12X + 16 = 0 \rightarrow \text{Éq. 2}^{\text{nd}} \text{ degré pour } X$$

$$a = 2 \quad b = -12 \quad c = 16$$

$$\Delta = (-12)^2 - 4(2)(16) = 144 - 128 = 16$$

$$X_1 = \frac{12-4}{4} = \frac{8}{4} = 2 \quad X_2 = \frac{12+4}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

On cherche les valeurs de x :

$$x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

$$x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

$$\Rightarrow S = \{-2; -\sqrt{2}; \sqrt{2}; 2\}$$

Ex 4 : Résoudre les inéquations suivantes

1. $(3x-1)(x-2) > 0$

2. $(2x-1)(3-x) < 0$

3. $(x-5)(2-3x) \leq 0$

4. $(2-3x)(4x+1) \geq 2$

5. $4x + 18 + x^2 \leq 0$

6. $2x - x^2 - \frac{3}{4} \geq 0$

7. $4x - x^2 > 0$

8. $4x^2 - 4x + 1 \leq 0$

9. $x^2 + 5x + 7 \leq 0$

10. $(2-x)(1-4x^2) > 0$

11. $(x^2 - 3x - 4)(x^2 - 25) < 0$

12. $\frac{2-4x}{x^2+x+2} \geq 0$

13. $\frac{x^2-4x-5}{(1-x)(-2x+3)^2} > 0$

14. $\frac{2}{x^2+1} - 1 > 0$

15. $\frac{x}{x+2} < 5$