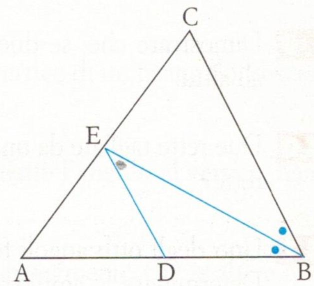
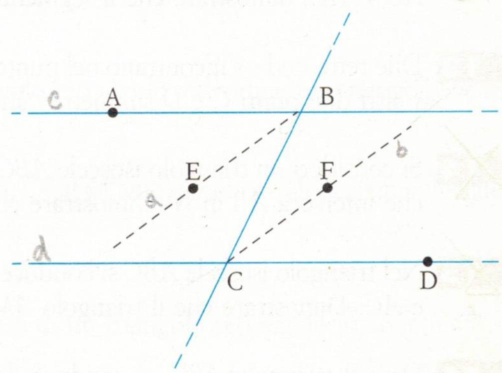
2 Nel triangolo ABC sia BE la bisettrice dell'angolo in B; dal punto $E(E \in AC)$ si conduca la parallela a BC che intersechi in D il lato AB. Dimostrare che BD è congruente a ED.



Ipotesi $A\widehat{B}E \cong E\widehat{B}C$ *Tesi* $BD \cong$ ED
$ED // $ BC

Dim. $\widehat{DEB} \cong \widehat{EBC}$ perché angoli alterni interni formati dalle rette parallele DE CB con la trasversale EB Ma $\widehat{EBC} \cong$ EBA e quindi, per la proprietà transitiva della congruenza, si ha $\widehat{DEB} \cong$ EBA Quindi il triangolo EDB avendo due angoli congruenti è isoscele e ha per base BE: pertanto è $ED \cong DB$. c.v.d.

3 Dimostrare che risultano parallele le bisettrici di due angoli alterni interni formati da due rette parallele con una trasversale.

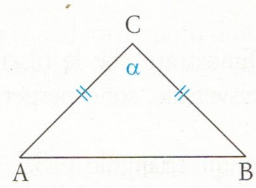


Ipotesi $AB // CD$
$A\widehat{B}E \cong E\widehat{B}C$
$B\widehat{C}F \cong$ FCD

Tesi a // b

Dim. $\widehat{ABC} \cong$ BCD perché angoli alterni interni formati dalle rette c e d con la trasverale BC.
$\widehat{EBC} \cong \widehat{BCF}$ perché metà di angoli congruenti
Le rette EB e CF, tagliate da BC, formano quindi angoli alterni interni congruenti e quindi esse sono parallele c.v.d.

4 In un triangolo isoscele gli angoli alla base sono congruenti alla metà dell'angolo al vertice. Dimostrare che il triangolo è rettangolo e determinare l'ampiezza degli angoli alla base.



Ipotesi $AC \cong BC$
$\widehat{A} \cong \widehat{B} \cong$ ....

Tesi $A\widehat{C}B \cong \dfrac{\pi}{2}$

Dim. Detta α l'ampiezza dell'angolo al vertice, l'ampiezza di ciascuno degli angoli alla base è .... Ricordando che la somma degli angoli interni è congruente .... si ha

$\alpha + \dfrac{\alpha}{2} + ... = 180° \longrightarrow \alpha =$ .... cioè $A\widehat{C}B \cong \dfrac{\pi}{2}$. L'ampiezza di $\widehat{A}$ e di $\widehat{B}$ è 45° c.v.d.

---

5 Si prolunghi la mediana AM di un triangolo ABC di un segmento $MD \cong AM$. Dimostrare che è $BD // AC$.

6 Due segmenti AB e CD si intersecano nel punto O in modo da formare i segmenti $AO \cong OB$ e $CO \cong OD$. Dimostrare che il segmento AC è parallelo e congruente al segmento BD.

7 Dimostrare che le bisettrici di due angoli corrispondenti, formati da due rette parallele con una trasversale, sono esse pure parallele.

8 Dimostrare che, se due rette sono parallele, ogni retta, complanare con esse, che ne incontra una deve incontrare anche l'altra. (Procedere per assurdo...).

9 Dimostrare che, se due rette sono parallele, ogni retta perpendicolare all'una è pure perpendicolare all'altra.

10 Due rette tagliate da una trasversale formano angoli coniugati di 103,25° e 75,35°. Sono parallele le due rette?

11 Uno degli otto angoli formati da due rette parallele tragliate da una trasversale è di 88°. Determinare le ampiezze dei rimanenti sette angoli.

12 Dato il triangolo ABC si prolunghi il lato AB di un segmento $AE \cong AB$ e il lato AC di un segmento $AD \cong AC$; dimostrare che il segmento DE è congruente e parallelo al lato BC.

13 Due rette r ed s s'incontrano nel punto O: su r si prendano due punti A e B simmetrici rispetto a O e su s altri due punti C e D simmetrici anch'essi rispetto a O. Dimostrare che $AD // BC$ e che $AC // BD$.

14 Si consideri un triangolo isoscele ABC. Da un punto P della base BC si conduca la parallela al lato AC che interseca AB in N. Dimostrare che il triangolo BPN è isoscele.

15 Nel triangolo isoscele ABC si conduce la retta r parallela alla base BC che incontra in M e in N i lati AB e AC. Dimostrare che il triangolo AMN è anch'esso isoscele.

16 Dato il triangolo ABC, si conduca dal vertice B la parallela alla bisettrice dell'angolo in A e sia D il punto in cui tale parallela interseca il prolungamento del lato AC. Dimostrare che è $AB \cong DA$.

17 Nel triangolo ABC si prolunghi il lato AB, dalla parte di A, di un segmento $AD \cong AC$ e si congiunga D con C. Dimostrare che la bisettrice dell'angolo $\widehat{BAC}$ è parallela a CD.
(Ricordare il secondo teorema dell'angolo esterno).

18 Dimostrare che le bisettrici di due angoli coniugati interni, formati da due rette parallele con una trasversale, sono perpendicolari.

19 In un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, la bisettrice dell'angolo esterno $\widehat{CBD}$, con D sul prolungamento della base AB, risulta parallela al lato AC. Dimostrare che il triangolo ABC, in tal caso, oltre a essere isoscele, risulta equilatero.
(*Gli angoli del triangolo di vertici A e C sono congruenti perché ...; quindi ...*).

20 Dimostrare che la parallela alla base BC di un triangolo isoscele ABC, condotta per il vertice A, è bisettrice dell'angolo esterno adiacente all'angolo $\widehat{BAC}$.

21 Dimostrare che, se la bisettrice di un angolo esterno di un triangolo è parallela al lato opposto al vertice dell'angolo considerato, il triangolo è isoscele.

22 Dagli estremi di un segmento AB si conducono due rette parallele e su di esse si prendano i due segmenti congruenti AE e BF situati da parte opposta rispetto ad AB; dimostrare che, detto C il punto d'incontro di EF con AB, si ha $AC \cong CB$.
(Ricordare il 2° criterio di congruenza dei triangoli nella forma generalizzata).