

Comment calculer à la main une intégrale ?

Pour calculer l'intégrale $I = \int_a^b f(x) dx$:

1. On détermine une primitive F de f ;
2. On calcule le nombre $F(b) - F(a)$; $I = F(b) - F(a)$.

Exemple. Calculer $I = \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x} + e^{2x} \right) dx$.

1. On obtient facilement une primitive de f :

la fonction F définie sur $]0 ; +\infty[$ par $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln x + \frac{1}{2}e^{2x}$.

$$2. \int_1^2 f(x) dx = F(2) - F(1) ; \int_1^2 f(x) dx = \left(\frac{4}{2} + \ln 2 + \frac{1}{2}e^4 \right) - \left(\frac{1}{2} + \ln 1 + \frac{1}{2}e^2 \right).$$

$$\text{D'où } \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x} + e^{2x} \right) dx = \frac{3}{2} + \ln 2 + \frac{1}{2}(e^4 - e^2) ; \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x} + e^{2x} \right) dx \approx \mathbf{25,8}.$$