

Test d'hypothèse relatif à une proportion avec la loi binomiale

Fiche méthode 35

28 C Dans un cabinet d'assurances, une étude est réalisée sur la fréquence des sinistres déclarés par le client.

Une enquête affirme que 30 % des clients ont déclaré le sinistre au cours de l'année.

Un expert indépendant interroge un échantillon de 60 clients choisis au hasard dans l'ensemble des clients du cabinet d'assurances.

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.

1. Justifier que la loi de probabilité suivie par X suit une loi binomiale de paramètres $n = 60$ et $p = 0,3$.

2. Déterminer en utilisant cette loi, l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la proportion de clients ayant déclaré un sinistre au cours de l'année.

3. L'expert constate que 19 clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année.

Déterminer, en justifiant la réponse, si l'affirmation du cabinet d'assurances : « 30 % des clients ont déclaré un sinistre au cours de l'année » peut être validée par l'expert.

29 Le responsable d'un S.A.V. affirme que 88 % de ses clients sont satisfaits des prestations de son service.

Une association de consommateurs, voulant vérifier cette affirmation, réalise une enquête auprès de 75 clients : 60 clients se déclarent satisfaits.

Peut-on, au vu de ce résultat, considéré l'affirmation du responsable du S.A.V. comme vraie au seuil de 95 % ?

30 Les statistiques ont permis d'établir qu'en période de compétition la probabilité, pour un sportif pris au hasard, d'être déclaré positif au contrôle antidopage est égale à 0,02.

On décide de construire un test qui, à la suite des contrôles sur un échantillon de 50 sportifs prélevés au hasard, permette de décider si, au seuil de

signification de 5 %, le pourcentage de sportifs contrôlés positifs est de $p = 0,02$.

1. On choisit comme hypothèse nulle H_0 : « $p = 0,02$ » et comme hypothèse alternative H_1 : « $p \neq 0,02$ ».

Soit F la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire (supposé non exhaustif) de 50 sportifs contrôlés, associe le pourcentage de sportifs contrôlés positivement.

a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire F ?

b) Déterminer sous l'hypothèse H_0 l'intervalle de fluctuation de F au seuil de 95 %.

Énoncer la règle de décision du test.

2. Utilisation du test

Dans l'échantillon E , deux contrôles antidopage ont été déclarés positifs. En appliquant la règle de décision du test à cet échantillon assimilé à un échantillon aléatoire non exhaustif, peut-on conclure au seuil de risque 5 % que l'échantillon observé est représentatif de l'ensemble de la population sportive ?

Test d'hypothèse relatif à une proportion avec la loi normale

Fiche méthode 6

31 C Un groupe de citoyens demandent à la municipalité d'une ville la modification d'un carrefour, en affirmant que 40 % des automobilistes tournent en utilisant une mauvaise file.

Un officier de police constate que sur 500 véhicules pris au hasard, 190 prennent une mauvaise file.

On note F la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 500 véhicules, associe la proportion p de véhicules utilisant une mauvaise file.

1. Déterminer sous l'hypothèse $p = 0,4$ l'intervalle de fluctuation de la proportion au seuil de 95 %.

2. D'après l'observation effectuée par l'officier de police, peut-on considérer comme exacte l'affirmation du groupe de citoyens au seuil de 95 % ?