Comment estimer une proportion par un intervalle de confiance ?

1. À partir d'un échantillon, on détermine une estimation f de la fréquence de la population.

2. L'écart type de la loi d'échantillonnage des fréquences $\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}$

est remplacé par son estimation : $\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n-1}}$, car p est inconnue.

3. On applique le résultat indiqué dans l'Essentiel, page 251, dans lequel on calcule u_α.

Exemple.

Dans une enquête par sondage, on a trouvé que 100 personnes sur les 500 interrogées connaissaient la marque XY. En désignant par p le pourcentage de personnes dans la population connaissant la marque XY.

1. Déterminer une estimation de p, par un intervalle de confiance avec le coefficient de confiance 96 %.

2. Combien de personnes faudrait-il interroger pour estimer p à ± 1 % près par un intervalle de confiance avec le coefficient de confiance 96 % ?

1. Le sondage sur 500 personnes donne une estimation de p : $f = \dfrac{100}{500} = 0{,}2$.

L'intervalle $I = \left[f - u_\alpha\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n-1}}\ ;\ f + u_\alpha\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n-1}}\right]$ *est l'intervalle de confiance de p centré en f avec le coefficient de confiance* $(1-\alpha)$.

u_α *vérifie* $P(Z \leqslant u_\alpha) = 1 - \dfrac{\alpha}{2}$, *où Z suit la loi normale* $\mathcal{N}(0\ ;\ 1)$.

Ici $1 - \alpha = 0{,}96$ *donc* $\alpha = 0{,}04$ *et* $P(Z \leqslant u_\alpha) = 1 - \dfrac{0{,}04}{2} = 0{,}98$.

En utilisant la calculatrice, on trouve $u_\alpha = 2{,}05$. *(Fiche Méthode 31 chapitre 5)*

Soit $I = \left[0{,}2 - 2{,}05\sqrt{\dfrac{0{,}2 \times 0{,}8}{499}}\ ;\ 0{,}2 + 2{,}05\sqrt{\dfrac{0{,}2 \times 0{,}8}{499}}\right]$ *donc* $\boldsymbol{I = [0{,}16\ ;\ 0{,}24]}$.

On peut obtenir l'intervalle de confiance à l'aide d'une calculatrice.