

Les identités remarquables

La première identité remarquable

L'égalité $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ est la **première identité remarquable**.

Démonstration

Si a et b sont 2 nombres, nous pouvons développer $(a+b)^2$:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\ &= a \times a + a \times b + b \times a + b \times b \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

Exemple

Développement de $(2x+3)^2$.

Avec nos connaissances de quatrième, on aurait :

$$\begin{aligned}(2x+3)^2 &= (2x+3)(2x+3) \\ &= 4x^2 + 6x + 6x + 9 \\ &= 4x^2 + 12x + 9\end{aligned}$$

En utilisant la première identité remarquable, on obtient directement le résultat.

Attention !

Le carré de $2x$ c'est $2x$ fois $2x$, donc $2 \times x \times 2 \times x$ donc $2 \times 2 \times x \times x$ donc $4x^2$.

Une erreur fréquente est d'écrire que le carré de $2x$ est $2x^2$!

Pour éviter cette erreur, **on utilise des parenthèses**.

Exemple

$$\begin{aligned}(7x+1)^2 &= (7x)^2 + 2 \times 7 \times x + 1^2 \\ &= 49x^2 + 14x + 1\end{aligned}$$

Développe directement $(x+9)^2$.

La deuxième identité remarquable

L'égalité $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ est la **deuxième identité remarquable**.

Démonstration

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\ &= a \times a - a \times b - b \times a + b \times b \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

Exemple

$$(3x-4)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

Développe directement $(x-7)^2$.

La troisième identité remarquable

L'égalité $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ est la **troisième identité remarquable**.

Démonstration

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= a \times a - a \times b + b \times a - b \times b \\ &= a^2 - ab + ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

Exemple

$$(2x+3)(2x-3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9.$$

Développe directement $(x-10)(x+10)$.

Exercice 1

Quelle est la forme développée de $(x+1)^2$?

Exercice 2

Quelle est la forme développée de $(x-7)^2$?

Exercice 3

Quelle est la forme développée de $(3x-4)(3x+4)$?

Exercice 4

Quelle est la forme développée de $(5x+2)^2$?

Exercice 5

Quelle est la forme développée de $\left(\frac{5}{2} + \frac{2}{5}x\right)\left(\frac{5}{2} - \frac{2}{5}x\right)$?

Exercice 6

Développe puis réduis l'expression $(x-2)^2 - (2x+2)(2x-2)$.

Exercice 7

Quelle est la forme factorisée de l'expression $100 - x^2$?

Exercice 8

Quelle est la forme factorisée de $2 - x^2$?

Exercice 9

Factorise l'expression $(x+7)^2 - (3x-2)^2$.

Exercice 10

Développe $(n+1)^2 - n^2$.

La [somme](#) de deux nombres entiers [consécutifs](#) est-elle toujours égale à la différence de leurs carrés?

Factoriser avec les identités remarquables

Parfois, on ne trouve pas de facteur commun. Dans ce cas, on peut essayer de factoriser en utilisant une [identité remarquable](#).

Exemple

On doit factoriser x^2-4 .

Il n'y a pas de facteur commun, mais on sait que $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

On a donc $x^2-4=x^2-2^2=(x+2)(x-2)$.

Remarque

Les expressions littérales ne sont pas toujours factorisables. Par exemple, pour x^2+2x+3 , on ne peut pas trouver de facteur commun ni utiliser d'identité remarquable.

On souhaite factoriser $9x^2+6x+1$.

Quelle identité remarquable doit-on utiliser ?

Exercice 10

Factorise l'expression $1-81x^2+1-9x+(1-9x)^2$.

Exercice 12

En utilisant une [identité remarquable](#), écris la forme factorisée de x^2+4x+4 .

Exercice 13

Quelle est la forme factorisée de x^2-4 ?

Exercice 14

Quelle est la forme factorisée de $(1+2x)(1-4x)+1-4x^2$?

Exercice 15

Quelle est la forme factorisée de $4x^2-9-(4x-9)(2x+3)$?