Grandissement transversal

Le grandissement transversal peut s'exprimer en fonction des positions de l'objet et de l'image :

Avec origine au centre C

En appliquant le théorème de Thalès dans le triangle (A, B, C) (FIG. 4.1), on obtient :

$$\boxed{g_y = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}} \tag{4.7}$$

Avec origine au sommet S

On introduit le sommet S dans la relation (4.7) à l'aide de la relation de Chasles :

$$g_y = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{CS}+\overline{SA'}}{\overline{CS}+\overline{SA}} \qquad \text{ou encore, puisque} \quad \overline{CS} = -2f \ , \quad g_y = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \cdot \frac{-2\dfrac{f}{\overline{SA'}}+1}{-2\dfrac{f}{\overline{SA}}+1}$$

D'autre part, d'après (4.6) : $\dfrac{f}{\overline{SA'}} = 1 - \dfrac{f}{\overline{SA}}$ donc $-2\dfrac{f}{\overline{SA'}} + 1 = -1 + 2\dfrac{f}{\overline{SA}}$

On obtient finalement le grandissement transversal exprimé par rapport au sommet :

$$\boxed{g_y = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}} \tag{4.8}$$

Avec origine au foyer F

Le théorème de Thalès appliqué successivement dans les triangles (ABF) et $(A'B'F)$ (FIG. 4.1) donne :

$$\frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \qquad \text{et} \qquad \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

D'où l'on tire les deux expressions suivantes pour le grandissement transversal :

$$\boxed{g_y = -\frac{f}{\overline{FA}}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{g_y = -\frac{\overline{FA'}}{f}} \tag{4.9}$$

Le rapport entre les deux expressions (4.9) du grandissement transversal débouche sur la relation suivante :

$$\boxed{\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = f^2}$$

Cette relation, appelée *relation de Newton* pour le miroir sphérique, est généralisable à l'ensemble des systèmes centrés à foyers (voir chap. 7 p.39).