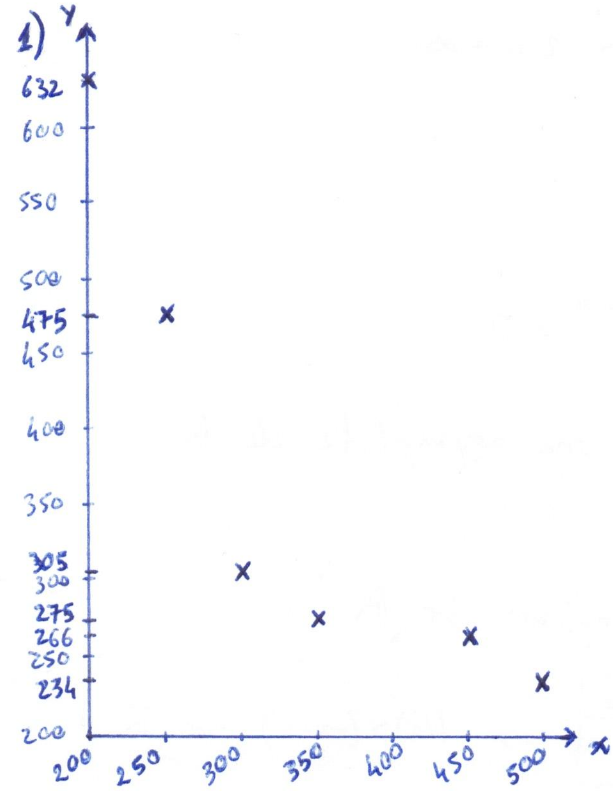
Correction DST Maths TS1/TOP1 Mars/Avril 2020

Exercice 1 :

1)



2) Un ajustement affine de y en x n'est pas approprié car les points du graphique ne sont pas proches d'une droite.

3) $r = -0,86$.
L'ajustement affine de y en x n'est pas approprié car le coefficient de corrélation linéaire n'est pas proche de -1.

4)

x_i	200	250	300	350	450	500
z_i	6,449	6,163	5,720	5,617	5,583	5,455

5) $r = -0,90$.
Le coefficient de corrélation linéaire de la nouvelle série est plus proche de -1 que ne l'est le coefficient de corrélation linéaire de la série initiale. Donc le changement de variable est pertinent.

6) $z = -0,0030x + 6,86$

7) $\ln(y) = z \Rightarrow y = e^z = e^{-0,0030x+6,86} = e^{-0,0030x} \times e^{6,86} \approx 954\, e^{-0,0030x}$

Donc $y = Ke^{-\lambda x}$ avec $K = 954$ et $\lambda = 0,0030$

8) pour $x = 400$: $y = Ke^{-\lambda \times 400} = 954\, e^{-1,2} \approx 287$
Le nombre d'acheteurs potentiels, si le prix de vente est fixé à 400 €, est 287.

Exercice 2 :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} e^x\left(e^x+1-\frac{x}{e^x}-\frac{2}{e^x}\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} e^x(e^x+1) = +\infty$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = e^{-\infty}+e^{-\infty}-(-\infty)-2 = 0+0+\infty-2 = +\infty$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x)-(-x-2)] = \lim\limits_{x\to+\infty} (e^{2x}+e^x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x)-(-x-2)] = \lim\limits_{x\to-\infty} (e^{2x}+e^x) = e^{-\infty}+e^{-\infty} = 0$

Donc la droite d'équation $y=-x-2$ est une asymptote de la courbe C pour $x\to-\infty$.

4) Signe de $f(x)-(-x-2)$: $e^{2x}+e^x > 0$ Toujours sur $\mathbb{R}$

Tableau de signes :

x	$-\infty$ $+\infty$
$e^{2x}+e^x$	$+$

$\Rightarrow f(x) > (-x-2)$ sur $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ la courbe C est au-dessus de la droite.

5) $f'(x) = 2e^{2x}+e^x-1$

6) $2(e^x+1)\left(e^x-\frac{1}{2}\right) = 2\left(e^{2x}-\frac{1}{2}e^x+e^x-\frac{1}{2}\right) = 2\left(e^{2x}+\frac{1}{2}e^x-\frac{1}{2}\right) = 2e^{2x}+e^x-1 = f'(x)$

7)

x	$-\infty$	$\ln(1/2)$	$+\infty$
$2(e^x+1)$	$+$		$+$
$e^x-\frac{1}{2}$	$-$	0	$+$
f'	$-$	0	$+$

$e^x-\frac{1}{2}>0 \Rightarrow e^x>\frac{1}{2} \Rightarrow x>\ln\left(\frac{1}{2}\right)$

8)

x	$-\infty$	$\ln(1/2)$	$+\infty$
f	$+\infty$ ↘	m	↗ $+\infty$

$m = f(\ln(1/2)) = e^{2\ln(1/2)}+e^{\ln(1/2)}-\ln(1/2)-2 =$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}+\ln(2)-2 = \frac{1}{4}+\frac{1}{2}-2+\ln(2) =$

$=\frac{1+2-8}{4}+\ln(2) = -\frac{5}{4}+\ln(2) \simeq -0,557$

9) $T: \ y = f'(0)(x-0)+f(0)$

$f(0) = e^0+e^0-0-2 = 1+1-2 = 0$

$f'(0) = 2e^0+e^0-1 = 2+1-1 = 2$

$\Rightarrow \boxed{T: \ y = 2x}$