

Comment calculer des probabilités dans le cadre d'une loi exponentielle ?

Savoir ce que « suivre une loi exponentielle » signifie pour une variable aléatoire et quels résultats en découlent.

Exemple

Soit une variable aléatoire X suivant une loi exponentielle de paramètre 0,4.

1. Donner la densité de probabilité de X .
2. Calculer $P(X \leq 3)$ et en donner une valeur approchée à 10^{-3} près.
3. En déduire $P(X > 3)$.

1. La densité de probabilité de X est la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 0,4 e^{-0,4x}.$$

$$2. P(X \leq 3) = \int_0^3 0,4 e^{-0,4x} dx = \left[-e^{-0,4x} \right]_3^0 = -e^{-1,2} - (-1) = 1 - e^{-1,2}.$$

$$P(X \leq 3) \approx 0,699.$$

3. Les événements $(X \leq 3)$ et $(X > 3)$ sont des événements contraires donc :

$$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) \text{ soit } P(X > 3) = e^{-1,2}.$$