

BTS BLANC

Mathématiques

Durée: 1h 30min

Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.

Exercice 1 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = e^{2x} + e^x - x - 2$$

On note C sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Indication : On mettra e^x en facteur dans $f(x)$.

2. Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

3. Démontrer que la droite D d'équation : $y = -x - 2$ est une asymptote oblique de la courbe C .

4. Étudier la position relative de C et D .

Exercice 2 :

Dresser le tableau de signe de la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2(e^x + 1)\left(e^x - \frac{1}{2}\right)$.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 1 - \ln(x)$$

On note C sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Déterminer la limite de f en 0 .
2. Interpréter graphiquement le résultat obtenu précédemment.
3. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

Indication : On mettra x en facteur dans $f(x)$.

Exercice 4 :

Dresser le tableau de signe de la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (2x-1)e^{2x}$.

Exercice 5 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (e^{2x} - 2)(e^{2x} + 1)$$

On note C sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
3. En déduire que la courbe C admet une asymptote D parallèle à l'axe des abscisse dont on précisera l'équation.

Exercice 6 :

Dresser le tableau de signe de la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2e^{2x}(2e^{2x} - 1)$.

Exercice 7 :

Résoudre l'inéquation : $\ln(2-x) < \ln(3)$.

Exercice 8 :

Résoudre l'inéquation : $e^{2x} - 4e^x < 0$.

Exercice 9 :

Résoudre l'équation : $\ln(x^2) = \ln(2) + \ln(x+1)$.

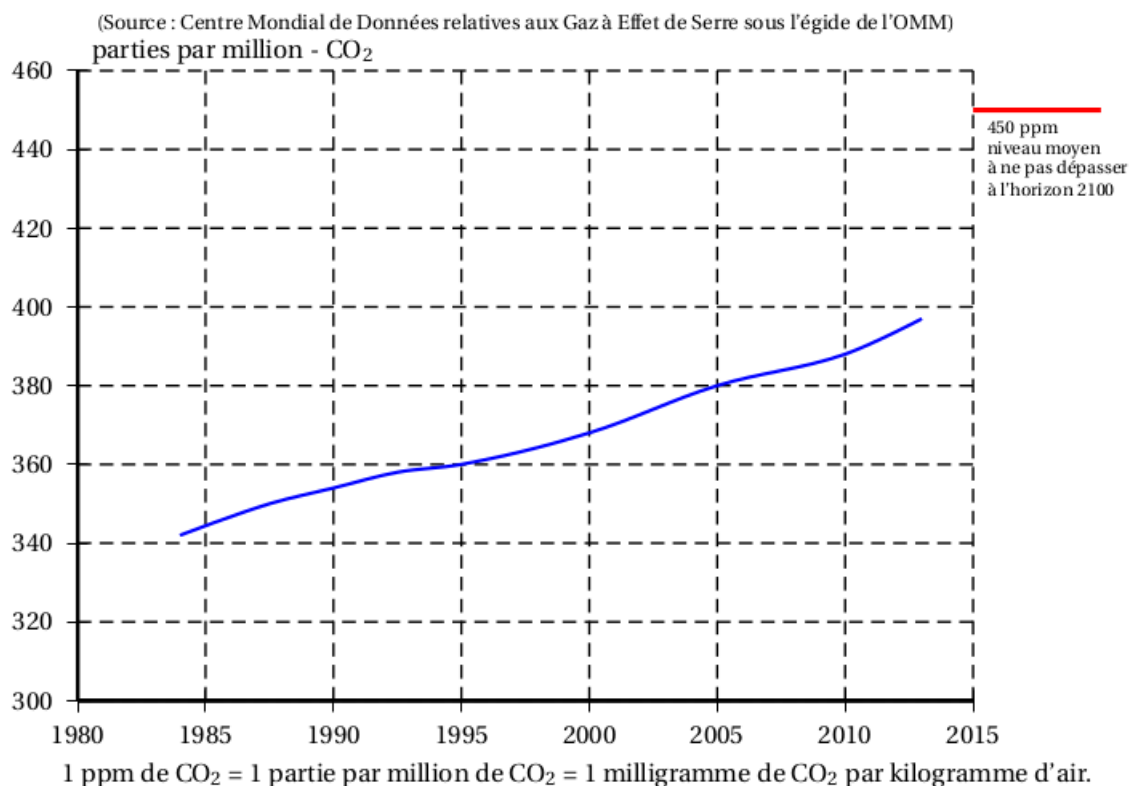
Exercice 10 :

Résoudre l'équation : $e^{4x} - 2e^{3x} = 0$.

Exercice 11 :

Les activités humaines produisent du dioxyde de carbone (CO_2) qui contribue au réchauffement climatique. Le graphique suivant représente l'évolution de la concentration atmosphérique moyenne en CO_2 (en ppm) en fonction du temps (en année).

Concentration de CO_2 atmosphérique



1. Déterminer graphiquement la concentration de CO_2 en ppm en 1995 puis en 2005.
2. On veut modéliser l'évolution de la concentration de CO_2 en fonction du temps à l'aide d'une fonction g où $g(x)$ est la concentration de CO_2 en ppm en fonction de l'année x .
 - a. Expliquer pourquoi une fonction affine semble appropriée pour modéliser la concentration en CO_2 en fonction du temps entre 1995 et 2005.
 - b. Arnold et Billy proposent chacun une expression pour la fonction g :
 Arnold propose l'expression $g(x) = 2x - 3630$;
 Billy propose l'expression $g(x) = 2x - 2000$.
 Quelle expression modélise le mieux l'évolution de la concentration de CO_2 ? Justifier.
 - c. En utilisant la fonction que vous avez choisie à la question précédente, indiquer l'année pour laquelle la valeur de 450 ppm est atteinte.