3. a) À l'aide d'une calculatrice, obtenir pour la fonction un tableau de valeurs sur $[0{,}4 ; 0{,}5]$ avec : $X_{\min} = 0{,}4$; $X_{\max} = 0{,}5$; pas $= 0{,}01$.

b) En déduire une valeur décimale approchée à 10^{-2} près de α.

103 **R** Soit la fonction f définie sur $[2 ; 20]$ par :

$$f(x) = x - 2 - 2 \ln x.$$

1. Dresser le tableau de variation de f.

2. En déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur $[2 ; 20]$.

3. a) À l'écran d'une calculatrice, tracer la courbe représentative de f avec la fenêtre :

$X_{\min} = 2$; $X_{\max} = 20$; pas $= 1$.

$Y_{\min} = -5$; $Y_{\max} = 15$; pas $= 1$.

b) À l'aide de TRACE donner une valeur décimale approchée de α.

104 Soit la fonction f définie sur $[-1 ; 0]$ par :

$$f(x) = 1 + x\mathrm{e}^{-x}.$$

1. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

2. En déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur $[-1 ; 0]$.

3. a) À l'écran d'une calculatrice, tracer la courbe représentative de f avec la fenêtre :

$X_{\min} = -1$; $X_{\max} = 0$; pas $= 0{,}1$.

$Y_{\min} = -2$; $Y_{\max} = 1$; pas $= 0{,}1$.

b) À l'aide de G-Solv pour Casio, de Calcul pour TI, donner la valeur décimale arrondie à 10^{-3} de α. On pourra utiliser les indications données dans les pages de couverture de l'ouvrage.

Développements limités. Études locales de fonctions

Fiches méthodes 7 et 8

***Pour les exercices 105 à 108**, f est une fonction définie sur l'intervalle I de ℝ.*
On donne un développement limité de f en zéro.
En déduire dans le plan rapporté à un repère orthogonal une équation de la tangente T à la courbe 𝒞 d'équation y = f(x) en son point d'abscisse 0 et la position de 𝒞 par rapport à T au voisinage de ce point.
Illustrer par un schéma cette situation.

105 $I =]-1 ; +\infty[$; $\qquad f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$.

À l'ordre 2, en 0 : $f(x) = 1 - 2x + 2x^2 + x^2\,\varepsilon(x)$ avec $\lim\limits_{x \to 0} \varepsilon(x) = 0$.

106 **C** $I =]-1 ; +\infty[$; $\qquad f(x) = \sqrt{1+x}$.

À l'ordre 2, en 0 : $f(x) = 1 + \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{8}x^2 + x^2\,\varepsilon(x)$ avec $\lim\limits_{x \to 0} \varepsilon(x) = 0$.

107 **C** $I = \mathbb{R}$; $\qquad f(x) = \mathrm{e}^x + \cos x$.

À l'ordre 3, en 0 : $f(x) = 2 + x + \dfrac{x^3}{6} + x^3\,\varepsilon(x)$ avec $\lim\limits_{x \to 0} \varepsilon(x) = 0$.

108 $I = \mathbb{R}$; $\qquad f(x) = \mathrm{e}^{-x} - \mathrm{e}^x$.

À l'ordre 3, en 0 : $f(x) = -2x - \dfrac{x^3}{3} + x^3\,\varepsilon(x)$ avec $\lim\limits_{x \to 0} \varepsilon(x) = 0$.