Comment déterminer à la main les primitives d'une fonction ?

- **Il suffit de déterminer une primitive de cette fonction.**
- **Pour déterminer une primitive *F* d'une fonction *f*, on utilise les tableaux de résultats et les règles concernant *f* + *g* et *kf* donnés page 239.**

Exemple 1. Déterminer les primitives de f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 + 4x - 3e^x$.

- *L'écriture de f(x) fait intervenir uniquement la somme et le produit par un nombre de fonctions données dans les tableaux page 241.*
- *On lit dans les tableaux :*

Fonctions	x^3	x	e^x
Primitives	$\frac{x^4}{4}$	$\frac{x^2}{2}$	e^x

- *En multipliant par les nombres convenables, on obtient :*

Fonctions	$2x^3$	$4x$	$-3e^x$
Primitives	$2\frac{x^4}{4}$	$4\frac{x^2}{2}$	$-3e^x$

- *Par addition, on obtient donc une primitive F de f : $F(x) = \frac{x^4}{2} + 2x^2 - 3e^x$; donc les primitives de f sont les fonctions G définies sur $\mathbb{R}$ par* $\mathbf{G(x) = \frac{x^4}{2} + 2x^2 - 3e^x + C}$.

Exemple 2. Déterminer les primitives de f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5e^{3x}$.

- *On pense à écrire f(x) sous la forme $f(x) = ke^{u(x)} \times u'(x)$ avec k réel.*

On pose $u(x) = 3x$ d'où $u'(x) = 3$.

$e^{u(x)} \times u'(x) = e^{3x} \times 3$; *on écrit alors* $f(x) = 5 \times \frac{1}{\mathbf{3}} \times e^{3x} \times \mathbf{3}$.

Ainsi $f(x) = \frac{5}{3}e^{u(x)} \times u'(x)$ *d'où une primitive F de f :* $F(x) = \frac{5}{3}e^{u(x)} = \frac{5}{3}e^{3x}$.

- *Primitives de f : les fonctions G définies sur $\mathbb{R}$ par* $\mathbf{G(x) = \frac{5}{3}e^{3x} + C}$.

Exemple 3. Déterminer les primitives de f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = \frac{3}{2x+1}$.

- *On pense à écrire f(x) sous la forme $f(x) = k\frac{u'(x)}{u(x)}$ avec k réel.*

On pose $u(x) = 2x + 1$ d'où $u'(x) = 2$.

$\frac{u'(x)}{u(x)} = \frac{2}{2x+1}$; *on écrit alors* $f(x) = 3 \times \frac{1}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{2}}{2x+1}$.

Ainsi, $f(x) = \frac{3}{2} \times \frac{u'(x)}{u(x)}$; *sur $[0\,;+\infty[$ on a $u(x) > 0$;*

d'où une primitive F de f : $F(x) = \frac{3}{2}\ln(u(x)) = \frac{3}{2}\ln(2x+1)$.

Primitives de f : les fonctions G définies sur $[0\,;+\infty[$ par $\mathbf{G(x) = \frac{3}{2}\ln(2x+1) + C}$.