Le principe de Fermat *- Pierre de Fermat (1605-1665) -*

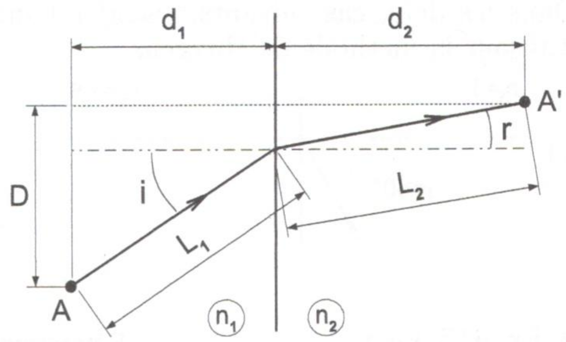
« La nature agit toujours par les voies les plus courtes et les plus simples »
En d'autres termes, lorsque la lumière se propage, elle suit toujours le chemin le plus rapide.

Propagation rectiligne dans un milieu isotrope et homogène

Lorsque la lumière se propage dans un milieu isotrope et homogène, le chemin le plus rapide est également le plus court géométriquement. Le principe de Fermat est donc cohérent avec le déplacement rectiligne de la lumière dans les milieux isotropes et homogènes.

Principe de Fermat et réfraction

Le principe de Fermat permet également de retrouver la loi de la réfraction. Considérons deux points A et A' situés de part et d'autre de l'interface entre deux milieux homogènes d'indices n_1 et n_2. La célérité de la lumière dans les deux milieux vaut respectivement $v_1 = \dfrac{c}{n_1}$ et $v_2 = \dfrac{c}{n_2}$.
On note d_1 et d_2 les distances séparant A et A' de l'interface et D la distance entre les deux points, mesurée parallèlement à l'interface. Un rayon issu de A subit une réfraction à l'interface avant d'atteindre le point A'.



La durée t du parcours de la lumière de A jusqu'en A' s'écrit :

$$t = \frac{L_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2} = \frac{1}{c}(L_1.n_1 + L_2.n_2) \qquad \text{avec} \quad L_1 = \frac{d_1}{\cos i} \quad \text{et} \quad L_2 = \frac{d_2}{\cos r}$$

$$\text{on obtient donc :} \quad t = \frac{1}{c}\left(\frac{d_1.n_1}{\cos i} + \frac{d_2.n_2}{\cos r}\right) \tag{1.2}$$

D'après le principe de Fermat, le parcours réellement effectué par la lumière correspond à la valeur de i pour laquelle la durée t est minimale, c'est à dire vérifiant $\dfrac{dt}{di} = 0$.

$$\text{D'après (1.2) :} \qquad \frac{dt}{di} = \frac{1}{c}\left(\frac{d_1.n_1.\sin i}{\cos^2 i} + \frac{d_2.n_2.\sin r}{\cos^2 r}\cdot\frac{dr}{di}\right)$$

$$\text{La condition } \frac{dt}{di} = 0 \text{ se traduit par :} \qquad \frac{d_1.n_1.\sin i}{\cos^2 i} + \frac{d_2.n_2.\sin r}{\cos^2 r}\cdot\frac{dr}{di} = 0 \tag{1.3}$$

Par ailleurs, les points A et A' étant fixes, la distance $D = d_1.\tan i + d_2.\tan r$ est constante :

$$\frac{dD}{di} = 0 \qquad \text{donc} \qquad \frac{d_1}{\cos^2 i} + \frac{d_2}{\cos^2 r}.\frac{dr}{di} = 0 \qquad \text{soit} \qquad \frac{d_2}{\cos^2 r}.\frac{dr}{di} = -\frac{d_1}{\cos^2 i}$$

En reportant dans l'équation (1.3), on obtient :

$$\frac{d_1}{\cos^2 i}.\big(n_1.\sin i - n_2.\sin r\big) = 0 \qquad \text{d'où l'on tire effectivement :} \quad n_1.\sin i = n_2.\sin r$$

Retour inverse de la lumière

Supposons que l'on inverse le rôles entre *A* et *A'* : *A'* devient le point objet. Le chemin suivi par la lumière en sens inverse est identique, seul le sens de propagation est inversé.