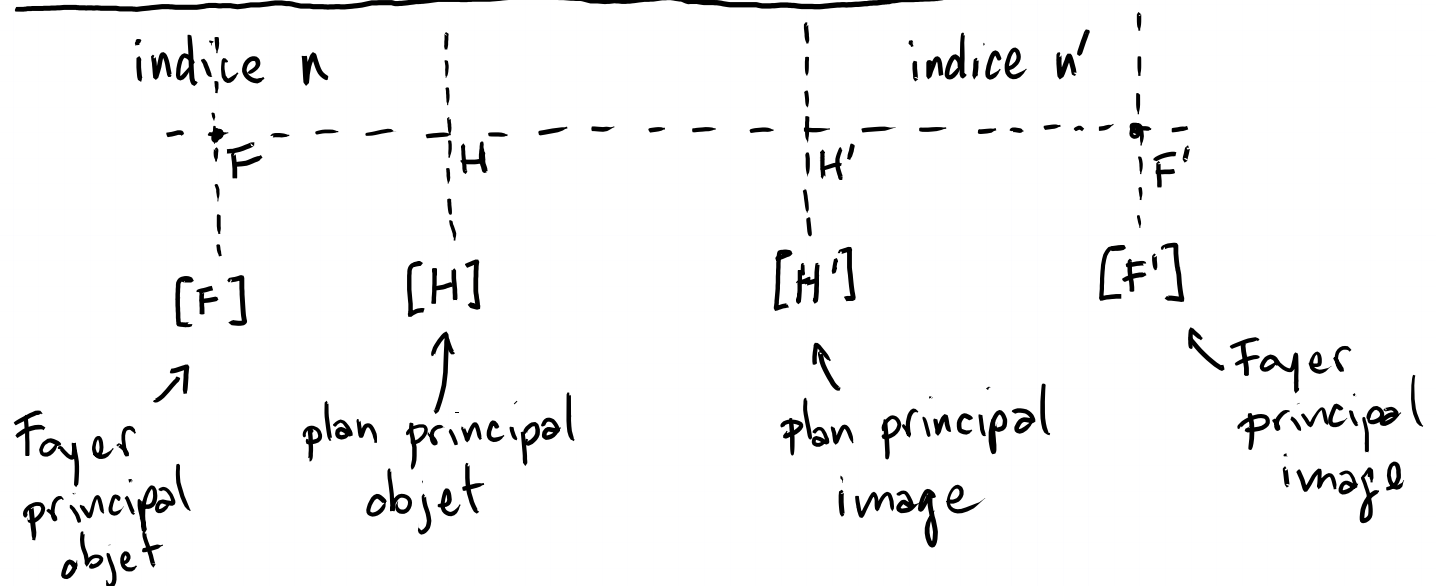


Les systèmes centrés à foyers



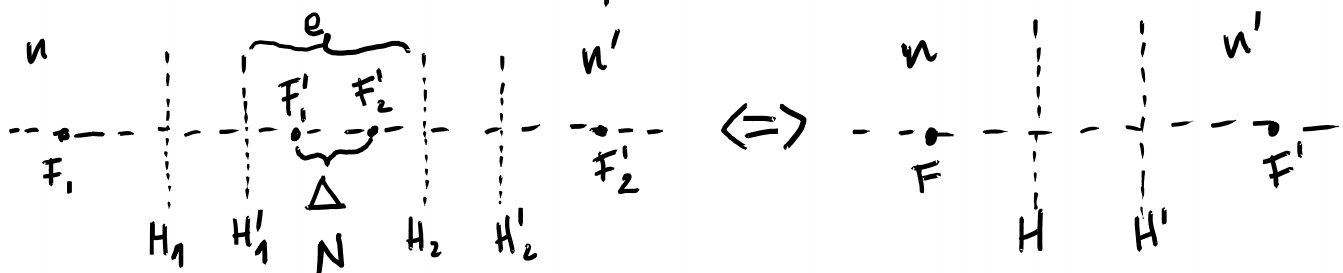
Distances focales: $f = \overline{HF}$ $f' = \overline{H'F'}$ $\Rightarrow \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$

Vergence: $D = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$

Relation de Descartes: $\frac{f}{\overline{HA}} + \frac{f'}{\overline{H'A'}} = 1 \Rightarrow -\frac{n}{\overline{HA}} + \frac{n'}{\overline{H'A'}} = D$

Grandissement transversal: $g_y = \frac{n}{n'} \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}} = -\frac{f}{f'} \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}}$

Association de deux systèmes centrés



Distances focales: $f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}$ $f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}$ $\Delta = -f'_1 + e + f_2$

Vergence: Gullstrand $D = D_1 + D_2 - \frac{e}{N} D_1 D_2 = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$

Positions des plans principaux: $\overline{H_1 H} = e \frac{n}{N} \frac{D_2}{D}$ $\overline{H_2' H'} = -e \frac{n'}{N} \frac{D_1}{D}$

Les lentilles

Lentille sphérique : Association de deux dioptries sphériques.

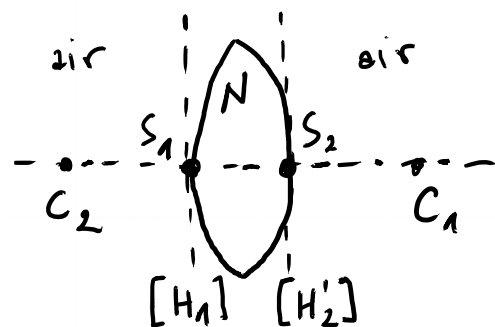
On limite l'étude aux cas des lentilles placées dans l'air. Les deux dioptries de sommets S_1 et S_2 ont pour centres respectifs C_1 et C_2 .

Exemple : Lentille biconvexe

$$\text{On note : } \overline{S_1 C_1} = R_1 \quad \overline{S_2 C_2} = R_2$$

$N \rightarrow$ indice du verre

$$\overline{S_1 S_2} = e \rightarrow \text{épaisseur}$$



$$R_1 > 0 \text{ et } R_2 < 0$$

Dioptre 1 = face d'entrée

$$f_1 = -\frac{1}{N-1} \overline{S_1 C_1} = -\frac{1}{N-1} R_1$$

$$f'_1 = \frac{N}{N-1} \overline{S_1 C_1} = \frac{N}{N-1} R_1$$

$$D_1 = -\frac{1}{f_1} = \frac{N}{f'_1} = \frac{N-1}{R_1}$$

$$H_1 = H'_1 = S_1$$

Dioptre 2 = face de sortie

$$f_2 = -\frac{N}{1-N} \overline{S_2 C_2} = -\frac{N}{1-N} R_2$$

$$f'_2 = \frac{1}{1-N} \overline{S_2 C_2} = \frac{1}{1-N} R_2$$

$$D_2 = -\frac{N}{f_2} = \frac{1}{f'_2} = \frac{1-N}{R_2}$$

$$H_2 = H'_2 = S_2$$

Vergence D de la lentille

Relation de Gullstrand: $D = D_1 + D_2 - \frac{e}{N} D_1 D_2$

$$\begin{aligned}\text{Donc } D &= \frac{N-1}{R_1} + \frac{1-N}{R_2} - \frac{e}{N} \frac{(N-1)(1-N)}{R_1 R_2} = \\ &= \frac{N-1}{R_1} - \frac{N-1}{R_2} + \frac{e}{N} \frac{(N-1)(N-1)}{R_1 R_2} = \\ &= (N-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{e}{N} \frac{(N-1)^2}{R_1 R_2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{On écrit: } \frac{1}{R_1 R_2} &= \frac{R_2 - R_1}{R_2 - R_1} \frac{1}{R_1 R_2} = \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \frac{1}{R_2 - R_1} = \\ &= \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{R_2 - R_1}\end{aligned}$$

$$\text{Alors: } D = (N-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \left(1 + \frac{N-1}{N} \frac{e}{R_2 - R_1} \right)$$

Distances focales de la lentille

Les distances focales du système centré résultant de l'association de deux dioptries sont:

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad \text{et} \quad f' = - \frac{f'_1 f'_2}{\Delta} \quad \text{avec} \quad \Delta = -f'_1 + e + f_2$$

$$\text{On a } f_1 f_2 = f'_1 f'_2 \Rightarrow f = -f'$$

$$\text{Alors } D = \frac{1}{f'} = - \frac{1}{f}$$

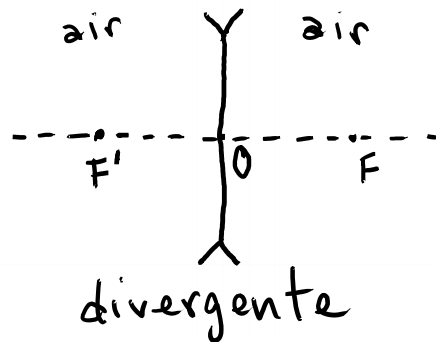
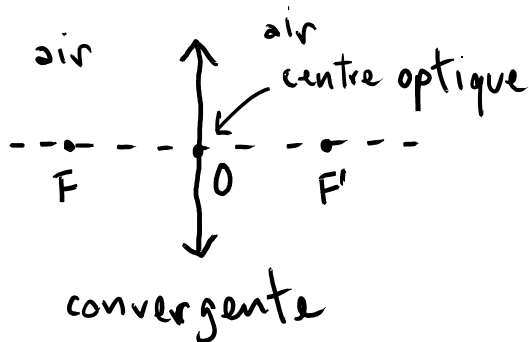
Points principaux H et H' de la lentille

$$\overline{S_1 H} = \frac{e}{N} \frac{D_2}{D} = \frac{e R_1}{N(R_1 - R_2) - (N-1)e}$$

$$\overline{S_2 H'} = -\frac{e}{N} \frac{D_1}{D} = \frac{-e R_2}{N(R_1 - R_2) - (N-1)e}$$

Les lentilles minces

$$e \ll |R_1| \quad e \ll |R_2| \quad e \ll |R_1 - R_2|$$



Vergence: $D = (N-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$

Foyers: $f = \overline{OF}$ $f' = \overline{OF'}$ $f = -f'$

Points principaux: $O = H = H'$

Doublets de lentilles minces (p; q; r)

$$f'_1 = ap \quad e = aq \quad f'_2 = ar$$

Exemple: $f'_1 = 60 \text{ mm}$ $e = 20 \text{ mm}$ $f'_2 = 80 \text{ mm}$

$$\Rightarrow (p; q; r) = (3; 1; 4) \quad \text{avec } a = 20 \text{ mm}$$

Construction graphique d'une image

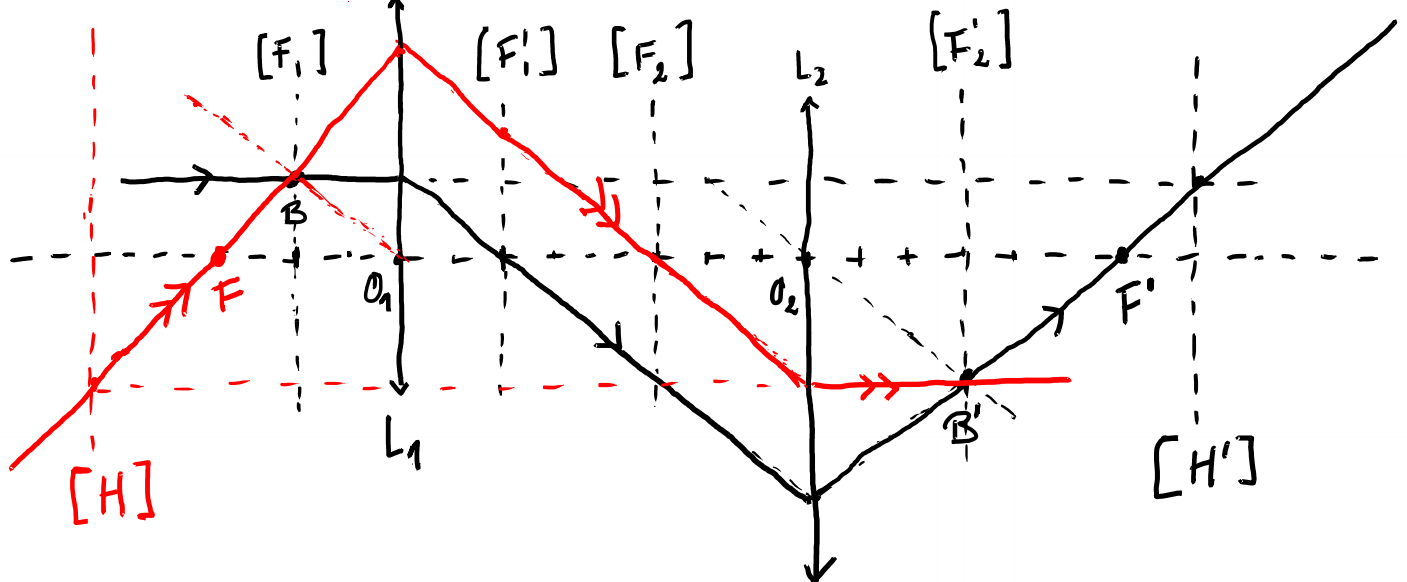
- ① Le rayon incident parallèle à l'axe optique émerge du système centré en passant par le foyer image F' .
- ② le rayon incident passant par le foyer objet F ressort parallèle à l'axe optique.
- ③ Le rayon passant par le point principal objet émerge en conservant la même direction.
- ④ Le tracé d'un rayon quelconque déjà abordé dans le cas du dioptre sphérique est généralisable à tous les systèmes centrés. On utilise le foyer secondaire, intersection entre le plan focal image $[F']$ et le rayon parallèle au rayon incident émergeant en H' . Le rayon ressort du système en passant par le foyer secondaire.

Ex 1 : Détermination graphique des points cardinaux

On considère le système centré composé de l'association de deux lentilles minces convergentes de distances focales images $f'_1 = 10 \text{ mm}$ et $f'_2 = 15 \text{ mm}$. Les deux lentilles sont distantes de 40 mm .

- 1) Sur une construction graphique à l'échelle (horiz. 2/1), tracer la marche d'un rayon initialement parallèle à l'axe optique. En déduire graphiquement la position de F' et $[H']$ du système centré.

- 2) Construire la marche d'un rayon qui ressort de la seconde lentille en étant parallèle à l'axe optique. En déduire graphiquement la position de F et $[H]$ du système centré.



Ex 2 : Association de deux lentilles minces non accolées
avec $e = 40 \text{ mm}$ $f'_1 = 80 \text{ mm}$ $f'_2 = 50 \text{ mm}$

- 1) Calculer la distance focale f' du système centré constitué par les deux lentilles.

Les lentilles sont placées dans l'air:

$$D_1 = \frac{1}{f'_1} \quad D_2 = \frac{1}{f'_2} \quad D = \frac{1}{f'}$$

Gullstrand: $D = D_1 + D_2 - e D_1 D_2$

$$\Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2} \Rightarrow f' = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - e} = 44,44 \text{ mm}$$

2) Calculer la position de H et H'.

$$\overline{O_1 H} = e \frac{D_2}{D} = e \frac{f'}{f'_2} = 35,55 \text{ mm}$$

$$\overline{O_2 H'} = -e \frac{D_1}{D} = -e \frac{f'}{f'_1} = -22,22 \text{ mm}$$

3) Un objet est caractérisé par : $\overline{O_1 A} = -50 \text{ mm}$
et $\overline{AB} = 20 \text{ mm}$

Déterminer la position par rapport à H' et le grandissement transversal de l'image A'B'.

Relation de conjugaison : $-\frac{1}{\overline{HA}} + \frac{1}{\overline{H'A'}} = \frac{1}{f'}$

$$\Rightarrow \overline{H'A'} = \frac{\overline{HA} f'}{\overline{HA} + f'} \quad \text{avec } \overline{HA} = \overline{HO_1} + \overline{O_1 A} = -85,55 \text{ mm}$$

Grandissement : $g_y = \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}} = -1,1$