Comment calculer une intégrale en utilisant l'intégration par parties ?

Pour calculer l'intégrale $I = \int_a^b f(x)\,dx$ en utilisant l'intégration par parties :

1. On écrit $f(x)$ sous la forme $f(x) = u(x) \times v'(x)$.
Il faut choisir convenablement les expressions de $u(x)$ et $v'(x)$!

2. On calcule u' et on détermine une primitive v de v'.

3. On applique la formule d'intégration par parties.

Exemple 1. Calculer $\int_1^2 x \ln x \, dx$.

Posons $\begin{cases} u(x) = \ln x \\ v'(x) = x \end{cases}$; *on obtient* $\begin{cases} u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v(x) = \dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

D'où $\int_1^2 x \ln x \, dx = \left[\dfrac{x^2}{2} \ln x\right]_1^2 - \int_1^2 \dfrac{x}{2} \, dx = 2 \ln 2 - \left[\dfrac{x^2}{4}\right]_1^2 = \mathbf{2 \ln 2 - \dfrac{3}{4}}$.

Exemple 2. Calculer $\int_0^1 xe^x \, dx$.

Posons $\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^x \end{cases}$; *on obtient* $\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = e^x \end{cases}$

D'où $\int_0^1 xe^x \, dx = [xe^x]_0^1 - \int_0^1 e^x \, dx = e - [e^x]_0^1 = \mathbf{1}$.