Exercice 8

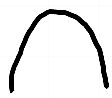
Démontrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -15x^4 + 80x^3 + 150x^2 - 3511$ admet un maximum.

$$f'(x) = -15 \times 4x^3 + 80 \times 3x^2 + 150 \times 2x =$$

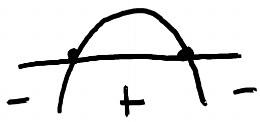
$$= -60x^3 + 240x^2 + 300x =$$

$$= 60x(-x^2 + 4x + 5)$$

Signe de $60x$: $60x > 0 \iff x > 0$

Signe de $-x^2 + 4x + 5$: $a = -1$  $b = 4$ $c = 5$

$$\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times 5 = 16 + 20 = 36$$



$$x_1 = \frac{-4-6}{-2} = 5 \qquad x_2 = \frac{-4+6}{-2} = -1$$

x	$-\infty$		-1		0		5		$+\infty$
$60x$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x^2+4x+5$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$	$f(-1)$	$\searrow$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(5)$	$\searrow$	

$f(-1) = -3456 \quad f(0) = -3511 \quad f(5) = 864$

La foction f admet deux maximum locale en $x = -1$ et $x = 5$. La fonction admet un minimum locale en $x = 0$.

Le maximum de f est 864 atteint pour $x = 5$.

Donc la fonction f admet un maximum sur $\mathbb{R}$.