Classe : TOP 1
Date : Décembre 2019

BTS Blanc Mathématiques

Durée: 2 H

Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.
Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.

EXERCICE 1 : *(10 points)*

La fonction f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x)=\dfrac{2x^2-x-6}{x-1}$ et on note C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

2p 1. Déterminer les coordonnées du ou des point(s) d'intersection de C_f et de l'axe des abscisses. $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-3/2 \\ y=0 \end{cases}$

1p 2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de C_f et de l'axe des ordonnées. $\begin{cases} x=0 \\ y=6 \end{cases}$

1p 3. Déterminer les images de 0 et de -2. $f(0)=6$ $f(-2)=-\frac{4}{3}$

2p 4. Déterminer les antécédents (s'ils existent ...) de 6. $x_1=0$ $x_2=\frac{7}{2}$

2p 5. Déterminer les points d'intersection de C_f avec la droite d'équation $y=7x+4$. Pas d'inter.

2p 6. Étudier le signe de $f(x)$.

x	$-\infty$		$-3/2$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

EXERCICE 2 : *(4 points)*

La courbe C de la figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans un repère orthogonal.

0,75p 1. Déterminer graphiquement :

a) $f(0)=1$

b) $f(1)=-1$

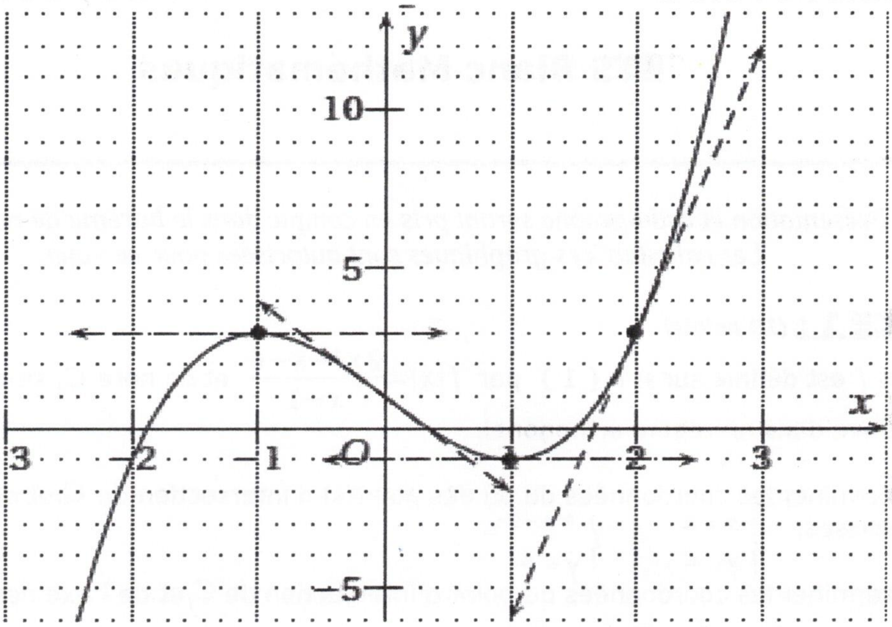
c) $f(2)=3$

1,25p 2. Déterminer l'équation de la tangente T_1 au point d'abscisse 1 et celle de la tangente T_0 au point d'abscisse 0. T_1 : $y=-1$ T_0 : $y=-3x+1$

2p 3. La droite T tangente à la courbe C au point d'abscisse –2 et d'ordonnée –1 passe par le point A de coordonnées (1 ; 26). Déterminer par le calcul une équation de T.

T: $y=9x+17$

Classe : TOP 1
Date : Décembre 2019



EXERCICE 3 : (~~4~~ 6 points)

La responsable d'un magasin de petit matériel pour les laboratoires a relevé pendant une semaine, le montant en euros des achats de 200 clients.
Les résultats figurent dans le tableau suivant.

Montant des achats x_i	Nombre de clients n_i
[5 ; 15 [	10
[15 ; 25 [	22
[25 ; 35 [	52
[35 ; 45 [	62
[45 ; 55 [	36
[55 ; 65 [	14
[65 ; 75 [	4

1p 1. Calculer la moyenne $\bar{x}$ et l'écart type σ de la série statistique. $\bar{x} = 37,5$ $\sigma = 13,1434$

2p 2. Déterminer graphiquement une valeur approchée de la médiane à 10^{-1} près après avoir représenté les polygones des effectifs cumulés. (*Unités : 1 cm pour 5 euros en abscisses et 1 cm pour 20 clients en ordonnées).* $Me \simeq 37,5$

2p 3. Déterminer, par le calcul, une valeur approchée, arrondie à 10^{-2} près, de la médiane. *Le détail du raisonnement est demandé.* $Me = 37,58$

1p 4. Par lecture du graphique précédent, estimer le pourcentage de clients dont le montant d'achat est compris entre $\bar{x}-\sigma$ et $\bar{x}+\sigma$. 67 %

Correction BTS blanc Maths TOP1 Déc 2019

Exercice 1 :

1. $\begin{cases} y = \dfrac{2x^2-x-6}{x-1} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{2x^2-x-6}{x-1} = 0$ $\boxed{\begin{array}{l} x-1=0 \\ x=1 \text{ V. I.} \end{array}}$

$$2x^2-x-6=0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4\times 2\times(-6) = 1+48 = 49$$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{1+7}{4} = 2 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = \dfrac{1-7}{4} = -\dfrac{3}{2} \\ y = 0 \end{cases}$$

2. $\begin{cases} y = \dfrac{2x^2-x-6}{x-1} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 0 \end{cases}$

3. $f(0) = 6$ $f(-2) = \dfrac{2\times(-2)^2-(-2)-6}{-2-1} = \dfrac{8+2-6}{-3} = -\dfrac{4}{3}$

4. $\dfrac{2x^2-x-6}{x-1} = 6$

$$\frac{2x^2-x-6}{x-1} - 6 = 0$$

$$\frac{(2x^2-x-6)\times 1 - 6(x-1)}{x-1} = 0 \qquad \boxed{x=1 \text{ V.I.}}$$

$$2x^2-x-6-6x+6=0$$

$$2x^2-7x=0$$

$$x(2x-7)=0$$

$$x_1 = 0 \qquad x_2 = \frac{7}{2}$$

5. $\begin{cases} y = \dfrac{2x^2 - x - 6}{x-1} \\ y = 7x + 4 \end{cases}$

$$\frac{2x^2 - x - 6}{x-1} = 7x + 4$$

$$\frac{2x^2 - x - 6 - (7x+4)(x-1)}{x-1} = 0 \qquad \boxed{x = 1 \text{ V. I.}}$$

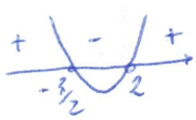
$$2x^2 - x - 6 - 7x^2 + 7x - 4x + 4 = 0$$

$$-5x^2 + 2x - 2 = 0$$

$\Delta = 4 - 4 \times (-5) \times (-2) = 4 - 40 = -36 \Rightarrow$ Pas de solutions

6. $2x^2 - x - 6$ | $x - 1 > 0$

$x > 1$ V. I.



x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		1		2		$+\infty$
$2x^2 - x - 6$		+	0	−	‖	−	0	+	
$x - 1$		−		−	‖	+		+	
$f(x)$		−	0	+	‖	−	0	+	

Exercice 2 :

1. $f(0) = 1 \qquad f(1) = -1 \qquad f(2) = 3$

2. $T_1 : \ y = -1 \qquad T_0 : \ y = -3x + 1$

3. $A(1; 26) \qquad B(-2; -1)$

$T : \ y = ax + b$

$$a = \frac{26 - (-1)}{1 - (-2)} = \frac{27}{3} = 9$$

$\Rightarrow T : \ y = 9x + b$

$\Rightarrow \quad 26 = 9 \times 1 + b$

$26 = 9 + b$

$b = 26 - 9 = 17$

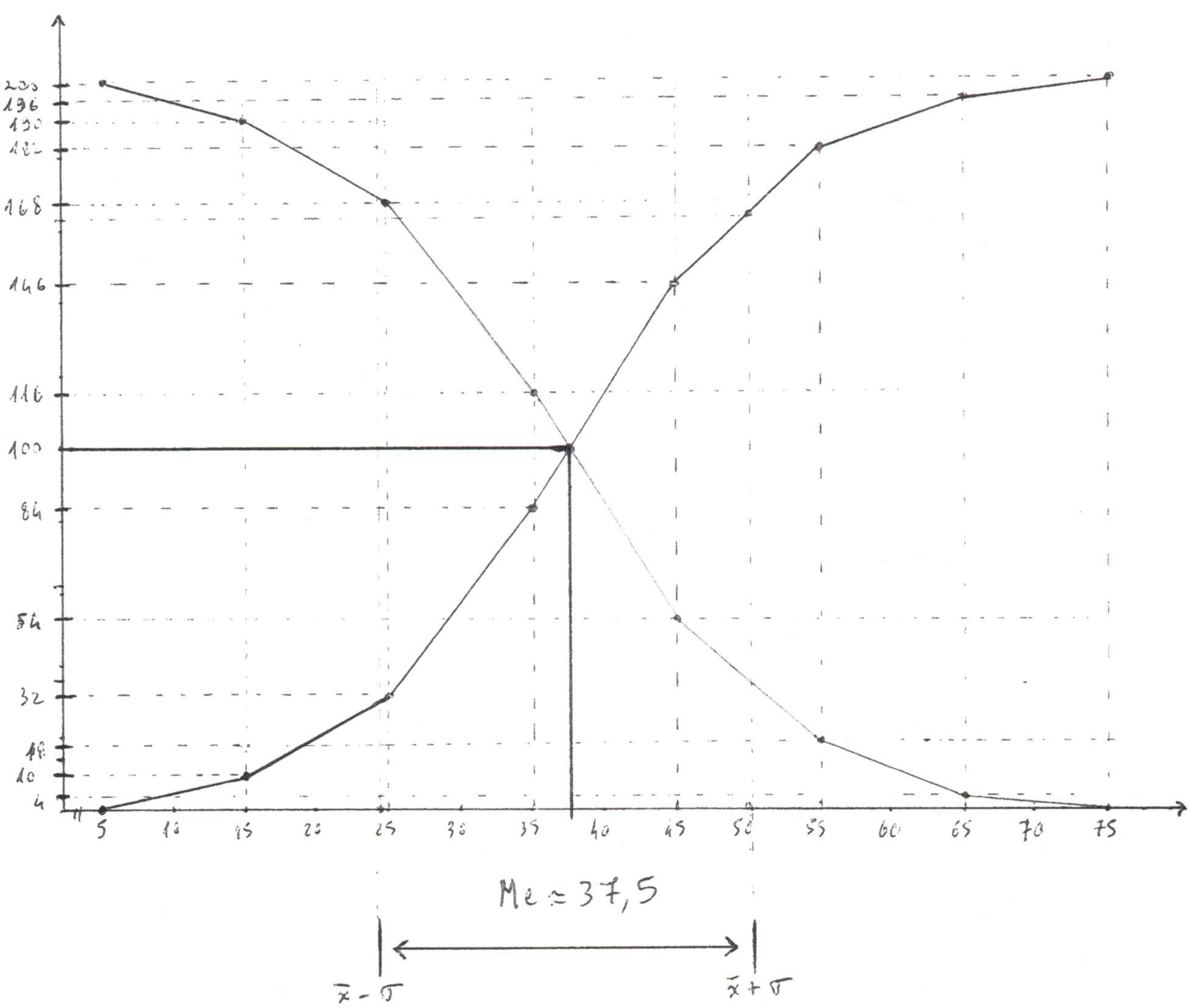
$\Rightarrow \quad T: \quad y = 9x + 17$

Exercice 3 :

Montant x_i	Nombre clients n_i	Centre de classe	ECC	ECD
[5 ; 15[	10	10	10	200
[15 ; 25[	22	20	32	190
[25 ; 35[	52	30	84	168
[35 ; 45[	62	40	146	116
[45 ; 55[	36	50	182	54
[55 ; 65[	14	60	196	18
[65 ; 75[	4	70	200	4

1. $\bar{x} = 37,5 \qquad \sigma = 13,1434$

2.



3.

$$62\left[\begin{array}{l} 16\left[\begin{array}{l}84\\100\end{array}\right.\\ \\ 146\end{array}\right. \qquad \left.\begin{array}{r}\left.\begin{array}{r}35\\Me\end{array}\right]Me-35\\ \\ 45\end{array}\right]10$$

$$\Rightarrow \quad \frac{Me-35}{16} = \frac{10}{62} \quad \Rightarrow \quad Me = \frac{10}{62}\times 16 + 35 = 37,58$$

4.

$\bar{x}-\sigma = 24,5$	$\bar{x}+\sigma = 50,5$
$ECC = 30$	$ECC = 164$

$$\Rightarrow \quad 164 - 30 = 134 \quad \Rightarrow \quad \frac{134}{200}\times 100 = 67\%$$