32 **R** Une entreprise fabrique en grande série des pièces pour le bâtiment. Pour analyser la qualité de la fabrication, on effectue un test bilatéral permettant, à la suite du prélèvement au hasard d'un échantillon de $n = 64$ pièces dans la production, de tester au seuil de 5 % l'hypothèse H_0 selon laquelle le pourcentage de pièces défectueuses dans la production est 4 %. L'hypothèse alternative H_1 est $p \neq 0{,}04$.

Soit F la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 64 pièces, associe le pourcentage de pièces défectueuses de cet échantillon. On assimile ces échantillons de 64 pièces à des échantillons aléatoires prélevés avec remise et on admet que sous H_0, F suit la loi normale :

$\mathcal{N}\left(p\ ;\ \dfrac{p(1-p)}{n}\right)$ où $n = 64$ et $p = 0{,}04$.

1. Déterminer au seuil de 95 % l'intervalle de fluctuation du pourcentage de pièces défectueuses dans un échantillon de taille 64.

2. Énoncer la règle de décision du test.

3. Pour un tel échantillon de 64 pièces, on a trouvé cinq pièces défectueuses. Peut-on en conclure, au seuil de 5 %, que le pourcentage de pièces défectueuses dans la production est bien 4 % ?

33 En utilisant sa base de données, la sécurité sociale estime que la proportion de Français présentant, à la naissance, une malformation cardiaque de type anévrisme est de 10 %.

La sécurité sociale décide de lancer une enquête de santé publique, sur ce problème de malformation cardiaque de type anévrisme, sur un échantillon de 400 personnes, prises au hasard dans la population française.

On note X la variable aléatoire comptabilisant le nombre de personnes de l'échantillon présentant une malformation cardiaque de type anévrisme.

Partie A

1. Définir la loi de la variable aléatoire X.

2. Déterminer $P(X = 35)$.

3. Déterminer la probabilité que 30 personnes de ce groupe, au moins, présentent une malformation cardiaque de type anévrisme.

Partie B

1. On considère la variable aléatoire F, définie par $F = \dfrac{X}{400}$.

Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique de la variable aléatoire F au seuil de 95 %.

2. Dans l'échantillon considéré, 60 personnes présentent une malformation cardiaque de type anévrisme.

Qu'en pensez-vous ?

34 **C** Une entreprise fabrique des flacons destinés à contenir une substance particulière. Un flacon est dit conforme s'il vérifie un ensemble de critères définis par l'entreprise.

On appelle p la proportion de flacons conformes dans l'ensemble de la production.

On se propose de construire et d'utiliser un test unilatéral pour valider ou refuser, au seuil de risque 5 %, l'hypothèse selon laquelle la proportion p de flacons conformes dans l'ensemble de la production, sur une période donnée, est égale à 0,8. On choisit comme hypothèse nulle H_0 : « $p = 0{,}8$ », et comme hypothèse alternative H_1 : « $p < 0{,}8$ ».

Pour cela, on prélève au cours de cette période dans l'ensemble de la production des échantillons de 200 flacons, au hasard et avec remise.

On appelle F la variable aléatoire qui, à tout échantillon de ce type, associe la proportion de flacons conformes de cet échantillon. On admet que la loi de F est une loi normale $\mathcal{N}(p\ ;\ \sigma^2)$.

1. Sous l'hypothèse H_0 :

a) montrer qu'une valeur approchée de σ est 0,03 ;

b) déterminer le réel positif h tel que :

$$P(F \geqslant h) = 0{,}95$$

(arrondir le résultat au centième).

2. Énoncer la règle de décision relative à ce test de validité d'hypothèse.

3. Dans un échantillon de 200 flacons, on a trouvé 156 flacons conformes. Au vu de cet échantillon, doit-on au risque de 5 % accepter ou refuser l'hypothèse « $p = 0{,}8$ » ?