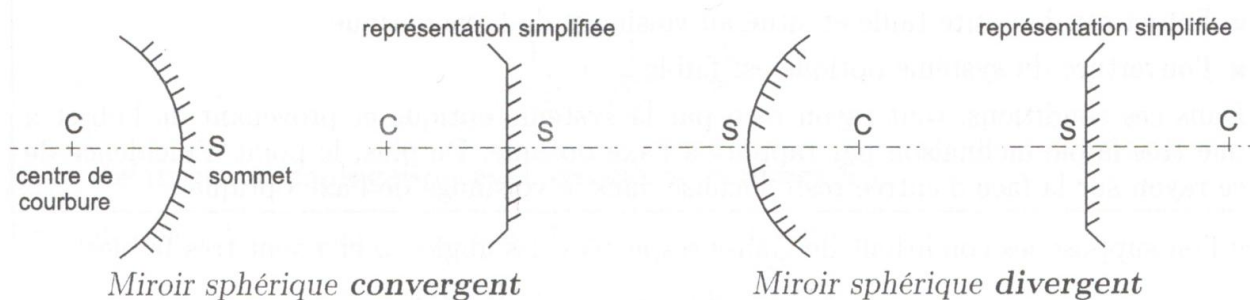


Le miroir sphérique

Définition et représentation schématique

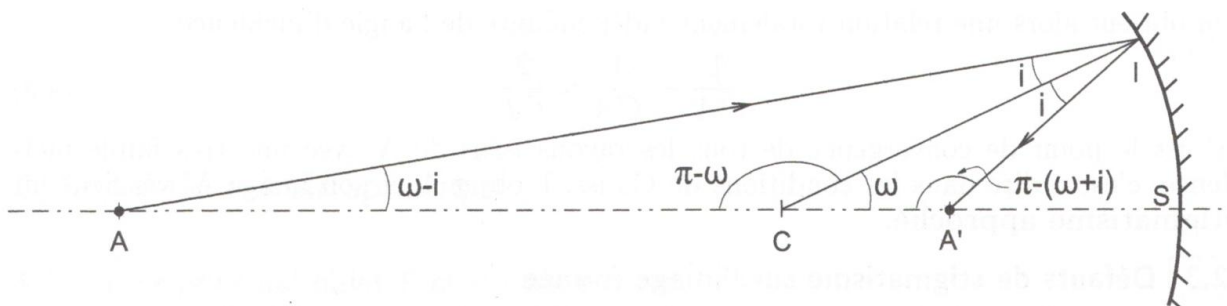
Le miroir sphérique est constitué d'une surface sphérique réfléchissante, cette surface peut être **concave** ou bien **convexe**. Il est représenté symboliquement sur un schéma de la façon suivante :



Le point C est le centre de courbure de la surface sphérique. L'intersection S de cette surface avec l'axe optique est appelé sommet du miroir.

Stigmatisme non rigoureux du miroir sphérique

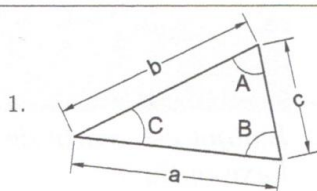
On considère un point objet A sur l'axe optique. Un rayon issu de A est réfléchi par la surface du miroir en un point I, puis intercepte l'axe optique en A'. Le point d'incidence I du rayon sur la surface du miroir est repéré par l'angle ω .



On cherche à établir une relation entre la position du point objet A et celle du point image conjuguée A' donnée par le miroir.

En appliquant la relation des sinus¹ dans le triangle (AIC), on obtient :

$$\frac{\sin i}{CA} = \frac{\sin(\omega - i)}{CI} \quad (4.1)$$



Dans un triangle quelconque, on a les relations suivantes entre les longueurs des côtés et le sinus des angles :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

En faisant de même dans le triangle (A'IC) :

$$\frac{\sin i}{CA'} = \frac{\sin(\pi - (\omega + i))}{CI} = \frac{\sin(\omega + i)}{CI} \quad (4.2)$$

Deux rayons d'incidences différentes issus du même point objet A ne convergent pas en un même point image A'. **Le miroir sphérique n'est donc pas rigoureusement stigmatique.**

Condition de Gauss et stigmatisme approché

On appelle **conditions de gauss** des conditions d'éclairage telles que :

- l'objet est de petite taille et situé au voisinage de l'axe optique
- l'ouverture du système optique est faible

Dans ces conditions, tout rayon reçu par la système optique et provenant de l'objet a une très faible inclinaison par rapport à l'axe optique. De plus, le point d'incidence de ce rayon sur la face d'entrée reste localisé dans le voisinage de l'axe optique.

Si l'on suppose les conditions de Gauss respectées, les angles ω et i sont très faibles.

On pourra donc considérer que :

$$\begin{cases} \sin i \simeq i \\ \sin(\omega + i) \simeq \omega + i \\ \sin(\omega - i) \simeq \omega - i \end{cases}$$

Les relations (4.1) et (4.2) se simplifient :

$$\frac{i}{CA} = \frac{\omega - i}{CI} \quad \text{et} \quad \frac{i}{CA'} = \frac{\omega + i}{CI}$$

La différence entre ces deux égalités permet d'éliminer les angles i et ω :

$$\frac{i}{CA'} - \frac{i}{CA} = \frac{\omega + i}{CI} - \frac{\omega - i}{CI} \quad \text{soit} \quad i \left(\frac{1}{CA'} - \frac{1}{CA} \right) = \frac{2i}{CI}$$

On obtient alors une relation totalement indépendante de l'angle d'incidence :

$$\frac{1}{CA'} - \frac{1}{CA} = \frac{2}{CI} \quad (4.3)$$

A' est le point de convergence de tous les rayons issus de A avec une très faible incidence, c'est à dire dans les conditions de Gauss. L'objet A et son image A' vérifient un **stigmatisme approché**.

Défauts de stigmatisme sur l'image formée

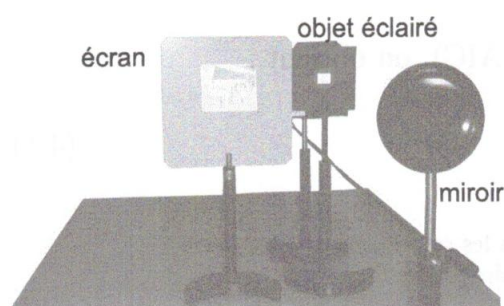


Image projetée sur un écran par un miroir convergent



Image observée dans les conditions de Gauss



L'objet est écarté de l'axe optique.

Si le miroir est très peu incliné, l'objet et l'écran restent très proches de l'axe optique, le miroir peut être considéré comme stigmatique approché ; on peut alors ajuster la position de l'écran dans le sens longitudinal de sorte à former une image nette.

En revanche, si on écarte plus fortement l'objet de l'axe optique, l'image reste floue, quelle que soit la position de l'écran le long de l'axe optique.

Relations de conjugaison

Dans tout ce qui suit, on suppose les conditions de Gauss réalisées.

Relations de conjugaison avec origine au centre C

La relation (4.3) est généralisable sous sa forme algébrique ($\overline{CA} = -CA$) :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}}} \quad (4.4)$$

Relations de conjugaison avec origine au sommet S

En multipliant la relation (4.4) par $\overline{CA} \cdot \overline{CA'} \cdot \overline{CS}$, on obtient :

$$\overline{CS} \cdot (\overline{CA} + \overline{CA'}) = 2\overline{CA} \cdot \overline{CA'}$$

L'introduction du point S à l'aide de la relation de Chasles donne :

$$\overline{CS} \cdot (\overline{CS} + \overline{SA} + \overline{CS} + \overline{SA'}) = 2(\overline{CS} + \overline{SA}) \cdot (\overline{CS} + \overline{SA'})$$

$$\text{donc } 2\overline{CS}^2 + \overline{CS} \cdot (\overline{SA} + \overline{SA'}) = 2\overline{CS}^2 + 2\overline{CS} \cdot (\overline{SA} + \overline{SA'}) + 2\overline{SA} \cdot \overline{SA'}$$

$$\text{après simplification : } \overline{CS} \cdot (\overline{SA} + \overline{SA'}) = -2\overline{SA} \cdot \overline{SA'} \quad \text{soit} \quad \frac{\overline{SA} + \overline{SA'}}{\overline{SA} \cdot \overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

On obtient ainsi une relation analogue faisant intervenir les positions de l'objet et de l'image par rapport au sommet S :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}} \quad (4.5)$$

Foyer du miroir sphérique

Foyer principal objet F et distance focale objet

Le **foyer principal objet F** est le point de l'axe optique dont l'image est projetée à l'infini.

On appelle **distance focale objet**, notée **f** la distance algébrique $f = \overline{SF}$

L'image à l'infini se traduit par $\overline{SA'} \rightarrow -\infty$, la relation (4.5) permet d'écrire ($A = F$) :

$$\frac{1}{\overline{SF}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad \text{donc} \quad \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Sur une construction graphique, un point image à l'infini se manifeste par des rayons réfléchis tous parallèles les uns aux autres (point de convergence projeté à l'infini).

Foyer principal image F' et distance focale image

Le **foyer principal image F'** est le point de l'axe optique, image d'un objet de l'axe optique situé à l'infini.

On appelle **distance focale image**, notée **f'** la distance algébrique $f' = \overline{SF'}$

$\overline{SA} \rightarrow -\infty$, la relation (4.5) donne cette fois ($A' = F'$) :

$$\frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad \text{soit} \quad \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Dans le cas du miroir sphérique, les foyers objet et image sont confondus $F' = F$, de même que les distances focales objet et image sont égales $f = f'$.

La relation de conjugaison du miroir sphérique peut s'exprimer de façon symétrique sous la forme :

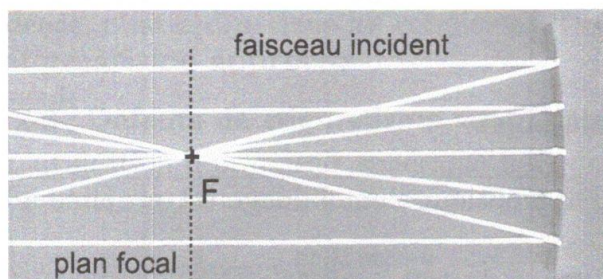
$$\boxed{\frac{f}{\overline{SA}} + \frac{f}{\overline{SA'}} = 1} \quad \text{avec} \quad f = \frac{\overline{SC}}{2} \quad (4.6)$$

Plan focale et foyers secondaires

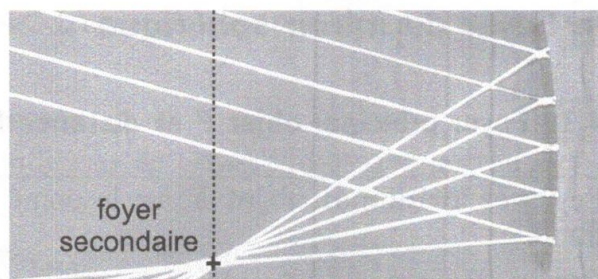
On appelle **plan focal** le plan passant par le foyer du miroir et perpendiculaire à l'axe optique.

Le foyer principal est l'image d'un objet à l'infini situé sur l'axe optique, c'est le point de convergence d'un faisceau incident parallèle à l'axe optique.

Les autres points du plan focal, appelés **foyers secondaires** sont les images d'objets à l'infini, situés hors de l'axe optique. Les foyers secondaires sont donc les points de convergence des faisceaux parallèles éclairant le miroir avec un angle d'incidence non nul.



Un faisceau incident parallèle à l'axe optique converge sur le foyer principal F .



Un faisceau parallèle incliné converge sur l'un des foyers secondaires du plan focal.

Les plans focaux objet et image du miroir plan étant confondus, le foyer principal est également le point objet de l'axe optique dont l'image est projetée à l'infini : un faisceau issu de F est réfléchi par le miroir sous la forme d'un faisceau parallèle à l'axe optique.

De la même façon, tout faisceau issu d'un foyer secondaire est réfléchi par le miroir sous la forme d'un faisceau au bords parallèles mais inclinés par rapport à l'axe optique.

Construction graphique d'une image

En utilisant les propriétés du centre et du foyer du miroir, on identifie trois rayons issus de B , particulièrement simples à tracer :

- ① Le rayon passant par le centre C est réfléchi sur lui même sans être dévié (incidence normale sur la surface du miroir).
- ② Le rayon incident parallèle à l'axe optique est réfléchi en passant par le foyer F .
- ③ Le rayon incident passant par le foyer F est réfléchi parallèlement à l'axe optique.

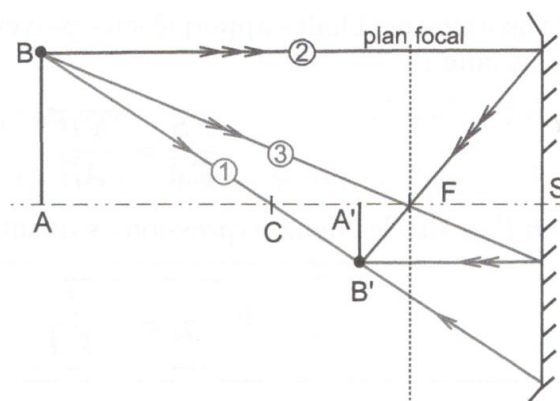
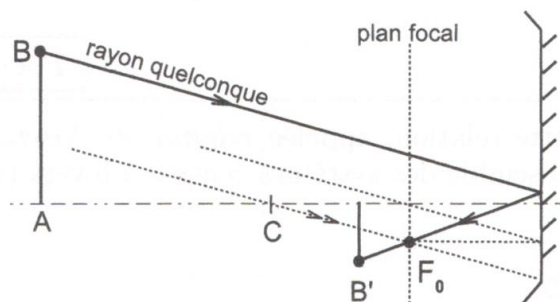


FIG. 4.1 - Rayons particuliers

Par ailleurs, l'utilisation du plan focal permet de tracer la marche d'un rayon quelconque :

- on considère le rayon particulier, parallèle au rayon incident, mais passant par le centre C ; ce rayon est réfléchi sans déviation et coupe le plan focal en un point F_0 (=foyer secondaire).
- les deux rayons étant parallèles, ils convergent tout deux vers le même foyer secondaire, le point F_0 indique la direction du rayon réfléchi par le miroir.



On peut aussi utiliser le rayon parallèle passant par le foyer principal F , il est réfléchi parallèlement à l'axe optique et coupe également le plan focal en F_0 .

Grandissement transversal

Le grandissement transversal peut s'exprimer en fonction des positions de l'objet et de l'image :

Avec origine au centre C

En appliquant le théorème de Thalès dans le triangle (A, B, C) (FIG. 4.1), on obtient :

$$g_y = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \quad (4.7)$$

Avec origine au sommet S

On introduit le sommet S dans la relation (4.7) à l'aide de la relation de Chasles :

$$g_y = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{CS} + \overline{SA'}}{\overline{CS} + \overline{SA}} \quad \text{ou encore, puisque } \overline{CS} = -2f, \quad g_y = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \cdot \frac{-2\frac{f}{\overline{SA'}} + 1}{-2\frac{f}{\overline{SA}} + 1}$$

$$\text{D'autre part, d'après (4.6) : } \frac{f}{\overline{SA'}} = 1 - \frac{f}{\overline{SA}} \quad \text{donc} \quad -2\frac{f}{\overline{SA'}} + 1 = -1 + 2\frac{f}{\overline{SA}}$$

On obtient finalement le grandissement transversal exprimé par rapport au sommet :

$$g_y = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \quad (4.8)$$

Avec origine au foyer F

Le théorème de Thalès appliqué successivement dans les triangles (ABF) et $(A'B'F)$ (FIG. 4.1) donne :

$$\frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

D'où l'on tire les deux expressions suivantes pour le grandissement transversal :

$$g_y = -\frac{f}{\overline{FA}} \quad \text{et} \quad g_y = -\frac{\overline{FA'}}{f} \quad (4.9)$$

Le rapport entre les deux expressions (4.9) du grandissement transversal débouche sur la relation suivante :

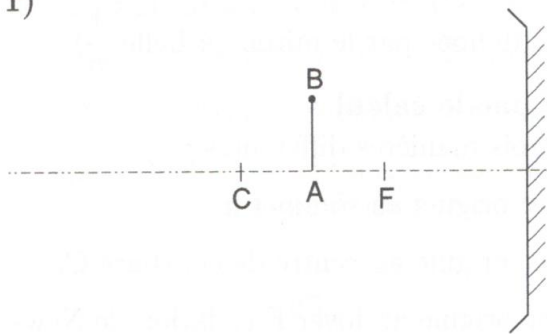
$$\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = f^2$$

Cette relation, appelée *relation de Newton* pour le miroir sphérique, est généralisable à l'ensemble des systèmes centrés à foyers (voir chap.7 p.39).

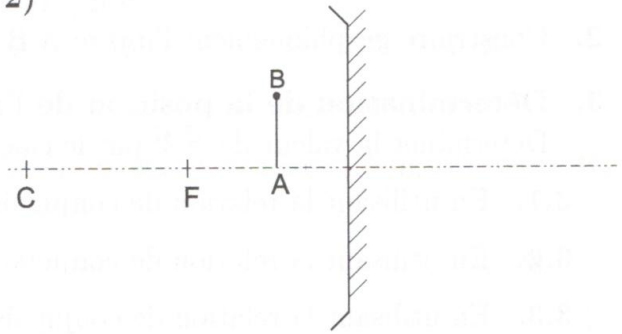
Ex 14 : Construction graphique

Dans chaque cas, construire graphiquement l'image donnée par le miroir de l'objet AB.

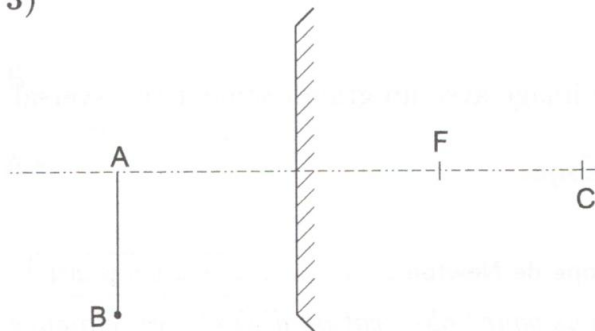
1)



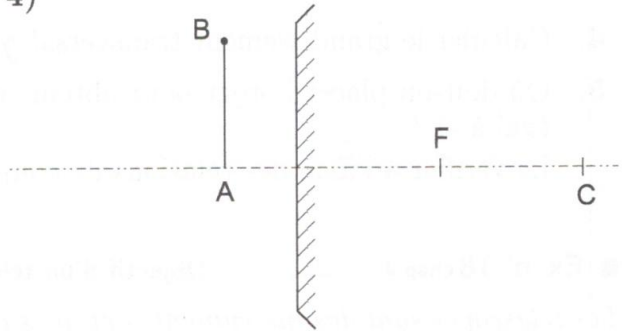
2)



3)



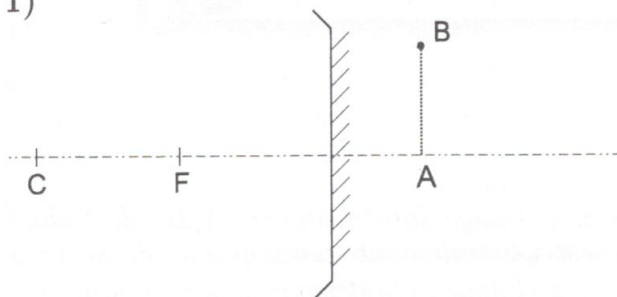
4)



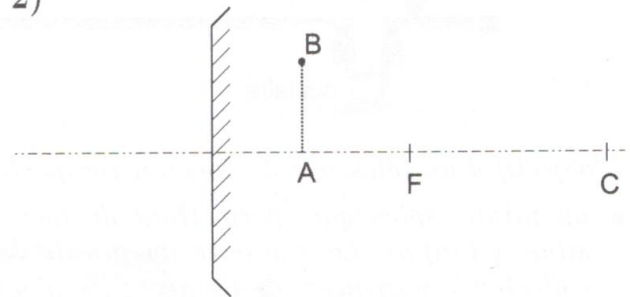
Ex 15 : Construction graphique - cas d'un objet virtuel

Construire l'image de l'objet virtuel dans les deux cas suivants :

1)



2)



Ex 16 : Relation de conjugaison et grandissement

On utilise un miroir sphérique de distance focale $f = 100 \text{ mm}$. L'objet est placé 50 cm devant ($\overline{SA} = -50 \text{ cm}$).

Calculer la position de l'image formée par rapport au foyer F du miroir et son grandissement transversal.

Ex 17 : Image formée par un miroir sphérique

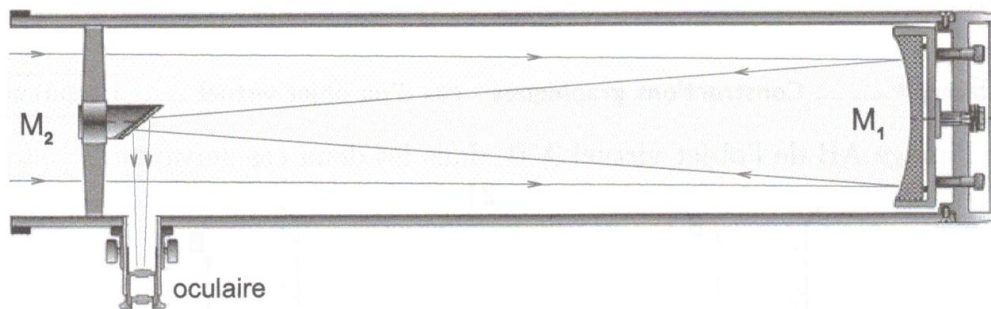
On considère un miroir sphérique de rayon de courbure $\overline{SC} = -400 \text{ mm}$.

Un objet plan vertical AB situé devant le miroir est caractérisé par :
$$\begin{cases} \overline{SA} = -60 \text{ cm} \\ \overline{AB} = -10 \text{ cm} \end{cases}$$

1. Quelle est la distance focale du miroir ?
2. Construire graphiquement l'image $A'B'$ de AB donnée par le miroir (échelle $\frac{1}{5}$).
3. **Détermination de la position de l'image par le calcul :**
Déterminer la valeur de $\overline{SA'}$ par le calcul de trois manières différentes :
 - 3.1. En utilisant la relation de conjugaison avec origine au sommet S .
 - 3.2. En utilisant la relation de conjugaison avec origine au centre de courbure C .
 - 3.3. En utilisant la relation de conjugaison avec origine au foyer F (relation de Newton)
4. Calculer le grandissement transversal γ .
5. Où doit-on placer l'objet pour obtenir une image avec un grandissement transversal égal à -1 ?
Le vérifier à l'aide des relations de conjugaison.

Ex 18 : Objectif d'un télescope de Newton

Les télescopes sont des instruments optiques conçus pour l'observation d'objets très éloignés (à l'infini). Leur objectif est essentiellement constitué de deux miroirs.



L'objectif d'un télescope de Newton comporte :

- un miroir sphérique, permettant de former une image intermédiaire A_1B_1 de l'objet situé à l'infini. Le diamètre du miroir M_1 est généralement assez grand, de sorte à collecter le maximum de lumière ; les objets très éloignés étant souvent peu lumineux.
- un miroir plan, noté M_2 , incliné à 45° par rapport à l'axe principale Δ de l'instrument. ce miroir renvoie l'image suivant un axe secondaire Δ' incliné de 90° par rapport à l'axe principal.

L'objet AB observé est un objet de très grande taille (étoile) situé à l'infini. On note α le diamètre apparent de l'objet observé (=l'angle sous lequel cet objet est observé depuis le télescope).

1. **Image intermédiaire A_1B_1 donnée par M_1 de l'objet AB à l'infini**

A_1B_1 est l'image de l'objet AB donnée par le miroir M_1 : $AB \xrightarrow{M_1} A_1B_1$

- 1.1. Quelle est la position de l'image intermédiaire A_1B_1 ?

1.2. Construire graphiquement l'image intermédiaire A_1B_1 .
L'angle α est choisi suffisamment grand pour clarifier la construction graphique, en réalité, il est très faible.

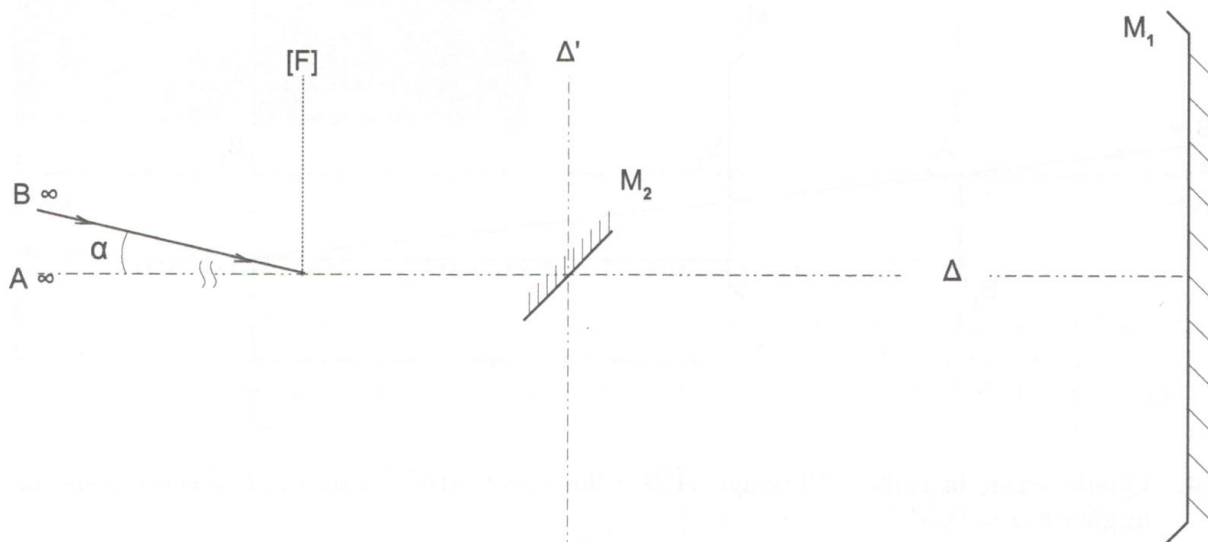
1.3. L'image est observée dans les conditions de Gauss ; l'angle α est donc très petit.
 Exprimer la taille A_1B_1 de l'image intermédiaire en fonction de la distance focale f de M_1 et de α .

2. Image finale $A'B'$ donnée par le miroir plan

$A'B'$ est l'image de A_1B_1 donnée par le miroir M_2 : $A_1B_1 \xrightarrow{M_2} A'B'$

2.1. Construire graphiquement $A'B'$. L'image $A'B'$ est-elle réelle ou virtuelle ?

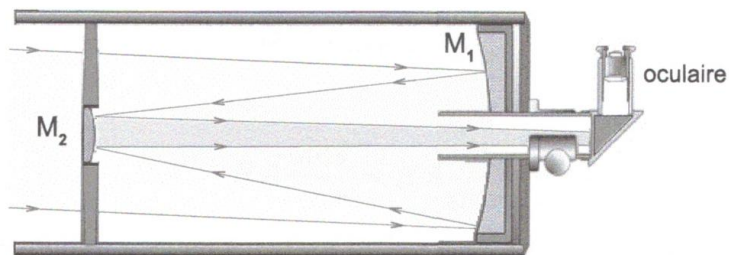
2.2. Quelle type d'image finale $A'B'$ obtiendrait-on si l'on plaçait le miroir plan M_2 avant le foyer F du miroir sphérique M_1 ?



Ex 19 : Objectif d'un télescope de Cassegrain

L'objectif d'un télescope de Cassegrain, du nom de son inventeur **Laurent Cassegrain** (1629-1693), est constitué de deux miroirs :

- un miroir primaire convergent M_1 . Ce miroir est percé d'une ouverture en son centre de façon à laisser passer la lumière ; l'image finale se forme derrière M_1 . Sa distance focale vaut : $f'_1 = -328 \text{ mm}$.
- un miroir secondaire divergent M_2 de distance focale $f'_2 = -160 \text{ mm}$



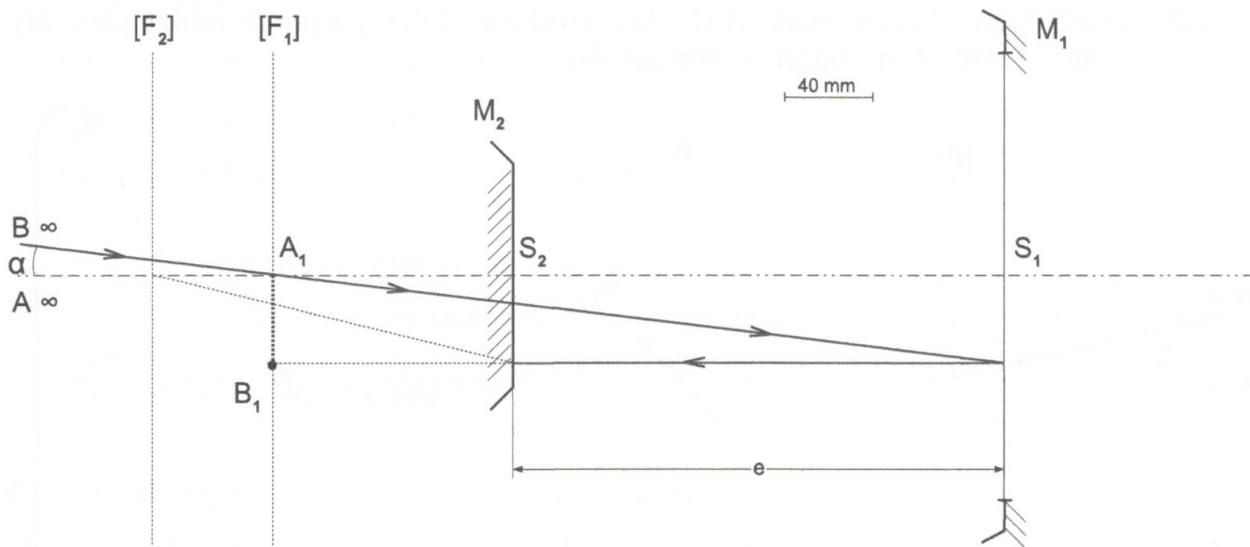
La distance entre les deux miroirs vaut : $e = S_1S_2 = 220 \text{ mm}$.

Comme pour le télescope de Newton, l'image intermédiaire A_1B_1 produite par M_1 se forme dans le plan focal de M_1 (objet à l'infini).

$$AB (\infty) \xrightarrow{M_1} A_1B_1 (\text{plan } [F_1]) \xrightarrow{M_2} A'B'$$

1. Position et dimension de l'image finale $A'B'$

- 1.1. Quelle est la valeur de $\overline{S_2A_1}$?
- 1.2. En appliquant les relations de conjugaison au miroir M_2 , calculer la valeur de $\overline{S_2A'}$.
2. Calculer le grandissement de l'image finale $A'B'$ par rapport à l'image intermédiaire A_1B_1 ($g_{y2} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}$).
3. Construire graphiquement l'image $A'B'$ de A_1B_1 formée par le miroir M_2 (A_1B_1 joue le rôle d'objet virtuel pour le miroir M_2).



4. Quelle serait la taille de l'image $A'B'$ d'un objet situé à l'infini et observé sous un angle de $\alpha = 0,5^\circ$?
5. Image finale dans le plan du miroir principal

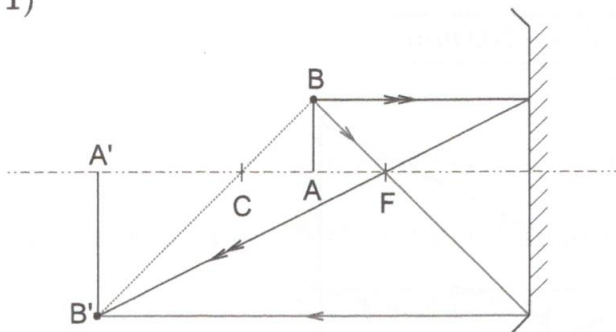
On veut ajuster la distance e entre les deux miroirs de sorte que l'image finale $A'B'$ se forme dans le plan du miroir M_1 .

 - 5.1. Exprimer $\overline{S_2A'}$ et $\overline{S_2A_1}$ en fonction de la distance e .
 - 5.2. Calculer la valeur de e en utilisant les relations de conjugaison.
 - 5.3. Quelle est la nouvelle valeur du grandissement transversal ?

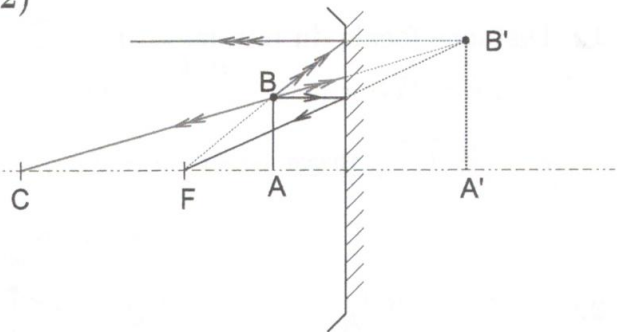
SOLUTIONS

Ex 14 : Construction graphique

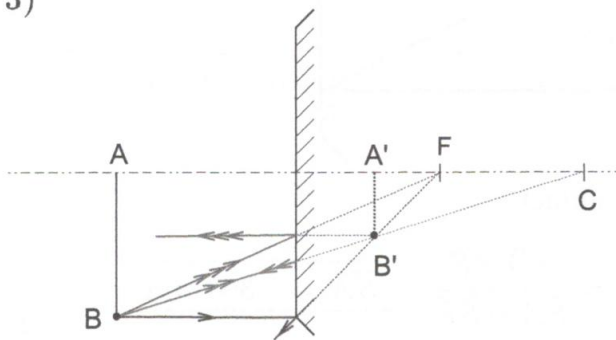
1)



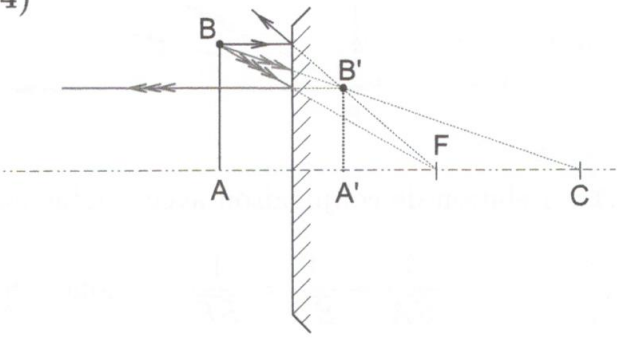
2)



3)

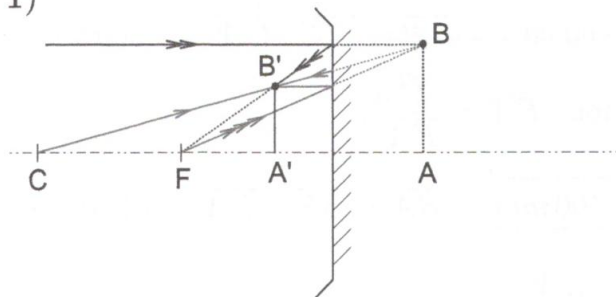


4)

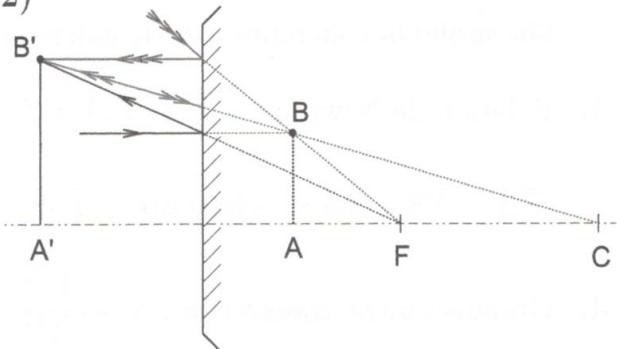


Ex 15 : Construction graphique - cas d'un objet virtuel

1)



2)



Ex 16 : Relation de conjugaison et grandissement

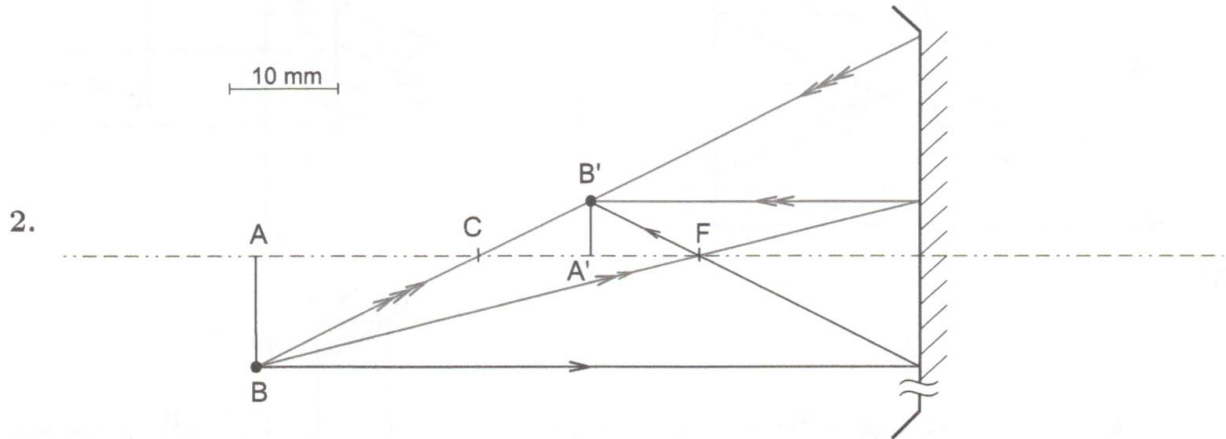
On peut calculer la position de l'image à l'aide de la relation de Newton : $\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = f^2$

$$\overline{FA'} = \frac{f^2}{\overline{FA}} \quad \text{avec} \quad \overline{FA} = \overline{FS} + \overline{SA} = -f + \overline{SA} = -600 \text{ mm} \quad \boxed{\overline{FA'} = -16,7 \text{ mm}}$$

Grandissement transversal : $g_y = -\frac{f}{\overline{FA}} \quad \boxed{g_y = 0,167}$

Ex 17 : Image formée par un miroir sphérique

1. Distance focale du miroir : $f = \frac{\overline{SC}}{2}$ $f = -200 \text{ mm}$



- 3.1. Relation de conjugaison avec origine au sommet :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{\overline{SF}} \quad \text{donc} \quad \overline{SA'} = \frac{\overline{SA} \cdot \overline{SF}}{\overline{SA} - \overline{SF}} \quad \boxed{\overline{SA'} = -300 \text{ mm}}$$

- 3.2. Relation de conjugaison avec origine en C :

$$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}} = \frac{1}{\overline{FS}} \quad \text{on obtient :} \quad \overline{CA'} = \frac{\overline{CA} \cdot \overline{FS}}{\overline{CA} - \overline{FS}}$$

$$\overline{CA} = \overline{CS} + \overline{SA} = -200 \text{ mm} \quad \boxed{\overline{CA'} = +100 \text{ mm}}$$

On vérifie la cohérence avec le calcul précédent : $\overline{SA'} = \overline{SC} + \overline{CA'} = -300 \text{ mm}$

- 3.3. Relation de Newton : $\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = f^2$ donc $\overline{FA'} = \frac{f^2}{\overline{FA}}$

$$\overline{FA} = \overline{FS} + \overline{SA} = -400 \text{ mm} \quad \boxed{\overline{FA'} = -100 \text{ mm}} \quad \overline{SA'} = \overline{SF} + \overline{FA'} = -300 \text{ mm}$$

4. Grandissement transversal : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -0,5$

5. Pour obtenir un grandissement égal à -1, il faut placer l'objet en C. L'image est alors également située en C comme le montre la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SC}} \quad \text{donc} \quad \overline{SA'} = \overline{SC} \text{ et } A' = C$$

Le grandissement transversal est bien égal à -1 puisque $g_y = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

Ex 18 : Objectif d'un télescope de Newton

1. Image intermédiaire A_1B_1 donnée par M_1 de l'objet AB à l'infini

- 1.1. L'objet est à l'infini, l'image intermédiaire formée par le miroir sphérique est donc située dans son plan focal : $A_1 = F$.

1.2. Pour obtenir graphiquement A_1B_1 , il suffit de prolonger le rayon issu de B et passant par le foyer F de M_1 . Ce rayon est réfléchi parallèlement à l'axe optique et coupe le plan focal en B_1 .

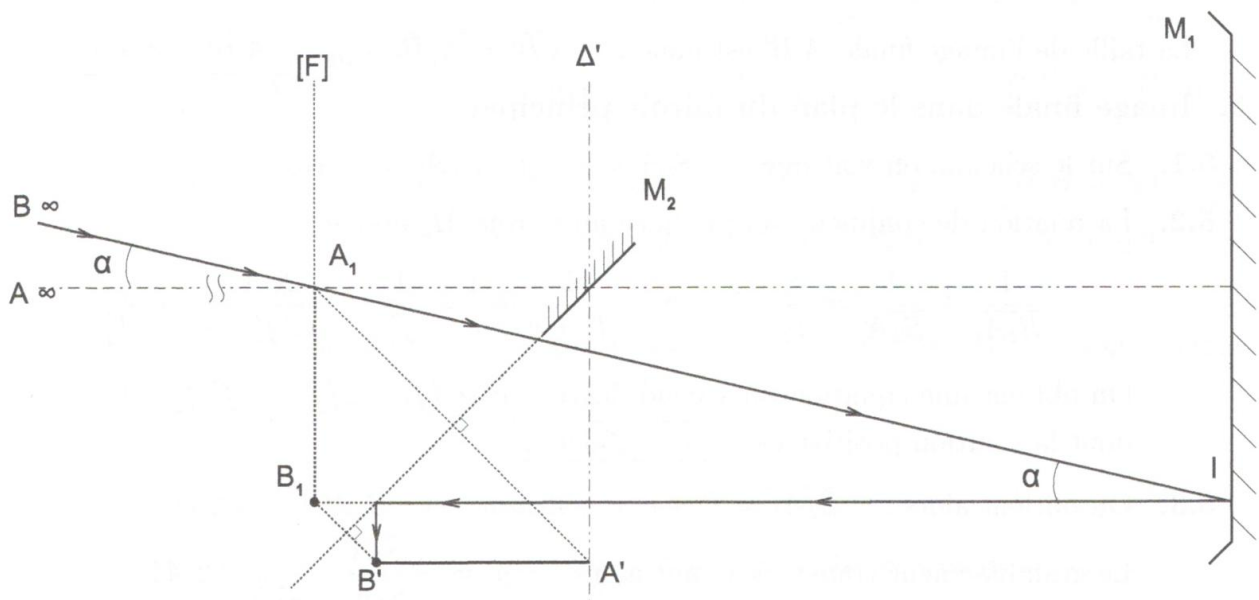
1.3. Dans le triangle rectangle (A_1B_1I) : $\tan \alpha = \frac{A_1B_1}{f}$ donc $A_1B_1 = \tan \alpha \cdot f$

Dans les conditions de Gauss, α est très petit, donc $\tan \alpha \simeq \alpha$: $A_1B_1 = \alpha \cdot f$

2. Image finale $A'B'$ donnée par le miroir plan

2.1. L'image finale $A'B'$ est symétrique de A_1B_1 par rapport au plan du miroir M_2 . A_1B_1 est un objet virtuel pour le miroir M_2 , l'image $A'B'$ est donc réelle.

2.2. Si l'on plaçait M_2 avant le foyer F du miroir M_1 , A_1B_1 se comporterait comme un objet réel vis à vis du miroir M_2 et l'image $A'B'$ serait donc virtuelle.



Ex 19 : Objectif d'un télescope de Cassegrain

1. Position et dimension de l'image finale $A'B'$

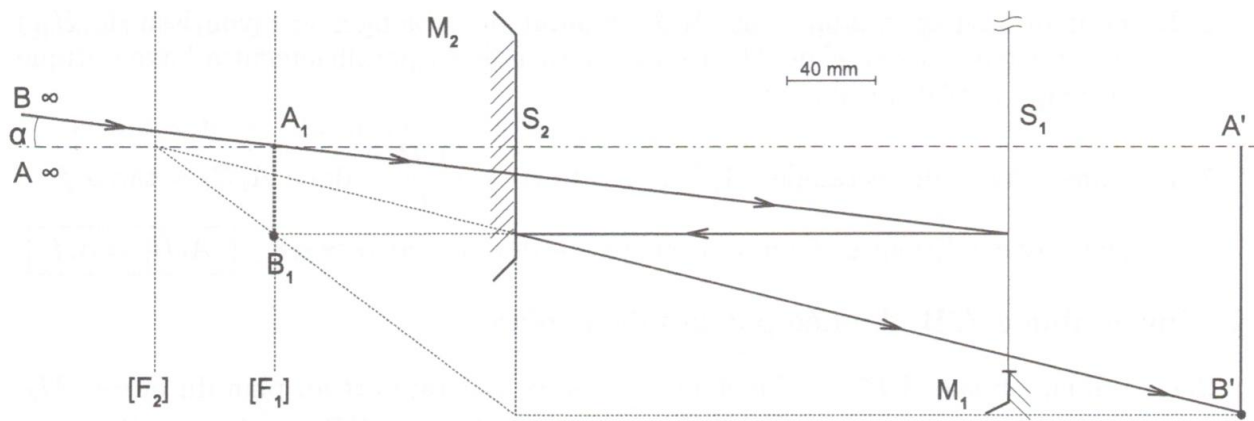
1.1. $\overline{S_2A_1} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1A_1} = e + f_1$ $\overline{S_2A_1} = -108 \text{ mm}$

1.2. Relation de conjugaison appliquée au miroir M_2 : $\frac{1}{\overline{S_2A_1}} + \frac{1}{\overline{S_2A'}} = \frac{1}{f'_2}$

$$\frac{1}{\overline{S_2A'}} = \frac{1}{f'_2} - \frac{1}{\overline{S_2A_1}} = \frac{\overline{S_2A_1} - f'_2}{f'_2 \cdot \overline{S_2A_1}} \quad \overline{S_2A'} = \frac{f'_2 \cdot \overline{S_2A_1}}{\overline{S_2A_1} - f'_2} \quad \boxed{\overline{S_2A'} = 332 \text{ mm}}$$

2. Grandissement de l'image finale $A'B'$ par rapport à l'image intermédiaire :

$$g_{y2} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = -\frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}} \quad \boxed{g_{y2} = 3,1}$$



4. Taille de l'image intermédiaire A_1B_1 (voir exercice n° 18) :

$$\overline{A_1B_1} = \alpha \cdot f'_1 \quad \alpha = 0,5^\circ = 8,7 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \quad \boxed{\overline{A_1B_1} = 2,8 \text{ mm}}$$

La taille de l'image finale $A'B'$ est donc : $\overline{A'B'} = \overline{A_1B_1} \times g_y \quad \boxed{\overline{A'B'} = 8,7 \text{ mm}}$

5. Image finale dans le plan du miroir principal

5.1. Sur le schéma, on voit que : $\overline{S_2A'} = e$ et $\overline{S_2A_1} = f'_1 + e$

5.2. La relation de conjugaison appliquée au miroir M_2 donne :

$$\frac{1}{\overline{S_2A_1}} + \frac{1}{\overline{S_2A'}} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{donc} \quad \frac{1}{f'_1 + e} + \frac{1}{e} = \frac{1}{f'_2} \quad \frac{2e + f'_1}{e \cdot (f'_1 + e)} = \frac{1}{f'_2}$$

On obtient une équation du second degré : $e^2 + (f'_1 - 2f'_2) \cdot e - f'_1 \cdot f'_2 = 0$
dont la solution positive est : $\boxed{e = 233 \text{ mm}}$

5.3. On obtient alors : $\overline{S_2A_1} = f'_1 + e = -95 \text{ mm}$ et $\overline{S_2A'} = e = 233 \text{ mm}$

Le grandissement transversal vaut alors : $g_y = -\frac{\overline{S_2A'}}{\overline{S_2A_1}} \quad \boxed{g_y = 2,45}$