Classe : TS 1
Date : Octobre 2019

DST Mathématiques

Durée: 1 h 30

Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.
Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.

<u>EXERCICE 1 :</u> *6 points*

Un radar de la gendarmerie nationale, installé sur une route où la vitesse est limitée à 90km/h, a relevé, dans un laps de temps précis, les vitesses de 200 véhicules dont la répartition est donnée dans le tableau ci-dessous.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous

Vitesses x_i en km/h	[50 ;60[	[60 ;70[	[70 ;80[	[80 ;90[	[90 ;100[	[100 ;110[
Nombre de véhicules n_i	8	27	88	60	13	4
Fréquences f_i						
Effectifs Cumulés Croissants						
Effectifs Cumulés Décroissants						

Arrondir les fréquences relatives au millième

2. Donner le pourcentage de véhicules roulant au-dessus de la vitesse autorisée.
3. Déterminer graphiquement une valeur approchée de la médiane après avoir représenté les polygones des effectifs cumulés. (*Unités : 1 cm pour 5 km/h en abscisses et 1 cm pour 20 véhicules en ordonnées)*
4. Déterminer, par le calcul, une valeur approchée, arrondie à 10^{-2} près, de la médiane. *Le détail du raisonnement est demandé.*
5. Déterminer la moyenne $\bar{x}$ de cette série statistique ainsi que son écart type σ au centième.

Classe : **TS 1**
Date : Octobre 2019

EXERCICE 2 : *4.5 points*

Soit le polynôme $P(x) = -9x^3 - 9x^2 + 22x + 8$

Factoriser $P(x)$ puis résoudre l'inéquation $P(x) \leq 0$

EXERCICE 3 : *9 .5 points*

Résoudre les équations ou inéquations suivantes :

1. $4x + 18 + x^2 \leq 0$
2. $2x - x^2 - \frac{3}{4} \geq 0$
3. $(2-x)(-2x^2 + 3x - 1) \leq 0$
4. $2x^4 - 12x^2 + 16 = 0$
5. $\frac{x^2 - 4x - 5}{(1-x)(-2x+3)^2} > 0$

Correction DST Math Oct 2019 TS1

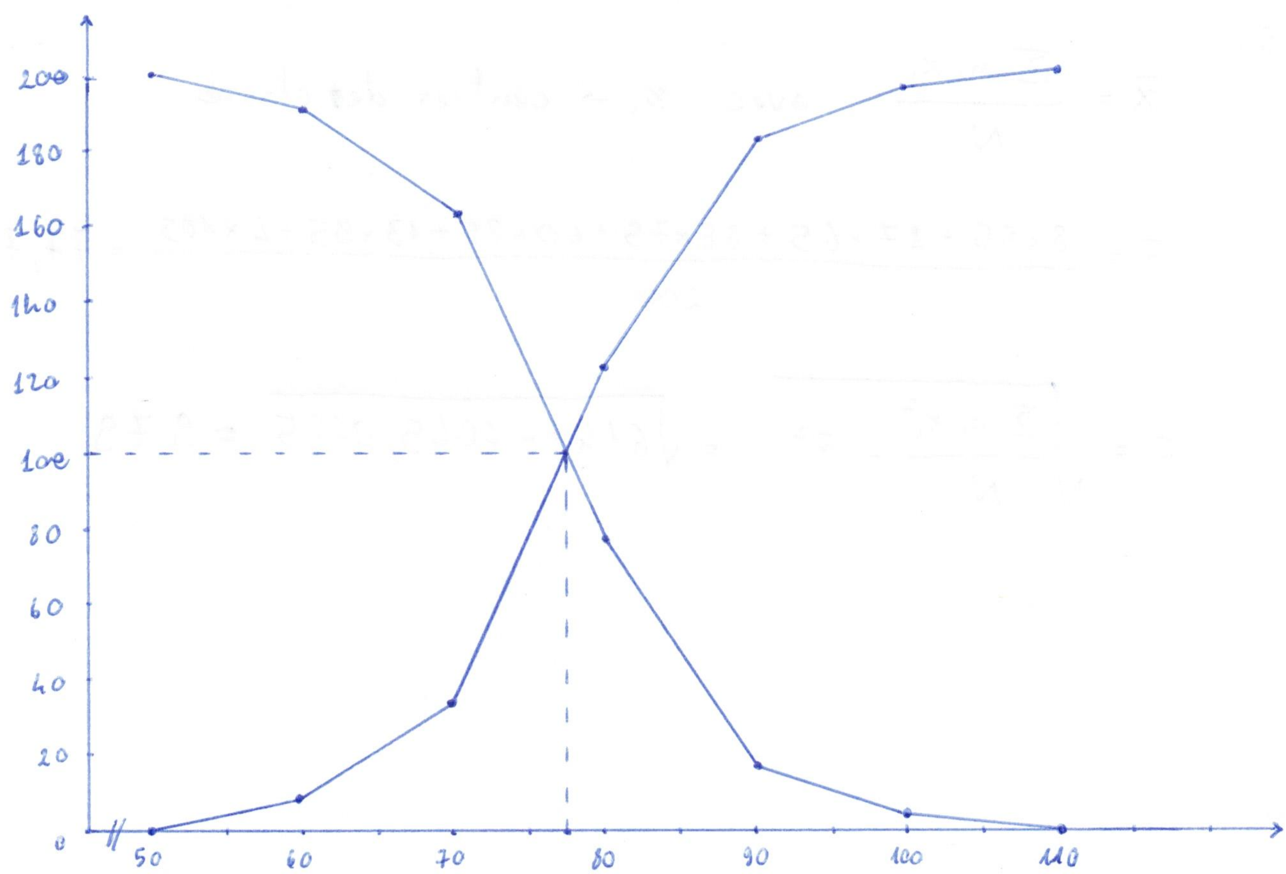
Exercice 1 :

1.

Vitesses x_i en Km/h	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[	[90 ; 100[	[100 ; 110]
Nombre de véhicules n_i	8	27	88	60	13	4
Fréquences f_i	0,04	0,135	0,44	0,3	0,065	0,02
Effectifs Cumulés Croissants	8	35	123	183	196	200
Effectifs Cumulés Décroissants	200	192	165	77	17	4

2. $\frac{17}{200} \times 100 = 8,5\,\%$

3.



$\Rightarrow$ $Me \approx 77$ Km/h

4. On repère dans le tableau la partie qui nous intéresse

Vitesse x_i en Km/h	[60;70[	[70;80[
Effectifs Cumulés Croissants	35	123

On fait l'hypothèse que les vitesses sont uniformément reparties dan la classe.

On peut procéder à une interpolation linéaire :

$$88\left[\begin{array}{l}65\left[\begin{array}{l}35\\100\end{array}\right.\\123\end{array}\right. \qquad \left.\begin{array}{r}\left.\begin{array}{r}70\\Me\end{array}\right]Me-70\\80\end{array}\right]10$$

On obtient $\dfrac{Me-70}{10} = \dfrac{65}{88} \Rightarrow Me = \dfrac{65}{88} \times 10 + 70 \simeq 77{,}39$ Km/h

5.

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N}$$ avec $x_i \rightarrow$ centres des classe

$$\bar{x} = \frac{8\times55 + 27\times65 + 88\times75 + 60\times85 + 13\times95 + 4\times105}{200} = 77{,}75 \text{ Km/h}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{6141 - 6045{,}0625} \simeq 9{,}79$$

Exercice 2 :

$P(x) = -9x^3 - 9x^2 + 22x + 8$

Diviseurs de 8 : ± 1 ; ± 2 ; ± 4 ; ± 8

Diviseurs de 9 : ± 1 ; ± 3 ; ± 9

$P(1) = -9 - 9 + 22 + 8 = 12$

$P(-1) = 9 - 9 - 22 + 8 = -14$

$P(2) = -9 \times 8 - 9 \times 4 + 22 \times 2 + 8 = -56$

$P(-2) = -9 \times (-8) - 9 \times 4 + 22 \times (-2) + 8 = 0$

	-9	-9	22	8
-2		18	-18	-8
	-9	9	4	0

$P(x) = (x+2)(-9x^2 + 9x + 4)$

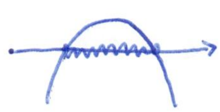
$P(x) \leq 0 \Rightarrow (x+2)(-9x^2+9x+4) \leq 0$

$x + 2 > 0$

$x > -2$

$-9x^2 + 9x + 4 > 0$

$\Delta = 9^2 - 4 \times (-9) \times 4 = 225$



$x_1 = \dfrac{-9 + \sqrt{225}}{-18} = \dfrac{-9+15}{-18} = -\dfrac{6}{18} = -\dfrac{1}{3}$

$x_2 = \dfrac{-9 - \sqrt{225}}{-18} = \dfrac{-9-15}{-18} = \dfrac{24}{18} = \dfrac{4}{3}$

$-\dfrac{1}{3} < x < \dfrac{4}{3}$

x	$-\infty$	-2		$-\frac{1}{3}$		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$-9x^2+9x+4$	$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	
Pr	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

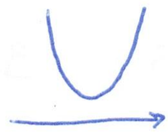
$S = [-2 ; -\frac{1}{3}] \cup [\frac{4}{3} ; +\infty[$

Exercice 3 :

1. $4x + 18 + x^2 \leq 0$

$x^2 + 4x + 18 \leq 0$

$\Delta = 4^2 - 4 \times 18 = -56$

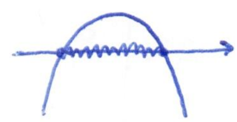


Pas de solutions $\Rightarrow$ $S = \emptyset$

2. $2x - x^2 - \frac{3}{4} \geqslant 0$

$-x^2 + 2x - \frac{3}{4} \geqslant 0$

$\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times \left(-\frac{3}{4}\right) = 1$



$x_1 = \frac{-2+1}{-2} = \frac{1}{2}$

$x_2 = \frac{-2-1}{-2} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow$ $S = \left[\frac{1}{2} ; \frac{3}{2}\right]$

3. $(2-x)(-2x^2+3x-1) \leq 0$

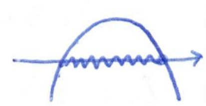
$2 - x > 0$

$-x > -2$

$x < 2$

$-2x^2 + 3x - 1 > 0$

$\Delta = 3^2 - 4 \times (-2) \times (-1) = 1$



$x_1 = \frac{-3+1}{-4} = \frac{1}{2}$

$x_2 = \frac{-3-1}{-4} = 1$

$\Rightarrow$ $\frac{1}{2} < x < 1$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		2		$+\infty$
$2-x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$-2x^2+3x-1$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$	
Pr		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$S = \left]-\infty ; \frac{1}{2}\right] \cup [1 ; 2]$

4. $2x^4 - 12x^2 + 16 = 0$

Méthode 1 : Factorisation $\rightarrow$ $P(x) = 2x^4 - 12x^2 + 16$

Diviseurs de 16 : ± 1 ; ± 2 ; ± 4 ; ± 8 ; ± 16

Diviseurs de 2 : ± 1 ; ± 2

$P(2) = 2 \times 16 - 12 \times 4 + 16 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc|c} & 2 & 0 & -12 & 0 & 16 \\ 2 & & 4 & 8 & -8 & -16 \\ \hline & 2 & 4 & -4 & -8 & 0 \end{array}$$

$P(x) = (x-2)(2x^3 + 4x^2 - 4x - 8)$ $\rightarrow$ $E(x) = 2x^3 + 4x^2 - 4x - 8$

Factorisation de $E(x)$:

Diviseurs de 8 : ± 1 ; ± 2 ; ± 4 ; ± 8

Diviseurs de 2 : ± 1 ; ± 2

$E(-2) = 2 \times (-8) + 4 \times 4 - 4 \times (-2) - 8 = 0$

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & 4 & -4 & -8 \\ -2 & & -4 & 0 & 8 \\ \hline & 2 & 0 & -4 & 0 \end{array}$$

$E(x) = (x+2)(2x^2 - 4)$

$P(x) = (x-2)(x+2)(2x^2 - 4)$

$\Rightarrow$ $(x-2)(x+2)(2x^2-4) = 0$

$$\begin{array}{c|c|c} x - 2 = 0 & x + 2 = 0 & 2x^2 - 4 = 0 \\ x = 2 & x = -2 & x = -\sqrt{2} \text{ ou } x = \sqrt{2} \end{array}$$

$S = \{-2 ; -\sqrt{2} ; \sqrt{2} ; 2\}$

Méthode 2 : Changement de variable

$t = x^2 \Rightarrow t^2 = x^4$

$\Rightarrow \quad 2t^2 - 12t + 16 = 0$

$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 2 \times 16 = 16$

$t_1 = \dfrac{12-4}{4} = 2 \qquad t_2 = \dfrac{12+4}{4} = 4$

$\Rightarrow \quad x^2 = 2 \quad$ ou $\quad x^2 = 4$

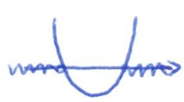
$x = \pm\sqrt{2} \qquad\qquad x = \pm 2$

$\Rightarrow \quad S = \{-2 ; -\sqrt{2} ; \sqrt{2} ; 2\}$

5. $\dfrac{x^2 - 4x - 5}{(1-x)(-2x+3)^2} > 0$

$x^2 - 4x - 5 > 0$

$\Delta = 16 - 4 \times (-5) = 36$



$x_1 = \dfrac{4-6}{2} = -1$

$x_2 = \dfrac{4+6}{2} = 5$

$x < -1$ ou $x > 5$

$1 - x > 0$

$-x > -1$

$x < 1$

$(-2x+3)^2 > 0$

Toujours, sauf pour $-2x + 3 = 0$

$-2x = -3$

$x = \frac{3}{2}$

x	$-\infty$		-1		1		$3/2$		5		$+\infty$
x^2-4x-5		+	0	−	‖	−	‖	−	0	+	
$1-x$		+		+	‖	−	‖	−		−	
$(-2x+3)^2$		+		+	‖	+	‖	+		+	
Pr		+	0	−	‖	+	‖	+	0	−	

$S =]-\infty ; -1[\cup]1 ; \frac{3}{2}[\cup]\frac{3}{2} ; 5[$