Ex 1

$2y' + 3y = 0 \qquad (ay' + by = 0)$

$a = 2 \qquad b = 3$

Les solutions sont $y_0(x) = K e^{-\frac{b}{a}x}$

Donc $y_0(x) = K e^{-\frac{3}{2}x}$

$y' + 2y = 0 \qquad (ay' + by = 0)$

$a = 1 \qquad b = 2$

Donc $y_0(x) = K e^{-2x}$

Ex 2

$4y' + 5y = 0 \Rightarrow y_0(x) = K e^{-\frac{5}{4}x}$

$2y' - 3y = 0 \qquad (ay' + by = 0)$

$a = 2 \qquad b = -3$

Donc $y_0(x) = K e^{-\frac{-3}{2}x} = K e^{\frac{3}{2}x}$

Ex 3

$y' + 2y = 6 \qquad f(x) = 3$

Si $f(x)$ est solution, alors $f' + 2f = 6$.

$f' = 0 \quad f = 3 \Rightarrow f' + 2f = 0 + 2 \times 3 = 6$

Donc $f(x) = 3$ est bien solution.

Résoudre l'équation $y' + 2y = 6$ (E).

1) $y' + 2y = 0$

$\Rightarrow y_0(x) = Ke^{-2x}$

2) $f(x) = 3$ est une solution de (E)

car $f' + 2f = 6$.

3) Les solutions de l'équation (E) sont

$\rightarrow y_E(x) = y_0(x) + f(x) = Ke^{-2x} + 3$

Déterminer la fonction $g(x)$ solution de (E) tels que $g(0) = 0$

$g(x) = Ke^{-2x} + 3 \Rightarrow g(0) = Ke^{0} + 3 = K + 3$

$g(0) = 0 \Rightarrow K + 3 = 0 \Rightarrow K = -3$

Donc $g(x) = -3e^{-2x} + 3$

Ex 4

$y' - y = x \qquad f(x) = -x - 1$

Si $f(x)$ est solution, alors $f' - f = x$

$f' = -1 \qquad f = -x - 1 \Rightarrow -1 - (-x - 1) =$

$= \cancel{-1} + x + \cancel{1} = x$

Donc $f(x) = -x - 1$ est bien solution.

Ex 5

$2y' + y = e^x \qquad f(x) = \frac{1}{3}e^x$

$f' = \frac{1}{3}e^x \qquad f = \frac{1}{3}e^x$

$2f' + f = \frac{2}{3}e^x + \frac{1}{3}e^x = \frac{2+1}{3}e^x = \frac{3}{3}e^x = e^x$

Donc $f(x) = \frac{1}{3}e^x$ est bien solution.