Comment estimer une moyenne par un intervalle de confiance ?

1. **À partir d'un échantillon, on détermine une estimation de la moyenne et de l'écart type de la population.**

2. **On applique le résultat indiqué page 202, dans lequel on calcule u_α suivant le coefficient de confiance (ou seuil de risque) souhaité.**

Exemple.

Une machine découpe des planches de longueur 195 cm.
Afin de vérifier le réglage de la machine, on prélève un échantillon de 100 planches.
On mesure les longueurs de ces 100 planches, ce qui donne le tableau suivant.

Longueur x (en cm)	[189 ; 191[	[191 ; 193[	[193 ; 195[	[195 ; 197[	[197 ; 199[	[199 ; 201[
Nombre de planches	2	8	32	38	14	6

1. Calculer la moyenne $\overline{x_e}$ et l'écart type σ_e de cet échantillon.

2. En déduire une estimation de m et de σ.

3. Donner un intervalle de confiance de m avec le coefficient de confiance 98 %.

1. La calculatrice donne $\overline{x_e}$ **= 195,44** et σ_e **= 2,12**.

2. On sait qu'une estimation de m est $\overline{x_e} = 195,44$ et qu'une estimation de σ est :

$$s = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\,\sigma_e \text{ soit } \mathbf{s = 2,13}.$$

3. L'intervalle $I = \left[\overline{x_e} - u_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \;;\; \overline{x_e} + u_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ est l'intervalle de confiance de m centré en $\overline{x_e}$ avec le coefficient de confiance $1 - \alpha$.

u_α vérifie $P(Z \leqslant u_\alpha) = 1 - \dfrac{\alpha}{2}$, où Z suit la loi normale $\mathcal{N}(0 ; 1)$.

Ici $\alpha = 0,02$ et $P(Z \leqslant u_\alpha) = 1 - \dfrac{0,02}{2} = 0,99$.

En reprenant la méthode utilisée dans la Fiche méthode 31 Chapitre 5, la calculatrice donne $u_\alpha = 2,326$.
On a alors $I = [194,94 ; 195,94]$.
La probabilité que la moyenne m de la population appartienne à I est 0,98.

Remarque : On peut obtenir I en utilisant Sine Qua Non ou une calculatrice.