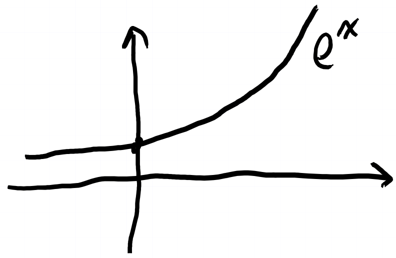
Ex 1

$$f(x) = e^{2x} + e^x - x - 2$$

1. $$f(x) = e^x \left(e^x + 1 - \frac{x}{e^x} - \frac{2}{e^x} \right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \left(\lim_{x \to +\infty} e^x \right) \left(\lim_{x \to +\infty} \left(e^x + 1 - \frac{x}{e^x} - \frac{2}{e^x} \right) \right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$$



$$\lim_{x \to +\infty} \left(e^x + 1 - \frac{x}{e^x} - \frac{2}{e^x} \right) = +\infty + 1 - 0 - 0 = +\infty$$

Donc $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = (+\infty)(+\infty) = +\infty$

2. $$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0 + 0 - (-\infty) - 2 = +\infty$$

3. $$\lim_{x \to +\infty} \left[e^{2x} + e^x - x - 2 - (-x - 2) \right] =$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \left[e^{2x} + e^x \right] = +\infty + \infty = +\infty$$

Donc D n'est pas asymptote en $+\infty$

$$\lim_{x \to -\infty} \left[e^{2x} + e^{x} - x - 2 - (-x-2) \right] =$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \left[e^{2x} + e^{x} \right] = 0 + 0 = 0$$

Donc D est asymptote en $-\infty$

4. $f(x) - (-x-2) = e^{2x} + e^{x}$

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$e^{2x} + e^{x}$	$+$

Donc $f(x) - (-x-2) > 0$ sur $\mathbb{R}$

Alors, C est au-dessus de D.

<u>Ex 2</u>

$f(x) = 2\left(e^{x} + 1\right)\left(e^{x} - \frac{1}{2}\right)$

2 est positif ; $e^{x} + 1$ est positif.

$e^{x} - \frac{1}{2} > 0 \iff e^{x} > \frac{1}{2} \iff x > \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

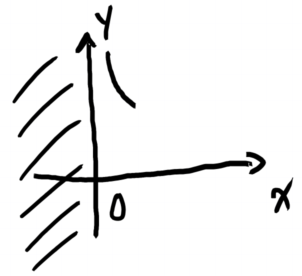
x	$-\infty$	$\ln\left(\frac{1}{2}\right)$	$+\infty$
2	$+$		$+$
$e^{x} + 1$	$+$		$+$
$e^{x} - \frac{1}{2}$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$

Ex 3

$$f(x) = x^2 - 1 - \ln(x) \qquad D =]0;+\infty[$$

1. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0 - 1 - (-\infty) = -1 + \infty = +\infty$

2. $x = 0$ est asymptote verticale



3. $f(x) = x\left(x - \frac{1}{x} - \frac{\ln(x)}{x}\right)$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = (+\infty)\left(+\infty - 0 - 0\right) = +\infty$$

Ex 4

$$f(x) = (2x-1)\, e^{2x}$$

$2x - 1 > 0 \iff 2x > 1 \iff x > \frac{1}{2}$

e^{2x} est positif.

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
$2x-1$		$-$	0	$+$	
e^{2x}			$+$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Ex 5

$$f(x) = (e^{2x} - 2)(e^{2x} + 1)$$

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = (+\infty - 2)(+\infty + 1) = (+\infty)(+\infty) = +\infty$

2. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = (0 - 2)(0 + 1) = (-2)(1) = -2$

3. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -2$ donc $y = -2$ est asymptote horizontale en $-\infty$.

Ex 6

$$f(x) = 2e^{2x}(2e^{2x} - 1)$$

2 est positif; e^{2x} est positif.

$2e^{2x} - 1 > 0 \iff e^{2x} > \frac{1}{2} \iff 2x > \ln\left(\frac{1}{2}\right) \iff x > \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{\ln(1/2)}{2}$		$+\infty$
2			$+$		
e^{2x}			$+$		
$2e^{2x} - 1$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Ex 7

$$\ln(2-x) < \ln(3)$$

Ensemble de définition :

$$2-x > 0 \iff -x > -2 \iff x < 2$$

$$D =]-\infty ; 2[$$

Solution : $2-x < 3 \iff -x < 1 \iff x > -1$

Donc $S =]-1 ; 2[$

Ex 8

$$e^{2x} - 4e^{x} < 0$$

$$e^{x}(e^{x}-4) < 0 \iff e^{x} - 4 < 0$$

$$e^{x} < 4 \iff x < \ln 4$$

$$S =]-\infty ; \ln 4[$$

Ex 9

$$\ln(x^2) = \ln(2) + \ln(x+1)$$

Ensemble de définition :

$x^2 > 0 \iff x \neq 0$ | $x+1 > 0 \iff x > -1$

$$D =]-1 ; 0[\cup]0 ; +\infty[$$

Solution : $\ln(x^2) = \ln[2(x+1)]$

$$x^2 = 2(x+1)$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 4 + 8 = 12$$

$$x_1 = \frac{-(-2) - \sqrt{12}}{2} = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} = 1 - \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-(-2) + \sqrt{12}}{2} = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} = 1 + \sqrt{3}$$

$$S = \{1 - \sqrt{3} ; 1 + \sqrt{3}\}$$

<u>Ex 10</u>

$$e^{4x} - 2e^{3x} = 0 \iff e^{3x}(e^x - 2) = 0$$

$$\iff e^x - 2 = 0 \iff e^x = 2$$

$$\iff x = \ln 2 \qquad S = \{\ln 2\}$$

<u>Ex 11</u>

1. 1995 $\rightsquigarrow$ 360 ; 2005 $\rightsquigarrow$ 380

2a. Une fonction affine semble appropriée car la courbe est très proche d'une droite.

2b. Arnold : $g(1995) = 2 \times 1995 - 3630 = 360$

$g(2005) = 2 \times 2005 - 3630 = 380$

Billy : $g(1995) = 2 \times 1995 - 2000 = 1990 \Rightarrow$ NOW

L'expression de Arnold.

2c. $g(x) = 450 \Rightarrow 2x - 3630 = 450 \Leftrightarrow x = 2040$