Classe : TSP
Date : Décembre 2019

BTS Blanc Mathématiques

Durée: 2 H

Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.
Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.

EXERCICE 1 : *(6 points)*

Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

2p 1. $\frac{x+5}{x-1} \leq \frac{x-3}{x+2}$ $S =]-\infty ; -2[\cup [-\frac{7}{11} ; 1[$

2p 2. $\frac{x+5}{4-5x} > \frac{1}{2}$ $S =]-\frac{6}{7} ; \frac{4}{5}[$

2p 3. $\frac{(2x+1)^2-4x}{x^2-4x} < 0$ $S =]0 ; 4[$

EXERCICE 2 : *(10 points)*

La fonction f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \frac{2x^2-x-6}{x-1}$ et on note C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

2p 1. Déterminer les coordonnées du ou des point(s) d'intersection de C_f et de l'axe des abscisses. $\begin{cases} x_1 = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x_2 = -3/2 \\ y = 0 \end{cases}$

1p 2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de C_f et de l'axe des ordonnées. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 6 \end{cases}$

1p 3. Déterminer les images de 0 et de -2. $y = 6$ $y = -\frac{4}{3}$

2p 4. Déterminer les antécédents (s'ils existent ...) de 6. $x_1 = \frac{7}{2}$ $x_2 = 0$

2p 5. Déterminer les points d'intersection de C_f avec la droite d'équation $y = 7x+4$. Pas d'inters.

2p 6. Étudier le signe de $f(x)$. $f(x) \geq 0$: $[-\frac{3}{2} ; 1[\cup [2 ; +\infty[$

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

Classe : TSP
Date : Décembre 2019

EXERCICE 3 : *(4 points)*

La courbe C de la figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans un repère orthogonal.

0,75p 1. Déterminer graphiquement :

a) $f(0)$ = 1

b) $f(1)$ = −1

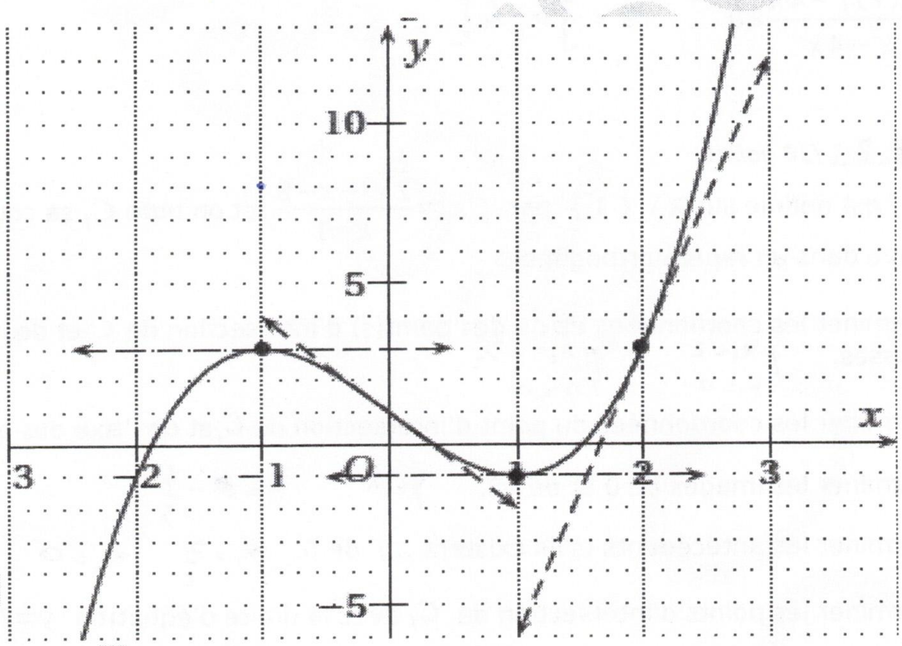
c) $f(2)$ = 3

1,25p 2. Déterminer l'équation de la tangente T_1 au point d'abscisse 1 et celle de la tangente T_0 au point d'abscisse 0.

T_1 : $y = -1$ T_0 : $y = 3x + 1$

2p 3. La droite T tangente à la courbe C au point d'abscisse −2 et d'ordonnée −1 passe par le point A de coordonnées (1 ; 26). Déterminer par le calcul une équation de T.

T : $y = 9x + 17$



Correction BTS Blanc Maths TSP Déc 2019

Exercice 1 :

1. $\dfrac{x+5}{x-1} \leq \dfrac{x-3}{x+2}$

$\dfrac{x+5}{x-1} - \dfrac{x-3}{x+2} \leq 0$

$\dfrac{(x+5)(x+2)-(x-3)(x-1)}{(x-1)(x+2)} \leq 0$

$\dfrac{x^2+2x+5x+10-(x^2-x-3x+3)}{(x-1)(x+2)} \leq 0$

$\dfrac{\cancel{x^2}+7x+10-\cancel{x^2}+4x-3}{(x-1)(x+2)} \leq 0$

$\dfrac{11x+7}{(x-1)(x+2)} \leq 0$

$11x+7>0$	$x-1>0$	$x+2>0$
$x>-\frac{7}{11}$	$x>1$	$x>-2$
	V.I.	V.I.

x	$-\infty$	-2		$-\frac{7}{11}$		1	$+\infty$
$11x+7$	$-$	||	$-$	0	$+$	||	$+$
$x-1$	$-$	||	$-$		$-$	||	$+$
$x+2$	$-$	||	$+$		$+$	||	$+$
Pr	$-$	||	$+$	0	$-$	||	$+$

$S = \left]-\infty ; -2\right[\cup \left[-\frac{7}{11} ; 1\right[$

2. $\frac{x+5}{4-5x} > \frac{1}{2}$

$$\frac{x+5}{4-5x} - \frac{1}{2} > 0$$

$$\frac{2(x+5)-(4-5x)}{2(4-5x)} > 0$$

$$\frac{2x+10-4+5x}{8-10x} > 0$$

$$\frac{7x+6}{8-10x} > 0$$

$7x+6>0$	$8-10x>0$
$x>-\frac{6}{7}$	$-10x>-8$
	$x<\frac{8}{10}$
	$x<\frac{4}{5}$ V.I.

x	$-\infty$	$-\frac{6}{7}$		$\frac{4}{5}$	$+\infty$
$7x+6$	$-$	0	$+$	‖	$+$
$8-10x$	$+$		$+$	‖	$-$
Pr	$-$	0	$+$	‖	$-$

$$S = \left]-\frac{6}{7}\,;\,\frac{4}{5}\right[$$

3. $$\frac{(2x+1)^2 - 4x}{x^2 - 4x} < 0$$

$$\frac{4x^2 + \cancel{4x} + 1 - \cancel{4x}}{x^2 - 4x} < 0$$

$$\frac{4x^2 + 1}{x^2 - 4x} < 0$$

$4x^2 + 1 > 0$

Toujours positif

$x^2 - 4x > 0$

$\Delta = 16$

$x_1 = \frac{4+4}{2} = 4 \qquad x_2 = \frac{4-4}{2} = 0$

V. I.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$4x^2+1$		+	‖	+	‖	+	
x^2-4x		+	‖	−	‖	+	
Pr		+	‖	−	‖	+	

$S =]0 ; 4[$

Exercice 2 :

1. $\begin{cases} y = \dfrac{2x^2-x-6}{x-1} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{2x^2-x-6}{x-1} = 0$

$\dfrac{2x^2-x-6}{x-1} = 0$ $\boxed{\begin{array}{l} x-1=0 \\ x = 1 \quad \text{V.I.} \end{array}}$

$2x^2-x-6=0$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-6) = 1 + 48 = 49$

$x_1 = \dfrac{1+7}{4} = 2$ $x_2 = \dfrac{1-7}{4} = -\dfrac{6}{4} = -\dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow$ Deux intersections : $\begin{cases} x_1 = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} x_2 = -3/2 \\ y = 0 \end{cases}$

2. $\begin{cases} y = \dfrac{2x^2-x-6}{x-1} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \dfrac{-6}{-1} = 6$

$\Rightarrow$ Une intersection : $\begin{cases} x = 0 \\ y = 6 \end{cases}$

3. Image de 0 : $y = \dfrac{-6}{-1} = 6$

Image de -2 : $y = \dfrac{2 \times 2^2 + 2 - 6}{-2-1} = \dfrac{8+2-6}{-3} = \dfrac{4}{-3} = -\dfrac{4}{3}$

4. $$\frac{2x^2-x-6}{x-1} = 6$$

$$\frac{2x^2-x-6}{x-1} - 6 = 0$$

$$\frac{2x^2-x-6-6(x-1)}{x-1} = 0$$

$$\frac{2x^2-x-\cancel{6}-6x+\cancel{6}}{x-1} = 0$$

$$\frac{2x^2-7x}{x-1} = 0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x-1=0 \\ x=1 \quad \text{V.I.} \end{array}}$$

$2x^2-7x=0$

$\Delta = 49 \qquad x_1 = \frac{7+7}{4} = \frac{7}{2} \qquad x_2 = \frac{7-7}{4} = 0$

5. $$\begin{cases} y = \frac{2x^2-x-6}{x-1} \\ y = 7x+4 \end{cases} \Rightarrow \frac{2x^2-x-6}{x-1} = 7x+4$$

$$\frac{2x^2-x-6}{x-1} - (7x+4) = 0$$

$$\frac{2x^2-x-6-(7x+4)(x-1)}{x-1} = 0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x-1=0 \\ x=1 \quad \text{V.I.} \end{array}}$$

$2x^2-x-6-(7x^2-7x+4x-4)=0$

$2x^2-x-6-7x^2+3x+4=0$

$-5x^2+2x-2=0$

$\Delta = 4-4\times(-5)\times(-2) = 4-40 = -36$

$\Rightarrow$ Il n'y a pas d'intersections

6. $2x^2 - x - 6 > 0$

$\Delta = 1 - 4 \times 2 \times (-6) = 49$

$x_1 = \frac{1+7}{4} = 2 \qquad x_2 = \frac{1-7}{4} = -\frac{3}{2}$

$x - 1 > 0$

$x > 1 \quad$ V.I.

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		1		2		$+\infty$
$2x^2 - x - 6$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$x - 1$		$-$		$-$	$\|\|$	$+$		$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Exercice 3 :

1. a) $f(0) = 1$ b) $f(1) = -1$ c) $f(2) = 3$

2. $T_1 : \ y = -1 \qquad T_0 : \ y = -3x + 1$

3. $A(1 ; 26) \qquad B(-2 ; -1) \qquad T : \ y = ax + b$

$a = \frac{26 - (-1)}{1 - (-2)} = \frac{27}{3} = 9 \Rightarrow T : \ y = 9x + b$

$\Rightarrow 26 = 9 \times 1 + b$

$26 = 9 + b$

$b = 26 - 9 = 17$

$\Rightarrow T : \ y = 9x + 17$