Comment construire et utiliser un test bilatéral pour une moyenne ou une proportion ?

On suit le plan donné dans la fiche l'Essentiel p. 251, le plus souvent ce plan est détaillé dans l'énoncé.

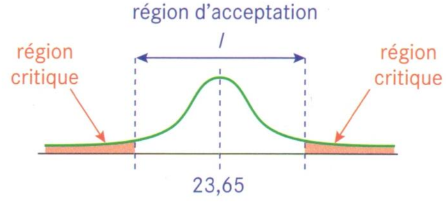
Exemple.* *Une usine fabrique des engrenages dont le diamètre annoncé est égal à : 23,65 mm. Un client commande un lot d'engrenages, il veut vérifier cette affirmation et mesure les diamètres de 100 engrenages. Il obtient pour cet échantillon une moyenne $\overline{x_e} = 23{,}644$ mm et pour écart type $\sigma_e = 0{,}018$. Le client considère que l'écart type de l'échantillon est une bonne appréciation de l'écart type du lot qu'il a reçu. Peut-il admettre au risque de 5 % l'affirmation de son fournisseur ?

• *On construit un test bilatéral.*
On choisit pour hypothèse nulle H_0 : $m = 23{,}65$ et pour hypothèse alternative H_1 : $m \neq 23{,}65$. Sous l'hypothèse H_0, la variable aléatoire $\overline{X}$ qui, à chaque échantillon de taille 100, associe sa moyenne, suit approximativement la loi normale $\mathcal{N}\left(m\ ;\ \frac{\sigma^2}{100}\right)$ avec $m = 23{,}65$ et $\sigma = 0{,}018$.

• *Pour déterminer la région critique au seuil de 5 %, on calcule l'intervalle de fluctuation de la moyenne au seuil de 95 % dans un échantillon de taille 100.*

Cas général : $I = \left[m - u_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ;\ m + u_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$.

Ici $\alpha = 0{,}05$, donc $u_\alpha = 1{,}96$.
On obtient $I = [23{,}646\ ;\ 23{,}654]$.
La région critique est extérieure à I.



Règle de décision :
On prélève un échantillon, on calcule sa moyenne $\overline{x_e}$.
si $\overline{x_e} \in I$ on accepte H_0, sinon on rejette H_0.

Application du test :
On a obtenu $\overline{x_e} = 23{,}644$ et $I = [23{,}646\ ;\ 23{,}654]$.
$\overline{x_e} \notin I$ donc on rejette l'hypothèse H_0.
Au seuil de 5 % le client ne peut pas admettre l'affirmation de son fournisseur.