Correction DST Maths TU 27/03/2020

Exercice 1 :

1. $(x-4)(x+4)-3(x-4)=0$

$(x-4)[(x+4)-3]=0$

$(x-4)(x+1)=0$

$x=4$ ou $x=-1$ $\Rightarrow$ $\boxed{S=\{-1;4\}}$

2. $e^{2x}-3=0$

$e^{2x}=3 \Rightarrow x=\frac{1}{2}\ln 3 \Rightarrow \boxed{S=\{\frac{1}{2}\ln 3\}}$

3. $e^{6x}-e^{3x}=0$

$e^{3x}(e^{3x}-1)=0 \Rightarrow e^{3x}=1 \Rightarrow x=0 \Rightarrow \boxed{S=\{0\}}$

4. $2e^{2x}-5e^{x}+3=0$

$e^x=X \quad X>0$

$2X^2-5X+3=0$

$\Delta=25-4\times2\times3=25-24=1$

$X_1=\frac{5-1}{4}=1 \qquad X_2=\frac{5+1}{4}=\frac{3}{2}$

$e^x=1 \Rightarrow x_1=0 \qquad e^x=\frac{3}{2} \Rightarrow x_2=\ln\frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{S=\{0;\ln\frac{3}{2}\}}$

5. $\ln(3x^2)=\ln\frac{1}{2}+\ln(x+1)$

$\ln(3x^2)=\ln(\frac{x+1}{2})$

Ensemble de définition :
$3x^2>0$ et $x+1>0$
$x\neq0$ $\quad x>-1$
$\Rightarrow D=]-1;0[\cup]0;+\infty[$

$3x^2=\frac{x+1}{2} \Rightarrow 6x^2-x-1=0$

$\Delta=1+4\times6=25$

$x_1=\frac{1-5}{12}=-\frac{1}{3} \qquad x_2=\frac{1+5}{12}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \boxed{S=\{-\frac{1}{3};\frac{1}{2}\}}$

Exercice 2 :

1. $\frac{1}{x} > \frac{x}{x+2}$

Ensemble de définition :
$x \neq 0$ et $x \neq -2$
$\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$

$\frac{1}{x} - \frac{x}{x+2} > 0$

$\frac{x+2-x^2}{x(x+2)} > 0$

Étude de signe :

$-x^2 + x + 2 > 0$

$\Delta = 1 + 8 = 9$

$x_1 = \frac{-1-3}{-2} = 2 \quad x_2 = \frac{-1+3}{-2} = -1$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x	$-$	0	$+$		$+$
$x+2$	$+$		$+$		$+$
Pr	$-$	0	$+$		$+$

$x > 0$

$x + 2 > 0$
$x > -2$

Tableau de signe :

x	$-\infty$		-2		-1		0		2		$+\infty$
$-x^2+x+2$	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$		
x	$-$	$\|\|$	$-$		$-$	$\|\|$	$+$		$+$		
$x+2$	$-$	$\|\|$	$+$		$+$	$\|\|$	$+$		$+$		
Pr	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$		

$$S =]-2; -1[\cup]0; 2[$$

2. $\ln\left(\frac{x+2}{x-2}\right) > 0$

Ensemble de définition : $\frac{x+2}{x-2} > 0$

$x + 2 > 0$
$x > -2$

$x - 2 > 0$
$x > 2$
V.I.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$		
$x-2$	$-$		$-$	$\|\|$	$+$		
Pr	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$		

$\Rightarrow \quad D =]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$

$\frac{x+2}{x-2} > 1$

$\frac{x+2-x+2}{x-2} > 0 \Rightarrow \frac{4}{x-2} > 0$

Étude de signe :

$4 > 0$ Toujours

$x - 2 > 0$
$x > 2$

Tableau de signe :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
4	$+$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$+$		
$x-2$	$-$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$		
Pr	$-$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$		

$$S =]2; +\infty[$$

Exercice 3 :

$(e^x+1)(e^x-3)$

$e^x+1>0$ | $e^x-3>0$ | $x>\ln 3$

Toujours positif

$\Rightarrow$

x	$-\infty$		$\ln 3$		$+\infty$
e^x+1		+		+	
e^x-3		−	0	+	
Pr		−	0	+	

Exercice 4

$f(x)=ax+b \Rightarrow \begin{cases} f(2)=2a+b=3 \\ f(4)=4a+b=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a+b=3 \\ 4a+b=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=3-2a \\ 4a+3-2a=-7 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} b=3-2a \\ 2a=-10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=3-2a \\ a=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=13 \\ a=-5 \end{cases} \Rightarrow \boxed{f(x)=-5x+13}$

ou : $x_A=2 \quad y_A=3 \quad ; \quad x_B=4 \quad y_B=-7$

$\Rightarrow a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{-7-3}{4-2}=\dfrac{-10}{2}=-5 \Rightarrow f(x)=-5x+b$

$f(2)=3 \Rightarrow -5\times 2+b=3 \Rightarrow b=13 \Rightarrow \boxed{f(x)=-5x+13}$

Exercice 5

Coefficient directeur $=\dfrac{3}{1,5}=2$

Ordonnée à l'origine $=3$

Exercice 6

1. $C(n)=30000+3,5n$

2. $R(n)=6,5n$

3. $R(n)>C(n) \Rightarrow 6,5n>30000+3,5n$

$3n>30000$

$n>10000$

La maison d'édition réalise donc un bénéfice si elle vend plus de 10000 livres.