5 %, l'hypothèse selon laquelle la longueur moyenne m des bûches livrées est 50 cm.

a) Écrire l'hypothèse nulle H_0 et l'hypothèse alternative.

b) Déterminer la région critique au seuil de 5 %.

c) Énoncer la règle de décision.

2. Monsieur A a trouvé que la moyenne des longueurs des bûches de l'échantillon est $\overline{x} = 49{,}2$ cm. Utiliser le test avec ce résultat et conclure.

38 **C** Une entreprise industrielle utilise de grandes quantités d'un certain type de boulons. Un contrôle de qualité consiste à vérifier que le diamètre de la tête ou le diamètre du pied d'un boulon est conforme à la norme en vigueur.
On veut contrôler la moyenne μ de l'ensemble des diamètres, en mm, des pieds de boulons constituant un stock très important ; on se propose de construire un test d'hypothèse. On note Y la variable aléatoire qui, à chaque boulon tiré au hasard dans le stock, associe le diamètre, en mm, de son pied.
La variable aléatoire Y suit la loi normale de moyenne inconnue μ et d'écart type $\sigma = 0{,}1$.
On désigne par $\overline{Y}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire de 100 boulons prélevé dans un stock, associe la moyenne des diamètres des pieds de ces 100 boulons (le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ces prélèvements à des tirages avec remise).
L'hypothèse nulle est $H_0 : \mu = 10$.
Dans ce cas les boulons du stock sont conformes pour le diamètre de leur pied.
L'hypothèse alternative est $H_1 : \mu \neq 10$.
Le seuil de signification du test est fixé à 0,05.

1. Justifier que, sous l'hypothèse nulle H_0, $\overline{Y}$ suit la loi normale de moyenne 10 et d'écart type 0,01.

2. Sous l'hypothèse nulle H_0, déterminer le nombre réel positif h tel que :

$$P(10 - h \leqslant \overline{Y} \leqslant 10 + h) = 0{,}95.$$

3. Énoncer la règle de décision permettant d'utiliser ce test.

4. On prélève un échantillon de 100 boulons et on observe que, pour cet échantillon, la moyenne des diamètres des pieds est $\overline{y} = 10{,}03$.
Peut-on, au risque de 5 %, conclure que les boulons du stock sont conformes pour le diamètre de leur pied ?

39 La moyenne du nombre de places vendues dans les cinémas d'une grande ville, pendant une journée ouvrable quelconque, est de 2 250. Afin d'augmenter le nombre de places vendues, une campagne d'affichage publicitaire dans la ville est décidée. On suppose qu'à la suite de cette campagne, le nombre Y de places vendues pendant une journée ouvrable est une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(m' ; \sigma)$ avec $\sigma = 600$.

1. Une étude statistique sur un échantillon de 23 jours a donné une moyenne de 2 439. À partir de cet échantillon, calculer une estimation ponctuelle de m'.

2. Soit $\overline{Y}$ la variable aléatoire qui à tout échantillon de 23 jours, pris au hasard parmi les jours ouvrables, associe la moyenne des nombres de places vendues pendant les 23 jours de cet échantillon. Quelle est la loi de $\overline{Y}$?

a) À partir de l'échantillon de la question **1.**, déterminer, avec le coefficient de confiance 95 %, l'intervalle de confiance de la nouvelle moyenne m' des ventes journalières.

b) Construire un test bilatéral pour décider, au seuil de risque 5 %, si l'on peut affirmer que la moyenne des ventes journalières (2 250) n'a pas été modifiée.

Pour répondre à cette question :
- choisir une hypothèse nulle H_0 et une hypothèse alternative H_1 ;
- déterminer la région critique ;
- énoncer la règle de décision ;
- utiliser le test pour l'échantillon décrit à la question **1.**

40 Une usine produit en grande quantité des tiges métalliques d'une longueur théorique de 145 mm. Pour vendre les tiges de cette production dont la longueur moyenne est de 145 et l'écart type de 0,2 on conditionne ces tiges par lots de 100, assimilés à des échantillons non exhaustifs de