Le dioptre sphérique

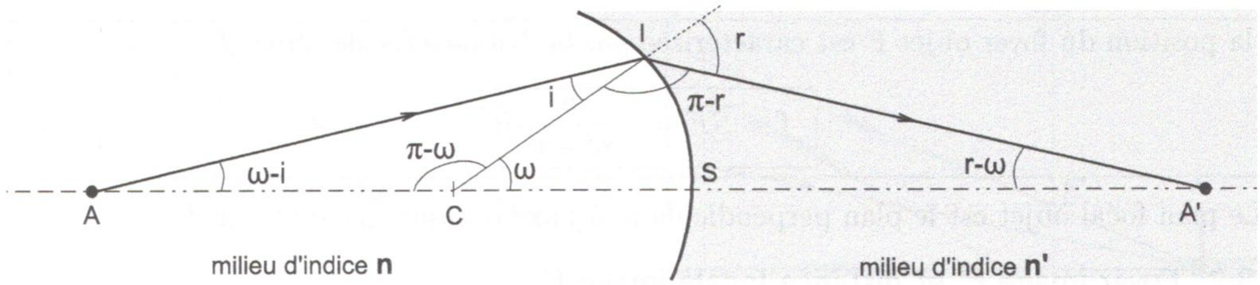
Définition et représentation schématique

Un dioptre sphérique est constitué de deux milieux transparents homogènes d'indices optiques différents, séparés par une surface sphérique.

Dioptre sphérique concave *Dioptre sphérique convexe*

Relations de conjugaison

Soit A un point lumineux sur l'axe optique et A' son image au travers du dioptre sphérique.



La relation des sinus dans le triangle (AIC) donne : $\dfrac{\sin(i)}{CA} = \dfrac{\sin(\omega - i)}{CI}$

De même dans le triangle (A'IC) :

$$\frac{\sin(\pi - r)}{CA'} = \frac{\sin(r - \omega)}{CI} \quad \text{soit} \quad \frac{\sin(r)}{CA'} = \frac{\sin(r - \omega)}{CI}$$

Comme pour le miroir sphérique, le stigmatisme n'est pas rigoureux. Toutefois, dans le cadre des conditions de Gauss (angles i, r et ω très petits), les égalités précédentes se simplifient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{i}{CA} = \dfrac{\omega - i}{SC} \\ \dfrac{r}{CA'} = \dfrac{r - \omega}{SC} \end{array} \right. \qquad \text{soit} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{1}{CA} = \dfrac{-1}{SC} + \dfrac{1}{SC}\dfrac{\omega}{i} \\ \dfrac{1}{CA'} = \dfrac{1}{SC} - \dfrac{1}{SC}\dfrac{\omega}{r} \end{array} \right.$$

On obtient donc :

$$\frac{n'}{CA} + \frac{n}{CA'} = \frac{1}{SC}(n - n') \; + \; \frac{\omega}{SC}\frac{n'.r - n.i}{i.r} \tag{6.1}$$

La loi de la réfraction dans les conditions de Gauss $n'.r = n.i$ annule le second terme de l'expression (6.1), il reste simplement :

$$\frac{n'}{CA} + \frac{n}{CA'} = \frac{n - n'}{SC} \tag{6.2}$$

Relation de conjugaison avec l'origine au centre C

La (6.2) sous forme algébrique constitue la relation de conjugaison avec l'origine au centre C :

$$-\frac{n'}{\overline{CA}} + \frac{n}{\overline{CA'}} = \frac{n - n'}{\overline{CS}} \tag{6.3}$$

Relation de conjugaison avec l'origine au sommet S

La (6.3) peut s'exprimer par rapport au sommet S (voir calculs miroir sphérique) :

$$\boxed{-\frac{n}{\overline{SA}} + \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}} \tag{6.4}$$

Foyer objet F et distance focale objet f

Le foyer objet F est le point de l'axe optique dont l'image est située à l'infini ($\frac{n'}{\overline{SA'}} = 0$), la relation (6.4) donne : $-\frac{n}{\overline{SF}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$

la position du foyer objet F est caractérisée par la distance focale objet f :

$$\boxed{f = \overline{SF} = -\frac{n}{n' - n}\overline{SC}} \tag{6.5}$$

Le plan focal objet est le plan perpendiculaire à l'axe optique, passant par F.

Foyer image F' et distance focale image f'

Le foyer image F' est l'image d'un point objet situé sur l'axe et à l'infini ($\frac{n'}{\overline{SA}} = 0$), donc $\frac{n'}{\overline{SF'}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$

la position du foyer image F' est caractérisée par la distance focale image f' :

$$\boxed{f' = \overline{SF'} = \frac{n'}{n' - n}\overline{SC}} \qquad f' \text{ et } f \text{ sont liées par la relation : } \quad \frac{f}{n} = -\frac{f'}{n'} \tag{6.6}$$

Le plan focal image est le plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par F'.

La relation de conjugaison du dioptre sphérique peut s'écrire de façon symétrique :

$$\boxed{\frac{f}{\overline{SA}} + \frac{f'}{\overline{SA'}} = 1} \tag{6.7}$$

Relation de Newton pour le dioptre sphérique

Comme pour le miroir sphérique, la relation de conjugaison avec origine aux foyers s'écrit :

$$\boxed{\overline{FA}.\overline{F'A'} = f.f'} \tag{6.8}$$

Grandissement transversal

En procédant comme pour le miroir sphérique on obtient les expressions suivantes :

- par rapport au sommet S du dioptre sphérique : $\boxed{g_y = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}}$ (6.9)
- par rapport aux foyers F et F' : $\boxed{g_y = -\frac{f}{\overline{FA}}}$ et $\boxed{g_y = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}}$ (6.10)

Construction graphique d'une image

Les plans focaux du dioptre simplifient le tracé des rayons issus du point objet B :

① Le rayon passant par le centre de courbure C est transmis sans aucune déviation.

② Le rayon incident parallèle à l'axe optique est réfracté en passant par le foyer image F' du dioptre.

③ Le rayon incident passant par le foyer objet F est transmis dans le second milieu, parallèle à l'axe optique.

④ Comme pour le miroir sphérique, l'utilisation du plan focal image et d'un foyer secondaire permet de construire la marche de n'importe quel autre rayon.

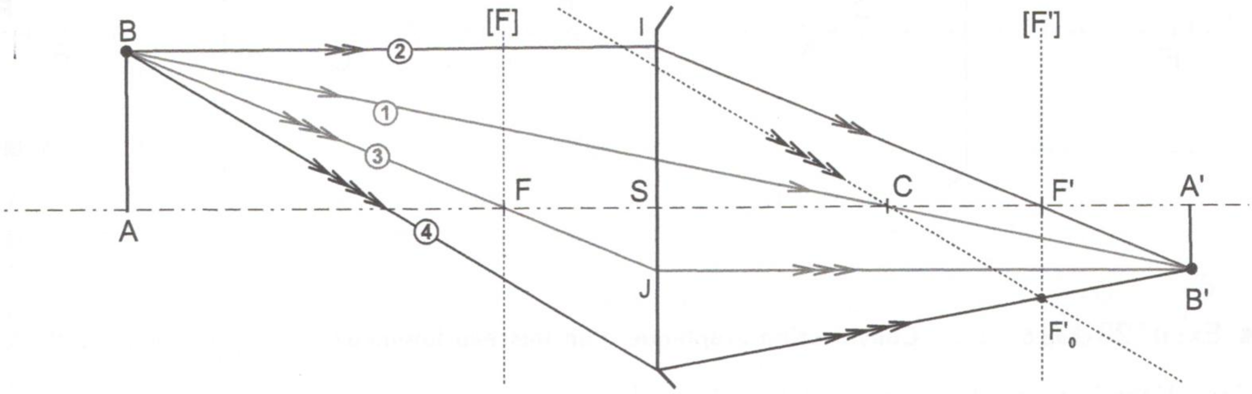


FIG. 6.1 - *Construction graphique d'une image*