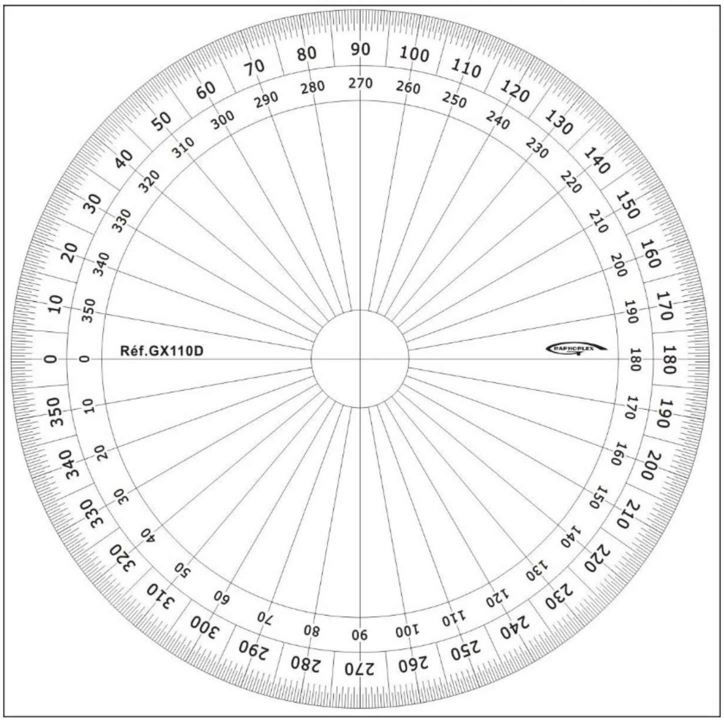
Introduction à la trigonométrie

Mesure des angles : unités et conversions

Le degré

Par définition, un **degré** (symbole °) correspond au 1/360ème d'un angle plein.



Les sous-unités du degré sont :

- La **minute** (symbole ′) : 1° = 60′
- La **seconde** (symbole ″) : 1′ = 60″, 1° = 3600″

La notation d'un angle sous forme décimale peut être utilisée : $90° \div 4 = 22{,}5°$.

On peut convertir la notation décimale en celle en degré/minute/seconde et vice versa en faisant un produit en croix :

$22{,}5° = 22° + 0{,}5°$

degré	minute
1	60
0,5	?

$0{,}5° = \left(\frac{0{,}5 \times 60}{1}\right)' = 30'$. Donc $22{,}5° = 22°\ 30'$.

Exemple 1 : Convertir en notation degré/minute/seconde l'angle $25{,}32°$.

$25{,}32° = 25° + 0{,}32°$

degré	minute
1	60
0,32	?

$0{,}32° = \left(\frac{0{,}32 \times 60}{1}\right)' = 19{,}2'$. Donc $25{,}32° = 25°\ 19{,}2'$.

Pour obtenir les secondes, on a besoin d'un autre produit en croix :

$19{,}2' = 19' + 0{,}2'$

minute	seconde
1	60
0,2	?

$0{,}2' = \left(\frac{0{,}2 \times 60}{1}\right)'' = 12''$. Donc $25{,}32° = 25°\ 19'\ 12''$.

Exemple 2 : Convertir en notation décimale l'angle $83°\ 15'\ 36''$.

degré	minute
1	60
?	15

$15' = \left(\frac{15 \times 1}{60}\right)° = 0{,}25°$.

degré	seconde
1	3600
?	36

$36'' = \left(\frac{36 \times 1}{3600}\right)° = 0{,}01°$. Donc $83°\ 15'\ 36'' = (83 + 0{,}25 + 0{,}01)° = 83{,}26°$.

Exemple 3 : Calculer la différence $180° - 83°\ 22'\ 30''$.

On écrit : $180° = 179° + 1° = 179°\ 60' = 179°\ 59'\ 60''$.

Donc $180° - 83°\ 22'\ 30'' = 179°\ 59'\ 60'' - 83°\ 22'\ 30'' = 96°\ 37'\ 30''$.

Exercices

Ex 1 : Convertir en notation degré/minute/seconde les angles

$$34{,}53°\quad 22{,}7°\quad 12{,}41°\quad 96{,}33°\quad 108{,}56°\ .$$

Ex 2 : Convertir en notation décimale les angles

$$27°\ 17'\ 24''\quad 50°\ 42'\quad 30°\ 15'\quad 27°\ 10'\ 30''\quad 100°\ 24'\ 45''\ .$$

Ex 3 : Calculer la différence $113°\ 15'\ 21'' - 66°\ 44'\ 39''$.

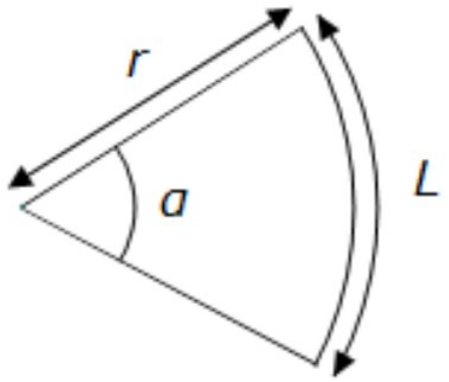
Ex 4 : Du point O appartenant au segment AB sortent, dans le même demi-plan, les demi-droites OC et OD de manière à former les angles $B\hat{O}C$, $C\hat{O}D$, $D\hat{O}A$ égaux entre eux et la demi-droite OE perpendiculaire à AB .
Quelle est la mesure de l'angle $D\hat{O}A$? Démontrer que OE est bissectrice de l'angle $C\hat{O}D$.

Ex 5 : On considère un angle obtus $X\hat{O}Y$. Construire la demi-droites OX' à l'intérieur de l'angle $X\hat{O}Y$ perpendiculaire à OX . Construire ensuite la demi-droites OY' , à l'intérieur de l'angle $X\hat{O}Y$ perpendiculaire à OY .
Montrer que les angles $X\hat{O}Y'$ et $X'\hat{O}Y$ sont égaux, et que $XOY+X'OY'=180°$.

Le radian

Le radian (symbole rad) se défini par rapport au nombre π (pi). Un tour complet vaut 2π .

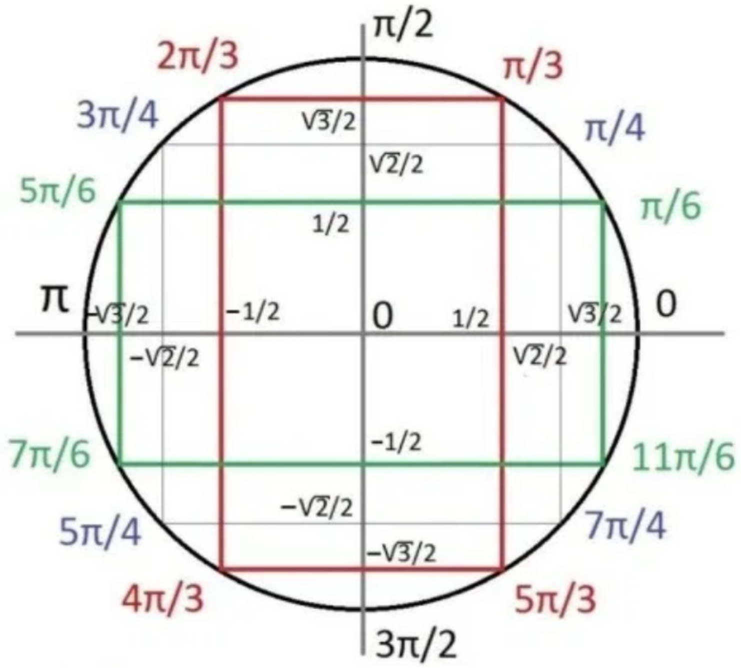
La relation entre la longueur L d'un arc de cercle de rayon r et l'angle associé α exprimé en radians est :



$$\alpha=\frac{L}{r}$$

- **Angle plein :** $\alpha=2\pi$ rad .
- **Angle plat :** $\alpha=\pi$ rad .
- **Angle droit :** $\alpha=\frac{\pi}{2}$ rad .
- **Angle nul :** $\alpha=0$ rad.

« *Le* ***cercle trigonométrique*** *est le cercle de* ***centre O*** *et de* ***rayon 1*** *sur lequel on choisit un sens d'orientation ou sens direct ou sens positif, c'est-à-dire le sens contraire des aiguilles d'une montre* »



Exemple 1 : Convertir $15°$ en radians.

degré	radian
360	2π
15	?

Donc : $15° = \frac{15 \times 2\pi}{360} = \frac{15}{180}\pi = \frac{1}{12}\pi = \frac{\pi}{12}$ rad .

Exemple 2 : Convertir $\frac{3}{5}\pi$ en degrés.

degré	radian
360	2π
?	$\frac{3}{5}\pi$

Donc : $\frac{3}{5}\pi = \frac{3}{5}\pi \times \frac{360}{2\pi} = 108°$.

Exercices

Ex 1 : Convertir les angles suivants en radians

$20°$ $120°$ $72°$ $150°$ $270°$ $305°$ $300°$.

Ex 2 : Convertir les angles suivants en degrés

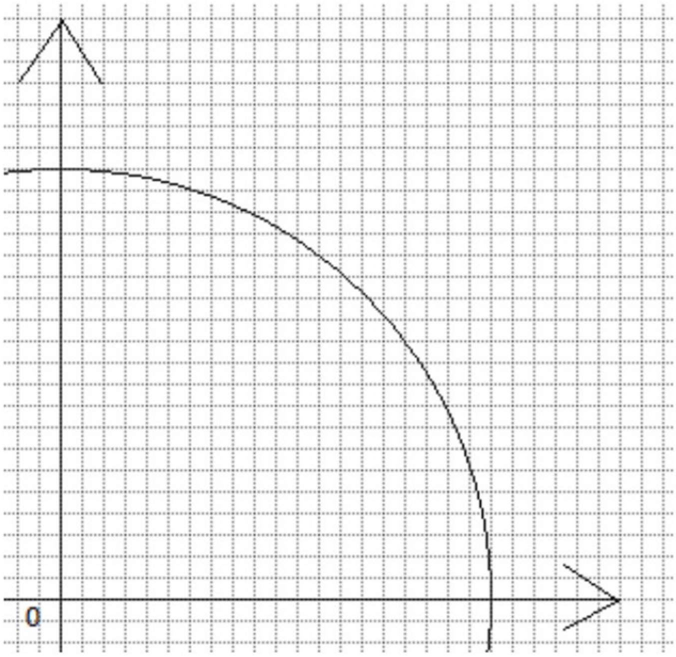
$\frac{7}{12}\pi$ $\frac{6}{5}\pi$ $\frac{3}{4}\pi$ $\frac{3}{2}\pi$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{5}{6}\pi$ $\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{8}{5}\pi$.

Ex 3 : Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Angle en degré	$180°$		$72°$		$120°$	
Angle en radian	π	$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3}{4}\pi$		$\frac{\pi}{6}$

Ex 4 : Sur le quart de cercle trigonométrique ci-contre placer les valeurs suivantes, correspondants aux mesures des angles en radians, représentant :

0 , $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$.



Ex 5 : Tracer un cercle trigonométrique et placer les mesures d'angles suivantes :

$$-\pi,\ -\frac{\pi}{2},\ -\frac{\pi}{3},\ -\frac{\pi}{4},\ -\frac{\pi}{6},\ -\frac{3}{2}\pi,\ -\frac{5}{3}\pi,\ -\frac{3}{4}\pi,\ -\frac{5}{6}\pi,\ -2\pi\ .$$

Ex 6 : Tracer un cercle trigonométrique et placer les mesures d'angles suivantes :

$$\frac{\pi}{6},\ \frac{13}{6}\pi,\ \frac{\pi}{4},\ \frac{9}{4}\pi,\ \frac{\pi}{3},\ \frac{7}{3}\pi\ .$$

Que peut-on conclure ?