Lunette suiveuse

La lunette « suiveuse » d'un télescope est une lunette afocale composée d'un objectif L_1 de distance focale $f'_1 = 200\,mm$ et d'un oculaire L_2 de distance focale $f'_2 = 25\,mm$. La limite de résolution angulaire de l'œil de l'utilisateur, supposé emmétrope, est de $1,5'$.
La monture de l'objectif est diaphragme d'ouverture, son diamètre vaut $\phi_1 = 25\,mm$. La monture de l'oculaire est diaphragme de champ, $\phi_2 = 12\,mm$.

1. Objet à l'infini

1.1. Définir le grossissement de la lunette à l'aide d'un schéma de principe et calculer sa valeur.

1.2. La limite de résolution est-elle liée à l'œil de l'observateur ou à la diffraction par la monture de la lunette ? On prendra comme longueur d'onde moyenne $\lambda = 550\,nm$.

1.3. Calculer la position $\overline{O_2\mathrm{PS}}$ et le diamètre ϕ_{PS} de la pupille de sortie de la lunette.

1.4. Calculer la demi-largeur angulaire ω'_{PL} du champ de pleine lumière dans l'espace image (schéma de principe à l'appui), puis dans l'espace objet.

1.5. Sur une construction à l'échelle (échelle horizontale : 1/1 échelle verticale : 2/1), tracer la marche du faisceau utile passant par l'extrémité du champ de pleine lumière.

2. Objet à distance finie

L'œil de l'observateur accommode de $3\,\delta$, son plan principal objet est placé au niveau du cercle oculaire de la lunette.

2.1. Calculer la position $\overline{O_2A'}$ de l'image finale $A'B'$ par rapport à l'oculaire.

2.2. Calculer la position $\overline{O_1A}$ de l'objet par rapport à l'objectif.

2.3. Calculer la hauteur de la plus petite image discernable au travers de la lunette $A'B'^{\text{œil}}_{\text{min}}$ liée à la limite de résolution angulaire de l'œil humain. En déduire la hauteur du plus petit objet correspondant $AB^{\text{œil}}_{\text{min}}$.

2.4. Calculer la hauteur du plus petit objet discernable au travers de la lunette $AB^{\text{diffr.}}_{\text{min}}$, liée à la diffraction de l'objectif. Conclusion ?

1.1. $G = \left| \dfrac{f'_1}{f'_2} \right| = 8$

1.2. $\sin \alpha^{diff}_{min} = 1,22 \dfrac{\lambda}{\phi_1} = 1,22 \dfrac{550 \times 10^{-9}}{25 \times 10^{-3}} = 26,84 \times 10^{-6}$

$\alpha^{diff}_{min} \simeq 26,84 \times 10^{-6}$ rad

Donc, le diamètre apparent dans l'espace image est :

$$\alpha'^{\,diff}_{min} = G\alpha^{diff}_{min} = 214,7 \times 10^{-6} \text{ rad}$$
$$\simeq 2,1 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\alpha'^{\,oeil}_{min} = 1,5' = \frac{1,5 \times 2\pi}{21600} = 4,36 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$\alpha'^{\,oeil}_{min} > \alpha'^{\,diff}_{min}$, la limite de résolution est donc limitée par l'œil de l'observateur.

1.3. La pupille de sortie est conjuguée du diaphragme d'ouverture au travers de L_2 :

$$\frac{-1}{\overline{O_2O_1}} + \frac{1}{\overline{O_2PS}} = \frac{1}{f'_2} \iff \frac{1}{\overline{O_2PS}} = \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{\overline{O_2O_1}}$$

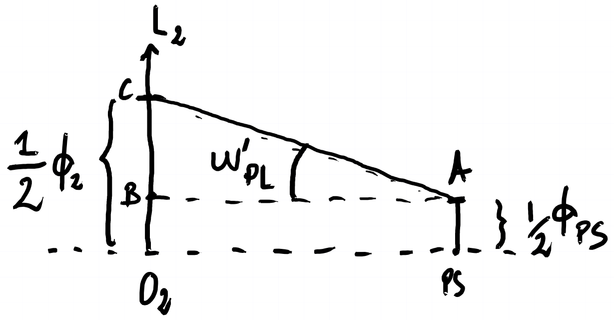
$$\iff \frac{1}{\overline{O_2PS}} = \frac{\overline{O_2O_1} + f'_2}{\overline{O_2O_1} \times f'_2} \iff \overline{O_2PS} = \frac{\overline{O_2O_1} \times f'_2}{\overline{O_2O_1} + f'_2}$$

Lunette afocale, donc $\overline{O_2O_1} = -225$ mm

Alors : $\overline{O_2PS} = 28,125$ mm

$$\frac{\phi_{PS}}{\phi_1} = \left| \frac{\overline{O_2PS}}{\overline{O_2O_1}} \right| \Rightarrow \phi_{PS} = 25 \times \frac{28,125}{225} = 3,125 \text{ mm}$$

1.4.

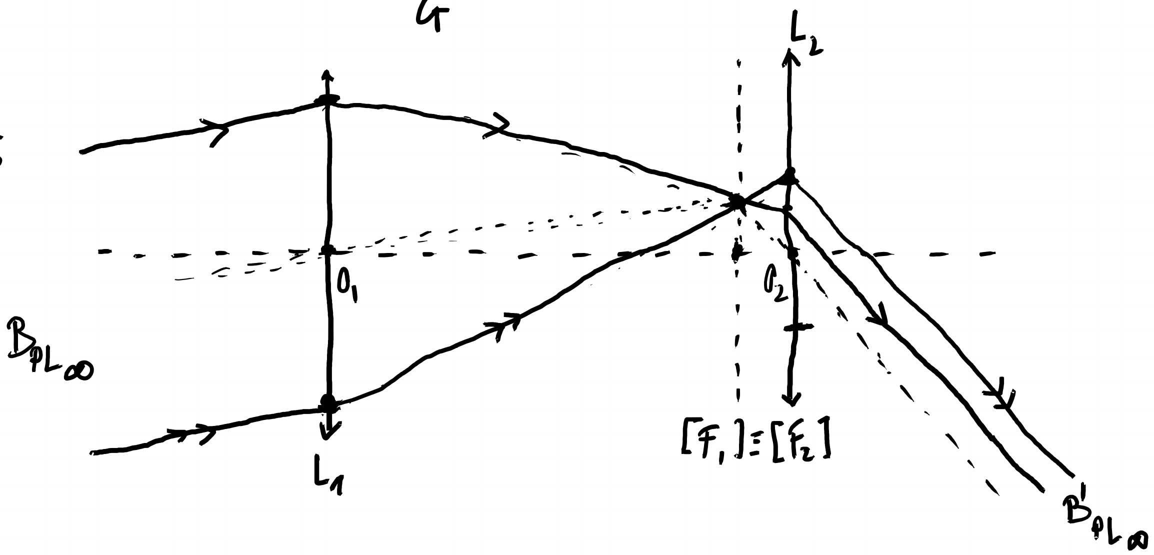


$$\tan w'_{PL} = \frac{CB}{AB} = \frac{\frac{1}{2}\phi_2 - \frac{1}{2}\phi_{PS}}{O_2PS} = \frac{6 - 1{,}56}{28{,}125} = 0{,}158$$

$$w'_{PL} = \arctan(0{,}158) = 8{,}98°$$

$$w_{PL} = \frac{w'_{PL}}{G} = 1{,}12°$$

1.5



2.1. $H_{oeil} = PS$

$$\overline{H_{oeil}A'} = \frac{-1}{3\delta} = \overline{PSA'} = -333{,}33 \text{ mm}$$

$$\overline{O_2A'} = \overline{O_2PS} + \overline{PSA'} = 28{,}125 - 333{,}33 = -305{,}2 \text{ mm}$$

2.2. $AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A'B'$

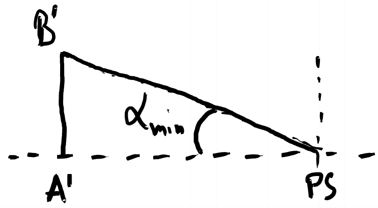
$$\frac{-1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{\overline{O_2A'}} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \overline{O_2A_1} = \frac{f'_2 \times \overline{O_2A'}}{f'_2 - \overline{O_2A'}} = -23{,}11 \text{ mm}$$

$$\overline{O_1A_1} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_1} = 225 - 23,11 = 201,89 \text{ mm}$$

$$\frac{-1}{\overline{O_1A}} + \frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \overline{O_1A} = \frac{f'_1 \times \overline{O_1A_1}}{f'_1 - \overline{O_1A_1}} =$$

$$= -21364 \text{ mm} = -21,36 \text{ m}$$

2.3



$$\alpha_{min} = 1,5' = \frac{1,5}{60} = 0,025°$$

$$\tan \alpha_{min} = \frac{A'B'}{A'PS} \Rightarrow A'B' = A'PS \times \tan \alpha_{min} = 0,145 \text{ mm}$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{f'_2}{f'_1} \Rightarrow AB = A'B' \frac{f'_1}{f'_2} = 1,16 \text{ mm}$$