



Classe : TS 2

Date : 29 Novembre 2017

DST Mathématiques

Durée : 2 heures

*Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.
Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.*

EXERCICE 1 14.5 points/25

Partie 1 :

Une résidence de vacances propose deux types d'appartements (studio et deux-pièces) à louer à la semaine. L'appartement doit être restitué parfaitement propre en fin de séjour.

Le locataire peut décider de le nettoyer lui-même ou peut choisir l'une des deux formules d'entretien suivantes : la formule Simple (nettoyage de l'appartement en fin de séjour par le personnel d'entretien) ou la formule Confort (nettoyage quotidien du logement durant la semaine et nettoyage complet en fin de séjour par le personnel d'entretien).

Le gestionnaire a constaté que :

- **60%** des locataires optent pour un studio et parmi ceux-ci **20%** ne souscrivent aucune formule d'entretien ;
- La formule Simple a beaucoup de succès : elle est choisie par **45 %** des locataires de Studio et par **55 %** des locataires de deux-pièces ;
- **18 %** des locataires ne souscrivent aucune formule.

On rencontre un résident au hasard.

On considère les événements suivants :

S : « Le résident a loué un studio »

A : « Le résident a souscrit la formule Simple »

B : « Le résident a souscrit la formule Confort »

R : « Le résident n'a souscrit aucune formule d'entretien »

1. Traduire l'énoncé sous forme de probabilités.
2. Quelle est la probabilité que le résident ait loué un deux-pièces ?
3. Calculer $P_S(B)$.
4. a) Calculer $P(R \cap S)$; en déduire $P(R \cap \bar{S})$
b) Le résident a loué un deux-pièces. Montrer que la probabilité qu'il assure lui-même le nettoyage de son appartement est 0,15.
5. Le gestionnaire affirme que près de la moitié des résidents choisit la formule Simple. Présenter les calculs qui justifient son affirmation



Classe : TS 2

Date : 29 Novembre 2017

Partie 2 :

La location d'un studio à la semaine coûte 350 euros, celle d'un deux-pièces 480 euros. La formule Simple coûte 20 euros et la formule Confort 40 euros. Soit L le coût de la semaine (loyer et entretien); il prend différentes valeurs L_i . On désigne par p_i , la probabilité que le coût de la semaine soit égal à L_i .

a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

L_i	350			480		
p_i	0,12					

b) Calculer l'espérance de L . En donner une interprétation.

Partie 3 :

La résidence précédemment étudiée se situe dans une station de ski. Au sein de la société gérant l'ensemble des infrastructures de la station, un stage de formation à l'utilisation d'un nouveau logiciel de gestion a été suivi par 25 % du personnel. Ainsi la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la société ait suivi ce stage est $p = 0,25$.

On choisit au hasard 20 personnes de cette société. On suppose que l'effectif est suffisamment important pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.

1. On note X la variable aléatoire qui, à tout ensemble de 20 personnes ainsi choisies, associe le nombre de personnes ayant suivi le stage.
Quelle est la loi suivie par X ? Justifier votre réponse.
2. Déterminer l'espérance mathématique de X . Interpréter le résultat.
3. Déterminer au millième la probabilité des événements suivants :
 E_1 : « Parmi 20 personnes choisies au hasard, exactement 2 personnes ont suivi le stage »
 E_2 : « Parmi 20 personnes choisies au hasard, au plus une personne a suivi le stage »
 E_3 : « Parmi 20 personnes choisies au hasard, au moins 3 personnes ont suivi le stage »
 E_4 : « Parmi 20 personnes choisies au hasard, moins de 5 personnes ont suivi le stage »
 E_5 : « Parmi 20 personnes choisies au hasard, il y ait entre 3 et 10 personnes ayant suivi le stage »

EXERCICE 2 10.5 points/25

Dans une entreprise, lors d'une intervention sur la sécurité routière, on s'intéresse au taux d'alcool dans le sang. Dans cet exercice, ce taux sera utilisé sans précision de l'unité.

Partie 1 : Taux d'alcool, deux exemples

Le tableau suivant donne les quantités d'alcool contenues dans certaines boissons alcoolisées.



Classe : TS 2

Date : 29 Novembre 2017

Consommation	Quantité d'alcool en g
Un verre de 25 cl de bière	13 g
Un verre de 10 cl de vin	8 g
Une flûte de champagne	8 g
Un verre de 4 cl de whisky	13.2 g
Un verre de 5cl d'apéritif	9 g

Environ une heure après ingestion, on peut estimer le taux d'alcool dans le sang d'une personne, en fonction de son poids P , en kilogrammes, de la quantité d'alcool ingérée Q , en grammes, et d'un coefficient de diffusion K , à l'aide de la formule suivante :

$$T = \frac{Q}{P \times K}$$

On admet que $K = 0,7$ pour les hommes et que $K = 0,6$ pour une femme.

1. À l'aide de la formule, estimer le taux d'alcool dans le sang, environ une heure après ingestion, d'un homme de 75 kg ayant consommé un verre de 25 cl de bière, deux verres de 10 cl de vin et une flûte de champagne.
2. Estimer la quantité d'alcool ingérée par une femme de 55 kg dont le taux d'alcool mesuré est 0,5 une heure après ingestion.

Partie 2 : Résolution d'une équation différentielle

On considère l'équation différentielle (E) : $y' + y = 2e^{-t}$ où y est une fonction de la variable réelle t , définie et dérivable sur l'intervalle $[0,025 ; +\infty[$, et y' la fonction dérivée de la fonction y .

1. Déterminer les solutions sur l'intervalle $[0,025 ; +\infty[$ de l'équation différentielle (H) : $y' + y = 0$
2. Déterminer la valeur du réel a telle la fonction g définie sur l'intervalle $[0,025 ; +\infty[$ par $g(t) = ate^{-t}$ soit une solution particulière de l'équation différentielle E.
3. En déduire la solution générale de l'équation différentielle E.
4. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle E qui vérifie $f(0,025) = 0$

Partie 3 : Lectures graphiques

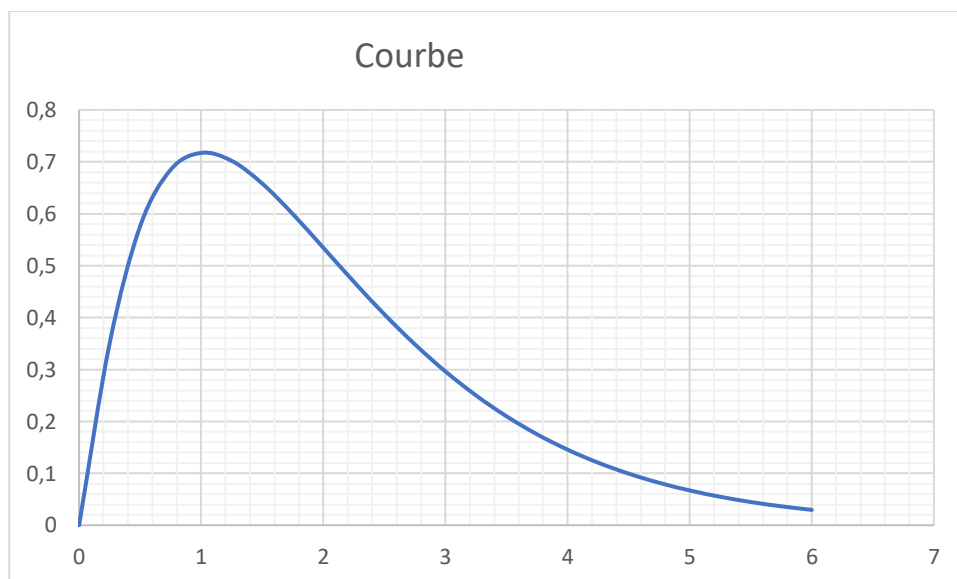
Une personne a ingéré une certaine quantité d'alcool. On s'intéresse à l'évolution du taux d'alcool dans le sang de cette personne, en fonction du temps t , en heures. Compte tenu du délai d'absorption par l'organisme, le taux d'alcool dans le sang de cette personne est donné par la fonction f définie sur $[0,025 ; +\infty[$ par $f(t) = (2t - 0.05)e^{-t}$

La représentation graphique C de la fonction f dans un repère orthogonal est fournie ci-dessous.



Classe : TS 2

Date : 29 Novembre 2017



1. Déterminer, à l'aide du graphique ci-dessus, pendant combien de temps le taux d'alcool dans le sang de cette personne reste supérieur à 0,5.
2. Déterminer, à l'aide du graphique, à quel instant le taux est maximum et donner ce maximum.

Partie 4 : Étude d'une fonction

1. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f . Calculer $f'(t)$
2. Étudier le signe de $f'(t)$ et les variations de la fonction f .
3. En déduire la valeur exacte du maximum de la fonction f .
4. Démontrer que la fonction F définie par $F(t) = (-2t - 1,95)e^{-t}$ est une primitive de la fonction f sur $[0,025 ; +\infty[$.
5. Donner le taux d'alcool moyenne entre 2 et 4 heures.