Ex 1

$$f(x) = e^{2x} + e^{x} - x - 2 \qquad D_f = \mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$$

1. $$f(x) = e^{x}\left(e^{x} + 1 - \frac{x}{e^{x}} - \frac{2}{e^{x}}\right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \left(\lim_{x \to +\infty} e^{x}\right)\left(\lim_{x \to +\infty}\left(e^{x} + 1 - \frac{x}{e^{x}} - \frac{2}{e^{x}}\right)\right) =$$

$$= (+\infty)(+\infty + 1 - 0 - 0) =$$

$$= (+\infty)(+\infty) = +\infty$$

2. $$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0 + 0 - (-\infty) - 2 = +\infty - 2 = +\infty$$

3. $$f(x) - (-x-2) = e^{2x} + e^{x} - x - 2 - (-x-2) = e^{2x} + e^{x}$$

$$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (-x-2)] = \lim_{x \to +\infty} [e^{2x} + e^{x}] = +\infty + \infty = +\infty$$

Donc la droite D n'est pas asymptote en $+\infty$.

$$\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (-x-2)] = \lim_{x \to -\infty} [e^{2x} + e^{x}] = 0 + 0 = 0$$

Donc la droite D est asyemptote en $-\infty$.

4. Etude de signe de $f(x) - (-x-2) = e^{2x} + e^{x}$

$e^{2x} + e^{x}$ est positif sur $\mathbb{R}$.

Donc $f(x) - (-x-2) > 0$ sur $\mathbb{R} \Rightarrow C > D$

Alors la courbe C est au-dessus de D.

Ex 2

$$f(x) = 2\left(e^x+1\right)\left(e^x - \frac{1}{2}\right)$$

2 est positif ; e^x+1 est positif.

$e^x - \frac{1}{2} > 0 \iff e^x > \frac{1}{2} \iff x > \ln\frac{1}{2}$

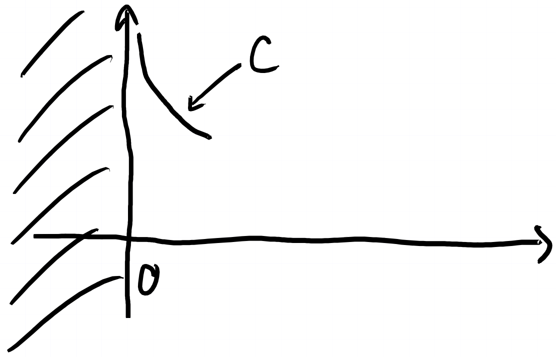
x	$-\infty$		$\ln\frac{1}{2}$		$+\infty$
2			$+$		
e^x+1			$+$		
$e^x - \frac{1}{2}$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Ex 3

$$f(x) = x^2 - 1 - \ln(x) \qquad D_f =]0;+\infty[$$

1. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0 - 1 - (-\infty) = -1 + \infty = +\infty$

2. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$ donc $x = 0$ est asymptote verticale.



3. $f(x) = x\left(x - \frac{1}{x} - \frac{\ln(x)}{x}\right)$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = (+\infty)\left(+\infty - 0 - 0\right) = +\infty$

Ex 4

$$f(x) = (2x-1)e^{2x}$$

$2x - 1 > 0 \iff 2x > 1 \iff x > \frac{1}{2}$

e^{2x} est positif.

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
$2x-1$		$-$	0	$+$	
e^{2x}			$+$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Ex 5

$$f(x) = (e^{2x}-2)(e^{2x}+1) \qquad D_f = \mathbb{R}$$

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = (+\infty - 2)(+\infty + 1) = (+\infty)(+\infty) = +\infty$

2. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = (0-2)(0+1) = (-2)(1) = -2$

3. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -2$ donc $y = -2$ est asymptote horizontale en $-\infty$.

Ex 6

$$f(x) = 2e^{2x}(2e^{2x}-1)$$

2 est positif ; e^{2x} est positif.

$2e^{2x}-1>0 \iff e^{2x}>\frac{1}{2} \iff 2x > \ln\frac{1}{2} \iff x > \frac{\ln 1/2}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{\ln 1/2}{2}$	$+\infty$
2	+		+
e^{2x}	+		+
$2e^{2x}-1$	$-$	0	+
$f(x)$	$-$	0	+

Ex 7

$$\ln(2-x) < \ln(3)$$

Ensemble de définition :

$2-x>0 \iff -x>-2 \iff x<2 \quad D =]-\infty; 2[$

Solution : $2-x<3 \iff -x<1 \iff x>-1$

$$S =]-1; 2[$$

Ex 8

$e^{2x}-4e^{x}<0 \iff \cancel{e^x}(e^x-4)<0 \iff e^x-4<0$

$\iff e^x<4 \iff x<\ln 4 \quad S =]-\infty; \ln 4[$

Ex 9

$$\ln(x^2) = \ln(2) + \ln(x+1)$$

Ensemble de définition :

$$x^2 > 0 \iff x \neq 0$$

$$x+1 > 0 \iff x > -1$$

$$D =]-1;0[\cup]0;+\infty[$$

Solution : $\ln(x^2) = \ln(2(x+1))$

$$x^2 = 2x + 2$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 4 + 8 = 12$$

$$x_1 = \frac{-(-2) - \sqrt{12}}{2} = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} = 1 - \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-(-2) + \sqrt{12}}{2} = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} = 1 + \sqrt{3}$$

$$S = \{1 - \sqrt{3} ; 1 + \sqrt{3}\}$$

Ex 10

$$e^{4x} - 2e^{3x} = 0 \iff \cancel{e^{3x}}(e^x - 2) = 0 \iff e^x - 2 = 0$$

$$\iff e^x = 2 \iff x = \ln 2 \qquad S = \{\ln 2\}$$

Ex 11

1. $1995 \leadsto 360$; $2005 \leadsto 380$

2. $g(x) \to$ concentration $x \to$ année

a. La courbe est très proche d'une droite.

b. Arnold : $g(1995) = 2 \times 1995 - 3630 = 360$
$g(2005) = 2 \times 2005 - 3630 = 380$ $\Rightarrow$ Oui

Billy : $g(1995) = 2 \times 1995 - 2000 = 1990 \Rightarrow$ Non

Donc Arnold.

c. $g(x) = 450 \Rightarrow 2x - 3630 = 450 \Rightarrow x = 2040$.