Ex 1

$$f(x) = e^{2x} + e^{x} - x - 2 \qquad D_f = \mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$$

1. $$f(x) = e^{x}\left(e^{x} + 1 - \frac{x}{e^{x}} - \frac{2}{e^{x}}\right)$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \left(\lim_{x\to+\infty} e^{x}\right)\left(\lim_{x\to+\infty}\left(e^{x}+1-\frac{x}{e^{x}}-\frac{2}{e^{x}}\right)\right)$$

$$= (+\infty)\left(+\infty + 1 - 0 - 0\right) =$$

$$= (+\infty)(+\infty) = +\infty$$

2. $$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0 + 0 - (-\infty) - 2 = +\infty - 2 = +\infty$$

3. $$\lim_{x\to+\infty}\left(e^{2x}+e^{x}-x-2-(-x-2)\right) =$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(e^{2x}+e^{x}\right) = +\infty + \infty = +\infty \Rightarrow \underline{\text{NON}}$$

Donc, la droite D n'est pas asymptote en $+\infty$.

$$\lim_{x\to-\infty}\left(e^{2x}+e^{x}-x-2-(-x-2)\right) =$$

$$= \lim_{x\to-\infty}\left(e^{2x}+e^{x}\right) = 0 + 0 = 0 \Rightarrow \text{Oui}$$

Donc, la droite D est asymptote en $-\infty$.

4. Étude de signe de : $f(x) - (-x-2) = e^{2x} + e^{x}$

$e^{2x} + e^{x}$ est toujours positif sur $\mathbb{R}$.

Donc $f(x) - (-x-2) > 0$ sur $\mathbb{R}$.

Alors, C est au-dessus de D.

<u>Ex 2</u>

$$f(x) = 2\left(e^{x}+1\right)\left(e^{x}-\frac{1}{2}\right) \qquad D_f = \mathbb{R}$$

2 est positif ; $e^{x}+1$ est positif.

$e^{x} - \frac{1}{2} > 0 \iff e^{x} > \frac{1}{2} \iff x > \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

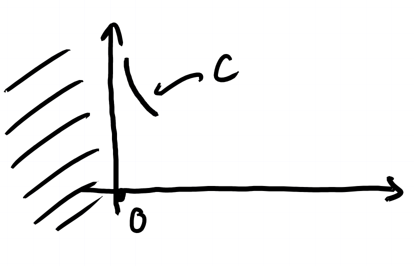
x	$-\infty$		$\ln\frac{1}{2}$		$+\infty$
2			$+$		
$e^{x}+1$			$+$		
$e^{x}-\frac{1}{2}$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	

<u>Ex 3</u>

$$f(x) = x^{2} - 1 - \ln(x) \qquad D_f =]0 ; +\infty[$$

1. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0 - 1 - (-\infty) = -1 + \infty = +\infty$

2. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = +\infty$ donc $x = 0$ est asymptote verticale



3. $f(x) = x\left(x - \frac{1}{x} - \frac{\ln(x)}{x}\right)$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = (+\infty)\left(+\infty - 0 - 0\right) = +\infty$$

Ex 4

$$f(x) = (2x-1)\,e^{2x} \qquad D_f = \mathbb{R}$$

$2x - 1 > 0 \iff 2x > 1 \iff x > \frac{1}{2}$

e^{2x} est positif sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
$2x-1$		$-$	0	$+$	
e^{2x}			$+$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Ex 5

$$f(x) = \left(e^{2x} - 2\right)\left(e^{2x} + 1\right) \qquad D_f = \mathbb{R}$$

1. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \left(+\infty - 2\right)\left(+\infty + 1\right) = (+\infty)(+\infty) = +\infty$

2. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \left(0 - 2\right)\left(0 + 1\right) = (-2)(1) = -2$

3. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -2$, donc $y = -2$ est asymptote horizontale en $-\infty$.

Ex 6

$$f(x) = 2e^{2x}(2e^{2x}-1) \qquad D_f = \mathbb{R}$$

2 est positif ; e^{2x} est positif

$2e^{2x}-1>0 \iff e^{2x}>\frac{1}{2} \iff 2x>\ln\frac{1}{2} \iff x>\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$		$+\infty$
2			$+$		
e^{2x}			$+$		
$2e^{2x}-1$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Ex 7

$$\ln(2-x) < \ln(3)$$

Ensemble de définition :

$2-x>0 \iff -x>-2 \iff x<2 \Rightarrow D =]-\infty; 2[$

Solution : $2-x<3$

$-x<1 \iff x>-1 \qquad S =]-1; 2[$

Ex 8

$e^{2x}-4e^{x}<0 \iff e^{x}(e^{x}-4)<0 \iff e^{x}-4<0$

$e^{x}<4 \iff x<\ln 4$

$$S =]-\infty; \ln 4[$$

Ex 9

$$\ln(x^2) = \ln(2) + \ln(x+1)$$

Ensemble de définition:

$x^2 > 0 \iff x \neq 0$

$x+1 > 0 \iff x > -1$

$\Rightarrow D =]-1;0[\cup]0;+\infty[$

Solution: $\ln(x^2) = \ln(2(x+1))$

$$x^2 = 2(x+1)$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 4 + 8 = 12$$

$$x_1 = \frac{-(-2) - \sqrt{12}}{2} = \frac{2 - \sqrt{12}}{2} = 1 - \sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-(-2) + \sqrt{12}}{2} = \frac{2 + \sqrt{12}}{2} = 1 + \sqrt{3}$$

$$S = \{1 - \sqrt{3} ; 1 + \sqrt{3}\}$$

Ex 10

$$e^{4x} - 2e^{3x} = 0 \iff e^{3x}(e^x - 2) = 0$$

$$\iff e^x - 2 = 0 \iff e^x = 2 \iff x = \ln 2$$

$$S = \{\ln 2\}$$

Ex 11

1. 1995 $\rightsquigarrow$ 360 ; 2005 $\rightsquigarrow$ 380

2. $x \to$ année $g(x) \to$ concentration

2a. La courbe est très proche d'une droite.

2b. Arnold : $g(x) = 2x - 3630$

$g(1995) = 2 \times 1995 - 3630 = 360$

$g(2005) = 2 \times 2005 - 3630 = 380$

Billy : $g(x) = 2x - 2000$

$g(1995) = 2 \times 1995 - 2000 = 1990 \Rightarrow$ NON

Donc l'expression qui modélise le mieux l'évolution de la concentration est celle d'Arnold.

2c. $g(x) = 450 \Rightarrow 2x - 3630 = 450 \Leftrightarrow x = \underline{2040}$.