

# Inéquations et tableaux de signes

## Résolution d'une inéquation du deuxième degré

Une inéquation du deuxième degré est une inéquation dont la forme développée contient des termes en  $x^2$ , des termes en  $x$  et des nombres.

### Méthode

Pour résoudre une inéquation du deuxième degré :

1. On passe les termes à gauche du  $=$  afin d'avoir 0 à droite.
2. On [factorise](#) l'expression de gauche.
3. On fait un tableau de signes.
4. On lit les solutions sur la dernière ligne du tableau.

## Tableau de signes

Résolution de l'inéquation  $(2x-2)(4x+16)>0$ .

### Méthode

- **1. On étudie le signe** de  $2x-2$  en fonction de  $x$  et celui de  $4x+16$  en fonction de  $x$ .  
Pour cela, on cherche les valeurs de  $x$  pour lesquelles ces expressions sont positives.

$$\begin{array}{ll} 2x-2 > 0 & 4x+16 > 0 \\ 2x > 2 & 4x > -16 \\ x > 1 & x > -4 \end{array}$$

Donc  $2x-2>0$  lorsque  $x>1$  et  $4x+16>0$  lorsque  $x>-4$ .

Rappel :  $<$  se lit "plus petit que" et  $>$  se lit "plus grand que".

Remarque : on pourrait aussi chercher les valeurs de  $x$  pour lesquelles ces expressions sont négatives.

- **2. On dessine** un tableau comme ci-dessous en faisant apparaître les valeurs pour lesquelles les expressions  $2x-2$  et  $4x+16$  sont égales à zéro ( $-4$  et  $1$ ).

valeurs de $x$	$-\infty$	$-4$	$1$	$+\infty$
signe de $2x-2$				
signe de $4x+16$				
signe de $(2x-2)(4x+16)$				

- **3. On complète les premières lignes** en inscrivant des "-" si l'expression est négative pour les valeurs de  $x$  qui figurent au-dessus, des "+" le cas échéant, et un zéro sur la barre verticale correspondant à la valeur qui annule l'expression. Nous avons besoin des résultats de l'étape 1.

x	$-\infty$	- 4	1	$+\infty$
signe de $2x - 2$	—	—	○	+
signe de $4x + 16$	—	○	+	+
signe de $(2x-2)(4x+16)$				

- **4. On remplit la dernière ligne** en effectuant sur chaque colonne le produit des signes des deux expressions en respectant les règles des signes pour un produit.

x	$-\infty$	- 4	1	$+\infty$
signe de $2x - 2$	—	—	○	+
signe de $4x + 16$	—	○	+	+
signe de $(2x-2)(4x+16)$	+	○	—	+

- **5. On lit les solutions** en regardant la première et la dernière ligne du tableau.

On cherchait les solutions de  $(2x-2)(4x+16)>0$ .

$(2x-2)(4x+16)>0$  (+) lorsque x est strictement plus petit que -4 et lorsque x est strictement plus grand que 1.

Les solutions sont donc :

$$S = ]-\infty; -4[ \cup ]1; +\infty[$$

On souhaite résoudre l'inéquation  $(18 - 6x)(x + 7) > 0$ .

## Le cas des quotients

Les tableaux de signes permettent aussi de résoudre des inéquations dans lesquelles apparaissent un quotient, par exemple  $\frac{3x-9}{x+5} \leq 0$ .

On utilise la même méthode que pour les produits, mais à l'étape 4, on place une double barre sur la dernière ligne pour les valeurs de x pour lesquelles il y a une division par zéro. Comme une division par zéro est impossible, il faudra retirer ces valeurs de l'ensemble des solutions.

### Exemple

x	$-\infty$	- 5	3	$+\infty$
signe de $3x - 9$	—	—	○	+
signe de $x + 5$	—	○	+	+
signe du quotient	+		—	+

$$S = ]-5; 3]$$

## Et avec encore plus de lignes !

Dernier exemple avec la résolution de l'inéquation  $\frac{(-2x-2)(2x-10)}{-9x-81} \geq 0$   
On utilise toujours la même méthode.

$$\begin{array}{lll} -2x-2 > 0 & 2x-10 > 0 & -9x-81 > 0 \\ -2x > 2 & 2x > 10 & -9x > 81 \\ \frac{-2x}{-2} < \frac{2}{-2} & \frac{2x}{2} > \frac{10}{2} & \frac{-9x}{-9} < \frac{81}{-9} \\ x < -1 & x > 5 & x < -9 \end{array}$$

x	$-\infty$	-9	-1	5	$+\infty$
$-2x-2$	+	+	○	-	-
$2x-10$	-	-	-	○	+
$-9x-81$	+	○	-	-	-
$\frac{(-2x-2)(2x-10)}{-9x-81}$	-		+	○	+

$$S = ]-9;-1] \cup [5;+\infty[$$

### Exercice 1

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $(x-2)(x+4) \geq 0$ ?

### Exercice 2

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $(x+4)(5-x)(-x+6) \geq 0$ ?

### Exercice 3

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $\frac{1}{x} > 2$ ?

### Exercice 4

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $\frac{(x-1)(x-5)}{16-8x} \geq 0$ ?

### Exercice 5

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $\frac{x^2-7}{x} \geq 0$ ?

### Exercice 6

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $(x-7)(x+1) + (x-7)(x-1) \geq 0$ ?

### Exercice 7

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $(x+2)^2 - (x+2)(2x+9) \geq 0$ ?

### Exercice 8

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $\frac{1}{x^2+x} \geq 0$ ?

### Exercice 9

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $(3x-2)^2 + 2(3x-2) \leq x^2$ ?

### Exercice 10

Quelles sont les solutions de l'inéquation  $\frac{x^2+4x+4}{x^2-9} \leq 0$ ?