Classe : TS1
Date : Février 2020

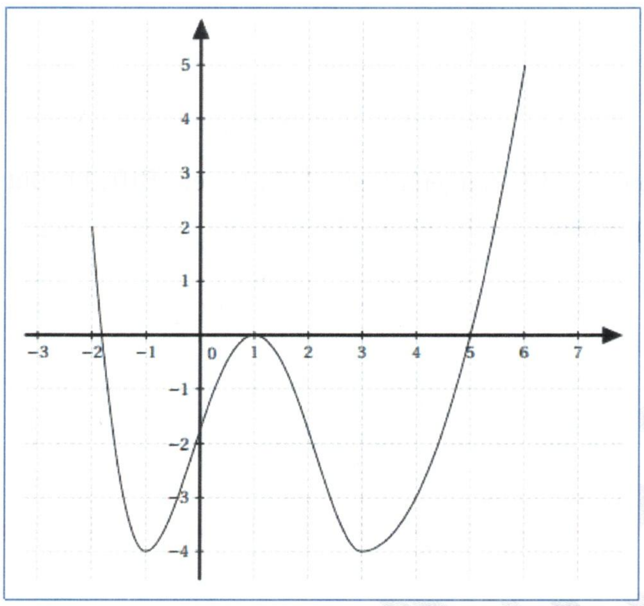
DST Mathématiques

Durée: 1h 30min

Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.
Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.

Exercice 1 *(3 points/20)*

On considère une fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
2. Déterminer le tableau de variation de la fonction f .
3. Préciser le minimum et le maximum de f sur D_f .

Exercice 2 *(5 points/20)*

On considère une fonction f dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		-2		3		10		16		25		$+\infty$
f		↗	-2	↘	-15	↗	0	↗	$\frac{13}{7}$	↘	0	↘	

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2. a. Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty;10]$?
   b. Quel est le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]-\infty;10]$?
3. a. Quel est le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$?
   b. En déduire le nombre de solution de l'équation $f(x)=2$.

Classe : TS1
Date : Février 2020

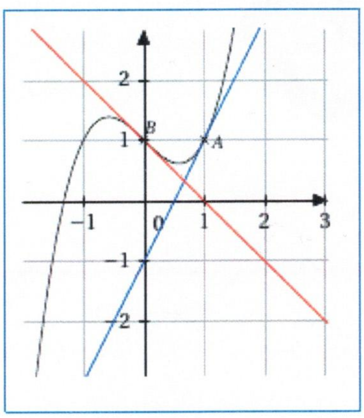
Exercice 3 *(4 points/20)*

Dans chacun des cas, calculer $f'(x)$ en précisant l'ensemble de définition de f

1. $f(x)=4x^3-5x^2+x-1$
2. $f(x)=(x^2+1)(x^3-2x)$
3. $f(x)=\dfrac{2x^2-3}{x^2-7}$
4. $f(x)=-x+2+\dfrac{2}{3x}$

Exercice 4 *(2 points/20)*

Voici la représentation graphique d'une fonction f. Les tangentes en $A(1;1)$ et $B(0;1)$ ont également été représentées. Déterminer graphiquement $f'(0)$ et $f'(1)$.



Exercice 5 *(6 points/20)*

On considère la fonction définie sur $]-\infty;0]\cup[0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{-x^2+2x-1}{x}$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f.
3. Déterminer les abscisses des points de C où la tangente :
   a. est horizontale
   b. admet un coefficient directeur égal à 3.
4. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse -2.
5. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C avec les axes du repère.

Correction DST Maths TS1/TOP1 Février 2020

Exercice 1 :

1. $D_f = [-2 ; 6]$

2.

x	-2		-1		1		3		6
f	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	5

3. Le minimum est -4 atteint pour $x = -1$ et $x = 3$.
   Le maximum est 5 atteint pour $x = 6$.

Exercice 2 :

1. $D_f =]-\infty ; +\infty[$

2. a. Le maximum sur $]-\infty ; 10]$ est 0 atteint pour $x = 10$
   b. Le signe de f est negatif sur $]-\infty ; 10]$. f est zéro pour $x = 10$.

3. a. Le maximum de f sur $\mathbb{R}$ est $\frac{13}{7}$ atteint pour $x = 16$.
   b. Pas de solutions.

Exercice 3 :

1. $D_f = \mathbb{R}$ $\quad f'(x) = 12x^2 - 10x + 1$
2. $D_f = \mathbb{R}$ $\quad f'(x) = 5x^4 - 3x^2 - 2$
3. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{7} ; \sqrt{7}\}$ $\quad f'(x) = -\frac{22x}{(x^2-7)^2}$
4. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $\quad f'(x) = -1 - \frac{2}{3x^2}$

Exercice 4 :

$f'(0) = -1$ $\quad f'(1) = 2$.

Exercice 5 :

1. $f'(x) = \frac{1}{x^2} - 1 = \frac{1-x^2}{x^2}$

2.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
f		$\searrow$	4	$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$	0	$\searrow$	

3. a. $x = -1$ et $x = 1$

b. $\frac{1}{x^2} - 1 = 3 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ et $x = \frac{1}{2}$

4. T: $y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$

$$y = -\frac{3}{4}(x+2) + \frac{9}{2}$$

$$y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2} + \frac{9}{2} \Rightarrow \text{T: } y = -\frac{3}{4}x + 3$$

5. Intersection avec l'axes des abscisses:

$$\begin{cases} y = \frac{-x^2+2x-1}{x} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Intersection avec l'axes des ordonnées

$$\begin{cases} y = \frac{-x^2+2x-1}{x} \\ x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$ est une valeur interdite

$\Rightarrow$ pas d'intersections.