Exercice 1

Partie A

1° D'après la calculatrice, $r = 0,999$ un ajustement affine de cette série est pertinente car r est proche de 1

2° A l'aide de la calculatrice, $z = 0,301x + (-2,945)$

donc $z = 0,301x - 2,945$

3° $z = \ln\left(\frac{y}{200-y}\right)$ et $z = 0,301x - 2,945$

donc $e^{z} = \frac{y}{200-y} \Rightarrow e^{0,301x-2,945} = \frac{y}{200-y}$

$(200-y)\, e^{0,301x-2,945} = y$

$200e^{0,301x-2,945} - ye^{0,301x-2,945} = y$

$200e^{0,301x-2,945} = y + ye^{0,301x-2,945}$

On factorise pour isoler y

$200e^{0,301x-2,945} = y(1 + e^{0,301x-2,945})$

$y = \frac{200e^{0,301x-2,945}}{1+1e^{0,301x-2,945}}$

pour le mois de mai 2016, $x = 28$ d'après le tableau

donc $z = 5,483$.

$y = 200e^{5,483} / 1 + 1e^{5,483}$

$y = 199,17$

Donc le premier du mois de mai 2016, il y a 199 verres fabriqués (en centaines). $199 \times 100 = 19\,900$ verres

TS2 Eliane Page 2

Partie B

$$f(x) = \frac{200}{1+19e^{-0,3x}}$$

1° $f'(x) = 1140 \dfrac{e^{-0,3x}}{(19e^{-0,3x}+1)^2}$

$e^{-0,3x} > 0$ et $19e^{-0,3x} + 1 > 0$ sur $[0;+\infty[$

de plus $1140 > 0$ donc la fonction est croissant sur $[0;+\infty[$

2°a. lim = 200 c'est à dire qu'elle se rapproche de 0 sans le toucher

2°b. La valeur moyenne de $[0;24]$, $\frac{1}{24}\int_0^{24} f(x)\,dx$

$\frac{1}{24}\left[f(x)\right]_0^{24} = \frac{1}{24}\left[f(24) - f(0)\right]$

avec $\frac{1}{24} \times 2812,235 = 117,18$

3°a. D'après le tableau, la limite est de 200. Donc l'entreprise ne peut donc pas envisager d'atteindre un niveau de production de 250 centaines de verre par jour.

3°b. Sur les 24 mois, le nombre moyen de verres est $117,18 \times 100 = 11\,718$ verres fabriqués par jours

TS2 Eliane Page 3

Partie C

$u_0 = 120$

$u_{n+1} = 0,98 u_n + 6$

1°. Soit u_0 est le nombre de client en janvier donc u_1 désigne le nombre en février et u_2 en mars.

$u_1 = 0,98 \times 120 + 6 = 123,6 = 124$

$u_2 = 0,98 \times 124 + 6 = 127,52 = 128$

donc au mois de mars, il y a 128 clients estimer

2°. L'algorithme 4 réalise cet objectif

3° $v_0 = 300 - u_0 = 180$ $\qquad v_n = 300 - u_n$.

a. Suite géometrique $v_{n+1} = q \times v_n$

ici $v_{n+1} = 300 - u_{n+1}$

$v_{n+1} = 300 - (0,98 u_n + 6) = 294 - 0,98 u_n$

Or $u_n = 300 - v_n$

donc $v_{n+1} = 294 - 0,98(300 - v_n)$

$= 294 - 294 + 0,98 v_n$

$v_{n+1} = 0,98 v_n$ Suite géometrique de raison 0,98.

b. Déduire $u_n = 300 - 180 \times 0,98^n$

avec $u_n = 300 - v_n$ $\qquad$ le premier terme $v_0 = 180$

avec $v_n = 180 \times 0,98^n$

donc $u_n = 300 - 180 \times 0,98^n$.

TS2 Eliane Page 4

c. limite de la suite (u_n)

$u_n = 300 - 180 \times 0{,}98^{n}$

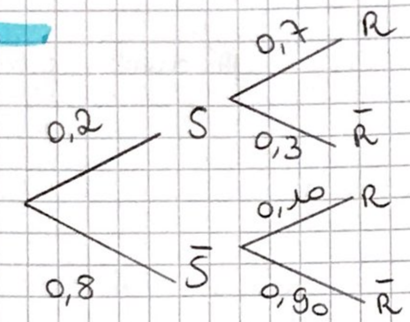
$\lim\limits_{x \to +\infty} = 300 - 180 \times 0{,}98^{10^9} = 300$

Le nombre de client se limitera à 300 au bout d'un certain temps

Exercice 2

Partie A

1°



2°. $P(S \cap R) = 0{,}2 \times 0{,}7 = 0{,}14$

3° $P(R) = P(S \cap R) + P(\bar{S} \cap R) = 0{,}14 + (0{,}8 \times 0{,}10)$

$= 0{,}14 + 0{,}08 = 0{,}22$

$P(R) = 0{,}22$

4° $P_R(S) = P(S \cap R) / P(R) = \dfrac{0{,}14}{0{,}22} = 0{,}636$

TS2 Eliane Page 5

Partie B

1°. La variable aléatoire X suit une loi binomiale. Il y a 100 prélèvements élémentaire et indépendantes avec remise. Le succès est $p = 0,45$ et l'échec est $q = 1 - p = 1 - 0,45 = 0,55$

La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètre $n = 100$ et $p = 0,45$.

2° a/ D'après le tableau, $P(X = 50) = 0,048$ (arrondi 10^{-3})

b/ $P(X \leq a) \geqslant 0,975$ à l'aide de InvBin sur la calculatrice.

on a $x\text{Inv} = 55$

donc $P(X \leq 55) \geqslant 0,975$ $a = 55$

3°. Norm $(45 ; 4,975)$

a. μ (moyenne) $= n \times p = 0,45 \times 100 = 45$

$\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{45(1-0,45)} = 4,975$

b. $P(Z \geqslant 49,5)$ avec la calculatrice

lower : 49,5

upper : 10^9

on a $P(Z \geqslant 49,5) = 0,183$

Partie C

loi de poisson $\lambda = 6$.

1°. $P(X=4) = 0{,}134$.

2° $P(X>2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0{,}062 = 0{,}938$

Partie D

$n = 150$.

1° = $p = \frac{135}{150} = 0{,}90$

2° niveau de confiance 95% donc $\alpha = 0{,}05$ $u_\alpha = 1{,}96$.

$$I = \left[0{,}90 - 1{,}96 \times \sqrt{\frac{0{,}9 \times (1-0{,}9)}{150}} \; ; \; 0{,}90 + 1{,}96 \times \sqrt{\frac{(0{,}9 \times 0{,}1)}{150}}\right]$$

$I = [0{,}852 ; 0{,}948]$

$I = [0{,}85 ; 0{,}95]$

3°. Le niveau de confiance est 95%. donc il n'est pas certain que p appartienne à l'intervalle. Il est certaine au niveau de confiance 100 %.