B. Loi binomiale et loi de Poisson

Les verres sont ensuite ébauchés.
On admet qu'après cet usinage, 1 % des verres ont un défaut de courbure.
On prélève au hasard 500 verres ébauchés. La production est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 500 verres.
On considère la variable aléatoire X qui, à chaque prélèvement de ce type, associe le nombre de verres qui ont un défaut de courbure.

1° a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.

b) Calculer $P(X = 5)$.

c) Calculer la probabilité que le nombre de verres ayant un défaut de courbure soit strictement inférieur à 4 dans un tel prélèvement.

2° On admet que la loi de la variable aléatoire X peut être approchée par une loi de Poisson.

a) Déterminer le paramètre μ de cette loi de Poisson.

b) On note Y une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre μ où μ est la valeur obtenue au a).
Calculer $P(Y \leq 3)$.

D. Événements indépendants

En fin de processus, les verres sont contrôlés.
On a contrôlé la qualité de la production d'une journée et on a constaté que 5 % des verres ont un défaut de diamètre et que 8 % des verres ont un défaut d'épaisseur.
On prélève un verre au hasard dans cette production.
On note D l'événement : « le verre prélevé présente un défaut de diamètre ».
On note E l'événement : « le verre prélevé présente un défaut d'épaisseur ».
On admet que $P(D) = 0{,}05$ et $P(E) = 0{,}08$ et que les événements D et E sont indépendants.

1° Calculer $P(D \cap E)$.

2° Calculer la probabilité que le verre contrôlé ait au moins un des deux défauts.

3° Calculer la probabilité que le verre contrôlé n'ait aucun des deux défauts.

B. Loi binomiale et loi de Poisson

1°) a)

- On considère une épreuve de Bernoulli, qui consiste à prélever un seul verreavec :
  Succès : le verre prélevé a un défaut de courbure, de probabilité $p = 0,01$
  Échec : l'évènement contraire.
- On répète 500 fois cette épreuve de façon identique et indépendante car tirage avec remise.
- La variable aléatoire X compte le nombre de succès obtenus.
- Donc la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 500$ et $p = 0,01$.

b) $P(X = 5) \cong 0,176$
c) $P(X < 4) = P(X \leq 3) \cong 0,264$

2°)
a) $\mu = np = 500 \times 0,01 = 5$
b) $P(Y \leq 3) \cong 0,265$

D. Évènements indépendants

1°) $P(D \cap E) = P(D) \times P(E)$ car les évènements sont indépendants

$= 0,05 \times 0,08 = 0,004$

2°) $P(D \cup E) = P(D) + P(E) - P(D \cap E)$

$= 0,05 + 0,08 - 0,004 = 0,126$

3°) La probabilité que le verre contrôlé n'ait aucun défaut est :

$P(\overline{D \cup E}) = 1 - P(D \cup E) = 1 - 0,126 = 0,874.$