

Ex 7

$$y' - 2y = 0$$

$$f(0) = 2$$

1) $a = 1$ $b = -2$

Les solutions sont $y_0(x) = K e^{2x}$, $K \in \mathbb{R}$

2) Déterminer la fonction $f(x)$
solution de l'équation
tels que $f(0) = 2$

$$f(x) = K e^{2x} \Rightarrow f(0) = K e^0 = K$$

$$\text{mais } f(0) = 2 \Rightarrow K = 2$$

$$\text{Donc } f(x) = 2 e^{2x}$$

Ex 8

$$y' + y = 0$$

$$f(-1) = 3$$

les solutions sont $y_0(x) = K e^{-x}$, $K \in \mathbb{R}$

$f(x)$ est une solution donc

$$f(x) = K e^{-x}$$

$$f(-1) = 3 \Rightarrow K e^{-(-1)} = 3$$

$$K e^1 = 3$$

$$K e = 3$$

$$K = \frac{3}{e}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } f(x) &= \frac{3}{e} e^{-x} = 3 e^{-1} e^{-x} = \\ &= 3 e^{-x-1} \end{aligned}$$

Ex 9

$$5y' - y = x$$

1. Vérifier que $f(x) = -x - 5$ est une solution.

Si $f(x)$ est solution alors $5f' - f = x$

$$f' = -1 \quad f = -x - 5$$

$$5 \times (-1) - (-x - 5) = -5 + x + 5 = x$$

Donc $f(x) = -x - 5$ est bien une solution.

2. Déterminer la fonction g solution telle que $g(a) = 1$

$$\text{I) } 5y' - y = 0$$

$$\Rightarrow y_0(x) = K e^{\frac{1}{5}x}, \quad K \in \mathbb{R}$$

II) $f(x) = -x - 5$ est une solution

III) les solutions sont :

$$y(x) = K e^{\frac{1}{5}x} - x - 5$$

IV) g est solution donc

$$g(x) = K e^{\frac{1}{5}x} - x - 5$$

et $g(0) = 1$ alors

$$K e^0 - 0 - 5 = 1$$

$$K - 5 = 1 \Rightarrow K = 6$$

$$\text{Donc } g(x) = 6 e^{\frac{1}{5}x} - x - 5$$