1. $f(x) = \dfrac{-x^2+2x-1}{x} = \dfrac{-x^2}{x} + \dfrac{2x}{x} - \dfrac{1}{x} =$

$= -x + 2 - \dfrac{1}{x}$

Donc $a = -1$ $b = 2$ $c = -1$

2ème méthode:

$f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x} = \dfrac{ax \times x + b \times x + c}{x} =$

$= \dfrac{ax^2 + bx + c}{x}$

Donc $a = -1$ $b = 2$ $c = -1$

2. $f(x) = -x + 2 - \dfrac{1}{x}$

$f'(x) = -1 + 0 - \left(-\dfrac{1}{x^2}\right) = -1 + \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{-x^2+1}{x^2}$

2ème méthode:

$f(x) = \dfrac{-x^2+2x-1}{x} = \dfrac{u}{v}$ $u = -x^2+2x-1$ $v = x$

$u' = -2x+2$ $v' = 1$

$f'(x) = \dfrac{u'v - uv'}{v^2} = \dfrac{(-2x+2)x - (-x^2+2x-1)1}{x^2} =$

$$= \frac{-2x^2 + \cancel{2x} + x^2 - \cancel{2x} + 1}{x^2} = \frac{-x^2+1}{x^2}$$

3. Étude de signe de f' sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

__Num :__ $-x^2+1$ $\quad a = -1$ $\quad b = 0$ $\quad c = 1$

$$\Delta = 0^2 - 4 \times (-1) \times 1 = 4 > 0$$

$- \quad + \quad -$

$$x_1 = \frac{0-2}{-2} = 1$$

$$x_2 = \frac{0+2}{-2} = -1$$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$-x^2+1$		$-$	0	$+$	0	$-$	

__Den :__ x^2 $\quad a = 1$ $\quad b = 0$ $\quad c = 0$

$$\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times 0 = 0$$

$$x_1 = -\frac{0}{2} = 0 \quad \underline{\text{V.I.}}$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^2		$+$	$\Vert$	$+$	

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$-x^2+1$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
x^2		$+$		$+$	$\Vert$	$+$		$+$	
f'		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
f		$\searrow$	$f(-1)$	$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	

$f(-1) = 4 \qquad f(1) = 0$

4. a. tangente horizontale → coefficient directeur est zéro

$$\downarrow$$

$$f'(x) = 0$$

Donc $\dfrac{-x^2+1}{x^2} = 0 \iff -x^2+1=0$ $\boxed{x=0 \text{ V.I.}}$

$$S = \{-1 ; 1\}$$

b. $f'(x) = 3$

$\dfrac{-x^2+1}{x^2} = 3 \iff -x^2+1 = 3x^2$ $\boxed{x=0 \quad \text{V.I.}}$

$$-4x^2+1 = 0$$

$$a=-4 \quad b=0 \quad c=1$$

$$\Delta = 0^2 - 4\times(-4)\times 1 = 16$$

$$x_1 = \frac{0-4}{-8} = \frac{1}{2} \qquad x_2 = \frac{0+4}{-8} = -\frac{1}{2}$$

$$S = \left\{-\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right\}$$

5. T : $y = f'(-2)(x-(-2)) + f(-2)$

$$f'(-2) = \frac{-(-2)^2+1}{(-2)^2} = \frac{-4+1}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$f(-2) = -(-2) + 2 - \frac{1}{(-2)} = 2+2+\frac{1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$$

$T: \ y = -\frac{3}{4}(x+2) + \frac{9}{2} = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = -\frac{3}{4}x + \frac{6}{2}$

Donc $T: \ y = -\frac{3}{4}x + 3$

6. Les axes du repère :

axe des x : $y = 0$

axe des y : $x = 0$

$$f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x^2}$$

Intersection avec l'axe des x :

$y = 0 \Rightarrow$ image nulle $\Rightarrow f(x) = 0$

$$\frac{-x^2+2x-1}{x^2} = 0 \iff -x^2+2x-1 = 0 \quad \boxed{x = 0 \text{ V. I.}}$$

$-x^2+2x-1 = 0 \quad a = -1 \quad b = 2 \quad c = -1$

$\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times (-1) = 4 - 4 = 0$

$$x_1 = \frac{-2}{-2} = 1$$

Le point d'intersection entre $\mathcal{C}$ et l'axe des x est : $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$

Intersection avec l'axe des y :

$x = 0 \Rightarrow f(0) = ?$ car $x = 0$ V.I.

Je ne peux pas calculer l'image de $x = 0$,

donc $\mathcal{C}$ n'a pas d'intersection avec

l'axe des y.