последовательный алгоритм коррекции навигационных параметров в корреляционно-экстремальной навигационной системе

consistent algorithm of correction in terrain navigation system

А. И. Наумов, С. А. Косяченко

A. I. Naumov, S. A. Kosyachenko

ВУНЦ ВВС "ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина"

Zhukovsky and Gagarin air force academy ,

Предлагается экономичный последовательный алгоритм корреляционно-экстремальной навигации для определения координатных и скоростных ошибок инерциальной навигационной системы летательного аппарата. Приводятся результаты аналитических и численных исследований предлагаемого алгоритма в сравнении с уже известными алгоритмами корреляционно-экстремальной навигации.

Sequenced algorithm for terrain navigation system is proposed which concurrently accounts for both position (coordinates) and velocity error of aircraft inertial navigation system. The results of comparisons (both analytical and numerical) between proposed approach and other proven algorithms is presented.

(аэронавигация, корреляционно-экстремальная навигация, обработка навигационной информации)

(aero navigation, terrain navigation systems, processing of navigation information)

Введение

Основу современных навигационных комплексов летательных аппаратов (ЛА) составляют интегрированные инерциально-спутниковые навигационные системы. В то же время современная бортовая аппаратура приема сигналов спутниковых навигационных систем обладает недостаточной помехозащищенностью. В случаях, когда спутниковые измерения становятся недоступны, точность решения инерциальной навигационной системы (ИНС) снижается во времени. В связи с этим представляется перспективным включение в состав навигационного комплекса ЛА для целей коррекции корреляционно-экстремальных навигационных систем (КЭНС) [1-4]. Если начальные ошибки навигационного решения на момент запуска КЭНС достаточно велики, целесообразно применение оптимальных поисковых алгоритмов [1,2] или Байесовских алгоритмов [3, 4]. Основным недостатком таких алгоритмов является повышенные требования к производительности бортового вычислителя, особенно это становится заметно при решении задачи определения и координатных, и скоростных ошибок навигационного комплекса ЛА [5].

Данная работа продолжает цикл работ [5, 6, 7] направленных на синтез экономичного алгоритма КЭНС способного оценивать координатно-скоростные ошибки ИНС в реальном времени.

Постановка задачи

В качестве модели ошибок ИНС в данной работе будем рассматривать модель следующего вида [1]:

$$\delta\dot{x} = \delta V_x;\ \ \delta\dot{y} = \delta V_y;\ \ \delta\dot{V}_x = \delta a_x;\ \ \delta\dot{V}_y = \delta a_y;\ \ \delta\dot{H} = 0\,, \tag{1}$$

где $(\delta x, \delta y)$ – координатные ошибки ИНС; $(\delta V_x, \delta V_y)$ – скоростные ошибки ИНС; $(\delta a_x, \delta a_y)$ – ошибки акселерометров; δH – ошибки в определении абсолютной высоты на борту ЛА. В качестве измеряемого навигационного поля будем рассматривать поле высот рельефа местности. В этом случае наблюдением является точечное косвенное измерение высоты рельефа местности, формируемое как разность измерений абсолютной и истинной высот полета ЛА.

Разработку экономичного последовательного алгоритма выполним на основе оптимального поискового алгоритма КЭНС. Рассмотрим оптимальный поисковый алгоритм рельефометрической КЭНС, выполняющий координатное оценивание [1, 2], т.е. позволяющий определить координатные ошибки δx и δy ИНС в предположении отсутствия ошибок в определении скорости.

Предположим, что в процессе движения ЛА последовательно выполнено n измерений высоты рельефа $h_\text{р}(t_k)$, решение ИНС в моменты выполнения измерений имеет вид $x_\text{ИНС}(t_k), y_\text{ИНС}(t_k)$, $k = 1,\ldots,n$. Для точек $x_\text{ИНС}(t_k), y_\text{ИНС}(t_k)$ задается множество гипотез о координатных ошибках ИНС $(\delta x_i, \delta y_j)$ следующего вида (рисунок 1):

$$\delta x_i = i \cdot \Delta x\,;\ \delta y_j = j \cdot \Delta y\,;\ -N_x \le i \le N_x\,;\ -N_y \le j \le N_y\,,$$

где Δx, Δy – линейный шаг дискретизации ошибок вдоль осей *Ox* и *Oy*, соответственно; $M_x = (2N_x + 1)$, $M_y = (2N_y + 1)$ – количество гипотез об ошибках ИНС вдоль осей *Ox*, *Oy*.

Для выбора оптимальной гипотезы в процессе выполнения измерений итерационно вычисляется целевой функционал (ЦФ) поискового алгоритма КЭНС:

$$Q(i,j) = \sum_{k=0}^{n} \left(h_{\text{р}}(t_k) - h_{\text{р}}^{\text{э}}\left(x_{\text{ИНС}}(t_k) + i \cdot \Delta_x, y_{\text{ИНС}}(t_k) + j \cdot \Delta_y \right) \right)^2, \quad (2)$$

где (i,j) – двумерный индекс гипотезы о координатных ошибках ИНС; $h_{\text{р}}^{\text{э}}(x,y)$ – высота, рассчитанная с помощью эталонной карты в точках (x,y), соответствующих гипотезе (i,j).

Решением поисковой КЭНС в *n*-й момент времени является гипотеза (i^*, j^*), в которой ЦФ принимает наименьшее значение [1, 2]:

$$(i^*, j^*) = \arg\min_{i,j} \left[Q(i,j) \right]; \quad (3)$$

$$\delta x^* = i^* \Delta_x, \quad \delta y^* = j^* \Delta_y,$$

здесь δx^*, δy^* – значения оценок координатных ошибок ИНС.

Вычислительные затраты алгоритма пропорциональны общему числу гипотез $M_x \cdot M_y$ ЦФ (2).

Заметим, что при ненулевых скоростных ошибках ИНС решение (3) содержит методическую ошибку, которая обусловлена поиском экстремума ЦФ в классе траекторий, формируемых параллельным переносом относительно траектории, определенной ИНС. Как было показано в [7], математическое ожидание данной методической ошибки по координатным осям составляет:

$$M[\delta x] = \delta V_x T/2; \quad M[\delta y] = \delta V_y T/2,$$

где δV_x, δV_y – постоянные скоростные ошибки по осям *Ox*, *Oy*, соответственно; *T* – длительность периода оценивания. Для типовых условий применения эти методические ошибки могут достигать 200 и более метров, что является существенным недостатком алгоритмов поиска координатных ошибок. Устранение данного недостатка возможно единственным способом – переходом к совместному координатно-скоростному оцениванию ошибок ИНС. В теории оптимальных поисковых КЭНС [1, 2] в этом случае дополнительно вводится множество гипотез по скоростным ошибкам, в результате чего ЦФ приводится к виду:

$$Q(i,j,Vi,Vj) = \sum_{k=0}^{n} \left(h_{\text{р}}(t_k) - h_{\text{р}}^{\text{э}}\left(x_k + i \cdot \Delta_x + Vi \cdot \Delta_{Vx}(t_k - t_0), y_k + j \cdot \Delta_y + Vj \cdot \Delta_{Vy}(t_k - t_0) \right) \right)^2, \quad (4)$$

где Δ_{Vx}, Δ_{Vy} – шаг дискретизации скоростных ошибок вдоль осей *Ox* и *Oy*; (*Vi*, *Vj*) — индексы гипотез о скоростных ошибках; $-N_{Vx} \le Vi \le N_{Vx}$, $-N_{Vy} \le Vj \le N_{Vy}$; t_0 — момент времени начала оценивания.

Решением КЭНС в этом случае будет являться гипотеза, соответствующая набору индексов (i^*, j^*, Vi^*, Vj^*):

$$(i^*, j^*, Vi^*, Vj^*) = \arg\min_{i,j,Vi,Vj} \left[Q(i, j, Vi, Vj) \right]. \tag{5}$$

Основным недостатком поискового алгоритма (4)-(5) является то, что его вычислительные затраты относительно алгоритма (2)-(3) возрастают в $M_{Vx} \cdot M_{Vy}$ раз, где $M_{Vx} = \left(2N_{Vx}+1\right)$, $M_{Vy} = \left(2N_{Vy}+1\right)$.

Если априорно область неопределенности ошибок по скорости задать в пределах ±5 м/с, а требуемую апостериорную точность задать не хуже 1 м/с (типовые условия применения), то объем вычислений поискового алгоритма координатно-скоростного оценивания возрастет более чем на 2 порядка. Это обстоятельство делает данный алгоритм практически нереализуемым в бортовых навигационных вычислителях и подтверждает актуальность задачи синтеза экономичных алгоритмов КЭНС для совместного координатно-скоростного оценивания.

Синтез экономичного алгоритма КЭНС

Альтернативный подход к разработке экономичного поискового алгоритма КЭНС координатно-скоростного оценивания заключается в разделении задачи вычисления и минимизации четырехмерного ЦФ (4) на последовательное решение двух задач, каждая из которых оперирует с двумерным ЦФ. Кажется очень удачным упоминание о том, что задача большОй размерности сводиться к 2м подзадачам меньшей размерности(((

Построим процедуру определения координатных и скоростных ошибок ИНС в два этапа:

1. «Грубое» координатное оценивание ошибок ИНС: итерационный расчет ЦФ (2) в реальном масштабе времени полета и получение решения (δx^*, δy^*), в соответствии с формулой **Ошибка! Источник ссылки не найден.**), на множестве гипотез о координатных ошибках размерностью $M_x \cdot M_y$.

2. Уточнение полученного координатного решения и поиск скоростных ошибок на множестве гипотез о скоростных ошибках размерностью $M_{Vx} \cdot M_{Vy}$ с применением функционала следующего вида:

$$Q_V(Vi, Vj) = \sum_{k=0}^{n} \Big(h_{\text{р}}\left(t_k\right) - h_{\text{р}}^{\text{э}}\Big(x_k + \delta x^* + Vi \cdot \Delta_{Vx}\left(t_k - t_G\right), y_k + \delta y^* + Vj \cdot \Delta_{Vy}\left(t_k - t_G\right)\Big)\Big)^2, \tag{6}$$

построенного относительно точки траектории «грубого» оптимального решения (δx^*, δy^*), соответствующей некоторому моменту времени t_G, которое является наиболее вероятным моментом времени пересечения с истинной траекторией движения ЛА. Фактически, на этом этапе сначала определяется момент времени t_G, а затем по запомненным в процессе расчета (2) измерениям рассчитывается и минимизируется ЦФ (6):

$$(Vi^*, Vj^*) = \arg\min_{Vi,Vj} \left[Q_V(Vi, Vj) \right]. \quad (7)$$

Уточненные значения координатных ошибок на момент времени t_n вычисляются по формулам:

$$\delta x(t_n) = \delta x^* + Vi^* \cdot \Delta_{Vx}\left(t_n - t_G\right),\ \delta y(t_n) = \delta y^* + Vj^* \cdot \Delta_{Vy}\left(t_n - t_G\right). \quad (8)$$

Рассмотрим процедуру определения момента времени t_G. Для простоты изложения рассмотрим эту процедуру при следующих дополнительных предположениях: траектория движения ЛА прямолинейна и параллельна оси Ox системы координат ИНС, навигационное решение ИНС характеризуется координатной ошибкой δy_0 (в момент запуска алгоритма поиска) и скоростной ошибкой δV, измерения высоты рельефа местности производятся в равноотстоящих точках $\Delta s = x_k - x_{k-1} = const$, шум измерения отсутствует.

Алгоритм (2)-(3) осуществляет оптимальный поиск в классе прямолинейных траекторий, пересекающих истинную траекторию полета под некоторым неизвестным (ненулевым, но достаточно малым по величине) углом $\beta=\mathrm{arctg}(\delta V/V)$ (рисунок 2). Семейство таких траекторий может быть описано следующим образом:

$$\begin{cases} \tilde{x}_k = x_k \\ \tilde{y}_k = y_k + \left(\alpha + \beta \cdot k\Delta s\right), \end{cases}$$

где α – внутренний параметр класса траектории поиска, идентифицирующий конкретную траекторию из множества поиска; $k = 0,1,\ldots n$. Решением первого этапа поиска является траектория, описываемая множеством точек $(\tilde{x}_k^*, \tilde{y}_k^*)$, $k = 0,1,\ldots n$, на которой ЦФ (2) принимает минимальное значение.

Заметим, что если траектория $(\tilde{x}_k^*, \tilde{y}_k^*)$, $k = 0,1,\ldots n$ пересекается с истинной траекторией в момент безразмерного времени $0 < t < n$, то ее можно описать как

$$\begin{cases} \tilde{x}_k^* = x_k \\ \tilde{y}_k^* = y_k + \beta\Delta s(k - t), \end{cases}$$

при этом высота рельефа местности в точке $\left(\tilde{x}_k^*, \tilde{y}_k^*\right)$ и высота в точке $\left(x_k, y_k\right)$ при условии малости коэффициента β связаны соотношением:

$$h_{\text{Р}}\left(\tilde{x}_k^*, \tilde{y}_k^*\right) = h_{\text{Р}}\left(x_k, y_k\right) + \frac{\partial h_{\text{Р}}\left(x_k, y_k\right)}{\partial y}\beta\Delta s\left(i - t\right). \quad (9)$$

С учетом (9), значение ЦФ (2) можно записать в следующем виде:

$$I_n(t)=\sum_{k=0}^{n}\left(h_{\text{Р}}(x_k,y_k)-h_{\text{Р}}(\tilde{x}_k,\tilde{y}_k)\right)^2=\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_k,y_k)}{\partial y}\beta\Delta s(i-t)\right)^2.$$

При условии $t=t_G$ должно выполняться $I_n(t_G)\to\min$. Записав необходимые условия экстремума, получаем:

$$t_G=\sum_{i=0}^{n}i\cdot\left(\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_i,y_i)}{\partial y}\right)^2\Bigg/\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_k,y_k)}{\partial y}\right)^2=\sum_{i=0}^{n}i\cdot\omega_i\,, \tag{10}$$

где $\omega_i=\left(\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_i,y_i)}{\partial y}\right)^2\Bigg/\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_k,y_k)}{\partial y}\right)^2$.

Очевидно, что достаточное условие существования экстремума в данном случае также выполняется:

$$\partial^2 I_n(t_G)/\partial t^2\geq 0\,.$$

Полученное решение (6) позволяет сделать следующие промежуточные выводы:

1. Если во всех точках траектории производные поля высот рельефа равны, то

$$t_G=\frac{1}{(n+1)}\cdot\sum_{k=0}^{n}k=\frac{n\cdot(n+1)}{2(n+1)}=\frac{n}{2}.$$

Другими словами, при равно информативном рельефе вдоль всей траектории решением является средняя точка обработанной траектории полета.

2. В случаях неравенства производных поля в разных точках значение t_G соответствует "средневзвешенному" центру траектории, где "вес" каждой точки измерения определяется нормированным значением квадрата производной навигационного поля:

$$\omega_i=\left(\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_i,y_i)}{\partial y}\right)^2\Bigg/\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_k,y_k)}{\partial y}\right)^2,\ i=0,1,..n\,.$$

Фактически речь идет об информативности поля по указанной координате, т.к. производная характеризует изменчивость поля, а изменчивость в условиях реально действующих шумов измерения связана с вероятностью различения траекторий поиска.

Перейдем к рассмотрению общего случая ошибок ИНС. В общем случае скоростная ошибка ИНС имеет вид $(\delta V_x,\delta V_y)$, и выражение (9*) преобразуется к виду:

$$h_{\text{Р}}(\tilde{x}_k^*,\tilde{y}_k^*)=h_{\text{Р}}(x_k,y_k)+\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_k,y_k)}{\partial x}\beta_x\Delta s(k-t)+\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_k,y_k)}{\partial y}\beta_y\Delta s(k-t),$$

где $\beta_x=\operatorname{arctg}(\delta V_x/V)$, $\beta_y=\operatorname{arctg}(\delta V_y/V)$. Следствием этого является следующее выражение для t_G, полученное как результат решения необходимого условия минимума ЦФ (2):

$$t_G = \frac{\sum\limits_{i=0}^{n} \left[i\Delta s \left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}\left(x_i, y_i\right)}{\partial x} \beta_x + \frac{\partial h_{\mathrm{P}}\left(x_i, y_i\right)}{\partial y} \beta_y \right)^2 \right]}{\sum\limits_{k=0}^{n} \left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}\left(x_k, y_k\right)}{\partial x} \beta_x + \frac{\partial h_{\mathrm{P}}\left(x_k, y_k\right)}{\partial y} \beta_y \right)^2}, \tag{11}$$

т.е. $t_G = t_G\left(\beta_x, \beta_y\right)$ - функция от неизвестных скоростных ошибок, и определить единственное значение t_G в общем случае невозможно.

Изменим постановку задачи: определим t_{min}, t_{max}, такие что $t_G \in \left[t_{min}, t_{max}\right]$. Это гарантированно выполнено, если t_{min} и t_{max} – экстремальные значения функции $t_G\left(\beta_x, \beta_y\right)$ на интервале [0, n]. Определим значения параметров β_x, β_y, при которых $\partial t_G / \partial \beta_x = 0$ и $\partial t_G / \partial \beta_y = 0$. После выполнения соответствующих преобразований получаем: может быть формулы вернуть?

$$\frac{\partial t_G}{\partial \beta_x} = A_{x2}\beta_x^2 + A_{x1}\beta_x\beta_y + A_{x0}\beta_y^2 = 0, \tag{12}$$

где $$A_{x2} = \sum_{i=0}^{n} i \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial x} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial x} \left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial x} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial y} - \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial y} \frac{h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial x} \right) \right);$$

$$A_{x1} = \sum_{i=0}^{n} i \sum_{j=0}^{n} \left(\left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial x} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial y} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial x} \right)^2 \right);$$

$$A_{x0} = \sum_{i=0}^{n} i \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial y} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial y} \left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial x} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial y} - \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial y} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial x} \right) \right).$$

Аналогичные выкладки верны для $\partial t_G / \partial \beta_y$ и дают нам следующее уравнение:

$$\frac{\partial t_G}{\partial \beta_y} = A_{y2}\beta_x^2 + A_{y1}\beta_x\beta_y + A_{y0}\beta_y^2 = 0, \tag{13}$$

где $$A_{y2} = \sum_{i=0}^{n} i \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial x} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial x} \left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial y} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial x} - \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial x} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial y} \right) \right);$$

$$A_{y1} = \sum_{i=0}^{n} i \sum_{j=0}^{n} \left(\left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial y} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial x} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial y} \right)^2 \right);$$

$$A_{y0} = \sum_{i=0}^{n} i \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial y} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial y} \left(\frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial y} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial x} - \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_i, y_i)}{\partial x} \frac{\partial h_{\mathrm{P}}(x_j, y_j)}{\partial y} \right) \right).$$

Сопоставляя (12), (13), получаем, что $A_{x2}=-A_{y2}$, $A_{x1}=-A_{y1}$, $A_{x0}=-A_{y0}$, т.е. оба необходимых условия экстремума приводят нас к одному и тому же квадратному уравнению. Для решения уравнения следует перейти к отношению β_x/β_y и рассмотреть два случая:

1. $\beta_y=0$, в этом случае решение единственное и задается формулой

$$t_G=\sum_{i=0}^{n}\left[i\left(\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_i,y_i)}{\partial x}\right)^2\right]\Bigg/\sum_{j=0}^{n}\left(\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_j,y_j)}{\partial x}\right)^2 .$$

2. $\beta_y\neq 0$, (например, $\beta_y=1$), методика решения заключается в проверке известного условия разрешимости квадратного уравнения, и при его выполнении – в вычислении корней (12):

$$\beta_{x1,2}=\frac{-A_{x1}\pm\sqrt{A_{x1}{}^2-4A_{x2}A_{x0}}}{2A_{x2}} .$$

Одному из этих корней β_x соответствует значение $t_{\min}$, другому $t_{\max}$ (для полученного в качестве «грубого» координатного решения профиля рельефа местности в совокупности с массивом частных производных $\left(\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_k,y_k)}{\partial x},\frac{\partial h_{\text{Р}}(x_k,y_k)}{\partial y}\right)$, $k=0,1,\ldots n$).

В силу равновероятности направления вектора ошибки путевой скорости ЛА в качестве t_G рекомендуется выбирать его математическое ожидание - среднюю точку интервала $[t_{\min},t_{\max}]$.

После определения координаты точки t_G на траектории координатного решения выполняется поиск скоростных ошибок путем расчета по запомненным измерениям функционала (6) и выполнения процедуры поиска минимального значения.

Итоговое решение – координатные и скоростные корректирующие поправки для момента времени принятия решения о выполнении координатной коррекции t_n имеет вид:

$$\begin{aligned}
x_{\text{реш}}(t_n)&=x_{\text{ИНС}}(t_n)+\Delta_x\cdot i^*+\Delta_{Vx}\cdot Vi^*\cdot(t_n-t_G);\\
y_{\text{реш}}(t_n)&=y_{\text{ИНС}}(t_n)+\Delta_y\cdot j^*+\Delta_{Vy}\cdot Vj^*\cdot(t_n-t_G);\\
Vx_{\text{реш}}(t_n)&=Vx_{\text{ИНС}}(t_n)+\Delta_{Vx}\cdot Vi^*;\\
Vy_{\text{реш}}(t_n)&=Vy_{\text{ИНС}}(t_n)+\Delta_{Vy}\cdot Vj^*,
\end{aligned}\tag{14}$$

где $Vx_{\text{ИНС}}(t_n)$, $Vy_{\text{ИНС}}(t_n)$ — значения скоростей движения ЛА вдоль осей *Ox*, *Oy* соответственно.

Аналитические исследования эффективности последовательного алгоритма

Как упоминалось ранее, вычислительная сложность классического алгоритма координатно-скоростного оценивания на каждой итерации оценивания составляет величину порядка

$O\left(M_x \cdot M_y \cdot M_{Vx} \cdot M_{Vy}\right)$, где M_x, M_y — количество координатных гипотез, M_{Vx}, M_{Vy} — количество скоростных гипотез по осям *Ox* и *Oy*, соответственно. Т.к. в предлагаемом алгоритме последовательно осуществляется сначала координатное, а затем скоростное оценивание, то сложность данного алгоритма можно представить как: $O\left(M_x \cdot M_y\right) + O\left(M_{Vx} \cdot M_{Vy}\right)$ = $O\left(M_x \cdot M_y + M_{Vx} \cdot M_{Vy}\right)$. Т.к. число гипотез о координатных ошибках в практически важных случаях всегда больше числа гипотез о скоростных ошибках: $M_x \cdot M_y \geq M_{Vx} \cdot M_{Vy}$, то $O\left(M_x \cdot M_y + M_{Vx} \cdot M_{Vy}\right) = O\left(M_x \cdot M_y\right)$. Следовательно, вычислительная сложность последовательного алгоритма поиска координатных и скоростных ошибок ИНС эквивалентна сложности классического алгоритма координатного оценивания.

Оценить время на расчет t_G

Отличием от структуры вычислений алгоритма поиска координатных ошибок является то, что после получения координатного решения осуществляется поиск точки t_G и происходит поиск решения (14), однако число расчетных скоростных гипотез при этом много меньше числа координатных гипотез: $M_{Vx}M_{Vy} \ll M_xM_y$. Если положить, что число элементарных арифметических операций на однократный расчет одной итерации ЦФ составляет *K* операций, то число дополнительных итераций $n_{\text{доп}}$ во времени на выполнение поиска скоростных ошибок после получения координатного решения в последовательном алгоритме составит:

$$n_{\text{доп}} = n \cdot \left[M_{Vx} \cdot M_{Vy} / M_x \cdot M_y + 1 \right],$$

где n — число итераций расчета ЦФ при поиске координатного решения. При типовых условиях функционирования алгоритма $M_x = (5 \ldots 10) \cdot M_{Vx}$, $M_y = (5 \ldots 10) M_{Vy}$, получаем $n_{\text{доп}} = 1{,}01 \cdot n \ldots 1{,}04 \cdot n$, т.е. применение последовательного алгоритма КЭНС увеличивает время необходимое на обработку информации на 1-4 %. Для типичных условий применения это эквивалентно увеличению времени до принятия решения о коррекции на 2-4 секунды.

Численные исследования

Для проведения сравнительных численных исследований был взят предложенный последовательный алгоритм, классический алгоритм координатно-скоростного оценивания и классический алгоритм только координатного оценивания. Исследовались как точностные характеристики алгоритмов, так и их быстродействие.

При проведении экспериментов были приняты следующие единые параметры поиска решения:

– количество координатных гипотез по осям *Ox, Oy* ($M_x = M_y = M = 41$);

– количество скоростных гипотез по осям *Ox, Oy* ($M_{Vx} = M_{Vy} = M_V = 11$);

– интервалы задания координатных и скоростных гипотез по осям *Ox, Oy* ($\Delta_x = \Delta_y = \Delta = 50$ м), ($\Delta_{Vx} = \Delta_{Vy} = \Delta_V = 1$ м/с).

Ошибки акселерометров из (1) предполагались гауссовскими случайными величинами $N\left(\mu, \sigma^2\right)$ с параметрами: $\mu = 0,001$ м/с^2; $\sigma^2 = 0,005$ м^2/с^4.

Ошибка измерения высоты рельефа моделировалась следующим образом:

$$\delta h\left(t_k\right) = N\left(0,015 \cdot \left(h_{\text{абс}}\left(t_k\right) - h_{\text{РВ}}\left(t_k\right)\right)\right) + \delta h_{\text{РВ}}\left(t_k\right),$$

где $\delta h_{\text{РВ}}\left(t_k\right)$ — ошибка, вызванная нелинейностью рельефа в точке измерения; $h_{\text{абс}}\left(t_k\right)$ — абсолютная высота полета; $h_{\text{РВ}}\left(t_k\right)$ — истинная высота, измеренная с помощью радиовысотомера.

Оценка точности расчета опорной точки траектории, соответствующей относительному времени t_G. Это вопрос ко мне? Этот вопрос нужно раскрыть или это подзаголовок?

Моделировалось прямолинейное движение ЛА на постоянной абсолютной высоте полета $h_{\text{абс}} = 800$ м над местностью, профиль которой представлен на рисунке 3.

Результаты данного эксперимента для различных значений количества измерений *n*, приведены на рисунке (4). Обратим внимание, что величина интервала [$t_{\min}...t_{\max}$] не превышает 10% от общей длины траектории, следовательно, оценка $\hat{t}_G$ как середина [$t_{\min}...t_{\max}$] будет характеризоваться высокой точностью. В то же время следует отметить возможность существенного отличия истинного значения t_G от точки, являющейся текущей серединой траектории полета.

Оценка точностных характеристик алгоритма. Это вопрос ко мне? Этот вопрос нужно раскрыть или это подзаголовок?

В качестве оценки точности определения координатных ошибок ИНС будем использовать величину:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n} \sqrt{\left(x_i - x_{\text{ист}}\right)^2 + \left(y_i - y_{\text{ист}}\right)^2}}{n-1}},$$

где $\left(x_i, y_i\right)$ — координаты решения, найденного в результате эксперимента номер *i*; $\left(x_{\text{ист}}, y_{\text{ист}}\right)$ — истинные координаты местоположения ЛА на момент окончания эксперимента; *n* — количество экспериментов в серии.

В качестве оценки точности определения скоростных ошибок ИНС будем использовать величину:

$$\bar{\sigma}_V = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n} \sqrt{\left(Vx_i - Vx_{\text{ист}}\right)^2 + \left(Vy_i - Vy_{\text{ист}}\right)^2}}{n-1}},$$

где Vx_i, Vy_i — скоростные ошибки, найденные в результате эксперимента номер i; $Vx_{\text{ист}}, Vy_{\text{ист}}$ — истинные скоростные ошибки ИНС.

При проведении численных экспериментов в качестве исходных данных были использованы 5 прямолинейных траекторий полетов, выполненных в районе среднерусской возвышенности. По каждой траектории было проведено 20 модельных реализаций пролетов с варьированием координатными и скоростными ошибками ИНС. Статистические результаты экспериментов приведены в таблице 1. Точность предложенного в статье алгоритма близка к точности алгоритма координатно-скоростного оценивания (4)-(5) и существенно выше точности алгоритма координатного оценивания (за счет устранения методической ошибки).

Оценка быстродействия алгоритма. Это вопрос ко мне? Этот вопрос нужно раскрыть или это подзаголовок?

Для исследования быстродействия алгоритмов был выбран отрезок полета длиной в 1000 секунд (с имитацией измерений высоты рельефа с частотой 2 Гц). Временные затраты на моделирование исследуемыми алгоритмами приведены в таблице 1. Отметим существенное преимущество предложенного алгоритма в части потребных вычислительных ресурсов по сравнению с классическим алгоритмом координатно-скоростного оценивания (4)-(5). В то же время видно, что время, необходимое на обработку информации последовательным алгоритмом и алгоритмом координатного оценивания (2)-(3) практически не отличается.

Т а б л и ц а 1 — Сравнение быстродействия и точности алгоритмов при обработке 1000 измерений

	Алгоритм (2)-(3)	Алгоритм (4)-(5)	Последовательный алгоритм
Быстродей-ствие, сек	2,0	40,1	2,2
$\bar{\sigma}$, м	152,2	92,7	97,0
$\bar{\sigma}_V$, м/сек	-	0,48	0,55

Заключение

Предлагаемый в данной работе алгоритм КЭНС является эффективной альтернативой классическим поисковым алгоритмам КЭНС при оценке координатных и скоростных ошибок ИНС в случае существенных ограничений ресурсоемкости бортового вычислителя. Проведенные сравнительные исследования алгоритмов показали выигрыш в вычислительной производительности по сравнению с классической организацией вычислительного процесса в 4-10 раз при ухудшении точности решения не более 15%. Абсолютные оценки вычислительных затрат последовательного алгоритма координатно-скоростного оценивания позволяют реализовать данный алгоритм на существующих бортовых вычислительных машинах.

Косяченко С. А.
925-060-46-46
spiero@yandex.ru
г. Москва 109145, Лермонтовский пр-т, 6, 70

Список литературы

1. ***Красовский А. А., Белоглазов И. Н., Чигин Г. П***. Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем / М., "Наука", 1979.
2. ***Белоглазов И. Н., Джанджгава Г. И., Чигин Г. П.*** Основы навигации по геофизическим полям / М., "Наука", 1985.
3. ***Степанов О.А.*** Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания / СПб. : ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2009.
4. ***Степанов О.А.*** Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации / СПб. : ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2003.
5. ***Косяченко С.А., Наумов А.И.*** Экономичные поисковые алгоритмы корреляционно-экстремальной обработки навигационной информации в навигационном комплексе беспилотного летательного аппарата / Сборник докладов 2-й Всероссийской научно-технической конференции "Комплексы с беспилотными летательными аппаратами" – М., – 2008.
6. ***Косяченко С. А., Наумов А. И.*** Алгоритмы поиска глобального экстремума функционала поискового алгоритма корреляционно-экстремальной навигационной системы при одновременном оценивании координатных и скоростных ошибок / Материалы X конференции молодых ученых "Навигация и управление движением". спб.: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", – 2008 г.
7. ***Косяченко С. А.*** Теория генетических алгоритмов в задаче корреляционно-экстремальной навигации / Авиакосмическое приборостроение. №5, 2011, С. ЧЧЧ

1. ***Krasovskiy A.A., Beloglazov I.N., Chigin G.P.*** *Terrain navigation system theory, Moscow, 'Nayka' 1979;*
2. ***Beloglazov I.N, Dzhandzhgava G.I., Chigin G.P.*** *Navigation foundations on geophysical fields, Moscow, 'Mir' 1985;*
3. ***Stepanov O.A.*** *Estimation theory foundations with attachments to navigational data processing problems. Part 1. Introduction to the estimation theory/ Stepanov O.A. – S.Peterburg: State Science Center of Russian Federation, Central research institute 'Electropribor', 2009*
4. ***Stepanov O.A*** *Implementation of nonlinear filtration theory in navigational data processing problems/ Stepanov O.A. – S.Peterburg: State Science Center of Russian Federation, Central research institute 'Electropribor', 2003.*
5. ***Kosyachenko S.A., Naymov A.I.*** *Economic terrain navigation system search algorithm for compatible estimation of coordinate and speed errors, Materials of XI Conference of young scientists 'Navigation and movement control'*
6. ***Kosyachenko S.A., Naymov A.I.*** *Search algorithms of global extremum functionality of terrain navigation system search algorithm under simultaneous estimation of coordinate and speed errors, Materials of X Conference of young scientists 'Navigation and movement control'*
7. ***Kosyachenko S.A.,*** *Genetic algorithms theory in terrain navigation problem / Aerospace instrumentation. №5, 2011.*