

АЛГОРИТМЫ ПОИСКА ГЛОБАЛЬНОГО ЭКСТРЕМУМА ФУНКЦИОНАЛА ПОИСКОВОГО АЛГОРИТМА КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ ОЦЕНИВАНИИ КООРДИНАТНЫХ И СКОРОСТНЫХ ОШИБОК

Рассматривается алгоритмическое обеспечение поисковой рельефометрической корреляционно-экстремальной навигационной системы. Приводятся результаты синтеза и численных исследований алгоритмов принятия решения о коррекции при одновременном оценивании координатных и скоростных ошибок за ограниченное время накопления измерений.

Основу навигационных комплексов (НК) летательных аппаратов (ЛА) в настоящее время составляют интегрированные инерциально-спутниковые навигационные системы (ИСНС). Современная бортовая аппаратура приема сигналов спутниковой навигационной системы (СНС) обладает недостаточной помехозащищенностью, существующие средства постановки помех недороги, эффективны и просты в изготовлении. В случаях, когда измерения СНС становятся недоступны, а бортовая ИНС имеет низкий класс точности, погрешность навигационного решения быстро возрастает и может превысить допустимый по условиям безопасности полетов уровень. В связи с этим представляется перспективным применение в составе НК корреляционно-экстремальных навигационных систем (КЭНС) [1], выполняющих коррекцию решения ИНС при отсутствии спутниковых измерений. В свою очередь КЭНС также имеют ограничения на применение по параметрам полета (ограничения по датчику геофизического поля) и степени информативности измеряемого геофизического поля в районе полета. Следовательно, может возникнуть ситуация длительного интервала функционирования ИНС без коррекции, в конце которого навигационное решение ИНС будет характеризоваться как значительными координатными, так и скоростными ошибками. В этих условиях для определения и списания накопленных ошибок ИНС на первом этапе коррекции целесообразно применять поисковые КЭНС. После получения решения поисковой КЭНС возможен переход к оптимальным (субоптимальным) беспоисковым КЭНС [1,2].

К достоинствам поисковых КЭНС можно отнести эффективное решение задачи коррекции при больших начальных ошибках, в том числе при измерении нелинейных нестационарных геофизических полей. Основными недостатками поисковых КЭНС являются повышенные требования к вычислительной производительности бортового вычислителя (особенно при одновременном оценивании координатных и скоростных ошибок ИНС), необходимость накопления достаточно большого числа измерений для принятия решения о коррекции и сложность правил принятия решения о выполнении коррекции. Данная работа продолжает цикл исследований, направленных на снижение значимости указанных недостатков поисковых КЭНС.

В работе [3] были рассмотрены вопросы снижения вычислительных затрат на итерационный расчет целевого функционала поисковой рельефометрической КЭНС (РКЭНС) в задаче одновременного оценивания координатных и скоростных ошибок ИНС. Результатом этой работы стала разработка нового, экономичного поискового алгоритма КЭНС – вычислительные затраты были снижены в 8 – 12 раз по сравнению с классическими вариантами построения алгоритмического обеспечения [2]. В работе [4] были исследованы вопросы адаптации экономичного поискового алгоритма [3] к функционированию по полю приращений высот рельефа местности и получены положительные результаты. В то же время проблема принятия решения за ограниченное время, в течение которого является допустимой гипотеза о постоянстве скоростных ошибок ИНС, оставалась нерассмотренной, что на сегодняшний момент стало основным препятствием для реализации поисковой РКЭНС для задачи одновременного

оценивания координатных и скоростных ошибок ИНС в программно-математическом обеспечении интегрированного НК ЛА. В представляемой работе рассматриваются вопросы разработки и исследования алгоритмического обеспечения задачи поиска глобального экстремума целевого функционала РКЭНС при одновременном оценивании координатных и скоростных ошибок НК ЛА с целью принятия решения о коррекции за ограниченное время накопления информации.

Особенности построения и функционирования поисковых алгоритмов рельефометрической КЭНС

В основе функционирования КЭНС лежит процедура сравнения эталонной информации о навигационном поле и информации, измеренной с помощью датчика поля [1, 2]. В случае РКЭНС, в качестве навигационного поля используется поле высот рельефа местности, косвенное измерение которого выполняется баровысотометром и радиовысотометром. Разность измерений двух этих приборов, дает нам высоту рельефа местности в точке полета (рисунок 1). Для выполнения

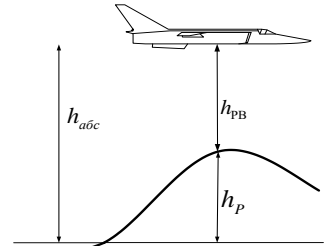


Рис.1. Измерение высоты рельефа на борту ЛА:

h_{abc} - абсолютная высота полета (барометрическая высота), h_{pb} - высота, измеренная радиовысотометром, h_p - высота рельефа.

сравнения измерения и эталонных данных навигационного поля можно использовать классический поисковый алгоритм, принцип построения которого мы рассмотрим на примере задачи определения постоянных ошибок координат местоположения ЛА на выходе «грубой» навигационной системы (ГНС).

Пусть область возможных ошибок ГНС в определении координат местоположения представляется квадратом на координатной плоскости OXY , центр квадрата – точка текущего местоположения ЛА по показаниям ГНС (рисунок 2). Для формирования множества гипотез об ошибках координат выполним внутри квадрата сеточное разбиение с шагом Δx , Δy вдоль осей OX и OY соответственно, тогда гипотезы будут описываться значениями $(\Delta x_i, \Delta y_j)$, $\Delta x_i = i\Delta x$, $\Delta y_j = j\Delta y$, $-N_x \leq i \leq N_x$, $-N_y \leq j \leq N_y$.

Предположим, что выполнено N измерений рельефа местности, для формализации процедуры сравнения для каждой гипотезы вычисляется значение целевого функционала Q :

$$Q(i, j) = \sum_{k=1}^N (h_p(t_k) - h_p^3(x_{гнс}(t_k) + i\Delta x, y_{гнс}(t_k) + j\Delta y))^2, \quad (2)$$

где (i, j) – двумерный индекс гипотезы о координатных ошибках ГНС, $-N_x \leq i \leq N_x$, $-N_y \leq j \leq N_y$; $h_p(t_k)$, $x_{гнс}(t_k)$, $y_{гнс}(t_k)$ – измерение высоты рельефа местности и координат местоположения в моменты времени t_k , $h_p^3(*, *)$ – значение высоты рельефа местности, рассчитанное с использованием эталонной бортовой карты в соответствующей точке. Таким образом, степень близости профиля рельефа для гипотезы (i, j) и измеренного профиля характеризуется значением $Q(i, j)$.

Решением поисковой КЭНС в N -ый момент времени ($N > 0$) является гипотеза (точка сети разбиения) с индексами (i^*, j^*) , в которой функционал Q принимает наименьшее значение:

$$Q(i^*, j^*) = \min_{i, j} [Q(i, j)]. \quad (3)$$

При ненулевых ошибках определения путевой скорости δV_x и δV_y решение (3) содержит методическую ошибку, математическое ожидание которой для стационарного поля имеет вид:

$$\delta x_{мет} = -0.5\delta V_x(t_N - t_1), \quad \delta y_{мет} = -0.5\delta V_y(t_N - t_1). \quad (4)$$

Знак «минус» свидетельствует об отставании координатного решения КЭНС от реального значения ошибки в процессе функционирования поискового алгоритма.

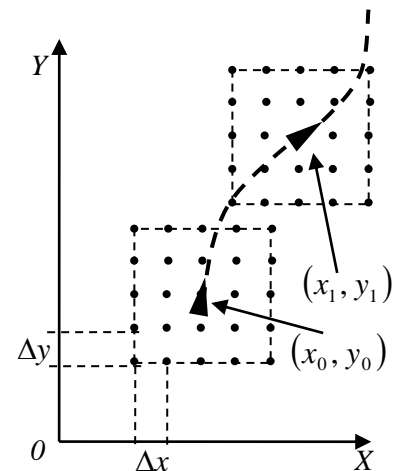


Рис. 2 Построение множества гипотез поисковой КЭНС

Качественное поведение целевого функционала (2) и динамика изменения решения (3) для различных значений неучтенной скоростной ошибки δV представлены на рис. 3. Для устранения ошибки (4) необходимо одновременно оценивать координатные и скоростные ошибки НК.

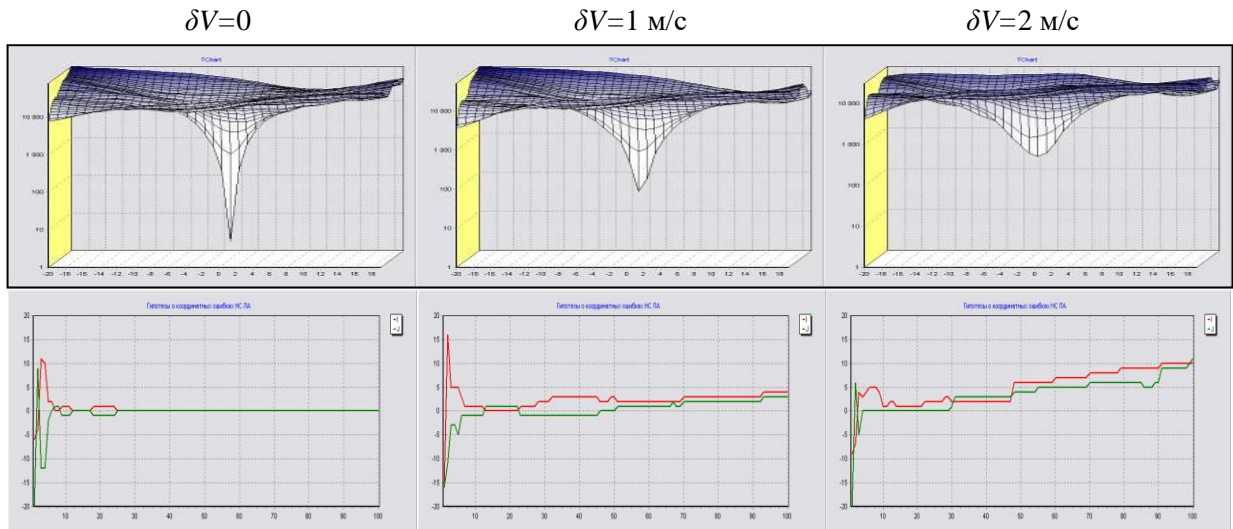


Рис. 3. Качественное поведение целевого функционала $Q(i, j)$ при различных скоростных ошибках dV ГНС (верхние графики); динамика изменения индексов (i^*, j^*) при различных скоростных ошибках (нижние графики)

Для задачи совместного оценивания координатных и скоростных ошибок НК ЛА дополнительно вводится область неопределенности НК по скоростным ошибкам, в которой задается сетка разбиения (набор гипотез) аналогично рассмотренному выше разбиению области по координатным ошибкам. Целевой функционал КЭНС задачи совместного координатно-скоростного оценивания имеет вид:

$$Q(i, j, s, r) = \sum_{k=0}^N (h_{p,k}(t_k) - h(x_{\text{ГНС}}(t_k) + i\Delta x + s\Delta V_x(t_k - t_0), y_{\text{ГНС}}(t_k) + j\Delta y + r\Delta V_y(t_k - t_0)))^2, \quad (5)$$

где (i, j, s, r) – 4-хмерный индекс гипотезы о координатных и скоростных ошибках ГНС ЛА; $-N_{V_x} \leq s \leq N_{V_x}$, $-N_{V_y} \leq r \leq N_{V_y}$; ΔV_x , ΔV_y – дискреты гипотез о скоростных ошибках ГНС по осям Ox и Oy , соответственно; остальные обозначения соответствуют (2). Решением КЭНС будет гипотеза о координатных и скоростных ошибках НК, индекс которой является глобальным минимумом Q :

$$Q(i^*, j^*, s^*, r^*) = \min_{i, j, s, r} [Q(i, j, s, r)]. \quad (6)$$

Результаты численных исследований показывают (рисунок 3,4), что для принятия решения (3) о координатных ошибках ГНС достаточно 100-120 секунд накопления измерений, в то время как для одновременного оценивания (6) и координатных, и скоростных ошибок ГНС необходимо уже 250...300 секунд. За такой интервал времени в реальных ИНС гипотеза о постоянстве скоростной ошибки становится неактуальной, кроме того, за это время ИНС низкого класса точности накопит недопустимо большую координатную ошибку, что может влиять на безопасность полета ЛА. Необходимость в длительном времени накопления информации связана с плохой обусловленностью глобального минимума целевого функционала $Q(i, j, s, r)$ (рис. 5) по сравнению с минимумом функционала $Q(i, j)$ (рис. 3). Профили эталонного рельефа местности для соседних скоростных гипотез (s, r) на начальном этапе функционирования поискового алгоритма РКЭНС мало различаются между собой.

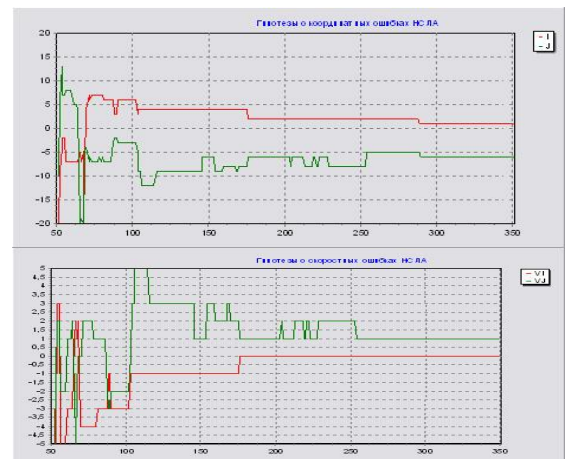


Рис. 4. Поиск индексов глобального экстремума целевого функционала $Q(i, j, s, r)$,

координатные ошибки НК (i, j) (сверху),
скоростные ошибки НК (s, r) (снизу)

функционала $Q(i, j)$ (рис. 3). Профили эталонного рельефа местности для соседних скоростных гипотез (s, r) на начальном этапе функционирования поискового алгоритма РКЭНС мало различаются между собой.

Синтез алгоритма принятия решения о коррекции ГНС

Рассмотрим возможные варианты обработки информации, накопленной в ходе вычисления целевого функционала, позволяющие сократить время до принятия решения о коррекции. Предположим, что выполняется одновременное оценивание координатных и скоростных ошибок ГНС, т.е. вычисляется целевой функционал вида (5). Для пояснения идеи алгоритма быстрого определения скоростной ошибки рассмотрим одномерный случай (например, координату x). Пусть точное значение постоянной скоростной ошибки равно δV_x . Зафиксируем по оси OX некоторую скоростную гипотезу s^{**} . Тогда, с учетом (4), текущее значение минимума координатной гипотезы (6) по оси OX можно представить как:

$$i_A \cdot \Delta x = i^{**} \Delta x - \frac{(\Delta V_x \cdot s^{**} - \delta V_x)}{2} (t_A - t_1) + O_A, \quad (7)$$

здесь t_A - текущий момент времени; i^{**} - индекс гипотезы о координатной ошибке по оси OX , соответствующий ее значению в момент начала накопления измерений; Δx , ΔV_x - соответствуют введенным выше обозначениям параметры множества гипотез; O_A - стохастическая погрешность, вызванная нестационарностью поля и дискретностью множества гипотез. Запишем аналогичное выражение для момента времени t_B и вычислим их разность для компенсации неизвестной координатной ошибки $\delta x = i^{**} \Delta x$. Получим следующее разностное выражение:

$$\frac{(t_A - t_B)}{2} \delta V_x = (i_A^* - i_B^*) \cdot \Delta x - \frac{(t_A - t_B) \cdot \Delta V_x \cdot s^{**}}{2} + (O_A - O_B), \quad (8)$$

что дает для искомого $\delta \hat{V}_x$ соотношение вида:

$$\delta \hat{V}_x(t_A, t_B, s^{**}, r) = \frac{2(i_A^* - i_B^*)}{(t_A - t_B)} \cdot \Delta x - \Delta V_x \cdot s^{**} + (O_A - O_R). \quad (9)$$

Для уменьшения величины стохастической погрешности в (9) целесообразно перейти к оценке $(O_A - O_B)$ математического ожидания, определяемому как среднее значение по множеству скоростных гипотез:

$$\delta \hat{V}_x(t_A, t_B) = \frac{\sum_{s=-N_{Vx}}^{N_{Vx}} \sum_{r=-N_{Vy}}^{N_{Vy}} \delta V_x(t_A, t_B, s, r)}{(2N_{Vx} + 1)(2N_{Vy} + 1)}. \quad (10)$$

Аналогичное соотношение верно и для ошибки $\delta \hat{V}_y(t_A, t_B)$ ГНС по оси OY .

В эксперименте, представленном на рисунке 6 ошибка по оси OX была задана нулевой, по оси OY - ненулевой. На приведенных графиках можно видеть изменения индексов точки оптимальной гипотезы (7) по осям OX и OY с течением времени (скоростные гипотезы фиксированы). Заметно явное смещение индексов найденных (оптимальных на текущий момент времени) координатных гипотез вдоль оси OY , в то время как индексы

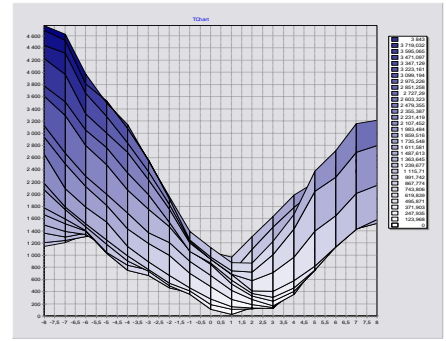


Рис. 5. Проекция целевого функционала $Q(i, j, s, r)$ на двумерное пространство скоростных гипотез для фиксированной координатной гипотезы (i, j) .

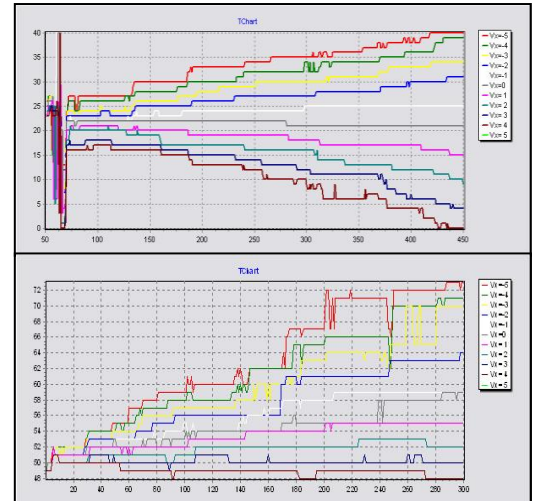


Рис. 6. Графики изменения индексов точки минимума (i^*, j^*) целевого функционала $Q(i, j, s, r)$ при фиксации скоростных гипотез (s, r) : индекс i^* (верхний график), индекс j^* (нижний график).

оптимальной гипотезы вдоль оси OX смещаются одинаково в обе стороны, что позволяет предположить что скоростная ошибка вдоль оси OX незначительна или отсутствует.

Таким образом, предлагаемый алгоритм принятия решения о коррекции может быть описан следующим образом:

1. Назначаются моменты времени начала и окончания оценивания скоростных ошибок (t_A, t_B соответственно).
2. В процессе поступления измерений итерационно вычисляем значения целевого функционала $Q(i, j, s, r)$, с применением классического или экономичного алгоритма.
3. В момент времени начала скоростного оценивания ($k=t_A$) для каждой скоростной гипотезы (s, r) запоминаются значения индексов точек оптимальных координатных гипотез (i_A^*, j_A^*) для момента времени t_A .
4. В момент времени окончания скоростного оценивания ($k=t_B$) для каждой скоростной гипотезы (s, r) запоминаются значения индексов оптимальных координатных гипотез (i_B^*, j_B^*) для момента времени t_B .
5. Вычисляются оценки ошибок $\delta\hat{V}_x(t_A, t_B)$ и $\delta\hat{V}_y(t_A, t_B)$ по формуле (10).
6. Для найденных скоростных ошибок $\delta\hat{V}_x(t_A, t_B)$, $\delta\hat{V}_y(t_A, t_B)$ определяем индексы скоростных гипотез (s, r), ($s+1, r$), ($s, r+1$), ($s+1, r+1$), такие, что $s \cdot \Delta V_x \leq \delta\hat{V}_x(t_A, t_B) \leq (s+1) \cdot \Delta V_x$, $r \cdot \Delta V_y \leq \delta\hat{V}_y(t_A, t_B) \leq (r+1) \cdot \Delta V_y$, и вычисляем координатные ошибки $(\delta x, \delta y)$ с применением формул кусочно-линейчатой интерполяции:

$$\begin{aligned}
 \delta x &= \delta x_{s,r} + \frac{\delta x_{s+1,r} - \delta x_{s,r}}{\Delta V_x} \cdot (\Delta V_x - \delta\hat{V}_x) + \frac{\delta x_{s,r+1} - \delta x_{s,r}}{\Delta V_y} \cdot (\Delta V_y - \delta\hat{V}_y) + \\
 &+ \frac{\delta x_{s,r} + \delta x_{s+1,r+1} - \delta x_{s+1,r} - \delta x_{s,r+1}}{\Delta V_y \Delta V_x} \cdot (\Delta V_x - \delta\hat{V}_x) \cdot (\Delta V_y - \delta\hat{V}_y), \\
 \delta y &= \delta y_{s,r} + \frac{\delta y_{s+1,r} - \delta y_{s,r}}{\Delta V_x} \cdot (\Delta V_x - \delta\hat{V}_x) + \frac{\delta y_{s,r+1} - \delta y_{s,r}}{\Delta V_y} \cdot (\Delta V_y - \delta\hat{V}_y) + \\
 &+ \frac{\delta y_{s,r} + \delta y_{s+1,r+1} - \delta y_{s+1,r} - \delta y_{s,r+1}}{\Delta V_y \Delta V_x} \cdot (\Delta V_x - \delta\hat{V}_x) \cdot (\Delta V_y - \delta\hat{V}_y),
 \end{aligned} \tag{11}$$

где $(\delta x_{rs}, \delta y_{rs})$ - координатное решение (точка минимума) для скоростной гипотезы (r, s), остальные обозначения соответствуют (7).

Отметим, что дискретность множества гипотез вносит значительную погрешность в результаты расчета (9)-(10). Для сглаживания скачков индексов точки минимума функционала (5) целесообразно выполнять квадратичную аппроксимацию решения в окрестности глобального минимума в моменты времени t_A и t_B . Это существенно повышает точность оценивания скоростных ошибок $\delta\hat{V}_x, \delta\hat{V}_y$ ГНС ЛА.

Численные исследования предложенного алгоритма принятия решения о коррекции

Для определения эффективности предложенного алгоритма принятия решения о коррекции вектора путевой скорости ГНС и оценки возможности его реализации на борту ЛА, был проведен ряд численных экспериментов. Исследовались точностные характеристики оценивания скоростных ошибок, как при использовании классического поискового алгоритма, так и экономичного алгоритма [3]. В качестве эталона использовалась цифровая карта рельефа местности формата SRTM [5] на район среднерусской возвышенности. Модельные реализации полетов ЛА представляли собой прямолинейные участки траектории длиной до 40 км. Ошибки ГНС задавались в виде начальных координатных ошибок $\Delta x_0, \Delta y_0$ (по осям OX, OY

соответственно), и постоянных скоростных ошибок ΔV_x , ΔV_y ГНС по тем же осям. Показания радиовысотомера моделировались с частотой 1 Гц, ошибка измерения радиовысотомера $\Delta h_{PB}(t_k)$ была реализована как случайная величина, распределенная по нормальному закону:

$$\Delta h_{PB}(t_k) = N(0, 0.05 \cdot h_{абс}), \quad (12)$$

В численных исследованиях, не нарушая общности, будем считать, равными:

- количество координатных гипотез по осям OX , OY ($N_x = N_y = N$);
- количество скоростных гипотез по осям OX , OY ($N_{Vx} = N_{Vy} = N_V$);
- интервалы задания координатных и скоростных гипотез по осям OX , OY ($\Delta x = \Delta y = \Delta$), ($\Delta V_x = \Delta V_y = \Delta V$).

Для оценки точности получаемого решения введем показатель качества P :

$$P_V = \sqrt{(\delta \hat{V}_x - \delta V_x)^2 + (\delta \hat{V}_y - \delta V_y)^2}, \quad (13)$$

где δV_x , δV_y - заданные скоростные ошибки ГНС по осям OX , OY , $\delta \hat{V}_x$, $\delta \hat{V}_y$ - скоростные ошибки, определенные в результате работы предложенного алгоритма (9)-(10).

Для проведения первой серии экспериментов, зафиксируем $N=41$, $N_V=11$, $\Delta = 50$ м., $\Delta V = 1$ м/сек, и будем варьировать момент времени t_A , зафиксировав разность $t_B - t_A = 100$. На рис. 7 представлено изменение показателя качества P_V в зависимости от назначения момента времени t_A . Время начала оценивания скоростной ошибки должно быть не менее 50 секунд.

Проведем тот же эксперимент для оценки влияния момента t_B на качество получаемого решения. Зафиксируем $t_A = 100$ сек. Из графиков, приведенных на рис. 8 видно, что продолжительность накопления (t_B) информации для получения высокой точности идентификации скоростных ошибок НК должна составлять не менее 100 секунд.

Зафиксируем $N = 41$, $\Delta = 50$ м., $\Delta V = 1$ м/сек, $t_A = 80$ сек., $t_B = 180$ сек., и рассмотрим качество получаемого решения P_V в зависимости от количества скоростных гипотез (рис. 9). Очевидно, количество скоростных гипотез существенно влияет на качество получаемого результата. В ходе численных исследований было установлено, что для получения приемлемой точности нахождения скоростной гипотезы для типичных условий применения необходимо анализировать не менее девяти скоростных гипотез.

Для оценивания точности определения координат местоположения ЛА, введем аналогичный показатель качества:

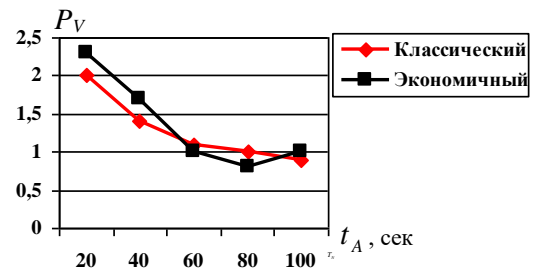


Рис. 7. Зависимость показателя качества получаемого решения от момента запуска алгоритма оценивания t_A .

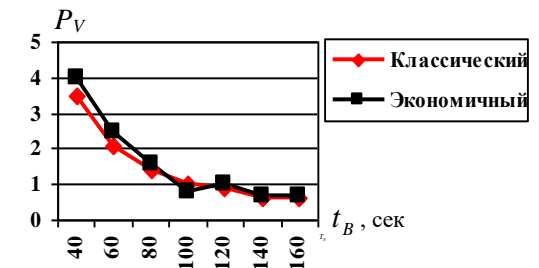


Рис. 8. График зависимости показателя качества получаемого решения от продолжительности оценивания t_B .

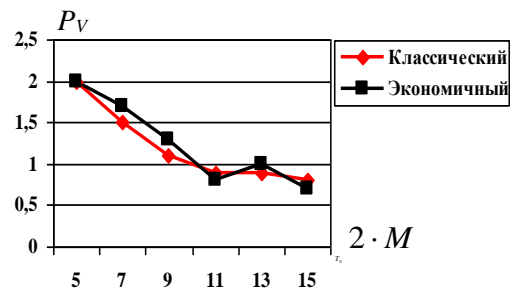


Рис. 9. График зависимости качества получаемого решения P от количества рассматриваемых скоростных гипотез

$$P = \sqrt{(\delta\tilde{x} - \delta x)^2 + (\delta\tilde{y} - \delta y)^2}, \quad (13)$$

где δx , δy - заданные координатные ошибки ГНС по осям OX , OY , $\delta\tilde{x}$, $\delta\tilde{y}$ - найденные в результате работы предложенного алгоритма координатные ошибки.

Оценим точность полученного решения о координатных ошибках ГНС ЛА, для этого зафиксируем $N=41$, $N_V=11$, $\Delta = 50$ м., $\Delta V = 1$ м/сек, начало оценивания $t_A = 100$ секунд, окончание оценивания: $t_B = 200$ секунд. На рисунке 10 изображен график полученных результатов.

Для проведения полунатурного эксперимента применим предложенный подход идентификации скоростных ошибок НК к зарегистрированным на борту ЛА полетным данным (рис. 11). Т.к. во время полета функционировала СРНС, ошибки НК можно считать близкими к нулю. Наблюдается быстрая сходимость к нулю и высокая точность полученного решения на протяжении всего времени функционирования предложенного алгоритма. Также возросла точность идентификации координатных ошибок, график здесь не приведен.

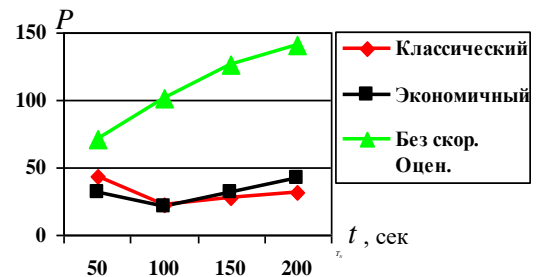


Рис. 10. График точности оценивания координат местоположения

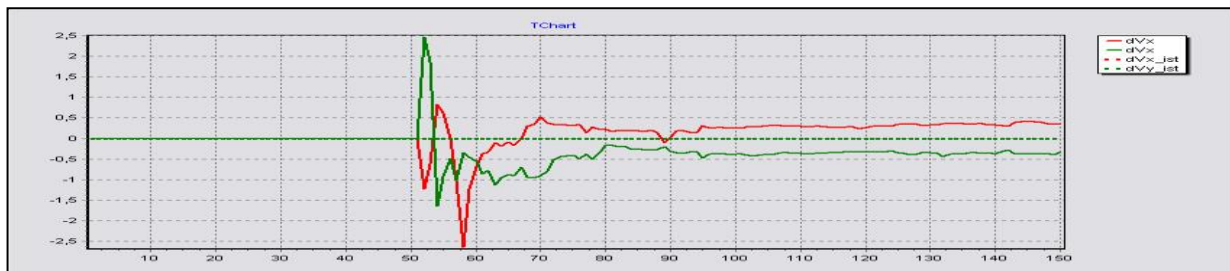


Рис. 11 Функционирование алгоритма оценивания скоростных ошибок НК ЛА по данным летного эксперимента

Выводы

В работе был представлен и исследован новый алгоритм принятия решения при одновременном оценивании координатных и скоростных ошибок ИНС рельефометрической КЭНС. Численные исследования позволяют сделать вывод о том, что предложенный подход позволяет определять скоростные ошибки ИНС за 150-200 секунд с с.к.о. 0,6-0,8 м/с, координатные ошибки с с.к.о. менее 50 м. Данный подход применим как к классическому так и экономичному поисковому алгоритму. На основании результатов численных исследования выработаны рекомендации по выбору параметров алгоритма поиска и проведен полунатурный эксперимент по зарегистрированным на борту ЛА полетным данным.

Список литературы

1. Красовский А.А., Белоглазов И.Н., Чигин Г.П., Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем, Москва, «Наука» 1979.
2. Белоглазов И.Н., Джанджгава Г.И., Чигин Г.П. Основы навигации по геофизическим полям. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985г., 328с.
3. Косяченко С.А., Наумов А.И. Материалы IX конференции молодых ученых Навигация и управление движением «Экономичный поисковый алгоритм корреляционно-экстремальной навигационной системы для совместного оценивания координатных и скоростных ошибок»
4. Косяченко С. А., Наумов А. И. Материалы конференции ...
5. <ftp://eosrpoln.ecs.nasa.gov/SRTM/versbon2>.

Авторы не возражают против размещения доклада в Интернете и согласны с его последующей публикацией в сборнике материалов конференции.

Косяченко С. А. +7-916-912-88-48, spiero@yandex.ru

Научный руководитель: Наумов А. И. al_naumov@rambler.ru