

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ ДЛЯ ОДНОВРЕМЕННОГО ОЦЕНИВАНИЯ КООРДИНАТНЫХ И СКОРОСТНЫХ ОШИБОК НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Предлагается экономичный в вычислительном смысле алгоритм корреляционно-экстремальной навигации для оценивания координатных и скоростных ошибок летательного аппарата, основанный на принципе разделения координатного и скоростного оценивания ошибок. Приводятся результаты сравнительных исследований точности и ресурсоемкости предложенного алгоритма и известных поисковых алгоритмов.

Введение

Применение рельефометрических корреляционно-экстремальных навигационных систем (РКЭНС) является эффективной альтернативой спутниковой навигационной системе при выполнении коррекции численных основной навигационной системой (ОНС) параметров полета [1,2]. При наличии больших начальных ошибок численных параметров применяются т.н. поисковые алгоритмы РКЭНС, реализующие процедуру сравнения и выбора наилучшей гипотезы из заданного множества возможных ошибок.

Задача коррекции навигационных параметров в полете характеризуется наличием как координатных, так и скоростных ошибок основной навигационной системы. Поиск по множеству только координатных гипотез допустим по вычислительной сложности, но в этом случае решение содержит методическую погрешность, обусловленную неучтенными скоростными ошибками в период времени координатного оценивания [4]. Расширение множества поиска за счет дополнительного включения гипотез о скоростных ошибках при традиционных подходах к построению вычислительных процедур нереализуемо в реальном масштабе времени в современных бортовых вычислительных системах [3].

В работах [3,4] были предложены несколько альтернативных процедур для уменьшения вычислительной сложности поискового алгоритма при решении задачи одновременного поиска координатных и скоростных ошибок ОНС. В настоящей работе предлагается экономичный в вычислительном смысле алгоритм КЭНС для одновременного оценивания координатных и скоростных ошибок ОНС. Приводятся результаты сравнительных исследований точности и ресурсоемкости предлагаемого алгоритма и альтернативных алгоритмов КЭНС [3,4] в задаче одновременного оценивания координатно-скоростных ошибок.

Постановка задачи

В качестве модели ошибок ОНС летательного аппарата (ЛА) рассмотрим простейшую модель следующего вида:

* Научный руководитель работы к.т.н., профессор А.И. Наумов

$$\begin{cases} \delta\dot{x} = \delta V_x \\ \delta\dot{y} = \delta V_y \\ \delta\dot{V}_x = 0 \\ \delta\dot{V}_y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где δx , δy – координатные ошибки вдоль осей x и y ; δV_x , δV_y – скоростные ошибки вдоль осей x и y .

В рельефометрических КЭНС наблюдением является точечное косвенное измерение высоты рельефа местности, формируемое как разность измерений абсолютной и истинной высот полета ЛА. В основе поискового алгоритма КЭНС лежит процедура сравнения измеренного профиля рельефа и профилей, построенных для рассматриваемых гипотез об ошибках ОНС с использованием эталонной карты высот рельефа местности.

Рассмотрим классический алгоритм КЭНС, выполняющий координатное оценивание [3], т.е. позволяющий детектировать δx и δy в предположении отсутствия ошибок по скорости. В каждой точке измерения относительно точки предполагаемого местонахождения ЛА формируется дискретное множество точек (сеточное разбиение) с шагом Δx , Δy вдоль осей OX и OY соответственно. Тогда гипотезы о координатных ошибках ОНС ЛА могут быть описаны значениями $\delta x_i = i \cdot \Delta x$, $\delta y_j = j \cdot \Delta y$; $-N_x \leq i \leq N_x$, $-N_y \leq j \leq N_y$; $(2 \cdot N_x + 1)$, $(2 \cdot N_y + 1)$ – количество гипотез об ошибках ОНС вдоль оси OX , OY , соответственно. Предположим, что последовательно выполнено M измерений высоты рельефа, и для каждого узла сети вычислено значение целевого функционала Q :

$$Q(i, j) = \sum_{k=1}^M (h_p(t_k) - h_p^3(x_{\text{онс}}(t_k) + i \cdot \Delta x, y_{\text{онс}}(t_k) + j \cdot \Delta y))^2, \quad (2)$$

где (i, j) – двумерный индекс гипотезы о координатных ошибках ОНС; $h_p(t_k)$, $x_{\text{онс}}(t_k)$, $y_{\text{онс}}(t_k)$ – измерение высоты рельефа местности и координат местоположения в момент времени t_k ОНС; $h_p^3(x, y)$ – высота, рассчитанная с помощью эталонной карты в точке (x, y) .

Решением поисковой КЭНС в M -й момент времени ($M > 0$) является гипотеза (i^*, j^*) , в которой функционал Q принимает наименьшее значение:

$$Q(i^*, j^*) = \min_{i, j} [Q(i, j)]. \quad (3)$$

Как упоминалось ранее, такое решение содержит методическую ошибку [4], для устранения которой необходимо оценивать не только координатные, но и скоростные ошибки ОНС ЛА. В этом случае дополнительно вводится область неопределенности по скоростным ошибкам. Целевой функционал РКЭНС в классическом алгоритме совместного координатно-скоростного оценивания имеет вид:

$$Q(i, j, s, r) = \sum_{k=0}^M [h_{p,k}(t_k) - h(x_{\text{оч}}(t_k) + i\Delta x + s\Delta V_x(t_k - t_0), y_{\text{оч}}(t_k) + j\Delta y + r\Delta V_y(t_k - t_0))]^2, \quad (4)$$

где (i, j, s, r) – 4-мерный индекс гипотезы о координатно-скоростных ошибках ОНС ЛА; $-N_{V_x} \leq s \leq N_{V_x}$, $-N_{V_y} \leq r \leq N_{V_y}$; ΔV_x , ΔV_y – дискреты гипотез о скоростных ошибках ОНС по осям OX и OY , соответственно; остальные обозначения соответствуют (2). Решением РКЭНС будет являться (i^*, j^*, s^*, r^*) :

$$Q(i^*, j^*, s^*, r^*) = \min_{i, j, s, r} [Q(i, j, s, r)]. \quad (5)$$

Сложность алгоритма только координатного оценивания на каждом шаге составляет $O((2 \cdot N_x + 1) \cdot (2 \cdot N_y + 1))$, т.к. целевой функционал необходимо вычислять в $(2 \cdot N_x + 1) \cdot (2 \cdot N_y + 1)$ точках. В то же время сложность алгоритма совместного координатно-скоростного оценивания уже будет составлять $O((2 \cdot N_x + 1) \cdot (2 \cdot N_y + 1) \cdot (2 \cdot N_{V_x} + 1) \cdot (2 \cdot N_{V_y} + 1))$. Если задача координатного оценивания может быть реализована на современных бортовых вычислителях, то задача совместного координатно-скоростного оценивания в классической постановке невозможна в связи с большими объемами вычислений.

Альтернативные алгоритмы РКЭНС

Классический алгоритм координатно-скоростного оценивания РКЭНС предполагает прямое вычисление целевого функционала $Q(i, j, s, r)$ в $(2 \cdot N_x + 1) \cdot (2 \cdot N_y + 1) \cdot (2 \cdot N_{V_x} + 1) \cdot (2 \cdot N_{V_y} + 1)$ точках на каждом шаге измерения. Это приводит к существенным вычислительным затратам. Для снижения вычислительных затрат поискового алгоритма совместного координатно-скоростного оценивания возможно применение экономичного поискового алгоритма с расширяемым доверительным квадратом (ДК). Этот алгоритм основан на принципе объединения координатных и скоростных гипотез в единое множество гипотез с последующим восстановлением высоты рельефа из этого множества. Классические алгоритмы и алгоритм с расширяемым ДК были описаны в [3].

Альтернативный путь снижения вычислительных затрат возможен при разработке последовательного алгоритма РКЭНС, который можно условно разделить на 2 части:

1. Координатное оценивание;
2. Уточнение полученного координатного решения перебором возможных скоростных гипотез.

Изначально выполняется только координатное оценивание, т.е. вычисляется целевой функционал, вида (2), находится (i^*, j^*) – индекс гипотезы в которой $Q(i, j)$, достигает минимума. Цель координатного поиска заключается в получении «грубой» оценки ошибок ОНС. Координата местоположения ЛА по оси OX в момент времени t , можно записать так:

$$x(t) = x_{\text{оч}}(t) + i^* \cdot \Delta x, \quad (6)$$

где $x_{\text{оч}}(t)$ – измерение местоположения в момент времени t ОНС; Δx – шаг сети разбиения вдоль оси OX ; i^* – найденная гипотеза в ходе работы поискового алгоритма. Аналогично по оси OY :

$$y(t) = y_{осн}(t) + j^* \cdot \Delta y, \quad (7)$$

Учитывая, что функционал $Q(i, j)$ имеет квадратичный вид, а так же ограниченность скоростных ошибок ОНС, результат координатного оценивания будет иметь вид, представленный на рисунке 1. Найденная в ходе координатного оценивания траектория будет являться одной из наиболее близких геометрически траекторий к истинной.

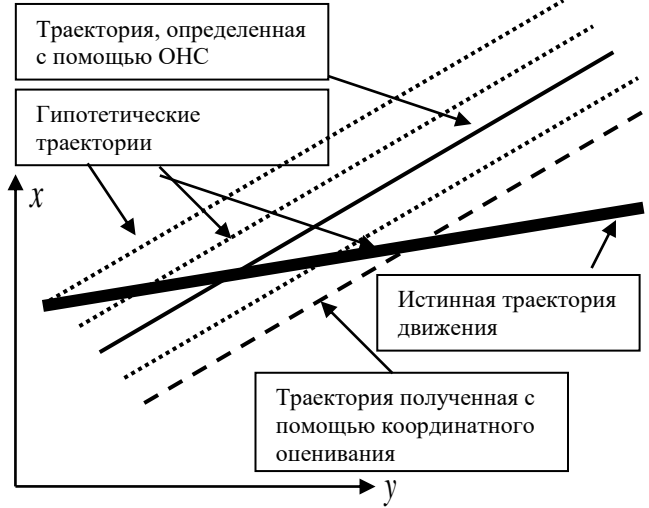


Рис. 1 Координатное оценивание в случае наличия скоростной ошибки ОНС.

Ошибку ОНС будет удобно представить как сумму координатной и скоростной ошибки записанную относительно точки пересечения истинной и найденной в ходе координатного оценивания траектории. В данной работе эту точку будем находить используя понятие информативности траектории.

Результаты измерений высоты рельефа на всем промежутке оценивания

необходимо сохранять в массив (h_0, h_2, \dots, h_M) . После получения координатного решения вычисляется информативность траектории S , представляющая собой сумму квадратов невязок всех соседних измерений высоты:

$$S = \sum_{k=0}^{M-1} (h_k - h_{k+1})^2, \quad (8)$$

где M — количество измерений, которые были произведены в процессе оценивания; h_k — измеренная высота в момент времени t_k ($k = 0 \dots M$). Центром информативности траектории будет являться измерение с индексом G :

$$\sum_{k=0}^G (h_k - h_{k+1})^2 \leq \frac{S}{2} < \sum_{k=0}^{G+1} (h_k - h_{k+1})^2 \quad (9)$$

Далее определяется множество гипотез о скоростных ошибках ОНС ЛА. Такое множество должно зависеть от класса точности основной навигационной системы и желаемой точности получаемого решения. Множество скоростных гипотез по оси OX задается аналогично множеству координатных гипотез:

$$\Delta V_s = s \cdot \Delta V_x, \quad (10)$$

где ΔV_s — скоростная гипотеза по оси OX ; s — индекс скоростной гипотезы по оси OX ; ΔV_x — дискрет, введенный на множестве скоростных гипотез по оси OX ; ограничения на множество скоростных гипотез: $-N_{V_x} \leq s \leq N_{V_x}$.

Аналогично по оси OY : $\Delta V_r = r \cdot \Delta V_y$; $-N_{V_y} \leq r \leq N_{V_y}$.

Теперь уточним найденное координатное решение, перебрав все возможные скоростные гипотезы ΔV_s , ΔV_r . Итоговое координатное решение гипотезы (i^*, j^*, s, r) :

$$\begin{aligned} x(t) &= x_{\text{НК}}(t) + i^* \Delta x + s \Delta V_x (T(G) - t), \\ y(t) &= y_{\text{НК}}(t) + j^* \Delta y + r \Delta V_y (T(G) - t), \end{aligned} \quad (11)$$

где, $T(G)$ – момент времени, в котором было достигнуто измерение G , остальные обозначения соответствуют (6), (10).

Таким образом, все рассматриваемые скоростные гипотезы будут проходить через центр информативности траектории (рисунок 2).

Решением задачи скоростного оценивания будет являться (s^*, r^*) :

$$Q(i^*, j^*, s^*, r^*) = \min_{s, r} [Q(i^*, j^*, s, r)]$$

Заметим, что сложность данного алгоритма совпадает со сложностью алгоритма координатного оценивания:

$$\begin{aligned} &O((2 \cdot N_x + 1) \cdot (2 \cdot N_y + 1)) \\ &O((2 \cdot N_{Vx} + 1) \cdot (2 \cdot N_{Vy} + 1)) \\ &O((2 \cdot N_x + 1) \cdot (2 \cdot N_y + 1)) \quad \text{т.к. для типичных} \\ &\text{условий} \quad \text{применения} \\ &(2 \cdot N_x + 1) \cdot (2 \cdot N_y + 1) > (2 \cdot N_{Vx} + 1) \cdot (2 \cdot N_{Vy} + 1). \end{aligned}$$

Вычислительная сложность классического алгоритма координатно-скоростного оценивания составляет $O((2 \cdot N_x + 1) \cdot (2 \cdot N_y + 1) \cdot (2 \cdot N_{Vx} + 1) \cdot (2 \cdot N_{Vy} + 1))$, что позволяет рассчитывать на существенный выигрыш в быстродействии предложенного алгоритма по сравнению с классическим алгоритмом. Вычислительная сложность алгоритма с расширяемым ДК равна сложности классического алгоритма [3].

Не будем ограничиваться аналитическими оценками и перейдем к численным исследованиям.

Численные исследования алгоритмов РКЭНС

Для проведения сравнительных испытаний мы взяли, рассмотренный здесь последовательный алгоритм и известные на сегодняшний момент алгоритмы КЭНС для координатно-скоростного оценивания: классический алгоритм координатного оценивания, классический алгоритм с расширяемым ДК [3]. Так же приведены результаты для классического алгоритма только координатного оценивания. Исследовались как точностные характеристики оценивания координатных и скоростных ошибок ОНС ЛА, так и быстродействие всех рассматриваемых алгоритмов. В качестве эталона использовалась цифровая карта рельефа местности формата SRTM [5] на район среднерусской возвышенности.

Модельные реализации полетов ЛА представляли собой прямолинейные

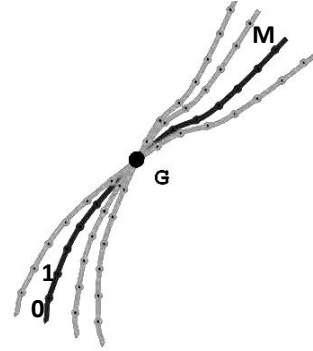


Рис. 2. Перебор заданных скоростных гипотез проходящих через центр информативности траектории

участки траектории длиной до 70 км. Ошибки ОНС вдоль оси OX моделировались в соответствии с (1) следующим образом.

Начальные значения ошибок по координатам и скорости моделировались как равномерно распределенные случайные величины, в пределах ± 500 м, и ± 5 м/с соответственно.

Как уже упоминалось, измерение высоты рельефа происходит косвенно, формируется как разность измерений абсолютной и истинной высот полета ЛА:

$$h_D(t_k) = h_{\text{ААН}}(t_k) - h_{\text{ДА}}(t_k) + \delta h(t_k), \quad (12)$$

где, $h_{\text{ААН}}(t_k)$ – абсолютная высота полета; $h_{\text{ДА}}(t_k)$ – истинная высота, измеренная с помощью радиовысотомера; $\delta h(t_k)$ – суммарная ошибка измерения; t_k – момент времени в который проходит измерение.

Ошибка измерения моделировалась следующим образом:

$$\delta h(t_k) = N(0, 0.015 \cdot (h_{\text{ААН}}(t_k) - h_{\text{ДА}}(t_k))) + \delta h_{\text{PB}}(t_k), \quad (13)$$

где $\delta h_{\text{PB}}(t_k)$ – ошибка, вызванная нелинейностью рельефа в точке измерения, остальные обозначения соответствуют (12).

В результатах приводимых опытов, для простоты, не нарушая общности, будем считать, равными:

- количество координатных гипотез по осям OX, OY ($N_x = N_y = N$);
- количество скоростных гипотез по осям OX, OY ($N_{V_x} = N_{V_y} = N_v$);
- интервалы задания координатных и скоростных гипотез по осям OX, OY ($\Delta x = \Delta y = \Delta$), ($\Delta V_x = \Delta V_y = \Delta V$).

Для оценки точности полученного координатного решения для M измерений введем показатель качества P_j :

$$P_j = \sqrt{(\delta \hat{x} - \delta x_j)^2 + (\delta \hat{y} - \delta y_j)^2}, \quad (14)$$

где $\delta x_j, \delta y_j$ – реализации координатных ошибок ОНС по осям OX, OY ; $\delta \hat{x}, \delta \hat{y}$ – найденные ошибки в результате работы одного из алгоритмов РКЭНС.

В эксперименте 1 исследовалось качество координатного оценивания рассмотренных алгоритмов по 20-ти контрольным экспериментам, т.е.

вычислялся осредненный показатель качества $P = \frac{1}{20} \sum_{j=1}^{20} P_j$. Во всех

экспериментах ЛА двигался равномерно прямолинейно со скоростью 150 метров в секунду по траектории длиной в 15 километров, т.е. время оценивания составляет 100 секунд. Измерения радиовысотомера проводились с частотой 1 Гц. Результаты моделирования представлены на рис 3. Заметим качественное превосходство алгоритмов координатно-скоростного оценивания, особенно в случае больших скоростных ошибок ОНС.

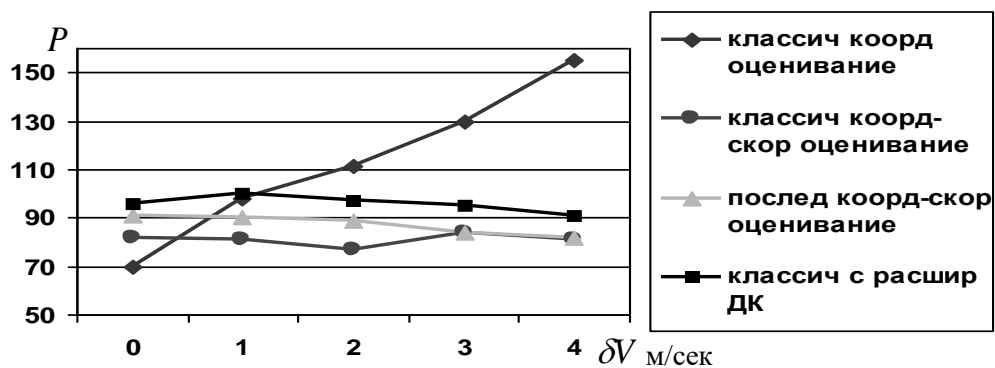


Рис. 3. График зависимости качества полученного координатного решения от моделируемой скоростной ошибки

Для исследования быстродействия алгоритмов был выбран отрезок полета длительностью 2000 секунд. Данные поочередно были обработаны всеми исследуемыми алгоритмами - результат представлен в таблице 1.

Таблица 1. Сравнение быстродействия алгоритмов по обработке 2000 реализаций измерений

Классический алгоритм координатно-скоростного оценивания	Классический с расширяемым ДК	Последовательный алгоритм координатно-скоростного оценивания
79,1 (сек)	21,6 (сек)	8,5 (сек)

Вывод

Предлагаемый в данной работе алгоритм КЭНС является эффективной альтернативой классическим поисковым алгоритмам КЭНС в случае существенных ограничений ресурсоемкости бортового вычислителя.

Проведенные сравнительные исследования алгоритмов показали выигрыш в вычислительной производительности по сравнению с классической организацией вычислительного процесса в 4-10 раз при ухудшении точности решения не более 15%. Абсолютные оценки вычислительных затрат последовательного алгоритма координатно-скоростного оценивания позволяют реализовать данный алгоритм на существующих бортовых вычислительных машинах.

Список литературы

1. Красовский А. А., Белоглазов И. Н., Чигин Г. П. Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем, Москва, «Наука» 1979.
2. Белоглазов И. Н., Джанджава Г. И., Чигин Г. П. Основы навигации по геофизическим полям. Москва, «Мир» 1985.
3. Косяченко С.А., Наумов А.И. Экономичный поисковый алгоритм корреляционно-экстремальной навигационной системы для совместного оценивания координатных и скоростных ошибок, Материалы IX конференции молодых ученых «Навигация и управление движением».
4. Косяченко С. А., Наумов А. И. Алгоритмы поиска глобального экстремума функционала поискового алгоритма корреляционно-экстремальной навигационной системы при одновременном оценивании координатных и скоростных ошибок, Материалы X конференции молодых ученых «Навигация и управление движением».
5. <ftp://eosrpoln.ecs.nasa.gov/SRTM/versbon2>.

