

А. И. НАУМОВ, С. А. КОСЯЧЕНКО  
(ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, Москва)

## **ЭКОНОМИЧНЫЙ ПОИСКОВЫЙ АЛГОРИТМ КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ СОВМЕСТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ КООРДИНАТНЫХ И СКОРОСТНЫХ ОШИБОК.**

*Рассматриваются недостатки классического поискового алгоритма рельефометрической корреляционно-экстремальной навигационной системы для совместного оценивания координатных и скоростных ошибок. Предлагается экономичный в вычислительном смысле поисковый алгоритм, приводятся результаты оценки его эффективности.*

### **Введение**

Точность и надежность функционирования воздушной навигации жизненно важны как в военной, так и в гражданской авиации. Основу современных навигационных комплексов летательных аппаратов (ЛА) составляют интегрированные инерциально-спутниковые навигационные системы. Сильные стороны инерциальных и спутниковых навигационных систем хорошо известны; интегрированные системы объединяют в себе их преимущества. Однако, спутниковые навигационные системы уязвимы с точки зрения помехозащищенности, современные средства радиоподавления недороги и могут быть применены не только во время военных конфликтов, но и в мирное время террористическими организациями. Если измерения таких систем становятся недоступны, а бортовая навигационная система имеет низкую точность, погрешность навигационного решения быстро возрастает и может превысить допустимый по условиям безопасности полетов уровень.

Рельефометрические корреляционно-экстремальные навигационные системы (КЭНС), основанные на сравнении измеренной высоты рельефа местности с эталонной картографической информацией, дают возможность создания нового класса интегрированных навигационных комплексов, в которых комплексирование показаний спутниковых, инерциальных и КЭНС позволяет получать и поддерживать высокую навигационную точность даже при длительных перерывах в функционировании спутниковой системы [1][2]. При больших начальных ошибках определения координат местоположения ЛА для определения ошибок применяются поисковые алгоритмы КЭНС. К числу недостатков поисковых алгоритмов КЭНС можно отнести повышенные требования к вычислительной производительности бортовой ЭВМ. Если посредством КЭНС требуется определить не только координатные, но и скоростные ошибки, то требования к вычислительной производительности бортовой ЭВМ дополнительно увеличиваются на 1-2 порядка. В работе исследуются вопросы разработки и применения экономичных вычислительных поисковых алгоритмов КЭНС для одновременного оценивания координатных и скоростных ошибок навигационного комплекса ЛА.

### Классический поисковый алгоритм рельефометрической КЭНС

Традиционно поисковые алгоритмы рельефометрических КЭНС строятся на основе теории статистических решений [1,2]. Для реализации простейшей КЭНС необходимо:

- Эталонные данные о рельефе земной поверхности в районе полетов;
- Периодические измерения высоты рельефа с борта ЛА;
- Алгоритмическое обеспечение КЭНС.

В качестве эталонных данных о рельефе земной поверхности будем использовать цифровую карту абсолютных высот рельефа местности, заданную в виде массива данных высот [3]. Высоты рельефа местности на борту определяется как разность абсолютной высоты полета и измеренной радиовысотометром истинной высоты полета.

$$h_p(t_k) = h_{абс}(t_k) - h_{рв}(t_k), \quad (1)$$

где  $h_{абс}(t_k)$  – значение абсолютной высоты, полученное на выходе вертикального канала в  $k$ -ый момент времени,  $k = 0, \dots, N$ ;  $h_{рв}(t_k)$  – измерение радиовысотометра в  $k$ -ый момент времени;  $h_p(t_k)$  – косвенное измерение высоты рельефа местности в  $k$ -ый момент времени.

Рассмотрим поисковый алгоритм КЭНС, позволяющий оценить координатную ошибку «грубой» навигационной системы (ГНС) ЛА. В области неопределенности ГНС задаем доверительный квадрат (рисунок 1). Внутри квадрата выполняем сеточное разбиение с шагом  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно, число точек сетки разбиения равно  $M_x$  на  $M_y$ . Возьмем  $M_x, M_y$  – нечетные ( $M_x = 2N_x + 1$ ,  $M_y = 2N_y + 1$ , тогда индексация узлов сетки разбиения имеет вид  $-N_x \leq i \leq N_x$ ,  $-N_y \leq j \leq N_y$ ). Каждый узел этой сети будет являться гипотезой об ошибках местоположения ЛА в начальный момент времени.

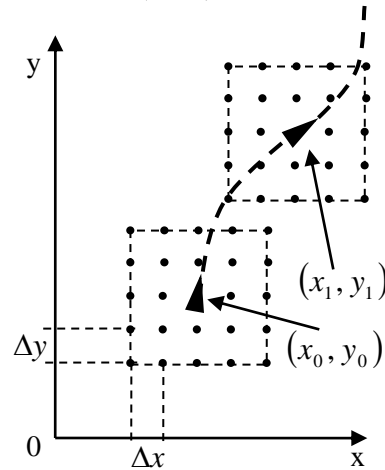


Рис. 1

Целевой функционал вычисляется итерационно, начиная с момента запуска КЭНС и в последующие моменты времени выполнения измерений, в каждом узле сети вычисляется значение целевого функционала  $Q$  следующим образом:

$$Q(i, j) = \sum_{k=0}^N (h_p(t_k) - h_p^o(x_{гнс}(t_k) + i\Delta x, y_{гнс}(t_k) + j\Delta y))^2, \quad (2)$$

где  $(i, j)$  – двумерный индекс гипотезы о координатных ошибках ГНС ЛА,  $-N_x \leq i \leq N_x$ ,  $-N_y \leq j \leq N_y$ ;  $h_p(t_k)$  – высота рельефа местности, определенная на борту ЛА,  $x_{гнс}(t_k), y_{гнс}(t_k)$  – координаты на выходе ГНС ЛА в  $k$ -е моменты времени,  $h_p^o(*, *)$  – значение высоты рельефа местности, рассчитанное с использованием эталонной бортовой карты в соответствующей точке. Таким образом, каждая гипотеза об ошибках определения координат

ГНС характеризуется вектором  $Q(i, j)$ . При  $N = 0$   $Q(i, j) = 0, \forall i, j$ .

Решением поисковой КЭНС в  $N$ -ый момент времени ( $N > 0$ ) является точка сети разбиения с индексами  $(i^*, j^*)$ , в которой целевой функционал  $Q$ , принимает наименьшее значение:

$$Q(i^*, j^*) = \min_{i, j} [Q(i, j)]. \quad (3)$$

Для задачи совместного оценивания координатных и скоростных ошибок ГНС ЛА дополнительно вводится область неопределенности ГНС по скоростным ошибкам, в которой задается сетка разбиения (набор гипотез) аналогично рассмотренному выше разбиению области по координатным ошибкам. Целевой функционал КЭНС этой задачи имеет вид:

$$Q(i, j, s, r) = \sum_{k=0}^N (h_{p,k}(t_k) - h_p(x_{\text{ГНС}}(t_k) + i\Delta x + s\Delta V_x(t_k - t_0), y_{\text{ГНС}}(t_k) + j\Delta y + r\Delta V_y(t_k - t_0)))^2, \quad (4)$$

где  $(i, j, s, r)$  – 4-хмерный индекс гипотезы о координатных и скоростных ошибках ГНС ЛА;  $-N_{V_x} \leq s \leq N_{V_x}$ ,  $-N_{V_y} \leq r \leq N_{V_y}$ ;  $\Delta V_x$ ,  $\Delta V_y$  – дискреты гипотез о скоростных ошибках ГНС по осям  $Ox$  и  $Oy$ , соответственно; остальные обозначения соответствуют (2). Решением КЭНС будут индексы гипотез о координатных и скоростных ошибках ГНС:

$$Q(i^*, j^*, s^*, r^*) = \min_{i, j, s, r} [Q(i, j, s, r)]. \quad (5)$$

В случае оценивания только координатных ошибок местоположения ЛА на каждом шаге для итерационного вычисления целевого функционала  $Q$  необходимо вычислить по эталонной карте значения высот рельефа местности в  $M_x \times M_y$  точках (что соответствует числу гипотез о координатных ошибках ГНС). В случае совместного оценивания координатных и скоростных ошибок количество вычисляемых значений высот рельефа местности при итерационного вычисления  $Q(i, j, s, r)$  на каждом шаге возрастет в  $M_{V_x} \times M_{V_y}$  раз, где  $M_{V_x} = 2N_{V_x} + 1$ ,  $M_{V_y} = 2N_{V_y} + 1$  – заданное количество гипотез о скоростных ошибках ГНС ЛА вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно.

Предположим, что область неопределенности ошибок по скорости ГНС составляет  $\pm 5$  м/с, а требуемая точность определения компонент вектора скорости составляет 1 м/с ( $M_{V_x} = 11$ ,  $M_{V_y} = 11$ ). Тогда, в случае совместного оценивания координатных и скоростных ошибок ГНС ЛА объем вычислений увеличивается в 121 раз, по сравнению с координатным оцениванием.

Если задача координатного оценивания может быть реализована на современных бортовых вычислителях, то задача одновременного координатного и скоростного оценивания в классической постановке в связи с большими объемами вычислений практически нереализуема.

### Синтез экономичного поискового алгоритма

Для анализа возможности сокращения вычислительных затрат рассмотрим структуру вычислительного процесса и взаимную “геометрию” расположения координатных и скоростных гипотез.

Заметим, что в случае совместного координатного и скоростного оценивания, мы будем на каждом шаге вычислений рассматривать множество очень «близких» гипотез  $(i, j, s, r)$ . Две гипотезы  $(i_1, j_1, s_1, r_1)$  и  $(i_2, j_2, s_2, r_2)$  будем считать близкими с точки зрения организации вычислений в алгоритме

КЭНС на  $N$ -том шаге, если линейное расстояние между узлами сеток разбиения этих гипотез

$$x_{\text{ГНС}}(t_k) + i_1 \Delta x + s_1 \Delta V_x(t_k - t_0), y_{\text{ГНС}}(t_k) + j_1 \Delta y + r_1 \Delta V_y(t_k - t_0) \text{ и}$$

$$x_{\text{ГНС}}(t_k) + i_2 \Delta x + s_2 \Delta V_x(t_k - t_0), y_{\text{ГНС}}(t_k) + j_2 \Delta y + r_2 \Delta V_y(t_k - t_0)$$

не превышает длины диагонали ячейки сетки разбиения (рисунок 1). Пусть  $i_1=i_2, j_1=j_2, s_1=s_2, r_2=r_1+1$ , интервал времени между шагами итерационного вычисления функционала 1 секунда. Тогда расстояние между такими точками составит 1 метр, высоты рельефа местности в этих точках практически не отличаются друг от друга.

На рисунке 2а показаны «образы» сеток разбиения доверительного квадрата для трех различных гипотез о скоростных ошибках в нулевой момент времени и через некоторый промежуток времени. Видно, что большие части доверительных квадратов разных гипотез перекрывают друг друга. Однако, каждую такую гипотезу мы вынуждены рассматривать отдельно, что приводит к росту вычислительных затрат классического поискового алгоритма.

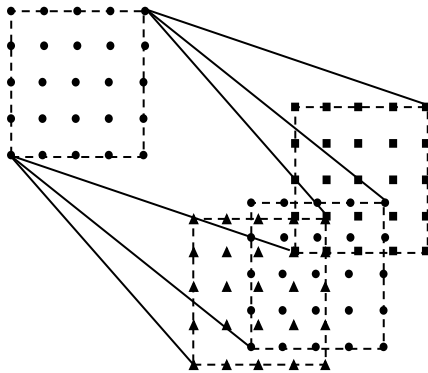


Рис. 2а классический алгоритм

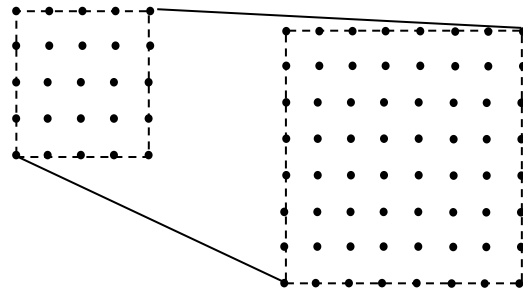


Рис. 2б экономичный алгоритм

В левой части рисунков находится множество точек расчета высот рельефа местности по эталонной карте в начальный момент времени работы алгоритма, в правой части – множество таких точек в некоторый промежуточный момент времени.

Анализ структуры вычислительных затрат поискового алгоритма КЭНС показывает, что основную их часть составляют затраты на восстановление эталонной картографической информации в узлах сети доверительного квадрата. Для построения экономичного вычислительного алгоритма предлагается разделить вычислительный процесс на два этапа. На первом этапе осуществляется определение текущих размеров расширенного доверительного квадрата и восстановление высот рельефа местности в узлах сети расширенного доверительного квадрата. На втором этапе осуществляется вычисление целевого функционала  $Q$  для текущего момента времени и для каждой гипотезы  $(i, j, s, r)$ .

Под расширенным доверительным квадратом будем понимать такую динамически изменяющуюся область неопределенности ГНС, внутри которой на текущем шаге функционирования алгоритма попадали бы все гипотезы  $(i, j, s, r) - N_x \leq i \leq N_x, -N_y \leq j \leq N_y, -N_{Vx} \leq s \leq N_{Vx}, -N_{Vy} \leq r \leq N_{Vy}$ . В этом случае нам не придется для каждой пары индексов  $(s, r)$  строить отдельную сеть и вычислять в узлах значения высот рельефа местности. Вместо

этого предлагается вычислять значения высот рельефа местности в узлах сетки разбиения расширенного доверительного квадрата. На  $k$ -м шаге расширенный доверительный квадрат будет иметь размер:

$$\begin{aligned} N_x^k &= N_x + \text{round}(kM_{V_x} / \Delta x), \\ N_y^k &= N_y + \text{round}(kM_{V_y} / \Delta y). \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, при совместном оценивании координатных и скоростных ошибок ГНС предлагается периодически расширять доверительный квадрат до необходимых размеров (рисунок 26).

В случае такого подхода узлы сетки редко будут попадать точно в узлы сети расширенного доверительного квадрата, поэтому высота  $h_p^3$ , используемая при вычислении функционала (4) будет считаться приближенно, с помощью формулы Лагранжа:

$$\begin{aligned} h_p^3 \approx \tilde{h}_p^3 &= h_{i,j} + \frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{\Delta x} (x - i \cdot \Delta x) + \frac{h_{i,j+1} - h_{i,j}}{\Delta y} (y - j \Delta y) + \\ &\frac{h_{i,j} + h_{i+1,j+1} - h_{i+1,j} - h_{i,j+1}}{\Delta x \cdot \Delta y} (x - i \Delta x) \cdot (y - j \Delta y), \end{aligned} \quad (7)$$

Поясните пожалуйста связь  $\tilde{h}_p^3$  с  $h_p^3$ , используемая при вычислении функционала (4). Что такое в (7)  $h$  с индексами  $i, j$  - это координаты от ГНС? Где здесь учитываются скоростные гипотезы?

где  $(x, y)$  - точка восстановления высоты,  $(i, j)$ ,  $(i+1, j)$ ,  $(i, j+1)$ ,  $(i+1, j+1)$  - индексы узлов ячейки доверительного квадрата, в которую попала точка  $(x, y)$ , а  $\Delta x, \Delta y$  - размеры сторон ячейки.

Выигрыш в быстродействии для предложенного подхода достигается за счет меньшего числа обращений к цифровой карте. Используя классический алгоритм, нам необходимо восстанавливать высоту в  $M_x \times M_y \times M_{V_x} \times M_{V_y}$  точках. В экономичном алгоритме эта процедура выполняется в  $M_x^k \times M_y^k$  точках.

### **Численные исследования оценки эффективности экономичного поискового алгоритма**

Для предложенного экономичного поискового алгоритма КЭНС необходимо провести численные исследования, которые позволили бы определить: насколько экономичный алгоритм менее требователен к ресурсам вычислителя; обладает ли решение, получаемое с помощью предложенного поискового алгоритма, необходимой точностью и, как следствие, возможно ли использование данного экономичного поискового алгоритма на практике.

Все численные исследования будем проводить как с экономичным поисковым алгоритмом, так и с классическим поисковым алгоритмом, сравнивая полученные результаты.

Для экспериментов использовалась цифровая карта рельефа формата SRTM [3] на район среднерусской возвышенности. В качестве модельных реализаций полетов ЛА рассматривались отрезки длиной до 30 км. В начальной точке моделирования задавались координатные ошибки и скоростные ошибки

$\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta V_x, \Delta V_y$ . Показания радиовысотомера моделировались с частотой 1 Гц, ошибка измерения радиовысотомера  $\Delta h_{PB}(t_k)$  моделировалась как случайная величина, распределенная по нормальному закону:

$$\Delta h_{PB}(t_k) = N(0, f(h_{abc})), \quad (8)$$

где  $f(h_{abc}) = 0.05 \cdot h_{abc}$  - линейная функция от высоты.

В численных исследованиях, не нарушая общности, будем считать  $\Delta x = \Delta y = \Delta$ , а количество гипотез о скоростных ошибках ГНС ЛА  $M_{Vx} = M_{Vy} = 11$ ,  $\Delta V_x = \Delta V_y = \Delta V$ .

Зафиксируем  $M_x = M_y = 41$  и

проведем исследования влияния величины дискрета  $\Delta$  на число итераций, необходимых для получения устойчивого решения  $(i, j, s, r)$ . Что значит термин устойчивое решение? Результаты исследований приведены на рисунке 3. Приведите пожалуйста подписи ко всем рисункам и укажите размерности величин, отложенных по осям.

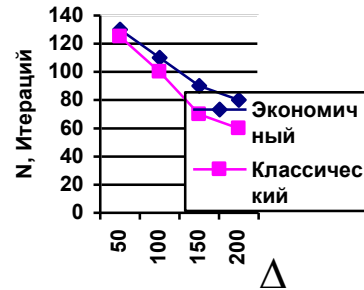


Рис. 3

Видно, что при уменьшении параметра  $\Delta$  количество итераций, необходимых для коррекции экономичному алгоритму, практически сравнивается с необходимым числом итераций для классического алгоритма. При уменьшении  $\Delta$  возрастает точность определения высоты для экономичного поискового алгоритма, тогда как для классического поискового алгоритма она не изменяется. Это является следствием использования формул (7), погрешность этой интерполяционной формулы имеет порядок малости  $\Delta^2$ . Таким образом, при малых значениях  $\Delta$  доверительного квадрата получать устойчивое решение экономичного поискового алгоритма при том же количество итераций, что и при помощи классического поискового алгоритма.

Зафиксируем  $\Delta = 50$  метров для классического поискового алгоритма. Для экономичного алгоритма будем варьировать  $\Delta$ , доверительного квадрата. Сравним точность получаемого решения с помощью экономичного поискового алгоритма с решением классического поискового алгоритма с помощью функции качества  $P$ :

$$P = \sum_{k=0}^N [(x_k - x_k^H)^2 + (y_k - y_k^H)^2], \quad (9)$$

где  $x_k, y_k$  - координаты, определенные в ходе работы поискового алгоритма КЭНС на  $k$ -м шаге,  $x_k^H, y_k^H$  - истинные координаты местоположения ЛА. Большие значения  $P$  будут соответствовать худшей работе поискового алгоритма КЭНС, тогда как меньшие значения  $P$  будут свидетельствовать о лучшей, более

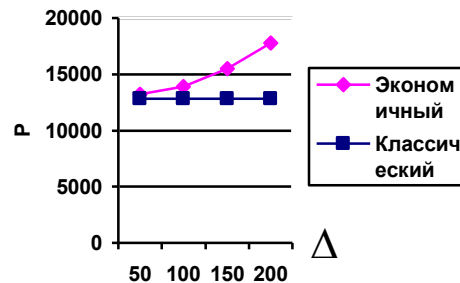


Рис. 4

устойчивой работе поискового алгоритма. На рис.4. на оси абсцисс должна быть  $\Delta$  или  $\Delta_z$ ?

Из графика на рисунке 4 видно, что при уменьшении величины дискрета  $\Delta_z$  функция качества  $P$  экономичного поискового алгоритма меняется незначительно, а для  $\Delta_z=50 \dots 100$  м практически сравнивается с показателем качества  $P$  для классического поискового алгоритма КЭНС.

Ограничим работу исследуемых алгоритмов первыми 800-ми итерациями, Почему именно первые 800 итераций – на рисунке 3 приведено только 140?

зафиксировав  $\Delta_z=\Delta=50$  м, и проведем ряд экспериментов, изменяя число гипотез о координатных ошибках местоположения ЛА  $M = M_x = M_y$  (рисунок 5). Целью исследований является оценка вычислительных затрат на реализацию классического и экономичного алгоритмов при одинаковых значениях параметров. Из этого графика следует, что вычислительные затраты экономичного алгоритма при увеличении числа координатных гипотез возрастают незначительно. Вычислительные затраты классического алгоритма зависят от числа гипотез в значительно большей степени. При увеличении числа гипотез время моделирования классического алгоритма КЭНС с 800-ми итерациями возрастает в прогрессии, близкой к геометрической. При изменении числа гипотез скоростного оценивания мы получим похожую зависимость, график которой здесь не приведен. Таким образом, для практически используемых значений параметров  $M_x, M_y, M_{Vx}, M_{Vy}$  выигрыш экономичного алгоритма в вычислительных затратах составляет от 8 до 20 раз.

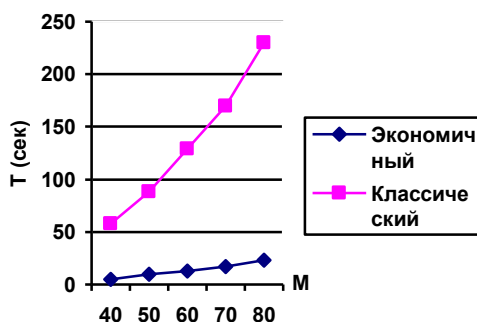


Рис. 5 Время расчета в зависимости от числа координатных гипотез

### Заключение

В докладе рассмотрен экономичный в вычислительном отношении поисковый алгоритм КЭНС для одновременного оценивания координатных и скоростных ошибок НС ЛА. Для типичных условий применения алгоритмов данного класса выигрыш в вычислительной производительности по сравнению с описанными в литературе алгоритмами составил от 8 до 20 раз. Погрешность полученного решения практически полностью может быть компенсирована уменьшением размера ячейки доверительного квадрата.

Стоит оценить большую гибкость разработанного экономичного алгоритма. При использовании предложенного алгоритма остается возможность увеличивать район поиска при оценивании координатных и скоростных ошибок, ~~количество гипотез координатного и скоростного оценивания~~. При этом предложенный алгоритм относится ТОЛЬКО к случаю одновременного оценивания и координатных и скоростных ошибок, поэтому это лишь уточнение. такие изменения не приведут к большому возрастанию вычислительных затрат.

Дальнейшие направления исследований предполагают разработку бортового программно-математического обеспечения интегрированного навигационного комплекса ЛА с использованием предложенного алгоритма оценивания и проведение летного эксперимента.

#### **Список литературы**

- 1. Красовский А. А., Белоглазов И. Н., Чигин Г. П.,** Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем, Москва, «Наука» 1979.
- 2. Белоглазов И. Н., Джанджгава Г. И., Чигин Г. П.** Основы навигации по геофизическим полям. М.: Наука. Главная редакция физико – математической литературы, 1985г., 328с.
- 3. <ftp://eosrpoln.ecs.nasa.gov/SRTM/versbon2>.**

Авторы не возражают против размещения доклада в Интернете и согласны с его последующей публикацией в сборнике материалов конференции.

Косяченко С. А. +7-916-912-88-48, [spiero@yandex.ru](mailto:spiero@yandex.ru)  
Научный руководитель: Наумов А. И. [al\\_naumov@rambler.ru](mailto:al_naumov@rambler.ru)