Cours d'analyse

Limites et continuité

Limites de référence

$\forall x \in IR_+^*$, $\forall \alpha \in IR$ $x^\alpha = e^{\alpha \ln x}$. La fonction $x \mapsto x^\alpha$ est appelée fonction puissance.

$\forall x \in IR$, $\forall a \in IR_+^*$, $a^x = e^{x \ln a}$. La fonction $x \mapsto a^x$ est appelée fonction exponentielle de base a.

			Croissance comparée	**Dérivabilité**
Fonction exponentielle	$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$	$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$
Fonction logarithme népérien	$\lim\limits_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x^\alpha} = 0$ $\lim\limits_{x \to 0^+} x \ln x = 0$	$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = 1$ $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\ln x}{x-1} = 1$
Fonctions exponentielles de base a	$a > 1$, $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = 0$ $0 < a < 1$, $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = +\infty$	$a > 1$, $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = +\infty$ $0 < a < 1$, $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = 0$	$a > 1$, $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{a^x}{x^\alpha} = +\infty$ $0 < a < 1$, $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x \ln x = 0$	

Théorème des « Gendarmes » $\forall x \in V(a) - \{a\}$ tel que $f(x) \le g(x) \le h(x)$,

V_a *désigne un voisinage de a* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \lim\limits_{x \to a} h(x) = L \Rightarrow \lim\limits_{x \to a} g(x) = L$

Limite de fonctions composées Si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$ et $\lim\limits_{x \to b} g(x) = L$ alors $\lim\limits_{x \to a} (g \circ f)(x) = L$

Fonctions équivalentes *f* est équivalente à *g* au voisinage de a, on note $f \underset{a}{\sim} g$, si et seulement si, il existe une fonction ε telle que $\forall x \in V_a$:

$f(x) = \varepsilon(x) \times g(x)$ avec $\lim\limits_{x \to a} \varepsilon(x) = 1$, c'est à dire $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 1$

Continuité en un réel a, $a \in Df$

f continue en $a \Leftrightarrow \forall \varepsilon \in IR+, \exists \alpha \in IR+ / \forall x \in Df, |x - a| \le \alpha \Rightarrow |f(x) - f(a)| \le \varepsilon$

Continuité sur un intervalle

f est continue sur un intervalle *I* si et seulement si elle est continue en tout réel *a* de *I*.
L'image d'un intervalle par une fonction continue, est un intervalle de même nature.

Continuité et monotonie

Toute fonction f continue strictement monotone sur un intervalle *I* de *IR*, réalise une bijection de *I* sur *f*(*I*) et admet une bijection réciproque f^{-1} telle que $f^{-1} \circ f = Id_I$ et $f \circ f^{-1} = Id_J$,

si I = J $f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1} = Id$ (*Id désigne la fonction identité :* $x \mapsto x$)

Prolongement par continuité d'une fonction en un réel *a*

Si *f* est une fonction définie sur un intervalle $I - \{a\}$ admettant une limite finie *L* en *a*, alors la fonction g définie par $\forall x \in I - \{a\}, g(x) = f(x)$ et $g(a) = L$, est appelée prolongement par continuité de la fonction *f* en *a*

Cours d'analyse

Dérivation

Dérivabilité d'une fonction en un réel a. Nombre dérivé en a

Soit I un intervalle de IR et soit $a \in I$.

$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = L$, L est appelé nombre dérivé de *f* en *a*, on le note *f* '(a)

Interprétation du nombre dérivé

le nombre dérivé en *a* est le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse a.

$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x}}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$, la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ n'est pas dérivable en 0. C_f présente à l'origine une demi-tangente verticale. On parle alors d'un **point de rebroussement**.

$\lim_{x \to 0^+} \frac{|x|}{x} = 1$ et $\lim_{x \to 0^-} \frac{|x|}{x} = -1$, la fonction $x \mapsto |x|$ n'est pas dérivable en 0. C_f présente à l'origine deux demi-tangentes. On parle alors d'un **point anguleux**.

Fonction dérivable sur un intervalle

Une fonction *f* est dérivable sur un intervalle *I* si et seulement si elle est dérivable en tout réel *a* de *I*.
La fonction qui à tout réel *x* de l'intervalle *I*, lui associe son nombre dérivé *f'* (*x*) est appelée fonction dérivée de *f*.

Opérations sur les fonctions dérivées

u et v désignent des fonctions dérivables sur un intervalle I de IR

Fonctions du type :	Fonctions dérivées :
$u + v$	$u' + v'$
$u \times v$	$u'v + uv'$
$\frac{1}{u}$, $u \neq 0$	$\frac{-u'}{u^2}$
$\frac{u}{v}$, $v \neq 0$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$u^n, n \in IN$	$nu^{n-1}u'$
$\sqrt{u}$, $u > 0$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\frac{1}{u^n}$, $u \neq 0, n \in IN$	$\frac{-nu'}{u^{n+1}}$
$\ln\lvert u\rvert$, $u \neq 0$	$\frac{u'}{u}$
e^u	$u'e^u$
$v \circ u$	$(v' \circ u) \times u'$

Continuité et dérivabilité Dérivable entraine continu mais la réciproque est fausse

Dérivées successives

$\forall n \in IN^*$, $f^{(k)}$ (notation de Newton) ou $\frac{d^k f}{dx^k}$ (notation de Leibniz) désigne la dérivée d'ordre *k* de *f* ou dérivée *k*-ième de *f* et $f^{(k)} = \left[f^{(k-1)}\right]'$ et $f^{(0)} = f$

Si *f* admet une dérivée d'ordre *k* en x_0 qui est continue en x_0 on dit que *f* est de **classe** C^k

Si *f* admet des dérivées de tout ordre en x_0, on dit que *f* est de **classe** C^∞

Formule de Leibniz $\forall n \in IN^*, (f \times g)^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(k)} \times g^{(n-k)}$

Cours d'analyse

Suites numériques

Principe de récurrence

Soit *P(n)* une propriété dépendant d'un entier naturel n et n_0 un entier naturel fixé.

Si $P(n_0)$ est vraie , on parle **d'initialisation** et si la propriété est **héréditaire,** c'est à dire que pour tout entier n fixé tel $> n_0$, *P(n)* vraie entraine *P(n+1)* vraie, alors *P(n)* est vraie pour tout entier n supérieur ou égal à n_0

Sommes remarquables $\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$, $\sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, $\sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

Monotonie d'une suite

On dit qu'une suite (u_n) est croissante à partir du rang n_0 (resp. décroissante), si $\forall n \in IN$, $n \geq n_0$ $u_n \leq u_{n+1}$ (resp . $u_n \geq u_{n+1}$).

Majorant, minorant d'une suite

On dit qu'une suite (u_n) est majorée (resp. minorée), si $\exists M \in IR / \ \forall n \in IN$, $u_n \leq M$ (resp $u_n \geq m$).

Une suite majorée et minorée est **bornée.**

Convergence

$\lim_{n\to+\infty} u_n = L \Leftrightarrow \forall \varepsilon \in IR+, \exists n_0 \in IN / \forall n \in IN, n \geq n_0 \Rightarrow |u_n - L| \leq \varepsilon.$

$\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty \Leftrightarrow \forall A \in IR+, \exists n_0 \in IN / \forall n \in IN, n \geq n_0 \Rightarrow u_n \geq A.$

Théorèmes de comparaison

Inégalité à partir d'un certain rang	Comportement à l'infini	Conséquence
$u_n \leq v_n$	$\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$	$\lim_{n\to+\infty} v_n = +\infty$
	$\lim_{n\to+\infty} v_n = -\infty$	$\lim_{n\to+\infty} u_n = -\infty$
$u_n \leq v_n \leq w_n$	$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} w_n = l$	$\lim_{n\to+\infty} v_n = l$, l réel fini ou non *Théorème dit des gendarmes*
$\lvert u_n - l \rvert \leq v_n$	$\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$	$\lim_{n\to+\infty} u_n = l$
$u_n \leq v_n$	$\lim_{n\to+\infty} u_n = l, \lim_{n\to+\infty} v_n = l'$	$l \leq l'$

Théorème de la convergence monotone

Toute suite croissante et majorée (resp. décroissante et minorée) est convergente

Toute suite convergente est bornée. La réciproque est fausse

Théorème du point fixe

Soit une suite (u_n) définie par : $\forall n \in IN$, $u_{n+1} = f(u_n)$ et u_0 donné. Si la suite (u_n) converge vers un réel L et si la fonction f est continue en L alors $\lim_{n\to+\infty} u_n = f(L)$ et donc L est solution de l'équation $f(x) = x$

Suites adjacentes

- Deux suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes lorsque (u_n) est croissante (resp. décroissante), (v_n) décroissante (resp. croissante) et $\lim_{n\to+\infty} (v_n - u_n) = 0$
- Si (u_n) et (v_n) sont adjacentes, alors elles convergent vers la même limite L et $\forall n \in IN$, $u_n \leq L \leq v_n$
- Si deux suites (u_n) et (v_n) extraites d'une suite (w_n) sont adjacentes et convergent vers un réel L alors $\forall n \in IN$, $\lim_{n\to+\infty} w_n = L$

Cours d'analyse

Suites de référence

Suites arithmétiques			
Définition récurrente	**Définition explicite**	**Somme des *n* premiers termes**	**Convergence**
$u_{n+1} = u_n + r$ soit $u_{n+1} - u_n = r$, avec $r \in IR^*$	$u_n = u_0 + nr$ ou $\forall p \in IN$, $u_n = u_p + (n-p)r$	$S_n = n \times \frac{u_0 + u_{n-1}}{2}$ ou $S_n = n \times \frac{u_1 + u_n}{2}$	Si r > 0, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ Si r < 0, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$
Suites géométriques			
Définition récurrente	**Définition explicite**	**Somme des *n* premiers termes**	**Convergence**
$u_{n+1} = u_n \times q$ soit si $u_n \neq 0$ $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$, avec $q \in IR^* - \{1\}$	$u_n = u_0 \times q^n$ ou $u_n = u_1 \times q^{n-1}$	$S_n = u_0 \times \frac{1-q^{n-1}}{1-q}$ ou $S_n = u_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$	Si q > 1, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \pm\infty$ Si $0 < \lvert q \rvert < 1$ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ Si $q \leq$ -1 : pas de limite
Suites arithmético-géométriques			
Définition récurrente	**Définition explicite**	**Somme des *n* premiers termes**	**Convergence**
$a \in IR - \{0,1\}, b \in IR^*$ $u_{n+1} = au_n + b$, u_0 donné	$\exists \alpha \in IR, \alpha = a\alpha + b$ tel que $v_n = u_n - \alpha$ soit géométrique de raison a $u_n = v_0 \times a^n + \alpha$	$S_n = v_0 \times \frac{1-a^{n-1}}{1-a} + n\alpha$	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \alpha$
Suites récurrentes linéaires d'ordre 2			
Définition récurrente	**Définition explicite**	**Somme des *n* premiers termes**	**Convergence**
$(a,b) \in IR^* \times IR^*$ $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ u_0, u_1 donnés	$\exists(\lambda,\mu) \in IR^2$ tel que ▪ Si $a^2 + 4b > 0$ $u_n = \lambda r_1^n + \mu r_2^n$ avec r_1 et r_2 solutions de $r^2 - ar - b = 0$ ▪ Si $a^2 + 4b = 0$ $u_n = (\lambda + \mu n) r_0^n$ avec r_0 unique solution de $r^2 - ar - b = 0$		Si $\lvert r_1 \rvert > 1$ ou $\lvert r_2 \rvert > 1$ (u_n) diverge Si $(r_1, r_2) \in [0,1]^2$ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ Si $\lvert r_0 \rvert > 1$ (u_n) diverge Si $r_0 \in [0,1]$ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

Cours d'analyse

Intégration

Primitives usuelles

fonction	primitive
$u'u^{\alpha}, \alpha \neq -1$	$\dfrac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1}+k$
$u'\sqrt{u}, u \geq 0$	$\dfrac{2u\sqrt{u}}{3}+k$
$u'e^{u}$	$e^{u}+k$
$\dfrac{u'}{u}, u \neq 0$	$\ln\lvert u\rvert+k$
$\dfrac{u'}{u^{\alpha}}, u \neq 0, \alpha \neq 1$	$\dfrac{-1}{(\alpha-1)u^{\alpha-1}}+k$

Soit une fonction f définie sur un intervalle I de IR et F une primitive de f sur l'intervalle I :

Intégrale d'une fonction continue

$$\forall(a,b) \in I^2, \int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b)-F(a)$$

Fonction définie par une intégrale

$\forall a \in I$, la fonction φ définie sur *I* par $\varphi(x)=\int_a^x f(t)dt = F(x)-F(a)$ est l'unique primitive sur *I* de *f* s'annulant en *a*.

Propriétés de l'intégrale

(sous réserve de convergence les propriétés suivantes s'appliquent aussi aux intégrales impropres)

- **Relation de Chasles**

$$\forall(a,b,c) \in I^3, \int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$$

- **Positivité**

$\forall(a,b) \in I^2, \forall x \in I, f(x) \geq 0 \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \geq 0$. La réciproque est fausse

- **Valeur absolue**

$$\left|\int_a^b f(x)dx\right| \leq \int_a^b |f(x)|dx$$

- **Inégalité de la moyenne. Valeur moyenne**

S'il existe deux réels *m* et *M* tels que $\forall x \in [a,b], m \leq f(x) \leq M$ alors $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$

Le réel $\mu = \dfrac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$ est appelé valeur moyenne de la fonction *f* sur l'intervalle $[a,b]$

- **Intégrale d'une fonction paire, impaire**

Si *f* est paire sur *I* : $\int_{-a}^a f(x)dx = 2\times\int_0^a f(x)dx$ .Si *f* est impaire sur *I* : $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I de IR :

- **Linéarité**

$$\forall(a,b) \in I^2, \forall(\alpha,\beta) \in IR^2, \int_a^b [\alpha f(x)+\beta g(x)]dx = \alpha\int_a^b f(x)dx + \beta\int_a^b g(x)dx$$

- **Règle de comparaison**

$\forall x \in I\,,\, f(x) \le g(x) \Rightarrow, \int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx$

- **Intégration par parties**

Soit *u* et *v* deux fonctions de classe C^1 sur $[a,b], \int_a^b u'(x)v(x)xdx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)dx$.

- **Intégration par changement de variable**

Soit une fonction f définie continue sur un intervalle *I* de *IR* contenant *a* et *b*.
Soit *u* une fonction de classe C^1 sur un intervalle *J* de *IR* contenant les réels α et β tels que $u(\alpha) = a$ et $u(\beta) = b$ et telle que $\forall x \in J$ avec *x* compris entre α et β, $u(x) \in I$,

posons $t = u(x)$ alors $\dfrac{dt}{dx} = u'(x)$ et $\int_\alpha^\beta f[u(x] \times u'(x)dx = \int_a^b f(t)dt$

Fonction localement intégrables

On dit qu'une fonction est localement intégrable sur un intervalle *I* de *IR* si et seulement si elle est intégrable sur tout segment inclus dans *I*.

Soit f une fonction localement intégrable sur un intervalle $I = [a,b[$. b désignant un réel ou $+\infty$.

Intégrale impropre ou généralisée

L'intégrale $\int_a^b f(x)dx$ converge si $\lim_{x \to b^-} \int_a^x f(t)dt$ existe dans le cas contraire on dit qu'elle diverge.

Si l'intégrale est convergente on pose alors $\int_a^b f(x)dx = \lim_{x \to b^-} \int_a^x f(t)dt$.

Etudier la nature d'une intégrale impropre c'est déterminer si elle est convergente ou divergente.

Intégrales impropres de fonctions positives

$\int_a^b f(x)dx$ converge si et seulement si $\varphi(x) = \int_a^x f(t)dt$ est majorée sur *I*.

Intégrale doublement impropre

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ converge si et seulement si $\exists c \in IR$ tel que $\int_{-\infty}^{c} f(x)dx$ et $\int_{c}^{+\infty} f(x)dx$ convergent.

Si $\int_{-\infty}^{c} f(x)dx$ ou $\int_{c}^{+\infty} f(x)dx$ diverge alors $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ diverge.

Règles de comparaison

Soit f et g deux fonctions localement intégrables sur un intervalle $I = [a,b[$, b désignant un réel ou $+\infty$ telles que $\forall x \in [a,b[\,, 0 \le f(x) \le g(x)$.

Si $\int_a^b f(x)dx$ diverge alors $\int_a^b g(x)dx$ diverge. Si $\int_a^b g(x)dx$ converge alors $\int_a^b f(x)dx$ converge.

Si $\int_a^b f(x)dx$ converge ou $\int_a^b g(x)dx$ diverge on ne peut rien conclure sur la nature de l'autre intégrale.

Absolue convergence

$\int_a^b f(x)dx$ est dite absolument convergente si et seulement si $\int_a^b |f(x)|dx$ est convergente.

Une intégrale absolument convergente est convergente. La réciproque est fausse.
Une intégrale convergente mais non absolument convergente est dite semi-convergente.

Cours d'analyse

Séries numériques

Définition *Soit* $(u_n)_{n\geq n_0}$ *une suite numérique et* $(s_n)_{n\geq n_0}$ *la suite de terme général* $s_n = \sum_{k=n_0}^{n} u_k$.

La suite $(s_n)_{n\geq n_0}$ est appelée série de terme général u_n ,on la note $\sum_{n\geq n_0} u_n$ ou $\sum u_n$

et s_n est appelée somme partielle de rang n .

Nature d'une série

- Etudier la nature d'une série c'est déterminer si elle est convergente ou divergente.
- La série $\sum_{n\geq n_0} u_n$ est convergente si la suite $(s_n)_{n\geq n_0}$ est convergente.
- Si $\sum_{n\geq n_0} u_n$ est convergente $\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=n_0}^{n} u_k$ est appelée somme de la série et est notée $\sum_{n=n_0}^{+\infty} u_k$.
- Si la série $\sum u_n$ converge alors $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$ .Si $\lim_{n\to+\infty} u_n \neq 0$ alors $\sum u_n$ diverge .

  La réciproque est fausse.

Opérations sur les séries $\sum u_n$ *et* $\sum v_n$ *deux séries et* λ *un réel :*

- Si $\sum u_n$ converge, $\sum \lambda u_n$ converge et $\sum_{n=n_0}^{+\infty} \lambda u_k = \lambda \sum_{n=n_0}^{+\infty} u_k$
- Si $\sum u_n$ et $\sum v_n$ convergent alors $\sum (u_n + v_n)$ converge et $\sum_{n=n_0}^{+\infty} (u_k + v_k) = \sum_{n=n_0}^{+\infty} u_k + \sum_{n=n_0}^{+\infty} v_k$
- Si $\sum u_n$ converge et $\sum v_n$ divergent alors $\sum (u_n + v_n)$ diverge
- Si $\sum u_n$ et $\sum v_n$ divergent, on ne peut rien conclure sur $\sum (u_n + v_n)$

Série à termes positifs

- $\sum u_n$ converge si et seulement si (s_n) est majorée.
- $\sum u_n$ diverge si et seulement si $\lim_{n\to+\infty} s_n = +\infty$.

Comparaison à une intégrale

Soit $a \in IR$ et f une fonction continue positive décroissante localement intégrable sur $[a,+\infty[$, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale $\int_a^{+\infty} f(t)dt$ sont de même nature.

Règle de comparaison entre deux séries à termes positifs Si $\forall n \geq n_0, 0 \leq u_n \leq v_n$,

- Si $\sum v_n$ converge alors $\sum u_n$ converge
- Si $\sum u_n$ diverge alors $\sum v_n$ diverge

Critère de d'Alembert

Soit la série à termes positifs, de terme général u_n, tel que $\lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = L$, $L \in IR - \{1\}$.

Si $L < 1$ alors $\sum u_n$ converge et si $L > 1$ alors $\sum u_n$ diverge.

Série alternée (*série dont les termes sont alternativement positifs et négatifs*)

Soit $(v_n)_{n \geq n_0}$ une suite décroissante telle que $\forall n \geq n_0, v_n \geq 0$ et soit la suite de terme général $u_n = (-1)^n v_n$.

Si $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$ alors la série alternée $\sum u_n$ est convergente.

Série absolument convergente

La série $\sum u_n$ est dite absolument convergente si la série $\sum |u_n|$ est convergente.

Une série absolument convergente est convergente. La réciproque est fausse.
Une série convergente non absolument convergente est dite semi-convergente.

Série géométrique

On appelle série géométrique, la série $\sum x^n$, $n \in IN$, $x \in IR$.

- Si $|x| \geq 1$ alors $\sum x^n$ diverge
- Si $|x| < 1$ alors $\sum x^n$ converge et $\sum_{n=0}^{+\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$

On appelle **dérivée de la série géométrique**, la série $\sum_{n\geq 1} nx^{n-1}$, $n \in IN^*$, $x \in IR$.

- Si $|x| \geq 1$ alors $\sum nx^{n-1}$ diverge
- Si $|x| < 1$ alors $\sum nx^{n-1}$ converge et $\sum_{n=1}^{+\infty} nx^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$

Série exponentielle

On appelle série exponentielle la série $\sum \frac{x^n}{n!}$, $n \in IN$, $\forall x \in IR$ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$

Série de Riemann

On appelle série de Riemann toute série $\sum \frac{1}{n^\alpha}$, $n \in IN^*$, $\alpha \in IR$.

- $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^\alpha}$ converge si et seulement si $\alpha > 1$