

Gestion d'énergie avec entrées incertaines : quel algorithme choisir ? Benchmark open source sur une maison solaire

Pierre HAESSIG*, Jesse James PRINCE AGBODJAN*, Romain BOURDAIS*, Hervé GUÉGUEN*

*IETR, CentraleSupélec

RÉSUMÉ – Le pilotage optimal des systèmes énergétiques nécessite des stratégies de gestion basées sur des algorithmes d'optimisation. La palette d'outils est large, or chaque outil fait appel à des théories variées (optimisation convexe, dynamique, stochastique...) qui nécessitent chacune un temps d'appropriation allant de quelques jours à plusieurs mois. Il est donc difficile, pour le ou la praticien-ne novice en gestion d'énergie de saisir les principales caractéristiques de chaque approche pour pouvoir les comparer objectivement et finalement trouver la ou les méthodes les plus adaptées à un problème donné. Pour faciliter une comparaison objective et transparente, nous proposons un problème de gestion d'énergie emblématique et simple : une maison solaire avec production photovoltaïque et stockage. Après avoir justifié le dimensionnement du système, nous illustrons le benchmark par une première comparaison de quelques méthodes de gestion d'énergie (règle heuristique, MPC et optimisation anticipative). Nous soulignons en particulier l'effet de l'incertitude de la production solaire sur la performance. Ce benchmark, avec les méthodes de gestion décrites, est open source, accessible en ligne et multi-langage (Python, Julia et Matlab).

Gestion d'énergie, Optimisation dynamique, Commande prédictive, Dimensionnement, Autoconsommation photovoltaïque.

1. INTRODUCTION

De très nombreux travaux de recherche portent sur le pilotage des systèmes énergétiques pour optimiser leur fonctionnement. Les méthodes de gestion d'énergie sont nombreuses et variées (cf. partie 3). Ainsi, la personne qui aborde un problème de gestion d'énergie est confrontée à un choix qui est souvent difficile à *objectiver*. En effet, les difficultés associées à chaque méthode sont de nature diverse : difficultés de compréhension du cadre théorique, difficultés d'implémentation numérique ou de temps de calcul, et parfois existence de "dépendances cachées"¹. Malheureusement, les méthodes a priori les plus performantes du point de vue de l'optimalité cumulent la plupart de ces difficultés. Dès lors, la personne face au choix pourrait avoir peur d'investir beaucoup de son temps dans une méthode "complexe" si elle n'a pas une certaine assurance d'obtenir une meilleure performance qu'avec une méthode "simple".

Pour sortir de ce dilemme, nous souhaitons faciliter la *comparaison objective*, sans préjugés, des méthodes de gestion d'énergie. Nous proposons donc un *banc de test de gestion d'énergie open source*. Il permet, sur un exemple simple, mais pertinent, d'avoir un aperçu de différentes méthodes de pilotage². Ce benchmark doit permettre de les comparer à la fois du point de vue de la performance (optimalité du résultat), mais aussi de comparer leur mise en oeuvre, en particulier l'implémenta-

tion dans différents langages de programmation (complexité du code source, dépendances logicielles).

Il existe des travaux comparant des méthodes de gestion d'énergie, sur des exemples réels complexes (barrages hydro-électriques [1], véhicules hybrides [2]). Notre proposition est complémentaire, car elle porte au moins autant sur la comparaison *fonctionnelle* des méthodes (e.g. analyse des objets nécessaires pour leur mise en oeuvre) que sur la comparaison quantitative des résultats d'optimisation. Par ailleurs, notre proposition est librement accessible à tous (code et données open source).

2. BANC DE TEST : MAISON SOLAIRE

2.1. Modèle de la maison solaire

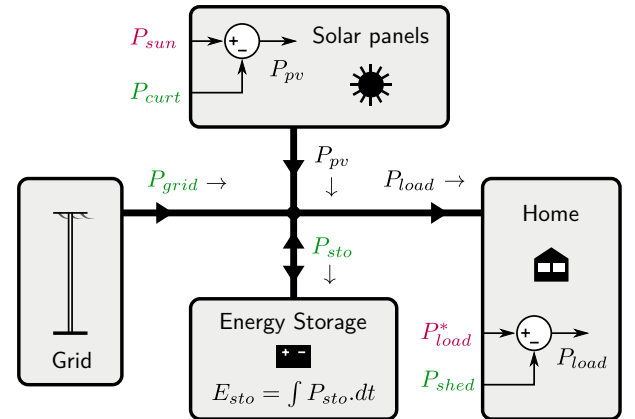


Fig. 1. Modèle en flux d'énergie de la maison solaire. Variables de décision en vert, données externes en rouge (potentiel solaire et consommation souhaitée), variables internes en noir. La consommation du foyer P_{load}^* , imposée, est couverte par 3 sources : le réseau électrique, des panneaux solaires (délestables) et un système de stockage. En dernier recours, la consommation de la maison peut être délestée.

Pour illustrer les différentes méthodes de gestion d'énergie à comparer, nous avons choisi un système "banc de test" qui soit à la fois simple et concret. Nous considérons une maison solaire modélisée par des flux d'énergie (figure 1). Il s'agit d'un modèle simple de système photovoltaïque avec stockage pour l'autoconsommation d'un consommateur résidentiel connecté au réseau. Le modèle s'exprime à temps discret (instant k entier), avec un pas de temps Δ_t . On note n la durée du test en nombres de pas.

L'objectif de pilotage est la minimisation de la facture d'électricité, c'est-à-dire le coût de l'énergie consommée du réseau :

$$C_{grid} = \sum_{k=1}^n c_{grid}(k) P_{grid}(k) \quad (1)$$

1. exemple de dépendance : la méthode "commande prédictive" (MPC) nécessite une prévision des entrées incertaines, à générer si l'on n'en dispose pas déjà, cf. partie 3.4.

2. "pilotage", "gestion", "commande", "optimisation"... le vocabulaire change selon les disciplines ou le contexte. Nous utilisons ici ces termes de façon interchangeable.

où c_{grid} est le prix de l'énergie (€/kWh), potentiellement variable, mais supposé connu à l'avance.

2.1.1. Données du problème

La stratégie de gestion qui minimise le coût (1) dépend pour commencer des variations du prix de l'électricité c_{grid} (€/kWh). Nous avons choisi un signal connu à l'avance, fonction de l'heure du jour, avec deux niveaux de prix :

- c_{night} : heures creuses la nuit, de 0h00 à 6h00
- c_{day} : heures pleines la journée à partir de 6h00

Formellement, l'heure du jour hod ("hour of the day") est définie par :

$$hod = t \% 24 \in [0, 24[\quad (2)$$

où t est le temps exprimé en heures, avec $t = 0$ calé à minuit. Le prix est alors défini par morceaux, fonction de hod :

$$c_{grid}(hod) = \begin{cases} c_{night} = 0.10 \text{ €/kWh} & \text{pour } 0 \leq hod < 6 \text{ h} \\ c_{day} = 0.20 \text{ €/kWh} & \text{pour } 6 \leq hod < 24 \text{ h} \end{cases} \quad (3)$$

Pour avoir un effet heures pleines / heures creuses vraiment incitatif, nous avons choisi des prix nettement différents.

Le signal prix pourrait bien sûr être complexifié avec plus de niveaux de prix (par exemple avec des "heures de pointe"), et une dépendance au jour de la semaine (par exemple un tarif semaine / weekend). Une autre piste de tarification originale et vertueuse pour réduire la puissance réseau souscrite est de faire payer cher la puissance au-delà de la puissance souscrite³.

En plus du signal prix, les données du problème (en rouge sur la figure 1) sont :

- P_{sun} : productible solaire, c'est-à-dire la production des panneaux en régime MPPT⁴
- P_{load}^* : consommation souhaitée par la maison

À l'inverse du prix, ces deux signaux ne sont pas connus à l'avance : ce sont des *entrées incertaines*. Cela signifie qu'à un instant de la simulation, le choix des variables de décisions ne peut dépendre que des valeurs passées de ces variables (contrainte de non-anticipativité). Le jeu de donnée source est décrit partie 2.3.

Le problème s'appuie aussi sur trois paramètres fixes :

- capacité de la batterie E_{rated} (kWh)
- puissance nominale des panneaux P_{PVp} (kW_c)
- puissance réseau souscrite P_{grid}^{max} (kW)

La valeur des paramètres est donnée dans le tableau 1. L'origine de ces valeurs, c'est-à-dire le dimensionnement de la maison solaire, est détaillée partie 2.2.

2.1.2. Variables de décision

Les degrés de liberté du problème (en vert sur la figure) sont au nombre de quatre. La puissance soutirée du réseau, P_{grid} , est limitée par la puissance souscrite et l'injection est interdite⁵ :

$$0 \leq P_{grid} \leq P_{grid}^{max} \quad (4)$$

Le système de gestion d'énergie peut tirer profit de l'énergie, marginalement gratuite, produite par les panneaux solaires P_{pv} . Cette puissance est librement réglable entre 0 et P_{sun} grâce à la variable d'écrêtage P_{curt} :

$$P_{pv} = P_{sun} - P_{curt}, \text{ avec } 0 \leq P_{curt} \leq P_{sun} \quad (5)$$

Le système de gestion peut enfin exploiter le degré de liberté offert par le système de stockage qui permet de décaler,

au moins partiellement, la production solaire et la consommation. Le stockage, dont on néglige les pertes, est modélisé par l'énergie qu'il contient :

$$E_{sto}(k+1) = E_{sto}(k) + P_{sto}(k)\Delta_t \quad (6)$$

et cette énergie est limitée par la capacité de stockage :

$$0 \leq E_{sto} \leq E_{rated} \quad (7)$$

Tous les flux sont liés par la conservation de l'énergie :

$$P_{grid} + \underbrace{P_{sun} - P_{curt}}_{P_{pv}} = P_{load} + P_{sto} \quad (8)$$

La consommation P_{load} a vocation à suivre la consommation souhaitée P_{load}^* (pas de charges "intelligentes" déplaçables), et dans tout cet article, ces deux variables seront égales et donc assimilées. Nous définissons cependant P_{shed} comme un délestage de dernier recours pour les situations critiques⁶ et qui permet de ramener P_{load} à zéro si nécessaire :

$$P_{load} = P_{load}^* - P_{shed}, \text{ avec } 0 \leq P_{shed} \leq P_{load}^* \quad (9)$$

Si ce quatrième degré de liberté doit être utilisé, alors il faut l'ajouter comme pénalité dans la fonction coût (1).

2.1.3. Variables auxiliaires

Deux grandeurs auxiliaires sont utiles pour l'analyse de la gestion d'énergie. Tout d'abord, la charge nette P_{nl} ("net load") qui est la différence entre la charge souhaitée et le productible solaire :

$$P_{nl} \triangleq P_{load}^* - P_{sun} \quad (10)$$

Nous verrons qu'elle est fondamentale pour définir une gestion d'énergie heuristique (partie 3.1).

Ensuite, nous définissons P_{gc} comme la différence entre deux variables de décision, la puissance réseau et l'écrêtage :

$$P_{gc} \triangleq P_{grid} - P_{curt} \quad (11)$$

Cette variable condense la décision de la loi de gestion. Nous tirons parti du fait que P_{grid} et P_{curt} sont exclusives, c'est-à-dire que l'une est > 0 lorsque l'autre est nulle.

Avec ces variables, l'équation de conservation de la puissance (8) se simplifie en :

$$P_{gc} - P_{sto} = P_{nl} \quad (12)$$

2.2. Dimensionnement de la maison solaire

La performance d'un système photovoltaïque-stockage dépend certes de la loi de gestion, mais aussi très fortement de son dimensionnement (capacité de stockage E_{rated} , puissance des panneaux P_{PVp} et puissance souscrite P_{grid}^{max}).

La question de l'optimisation du dimensionnement, bien qu'intéressante, n'est pas l'objet de notre banc de test, mais il est tout de même nécessaire de trouver un dimensionnement "raisonnable". Avant d'expliquer notre méthode de dimensionnement, voici une analyse succincte de son résultat (tableau 1) :

- P_{PVp} : Avec 4 kW_c de panneaux, la production solaire couvre 91% de la consommation sur la période de test (avec bien sûr une forte variabilité journalière).
- E_{rated} : La batterie de 8 kWh correspond à environ la moitié de la consommation ou de la production solaire journalière.
- P_{grid}^{max} : Les 3 kW de puissance réseau souscrite sont plus grands que la charge maximale journalière habituelle, car nous avons choisi de ne pas nous intéresser à la gestion d'une connexion réseau faible dans cette première version du test.

Notons que le dimensionnement dépend bien sûr des données de consommation et de production solaire (cf. détail partie 2.3).

6. faible puissance souscrite, lorsque la batterie est vide et qu'il n'y a que peu de soleil

3. principe de la pénalité de dépassement de l'ancien "tarif vert" d'EDF

4. Maximum power point tracking

5. équivalent, du point de vue de l'optimisation, à autoriser l'injection, mais sans la rémunérer

Tableau 1. Paramètres de dimensionnement de la maison solaire et moyennes statistiques des données d'entrée sur la période de test (30 jours). En gris, écarts-types sur l'estimation de ces moyennes, calculés par bootstrap.

Paramètres	Statistiques des données
E_{rated} 8 kWh	$\langle P_{load}^* \rangle$ 17,02 \pm 0.33 kWh/j
P_{PVp} 4 kW _c	$\langle P_{sun} \rangle$ 15,60 \pm 0.96 kWh/j
P_{grid}^{max} 3 kW	$\langle P_{nl} \rangle$ 1,42 \pm 0.94 kWh/j

2.2.1. Méthode de dimensionnement

Pour arriver au dimensionnement (4 kW_c, 8 kWh), nous avons conduit une étude de sensibilité sur les paramètres P_{PVp} et E_{rated} , respectivement entre 0 et 6 kW_c (par pas de 0,167) et entre 0 et 20 kWh (pas de 0,5). Pour chaque paire de valeurs, nous avons simulé la maison solaire en utilisant la loi de gestion "règle heuristique simple" (cf. section 3.1) qui est très rapide à simuler (40 ms pour les 30 jours) et est optimale du point de vue de la consommation d'énergie (mais pas de la facture).

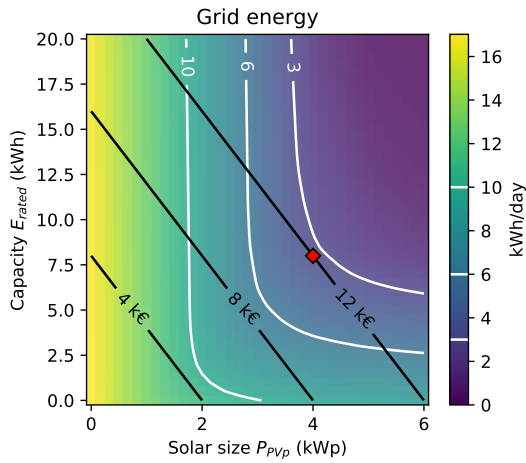


Fig. 2. Effet du dimensionnement de la maison solaire sur sa consommation d'énergie réseau. Superposition des lignes d'iso-investissement.

La figure 2 donne la puissance moyenne consommée sur le réseau ($\langle P_{grid} \rangle$) pour chaque dimensionnement. Celle-ci est égale à 17 kWh/j sans PV ni batterie et baisse à mesure que P_{PVp} et E_{rated} augmentent⁷. Les isolignes de consommation (blanches) ont une forme coudée et nous allons montrer pourquoi c'est au niveau d'un coude que le dimensionnement est optimal.

Nous définissons un dimensionnement optimal comme celui qui minimise le coût global sur cycle de vie, à savoir la somme du coût d'investissement C_{inv} et du coût de fonctionnement opérationnel C_{op} :

$$C_{tot} = C_{inv} + C_{op} \quad (13)$$

Le coût d'investissement est modélisé comme proportionnel à la puissance des panneaux et la capacité de la batterie :

$$C_{inv} = c_P P_{PVp} + c_E E_{rated} \quad (14)$$

et nous avons choisi $c_E = 0.5$ €/kWh (source : un Tesla Powerwall de 13,5 kWh s'affiche à 7 k€) et $c_P = 2$ €/kW_c (optimiste

7. Dans le détail, lorsque $E_{rated} = 0$ la consommation baisse rapidement avec P_{PVp} tant qu'on ne dépasse pas 1 à 2 kW_c. Pour intégrer davantage de PV, il faut ajouter une batterie. Inversement, pour $P_{PVp} = 0$, la batterie seule ne permet pas de baisser la consommation. Elle pourrait néanmoins faire baisser la facture (en déplaçant la consommation) si une gestion optimale était employée.

pour une petite installation de 4 kW_c, mais raisonnable pour une installation "9 à 36 kW_c, ISB"⁸). Les isolignes d'investissement (noires) sont donc des droites inclinées et le dimensionnement choisi coûte 12 k€.

Le coût opérationnel C_{op} est choisi égal à la facture d'électricité sur le cycle de vie de l'installation (et donc proportionnel à la fonction-coût du banc de test (1)).

$$C_{op} = T_{life} \times \langle c_{grid} \cdot P_{grid} \rangle \quad (15)$$

La durée de vie T_{life} est égale à 20 ans (exprimée en heures). Vu que nous avons choisi une loi de gestion heuristique qui ne gère pas les heures pleines et creuses, nous avons choisi, pour le dimensionnement uniquement, un prix de l'électricité c_{grid} fixe. Par conséquent, le coût opérationnel (15) est simplement proportionnel à la consommation réseau moyenne ($\langle P_{grid} \rangle$). On comprend alors pourquoi, à coût d'investissement donné (c.-à-d. sur une ligne noire figure 2) on a intérêt choisir le point qui tangente une courbe iso-consommation (blanche), car il minimise le coût opérationnel. Cette tangence est obtenue dans un coude, comme annoncé plus haut.

Pour choisir le dimensionnement optimal, il existe deux méthodes :

- soit choisir a priori un investissement initial et en déduire le dimensionnement dans le coude correspondant,
- soit choisir le dimensionnement qui minimise le coût global sur cycle de vie.

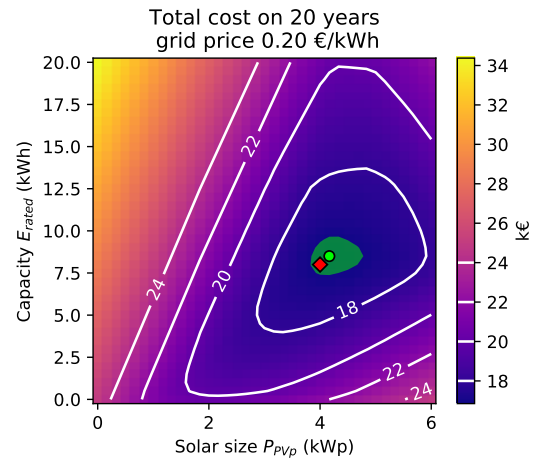


Fig. 3. Effet du dimensionnement de la maison solaire sur son coût total sur cycle de vie (investissement + fonctionnement sur 20 ans).

Avec la 1^{re} méthode, le résultat dépend du niveau d'investissement choisi. Notre dimensionnement est l'optimum pour un investissement de 12 k€. Le dimensionnement le moins cher se situe autour du point (1 kW_c, 0 kWh). Pour un investissement croissant, le dimensionnement optimal se déplace approximativement le long d'une demi-droite passant par (4 kW_c, 8 kWh), soit environ 2,7 kWh/kW_c. Au-delà du point (5 kW_c, 11 kWh), la réduction de consommation réseau devient très faible.

La 2^e méthode est illustrée sur la figure 3, pour un prix de l'électricité $c_{grid} = 0,20$ €/kWh. Le dimensionnement que nous proposons (diamant rouge : 4 kW_c, 8 kWh) est très proche de l'optimum (disque vert). Il appartient en fait à la région quasi optimale (surlignée en vert) où le coût total est inférieur à 101% du minimum. Le coût total d'environ 17 k€ se répartit en 12 k€ d'investissement et 5 k€ de fonctionnement (facture d'électricité sur 20 ans).

Ce résultat dépend fortement du choix de c_{grid} (et de la durée d'amortissement T_{life}) et nous avons donc répété l'analyse

8. <http://www.photovoltaique.info/Couts-d-investissement.html>

pour un prix entre 0,10 et 0,30 €/kWh⁹. Il apparaît que notre dimensionnement est dans la zone quasi optimale pour un prix compris entre 0,16 et 0,21 €/kWh.

2.3. Données de la maison solaire

Notre banc de test est alimenté par le jeu de données *réelles et ouvert* “[Solar home electricity data](#)” de l’opérateur Ausgrid (réseau de Sydney et sa région, Australie). Il contient 3 années de consommation et production, au pas demi-horaire ($\Delta_t = 0,5$ h), de 300 clients résidentiels disposants de panneaux PV.

Pour le banc de test, nous avons sélectionné le client sans charge pilotable¹⁰ et nous avons choisi 30 jours consécutifs de test, du 29/11/2011 au 28/12/2011. Les premiers jours de test sont représentés figure 4.

La donnée de consommation est utilisée directement, mais la donnée de productible solaire P_{sun} nécessite une mise à l’échelle :

$$P_{sun} = P_{PVp} \times P_{sun}^{1k} = P_{PVp}/1,04 \times GP \quad (16)$$

où P_{sun}^{1k} correspond à la production potentielle d’un panneau de 1 kW_c. Elle est égale à $GP/1,04$ où GP est la mesure de la production dans le jeu de donnée original, et 1,04 kW_c la taille de l’installation photovoltaïque réelle du client choisi.

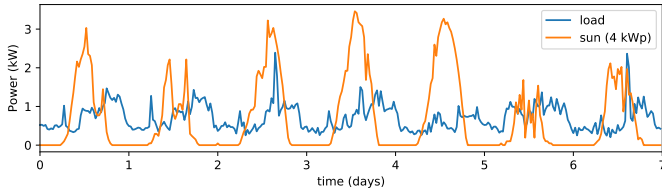


Fig. 4. Consommation et productible solaire durant les 7 premiers jours de test

Les données des 30 jours précédents sont également disponibles pour une phase d’apprentissage, par exemple pour régler la prévision d’une commande prédictive. L’enjeu est de bien respecter la stricte séparation entre “training set” et “test set”, bien connue en machine learning, et qui permet d’éviter les effets de surapprentissage (“overfitting”).

Le tableau 1 donne les moyennes statistiques du productible solaire P_{sun} et de la consommation souhaitée P_{load}^* . Nous avons choisi d’exprimer ces moyennes en kWh/jour pour que les valeurs soient indépendantes des la durée du test (30 j). De plus, cela permet de mettre en regard la capacité de la batterie (8 kWh = 1/2 journée de consommation moyenne).

2.4. Accès au banc de test open source

La description de ce modèle ainsi que les données temporelles nécessaires sont disponibles en open source dans le dépôt GitHub [pierre-haessig/solarhome-control-bench](#). Ce dépôt contient également les implémentations des méthodes de gestion d’énergie présentées dans cet article.

Il a vocation à contenir des exemples dans les langages de programmation parmi les plus utilisés pour ce type de problème : Matlab, Python et Julia.

3. MÉTHODES DE GESTION D’ÉNERGIE

Le but du banc de test “maison solaire” que nous proposons est de comparer plusieurs lois de gestion de l’énergie pour minimiser la facture d’électricité (1). Nous présentons ici les premières stratégies que nous avons implémentées. Le tracé temporel des 5 premiers jours du test est donné figure 5, pour trois méthodes différentes que nous allons détailler.

9. tracé animé de la figure 3 disponible sur le site du benchmark

10. Client numéroté “12”. La description détaillée de ce choix est fournie dans le fichier [data/README.md](#) du dépôt, avec plusieurs graphiques supplémentaires.

3.1. Contrôle par règle heuristique simple

La famille de méthode gestion par des règles simples (“rule-based control”) est la plus simple à implémenter et la plus rapide à simuler. La limite de cette approche, c’est qu’elle repose totalement sur “l’inspiration” du concepteur, c’est-à-dire sa capacité à trouver des heuristiques pertinentes.

Pour le cas de la maison solaire, si l’on s’en tient à minimiser la consommation d’énergie (moyenne de P_{grid}), par opposition à la facture (moyenne de $c_{grid} \cdot P_{grid}$), une stratégie très efficace consiste charger la batterie avec le surplus solaire net (si production > consommation) ou bien la décharger pour fournir la consommation nette (si consommation > production). Formellement, ces deux actions s’écrivent en une équation :

$$P_{sto} = -P_{nl} = P_{sun} - P_{load}^*, \text{ “tant que possible”} \quad (17)$$

où “tant que possible” signifie que tant que la batterie n’est pas pleine ou vide, selon le signe de P_{nl} (variable auxiliaire définie partie 2.1.3). Si l’équation (17) est applicable, alors on déduit de la conservation de la puissance (12) que $P_{gc} = 0$, c’est-à-dire $P_{grid} = 0$ (on ne consomme rien) et $P_{curt} = 0$ (on ne gâche pas de productible solaire). C’est bien une heuristique prometteuse, car cette décision est gratuite sur l’instant.

Inversement, si (17) est inapplicable, c’est que la batterie est saturée donc $P_{sto} = 0$ et la variable P_{gc} sert de recours, toujours pour assurer la conservation de la puissance (12) :

$$P_{gc} = P_{grid} - P_{curt} = P_{nl} = P_{load}^* - P_{sun} \quad (18)$$

Comme P_{grid} et P_{curt} sont des variables de décision exclusives, deux sous-cas se présentent :

- si $P_{nl} > 0$ (c.-à-d. consommation > productible et batterie vide), le réseau prend le relais : $P_{grid} = P_{nl}$
- si $P_{nl} < 0$ (c.-à-d. productible > consommation et batterie pleine), il faut écrêter la production : $P_{curt} = -P_{nl}$ (ou autrement dit, P_{pv} est ajustée égal à P_{load}^*)

Ce comportement est visible sur en haut de la figure 5, où l’on observe que pendant une grande partie du temps, la batterie suit la charge nette. Ainsi, elle se charge en cas d’excédent solaire, elle se décharge si la consommation dépasse la production et le recours P_{gc} est constant égal à zéro. Si la batterie est vide, et tant que la consommation domine, le réseau prend le relais ($P_{gc} > 0$, souligné en rouge) Inversement si la batterie est pleine, et tant que la production solaire domine, l’écrêtage intervient ($P_{gc} < 0$, souligné en jaune).

L’analyse quantitative des résultats (tableau 2, ligne “heuristique”) montre que la consommation d’énergie ($\langle P_{grid} \rangle = 3,38$ kWh/j) est minimale, car égale à celle de l’optimisation anticipative qui minimise la consommation, ligne “optim. éner.” (cf. partie 3.3). Par contre, la facture n’est pas optimale, car cette méthode ne tient pas compte des heures creuses. D’ailleurs, on observe figure 5 que l’appel au réseau ($P_{gc} > 0$) ne se fait pas préférentiellement pendant les périodes bleues claires.

La limite de cette méthode de gestion d’énergie est donc le pendant négatif de sa simplicité : il est difficile d’intégrer des complexités du problème tel que des tarifs flexibles.

3.2. Programmation dynamique

La programmation dynamique[3] est un excellent cadre théorique pour poser un problème de gestion avec entrées incertaines (stochastique). Point particulier, elle nécessite une modélisation des incertitudes par un *processus markovien*[4]. L’implémentation numérique est impossible si la dimension de l’état est trop grande (>4).

Pour la maison solaire, qui n’a qu’une batterie (1 variable d’état), la programmation dynamique devrait être utilisable. Pour l’instant, la modélisation markovienne de l’entrée incertaine (P_{nl}) reste à faire. Une des difficultés est la prise en compte du caractère non stationnaire du processus, car production et consommation dépendent fortement de l’heure du jour. La variable *hod* doit donc être ajoutée à l’état. La prise en compte de

Tableau 2. Performance des différentes méthodes de gestion d'énergie

Méthode	Moyennes journalières (kWh/j, €/j)			
	P_{sto}	P_{curt}	P_{grid}	$c_{grid} \cdot P_{grid}$
heuristique	0.03	1.94	3.38	0.563
MPC 24 h	0.03	2.94	4.38	0.543
MPC 24 h anticip.	0.03	1.94	3.38	0.354
optim. anticip.	0.00	1.97	3.38	0.354
optim. éner.	0.00	1.97	3.38	0.631

l'autocorrélation de l'entrée se fait également par augmentation de l'état[3, §1.4]. Pour garder la dimension de l'état ≤ 3 , on n'a le droit qu'à un processus d'ordre au plus 1 pour modéliser l'autocorrélation. Le travail de modélisation est donc très contraint.

Une fois ce travail de modélisation effectué, l'objectif sera d'obtenir une loi de gestion à l'aide du package Python `stodynprog`[4].

3.3. Optimisation déterministe anticipative

Cette méthode consiste en une optimisation globale de la trajectoire des signaux sur tout l'horizon du problème (30 jours pour notre test). L'optimisation utilise la valeur observée des d'entrées incertaines, ce qui implique que la décision sur les premiers instants dépend de données futures. La contrainte de non-anticipativité des décisions n'est donc pas respectée et la performance est donc surévaluée (c.-à-d. facture sous-évaluée). Comme en pratique les valeurs futures des entrées incertaines ne sont pas connues, cette méthode n'est pas implémentable in situ.

L'optimisation anticipative est utilisée dans plusieurs études scientifiques, en particulier de dimensionnement (ex. : [5]), car elle offre une performance plus attrayante qu'une gestion empirique. Cependant, nous pensons que cette approche est risquée, car il n'y a aucune maîtrise du niveau de sous-évaluation du coût par rapport à une gestion réelle.

Le résultat quantitatif de l'optimisation est présenté dans le tableau 2 à la ligne "optim. anticip.". Nous en déduisons que le minimum absolu de la facture énergétique (connaissant parfaitement le futur) est de 0,354 €/j, et cette valeur est nettement plus basse qu'avec une gestion heuristique (0,563 €/j).

Sur le bas de la figure 5, on peut analyser qualitativement cette gestion d'énergie. En particulier, on observe que la recharge de la batterie par appel au réseau se fait presque exclusivement la nuit. Par ailleurs, la quantité d'énergie appelée dépend nettement de la production solaire de la journée suivante (grosse recharge nocturne si faible production future, pas de recharge nocturne si forte production future). L'effet d'anticipation joue donc bien un rôle important.

3.3.1. Variante : minimisation de la consommation réseau

Accessoirement, nous avons implémenté une variante du problème qui optimise la consommation d'énergie réseau (équivalent à la minimisation de la facture si le prix était fixe). Cette variante (ligne "optim. éner." du tableau 2) permet de prouver que la consommation d'énergie de 3.38 kWh, atteinte également par la gestion heuristique (non anticipative) et par l'optimisation de la facture est un *plancher absolu*. Cela montre deux choses. Premièrement, la connaissance du futur n'apporte aucun gain énergétique, seulement un gain financier. Deuxièmement, la minimisation de la facture se fait uniquement par déplacements de blocs d'énergie pour mieux exploiter les périodes de prix bas.

3.3.2. Complexité de la résolution numérique

Un autre aspect important de cette optimisation est la complexité de sa résolution numérique. Elle dépend de la *convexité*

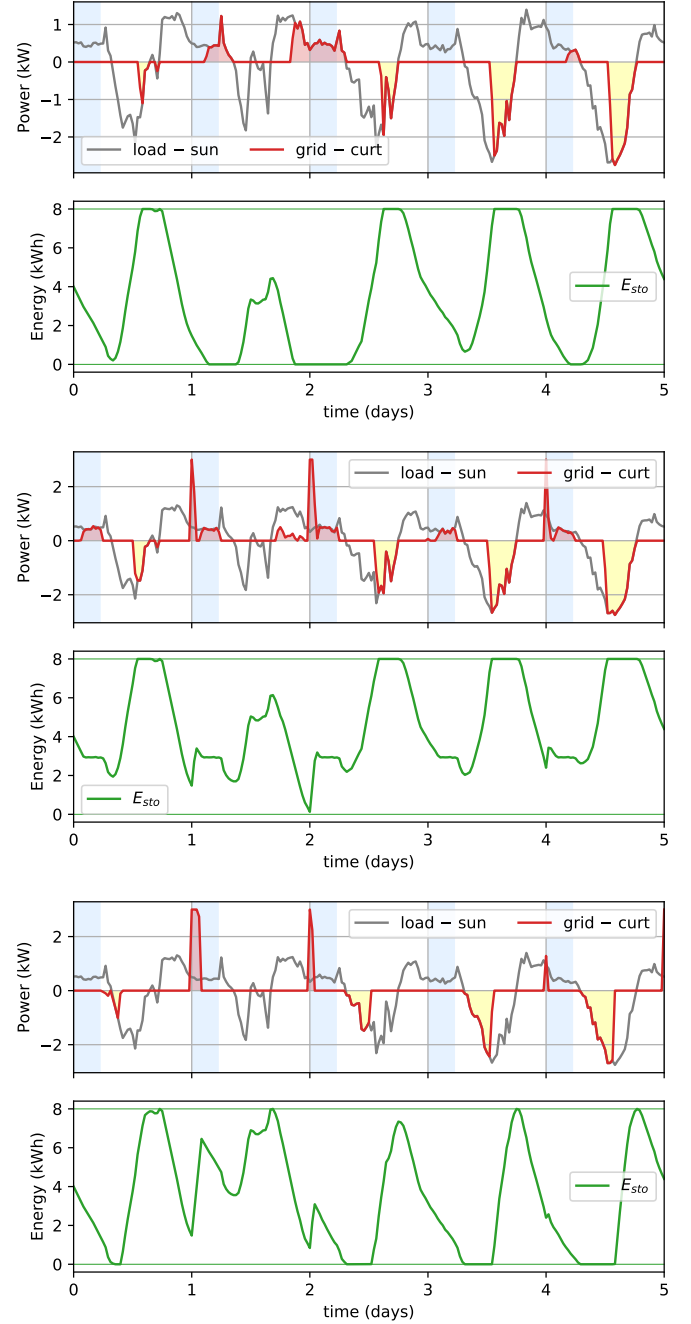


Fig. 5. Tracé temporel des 5 premiers jours du test pour trois méthodes de gestion d'énergie de la maison solaire. Donnée d'entrée P_{nl} en gris, décisions P_{gc} en rouge (§2.1.3) et énergie stockée E_{sto} en vert. L'appel au réseau ($P_{gc} > 0$) est rempli en rouge clair, alors que l'écrêtage ($P_{gc} < 0$) est rempli en jaune clair. Les périodes bleu clair marquent les heures creuses. De haut en bas (du moins performant au plus performant) : règle heuristique simple (§3.1), commande prédictive (MPC) avec prévision non anticipative (§3.4), optimisation déterministe anticipative (§3.3). Pour l'optimisation anticipative, la performance est artificiellement bonne, car la décision d'un instant dépend de données futures.

[6] du problème d'optimisation. Pour la maison solaire, vu le modèle présenté partie 2.1, la fonction coût est linéaire en la variable de décision P_{grid} , de même que les contraintes (en particulier l'évolution de l'état d'énergie, car on a négligé les pertes). Le problème d'optimisation est donc du type "programme linéaire" (sous-classe la plus classique parmi les problèmes d'optimisation convexe) qui se résout très efficacement malgré sa taille ($30 \times 48 = 1440$ pas de temps, avec plusieurs variables de décision). Nous l'avons implémenté en Julia avec le package JuMP[7] (outil de modélisation comparable à AMPL ou GAMS, mais implémenté en Julia et open source).

Nous présentons à présent une variante notable de l'optimisation déterministe : la commande prédictive. Elle a le grand avantage d'être implémentable, car les données incertaines futures y sont remplacées par des prévisions.

3.4. Commande prédictive (MPC)

La commande prédictive (MPC, pour Model Predictive Control en anglais) est une méthode très utilisée académiquement et dans l'industrie pour la gestion d'énergie et la commande des systèmes en général¹¹. Cette méthode se base sur une optimisation en ligne qui, à chaque pas de temps, résout le problème d'optimisation pour en déduire une trajectoire optimale à suivre. Pour le MPC, comme pour la programmation dynamique, le coût à minimiser est supposé être une somme sur période longue, voire infinie, ce qui correspond bien à la facture d'énergie (1) de la maison solaire. Pour rendre le calcul d'optimisation plus rapide, cette somme est tronquée à un nombre de pas restreint, appelé "horizon de prédiction", noté H . À l'instant k , la fonction coût à minimiser s'écrit :

$$J(k) = \sum_{i=k}^{k+H} c_{grid}(i) P_{grid}(i) \quad (19)$$

Cette minimisation génère une *trajectoire optimale* de toutes les variables de décision (P_{sto} , P_{grid} ...) sur la période k à $k+H$. Cependant, seule le premier instant de la trajectoire ($P_{sto}(k)$, $P_{grid}(k)$...) est appliqué au système, car à l'instant de décision suivant, la trajectoire est réoptimisée sur la période $k+1$ à $k+H$. C'est une optimisation sur un *horizon glissant*. Cela permet d'utiliser les informations les plus à jour à chaque pas de temps.

Mis à part l'horizon raccourci, le problème d'optimisation est identique à celui de l'optimisation déterministe de la partie précédente. Comme le problème est linéaire (cf. §3.3.2) il se résout très efficacement et la convergence est garantie, ce qui est important pour une mise en oeuvre (à noter tout de même que le système de commande doit embarquer un solveur linéaire).

Par contre l'optimisation est effectuée à chaque pas de temps, ce qui rallonge le temps de simulation sur la période de test. Lorsque l'on souhaite répéter les simulations de nombreuses fois en phase de dimensionnement, cela peut être prohibitif, d'où l'usage de la gestion heuristique partie 2.2.

Un dernier point positif important est à souligner pour le MPC : il est très flexible. Ainsi, l'ajout d'une formule de prix plus complexe (ex. : heures de pointe) ne changerait en rien sa structure.

3.4.1. Prédiction des entrées incertaines

Dans la partie précédente (§3.3), nous avons souligné qu'une optimisation qui utilise des données futures n'est pas utilisable en pratique. Cependant, la fonction coût du MPC (19) dépend des mêmes données futures, quoique sur un horizon plus court.

11. En toute rigueur, il faut distinguer le "tracking MPC" où l'optimisation d'une fonction coût, souvent quadratique, n'est qu'une façon indirecte pour suivre une trajectoire prédéfinie, et le "Economic MPC" où la minimisation du coût, pas forcément quadratique, et sans trajectoire fixée a priori, est l'objectif premier. Pour la gestion d'énergie, c'est de ce E-MPC qu'il s'agit.

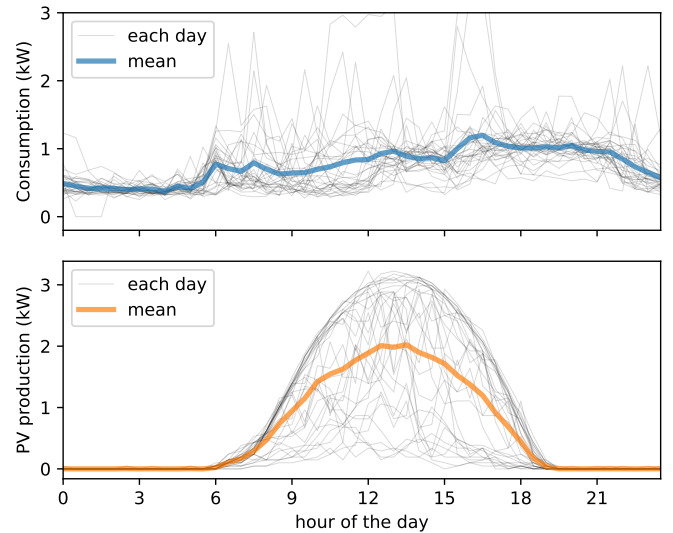


Fig. 6. Prédiction de la consommation P_{load}^* et du productible P_{sun} (pour une puissance des panneaux $P_{PVp} = 4 \text{ kW}_c$) par calcul de la moyenne à chaque heure du jour, par pas d'une demi-heure, sur les 30 jours d'apprentissage. La superposition des trajectoires de chaque jour permet de constater que l'erreur de prévision est potentiellement grande, surtout pour la production.

Toute commande prédictive nécessite donc une méthode de *prévision des entrées incertaines*.

Pour la maison solaire, nous avons pour l'instant testé deux prévisions :

- prévision anticipatrice, c'est-à-dire la connaissance parfaite du futur sur l'horizon H
- prévision réaliste simple égale à la moyenne à chaque heure du jour ($hod = 0, 0.5, \dots, 23.5$) sur les données passées (les 30 jours d'apprentissage correspondant au mois précédent le test, cf. §2.3).

La prévision anticipatrice est inapplicable en pratique, mais elle permet de comparer le MPC à l'optimisation déterministe (§3.3 qui travaille, elle, sur toute la durée du problème. Cela permet donc d'étudier l'effet de la troncature du coût à un horizon H

La prévision réaliste est présentée figure 6. On peut constater que la prévision est meilleure pour la consommation que pour la production solaire. En effet, la production solaire présente une plus forte variabilité. Par exemple à midi solaire, la moyenne est à 2 kW pour une production réelle allant de presque 0 à plus de 3 kW.

On constate accessoirement une certaine *persistance* des signaux, c'est-à-dire que l'erreur de prévision est autocorrélée. Cette persistance à l'échelle de quelques heures pourrait permettre d'améliorer la prévision.

3.4.2. Effet de la prévision sur la performance

Le résultat quantitatif de la gestion MPC est présenté dans le tableau 2 aux lignes "MPC...". L'horizon H a été choisi égal à 24 h ($H \times \Delta_t = 24 \text{ h}$). Nous constatons qu'avec la prévision anticipatrice, le coût de la facture énergétique atteint 0,354 €/j, comme l'optimisation sur les 30 jours. Avec un horizon de 24 h, l'effet de la troncature du coût est donc nul.

Par contre, nous observons également qu'avec la prévision réaliste (ligne "MPC 24 h"), la dégradation de la performance est notable : +1 kWh/j sur la consommation d'énergie associé à une augmentation identique de l'écrtage du productible solaire : l'insertion de la production solaire est dégradée. Quant à la facture, elle atteint 0,543 €/j, ce qui est plus faible, même si très proche, de celle de la gestion heuristique (0,563 €/j). À ce stade nous ne savons pas si cette différence est significative ou

non (i.e. robuste vis-à-vis d'un changement des données d'entrées).

Le tracé du milieu de la figure 5 permet d'analyser qualitativement la gestion d'énergie MPC avec prévision réaliste. On constate que, face à une journée qui est toujours prévue identique, la gestion d'énergie utilise systématiquement le début de nuit (heure creuse) pour amener la batterie à un état d'énergie autour de 3 kWh. On imagine que cela doit permettre de tenir sans appel au réseau sur toute la journée prévue. En pratique, si la journée est nuageuse (jour 2), un appel au réseau supplémentaire est nécessaire en fin de journée (au tarif heure pleine). Inversement, si la journée qui suit est très ensoleillée (jour 4), la charge nocturne aurait pu être évitée, mais il est trop tard et c'est l'écrtage qui s'active.

3.4.3. Réglage de l'horizon de prédiction

La longueur de l'horizon prédiction H (nombre de pas entier, mais que nous exprimons en heures, comme $H \times \Delta_t$) est un paramètre essentiel de toute commande prédictive. Pour le régler, nous l'avons fait varier entre 0 et 48 h, et les résultats sont présentés sur la figure 7. Vu l'effet important de la prévision, les deux types précédents ont été utilisés (anticipative et réaliste).

Dans le cas de la prévision anticipative, la consommation électrique reste largement constante pour toutes les valeurs de l'horizon H , tandis que le coût décroît jusqu'à sa valeur minimale (0,354 €/j), valeur atteinte dès $H \cdot \Delta_t = 19$ h. Ce seuil s'interprète comme la durée minimale de l'horizon glissant qui permet de couvrir à tout instant une partie de la tranche d'heures creuses de deux journées consécutives. Ainsi, la recharge nocturne peut être parfaitement ajustée à la production/consommation attendue pour la journée suivante.

Par contre lorsqu'on utilise la prévision réaliste, l'augmentation de l'horizon a un effet inattendu : la performance se dégrade, dès qu'on dépasse 3 h. Le tracé de l'énergie consommée sur le réseau montre une augmentation forte de la consommation moyenne lorsque l'horizon passe de 20 à 24 h. Nous supposons donc que le MPC fait une réserve nocturne pour pallier un manque de soleil attendu. Cette augmentation de la consommation se voit aussi sur le coût de l'énergie, même s'il n'augmente que lentement, autour de 0,55 €/j. Cette augmentation le fait diverger du coût obtenu avec une prévision anticipatrice parfaite.

Ainsi, le MPC qui se base sur une optimisation déterministe (les données prévues sont supposées se réaliser) se fait piéger par l'erreur de prévision. Les pistes d'améliorations sont donc deux ordres : amélioration de la prévision d'une part (mais difficile, car on pressent que le facteur important est la balance énergétique de toute la journée suivant chaque nuit) et formulation du problème d'optimisation qui prend en compte les inévitables erreurs de prévisions (MPC stochastique, robuste...).

4. CONCLUSIONS

Nous avons conçu un banc de test open source pour la gestion d'énergie d'une maison solaire. Il facilite l'accès et permet la comparaison d'une palette de méthodes, sur un exemple simple mais réaliste (e.g. données de production solaire et de consommation réelles).

Les premières stratégies de gestion que nous avons implémentées et comparées font ressortir quelques idées attendues (ex. : les méthodes heuristiques simples donnent de bons résultats sur les problèmes simples). D'autres résultats sont nettement moins courants, comme l'effet délétère de l'allongement de l'horizon de prédiction sur la performance d'une commande prédictive. Autrement dit, une prédiction longue, lorsqu'elle est partiellement fautive, est pire qu'une courte.

Plus généralement, nous avons fait ressortir le grand écart qui existe entre la performance de stratégies anticipatives (qui supposent connaître le futur des données incertaines) et la performance des méthodes qui n'utilisent que des données connues. Seules ces dernières sont implémentables sur un système réel !

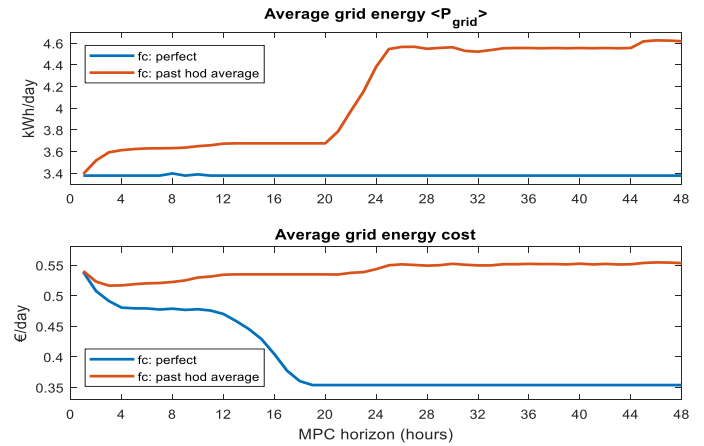


Fig. 7. Effet de l'horizon du contrôle MPC sur la performance (consommation d'énergie réseau en haut, coût de cette énergie en bas). Courbes bleues : MPC alimenté par une prévision parfaite (anticipative) du futur. Courbes rouges : MPC alimenté par une prévision réaliste, égale à la moyenne passée à chaque heure du jour.

4.1. Perspectives

Parmi les perspectives de ces travaux, il y a bien sûr l'ajout de nouvelles méthodes de gestion d'énergie. Nous visons en particulier les méthodes qui prennent en compte intrinsèquement le caractère incertain des données solaire et de consommation : programmation dynamique stochastique, MPC stochastique...

À plus longue échéance, nous souhaitons aller au-delà des tests de gestion d'énergie à dimensionnement fixé. Nous souhaitons étudier les méthodes de dimensionnement optimal qui prennent en compte l'optimisation de la loi de gestion (comme nous l'avons fait sur un cas nettement plus simple [8]).

RÉFÉRENCES

- [1] M. Zambelli, S. F. Secundino, T. A. Emilio, S. E. dos, and S. F. D. da, "NEWAVE versus ODIN : comparison of stochastic and deterministic models for the long term hydro-power scheduling of the interconnected brazilian system," *SBA Revista Controle & Automação*, vol. 22, pp. 598–609, 12 2011.
- [2] Q. Jiang, F. Ossart, and C. Marchand, "Comparative Study of Real-Time HEV Energy Management Strategies," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 66, no. 12, pp. 10 875–10 888, Dec 2017.
- [3] D. P. Bertsekas, *Dynamic Programming and Optimal Control*, 3rd ed. Athena Scientific, 2005.
- [4] P. Haessig, T. Kovaltchouk, B. Multon, H. Ben Ahmed, and S. Lascaud, "Computing an Optimal Control Policy for an Energy Storage," in *6th European Conference on Python in Science (EuroSciPy 2013)*, Brussels, Belgium, Aug. 2013, pp. 51–58.
- [5] R. Rigo-Mariani, B. Sareni, and X. Roboam, "Optimization methodologies for the energy management and sizing of a microgrid with storage," in *SGE 2014, Cachan, France*, Jul. 2014.
- [6] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004.
- [7] I. Dunning, J. Huchette, and M. Lubin, "JuMP : A Modeling Language for Mathematical Optimization," *SIAM Review*, vol. 59, no. 2, pp. 295–320, 2017.
- [8] P. Haessig, B. Multon, H. Ben Ahmed, and S. Lascaud, "Quelle importance du choix de la loi de gestion pour dimensionner un système de stockage d'énergie?" in *SGE 2014, Cachan, France*, Jul. 2014.