

# Notions mathématiques et analytiques

<b>Algèbre linéaire.....</b>	<b>3</b>
Vecteur.....	3
Matrice.....	3
Types de matrices.....	3
Matrice carrée.....	3
Matrice rectangulaires.....	3
Matrice diagonale.....	3
Matrice triangulaires.....	3
Matrice symétrique.....	4
Matrice identité.....	4
Matrice nulle.....	4
Matrice creuse (sparse).....	4
Matrice de permutation.....	4
Opérations sur les matrices.....	4
Addition.....	4
Multiplication par un scalaire.....	4
Multiplication de matrices.....	5
Matrice inversible.....	5
<b>Les différents types d'analyses.....</b>	<b>6</b>
Descriptive (Qu'est-ce qui s'est passé ?).....	6
Diagnostic (Pourquoi cela s'est-il passé ?).....	6
Prédictive (Que va-t'il se passer ?).....	6
Prescriptive (Que devrions-nous faire ?).....	6
Approches analytiques.....	7
Théorique.....	7
Expérimentale.....	7
Différences clés :.....	7
<b>Notions de métrologie.....</b>	<b>8</b>
Valeur vraie.....	8
Incertitudes.....	8
Relatives.....	8
Absolues.....	8
Différences clés :.....	9
<b>Petite notion fondamentale d'épistémologie.....</b>	<b>10</b>
Biais.....	10
Bruit.....	10
Biais vs Bruit.....	10
Epistémologie.....	10
<b>Probabilité et loi de probabilité.....</b>	<b>11</b>

Probabilité.....	11
Loi de probabilité.....	11
Loi Normale (Distribution Normale) :.....	11
Loi Binomiale :.....	11
En résumé.....	11
<b>Différents types de variables.....</b>	<b>12</b>
En programmation.....	12
Variable entières (int).....	12
Variable flottantes (float).....	12
Variable de caractères (char).....	12
Variable de chaîne (string).....	12
Variable booléennes (bool).....	12
En statistique.....	12
Variable nominales.....	12
Variable ordinales.....	12
Variables dépendantes.....	12
Variables indépendantes.....	12
<b>Différents types de corrélations.....</b>	<b>13</b>
Corrélation positive.....	13
Corrélation négative.....	13
Corrélation nulle.....	13
Corrélation linéaire.....	13
Corrélation non linéaire.....	13
Corrélation partielle.....	13
<b>Statistique descriptives.....</b>	<b>13</b>
Moyenne.....	13
Médiane.....	13
Maximum.....	13
Minimum.....	13
Quartiles.....	13
<b>Mesures de dispersion.....</b>	<b>13</b>
Variance.....	13
Ecart-type.....	13
<b>Représentation graphiques.....</b>	<b>13</b>
Boxplot.....	14
Histogramme.....	14
<b>Théorème et Concepts Mathématiques.....</b>	<b>14</b>
Espérance.....	14
Théorème central limite.....	14
Dérivée.....	14

# Algèbre linéaire

## Vecteur

En mathématiques et en physique, un vecteur est un objet qui possède trois caractéristiques principales :

- Une **direction**
- Un **sens**
- Une **norme** (grandeur)

Il est généralement représenté par une flèche dont la longueur est sa norme.

Ils sont utilisés pour modéliser des grandeurs telles que les forces, les vitesses et les accélérations.

En géométrie, un vecteur peut représenter la translation d'un point à un autre.

En informatique, un vecteur, également nommé tableau dynamique ou table dynamique, désigne un conteneur d'éléments ordonnés et accessibles par des indices, dont la taille est dynamique : elle est mise à jour automatiquement lors d'ajouts ou de suppressions d'éléments.

## Matrice

En mathématiques, une matrice est un tableau rectangulaire de nombres, organisé en lignes et colonnes.

Elles sont utilisées pour représenter des données, résoudre des systèmes d'équations linéaires et effectuer des transformations géométriques.

Les caractéristiques principales d'une matrice sont :

- Sa **Dimension** :  $(m \times n)$ ,  $(m)$  lignes et  $(n)$  colonnes
- Ses **éléments / entrées / termes** :  $(a_{ij})$  ou  $(i)$  représente le numéro de la ligne et  $(j)$  celui de la colonne.

## Types de matrices

### Matrice carrée

Matrice ayant une dimension de  $(n \times n)$

### Matrice rectangulaires

Matrice ayant une dimension de  $(m \times n)$

### Matrice diagonale

Matrice carrée où tous les éléments en dehors de la diagonale principale sont nuls.

La diagonale principale est composée des éléments  $(a_{ij})$ .

### Matrice triangulaires

Matrice carrée où tous les éléments au-dessus (triangulaire inférieure) ou en dessous (triangulaire supérieure) de la diagonale principale sont nuls.

### Matrice symétrique

Matrice carrée qui est égale à sa transposée, c'est-à-dire ( $A = A^T$ ).  
Cela signifie que ( $a_{ij} = a_{ji}$ ) pour tout ( $i$ ) et ( $j$ ).

### Matrice identité

Matrice carrée où tous les éléments de la diagonale principale sont égaux à 1 et tous les autres sont nuls.  
Elle est notée ( $I$ ).

### Matrice nulle

Matrice où tous les éléments sont égaux à zéro.  
Elle peut être de n'importe quelle dimension.

### Matrice creuse (sparse)

Matrice dans laquelle la majorité des éléments sont nuls.  
Elles sont couramment utilisées en informatique pour économiser de l'espace mémoire.

### Matrice de permutation

Matrice carrée obtenue en permutant les lignes ou les colonnes de la matrice identité.  
Elles sont utilisées pour représenter des permutations.

Il existe d'autres types de matrices, orthogonales, de Vandermonde, de Toeplitz, de Hankel...

## Opérations sur les matrices

### Addition

Pour additionner deux matrices, elles doivent avoir les mêmes dimensions.  
On additionne les éléments correspondants de chaque matrice.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{pmatrix}$$

### Multiplication par un scalaire

Pour multiplier une matrice par un scalaire, on multiplie chaque élément de la matrice par ce scalaire.

$$k \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a & k \cdot b \\ k \cdot c & k \cdot d \end{pmatrix}$$

## Multiplication de matrices

Pour multiplier deux matrices, le nombre de colonnes de la première matrice doit être égal au nombre de lignes de la deuxième matrice.

Le produit de deux matrices (A) et (B) est une nouvelles matrice © où chaque éléments ( $a_{ij}$ ) est calculé comme suit :

$$C = A \cdot B$$
$$c_{ij} = \sum_k a_{ik} \cdot b_{kj}$$

Par exemple, pour multiplier les matrices suivantes :

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cdot e + b \cdot g & a \cdot f + b \cdot h \\ c \cdot e + d \cdot g & c \cdot f + d \cdot h \end{pmatrix}$$

## Matrice inversible

Une matrice inversible est une matrice carrée (A) pour laquelle il existe une matrice (B) de même taille n avec laquelle les produits (AB) et (BA) sont égaux à la matrice identité (I).

$$AB = BA = I_n$$

Dans ce cas la matrice B est unique, appelée matrice inverse de A notée  $B = A^{-1}$

Il existe plusieurs solutions permettant de vérifier si une matrice carrée (M) est inversible (ou possède un inverse  $M^{-1}$ ).

Par exemple si son déterminant  $\det(M) \neq 0$ .

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \det(M) = (a \times d) - (c \times b) \neq 0$$

On définit alors  $M^{-1}$  comme suit :

$$M^{-1} = \frac{1}{\det(M)} \times \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

# **Les différents types d'analyses**

L'analyse est l'opération intellectuelle consistant à décomposer un tout en ses éléments constitutants afin d'en établir des relations.

Chaque type d'analyse a son propre rôle crucial dans la prise de décision et la compréhension des données.

## **Descriptive (Qu'est-ce qui s'est passé ?)**

- But : Résumer et décrire les caractéristiques principales des données.
- Exemples : Statistiques telles que les moyennes, médianes, écart-types, fréquences, pourcentages.
- Utilisation : Fournir un aperçu rapide de ce qui s'est passé ou de l'état actuel.
- Application : Rapports de performance, récapitulatifs de ventes, sondages d'opinion.

## **Diagnostic (Pourquoi cela s'est-il passé ?)**

- But : Comprendre les causes ou les facteurs sous-jacents d'un phénomène.
- Exemples : Analyse des causes profondes, corrélations, tests statistiques.
- Utilisation : Identifier pourquoi quelque chose s'est produit.
- Application : Enquêtes sur les causes d'une baisse de ventes, analyse des incidents de sécurité, étude de marché.

## **Prédictive (Que va-t'il se passer ?)**

- But : Prévoir les tendances ou les résultats futurs.
- Exemples : Modèles de régression, algorithmes d'apprentissage automatique, séries temporelles.
- Utilisation : Prédire ce qui est susceptible de se produire.
- Application : Prévisions de ventes, analyse de risque, scoring de crédit, prévisions météorologiques.

## **Prescriptive (Que devrions-nous faire ?)**

- But : Recommander des actions pour atteindre des résultats souhaités.
- Exemples : Algorithmes d'optimisation, simulations, scénarios de décision.
- Utilisation : Conseiller ce qui doit être fait et pourquoi.
- Application : Planification stratégique, recommandation de produits, gestion de la chaîne d'approvisionnement.

# **Approches analytiques**

## **Théorique**

- Définition : L'analyse théorique repose sur des concepts, des principes et des modèles abstraits pour comprendre et prédire des phénomènes. Elle utilise les mathématiques, la logique et les hypothèses pour formuler des explications.
- Exemple : Utiliser des équations de la physique pour prédire le mouvement d'un objet, modéliser le comportement du climat avec des équations différentielles.
- Nature : Abstraite et souvent basée sur des hypothèses idéales.

## **Expérimentale**

- Définition : L'analyse expérimentale repose sur des expériences pratiques et des observations empiriques pour comprendre des phénomènes. Elle implique la collecte et l'analyse de données par le biais d'expérimentations contrôlées.
- Exemple : Réaliser des expériences de laboratoire pour observer la réaction chimique, tester un nouveau médicament sur un groupe pour évaluer le coup bénéfique/risque.
- Nature : Concrète et basée sur des données réelles.

## **Différences clés :**

- Base de travail :
  - Théorique : Modèles et formules abstraites.
  - Expérimentale : Observations et données empiriques.
- Fiabilité :
  - Théorique : Peut être limitée par les simplifications et approximations.
  - Expérimentale : Dépend de la précision et de la rigueur des expérimentations.
- Objectif :
  - Théorique : Comprendre les principes fondamentaux et faire des prédictions générales.
  - Expérimentale : Vérifier les hypothèses théoriques et observer des résultats concrets.

# **Notions de métrologie**

La métrologie est la discipline scientifique de la mesure. Elle définit les principes et méthodes permettant de garantir et maintenir la confiance envers les mesures résultant des processus de mesure.

## **Valeur vraie**

Valeur effective d'une grandeur que l'on cherche à mesurer (mesurande), par essence impossible à connaître exactement vu les incertitudes inévitables. Un bon système de mesure fournit un résultat plus proche de la valeur vraie.

## **Incertitudes**

Manque ou absence de précision, description partielle d'un objet ou d'un événement donnant lieu à des cas limites, des zones troubles.

Plus précisément, l'imprécision d'un système de mesure qualifie la dispersion des résultats qu'il produit. L'imprécision est une source d'incertitude.

Il s'agit d'une notion traduisant un état de connaissance incomplet à propos d'un état du monde, passé, présent ou futur.

En particulier, on peut concevoir l'incertitude comme " tout écart par rapport à la norme idéale et inatteignable d'une connaissance purement déterministe d'un système ", c'est à dire toute divergence d'une description exhaustive d'un système, permettant d'en prédire la trajectoire d'évolution, de façon unique et certaine.

## **Relatives**

L'incertitude relative est exprimée en pourcentage ou en fraction de la valeur mesurée. Elle donne une idée de la proportion de l'incertitude par rapport à la valeur totale.

Par exemple, en mesurant une longueur de 100 cm avec une incertitude de  $\pm 2$  cm, l'incertitude relative est donc de  $(2/100) * 100\% = 2\%$ .

Elle est utile pour comparer la précision de différentes mesures de différentes tailles ou unités.

## **Absolues**

L'incertitude absolue est exprimée dans les mêmes unités que la valeur mesurée. Elle indique la quantité de variation ou d'erreur attendue dans la mesure.

Par exemple, en mesurant une longueur de 100 cm avec une incertitude de  $\pm 2$  cm, l'incertitude absolue est simplement  $\pm 2$  cm.

Elle donne une idée directe et concrète de l'erreur ou de la variation dans une mesure spécifique.



## **Différences clés :**

L'incertitude relative fournit une perspective normalisée, facilitant les comparaisons entre différentes mesures.

L'incertitude absolue donne une indication directe de l'erreur potentielle.

L'une donne une idée de l'ampleur proportionnelle de l'incertitude, l'autre montre l'erreur absolue potentielle.

<b><u>Type d'incertitude</u></b>	<b><u>Nature</u></b>	<b><u>Exemple</u></b>	<b><u>Caractéristique</u></b>	<b><u>Relative ou Absolue</u></b>	<b><u>Type</u></b>
Statistique	Variabilité des données	Marges d'erreur des sondages	Quantifiable, peut être réduite avec plus de données	Relative	A
Épistémiques	Limitation des connaissances	Modèles scientifiques incomplets	Dépendante de l'état des connaissances	Relative	A
Aléatoire	Variabilité intrinsèque	Tirage aléatoire	Décrite par des distributions de probabilité	Relative	A
Ontologique	Complexité inhérente	Système climatique	Inhérente à la nature des choses	Absolue	B
Modélisation	Représentation des systèmes complexes	Modèles climatiques	Améliorée par de meilleurs modèles	Relative	A
Subjective	Jugement et perception humaine	Décision médicale, biais de lecture...	Difficile à quantifier	Relative	A
Méthodologique	Technique et approches méthodologiques	Collecte de données	Dépendante de l'amélioration des techniques	Relative	A
Prédictive	Prévisions et projections futures	Prévisions météorologiques	Dépendante de la précision des modèles	Relative	A
Spécification	Définition du problème	Modèles économiques	Dépendantes de la clarté de la spécifications	Relative	A
Données	Qualité et précision des données	Données manquantes ou erronées	Dépendante de la qualité des données	Relative	A

# **Petite notion fondamentale d'épistémologie**

## **Biais**

- Définition : Le biais est une déviation systématique des résultats ou des prévisions par rapport à la réalité. Cela provient souvent de préférences ou de méthodes inappropriées.
- Exemple : Biais d'échantillonnage ou certaines populations sont sous-représentées dans une étude.
- Nature : Peut être conscient ou inconscient, introduit par des préjugés personnels, des erreurs méthodologiques, ou des influences contextuelles.
- Impact : Peut conduire à des conclusions incorrectes ou trompeuses.

## **Bruit**

- Définition : Le bruit est une variation aléatoire ou une erreur sans direction systématique qui affecte les résultats de manière imprévisible.
- Exemple : Fluctuation dans les mesures de température dues à des interférences environnementales.
- Nature : Non systématique, introduit par des variations aléatoires ou des imperfections dans les processus de mesure.
- Impact : Rend les données plus difficiles à interpréter en masquant les véritables tendances ou signaux.

## **Biais vs Bruit**

- Biais : Systématique, directionnel, souvent lié à des erreurs méthodologiques ou des préjugés.
- Bruit : Aléatoire, non directionnel, lié à des variations imprévisibles ou des imperfections de mesure.

## **Epistémologie**

- Définition : L'épistémologie est la branche de la philosophie qui étudie la nature, l'origine et la portée de la connaissance.
- Lien avec biais et bruit : L'épistémologie s'intéresse à la manière dont nous acquérons des connaissances et comment le biais et le bruit peuvent affecter la validité et la fiabilité de cette connaissance. Comprendre et gérer le biais et le bruit est une partie intégrante de l'épistémologie.

# **Probabilité et loi de probabilité**

## **Probabilité**

- Définition : La probabilité est une mesure mathématique de la vraisemblance qu'un événement se produise. Elle est représentée par un nombre compris entre 0 et 1, où 0 indique que l'événement ne se produira jamais et 1 qu'il se produira toujours.
- Exemple : La probabilité de tirer un as d'un jeu de cartes standard (52 cartes) est de  $\frac{4}{52}$ , soit environ 0.077 ou 7.7%.

## **Loi de probabilité**

- Définition : Une loi de probabilité (ou distribution de probabilité) décrit comment les probabilités sont distribuées sur les différentes valeurs possibles d'une variable aléatoire. Elle permet de connaître la probabilité de chaque événement.
- Exemple :

### Loi Normale (Distribution Normale) :

- Définition : Également connue sous le nom de distribution gaussienne, c'est une distribution continue en forme de cloche symétrique autour de la moyenne. Elle décrit comment les valeurs d'une variable se répartissent de manière homogène autour de la moyenne.
- Caractéristiques :
  - La courbe est symétrique par rapport à la moyenne.
  - Environ 68% des valeurs se trouvent à un écart-type de la moyenne, 95% à deux écart-types et 99.7% à trois écarts-types.
  - Utilisée pour modéliser de nombreux phénomènes naturels comme la taille, les notes d'examens...

### Loi Binomiale :

- Définition : Il s'agit d'une distribution discrète qui décrit le nombre de succès dans une séquence d'expériences indépendantes de Bernoulli identiques, où chaque expérience a deux résultats possibles (succès ou échec).
- Caractéristiques :
  - Définie par deux paramètres : le nombre d'essais ( $n$ ) et la probabilité de succès de chaque essai ( $p$ ).
  - La probabilité de  $K$  succès dans  $n$  essais est donnée par la formule de probabilité binomiale.

## **En résumé**

- Probabilité : mesure la vraisemblance d'un événement unique.
- Loi de probabilité : décrit la distribution des probabilités de tous les résultats possibles d'une variable aléatoire.

# **Différents types de variables**

## **En programmation**

Variable entières (int)

Variable flottantes (float)

Variable de caractères (char)

Variable de chaîne (string)

Variable booléennes (bool)

## **En statistique**

Variable nominales

Variable ordinales

**Variables dépendantes**

**Variables indépendantes**

## **Différents types de corrélations**

**Corrélation positive**

**Corrélation négative**

**Corrélation nulle**

**Corrélation linéaire**

**Corrélation non linéaire**

**Corrélation partielle**

## **Statistique descriptives**

**Moyenne**

**Médiane**

**Maximum**

**Minimum**

**Quartiles**

## **Mesures de dispersion**

**Variance**

**Ecart-type**

## **Représentation graphiques**

**Boxplot**

**Histogramme**

**Théorème et Concepts Mathématiques**

**Espérance**

**Théorème central limite**

**Dérivée**