



INSTITUT  
de MATHEMATIQUES  
de TOULOUSE



Université  
Paul Sabatier  
TOULOUSE III

*Modèles convexes et algorithmes d'optimisation  
pour l'amélioration des imageurs.*

Pierre Weiss.

April 17, 2011

# *Plan du cours*

- I/ Quelques principes d'imageurs 3D récents.
  - Imagerie SPIM (Selective Plane Illumination Microscope).
  - L'IRM (Imagerie par Résonance Magnétique).
  - Le Laser Imageur (annulé).
- II/ Modèles de reconstruction convexes.
  - Le principe du MAP (Maximum A Posteriori).
  - Les a priori de régularité.
  - Les a priori de parcimonie.
- III/ Algorithmes optimaux en optimisation convexe.
  - “Rappels” d’analyse convexe.
  - Théorie de la complexité.
  - Algorithmes optimaux.

# I/ Quelques principes d'imageurs 3D récents.

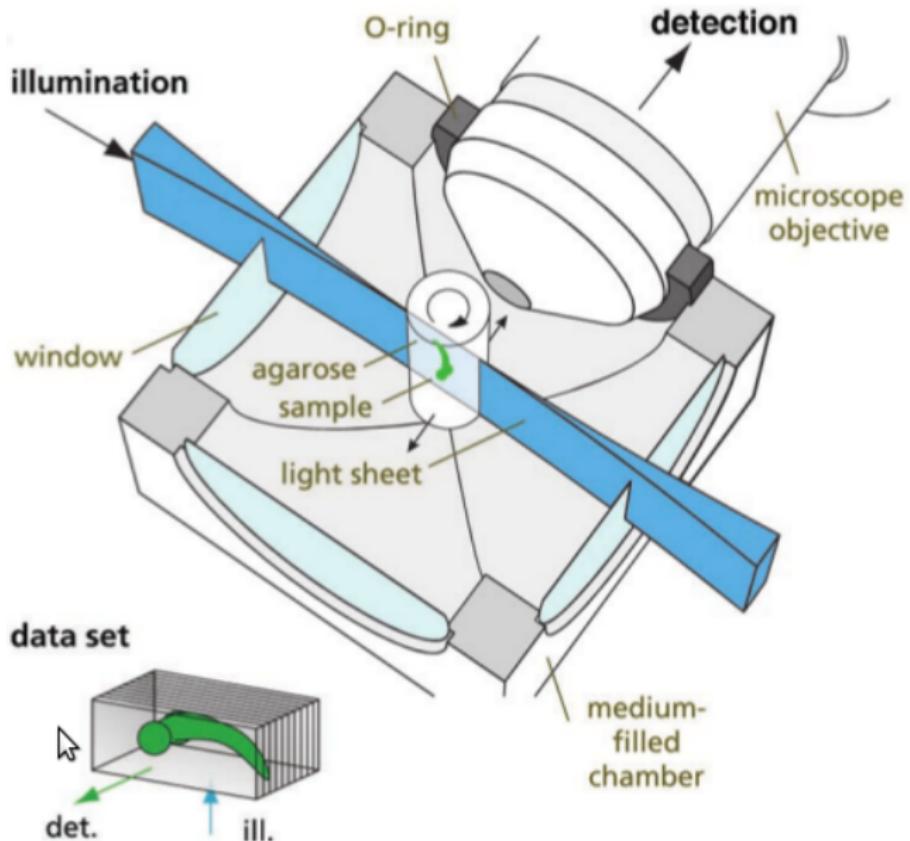
# *L'Imagerie SPIM*

*Selective Plane Illumination Microscope.*

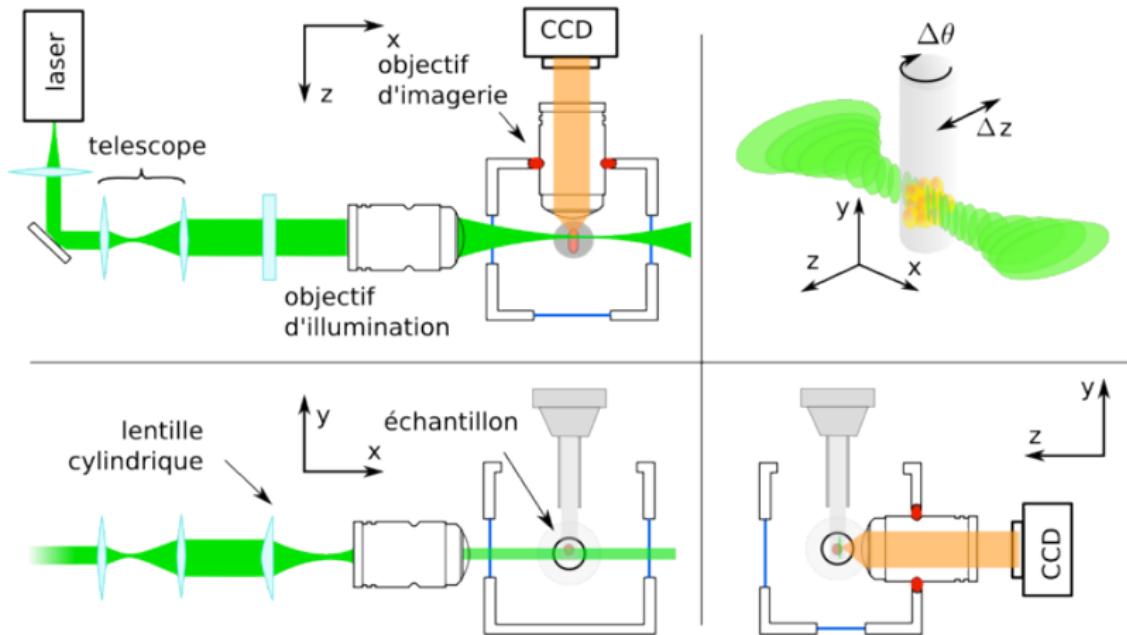
Développement instrumental en **imagerie biologique**  
collaboration avec :

- Le cancéropôle de Toulouse  
(B. Ducommun, V. Lobjois, C. Lorenzo).
- Jérôme Fehrenbach (IMT).

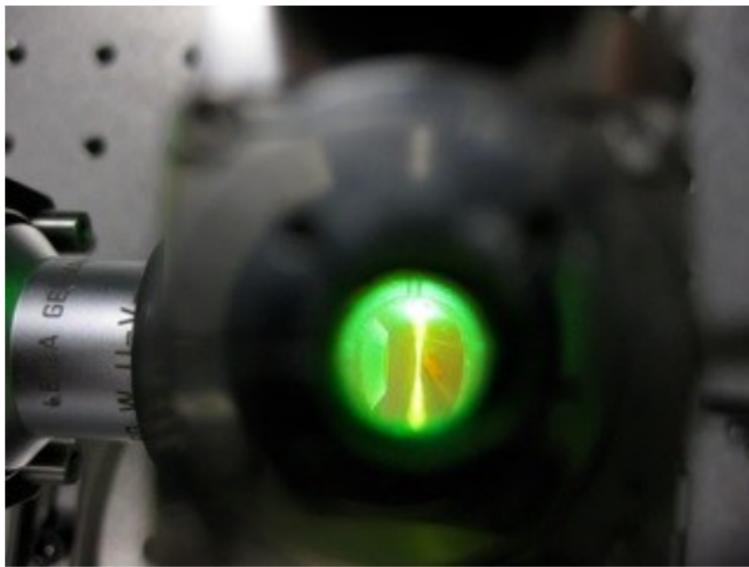
# *L'Imagerie SPIM*



# *L'Imagerie SPIM*



# *L'Imagerie SPIM*



## *L'Imagerie SPIM*

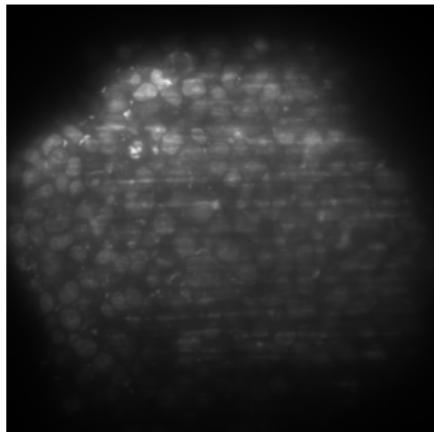
- Inventée en 2004 [Stelzer,Science 2004].
- Actuellement une dizaine de prototypes dans le monde.
- Similaire à la microscopie confocale mais :
  - Moins phototoxique.
  - Réduit le photoblanchiment (perte de fluorescence/temps).
  - Permet l'imagerie 3D+t du vivant.

# *L'Imagerie SPIM*

(Loading Film Quicktime.mov)

## *L'Imagerie SPIM*

**Images SPIM:** les images sont affectées par des effets de diffusion (flou), d'absorption (raies sombres ou parfois brillantes), de bruit (Poisson).



# *L'Imagerie SPIM*

Flou Variable / FIJI.

## *L'Imagerie SPIM*

Formulation précise des problèmes de reconstruction :

$$u_0 = \mathcal{P}(\tilde{A}u) + b$$

- $\tilde{A}$  est un opérateur de dégradation **non-linéaire** modélisant absorption/diffraction/flou.
- $\mathcal{P}$  modélise un bruit de Poisson (bruit quantique).
- $b$  est un bruit Gaussien (thermique).

## *L'Imagerie SPIM*

Formulation précise des problèmes de reconstruction :

$$u_0 = \mathcal{P}(\tilde{A}u) + b$$

- $\tilde{A}$  est un opérateur de dégradation **non-linéaire** modélisant absorption/diffraction/flou.
- $\mathcal{P}$  modélise un bruit de Poisson (bruit quantique).
- $b$  est un bruit Gaussien (thermique).

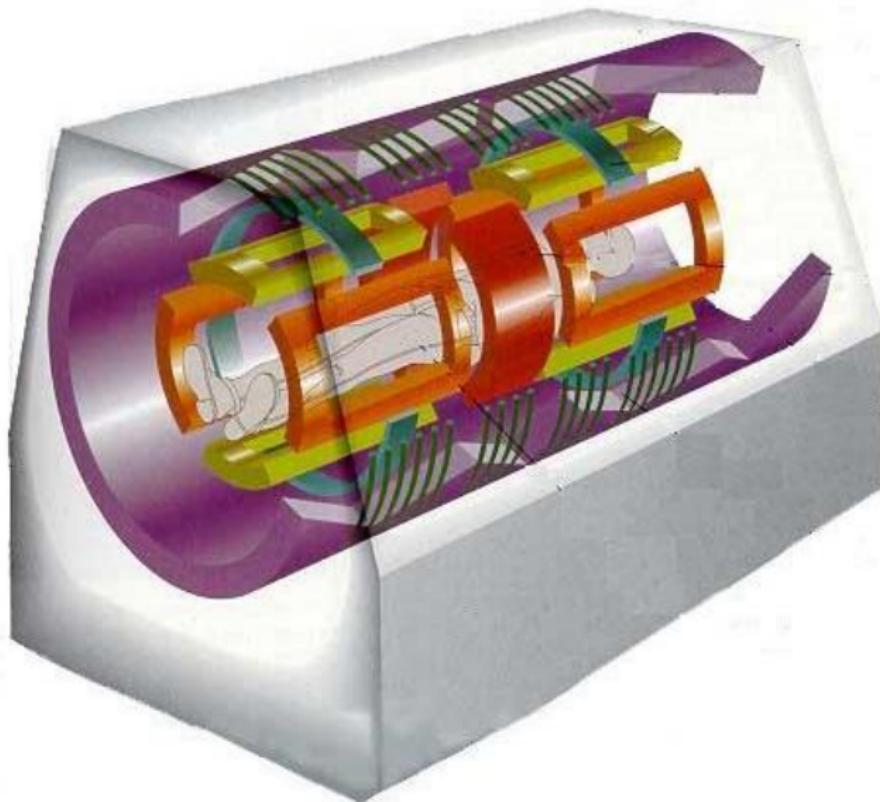
En pratique, on remplace  $\tilde{A}$  par un **opérateur linéaire**  $A$  estimé grâce aux images de billes.

# *Principes de l'IRM.*

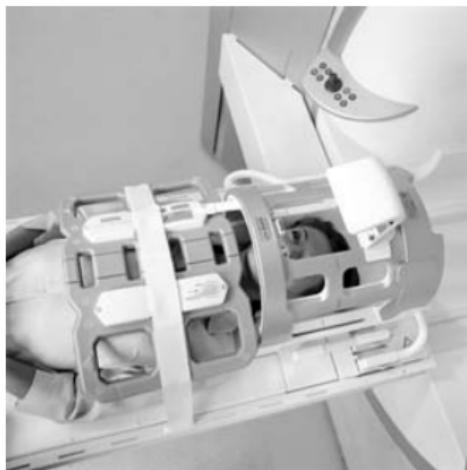
## *Historique de l'IRM*

- Grandes idées posées en 1973 (Paul Lauterbur) et en 1977 (Peter Mansfield).
- Premières images du corps humain en 1978.
- Principes et premiers résultats en imagerie fonctionnelle (mesures de débits sanguins) en 1992 (S. Ogawa).
- Prix Nobel de médecine pour P. Lauterbur et P. Mansfield en 2003 (et 4 autres prix Nobel pour la résonnance magnétique).
- Actuellement :
  - Création du centre Neurospin en 2011-2012 à Orsay (centre pour la compréhension du cerveau humain).
  - Création d'IRM à haut champs (11,7 -17 T) ISEULT (champs magnétique terrestre  $\simeq 40\mu T$ ).

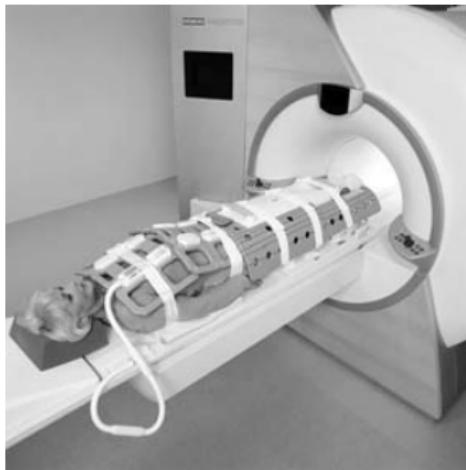
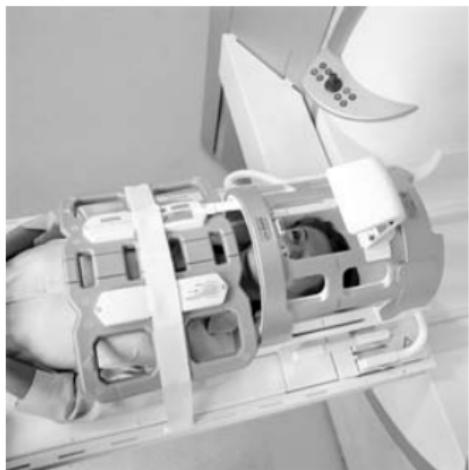
## *Principes de l'IRM.*



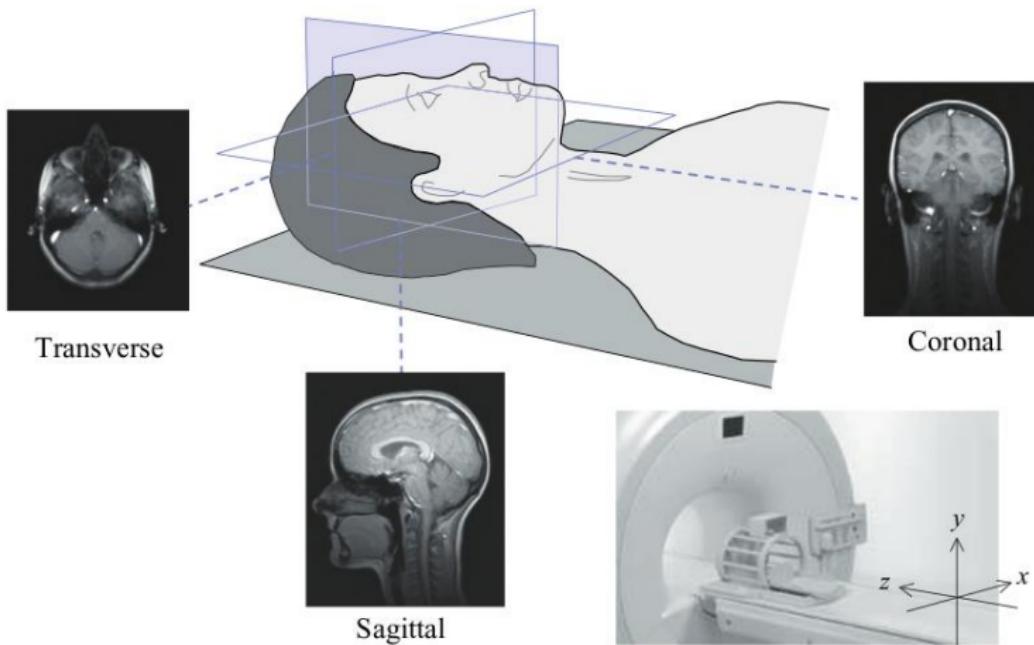
# *Principes de l'IRM.*



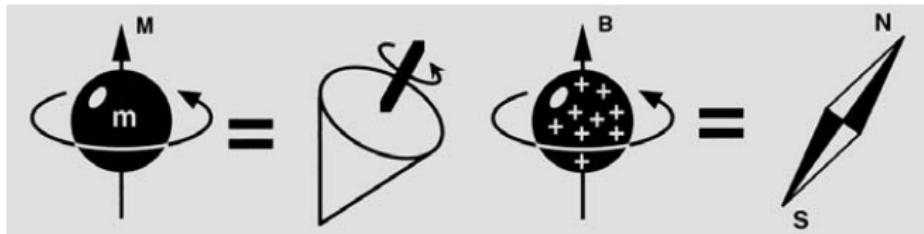
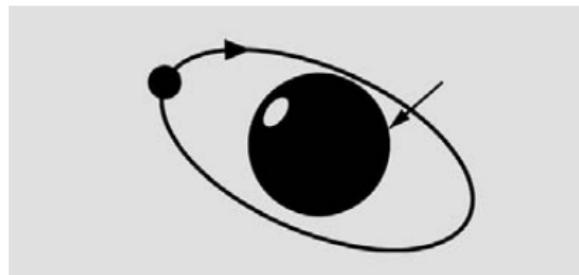
# *Principes de l'IRM.*



# *Principes de l'IRM.*



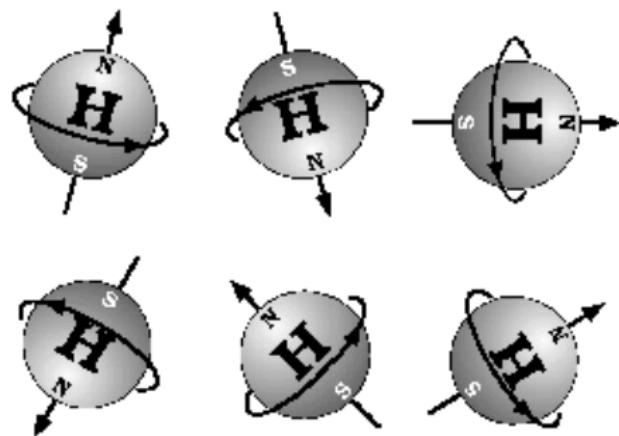
## *Principes de l'IRM.*



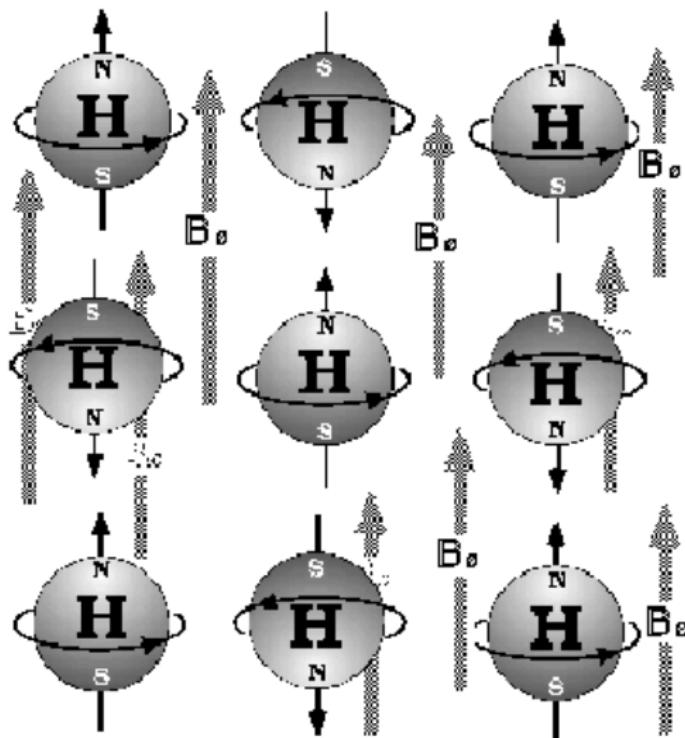
*Figure:* En haut : le noyau d'hydrogène et son électron. En bas : Zoom sur le proton et sa rotation (toupie) et son moment magnétique.

## *Principes de l'IRM.*

Les atomes d'hydrogènes sont comme  
de petits aimants



## *Principes de l'IRM.*



## *Principes de l'IRM.*

- 1.* Mettre le patient dans un champ magnétique intense.
- 2.* Emettre des ondes radiofréquence à travers le sujet.
- 3.* Eteindre l'émetteur radiofréquence.
- 4.* Capter les ondes émises par le sujet.
- 5.* Convertir le signal émis en image.

**Problème :** comment localiser le signal?

## *Principes de l'IRM.*

- 1.* Mettre le patient dans un champ magnétique intense.
- 2.* Emettre des ondes radiofréquence à travers le sujet.
- 3.* Eteindre l'émetteur radiofréquence.
- 4.* Capter les ondes émises par le sujet.
- 5.* Convertir le signal émis en image.

**Problème :** comment localiser le signal?

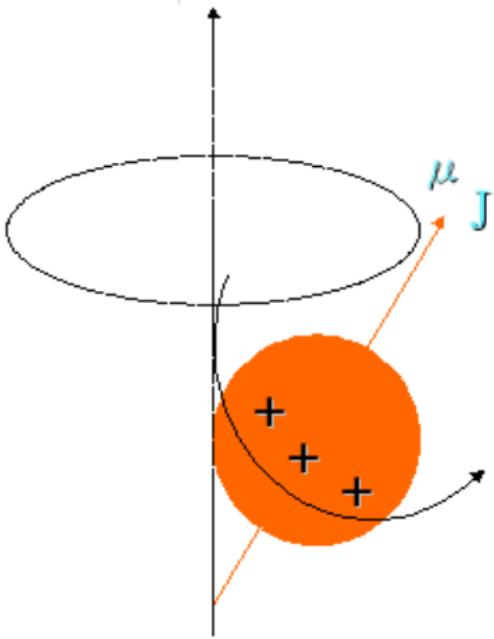
⇒ **C'est le rôle des bobines de gradient.**

## *Principes de l'IRM.*



## *Principe de l'IRM.*

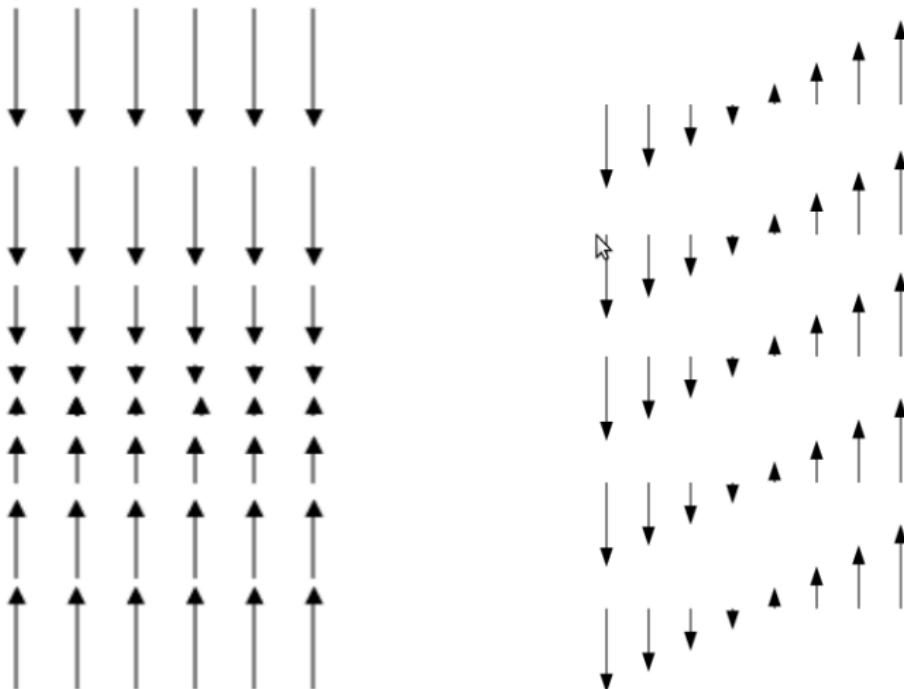
Les spins “tournent” à une fréquence  $\omega \propto B_0$  autour de  $B_0$ .



# *Principes de l'IRM.*

(Loading b1tip00.mp4)

## *Principe de l'IRM.*

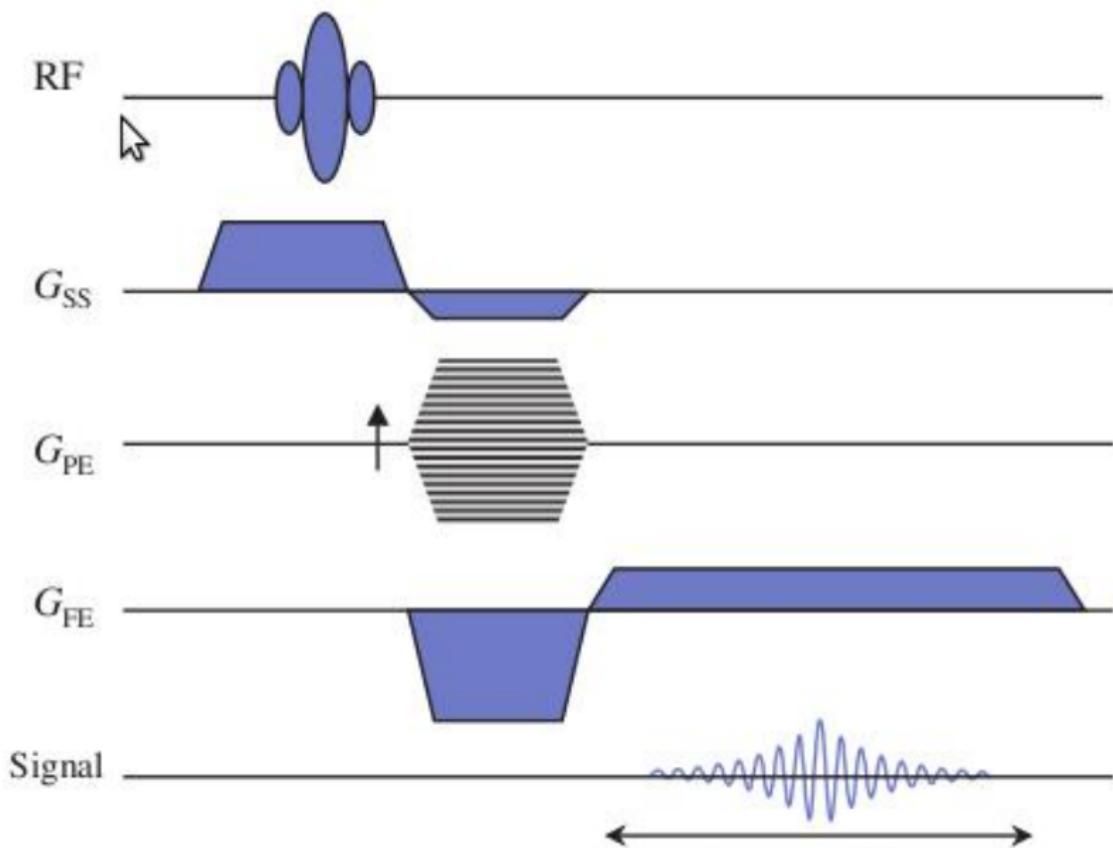


*Figure:* Exemple : champs de gradient Z et Y...

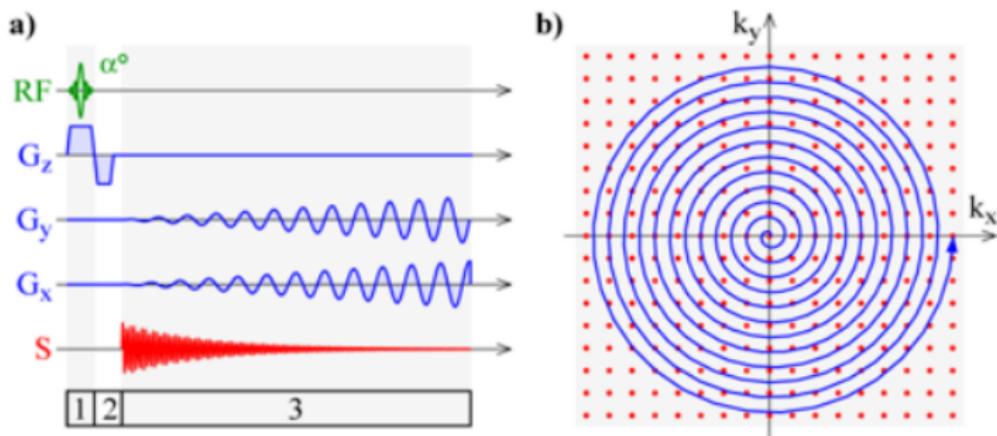
## *Principe de l'IRM.*

- $\Rightarrow$  pour localiser l'information dans l'espace :  
3 bobines de gradient X,Y,Z.
- La bobine X crée un champ magnétique dont l'intensité varie linéairement suivant l'axe Z.
- $\Rightarrow$  permet de faire rentrer en résonance RF seulement un plan de l'espace.
- Une fois le plan sélectionné, les Bobines Y,Z, permettent d'effectuer des mesures en Fourier.

## *Principes de l'IRM.*



# *Principes de l'IRM.*



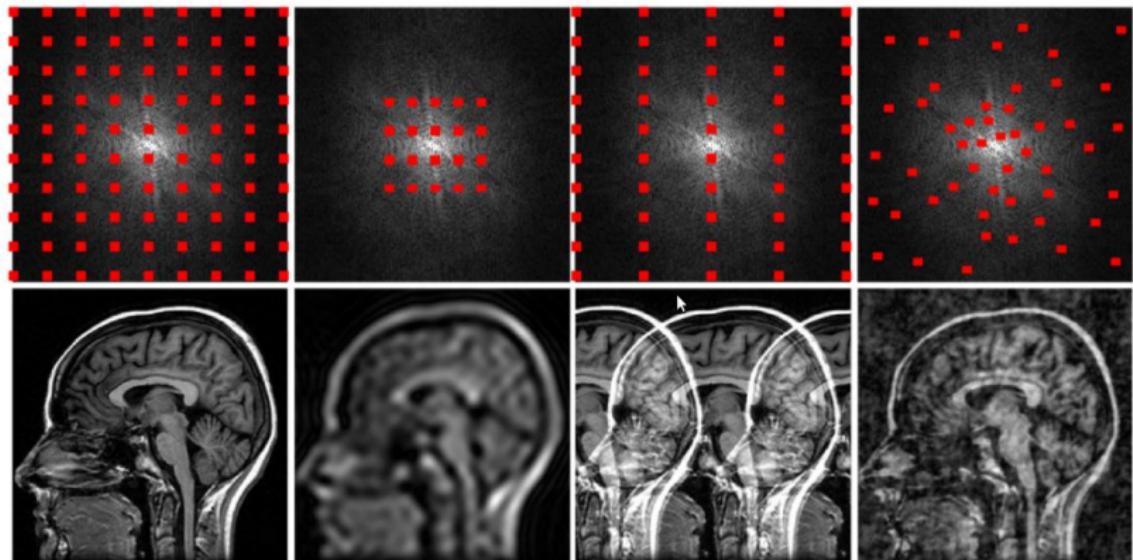
*Figure:* Exemple de séquence de pulsation.

(FILM)

# *Principes de l'IRM.*

(Loading kspace-outward.mov)

*Réduction du temps de scan = réduction du nombre de mesures.*



*Figure:* Echantillonnages.

## *Exemples de problèmes inverses.*

*Question :*

Comment reconstruire  $u$  (l'image) à partir de  $y$  (les mesures) sachant que :

$$y = E(H(F(u))) + b \quad ?$$

- $E$  : opérateur d'échantillonnage (e.g. peigne de dirac).
- $H$  : opérateur de convolution.
- $F$  : transformée de Fourier.
- $b$  : bruit additif de capteur.

## *Exemples de problèmes inverses.*

### *Design de bobines de gradient...*

Les bobines de gradient permettent de créer une image, mais :

- Les champs magnétiques varient rapidement dans le temps  
⇒ courants de Foucault induits, vibrations des structures mécaniques, bruits surhumains.
- Pour améliorer la qualité, courants importants ⇒ échauffements locaux des bobines, détériorations.

⇒ Trouver un design qui réduit ces effets.

## *Conclusion partielle.*

*Pour conclure*

- Développement instrumental extrêmement rapide.
- Explosion des volumes de données 3D, 3D+t.
- Exploration à des échelles encore inconnues.

Besoin croissant d'outil d'analyse/traitement automatisés et rapides.

## *Points communs des problèmes numériques.*

Tous les problèmes évoqués sont :

- des problèmes inverses mal posés,
- en très grande dimension ( $> 10^7$  variables),
- qu'il faut régulariser.

Le point commun des modèles de dégradation est une formulation mathématique simple :

$$u_0 = \mathcal{B}(Au)$$

où :

- $u_0$  est une donnée observée.
- $A$  est un opérateur linéaire approchant le système d'acquisition.
- $\mathcal{B}$  est un opérateur non déterministe qui modélise les bruits.