

DS 03- Désherbage mécanique des vignes

Avec Correction

PTSI

Mercredi 16 décembre 2020

Table des matières

I	Présentation	2
II	Génération des consignes d'orientation des roues avant et arrière pour le guidage du robot Bakus	4
III	Optimisation énergétique du mouvement de retrait d'une lame décavaillonneuse, choix d'un actionneur et conception de sa commande	8
IV	Implantation l'actionneur	9
V	Modélisation volumique	10
VI	Annexes	11

Désherbage mécanique des vignes

I Présentation

Le désherbage des vignes permet de préserver les ressources hydriques et azotées en éliminant les plantes qui entrent en concurrence avec la vigne. Il élimine également les herbes qui montent au cœur du feuillage favorisant le développement de maladies et contribue à l'aspect esthétique des vignes, vecteur d'image pour le vin.

La zone inter-rang est facile d'accès et l'entretien peut être fait par labour ou par tonte. Le désherbage mécanique « sous le rang » (figure 1) est délicat à réaliser, car il faut éviter de heurter les ceps avec l'outil qui travaille la terre.



Figure 1 – Robot Bakus (vue de gauche) sans outil dans une vigne avec inter-rang enherbé et espace sous le rang désherbé mécaniquement. Morphologie d'un plan de vigne (vue de droite) et vocabulaire associé

S'il a l'avantage de décompacter le sol au voisinage des pieds de vigne, ce qui permet de favoriser la circulation de l'air et de l'eau vers le système racinaire des ceps, le désherbage mécanique doit être réalisé dans des conditions d'humidité du sol bien précises afin de garantir la qualité du travail. La conduite des tracteurs nécessite du personnel qualifié et un équipement suffisant pour pouvoir intervenir et traiter l'ensemble du vignoble au moment opportun.

Le désherbage chimique à base d'herbicides, plus facile à mettre œuvre et moins onéreux (tableau 1), s'est développé au cours des cinquante dernières années malgré les doutes émis sur les substances utilisées vis-à-vis des hommes et de l'environnement.

	Désherbage mécanique {tracteurs + chauffeurs}	Désherbage chimique	Désherbage mécanique robotisé
Coût annuel pour 10 ha de vignes larges (4000 pieds/ha)	300€	130€	à minimiser
Coût annuel pour 10 ha de vignes étroites (8000 pieds/ha)	800€	180€	à minimiser
Nombre de passages annuels	5	2	5
Émission de gaz à effet de serre équivalent CO ₂ Tank To Wheel	120 kg/an/ha	40 kg/an/ha	à minimiser

Tableau 1 – Comparatif des différentes solutions, source Institut Français de la Vigne et du Vin

La robotisation du désherbage mécanique doit devenir la solution utilisée par la majorité des viticulteurs :

- en proposant des véhicules capables de suivre le rang de manière autonome afin de s'affranchir des problèmes de disponibilité des chauffeurs et intervenir à tout moment, même la nuit,
- en utilisant exclusivement de l'énergie électrique afin de minimiser les émissions de gaz à effet de serre équivalent CO_2 Tank To Wheel (du réservoir à la roue).

L'objet de cette étude est le robot « Bakus » (figure 1) de la société VitiBot dont les premières utilisations ont eu lieu fin 2019 en Champagne. C'est un quadriporteur enjambeur de rang, dont chaque roue est motrice et orientable. L'énergie utilisée est exclusivement électrique, Bakus est équipé de batteries et de panneaux solaires.

Dans ce sujet, seul le cas du désherbage mécanique avec lame décavaillonneuse est étudié car il est le plus exigeant vis-à-vis des performances attendues du robot. Le décavaillonnage consiste à retourner la terre dans la zone « sous le rang ». Il demande un guidage précis des outils dans le rang de vigne et occasionne une dépense énergétique accrue pour vaincre l'effort du sol sur les lames et assurer le mouvement de retrait de ces dernières à l'approche d'un cep afin d'éviter de l'abimer.

Les ceps de vigne sont plantés à des intervalles interceps réguliers de longueur l_{ic} , tels que $1m \leq l_{ic} \leq 1.2m$, pour former le rang.

Le cahier des charges partiel du désherbage mécanique des vignes est donné figure 3.



Figure 2 – Lames décavaillonneuses interceps équipant un enjambeur

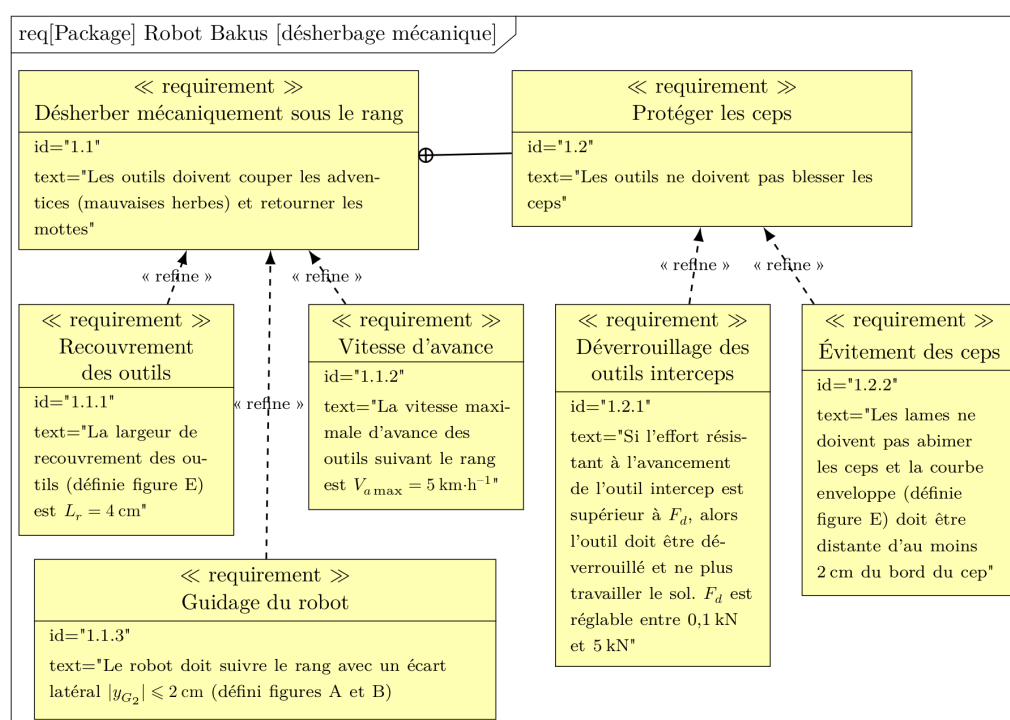


Figure 3 – Cahier des charges partiel

L'objet de ce sujet est d'évaluer les solutions retenues pour suivre le rang de manière autonome et

assurer le retrait des lames décavaillonneuses à l'aide d'un actionneur électrique tout en optimisant la consommation énergétique et en respectant les exigences du désherbage mécanique.

Le sujet est décomposé en deux parties :

- en partie II, il s'agit d'élaborer la consigne de guidage du robot Bakus le long du rang à partir des informations issues des capteurs utilisés et de vérifier les performances du guidage vis-à-vis du désherbage mécanique dans le cas de sols glissants en dévers,
- en partie III, une étude du mécanisme de retrait d'une lame décavaillonneuse permettra d'estimer la puissance économisée lors de l'évitement d'un cep, puis une étude dynamique permettra de choisir un actionneur électrique et de concevoir une stratégie de commande de ce dernier.

II Génération des consignes d'orientation des roues avant et arrière pour le guidage du robot Bakus

Objectif Élaborer les lois permettant de générer les consignes d'orientation à envoyer à chacune des quatre roues orientables du robot, afin qu'il puisse se déplacer le long d'un rang de vigne avec la même précision qu'un tracteur piloté par un chauffeur.

Pour que le robot puisse se déplacer correctement le long du rang qu'il enjambe, il faut qu'il puisse suivre la trajectoire \mathcal{T} le plus précisément possible.

Afin de simplifier l'étude proposée, il sera supposé dans toute cette partie que la trajectoire \mathcal{T} à suivre par le robot, correspondant à la courbe passant par l'ensemble des ceps de vigne d'un rang, est une droite (O, \vec{x}_0) (figure 6). En effet, les rangs de vignes sont globalement plantés en ligne droite (ou avec des rayons de courbure très grands devant la distance entre deux ceps successifs) et avec une erreur de positionnement de quelques millimètres, très inférieure aux dimensions du robot.

Les différents outils que le robot embarque travaillant au milieu du robot (point G_2), ce dernier doit piloter les angles d'orientation de ses roues avant et arrière, afin de maîtriser l'écart latéral y_{G_2} et l'écart angulaire θ (compensation de la marche en crabe sur les terrains en pente glissants, voir figure 6).

II.1 Changement de variables $(y_{G_2}, \theta) \rightarrow (y_F, y_R)$

Objectif Simplifier l'approche du problème d'asservissement du couple de variables (y_{G_2}, θ) au point de fonctionnement $(0,0)$ à l'aide d'un changement de variables approprié.

L'écart angulaire θ (figures 6) n'est en réalité que de quelques degrés ($|\theta| \leq 7^\circ$).

Ainsi, à l'ordre 1, il est possible d'utiliser dans la suite les approximations suivantes : $\cos \theta \approx 1$, $\sin \theta \approx \theta$ et $\tan \theta \approx \theta$.

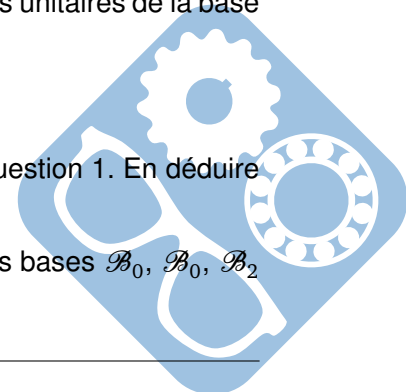
Question 1 Écrire les vecteurs $\overrightarrow{G_0 F_0}$, $\overrightarrow{F_0 F}$, $\overrightarrow{F G_2}$, $\overrightarrow{G_2 G_0}$, respectivement dans les bases \mathcal{B}_0 , \mathcal{B}_0 , \mathcal{B}_2 et \mathcal{B}_0 .

Question 2 Faire une figure de changement de repère et écrire tous les vecteurs unitaires de la base \mathcal{B}_2 dans la base \mathcal{B}_0 .

Question 3 Projeter les vecteurs de la question 1 dans la base \mathcal{B}_0 .

Question 4 Développer une fermeture vectorielle à partir des vecteurs de la question 1. En déduire une expression de y_F en fonction de y_{G_2} , θ et L

Question 5 Écrire les vecteurs $\overrightarrow{R_0 G_0}$, $\overrightarrow{G_0 G_2}$, $\overrightarrow{G_2 R}$, $\overrightarrow{R R_0}$, respectivement dans les bases \mathcal{B}_0 , \mathcal{B}_0 , \mathcal{B}_2 et \mathcal{B}_0 .



- Question 6** Projeter ces vecteurs dans la base \mathcal{B}_0 .
- Question 7** Développer une fermeture vectorielle à partir des vecteurs de la question 5. En déduire une expression de y_R en fonction de y_{G_2} , θ et L .
- Question 8** Linéariser les expressions des questions 4 et 7 grâce aux approximations d'ordre 1.
- Question 9** En déduire l'expression de θ en fonction de y_F , y_R et L .

II.2 Modélisation cinématique étendue du robot

Objectif Établir un modèle exploitable décrivant les déplacements du robot Bakus sur un sol naturel, c'est-à-dire en tenant compte d'un éventuel glissement des roues sur le sol lorsqu'il est en dévers (phénomène de dérive latérale et angulaire).

Pour pouvoir élaborer les consignes d'orientation des roues du robot, il est nécessaire d'établir un modèle reflétant avec précision le comportement réel du système. Un modèle dynamique complet serait idéal, mais sa complexité rendrait difficile toute étude de loi de commande, notamment à cause de nombreux paramètres difficiles à estimer.

À contrario, un modèle cinématique sous hypothèse de roulement pur sans glissement au niveau du contact roue-sol serait plus facile à gérer d'un point de vue de l'élaboration de la commande qu'un modèle dynamique complet, mais il ne décrirait pas suffisamment bien le comportement du système réel qui peut rencontrer des problèmes d'adhérence sur un sol naturel en dévers.

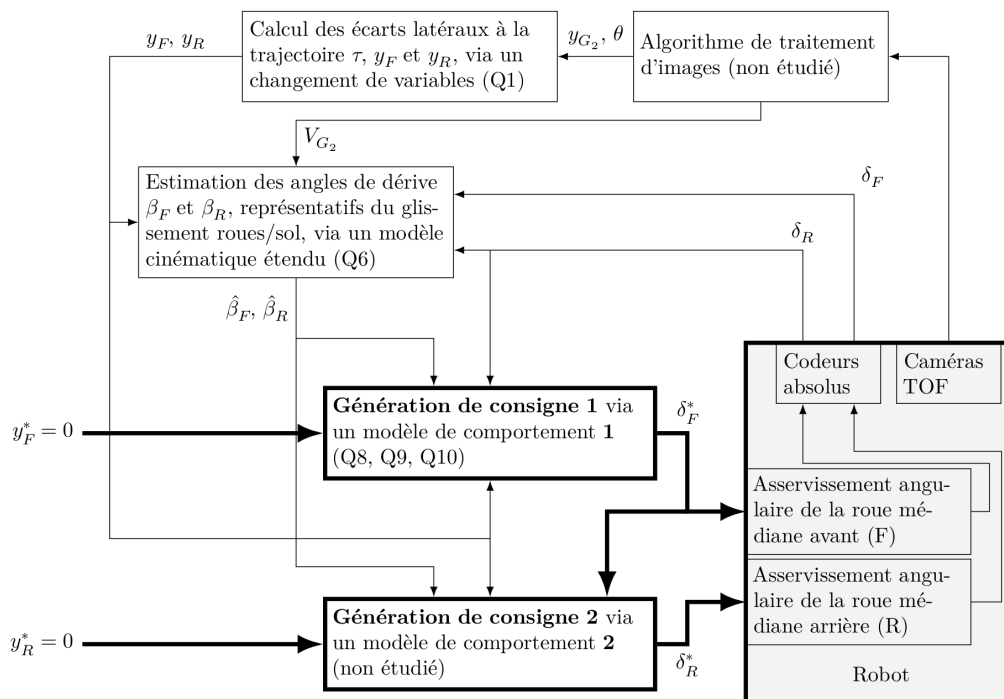


Figure 4 – Schéma de principe de la génération des consignes d'orientation des roues du robot Bakus δ_F^* et δ_R^* pour le suivi de la trajectoire \mathcal{T} , avec prise en compte du glissement au niveau des roues sur le sol (Qi fait référence au(x) résultat(s) de la question i), y_F^* et y_R^* correspondent aux écarts latéraux souhaités entre le robot et la trajectoire τ (figure 6).

Une approche intermédiaire consiste alors à enrichir le modèle cinématique du robot Bakus avec un nombre limité de variables dynamiques. C'est cette approche qui est retenue par la suite, en ajoutant

des variables de glissement sur chacun de ses trains directeurs et roulants. Ce modèle, dit modèle cinématique étendu, est représenté sur la figure 6.

II.2.1 Notations et hypothèses

Les notations suivantes sont relatives à la figure 6.

- le sol est modélisé par le solide 0 auquel est associé le repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et est supposé être localement plan à l'aplomb du point G 2,
- le problème est considéré comme cinématiquement plan dans $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$,
- le châssis du robot Bakus correspond au solide 2, associé au repère $(G_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$,
- afin de simplifier l'étude, les deux roues avant sont assimilées à une seule roue virtuelle (repère 5) située en F , de même le train arrière est assimilé à une roue virtuelle (repère 6) située en R (figure 6),
- les angles $\delta_F = (\vec{x}_2, \vec{x}_F)$ et $\delta_R = (\vec{x}_2, \vec{x}_R)$ sont respectivement les angles d'orientation autour de \vec{z}_2 de la roue virtuelle avant en F et de la roue virtuelle arrière en R . Ces deux angles constituent les deux premières variables de commande du robot. V_{G_2} est la mesure algébrique de la vitesse linéaire du robot au point G_2 et correspond à la troisième variable de commande ;
- les angles $\beta_F = (\vec{x}_{V_F}, \vec{x}_F)$ et $\beta_R = (\vec{x}_{V_R}, \vec{x}_R)$ sont respectivement les angles de dérive des roues virtuelles avant et arrière. Ces angles traduisent la conséquence d'un glissement éventuel des roues virtuelles avant et arrière par rapport au sol,
- l'angle θ est défini par $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$. Il paramètre l'orientation du châssis 2 du robot par rapport à la trajectoire \mathcal{T} ,
- la dérivée temporelle d'une variable s sera notée $\dot{s} = \frac{ds}{dt}$,
- quel que soit le point $P \in \{F, G_2, R\}$:
 - $\vec{OP} = x_P \cdot \vec{x}_0 - y_P \cdot \vec{y}_0$,
 - $\vec{V}_{P,2/0} = \vec{V}_P$ correspond au vecteur vitesse réel, c'est-à-dire malgré le glissement des roues sur le sol, du point P pris dans le mouvement du châssis 2 du robot par rapport au sol. Ainsi, il vient $\dot{x}_P = \vec{V}_P \cdot \vec{x}_0$ et $\dot{y}_P = \vec{V}_P \cdot \vec{y}_0$,
 - les angles γ_P sont définis par $\gamma_P = (\vec{x}_2, \vec{x}_{V_P})$,
 - P_0 correspond au projeté orthogonal d'un point P lié au robot sur \mathcal{T} ,
 - I_{20} correspond à un point virtuel tel que $\vec{V}_{I_{20},2/0} = \vec{0}$. Il est alors possible de montrer que $\vec{V}_P \cdot \vec{I_{20}P} = 0$,
 - la vitesse linéaire d'avance du robot le long de la trajectoire \mathcal{T} correspond à \dot{x}_{G_2} .

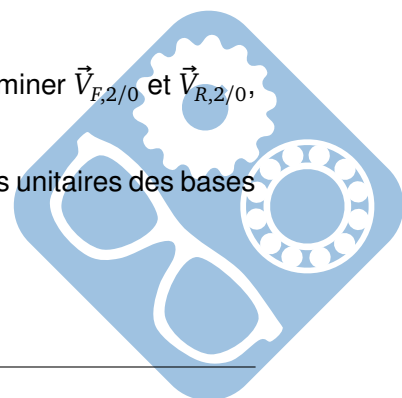
Les valeurs des variables θ (en radian) et y_{G_2} (en mètre) sont déterminées par le robot grâce à un algorithme de traitement d'images de huit caméras TOF (Time Of Flight) installées sur la périphérie du robot.

II.2.2 Mise en équation du modèle cinématique étendu du robot Bakus

Question 10 Après avoir justifié que $\vec{V}_{F,2/0} = \left[\frac{d\vec{OF}}{dt} \right]_{R0}$ et $\vec{V}_{R,2/0} = \left[\frac{d\vec{OR}}{dt} \right]_{R0}$, déterminer $\vec{V}_{F,2/0}$ et $\vec{V}_{R,2/0}$, en fonction de $\dot{x}_F, \dot{y}_F, \dot{x}_R$ et \dot{y}_R dans la base \mathcal{B}_0 .

Question 11 Faire les figures de changement de repère et écrire tous les vecteurs unitaires des bases \mathcal{B}_{V_F} et \mathcal{B}_{V_R} dans la base \mathcal{B}_0 .

Question 12 En déduire $\vec{V}_{F,2/0}$ et $\vec{V}_{R,2/0}$, en fonction de V_F, V_R dans la base \mathcal{B}_0 .



- Question 13** En déduire les relations donnant les expressions de \dot{y}_F et \dot{y}_R en fonction de V_F , V_R , θ , δ_F , δ_R , β_F et β_R .
- Question 14** En utilisant la même méthode (que questions 10, 11, 12 et 13), déterminer les relations donnant l'expression de \dot{x}_{G_2} en fonction de V_{G_2} , γ_{G_2} et θ .
- Question 15** Déterminer la relation entre $\vec{V}_{G_2,2/0}$, $\vec{V}_{F,2/0}$, $\vec{G_2F}$ et $\vec{\Omega}_{2/0}$
- Question 16** Montrer que $(\vec{G_2F} \wedge \vec{\Omega}_{2/0}) \cdot \vec{x}_2 = 0$
- Question 17** En déduire que $\vec{V}_{G_2} \cdot \vec{x}_2 = \vec{V}_F \cdot \vec{x}_2 = \vec{V}_R \cdot \vec{x}_2$
- Question 18** En déduire une relation entre V_{G_2} , γ_{G_2} , V_F , γ_F , V_R et γ_R .
- Question 19** A partir des résultats aux questions 13, 14, 18 et des hypothèses concernant les approximations à l'ordre 1, montrer que :
- $$\begin{cases} \dot{x}_{G_2} = V_{G_2} \\ \dot{y}_F = -V_{G_2} \cdot (\theta + \delta_F - \beta_F) \\ \dot{y}_R = -V_{G_2} \cdot (\theta + \delta_R - \beta_R) \end{cases}$$

II.3 Mesure ou estimation des variables du modèle cinématique étendu

Objectif Donner les moyens au robot de mesurer ou, à défaut, d'estimer les valeurs des variables δ_F , δ_R , γ_{G_2} , θ , \dot{y}_F , \dot{y}_R et V_{G_2} du modèle cinématique étendu.

II.3.1 Variables mesurées directement par des capteurs dédiés

Mesure de l'orientation des roues L'orientation des roues, paramétrée par les variables δ_F et δ_R , est effectuée par des motoréducteurs asservis en position. La mesure de δ_F et δ_R est effectuée par l'intermédiaire de codeurs angulaires absolus situés en sortie de réducteur.

Question 20 Quelle est la différence entre des codeurs angulaires absolus et des codeurs relatifs (incrémentaux).

Mesure des variables cinématiques L'analyse des images successives prises par les caméras TOF permet au robot de déterminer les valeurs des variables γ_{G_2} , θ et V_{G_2} .

Ce traitement n'est pas étudié dans ce sujet.

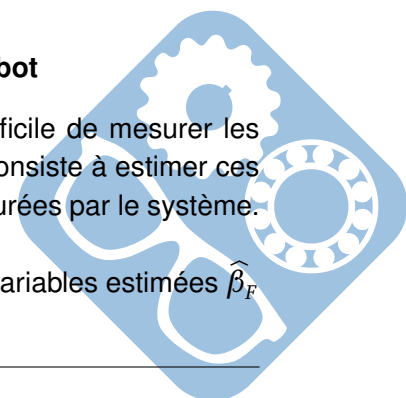
L'évaluation des variables :

- y_F et y_R se fait à l'aide des valeurs de γ_{G_2} , θ et des relations de changement de variables trouvés précédemment,
- \dot{y}_F , \dot{y}_R se fait à partir de la dérivation temporelle des variables y_F et y_R .

II.3.2 Variables estimées par analyse d'images des huit caméras TOF du robot

Le problème majeur pour la commande du robot Bakus est qu'il est très difficile de mesurer les valeurs des variables de glissement β_F et β_R à l'aide de capteurs dédiés. L'idée consiste à estimer ces variables de glissement, notées alors $\hat{\beta}_F$ et $\hat{\beta}_R$, à partir des autres grandeurs mesurées par le système.

Question 21 À partir des équations de la question 19, donner l'expression des variables estimées $\hat{\beta}_F$ et $\hat{\beta}_R$ en fonction des variables mesurées \dot{y}_F , \dot{y}_R , V_{G_2} , θ , δ_F et δ_R .



Grâce au modèle cinématique étendu établi précédemment, les variables de glissement estimées $\hat{\beta}_F$ et $\hat{\beta}_R$ peuvent donc être déterminées par le robot, à partir des mesures fournies par les codeurs absolus des dispositifs d'orientation des roues et l'analyse des images acquises par les huit caméras TOF.

On trouve sur le document réponse le tracé de \dot{y}_F , V_{G_2} , θ , δ_F .

Question 22 Compléter le tableau du document réponse avec les valeurs numériques lues sur la courbe, déterminer $\hat{\beta}_F$ à partir de la formule précédente et tracer la courbe de $\hat{\beta}_F$.

Question 23 Justifier que l'hypothèse présentée juste avant la question 1 peut être utilisée dans ce contexte.

III Optimisation énergétique du mouvement de retrait d'une lame décaillonneuse, choix d'un actionneur et conception de sa commande

Le robot Bakus étant capable de suivre le rang de manière autonome, il est nécessaire d'étudier le mécanisme qui permet à la lame décaillonneuse d'éviter les ceps. Ce mouvement de retrait devant le cep consomme de l'énergie, mais il est possible de diminuer l'effort résistant à l'avancement du robot lors du retrait en utilisant un système de transformation de mouvement particulier. De plus, il est nécessaire de choisir un actionneur électrique permettant de fournir une dynamique adaptée à l'évitement des ceps, quelles que soient les conditions d'utilisation.

Objectif Adapter un outil intercep non motorisé utilisé avec les tracteurs traditionnels afin de concevoir un outil avec motorisation électrique pour le robot Bakus.

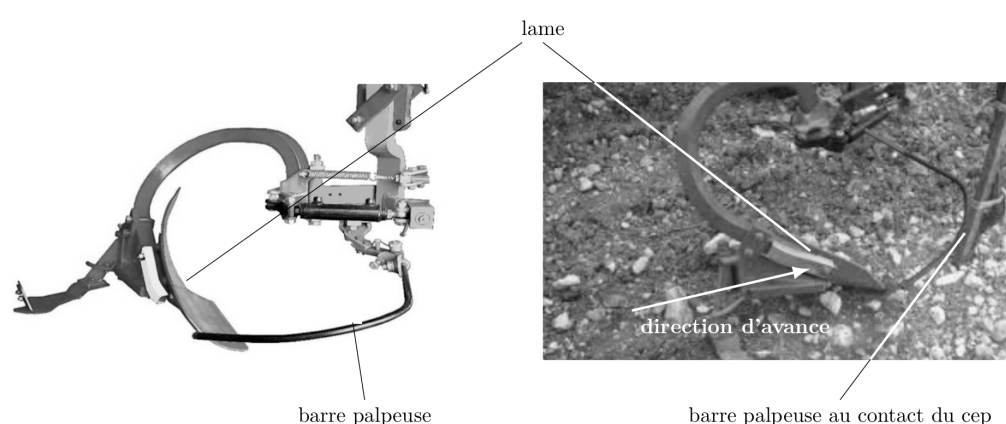


Figure 5 – Vues d'un outil intercep non motorisé en travail (photo de droite), lame et barre palpeuse

Au contact du cep, une barre palpeuse (figure 5) est mise en rotation par rapport au robot. La mise en rotation est d'autant plus rapide que le robot avance vite ou que le cep est proche de l'axe de rotation de la barre palpeuse. Les outils non motorisés utilisent l'action du cep sur la barre palpeuse pour réaliser le mouvement de retrait, ce qui peut abîmer le cep. Les outils motorisés utilisent la barre palpeuse comme un capteur qui permet d'élaborer la commande de l'actionneur qui génère le mouvement de retrait.

III.1 Modélisation du mouvement des lames, tracé numérique des relations entre paramètres géométriques d'entrée et de sortie puis estimation de la puissance épargnée

Diminuer la largeur de terre travaillée (notée L_t sur la figure 7 du document réponse) permet de diminuer l'effort résistant à l'avancement du sol sur la lame, et donc de réduire la puissance nécessaire à faire avancer le robot le long du rang. Ce gain de puissance peut alors être affecté au mécanisme de retrait dont la puissance initialement allouée est limitée à 20 kW.

Objectif Choisir un mécanisme de transformation du mouvement qui permette de diminuer d'au moins 15 % la puissance de cette action mécanique lorsque l'outil est en position moyenne de retrait par rapport à la position déployée : $\Delta \% P_{sol} \rightarrow 4/0 > 15\%$. La majorité des outils intercepts utilise un mécanisme qui permet de faire reculer la lame, partie de l'outil qui travaille le sol (figure 5), perpendiculairement à la direction d'avance du tracteur afin de ne pas endommager le cep.

III.2 Écriture de la loi entrée/sortie géométrique

La base $\mathcal{B}_4^* = (\vec{u}_4, \vec{v}_4, \vec{z}_0)$ est aussi associée au solide 4 et l'angle entre \vec{x}_4 et \vec{u}_4 est noté $\alpha_4 = (\vec{x}_4, \vec{u}_4) = 0.65 \text{ rad}$.

Les vecteurs suivants sont donnés :

- $\vec{O_1A} = -l_1 \cdot \vec{x}_1$,
- $\vec{AB} = -l_4 \cdot \vec{y}_4$,
- $\vec{BO_3} = l_3 \cdot \vec{x}_3$,
- $\vec{O_3O_1} = -a \cdot \vec{x}_2 + b \cdot \vec{y}_2$.

Le mouvement de l'intercep permet de passer de la position déployée ($\theta_{10} = 0.87 \text{ rad}$) à la position de retrait qui fluctue en fonction de la morphologie de la vigne :

- la position de retrait maximale est obtenue pour un angle $\theta_{10} = 0.1 \text{ rad}$ (recul du point D de la lame de 18 cm suivant \vec{y}_0 , voir figure 7),
- la position de retrait moyenne au cours du désherbage d'un rang correspond à une valeur d'angle voisine de 0.3 rad pour θ_{10} .

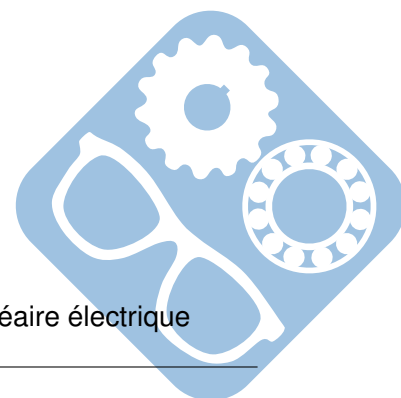
Question 24 Écrire sous forme vectorielle la relation de fermeture de la chaîne géométrique liée au modèle de la figure 7 et donner les équations scalaires associées en projection sur les vecteurs de la base \mathcal{B}_2 .

Question 25 En exprimant les fonctions f_1 , f_2 et f_3 en fonction des paramètres l_1 , l_3 , l_4 , a , b , $\cos(\theta_{10})$ et $\sin(\theta_{10})$, montrer qu'il est possible d'obtenir à partir des équations de la question précédente une seule équation de la forme :

$$f_1(\theta_{10}) - f_2(\theta_{10}) \cdot \sin(\theta_{40}) - f_3(\theta_{10}) \cdot \cos(\theta_{40}) = 0$$

IV Implantation l'actionneur

On propose de motoriser l'intercep à l'aide d'un actionneur, qui est un vérin linéaire électrique



IV.1 Commande de l'actionneur

Objectif Valider le pilotage séquentiel de l'actionneur et choisir un correcteur pour la boucle de vitesse vis-à-vis des exigences du désherbage mécanique.

On donne dans le document réponse le schéma bloc de l'asservissement de cet actionneur. Dans ce modèle, on retrouve un correcteur dont la fonction de transfert est $C(p) = K_c$ et le vérin électrique, modélisé par un gain pur K_{verin} .

On précise que :

- l'erreur est définie par $\varepsilon(p) = \dot{\lambda}_{cons} - \dot{\lambda}$,
- l'équation de la résultante du Principe Fondamental de la Dynamique appliqué au vérin :

$$M_{eq} \cdot \frac{d\dot{\lambda}(t)}{dt} = F_{mot} - F_{sol} \cdot k_p \text{ MAX}$$

Question 26 Compléter le schéma bloc à partir des informations disponibles dans le sujet et de vos connaissances.

Question 27 Déterminer les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ qui permettent d'écrire $\dot{\lambda}$ de la manière suivante :

$$\dot{\lambda} = H_1(p) \cdot \dot{\lambda}_{cons} + H_2(p) \cdot (-F_{sol} \cdot k_p \text{ MAX})$$

Les mettre sous la forme canonique et déterminer leurs ordres et classes.

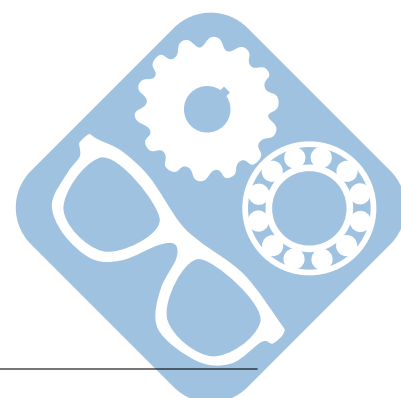
Question 28 Déterminer l'unité de $\frac{M_{eq}}{K_c \cdot K_{verin}}$? Était-ce prévisible ?

Pour la suite, on prendra $H_2(p) = \frac{6 \cdot 10^{-5} \cdot p}{1 + 6 \cdot 10^{-5} \cdot p}$

Question 29 Tracer le diagramme de Bode de $H_2(p)$.

V Modélisation volumique

Question 30 Compléter les vues du document réponse.



VI Annexes

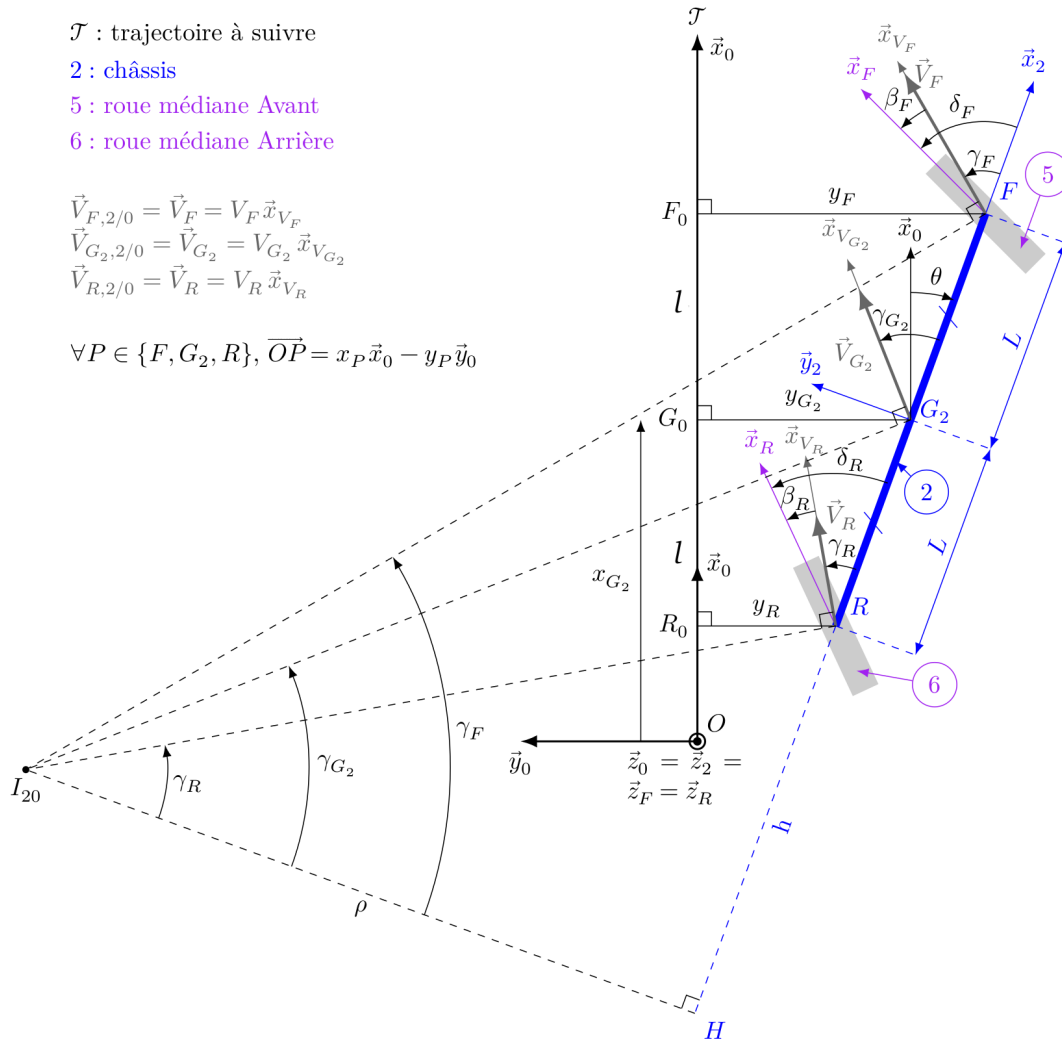
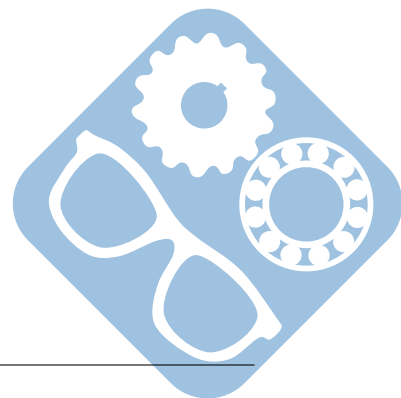


Figure 6 – Vue de dessus d'un modèle cinématique étendu de type « bicyclette » dans le cas d'une trajectoire rectiligne \mathcal{T} à suivre par le robot (configuration pour laquelle $\theta < 0$). Les roues médianes 5 et 6 peuvent être orientées en pivotant respectivement autour de $(F, \vec{z}_F) = (F, \vec{z}_2)$ et $(R, \vec{z}_R) = (R, \vec{z}_2)$



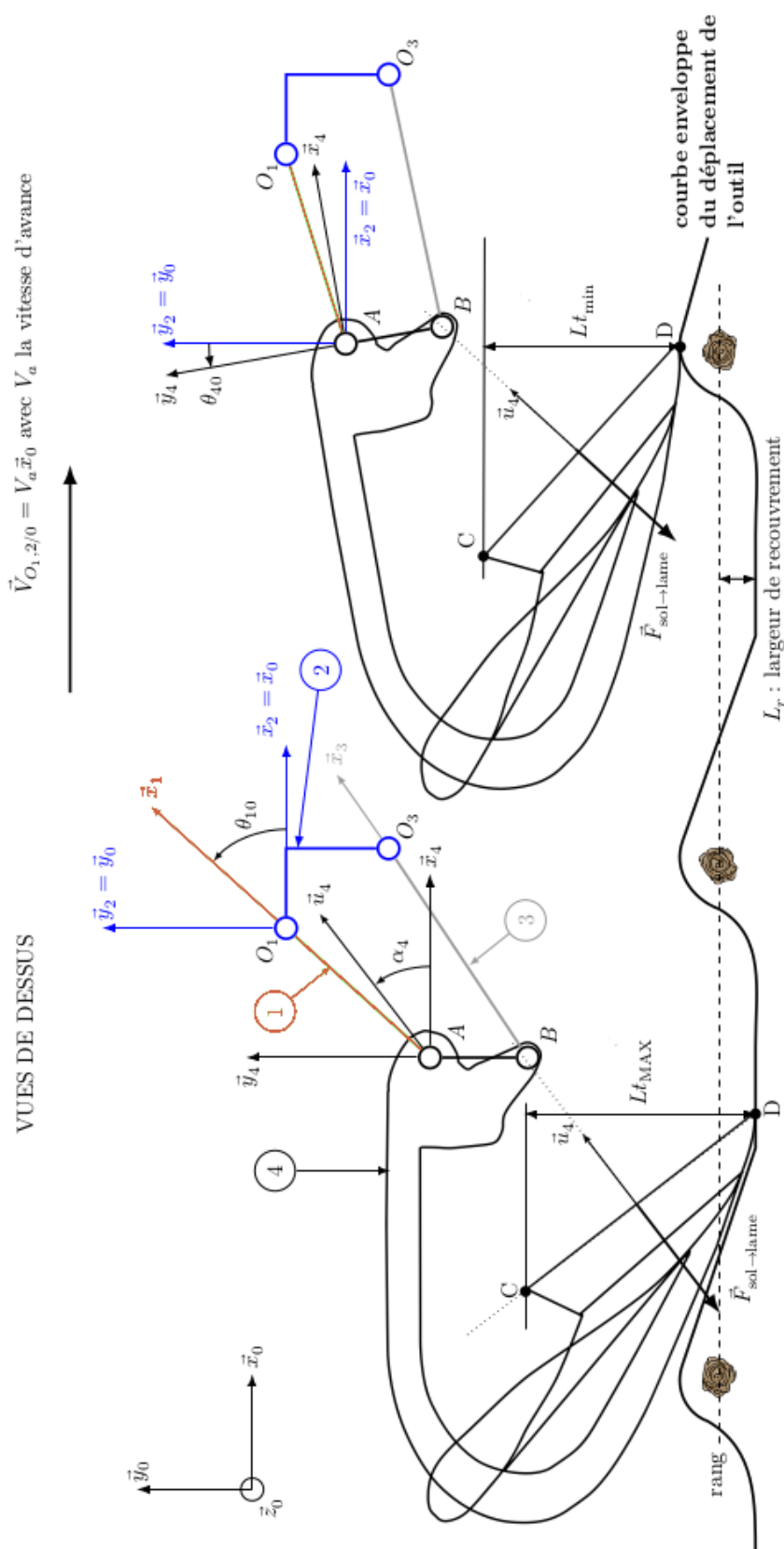


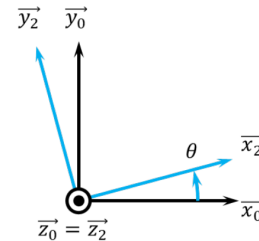
Figure 7 – Modélisation de l'outil interception et de sa lame en position déployée (à gauche) et en position de retrait (à droite) en vue de dessus (barre palpeuse non représentée).

Question 1:

$$\begin{cases} \overrightarrow{G_0 F_0} = l \cdot \vec{x}_0 \\ \overrightarrow{F_0 F} = -y_F \cdot \vec{y}_0 \\ \overrightarrow{F G_2} = -L \cdot \vec{x}_2 \\ \overrightarrow{G_2 G_0} = y_{G_2} \cdot \vec{y}_0 \end{cases}$$

Question 2:

$$\begin{cases} \vec{x}_2 = \cos\theta \cdot \vec{x}_0 + \sin\theta \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{y}_2 = -\sin\theta \cdot \vec{x}_0 + \cos\theta \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{z}_2 = \vec{z}_0 \end{cases}$$



Question 3:

$$\begin{cases} \overrightarrow{G_0 F_0} = l \cdot \vec{x}_0 \\ \overrightarrow{F_0 F} = -y_F \cdot \vec{y}_0 \\ \overrightarrow{F G_2} = -L \cdot (\cos\theta \cdot \vec{x}_0 + \sin\theta \cdot \vec{y}_0) \\ \overrightarrow{G_2 G_0} = y_{G_2} \cdot \vec{y}_0 \end{cases}$$

Question 4:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{G_0 F_0} + \overrightarrow{F_0 F} + \overrightarrow{F G_2} + \overrightarrow{G_2 G_0} &= \vec{0} \\ -y_F - L \cdot \sin\theta + y_{G_2} &= 0 \end{aligned}$$

Question 5:

$$\begin{cases} \overrightarrow{R_0 G_0} = l \cdot \vec{x}_0 \\ \overrightarrow{G_0 G_2} = -y_{G_2} \cdot \vec{y}_0 \\ \overrightarrow{G_2 R} = -L \cdot \vec{x}_2 \\ \overrightarrow{R R_0} = y_R \cdot \vec{y}_0 \end{cases}$$

Question 6:

$$\begin{cases} \overrightarrow{R_0 G_0} = l \cdot \vec{x}_0 \\ \overrightarrow{G_0 G_2} = -y_{G_2} \cdot \vec{y}_0 \\ \overrightarrow{G_2 R} = -L \cdot (\cos\theta \cdot \vec{x}_0 + \sin\theta \cdot \vec{y}_0) \\ \overrightarrow{R R_0} = y_R \cdot \vec{y}_0 \end{cases}$$

Question 7:

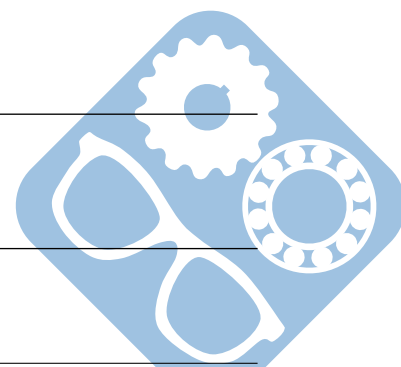
$$\begin{aligned} \overrightarrow{R_0 G_0} + \overrightarrow{G_0 G_2} + \overrightarrow{G_2 R} + \overrightarrow{R R_0} &= \vec{0} \\ -y_{G_2} - L \cdot \sin\theta + y_R &= 0 \end{aligned}$$

Question 8:

$$\begin{cases} -y_F - L \cdot \theta + y_{G_2} = 0 \\ -y_{G_2} - L \cdot \theta + y_R = 0 \end{cases}$$

Question 9:

$$-y_F - L \cdot \theta - L \cdot \theta + y_R = 0$$



Correction

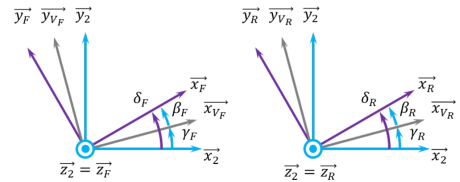
Donc, $\theta = \frac{y_R - y_F}{2 \cdot L}$

Question 10:

$$\begin{cases} \vec{V}_{F,2/0} = \dot{x}_F \cdot \vec{x}_0 - \dot{y}_F \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{V}_{R,2/0} = \dot{x}_R \cdot \vec{x}_0 - \dot{y}_R \cdot \vec{y}_0 \end{cases}$$

Question 11:

$$\begin{cases} \vec{x}_{V_F} = \cos(\theta + \gamma_F) \cdot \vec{x}_0 + \sin(\theta + \gamma_F) \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{y}_{V_F} = -\sin(\theta + \gamma_F) \cdot \vec{x}_0 + \cos(\theta + \gamma_F) \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{z}_{V_F} = \vec{z}_{V_R} = \vec{z}_0 \\ \vec{x}_{V_R} = \cos(\theta + \gamma_R) \cdot \vec{x}_0 + \sin(\theta + \gamma_R) \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{y}_{V_R} = -\sin(\theta + \gamma_R) \cdot \vec{x}_0 + \cos(\theta + \gamma_R) \cdot \vec{y}_0 \end{cases}$$



Question 12:

$$\begin{cases} \vec{V}_{F,2/0} = V_F \cdot \vec{x}_{V_F} = V_F \cdot (\cos(\theta + \gamma_F) \cdot \vec{x}_0 + \sin(\theta + \gamma_F) \cdot \vec{y}_0) \\ \vec{V}_{R,2/0} = V_R \cdot \vec{x}_{V_R} = V_R \cdot (\cos(\theta + \gamma_R) \cdot \vec{x}_0 + \sin(\theta + \gamma_R) \cdot \vec{y}_0) \end{cases}$$

Question 13:

$$\begin{cases} \dot{y}_F = -V_F \cdot \sin(\theta + \gamma_F) \\ \dot{y}_R = -V_R \cdot \sin(\theta + \gamma_R) \end{cases}$$

Comme $\gamma_F = \delta_F - \beta_F$ et $\gamma_R = \delta_R - \beta_R$, on en déduit

$$\begin{cases} \dot{y}_F = -V_F \cdot \sin(\theta + \delta_F - \beta_F) \\ \dot{y}_R = -V_R \cdot \sin(\theta + \delta_R - \beta_R) \end{cases}$$

Question 14:

$$\begin{aligned} \vec{V}_{G_2,2/0} &= \dot{x}_{G_2} \cdot \vec{x}_0 - \dot{y}_{G_2} \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{V}_{G_2,2/0} &= V_{G_2} \cdot \vec{x}_{V_{G_2}} = V_{G_2} \cdot (\cos(\theta + \gamma_{G_2}) \cdot \vec{x}_0 + \sin(\theta + \gamma_{G_2}) \cdot \vec{y}_0) \\ \dot{x}_{G_2} &= V_{G_2} \cdot \cos(\theta + \gamma_{G_2}) \end{aligned}$$

Question 15:

$$\vec{V}_{G_2,2/0} = \vec{V}_{F,2/0} + \overrightarrow{G_2 F} \wedge \vec{\Omega}_{2/0}$$

Question 16:

$$\overrightarrow{G_2 F} = L \cdot \vec{x}_2, \text{ donc } \overrightarrow{G_2 F} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} \text{ est perpendiculaire à } \vec{x}_2, \text{ donc } (\overrightarrow{G_2 F} \wedge \vec{\Omega}_{2/0}) \cdot \vec{x}_2 = 0.$$

Question 17:

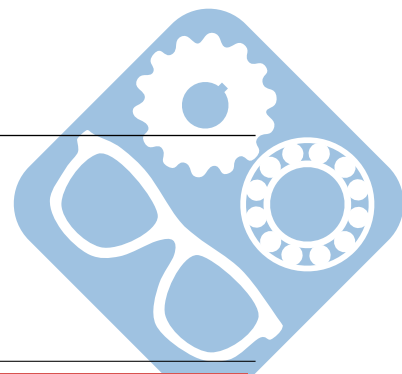
$$\begin{aligned} \vec{V}_{G_2,2/0} \cdot \vec{x}_2 &= \vec{V}_{F,2/0} \cdot \vec{x}_2 + \overrightarrow{G_2 F} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} \cdot \vec{x}_2 = \vec{V}_{F,2/0} \cdot \vec{x}_2 \\ \text{On en déduit de même que } \vec{V}_{G_2} \cdot \vec{x}_2 &= \vec{V}_F \cdot \vec{x}_2 = \vec{V}_R \cdot \vec{x}_2 \end{aligned}$$

Question 18:

$$\begin{aligned} \vec{V}_{G_2,2/0} \cdot \vec{x}_2 &= V_{G_2} \cdot \vec{x}_{V_{G_2}} \cdot \vec{x}_2 = V_{G_2} \cdot \cos(\gamma_{G_2}) \\ \text{De même, } \vec{V}_{F,2/0} \cdot \vec{x}_2 &= V_F \cdot \cos(\gamma_F) \text{ et } \vec{V}_{R,2/0} \cdot \vec{x}_2 = V_R \cdot \cos(\gamma_R) \\ \text{Donc, } V_{G_2} \cdot \cos(\gamma_{G_2}) &= V_F \cdot \cos(\gamma_F) = V_R \cdot \cos(\gamma_R) \end{aligned}$$

Question 19:

$$\begin{aligned} \text{Question 13 :} \\ \begin{cases} \dot{y}_F = -V_F \cdot \sin(\theta + \delta_F - \beta_F) \rightarrow \dot{y}_F = -V_F \cdot (\theta + \delta_F - \beta_F) \\ \dot{y}_R = -V_R \cdot \sin(\theta + \delta_R - \beta_R) \rightarrow \dot{y}_R = -V_R \cdot (\theta + \delta_R - \beta_R) \end{cases} \\ \text{Question 14 : } \dot{x}_{G_2} = V_{G_2} \cdot \cos(\theta + \gamma_{G_2}) \rightarrow \dot{x}_{G_2} = V_{G_2} \end{aligned}$$



Correction

Question 18 : $V_{G_2} \cdot \cos(\gamma_{G_2}) = V_F \cdot \cos(\gamma_F) = V_R \cdot \cos(\gamma_R) \rightarrow V_{G_2} = V_F = V_R$

Donc,

$$\begin{cases} \dot{x}_{G_2} = V_{G_2} \\ \dot{y}_F = -V_{G_2} \cdot (\theta + \delta_F - \beta_F) \\ \dot{y}_R = -V_{G_2} \cdot (\theta + \delta_R - \beta_R) \end{cases}$$

Question 20:

Les premiers déterminent directement la position angulaire alors que les second compte le nombre d'incrément entre une position initiale (à déterminer).

Question 21:

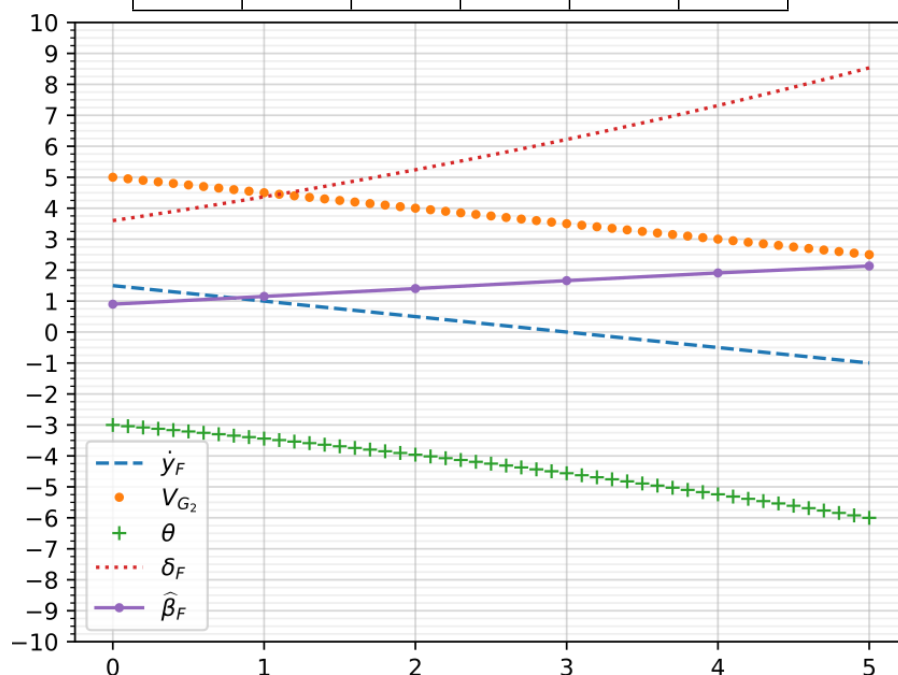
$$\begin{cases} \dot{y}_F = -V_{G_2} \cdot (\theta + \delta_F - \beta_F) \\ \dot{y}_R = -V_{G_2} \cdot (\theta + \delta_R - \beta_R) \end{cases}$$

Donc,

$$\begin{cases} \hat{\beta}_F = \frac{\dot{y}_F}{V_{G_2}} + \theta + \delta_F \\ \hat{\beta}_R = \frac{\dot{y}_R}{V_{G_2}} + \theta + \delta_R \end{cases}$$

Question 22:

t	\dot{y}_F	V_{G_2}	θ	δ_F	$\hat{\beta}_F$
0	1.5	5.0	-3.00	3.6	0.9
1	1.0	4.5	-3.44	4.37	1.15
2	0.5	4.0	-3.96	5.24	1.4
3	0.0	3.5	-4.56	6.22	1.66
4	-0.5	3.0	-5.24	7.32	1.91
5	-1.0	2.5	-6	8.53	2.13



Question 23:

Les angles étant tous faibles, l'hypothèse peut être utilisée.

Question 24:

En se plaçant dans le quadrilatère O_3O_1AB et en écrivant la fermeture géométrique, on a $\overrightarrow{O_3O_1} + \overrightarrow{O_1A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO_3} = \vec{0}$

$$-a\vec{x}_2 + b\vec{y}_2 - l_1\vec{x}_1 - l_4\vec{y}_4 + l_3\vec{x}_3 = \vec{0}.$$

Dans \mathcal{B}_2 , on obtient :

$$-a\vec{x}_2 + b\vec{y}_2 - l_1(\cos\theta_{10}\vec{x}_2 + \sin\theta_{10}\vec{y}_2) - l_4(\cos\theta_{40}\vec{y}_2 - \sin\theta_{40}\vec{x}_2) + l_3(\cos\theta_{30}\vec{x}_2 + \sin\theta_{30}\vec{y}_2) = \vec{0}.$$

$$\text{Donc : } \begin{cases} -a - l_1 \cos\theta_{10} + l_4 \sin\theta_{40} + l_3 \cos\theta_{30} = 0 \\ b - l_1 \sin\theta_{10} - l_4 \cos\theta_{40} + l_3 \sin\theta_{30} = 0 \end{cases}.$$

Question 25:

$$\begin{cases} l_3 \cos\theta_{30} = a + l_1 \cos\theta_{10} - l_4 \sin\theta_{40} \\ l_3 \sin\theta_{30} = -b + l_1 \sin\theta_{10} + l_4 \cos\theta_{40} \end{cases}$$

On utilise le fait que $\cos^2\theta_{30} + \sin^2\theta_{30} = 1$.

$(a + l_1 \cos\theta_{10} - l_4 \sin\theta_{40})^2 + (-b + l_1 \sin\theta_{10} + l_4 \cos\theta_{40})^2 = l_3^2$ que l'on développe :

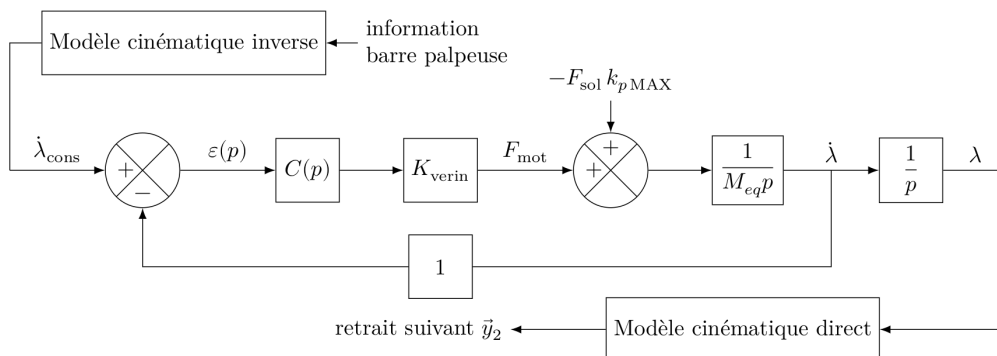
$$a^2 + l_1^2 \cos^2\theta_{10} + l_4^2 \sin^2\theta_{40} + 2al_1 \cos\theta_{10} - 2al_4 \sin\theta_{40} - 2l_1l_4 \cos\theta_{10} \sin\theta_{40} + b^2 + l_1^2 \sin^2\theta_{10} + l_4^2 \cos^2\theta_{40} - 2bl_1 \sin\theta_{10} - 2bl_4 \cos\theta_{40} + l_1 \sin\theta_{10}l_4 \cos\theta_{40} = l_3^2$$

$$a^2 + 2al_1 \cos\theta_{10} - 2al_4 \sin\theta_{40} - 2l_1l_4 \cos\theta_{10} \sin\theta_{40} + b^2 + l_1^2 + l_4^2 - 2bl_1 \sin\theta_{10} - 2bl_4 \cos\theta_{40} + l_1 \sin\theta_{10}l_4 \cos\theta_{40} = l_3^2$$

$$-\sin\theta_{40}(2al_4 + 2l_1l_4 \cos\theta_{10}) - \cos\theta_{40}(2bl_4 - l_1 \sin\theta_{10}l_4) + a^2 + 2al_1 \cos\theta_{10} + b^2 + l_1^2 + l_4^2 - 2bl_1 \sin\theta_{10} - l_3^2 = 0.$$

$$\text{Ainsi : } \begin{cases} f_1(\theta_{10}) = a^2 + 2al_1 \cos\theta_{10} + b^2 + l_1^2 + l_4^2 - 2bl_1 \sin\theta_{10} - l_3^2 \\ f_2(\theta_{10}) = 2al_4 + 2l_1l_4 \cos\theta_{10} \\ f_3(\theta_{10}) = 2bl_4 - l_1 \sin\theta_{10}l_4 \end{cases}$$

Question 26:



Question 27:

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot (F_{mot} - F_{sol} \cdot k_p \text{ MAX})$$

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot (\varepsilon(p) \cdot K_c \cdot K_{verin} - F_{sol} \cdot k_p \text{ MAX})$$

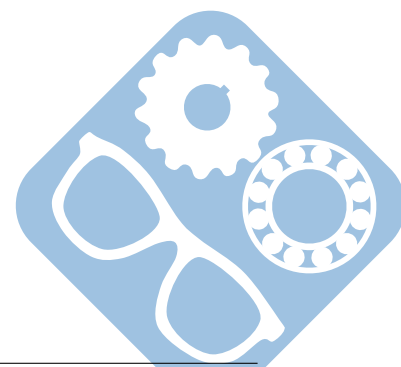
$$\dot{\lambda} = \frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot ((\dot{\lambda}_{cons} - \dot{\lambda}) \cdot K_c \cdot K_{verin} - F_{sol} \cdot k_p \text{ MAX})$$

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot (\dot{\lambda}_{cons} \cdot K_c \cdot K_{verin} - F_{sol} \cdot k_p \text{ MAX}) - \frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot \dot{\lambda} \cdot K_c \cdot K_{verin}$$

$$\dot{\lambda} \cdot \left(1 + \frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot K_c \cdot K_{verin}\right) = \frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot (\dot{\lambda}_{cons} \cdot K_c \cdot K_{verin} - F_{sol} \cdot k_p \text{ MAX})$$

$$\dot{\lambda} = \frac{\frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot K_c \cdot K_{verin}}{1 + \frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot K_c \cdot K_{verin}} \cdot \dot{\lambda}_{cons} + \frac{1}{1 + \frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot K_c \cdot K_{verin}} \cdot (-F_{sol} \cdot k_p \text{ MAX})$$

Ainsi,



Correction

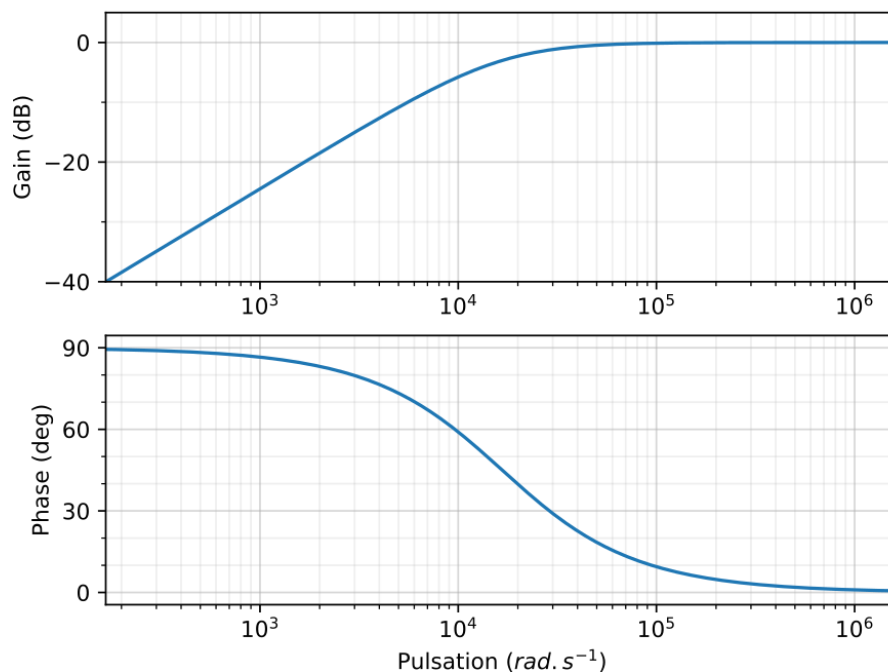
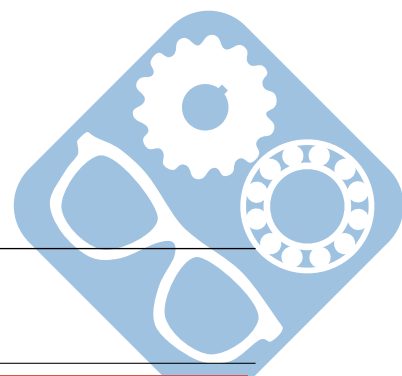
$$H_1(p) = \frac{\frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot K_c \cdot K_{verin}}{1 + \frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot K_c \cdot K_{verin}} = \frac{K_c \cdot K_{verin}}{M_{eq} \cdot p + K_c \cdot K_{verin}} = \frac{1}{1 + \frac{M_{eq}}{K_c \cdot K_{verin}} \cdot p}$$

$$H_2(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{M_{eq} \cdot p} \cdot K_c \cdot K_{verin}} = \frac{\frac{M_{eq}}{K_c \cdot K_{verin}} \cdot p}{1 + \frac{M_{eq}}{K_c \cdot K_{verin}} \cdot p}$$

Question 28:

$$\frac{M_{eq}}{K_c \cdot K_{verin}} = \frac{M}{F \cdot L^{-1} \cdot T} = \frac{M}{M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^{-1} \cdot T} = \frac{1}{T^{-1}} = T$$

C'était prévisible car il s'agit du τ du dénominateur de la fonction de transfert.

Question 29:**Question 30:**

Correction

