



Présentation des SLCI



Référence	S02 - TP01 - I03
Compétences	Mod2-C2: Systèmes linéaires continus et invariants
Description	Modélisation d'un SLCI. Identification et modélisation des systèmes asservis du laboratoire
Système	Moby Crea



Objectif du TP:

Modéliser un Système Linéaire Continu et Invariant



La démarche de l'ingénieur permet :

- De vérifier les performances attendues d'un système, par évaluation de l'écart entre un cahier des charges et les réponses expérimentales (écart 1),
- De proposer et de valider des modèles d'un système à partir d'essais, par évaluation de l'écart entre les performances mesurées et les performances simulées (écart 2),
- De prévoir le comportement à partir de modélisations, par l'évaluation de l'écart entre les performances simulées et les performances attendues du cahier des charges (écart 3).



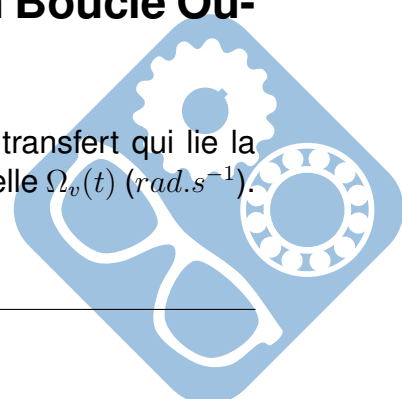
Pour ce TP, vous aurez à votre disposition les documents suivants :

- La Mise en oeuvre du système,
- de la procédure d'utilisation de Simscape disponible à la page ??,
- Les divers documents des Ressources système.

1 Modéliser la chaîne d'énergie du système en Boucle Ouverte

Nous allons dans cette partie chercher à déterminer la fonction de transfert qui lie la tension en entrée du moteur $u_m(t)$ (V) et la vitesse de rotation de la manivelle $\Omega_v(t)$ (rad.s^{-1}).

On donnera le système d'équations suivants :



$$\text{— } J. \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t)$$

Les caractéristiques du système sont données sur la page [Ressources système](#). Si les valeurs numériques de certaines grandeurs ne sont pas données, c'est qu'elles seront négligées par la suite.

Question 1 Donner l'ensemble des équations temporelles permettant de modéliser un moteur à courant continu.

La question suivante est une des plus complexes et plus importantes du TP. Pour y répondre, il faudra fouiller dans le logiciel de pilotage du système, proposer des mesures à réaliser sur le système,... et proposer à votre enseignant des idées sur la démarche à suivre.

Question 2 Déterminer les équation qui lient les paramètres suivants :

- la vitesse de rotation du moteur $\omega_m(t)$,
- la vitesse de rotation de la manivelle $\Omega_v(t)$ ($rad.s^{-1}$).

2 Résolution des équations du modèle

Question 3 Passer ces équations dans le domaine de Laplace.

Question 4 Mettre le système sous la forme de la fonction de transfert suivante : $H(p) = \frac{\Omega_v(p)}{U_m(p)}$.

Question 5 Donner les caractéristiques de cette fonction de transfert et vérifier l'homogénéité des constantes déterminées.

Afin de tracer les réponses temporelles, il est possible d'utiliser un script python téléchargeable [ici](#).

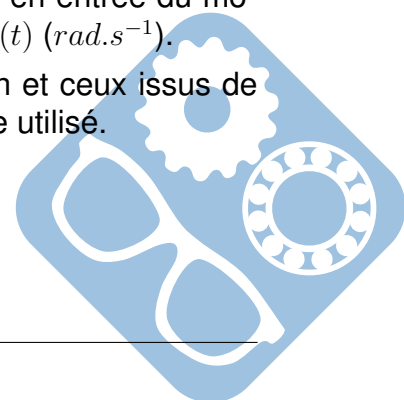
3 Expérimentation sur le système réel

Mettre en œuvre le système, et préparer la prise de mesure.

Question 6 Après avoir analysé le logiciel d'expérimentation, déterminer quelles grandeurs peuvent être utilisées en entrée. Est-ce que la tension en entrée du moteur $u_m(t)$ (V) en fait partie ?

Question 7 Relever les tracés des réponses temporelles de la tension en entrée du moteur $u_m(t)$ (V) et de la vitesse de rotation de la manivelle $\Omega_v(t)$ ($rad.s^{-1}$).

Question 8 En mettant en parallèle les tracés issus de la modélisation et ceux issus de l'expérimentation, conclure quand à la validation du modèle utilisé.



$$J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} = Cm(t) \quad (1)$$

$$Um(t) = R \cdot i(t) + e(t) \quad (2)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega(t) \quad (3)$$

$$Cm(t) = K_t \cdot i(t) \quad (4)$$

$$H(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{R \cdot J}{K_e \cdot K_t} \cdot p}$$

Avec $U = \frac{U_0}{p}$.

$$\Omega(p) = \frac{\frac{U_0}{K_e}}{p \cdot \left(1 + \frac{R \cdot J}{K_e \cdot K_t} \cdot p\right)}, \text{ donc } \omega(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} = Cm(t) - Cr(t) - f \cdot \omega(t) \quad (5)$$

$$Um(t) = R \cdot i(t) + e(t) \quad (6)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega(t) \quad (7)$$

$$Cm(t) = K_t \cdot i(t) \quad (8)$$

Avec $Cr(t) = Cr_0 \cdot \cos(\omega_r \cdot t) + Cs_0$.

$$J \cdot p \cdot \Omega = Cm(p) - Cr(p) - f \cdot \Omega$$

$$Um(p) - \frac{R \cdot Cr(p)}{K_t} = \left(\frac{R \cdot (J \cdot p + f)}{K_t} + K_e \right) \cdot \Omega = \left(\frac{R \cdot (J \cdot p + f)}{K_t} + K_e \right) \cdot \Omega$$

$$\Omega(p) = \frac{\frac{K_t \cdot K_e + R \cdot f}{R \cdot J}}{1 + \frac{K_t \cdot K_e + R \cdot f}{R \cdot J} \cdot p} \cdot \left(Um(p) - \frac{R \cdot Cr(p)}{K_t} \right)$$

Avec $U = \frac{U_0}{p}$ et $Cr = 0$.

$$\Omega_1(p) = \frac{\frac{K_t \cdot K_e + R \cdot f}{R \cdot J}}{1 + \frac{K_t \cdot K_e + R \cdot f}{R \cdot J} \cdot p} \cdot \frac{U_0}{p}$$

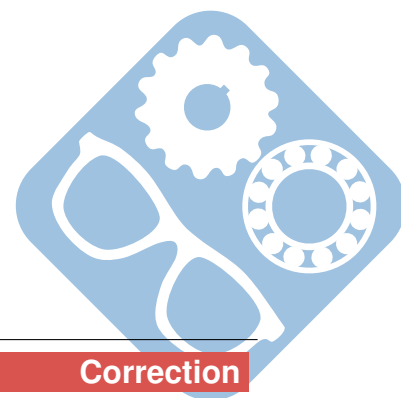
Avec $U = 0$ et $Cr = \frac{Cr_0 \cdot p}{p^2 + \omega_r^2} + \frac{Cs_0}{p}$.

$$\Omega_2(p) = -\frac{\frac{K_t \cdot K_e + R \cdot f}{R \cdot J}}{1 + \frac{K_t \cdot K_e + R \cdot f}{R \cdot J} \cdot p} \cdot \frac{R}{K_t} \cdot \left(\frac{Cr_0 \cdot p}{p^2 + \omega_r^2} + \frac{Cs_0}{p} \right)$$

On prend :

$$K = -\frac{K_t}{\frac{K_t \cdot K_e + R \cdot f}{R \cdot J}} \cdot \frac{R}{K_t}$$

$$\tau = \frac{R \cdot J}{K_t \cdot K_e + R \cdot f}$$



Correction

$$\Omega_2(p) = \frac{K}{1 + \tau \cdot p} \cdot \left(\frac{Cr_0 \cdot p}{p^2 + \omega_r^2} + \frac{Cs_0}{p} \right) = \frac{K \cdot (Cr_0 \cdot p^2 + Cs_0 \cdot p^2 + Cs_0 \cdot \omega_r^2)}{(1 + \tau \cdot p) \cdot (p^2 + \omega_r^2) \cdot p}$$

$$\begin{aligned} \Omega_2(p) &= \frac{A}{1 + \tau \cdot p} + \frac{B \cdot p + C}{p^2 + \omega_r^2} + \frac{D}{p} \\ &= \frac{A \cdot p^3 + A \cdot \omega_r^2 \cdot p + B \cdot p^2 + C \cdot p + B \cdot \tau \cdot p^3 + C \cdot \tau \cdot p^2 + D \cdot p^2 + D \cdot \omega_r^2 + D \cdot \tau \cdot p^3 + D \cdot \omega_r^2 \cdot \tau \cdot p}{(1 + \tau \cdot p) \cdot (p^2 + \omega_r^2) \cdot p} \end{aligned}$$

$$A + B \cdot \tau + D \cdot \tau = 0 \quad (9)$$

$$B + C \cdot \tau + D = K \cdot (Cr_0 + Cs_0) \quad (10)$$

$$A \cdot \omega_r^2 + C + D \cdot \omega_r^2 \cdot \tau = 0 \quad (11)$$

$$D \cdot \omega_r^2 = K \cdot Cs_0 \cdot \omega_r^2 \quad (12)$$

$$D = K \cdot Cs_0$$

$$C = B \cdot \tau \cdot \omega_r^2$$

$$B \cdot (1 + \tau^2 \cdot \omega_r^4) + D = K \cdot (Cr_0 + Cs_0)$$

$$B = \frac{K \cdot Cr_0}{1 + \tau^2 \cdot \omega_r^4}$$

$$C = \frac{K \cdot Cr_0 \cdot \tau \cdot \omega_r^2}{1 + \tau^2 \cdot \omega_r^4}$$

$$A = -\frac{K \cdot Cr_0 \cdot \tau}{1 + \tau^2 \cdot \omega_r^4} - \tau \cdot K \cdot Cs_0$$

$$\omega_2(t) = \frac{A}{\tau} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + B \cdot \cos(\omega_r \cdot t) + \frac{C}{\omega_r} \cdot \sin(\omega_r \cdot t) + D$$

