

Robot EFFIBOT

Le sujet porte sur l'étude du robot assistant EFFIBOT. Ce robot est un robot d'aide à la personne permettant de transporter des charges lourdes. Il est actuellement développé par la société française Effidence. Cette société développe ce robot afin de répondre au plus près au besoin des utilisateurs en proposant différentes évolutions des modèles disponibles.

Le principe de fonctionnement de l'EFFIBOT est relativement simple. L'utilisateur se place devant le robot qui le repère, à l'aide de différents capteurs et d'un traitement des informations. Le robot EFFIBOT suit alors à une distance constante l'utilisateur.

Des sociétés, telles que la SNCF, travaillent en partenariat avec Effidence pour développer l'EFFIBOT afin de permettre aux usagers de transporter leurs bagages.



Ce système se développe également en partenariat avec des sociétés de BTP, de logistique ou même La Poste. Son développement se fait également à l'international avec notamment Deutsch Post (poste allemande) pour permettre au facteur de livrer dans les villes les différents colis en réduisant la pénibilité du transport.

D'autres domaines d'activités sont intéressés par ce robot, comme le secteur agricole et militaire où les charges à transporter peuvent être également importantes.

Présentation et plan de l'étude

Le robot EFFIBOT est contrôlé par un système de commande et de navigation appelé Effinav. Ce système de commande est le cœur du savoir-faire de l'entreprise Effidence. la complexité de ce système Effinav réside dans sa capacité à gérer plusieurs sources d'informations de différents capteurs, d'en faire une synthèse et enfin d'établir la commande des différents moteurs afin de mouvoir le système. Afin de respecter au mieux l'exigence de suivi d'une personne, différents points de vue vont donc être étudiés dans ce sujet:

Dans la partie A, nous étudierons une modélisation de l'asservissement de suivi d'une personne dans un cas simplifié et vérifierons les performances atteintes par le système. L'étude se fera pour un suivi de personne en ligne droite supposée parfaitement horizontale.

Dans la partie B, nous nous intéresserons au système de direction à quatre roues directrices de l'EFFIBOT. L'étude géométrique et cinématique de ce système sera faite. Nous estimerons ensuite 2 grandeurs influentes dans le choix de la motorisation du

système de direction et dépendantes directement des caractéristiques de l'EFFIBOT lui-même; à savoir l'inertie équivalente du système et le couple résistant dû aux frottements des pneus au sol.

Dans la partie C, nous chercherons à évaluer quelle peut être la hauteur maximale (en fonction de son poids) d'un colis que l'on transporterait avec l'EFFIBOT sans risquer un basculement de l'ensemble {robot+charge} lors d'une phase de virage.

A. Asservissement de suivi de personne

Le schéma-bloc fonctionnel du système d'asservissement de suivi d'une personne est présenté sur la figure suivante. On suppose que la charge est équirépartie sur chacune des roues et que le déplacement se fait en ligne droite parfaitement horizontale.

Le déplacement de l'EFFIBOT est assuré par 4 roues-moteurs. Chacune des roues peut donc avoir un comportement qui lui est propre. Puisque l'étude s'effectue en ligne droite parfaitement horizontale et que la charge est équirépartie, on suppose alors un comportement équivalent pour chacune des 4 roues. L'inertie équivalente ramenée sur chacune des roues-moteurs est donc égale. Ce qui nous amène à étudier l'asservissement sous cette forme:

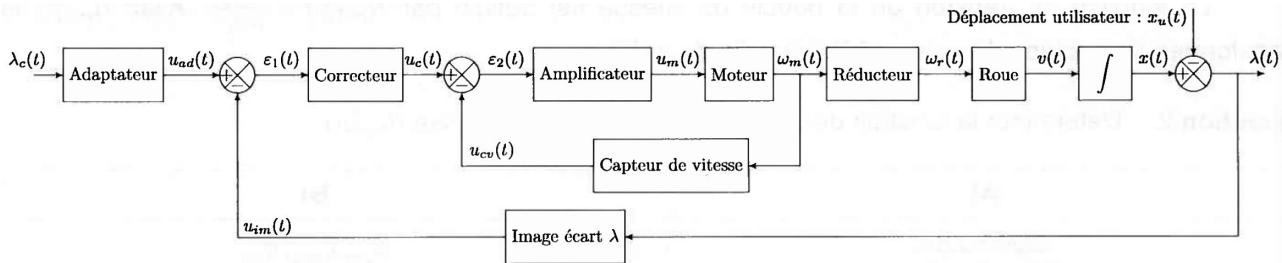


Figure 1: Schéma-blocs fonctionnel de l'asservissement de l'EFFIBOT

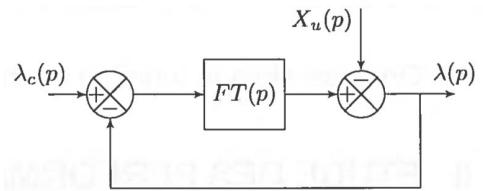
- λ_c est la consigne d'écart (en m) que l'on veut maintenir entre l'utilisateur et l'EFFIBOT.
- λ est la valeur d'écart (en m) entre l'utilisateur et l'EFFIBOT.
- l'adaptateur est un gain pur: K_{ad} (en $V \cdot m^{-1}$) permettant d'adapter la consigne d'écart en tension de commande.
- le capteur « Image écart λ » renvoie une tension image de l'écart réel entre l'utilisateur et le système, celui-ci est modélisé par un gain pur K_{im} (en $V \cdot m^{-1}$). Cette information est en réalité issue des différents capteurs du robot et traité par le module « Effinav ».
- l'amplificateur est modélisé par un gain pur: K_{am}
- le capteur de vitesse est modélisé par un gain pur: K_{cv} (en $V \cdot s \cdot rad^{-1}$)
- le réducteur est modélisé par un gain pur: K_r
- la roue de l'EFFIBOT a un rayon R_r (en m)
- le correcteur, l'amplificateur et le moteur sont modélisés dans la suite du sujet.
- le déplacement utilisateur $x_u(t)$ est modélisé par une rampe de pente $a = 1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Il sera vu comme une perturbation du système.

I. MODELISATION DES BLOCS

Objectifs: Déterminer les fonctions de transfert de l'adaptateur et de l'amplificateur

1. Modèle de l'adaptateur

On souhaite pouvoir modéliser l'asservissement du système par le schéma-blocs ci-contre: $\lambda_c(p)$, $\lambda(p)$ et $X_u(p)$ sont les transformées de Laplace de $\lambda_c(t)$, $\lambda(t)$ et $x_u(t)$.



Question 1.

Compléter le schéma-blocs sur le document réponse. Quelle condition doit alors être vérifiée par K_{ad} ? On s'aidera de la figure 1 et du paramétrage fourni page 2.

2. Modèle du moteur

Le moteur permettant la mise en rotation d'une roue est un moteur brushless DC 48V. On peut alors le modéliser comme un moteur à courant continu.

Soit la fonction de transfert du moteur $H_{mot}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$, avec $\Omega_m(p)$ la transformée de Laplace de $\omega_m(t)$ et $U_m(p)$ celle de $u_m(t)$. $H_{mot}(p)$ peut se mettre sous la forme d'une fonction de transfert d'ordre 2, avec un gain K_{mot} , un facteur d'amortissement ξ_{mot} et une pulsation propre ω_{mot} .

Question 2.

Ecrire $H_{mot}(p)$ sous sa forme canonique.

3. Modèle de l'amplificateur de la boucle de vitesse

La fonction de transfert de la boucle de vitesse est définie par $H_{bv}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)}$, avec $U_c(p)$ la transformée de Laplace de $u_c(t)$.

Question 3.

Déterminer la fonction de transfert de la boucle de vitesse $H_{bv}(p)$ et l'écrire sous forme canonique.

On pose alors la fonction de transfert de la boucle de vitesse $H_{bv}(p) = \frac{K_{bv}}{1 + \frac{2\xi_{bv}}{\omega_{bv}}p + \frac{1}{\omega_{bv}^2}p^2}$

Question 4.

Donner les expressions littérales de ξ_{bv} , ω_{bv} et K_{bv} (sans oublier les unités)

Question 5.

Quelle valeur de ξ_{bv} permet d'avoir le temps de réponse le plus court (système le plus rapide)? Déterminer alors la valeur de K_{am} permettant d'obtenir un temps de réponse minimal de la boucle de vitesse.

II. ETUDE DES PERFORMANCES DE L'ASSERVISSEMENT

Objectifs: mettre en place une stratégie de recherche de correcteur afin de valider le cahier des charges du système.

Le cahier des charges concernant les performances de l'asservissement est le suivant:

Exigence	Critères	Niveaux
Suivre un utilisateur à une distance imposée	Stabilité	$MG \geq 10\text{dB}$ en boucle ouverte $M\varphi = 45^\circ$ en boucle ouverte
	Précision	Erreur statique nulle lors d'un déplacement de l'utilisateur $\lambda(t \rightarrow +\infty) = \lambda_c$
	Rapidité	$\omega_{0db} \geq 35 \text{ rad.s}^{-1}$ de la boucle ouverte

Pour rappel, dans notre étude, le déplacement de l'utilisateur $x_u(t)$ est modélisé par une rampe de pente a . la consigne d'écart $\lambda_c(t)$ entre l'utilisateur et l'EFFIBOT est un échelon d'amplitude $\lambda_0 = 1m$.

D'après les différentes hypothèses et modélisations réalisées précédemment, le schéma-blocs de l'asservissement en écart de l'EFFIBOT est alors le suivant, avec $C(p)$ la fonction de transfert du correcteur.

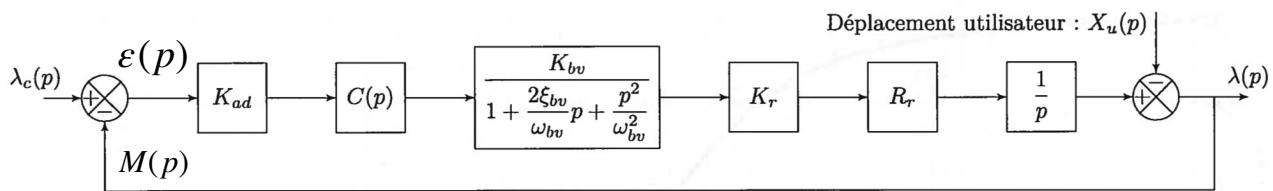


Figure 2: Schéma-blocs de l'asservissement de l'EFFIBOT

Question 6.

Donner la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p) = \left[\frac{M(p)}{\epsilon(p)} \right]_{X_u(p)=0}$.

On cherche à synthétiser une correction permettant de vérifier l'ensemble du cahier des charges. On se propose d'utiliser une approche expérimentale.

Le diagramme de Bode de la FTBO figure 3 est donné pour $C(p)=1$.

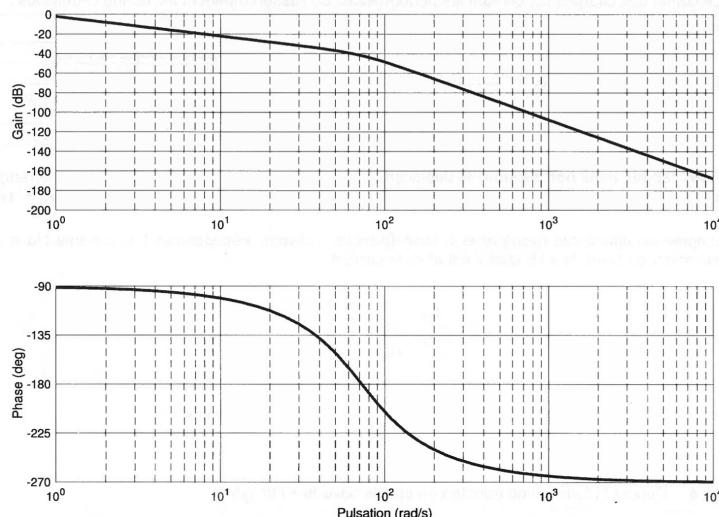


Figure 3: Diagramme de Bode du système en boucle ouverte lorsque $C(p)=1$

Question 7.

Sur le document réponse, indiquer les valeurs asymptotiques des pentes sur la courbe de gain et courbe de phase. Indiquer la (ou les) pulsation(s) de coupure.

Question 8.

Donner la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \left[\frac{\lambda(p)}{\lambda_c(p)} \right]_{X_u(p)=0}$ et indiquer sa classe et son ordre.

Question 9.

Calculer l'erreur statique pour une entrée en échelon $\lambda_c(t) = \lambda_0$, ($X_u(p) = 0$). (Justifier votre démarche en citant le théorème utilisé).

B. Système de direction

I. Epure de direction

Objectif: Déterminer d'un point de vue cinématique le comportement en phase de virage, d'un véhicule à quatre roues directrices.

Le système de direction de l'EFFIBOT s'appuie sur un système à 4 roues directrices. Ce système a pour effet d'augmenter la manœuvrabilité du robot lorsque celui-ci doit évoluer dans des espaces étroits.

Le principe de base est relativement simple: lorsque les roues avant braquent dans un sens, les roues arrières braquent dans l'autre sens.

1. Détermination du rayon de courbure

On s'intéresse ici à l'étude d'un système à 4 roues directrices avec un coefficient de proportionnalité q entre les angles de braquages du train avant et du train arrière. De ce fait, si l'angle de braquage avant est de Φ , celui de l'arrière est de $q\Phi$ avec $q \in [0,1]$.

La figure 4 représente une épure de direction d'un système à quatre roues directrices.

HYPOTHESES:

- $L = RF$ est la longueur d'empattement du véhicule (distance séparant les centres des trains avant et arrière)
- v_a correspond à la voie du véhicule (largeur entre les roues)
- On note $F = (x_f, y_f)$ et $R = (x_r, y_r)$ les coordonnées du centre de l'essieu avant et arrière
- \vec{v}_f et \vec{v}_r correspondent respectivement à la vitesse instantanée au point F et au point R dans le référentiel supposé galiléen $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
- φ caractérise l'angle que fait l'axe longitudinal du véhicule avec l'axe \vec{x}_0 .
- Φ représente l'angle de braquage moyen des roues de l'essieu avant. Cet angle représente l'angle entre la direction du vecteur \vec{v}_f et l'axe longitudinal.
- ρ_f et ρ_r sont les angles de giration instantanés associés respectivement aux points F et R .

- On dira ici que le rayon de courbure du virage pris par le véhicule sera égal à la distance O_0M , valant ρ .
- Le point O_0 sera considéré comme le centre du virage.

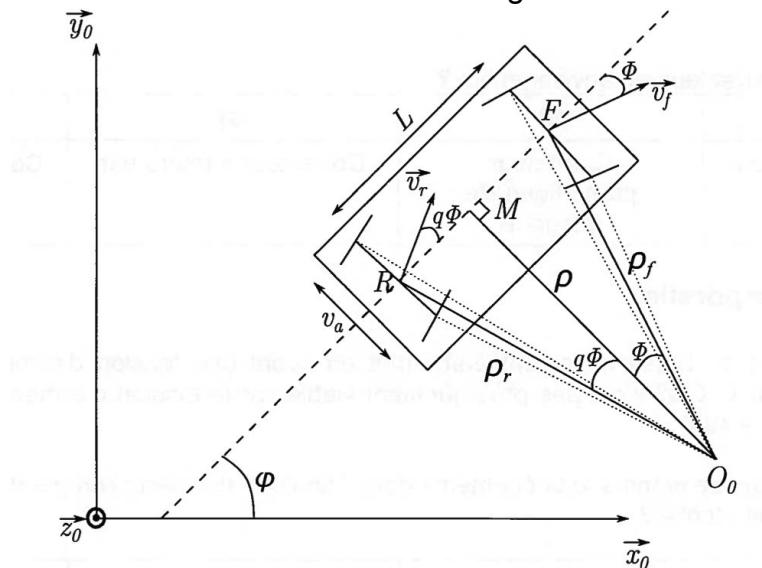


Figure 4: Epure de direction d'un véhicule à quatre roues directrices

Question 10.

Quelle est la relation liant les distances RM et MF ? (on pourra utiliser les propriétés des triangles rectangles ($O_0 R M$) et ($O_0 F M$))

A)	B)	C)	D)
$RM = MF \times \frac{q}{2}$	$RM = MF \times \frac{\sin(q\phi)}{\sin(\phi)}$	$RM = MF \times \frac{\tan(q\phi)}{\tan(\phi)}$	$RM = MF \times \frac{\tan(\phi)}{\tan(q\phi)}$

Question 11.

En constatant que $RM + MF = L$, déduisez-en la relation vérifiée par RM et par MF .

A)	$RM = L \frac{\sin(\phi) \cos(q\phi)}{\sin(\phi + q\phi)}$	$MF = L \frac{\sin(q\phi) \cos(\phi)}{\sin(\phi + q\phi)}$
B)	$RM = L \frac{\cos(\phi) \sin(q\phi)}{\sin(\phi + q\phi)}$	$MF = L \frac{\cos(q\phi) \sin(\phi)}{\sin(\phi + q\phi)}$
C)	$RM = L \frac{\cos(\phi) \sin(q\phi)}{\cos(\phi + q\phi)}$	$MF = L \frac{\cos(q\phi) \sin(\phi)}{\cos(\phi + q\phi)}$
D)	$RM = \frac{L}{1 + \frac{\tan(\phi)}{\tan(q\phi)}}$	$MF = \frac{L}{1 + \frac{\tan(q\phi)}{\tan(\phi)}}$

Question 12.

En déduire alors l'expression de ρ en fonction de Φ , q et L .

2. Relation angulaire idéale entre les roues

Dans le reste de l'étude, on impose $q=1$.

Après avoir trouvé la relation entre l'angle Φ et le rayon de courbure du virage ρ , on s'intéresse dans cette section à déterminer la relation théorique entre les angles de braquage des roues gauche et droite afin d'assurer une bonne tenue de l'EFFIBOT en phase de virage.

Le système de direction est présenté en figure 5. Ce système permet une symétrie de direction entre le train avant et le train arrière. Le braquage des roues avant, gauche, droite, solidaires des fusées $3g$ et $3d$ est assuré via les bielles $2g$ et $2d$, elles-mêmes mises en mouvement grâce à la pièce 1. La pièce 1 est mise en rotation par rapport au bâti grâce à un motoreducteur, de rapport de réduction k_{mot} , entraînant une roue dentée solidaire de la pièce 1. La biellette 4 assure la liaison angulaire entre le train avant et le train arrière. Les différentes figures sont présentées dans la base $B = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ liée au bâti de l'EFFIBOT.

Afin d'assurer une bonne tenue en virage, il est nécessaire que les droites perpendiculaires au plan des roues se coupent en un même point O_0 (voir figure 6). Le graphe de liaisons du système est donné en figure 7.

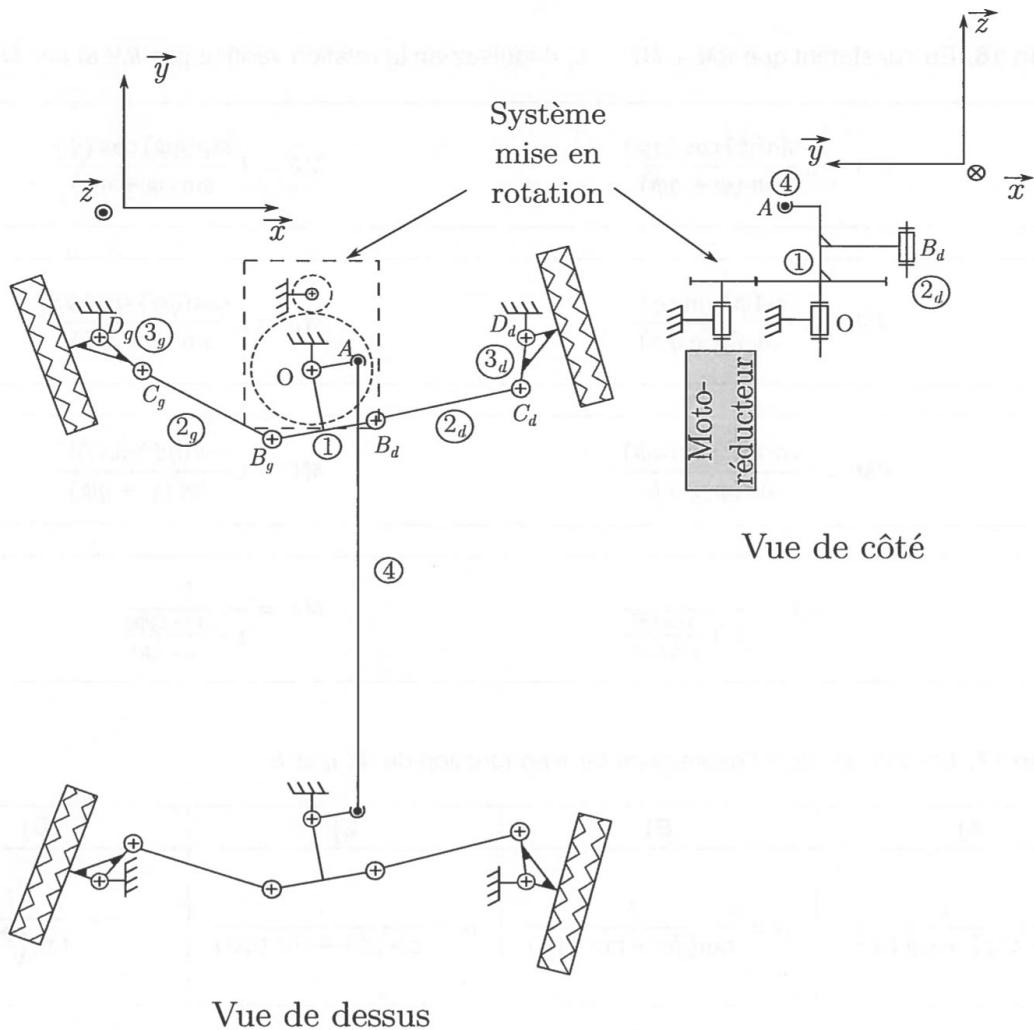


Figure 5: Principe du système de direction

HYPOTHESES:

- En figure 6, on définit les angles Φ_g^{th} et Φ_d^{th} qui sont respectivement les angles de braquage théoriques de la roue gauche avant et de la roue droite avant, permettant d'assurer la condition précédemment énoncée (il en va de même pour les roues arrières).
- ρ correspond au rayon de courbure du virage.
- Le point M correspond au centre géométrique de l'EFFIBOT.
- Sur cette figure 6, on suppose que le système de direction est parfait et permet d'assurer un virage dans de bonnes conditions.

Question 13.a.

Ecrire la fermeture géométrique de la chaîne ($O_0 D_g M O_0$). Ecrire les 2 équations en projection sur \vec{x} et sur \vec{y} .

Question 13.b.

Ecrire la fermeture géométrique de la chaîne ($O_0 D_d M O_0$). Ecrire les 2 équations en projection sur \vec{x} et sur \vec{y} .

Question 13.c.

Déterminer la relation entre Φ_g^{th} , Φ_d^{th} , L et v_a .

A)

$$\tan(\phi_g^{th}) = \frac{L \times \tan(\phi_d^{th})}{L - 2v_a \tan(\phi_d^{th})}$$

B)

$$\tan(\phi_d^{th}) = -\frac{L \times \tan(\phi_g^{th})}{L - 2v_a \tan(\phi_g^{th})}$$

C)

$$\tan(\phi_d^{th}) = \frac{L \times \tan(\phi_g^{th})}{-L + 2v_a \tan(\phi_g^{th})}$$

D)

$$\tan(\phi_g^{th}) = \frac{L \times \tan(\phi_d^{th})}{L + 2v_a \tan(\phi_d^{th})}$$

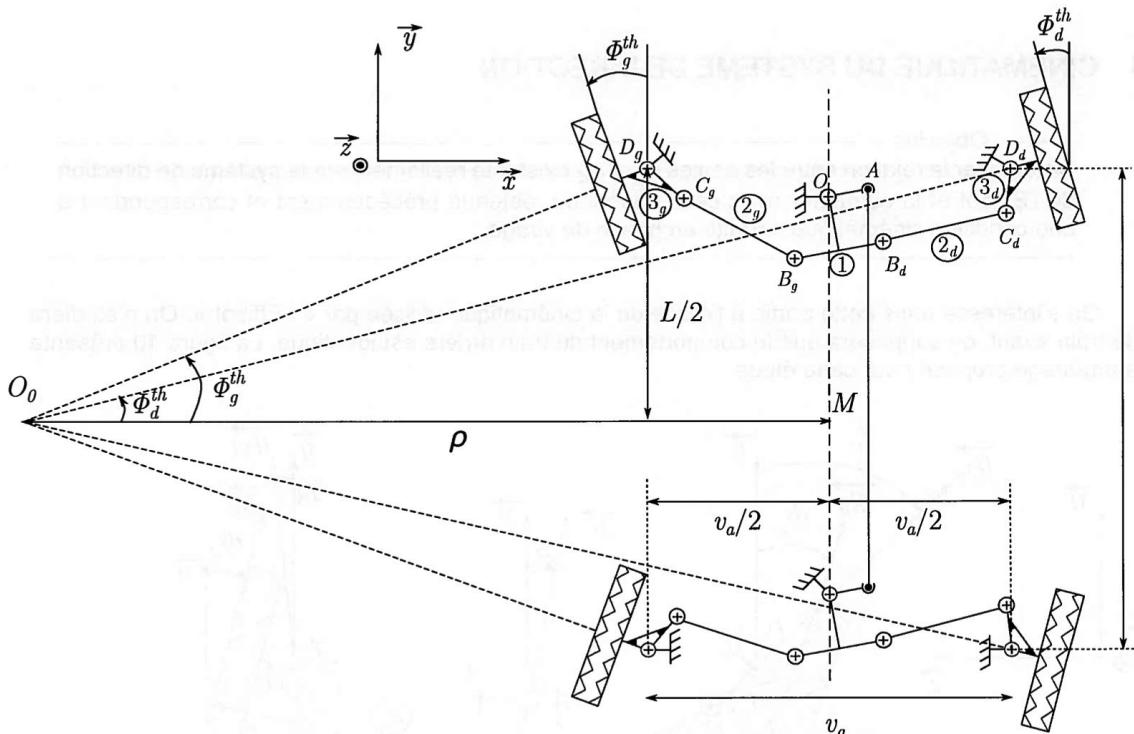


Figure 6: Modélisation du système de direction de l'EFFIBOT

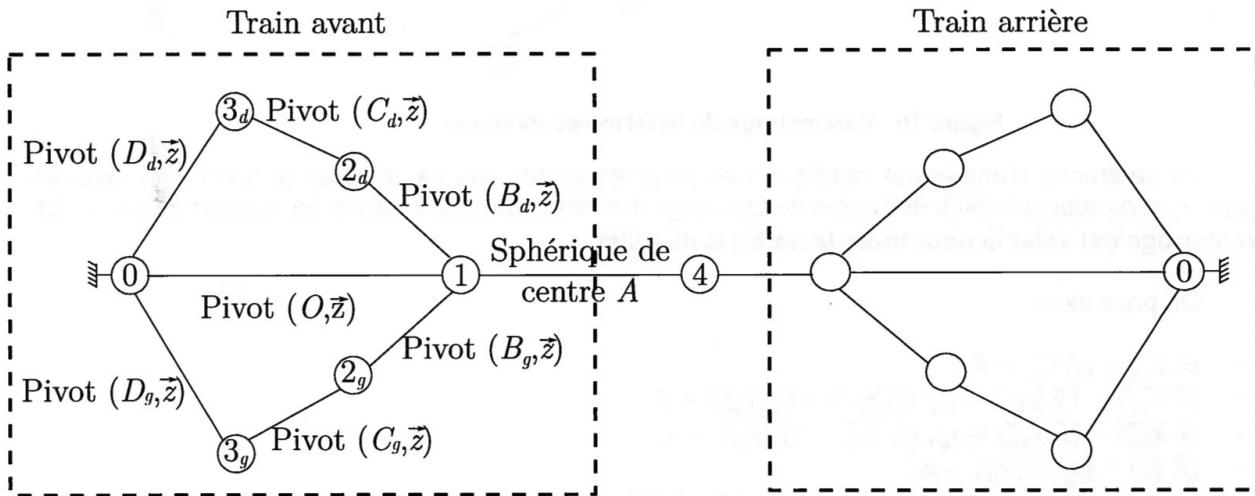


Figure 7: Graphe de liaisons du système de direction de l'EFFIBOT

II. Cinématique du système de direction

Objectifs: Déterminer la relation entre les angles Φ_g et Φ_d existant réellement sur le système de direction de l'EFFIBOT et la comparer avec celle, théorique, obtenue précédemment et correspondant à une condition cinématique parfaite en phase de virage.

On s'intéresse dans cette partie à l'étude de la cinématique utilisée par l'EFFIBOT. On n'étudiera que le train avant, on supposera que le comportement du train arrière est identique. La figure 8 présente le paramétrage proposé pour cette étude.

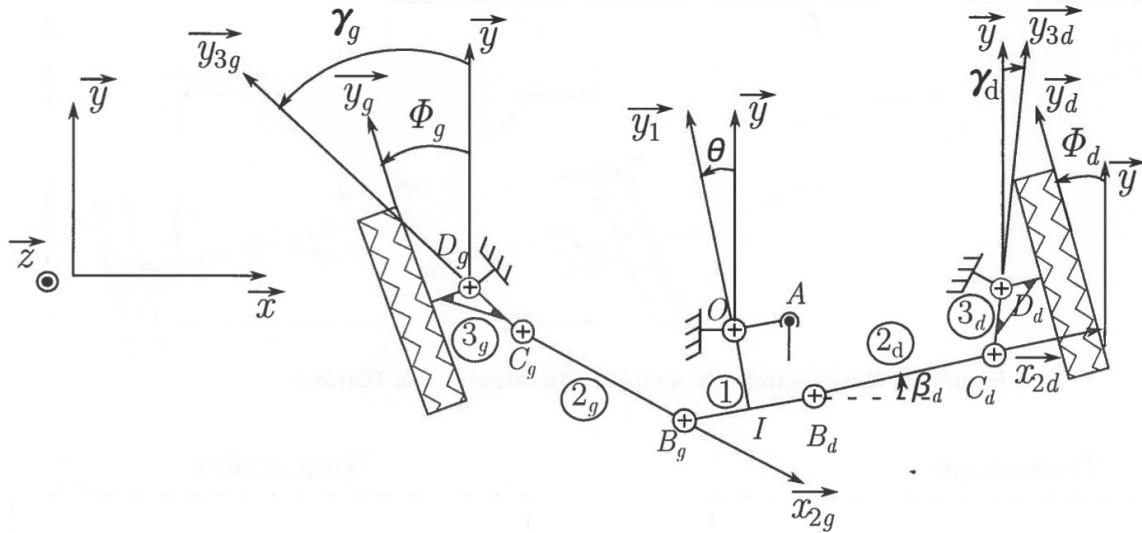


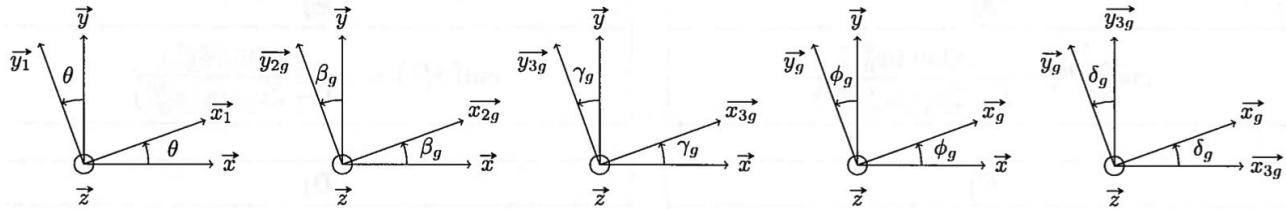
Figure 8: Paramétrage du système de direction

Le paramètre d'entrée est l'angle θ . Les paramètres à déterminer sont les angles Φ_g et Φ_d , angles de braquage des roues gauche et droite par rapport à la direction \vec{y} .
Ce paramétrage est valable pour toute la partie B.

On pose alors:

- $\theta = (\vec{x}, \vec{x}_1) = (\vec{y}, \vec{y}_1)$
- $\beta_g = (\vec{x}, \vec{x}_{2g}) = (\vec{y}, \vec{y}_{2g})$ et $\beta_d = (\vec{x}, \vec{x}_{2d}) = (\vec{y}, \vec{y}_{2d})$
- $\gamma_g = (\vec{x}, \vec{x}_{3g}) = (\vec{y}, \vec{y}_{3g})$ et $\gamma_d = (\vec{x}, \vec{x}_{3d}) = (\vec{y}, \vec{y}_{3d})$
- $\Phi_g = (\vec{y}, \vec{y}_g)$ et $\Phi_d = (\vec{y}, \vec{y}_d)$
- \vec{y}_g et \vec{y}_d sont des vecteurs représentant la direction de braquage des roues. En ligne droite, $\vec{y}_g = \vec{y}_d = \vec{y}$
- $\delta_g = (\vec{y}_{3g}, \vec{y}_g)$, et $\delta_d = (\vec{y}_{3d}, \vec{y}_d)$, sont des **angles constants**

figures planes pour la partie gauche: (par analogie, on a les mêmes figures pour la partie droite):



- $\overrightarrow{OI} = -r \cdot \vec{y}_1$ (le point O est sur l'axe de la liaison pivot entre la pièce 1 et le bâti)
- $\overrightarrow{IB_g} = -b \cdot \vec{x}_1 \quad \overrightarrow{IB_d} = b \cdot \vec{x}_1$
- $\overrightarrow{B_g C_g} = -c \cdot \vec{x}_{2g} \quad \overrightarrow{B_d C_d} = c \cdot \vec{x}_{2d}$
- $\overrightarrow{C_g D_g} = d \cdot \vec{y}_{3g} \quad \overrightarrow{C_d D_d} = d \cdot \vec{y}_{3d}$
- $\overrightarrow{D_g O} = \frac{v_a}{2} \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y}$
- $\overrightarrow{D_d O} = -\frac{v_a}{2} \cdot \vec{x} - e \cdot \vec{y}$

Question 14.a.

En se plaçant dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, écrire les fermetures géométriques $(O I B_d C_d D_d O)$ et $(O I B_g C_g D_g O)$, et les équations en projection sur \vec{x} et sur \vec{y} .

Question 14.b.

Exprimer les lois entrée-sortie liant γ_g et θ , et γ_d et θ

A)	$r \sin \theta - b \cos \theta - c \cos \left(\arcsin \left(\frac{-r \cos \theta - b \sin \theta + d \cos \gamma_g - e}{c} \right) \right) - d \sin \gamma_g + \frac{v_a}{2} = 0$ $r \sin \theta - b \cos \theta - c \cos \left(\arcsin \left(\frac{-r \cos \theta - b \sin \theta + d \cos \gamma_d - e}{c} \right) \right) - d \sin \gamma_d + \frac{v_a}{2} = 0$
B)	$r \sin \theta - b \cos \theta - c \cos \left(\arcsin \left(\frac{-r \cos \theta - b \sin \theta + d \cos \gamma_g - e}{c} \right) \right) - d \sin \gamma_g + \frac{v_a}{2} = 0$ $r \sin \theta + b \cos \theta + c \cos \left(\arcsin \left(\frac{r \cos \theta - b \sin \theta - d \cos \gamma_d + e}{c} \right) \right) - d \sin \gamma_d - \frac{v_a}{2} = 0$
C)	$r \sin \theta - b \cos \theta - c \arcsin \left(\frac{-r \cos \theta - b \sin \theta - d \cos \gamma_g - e}{c} \right) - d \sin \gamma_g + \frac{v_a}{2} = 0$ $r \sin \theta + b \cos \theta + c \arcsin \left(\frac{-r \cos \theta - b \sin \theta - d \cos \gamma_d - e}{c} \right) - d \sin \gamma_d + \frac{v_a}{2} = 0$
D)	$r \sin \theta - b \cos \theta + c \cos \left(\arcsin \left(\frac{-r \cos \theta - b \sin \theta - d \cos \gamma_g + e}{c} \right) \right) - d \sin \gamma_g + \frac{v_a}{2} = 0$ $r \sin \theta + b \cos \theta + c \cos \left(\arcsin \left(\frac{r \cos \theta - b \sin \theta - d \cos \gamma_d + e}{c} \right) \right) - d \sin \gamma_d - \frac{v_a}{2} = 0$

Une résolution numérique de la précédente loi entrée-sortie a été mise en place pour la roue gauche et le résultat obtenu est présenté en figure 9. Les résultats sont évidemment transposables à la roue droite.

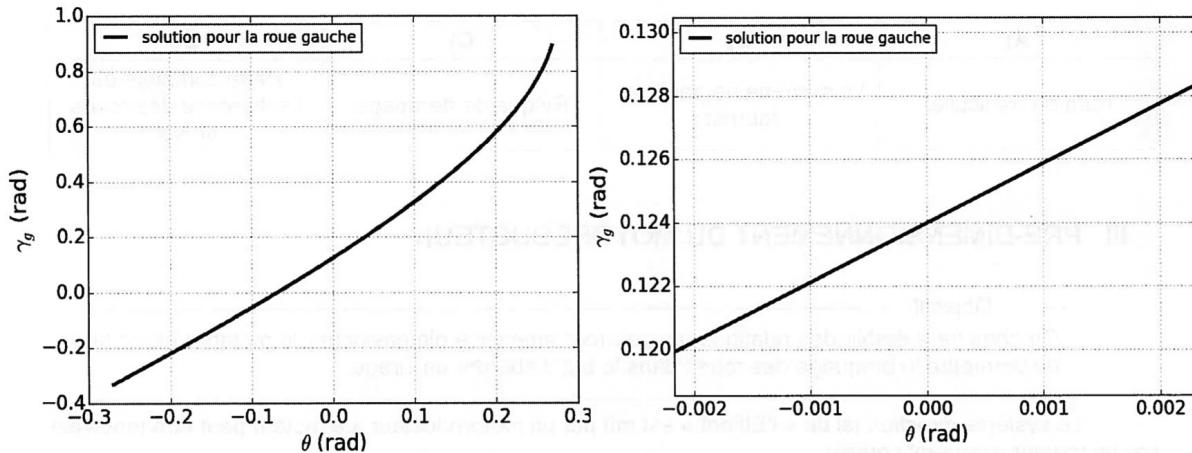


Figure 9: Résolution de la loi entrée-sortie pour la roue gauche.

Question 15.

D'après les résultats de simulations et en notifiant que lorsque $\theta = 0$ les roues sont alignées suivant la direction \vec{y} et que les angles δ_g et δ_d sont constants, en déduire les relations entre γ_g et Φ_g et entre γ_d et Φ_d .

A)	B)	C)	D)
$\phi_g = \gamma_g + 0,124$ $\phi_d = \gamma_d + 0,124$	$\phi_g = \gamma_g - 0,124$ $\phi_d = \gamma_d + 0,124$	$\phi_g = \gamma_g + 0,124$ $\phi_d = \gamma_d - 0,124$	$\phi_g = \gamma_g - 0,124$ $\phi_d = \gamma_d - 0,124$

Sur la figure 10, on présente simultanément l'évolution cinématique théorique parfaite de l'angle Φ_d en fonction de Φ_g (correspondant aux angles Φ_g^{th} et Φ_d^{th}) et celle issue du modèle cinématique retenu.

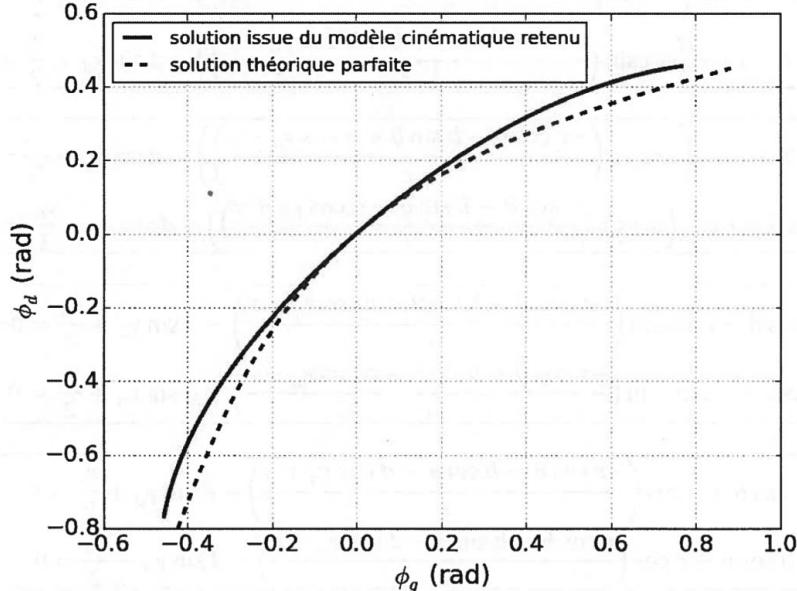


Figure 10: Comparaison de l'évolution des angles de braquage des roues

Question 16.

Que risque-t-il de se passer sur le système réel lors d'une phase de virage?

A)	B)	C)	D)
Rien de particulier	Le système ne peut pas tourner	Risque de dérapage	Perte complète de l'adhérence des roues au sol

C. Motoréducteur**I. Prédimensionnement du moto-réducteur**

Objectif: On cherche à établir des relations qui pourront amener à dimensionner le motoréducteur afin de permettre le braquage des roues dans le but d'aborder un virage.

Le système directionnel de l'EFFIBOT est mû par un motoréducteur. Le moteur peut-être modélisé par un moteur à courant continu.

Afin d'avoir un système EFFIBOT permettant de remplis efficacement sa fonction de suivi d'une personne, il faut que le système de direction puisse être réactif et donc que le moteur atteigne rapidement une vitesse angulaire suffisante. On ne cherchera pas à quantifier les termes « rapidement » et « suffisante » mais uniquement à fournir les équations pouvant permettre à l'ingénieur de faire un choix de moteur adapté.

Dans ce sens, deux grandeurs sont à exprimer afin de dimensionner le moteur: J_{eq} et $C_r(t)$. Le couple $C_r(t)$ sera celui induit par le frottement des pneus sur le sol lors du braquage des roues.

Une étude statique (que nous ne ferons pas ici) permet d'estimer le couple résistant à dépasser afin d'assurer le pivotement des roues.

Pour estimer le temps que met le moteur à atteindre sa vitesse nominale à +/- 5%, il faut déterminer J_{eq} .

Pour déterminer J_{eq} , il faut calculer l'énergie cinétique de l'ensemble des pièces assurant la transmission. (*Cette étude complète étant abordée dans le programme de 2ème année, nous nous limiterons à la pré-étude cinématique*).

L'étude se limite à la biellette 2d.

Les notations à utiliser sont les suivantes:

$$\left\{ V_{ij} \right\} = \begin{pmatrix} \omega_{x,ij} & V_{xM,ij} \\ \omega_{y,ij} & V_{yM,ij} \\ \omega_{z,ij} & V_{zM,ij} \end{pmatrix}_{M,Base} = \left\{ \begin{pmatrix} \overrightarrow{\omega_{ij}} \\ \overrightarrow{V_{M,ij}} \end{pmatrix} \right\}_M$$

Lorsque c'est possible, vous devez remplacer $\omega_{x,ij}$ par l'angle donné dans le paramétrage.

Exemple: $\omega_{z,2g0} = \dot{\beta}_g$ dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

HYPOTHESES : $\dot{\beta}_d = k' \cdot \dot{\theta}$ et $\dot{\gamma}_d = k \cdot \dot{\theta}$

A l'aide du graphe des liaisons figure 7, de la figure 8 et du paramétrage associé, et sans oublier de préciser la base utilisée

Question 17.

Après avoir exprimé $\vec{\Omega}_{2d/3d}$ en fonction du (ou des) angle(s) donné(s) dans le paramétrage page 10, déterminer le torseur $\{V_{2d/3d}\}$ au point C_d .

Question 18.

Après avoir exprimé $\vec{\Omega}_{3d/0}$ en fonction du (ou des) angle(s) donné(s) dans le paramétrage page 10, déterminer le torseur $\{V_{3d/0}\}$ au point D_d .

Question 19.

Déduire des 2 questions précédentes une écriture $\{V_{2d/0}\}$ au point C_d en fonction de β_d et γ_d .

Question 20.

Après avoir exprimé $\vec{\Omega}_{2d/1}$ en fonction du (ou des) angle(s) donné(s) dans le paramétrage page 10, déterminer le torseur $\{V_{2d/1}\}$ au point B_d .

Question 21.

Après avoir exprimé $\vec{\Omega}_{1/0}$ en fonction du (ou des) angle(s) donné(s) dans le paramétrage page 10, déterminer le torseur $\{V_{1/0}\}$ au point O .

Question 22.

En déduire le torseur cinématique de $\{V_{2d/0}\}$ au point B_d en fonction de $\dot{\theta}$.

Question 23.

En posant $\overrightarrow{B_d G_2} = \frac{c}{2} \cdot \vec{x}_{2d}$, écrire le torseur $\{V_{2d/0}\}$ au point G_2 en fonction de $\dot{\theta}$, (*l'écriture du torseur se fera en ligne*)

Pour la suite, on supposera que $\vec{V}_{G_2 \in 2d/0} = c_x \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{x}_{2d} + c_y \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_{2d}$ avec c_x et c_y des grandeurs ayant la même dimension qu'une longueur.

Question 24.

Calculer l'accélération $\vec{a}_{G_2 \in 2d/0}$.

II. Vitesse de rotation du moto-réducteur

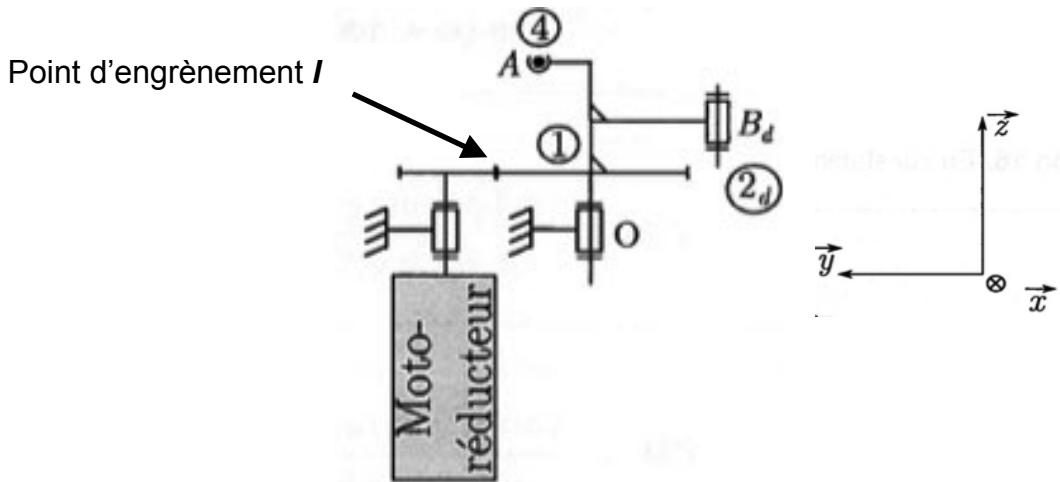


Figure 11: extrait du principe du système de direction, vue de côté

L'arbre de sortie du moto-réducteur est en liaison complète avec une roue dentée, ayant un nombre de dents Z_{mr} , un diamètre ϕ_{mr} et un module m. On pose O' , le point appartenant à l'axe du moto-réducteur, tel que $\overrightarrow{IO'} = \frac{\phi_{mr}}{2} \cdot \vec{y}$. Cette roue dentée engrène au point **I** avec une roue liée à l'arbre 1, ayant un nombre de dents Z_1 , un diamètre ϕ_1 et un module m. $\overrightarrow{IO} = -\frac{\phi_1}{2} \cdot \vec{y} + a' \cdot \vec{z}$. On considère que $\overrightarrow{V}_{I \in mr/1} = \vec{0}$.

Question 25.

Déterminer $\omega_{mr/0}$ en fonction de $\omega_{1/0}$ et des données du paragraphe ci-dessus.

Question 26.

En déduire une relation entre $\overrightarrow{\Omega}_{mr/0}$ et $\overrightarrow{\Omega}_{1/0}$.

Question 27.

Déterminer le torseur $\{V_{mr/0}\}$ au point I.

On pose $Z_{mr} = 27$ dents, $Z_1 = 60$ dents, $\phi_1 = 100$ mm et $\omega_{1/0} = 13,5 \text{ rad.s}^{-1}$

Question 28.

Calculer numériquement $\omega_{mr0} = \dot{\theta}_{mr0}$.

On constate que pour arrêter l'EFFIBOT, la durée moyenne mise par le moto-réducteur pour s'arrêter définitivement est de 1,5 s.

Question 29.

Quelle est la valeur de $\ddot{\theta}_{mr0}$ et combien de tours réalise l'arbre de sortie du moto-réducteur avant son arrêt définitif? (formule littérale et application numérique)

III. Roues de l'EFFIBOT

Pour valider le comportement de l'EFFIBOT, il est nécessaire de réaliser un équilibrage des roues, afin d'éviter les phénomènes vibratoires et d'éviter une usure prématuées des composants réalisant les guidage en rotation. On utilise alors un banc d'équilibrage.

Le schéma cinématique d'une équilibreuse de roue de véhicule est donné figure 12.

- Soit $R_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère lié au bâti (S) de l'équilibreuse. Le bras (S_1) a une liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec (S).
- Soit $R_1 (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ un repère lié à (S_1).
- On pose $\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$.
- La roue (S_2) de centre C a une liaison pivot d'axe (O, \vec{x}_1) avec (S_1).
- Soit $R_2 (C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ un repère lié à la roue (S_2) tel que $\overrightarrow{OC} = r \cdot \vec{x}_1$ (r constante positive).
- $\beta(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$.
- Lorsque la roue n'est pas équilibré, les effets dynamiques font varier l'angle $\alpha(t)$ entre 2 bornes qui sont équipées de capteurs. Afin de supprimer cette variation, des masselottes appropriées sont placées sur la périphérie de la jante. Une masselotte d'équilibrage est assimilée à un point P, dont la position dans R_2 est définie par $\overrightarrow{CP} = a \cdot \vec{x}_1 + c \cdot \vec{z}_2$, a et c étant des constantes positives.

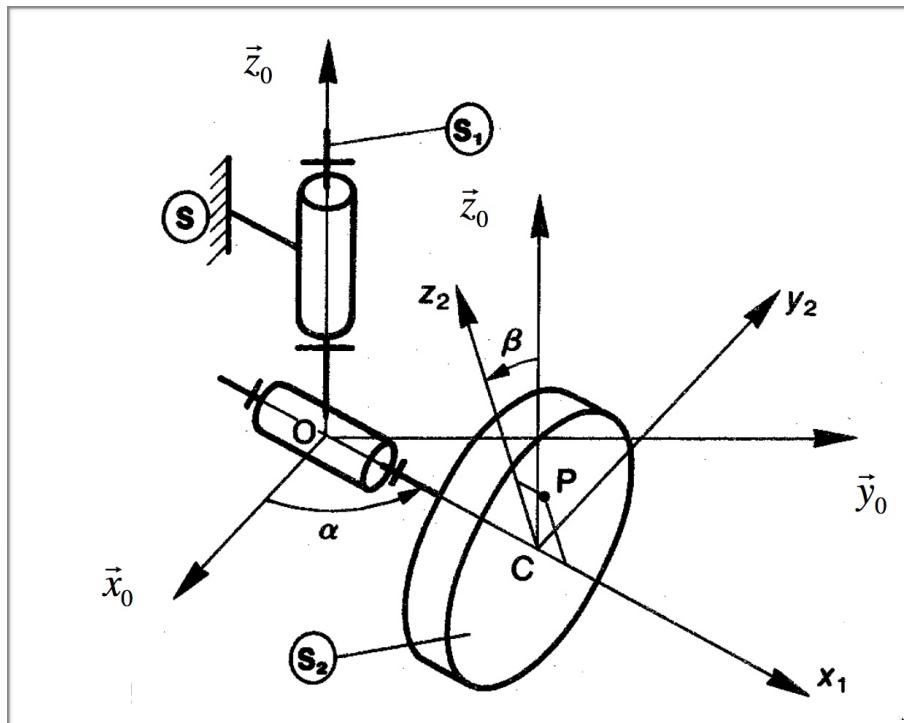


Figure 12 : schéma cinématique d'une équilibreuse de roue de véhicule

Question 30.

Compléter les figures planes du document réponse, permettant d'exprimer d'une part la position de la base 1 par rapport à la base 0, et d'autre part la position de la base 2 par rapport à la base 1. Déterminer $\vec{\Omega}_{1/0}$ et $\vec{\Omega}_{2/1}$.

Question 31.

Déterminer $\vec{\Omega}_{2/0}$.

Question 32.

Déterminer $\vec{V}_{P \in 2/0}$ en utilisant une relation de composition de vitesse (relation à écrire).

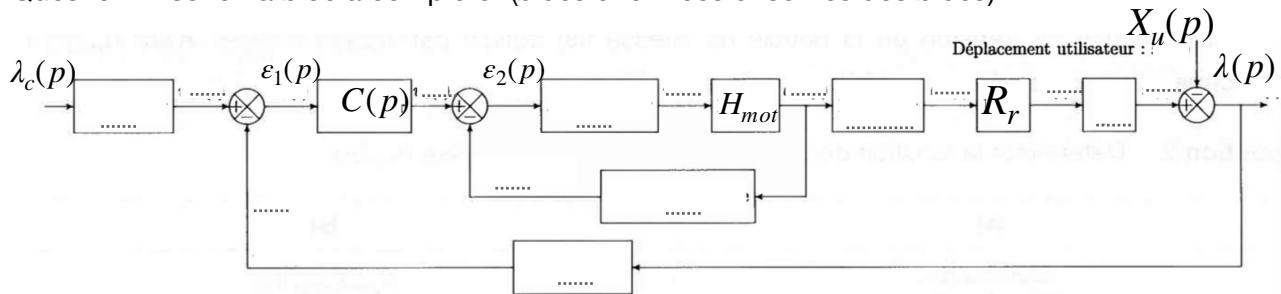
Question 33.

Déterminer $\vec{a}_{P \in 2/0}$.

Fin de l'énoncé

DOCUMENT REPONSE PARTIE A

Question 1: schéma bloc à compléter (*blocs et entrées et sorties des blocs*)



Quelle condition doit alors être vérifiée par K_{ad} ?

Question 2: Ecrire $H_{mot}(p)$ sous sa forme canonique.

$$H_{mot}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} =$$

Question 3: Déterminer la fonction de transfert de la boucle de vitesse $H_{bv}(p)$. L'écrire sous forme canonique.

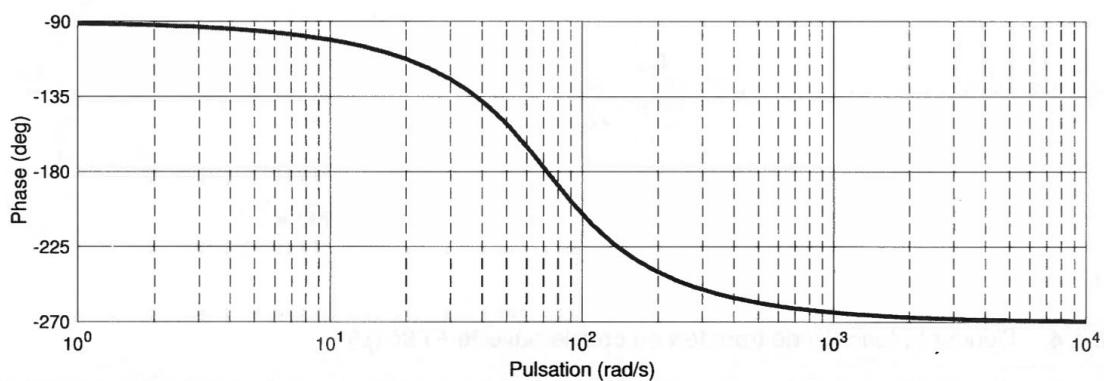
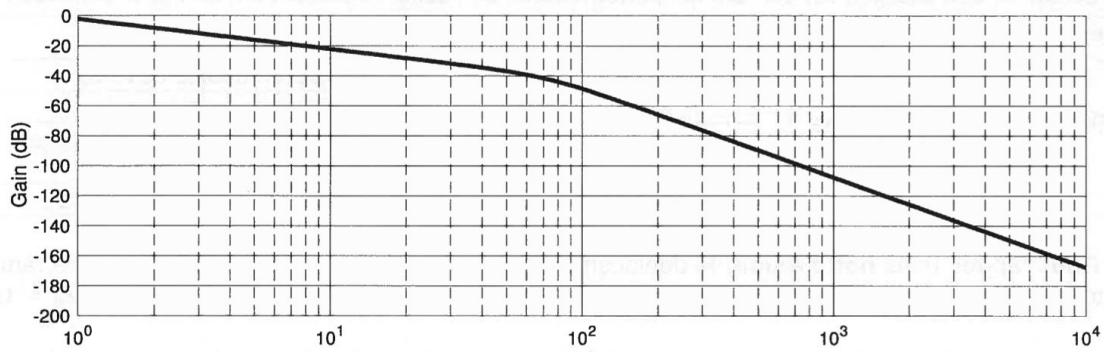
$$H_{bv}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)} =$$

Question 4: Donner les expressions littérales de ξ_{bv} , ω_{bv} et K_{bv}

Question 5: Quelle valeur de ξ_{bv} permet d'avoir le temps de réponse le plus court (système le plus rapide)? Déterminer alors la valeur de K_{am} permettant d'obtenir un temps de réponse minimal de la boucle de vitesse.

Question 6: Donner la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p) = \left[\frac{M(p)}{\varepsilon(p)} \right]_{X(p)=0}$.

Question 7: Indiquer les valeurs asymptotiques des pentes sur la courbe de gain et courbe de phase. Indiquer la (ou les) pulsation(s) de coupure.



Question 8: Donner la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p)$ et indiquer sa classe et son ordre.

$$FTBF(p) = \left[\frac{\lambda(p)}{\lambda_c(p)} \right]_{X(p)=0} =$$

Question 9: Calculer l'erreur statique pour une entrée en échelon $\lambda_c(t) = \lambda_0$, ($X_u(p) = 0$).
(Justifier votre démarche en citant le théorème utilisé)

DOCUMENT REPONSE PARTIE B.I. et B.II.

Question 10: Quelle est la relation liant les distances RM et MF ? Recopier la relation choisie sur ce document réponse

Question 11: En constatant que $RM+MF=L$, déduisez-en la relation vérifiée par RM et par MF .
Recopier les relations choisies sur ce document réponse

Question 12: En déduire alors l'expression de ρ en fonction de Φ , q et L .

Question 13.a : Ecrire la fermeture géométrique de la chaîne $(O_0 D_g M O_0)$. Ecrire les 2 équations en projection sur \vec{x} et sur \vec{y} .

fermeture géométrique:

projection sur \vec{x} :

projection sur \vec{y} :

Question 13.b : Ecrire la fermeture géométrique de la chaîne $(O_0 D_d M O_0)$. Ecrire les 2 équations en projection sur \vec{x} et sur \vec{y} .

fermeture géométrique:

projection sur \vec{x} :

projection sur \vec{y} :

Question 13.c: Déterminer la relation entre Φ_g^{th} , Φ_d^{th} , L et v_a . **Recopier la relation choisie sur ce document réponse**

Question 14.a. : fermetures géométriques
fermeture $(O I B_d C_d D_d O)$:

projection sur \vec{x} :

projection sur \vec{y} :

fermeture $(O I B_g C_g D_g O)$:

projection sur \vec{x} :

projection sur \vec{y} :

Question 14.b. Exprimer les lois entrée-sortie liant γ_g et θ , et γ_d et θ . **Recopier les relations choisies sur ce document réponse**

Question 15: En déduire les relations entre γ_g et Φ_g et entre γ_d et Φ_d . **Recopier les relations choisies sur ce document réponse**

Question 16: Que risque-t-il de se passer sur le système réel lors d'une phase de virage?
Recopier la phrase choisie sur ce document réponse

DOCUMENT REONSE PARTIE C.

Question 17:

$$\overrightarrow{\Omega}_{2d/3d} =$$

$$\left\{ V_{2d/3d} \right\} =$$

Question 18:

$$\overrightarrow{\Omega}_{3d/0} =$$

$$\left\{ V_{3d/0} \right\} =$$

Question 19:

$$\left\{ V_{2d/0} \right\} =$$

Question 20:

$$\overrightarrow{\Omega}_{2d/1} =$$

$$\left\{ V_{2d/1} \right\} =$$

Question 21:

$$\overrightarrow{\Omega}_{1/0} =$$

$$\left\{ V_{1/0} \right\} =$$

Question 22: au point B_d en fonction de $\dot{\theta}$

$$\{V_{2d/0}\} =$$

Question 23: au point G_2 en fonction de $\dot{\theta}$

$$\{V_{2d/0}\} =$$

Question 24: Calculer l'accélération $\vec{a}_{G_2 \in 2d/0}$.

Question 25: Déterminer $\omega_{mr/0}$ en fonction de $\omega_{1/0}$

Question 26: En déduire une relation entre $\vec{\Omega}_{mr/0}$ et $\vec{\Omega}_{1/0}$

Question 27: au point I

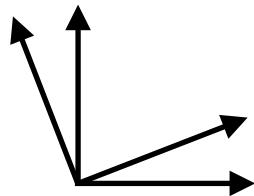
$$\{V_{mr/0}\} =$$

Question 28: Calculer numériquement $\omega_{mr/0}$

Question 29: valeur de $\ddot{\theta}_{mr/0}$ et expression et valeur du nombre de tours pour arrêt complet du moto-réducteur

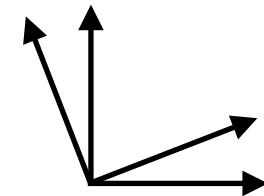
Question 30: Compléter les figures planes

position de la base 1 par rapport à la base 0



$$\vec{\Omega}_{1/0} = \dots$$

position de la base 2 par rapport à la base 1



$$\vec{\Omega}_{2/1} = \dots$$

Question 31: Déterminer $\vec{\Omega}_{2/0}$.

Question 32: Déterminer $\vec{V}_{P \in 2/0}$ en utilisant une relation de composition de vitesse (à écrire).

Question 32: Déterminer $\vec{a}_{P \in 2/0}$.