Robotisation du désherbage mécanique des vignes

Corrigé UPSTI

Question 1 À partir des équations (E3), (I.1), (I.2) et (I.3) établies à partir du modèle cinématique étendu de la figure A, montrer que :

$$\begin{array}{ll} y'_F = \theta + \delta_F - \beta_F & \text{(I.4)} \\ y'_R = \theta + \delta_R - \beta_R & \text{(I.5)} \\ \theta' = \dfrac{y'_F - y'_R}{2L} & \text{(I.6)} \end{array}.$$

On a les résultats suivants : $\theta = \dfrac{y_R - y_F}{2L}$ (E3), d'après (I.1), (I.2) et (I.3), $\dot{x}_{G_2} = V_{G_2}$, $\dot{y_F} = V_{G_2}\left(\theta + \delta_F - \beta_F\right)$ et $\dot{y_R} = V_{G_2}\left(\theta + \delta_R - \beta_R\right)$.

D'après (I.1), $\dot{x}_{G_2} = \dfrac{\mathrm{d}x_{G_2}}{\mathrm{d}t} = V_{G_2}$. Par ailleurs (**à confirmer**) on cherche $y'_F = \dfrac{\mathrm{d}y_F}{\mathrm{d}x_{G_2}} = \dfrac{\mathrm{d}y_F}{\mathrm{d}t} \cdot \dfrac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x_{G_2}} = \dot{y_F} \cdot \dfrac{1}{V_{G_2}}$ $= \theta + \delta_F - \beta_F$.

On montre de même que $y'_R = \theta + \delta_R - \beta_R$

Enfin, $\theta' = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x_{G_2}} = \dfrac{\dfrac{\mathrm{d}y_R}{\mathrm{d}x_{G_2}} - \dfrac{\mathrm{d}y_F}{\mathrm{d}x_{G_2}}}{2L} = \dfrac{y'_R - y'_F}{2L}$.

Attention : le sujet propose l'opposé de ce résultat.

0.0.1 Asservissement de la variable de déplacement latéral y_F à une consigne $y_F^* = 0$

- Objectif

Justifier le choix du modèle du comportement en déplacement latéral y_F du robot assurant sa convergence à une valeur de consigne y_F^* et son réglage

Question 2 Par analogie avec un modèle temporel usuel d'ordre 2 à identifier, de paramètres caractéristiques ω_{0F}, ξ_F et K_F :

- en justifiant la réponse, tracer l'allure de l'évolution de $y_F\left(x_{G_2}\right)$ imposée par le modèle 1 (I.7) pour une consigne $y_F^* = 0$ en fonction de x_{G_2}, lorsque $y_F\left(x_{G_2} = 0\right) = y_{F0} > 0$ (y_{F0} étant une valeur constante), $y'_F\left(x_{G_2} = 0\right) = 0$, $K_{pF} = \dfrac{K_{dF}^2}{4}$ et $K_{dF} \simeq 5$;
- préciser sur le graphe les éléments caractéristiques de la courbe tracée pour $x_{G_2} = 0$;
- justifier pourquoi le paramètre K_{pF} a été réglé de telle sorte que $K_{pF} = \dfrac{K_{dF}^2}{4}$, compte-tenu du contexte de fonctionnement du robot enjambeur.

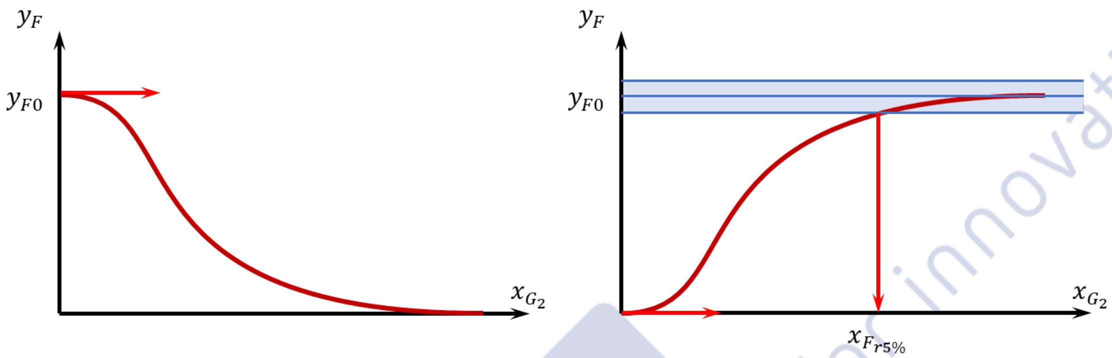
Identification des caractéristiques ω_{0F}, ξ_F et K_F

En utilisant l'analogie avec un modèle temporel, on a $s'' + 2\xi_F\omega_{0F}s' + \omega_{0F}^2 s = K_F e \omega_0^2$ à identifier avec la relation $y''_F + K_{dF}y'_F + K_{pF}y_F = K_{pF}y_F^*$. On a alors $\omega_{0F}^2 = K_{pF}$, $K_{pF} = K_F\omega_{0F}^2$ soit $K_F = 1$. De plus, $2\xi_F\omega_{0F} = K_{dF}$ soit $\xi_F = \dfrac{K_{dF}}{2\omega_{0F}} = \dfrac{K_{dF}}{2\sqrt{K_{pF}}}$.

On a donc $\omega_{0F} = \sqrt{K_{pF}}$, $\xi_F = \dfrac{K_{dF}}{2\sqrt{K_{pF}}}$ et $K_F = 1$.

Tracer de l'allure de l'évolution de $y_F\left(x_{G_2}\right)$ En utilisant les valeurs proposées, $\xi_F = \dfrac{K_{dF}}{2\sqrt{K_{pF}}} \dfrac{K_{dF}}{2\dfrac{K_{dF}}{2}} = 1$.

L'allure de l'évolution de $y_F\left(x_{G_2}\right)$ est donc celle d'un second ordre amorti. Il y a donc une tangente horizontale à l'origine (ce qui est confirmé par le fait qu'il soit indiqué que $y'_F\left(x_{G_2} = 0\right) = 0$.



Justifier que $K_{pF} = \dfrac{K_{dF}^2}{4}$ En ayant fait ce choix pour K_{pF}, on assure un $\xi = 1$ donc un système le plus rapide possible sans dépassement. Cela permet d'éviter les oscillations autour de la trajectoire cible et donc de limiter les problèmes de glissement.

Question 3 Expliquer ce que représente $x_{F_{r5\%}}$ dans le cas de ce modèle spatial (I.8), analogue du temps de réponse à 5 % dans le cas d'un modèle temporel. Préciser son unité. Compte-tenu de la valeur prise précédemment pour le réglage de K_{pF}, donner alors une expression littérale approchée de $x_{F_{r5\%}}$ en fonction de K_{dF}. Effectuer l'application numérique et conclure sur la pertinence de la valeur numérique de K_{dF}, vu le contexte d'utilisation du robot enjambeur.

$x_{F_{r5\%}}$ représente la distance que met le robot à être à une distance inférieure à 5 % de la trajectoire. Elle s'exprime en mètres (si toutes les distance sont en mètres).

D'après l'abaque du temps de réponse à 5 % pour un système d'ordre 2, on a $\omega_{0F} x_{F_{r5\%}} \simeq 5$ pour $\xi_F = 1$ **(ce résultat ne me semble pas exigible dans le programme de PCSI-PSI)**. On a alors $x_{F_{r5\%}} \simeq \dfrac{5}{\omega_{0F}} \simeq \dfrac{5}{\sqrt{K_{pF}}} \simeq \dfrac{5 \times 2}{K_{dF}} \simeq 2\,\text{m}$. Cela semble réaliste compte-tenu de la longueur des rangs de vignes.

0.0.2 Génération des consignes d'orientation δ_F^* et δ_R^* des roues médianes

- Objectif

Établir deux relations permettant de déterminer la consigne d'orientation de la roue médiane avant δ_F^* et celle de la roue médiane arrière δ_R^* (figure A).

Question 4 À partir des relations issues du modèle cinématique étendu du robot (figure A), de la relation issue du modèle 1 choisi pour le comportement de $y_F\left(x_{G_2}\right)$, et en sachant que les relations (E1) et (E2) trouvées à la question 1 permettent de considérer que les valeurs des variables y_F et y_F sont connues si y_{G_2} et θ le sont aussi (trajectoire $\mathcal{T}$ connue) :

1. déterminer l'expression de y''_F, en fonction de δ_F, β_F, δ_R, β_R et L. Pour ce faire, commencer par exprimer y''_F à partir de la relation (I.4), en tenant compte de l'hypothèse relative aux valeurs de $\delta'_F - \beta'_F$;

2. en tenant compte du point de fonctionnement souhaité, déterminer ensuite l'expression de δ_F de la roue médiane avant 5, en utilisant la relation (I.7), puis les relations (I.4) et (E3) ;
3. en identifiant précisément les variables qui sont mesurées et estimées, et en supposant que les dispositifs d'orientation des roues fonctionnent parfaitement et assurent ainsi que $\delta_F^* = \delta_F$, montrer alors que l'expression de δ_F^* est de la forme $\delta_F^* = C_1\hat{\beta}_F + C_2\left(\delta_R - \hat{\beta}_R\right) + C_3 y_F + C_4 y_R$;
4. donner les expressions littérales de C_1, C_2, C_3 et C_4 en fonction de K_{dF}, K_{pF} et L.

Déterminer l'expression de y_F'', en fonction de δ_F, β_F, δ_R, β_R et L

D'après la relation (I.4), on a : $y_F' = \theta + \delta_F - \beta_F$. On alors $y_F'' = \dfrac{\mathrm{d}y_F'}{\mathrm{d}x_{G_2}} = \theta' + \delta_F' - \beta_F'$. Or en utilisant (I.6), on obtient $y_F'' = \dfrac{y_F' - y_R'}{2L} + \delta_F' - \beta_F'$. En utilisant a nouveau (I.4) et (I.5), $y_F'' = \dfrac{(\theta + \delta_F - \beta_F) - (\theta + \delta_R - \beta_R)}{2L} + \delta_F' - \beta_F'$ soit $y_F'' = \dfrac{\delta_F - \delta_R + \beta_R - \beta_F}{2L} + \delta_F' - \beta_F'$.

En tenant compte de l'hypothèse du sujet, $\delta_F' - \beta_F' \simeq 0$ et $y_F'' = \dfrac{\delta_F - \delta_R + \beta_R - \beta_F}{2L}$.

Déterminer ensuite l'expression de δ_F

D'après (I.7), on a $y_F'' + K_{dF}y_F' + K_{pF}y_F = K_{pF}y_F^*$. En utilisant (I.4), $y_F'' + K_{dF}(\theta + \delta_F - \beta_F) + K_{pF}y_F = K_{pF}y_F^*$. Enfin en utilisant (E3), $y_F'' + K_{dF}\left(\dfrac{y_R - y_F}{2L} + \delta_F - \beta_F\right) + K_{pF}y_F = K_{pF}y_F^*$.

On a donc $K_{dF}\delta_F = K_{pF}y_F^* - y_F'' - K_{pF}y_F - K_{dF}\left(\dfrac{y_R - y_F}{2L} - \beta_F\right)$

$\Leftrightarrow \delta_F = \dfrac{K_{pF}}{K_{dF}}y_F^* - \dfrac{y_F''}{K_{dF}} - \dfrac{K_{pF}}{K_{dF}}y_F - \left(\dfrac{y_R - y_F}{2L} - \beta_F\right)$.

Montrer que $\delta_F^* = C_1\hat{\beta}_F + C_2\left(\delta_R - \hat{\beta}_R\right) + C_3 y_F + C_4 y_R$

En utilisant les relations précédentes, on a $\delta_F = \dfrac{K_{pF}}{K_{dF}}y_F^* - \dfrac{1}{K_{dF}}\left(\dfrac{\delta_F - \delta_R + \beta_R - \beta_F}{2L}\right) - \dfrac{K_{pF}}{K_{dF}}y_F - \left(\dfrac{y_R - y_F}{2L} - \beta_F\right)$.

On peut montrer que $\hat{\beta}_F = \beta_F$ et $\hat{\beta}_R = \beta_R$.

(En effet : $\hat{\beta}_F = \theta + \delta_F - \dfrac{\dot{y}_F}{V_{G_2}} = \dfrac{y_R - y_F}{2L} + \delta_F - \dfrac{\dot{y}_F}{V_{G_2}} = \dfrac{y_R - y_F}{2L} + \delta_F - \dfrac{V_{G_2}(\theta + \delta_F - \beta_F)}{V_{G_2}} = \dfrac{y_R - y_F}{2L} - \left(\dfrac{y_R - y_F}{2L} - \beta_F\right) = \beta_F$).

On a donc $\delta_F = \dfrac{K_{pF}}{K_{dF}}y_F^* - \dfrac{1}{K_{dF}}\left(\dfrac{\delta_F - \delta_R + \hat{\beta}_R - \hat{\beta}_F}{2L}\right) - \dfrac{K_{pF}}{K_{dF}}y_F - \dfrac{y_R - y_F}{2L} + \hat{\beta}_F$

$\Leftrightarrow \delta_F = \dfrac{K_{pF}}{K_{dF}}y_F^* - \dfrac{1}{2LK_{dF}}\left(\delta_F - \delta_R + \hat{\beta}_R - \hat{\beta}_F\right) - \dfrac{K_{pF}}{K_{dF}}y_F - \dfrac{y_R}{2L} + \dfrac{y_F}{2L} + \hat{\beta}_F$

$\Leftrightarrow \delta_F = \dfrac{K_{pF}}{K_{dF}}y_F^* - \dfrac{\delta_F}{2LK_{dF}} + \left(1 + \dfrac{1}{2LK_{dF}}\right)\hat{\beta}_F + \dfrac{1}{2LK_{dF}}\left(\delta_R - \hat{\beta}_R\right) + \left(\dfrac{1}{2L} - \dfrac{K_{pF}}{K_{dF}}\right)y_F - \dfrac{y_R}{2L}$

$\Leftrightarrow \delta_F\left(1 + \dfrac{1}{2LK_{dF}}\right) = \dfrac{K_{pF}}{K_{dF}}y_F^* + \left(1 + \dfrac{1}{2LK_{dF}}\right)\hat{\beta}_F + \dfrac{1}{2LK_{dF}}\left(\delta_R - \hat{\beta}_R\right) + \left(\dfrac{1}{2L} - \dfrac{K_{pF}}{K_{dF}}\right)y_F - \dfrac{y_R}{2L}$

$\Leftrightarrow \delta_F = \dfrac{2LK_{pF}}{1 + 2LK_{dF}}y_F^* + \hat{\beta}_F + \dfrac{1}{1 + 2LK_{dF}}\left(\delta_R - \hat{\beta}_R\right) + \dfrac{K_{dF} - 2LK_{pF}}{1 + 2LK_{dF}}y_F - \dfrac{K_{dF}}{1 + 2LK_{dF}}y_R$.

On aurait donc $C_1 = 1$, $C_2 = \dfrac{1}{1 + 2LK_{dF}}$, $C_3 = \dfrac{K_{dF} - 2LK_{pF}}{1 + 2LK_{dF}}$, $C_4 = -\dfrac{K_{dF}}{1 + 2LK_{dF}}$.

Ne correspond pas à l'expression demandée.