

Séquence : 08

Document : TD02
Lycée Dorian
Renaud Costadoat
Françoise Puig



Avec Correction

Statique graphique



Référence	S08 - TD02
Compétences	Mod2-C15: Modélisation des actions mécaniques
Description	Modéliser et résoudre un exercice de statique graphique
Système	Attelage TGV, Roboclimber, Tapis de course à pied

1 Tapis de course à pied TC 790

1.1 Présentation



Depuis maintenant plusieurs décennies, on constate un essor de la pratique des sports d'extérieur dans les salles de fitness, faisant apparaître régulièrement de nouveaux appareils. Ainsi, au début des années 1980, des tapis permettant de pratiquer la course à pied à l'instar des vélos d'appartement ou encore des rameurs sont apparus.

Figure 1 – Tapis de course

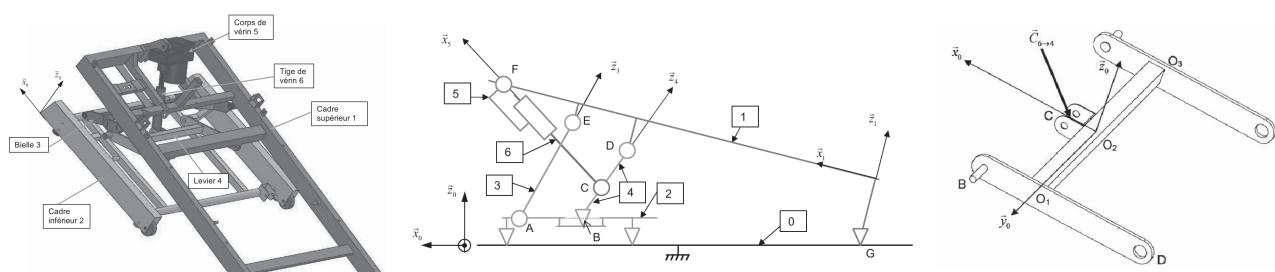


Figure 2 – Schéma du tapis

1.2 Étude statique

L'objectif est de déterminer l'effort maximal que doit développer le vérin afin de maintenir le tapis à l'équilibre. On se contente ici d'une étude dans le domaine statique car l'élévation du tapis se fait à une vitesse quasi-constante et les accélérations mises en jeu sont faibles.

L'étude est faite dans le cas le plus défavorable. On considère le coureur ayant la masse maximum indiquée dans le cahier des charges, c'est-à-dire 130 kg. Il est positionné le plus en avant sur la bande de course. Le cadre est en position horizontale : $\alpha_{10} = 0^\circ$.

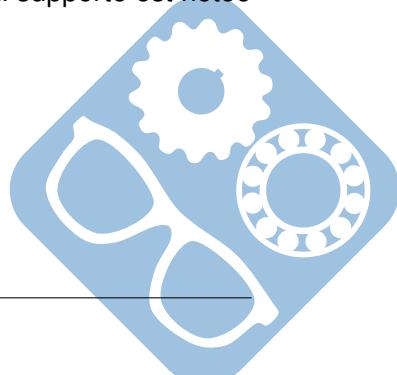
L'étude est menée dans le plan. Les glisseurs seront introduits de la façon suivante : en M, pour une liaison entre les solides i et j , la résultante d'actions mécaniques est notée $\overrightarrow{M_{i \rightarrow j}} = Z_M \cdot \vec{z}_\alpha + X_M \cdot \vec{x}_\alpha$ où $B_\alpha = (\vec{z}_\alpha, \vec{x}_\alpha)$ est la base de projection. On pourra également noter ce vecteur $\overrightarrow{M_{i \rightarrow j}} = M_{i \rightarrow j} \cdot \vec{u}_\alpha$ avec \vec{u}_α un vecteur unitaire.

Données :

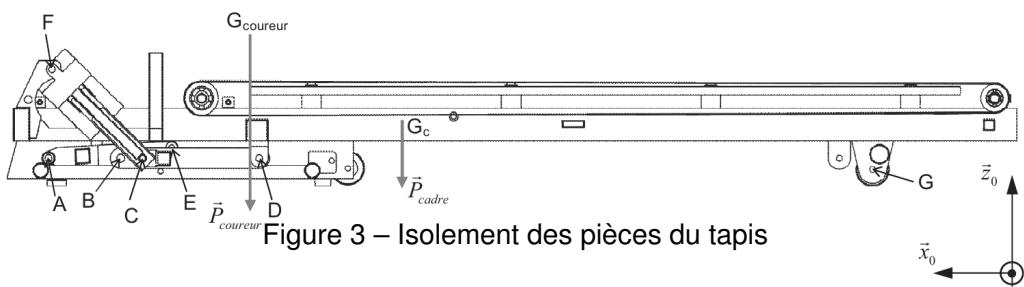
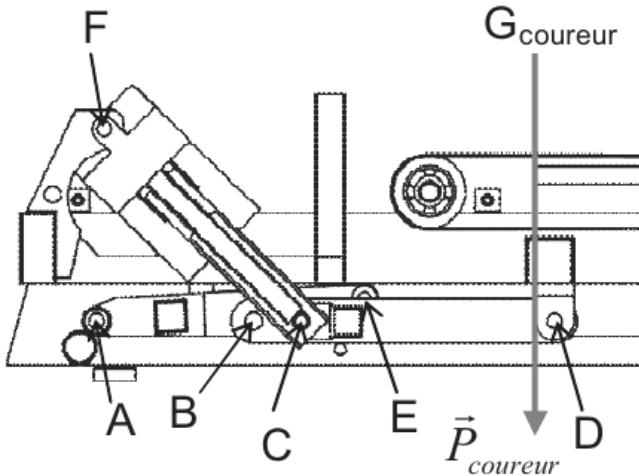
- L'action de pesanteur sur le coureur est notée $\overrightarrow{P_{coureur}} = -P_{coureur} \cdot \vec{z}_0$ s'appliquant en $G_{coureur}$,
- L'action de pesanteur sur le cadre supérieur ainsi que toutes les pièces qu'il supporte est notée $\overrightarrow{P_{cadre}} = -P_{cadre} \cdot \vec{z}_0$ s'appliquant en G_c ;
- On note $\overrightarrow{GG_{coureur}} \cdot \vec{x}_0 = x_{coureur}$ et $\overrightarrow{GG_c} \cdot \vec{x}_0 = x_{cadre}$.

Hypothèses :

- Toutes les liaisons sont considérées sans frottement,
- La pièce 2 sera considérée encastrée avec le sol,
- Les poids des autres pièces sont négligés.



Question 1 : Vous utiliserez pour répondre la figure 3. Déterminer les directions des efforts en A, B, C, D, E et F. Indiquer notamment dans le tableau proposé les isolements successifs réalisés, et pour chaque isolement l'(les) effort(s) pour lequel(lesquels) la direction a été déduite. Réaliser sur la figure proposée la construction graphique associée.



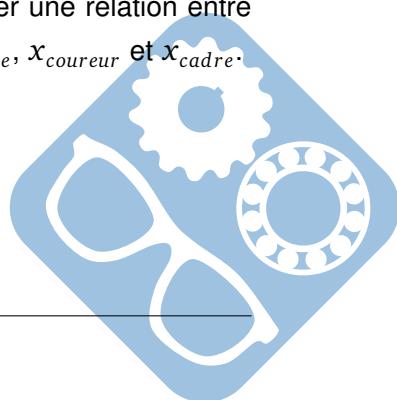
On note : $\overrightarrow{C_{6 \rightarrow 4}} = Z_C \cdot \vec{z}_0 + X_C \cdot \vec{x}_0$ l'effort en C et $\overrightarrow{D_{1 \rightarrow 4}} = Z_D \cdot \vec{z}_0 + X_D \cdot \vec{x}_0$ l'effort en D.

Question 2 : Préciser l'isolement et le théorème utilisé permettant de montrer que $X_C = -X_D$. Cette relation reste-t-elle valable quelque soit l'angle d'inclinaison du cadre supérieur ?

On note : $\overrightarrow{E_{3 \rightarrow 1}} = Z_E \cdot \vec{z}_0 + X_E \cdot \vec{x}_0$ l'effort en E et $\overrightarrow{F_{1 \rightarrow 5}} = Z_F \cdot \vec{z}_0 + X_F \cdot \vec{x}_0$ l'effort en F.

Question 3 : Préciser l'isolement et le théorème utilisé permettant de déterminer X_E . En déduire l'expression de $\overrightarrow{E_{3 \rightarrow 1}}$.

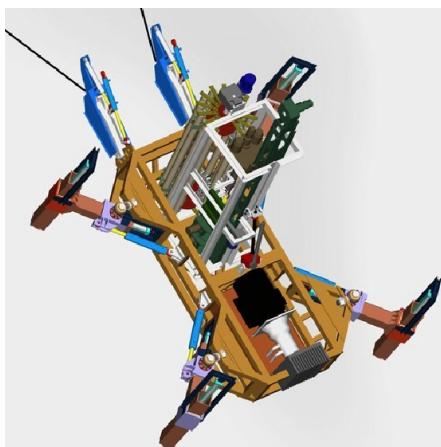
Question 4 : Préciser l'isolement et le théorème utilisé permettant de déterminer une relation entre x_{FG} , x_{DG} (projections des vecteurs \vec{FG} et \vec{DG} sur l'axe \vec{x}), Z_F , Z_D , $P_{courreur}$, P_{cadre} , $x_{coureur}$ et x_{cadre} .



2 Robot de consolidation de parois rocheuses : Le « Roboclimber »

2.1 Présentation du système

Roboclimber est un robot géotechnique utilisé pour la consolidation des talus de sols naturels ou des escarpements rocheux au dessus des routes ou des zones habitées. Il est issu d'un programme européen de recherche et est actuellement exploité par la société italienne d'ingénierie D'Appolonia.



Le Roboclimber est un robot d'environ 3 tonnes transportant une unité autonome de forage et de pose des pieux. Il utilise pour se mouvoir et assurer son équilibre lors du forage 4 pieds indépendants, ainsi que deux câbles de traction fixés en hauteur.

Figure 4 – Roboclimber

2.2 Vérification du critère « Saisir les tubes »

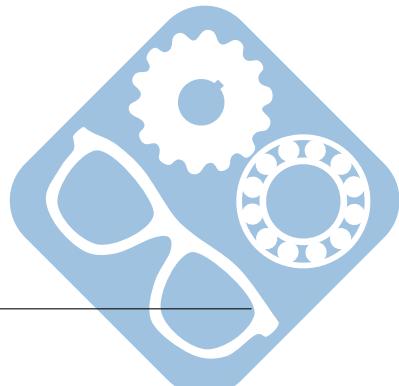
Un bras automatisé est chargé de déplacer les tubes depuis le carrousel, où ils sont stockés, vers la foreuse où ils seront assemblés au train de tubes. L'effecteur de ce bras est une pince dont on valide ici certains critères fonctionnels.

Problématique : La conception de la pince s'est faite sous la double contrainte de la fiabilité (car le robot est autonome) et de l'encombrement (car la place pour saisir un tube sur le barillet est réduite).

Pour garantir une fiabilité optimale, il a été choisi de ne munir ce dispositif à deux degrés de liberté que d'un seul actionneur : un vérin hydraulique.

Ainsi, le même vérin va assurer le déplacement en translation de la pince, de façon à venir en contact avec le tube, et la fermeture / ouverture des doigts pour la saisie du tube.

Quand la paume est en contact avec le tube, le schéma cinématique de la pince « doigts ouverts » peut être ramené à celui de la figure 5.



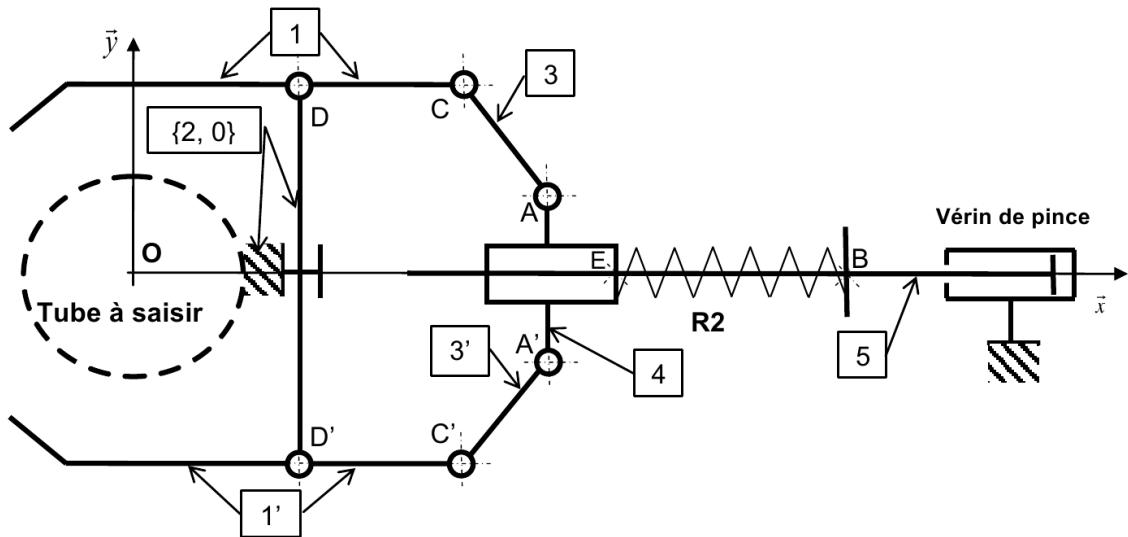


Figure 5 – Schéma cinématique de la pince

Lors de la phase d'avance, le ressort R2, de raideur k_2 , n'est pas comprimé. On note sa longueur à vide l_{02} .

A un instant t , on note x_A l'abscisse du point A et x_B l'abscisse du point B.

Les mouvements étant suffisamment lents, on se place dans le cas de l'équilibre statique dans le référentiel lié au corps de la pince supposé galiléen.

Question 1 : Par des constructions géométriques sur le dessin du document-réponse, déterminer le déplacement Δx_A du point A de la position « paume en contact avec le tube » à la position « doigts fermés ».

A partir de cette position « pince fermée »(dans laquelle le ressort R2 n'est pas encore comprimé), la tige du vérin est sortie d'une longueur supplémentaire $|\Delta x_B|$ ($\Delta x_B < 0$), qui provoque l'effort de verrouillage des doigts sur le tube en exerçant un effort sur le coulisseau 4 décrit par le glisseur :

$$\{R_{2 \rightarrow 4}\} = \left\{ \begin{array}{l} k_2 \cdot \Delta x_B \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E$$

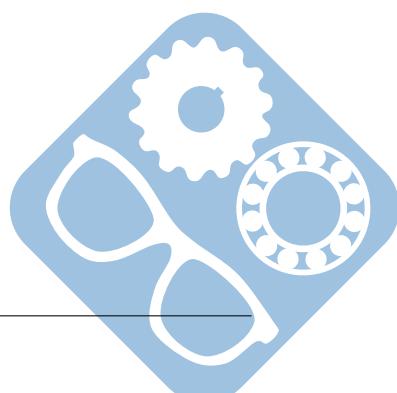
On fixe $\Delta x_B = -31mm$, on donne $k_2 = 13N.mm^{-1}$.

On se place dans le cas de l'équilibre statique dans le référentiel lié au corps de la pince supposé galiléen.

On considère le problème plan et le contact doigt / tube réduit à un point.

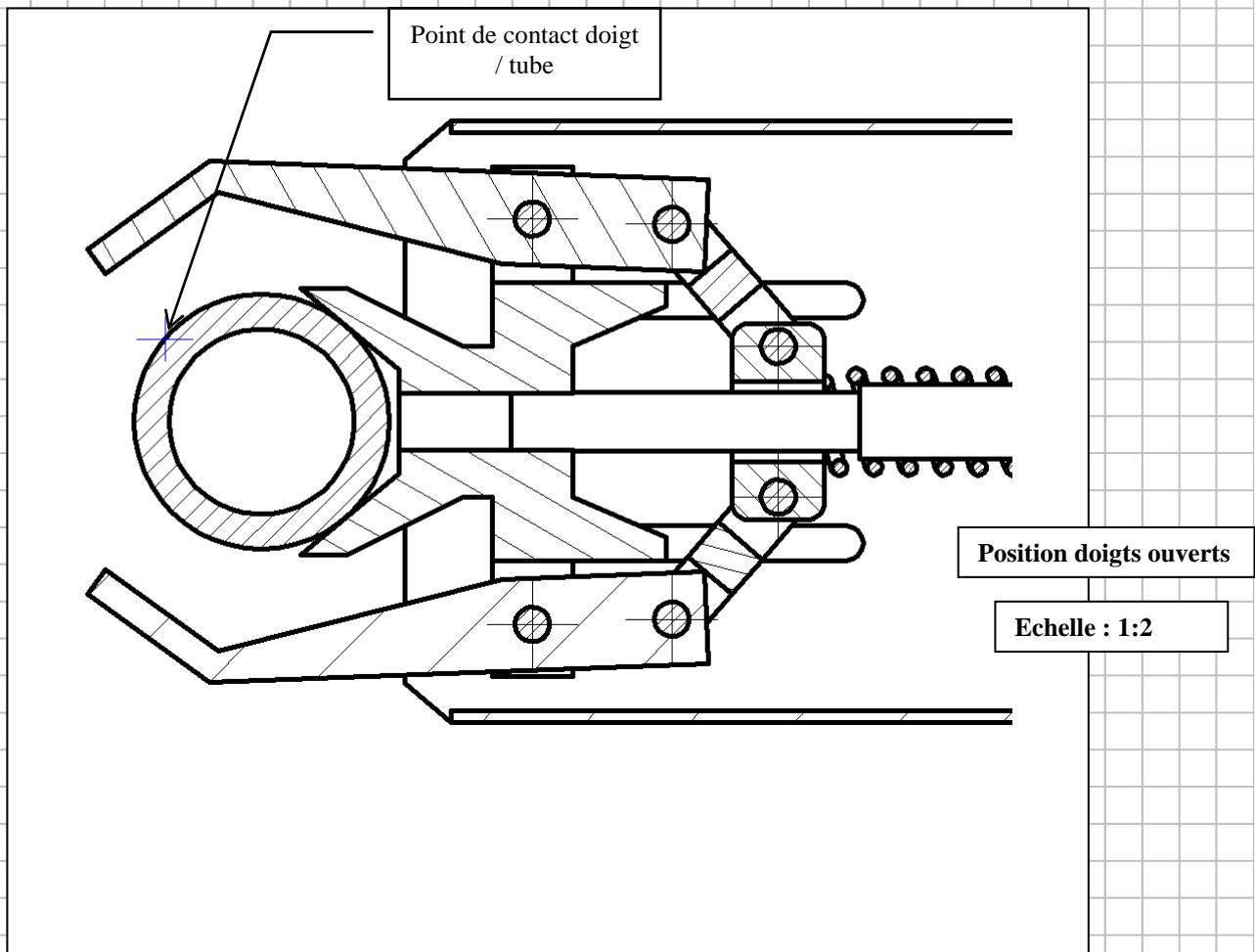
Le poids des pièces de la pince est négligé et les liaisons articulations sont sans frottement.

Question 2 : Par une construction graphique sur le document-réponse, qui sera justifiée, déterminer la force exercée par chaque doigt sur le tube. On considère qu'aucune action extérieure n'est exercée sur le tube et que pour des raisons de symétrie, les forces de contact paume/tube et doigt/tube passent par le centre du tube.



III - VERIFICATION DES CRITERES DE LA FONCTION FT 2211 « Saisir les tubes »

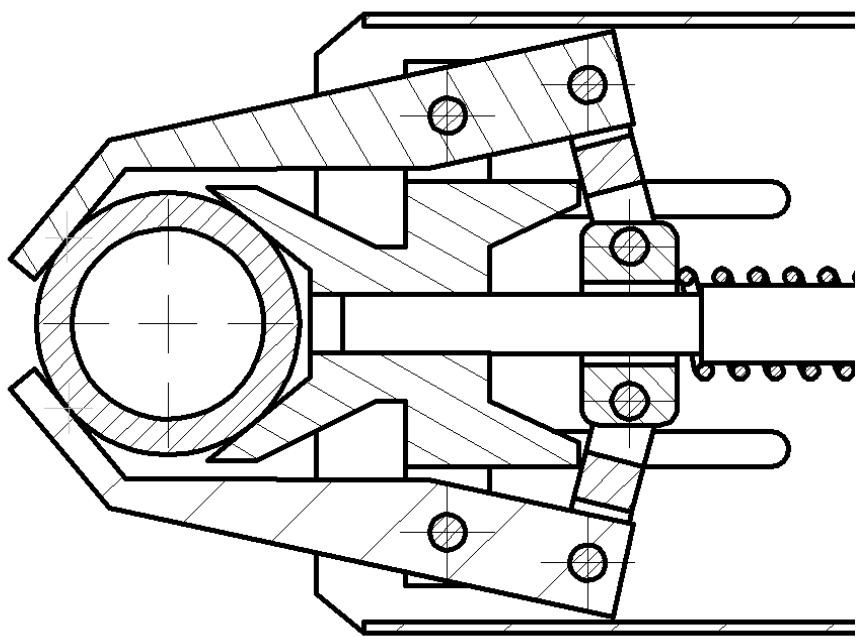
Question 3 : Déplacement Δx_A



Copie PSI page 3/17
Tournez la page S.V.P.

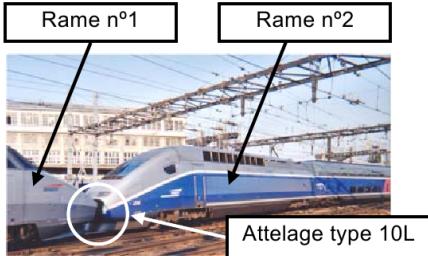
Question 4 : Force exercée par chaque doigt sur le tube

Echelle conseillée : 1cm ↔ 100N



3 L'attelage automatique Type 10L

3.1 Présentation du système



Pour offrir aux passagers des déplacements à très grande vitesse, la SNCF dispose de rames TGV composées chacune de 2 motrices encadrant 8 voitures.

Dans certains cas d'affluence, veille de « grand week-end » ou vacances scolaires, afin de transporter un maximum de passagers, la SNCF réalise l'assemblage de 2 rames, au niveau des motrices, par le biais d'un attelage de type 10L. Cet attelage est composé de deux demi-attelages.

Au désaccouplement, il reste un demi-attelage sur chacune des motrices.

Figure 6 – Attelage TGV

3.2 Problématique de l'étude

Validation de la fonction « empêcher les ressorts de compression de se détendre ». Dans cette partie, on étudie le mécanisme dans la phase d'approche des deux coupleurs (voir figure 1 du document DT3). Le verrou 3 et la manille 2 sont immobiles par rapport au corps 1, le cliquet 4 n'est pas libéré.

Pour empêcher les ressorts de compression 10 et 11 de se détendre, la dent du cliquet 4, repérée « d » sur les documents DT4 et DT5, est soumise à un effort de contact important.

Objectif de l'étude : la surface de contact entre la dent « d » du cliquet 4 et le bossage du corps 6 est restreinte et soumise à une pression importante. La pression superficielle de contact maximale admise, dans ces conditions, est de 50 MPa. On se propose de comparer la pression effective à cette pression admissible afin de valider ou non la dimension de la surface de contact.

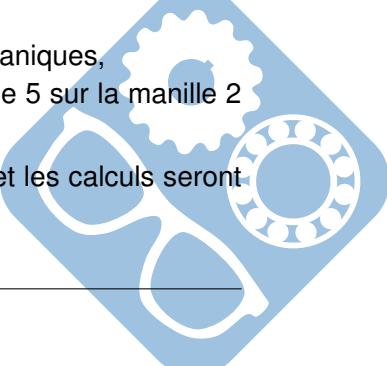
Pour obtenir le résultat recherché, il est nécessaire d'étudier successivement :

- l'équilibre du cylindre d'accouplement {5, 9, 10, 11},
- l'équilibre de la manille 2,
- l'équilibre du verrou 3,
- l'équilibre du cliquet 4.

Hypothèses :

- le problème est considéré comme plan dans le plan (O, \vec{x}, \vec{y}) dans la position de la coupe B-B du document DT5,
- les liaisons pivots de centres O, A, B, C et F sont considérées comme parfaites (voir DR4),
- le centre F de la liaison pivot entre le cliquet 4 et le verrou 3 est ramené dans ce plan (O, \vec{x}, \vec{y}) ,
- la liaison au point E entre le corps 1 et la manille 2 est considérée comme parfaite,
- la liaison au point H entre la dent du cliquet 4 et le corps 6 est assimilée à une ponctuelle de normale (H, \vec{y}) , il n'existe pas d'autre liaison entre 4 et 6 et l'action du ressort de pression 7 est négligée,
- les poids des différentes pièces sont négligés devant les autres actions mécaniques,
- l'action des ressorts 10 et 11 sur le piston 5 donne une action mécanique de 5 sur la manille 2 telle que $\|\overrightarrow{B_{5 \rightarrow 2}}\| = 2500N$.

Les tracés seront effectués sur le document DR4. Les bilans, les justifications et les calculs seront rédigés sur feuille de copie.



Question 1 : Étudier l'équilibre du cliquet 4 et justifier que le support des actions mécaniques extérieures appliquées est la droite passant par les points H et F (voir DR4, figure 1).

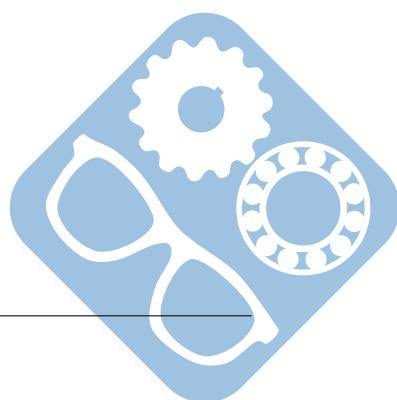
Quel que soit le résultat trouvé à la question 2, prendre $\|\overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}}\| = 2500N$. $\overrightarrow{A_{2 \rightarrow 3}}$ est représentée sur le document DR4.

Question 2 : Étudier l'équilibre du verrou 3 en faisant le bilan des actions et déterminer graphiquement, sur la figure 2 du document DR4, les actions mécaniques agissant sur le verrou 3.

Question 3 : Représenter sur la figure 1 du document DR4, en les désignant, les actions mécaniques extérieures agissant sur le cliquet 4 et indiquer la valeur de leurs normes.

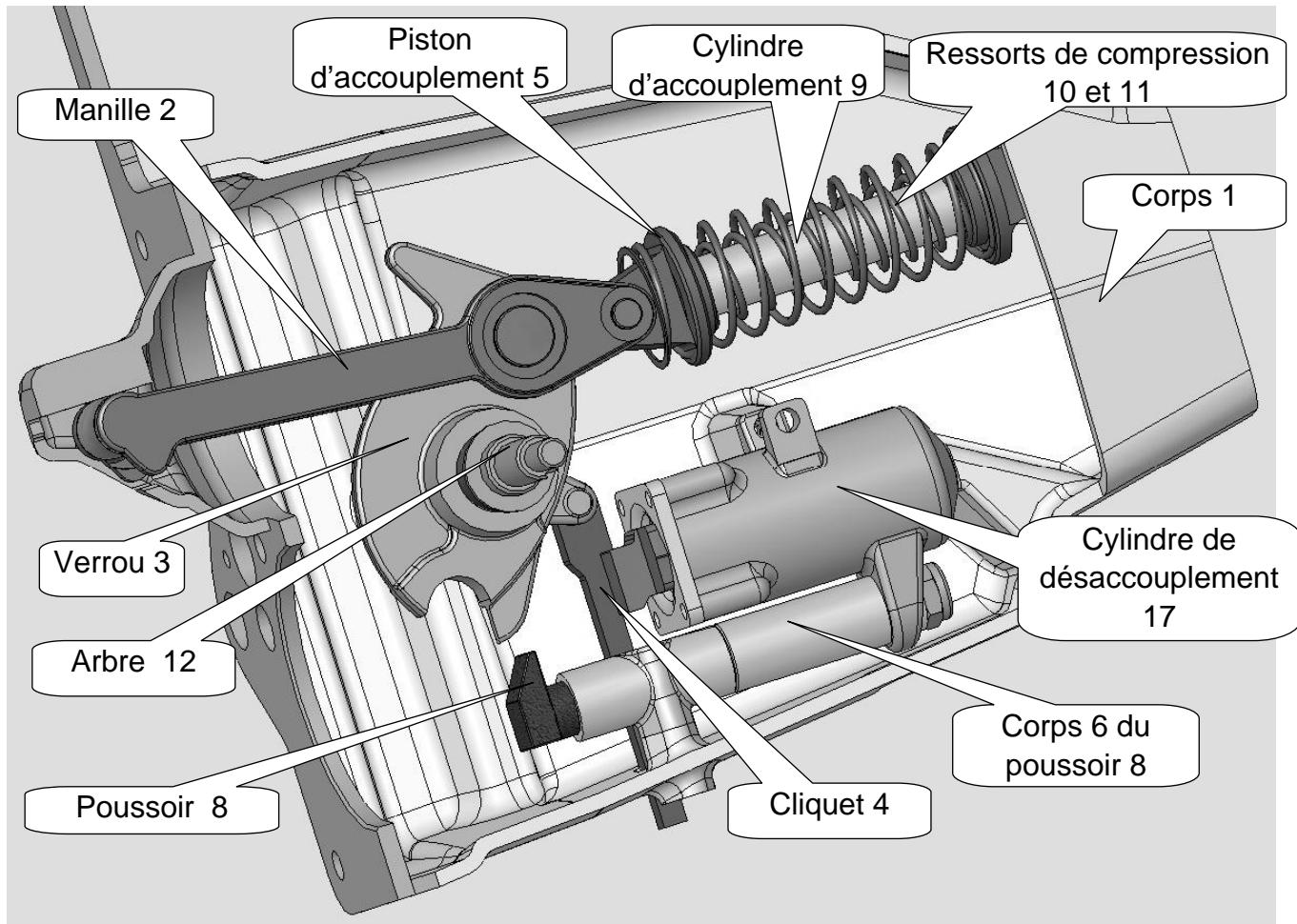
Question 4 : En réalité le contact en H n'est pas ponctuel mais surfacique. Sachant que l'aire de la surface de contact entre la dent du cliquet 4 et le bossage du corps 6 est de $75mm^2$, calculer la pression de contact supposée uniforme.

Question 5 : La pression superficielle admissible étant de $50MPa$, conclure quant à la validité de la dimension de la surface de contact. Justifier votre réponse.

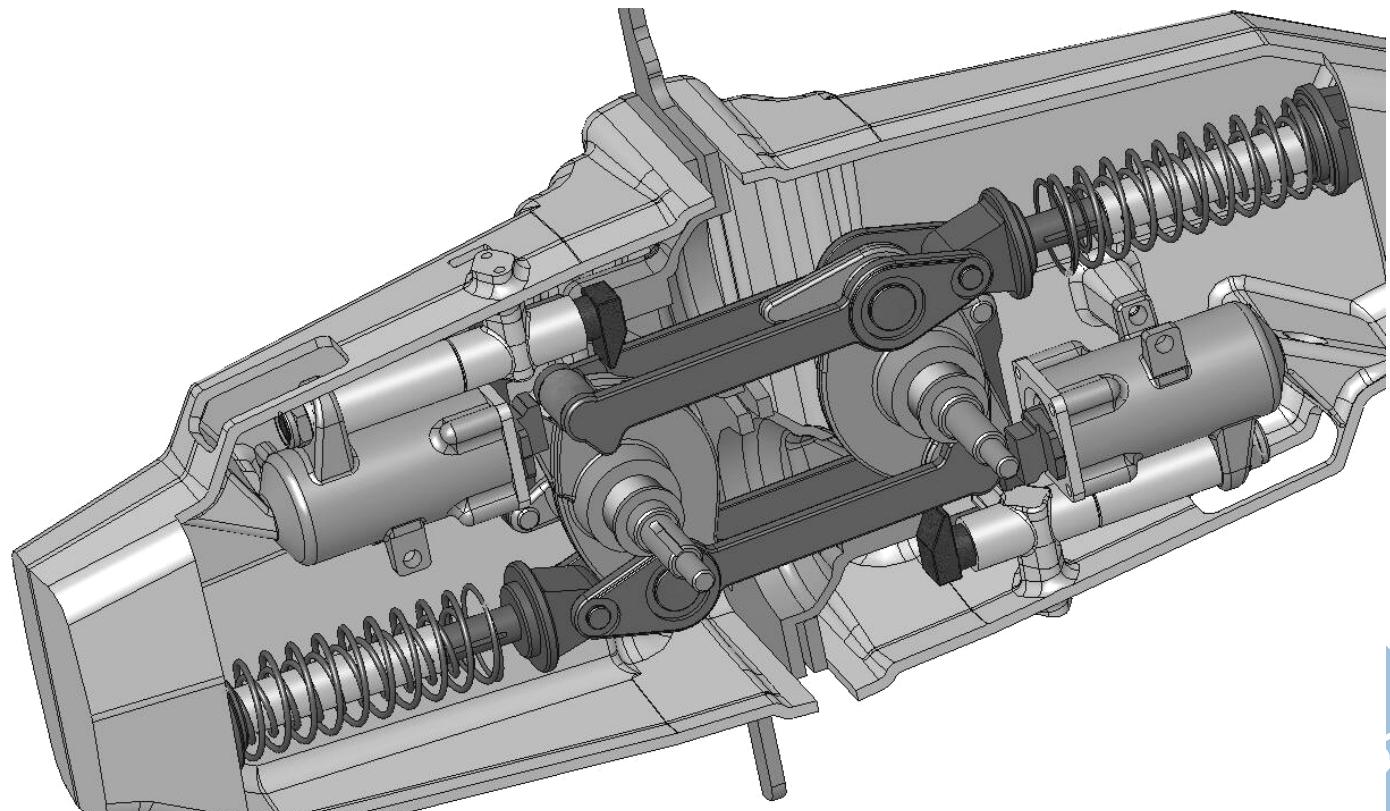


PRÉSENTATION DE L'ATTELAGE AUTOMATIQUE TYPE 10L

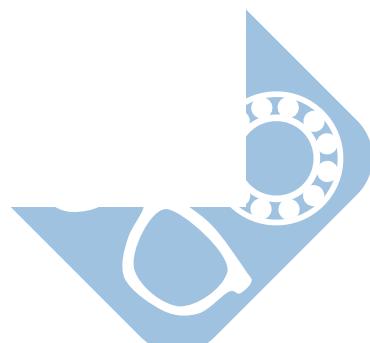
Pièces principales du coupleur mécanique d'un demi-attelage



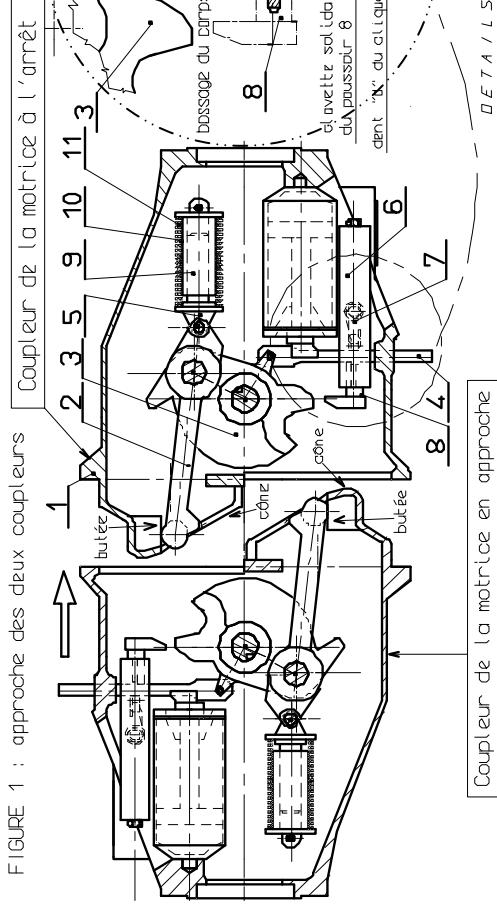
Position accouplée des coupleurs mécaniques des deux demi-attelages



DT 2



PRINCIPE DE L'ACCOUPLEMENT MÉCANIQUE DES DEUX DEMI-ATTELAGES

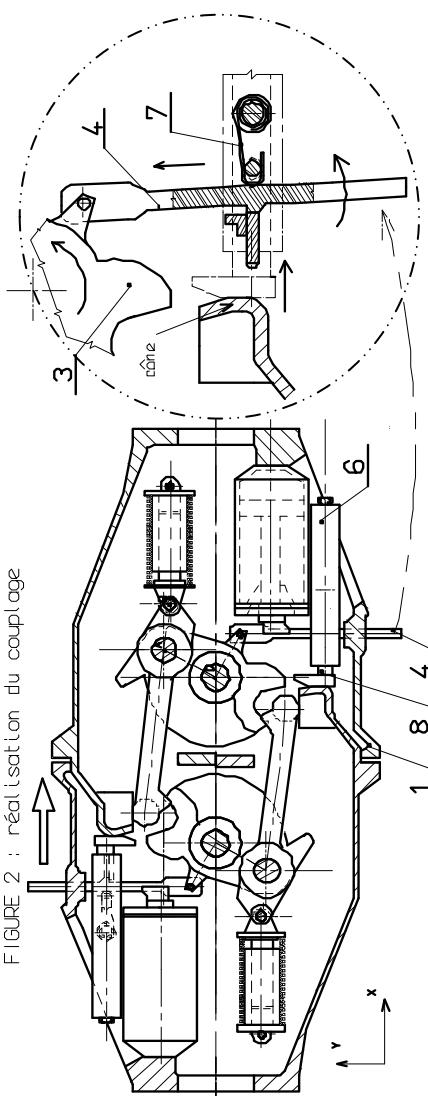


Phase 1 : approche des deux coupleurs

Voir figure1 ci-contre ainsi que les documents DT2, DT4 et DT5

Une motrice se déplace vers la seconde motrice qui est arrêtée.
La dent « d » du cliquet 4, en appui sur un bossage du corps 6, empêche la rotation du verrou 3 poussé par les ressorts de compression 10 et 11.

FIGURE 2 : réalisation du couplage

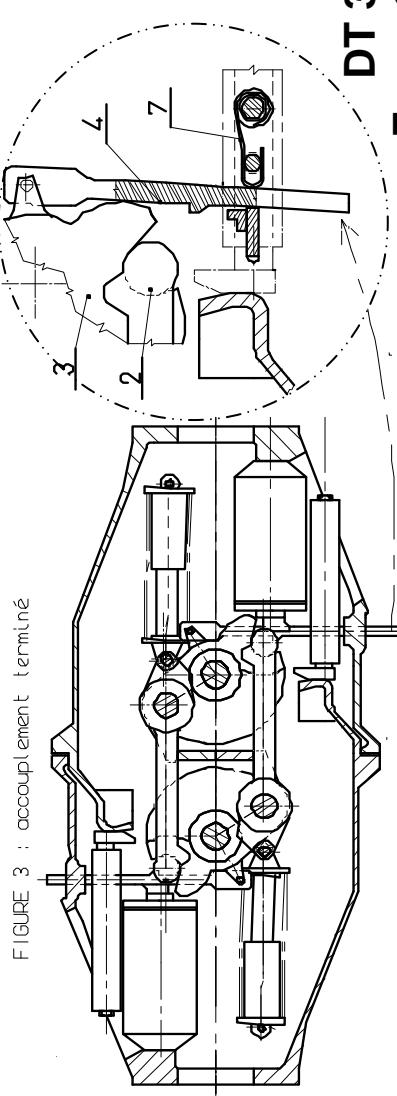


Phase 2 : réalisation du couplage

Voir figure2 ci-contre ainsi que les documents DT2, DT4 et DT5

Quand les deux coupleurs sont suffisamment rapprochés, le cône du corps 1 provoque le déplacement du poussoir 8. La clavette solidaire du poussoir 8 pousse la dent du cliquet 4, qui est libéré. Le verrou 3 peut tourner.

FIGURE 3 : accouplement terminé



Phase 3 : accouplement terminé

Voir figure3 ci-contre ainsi que les documents DT2, DT4 et DT5

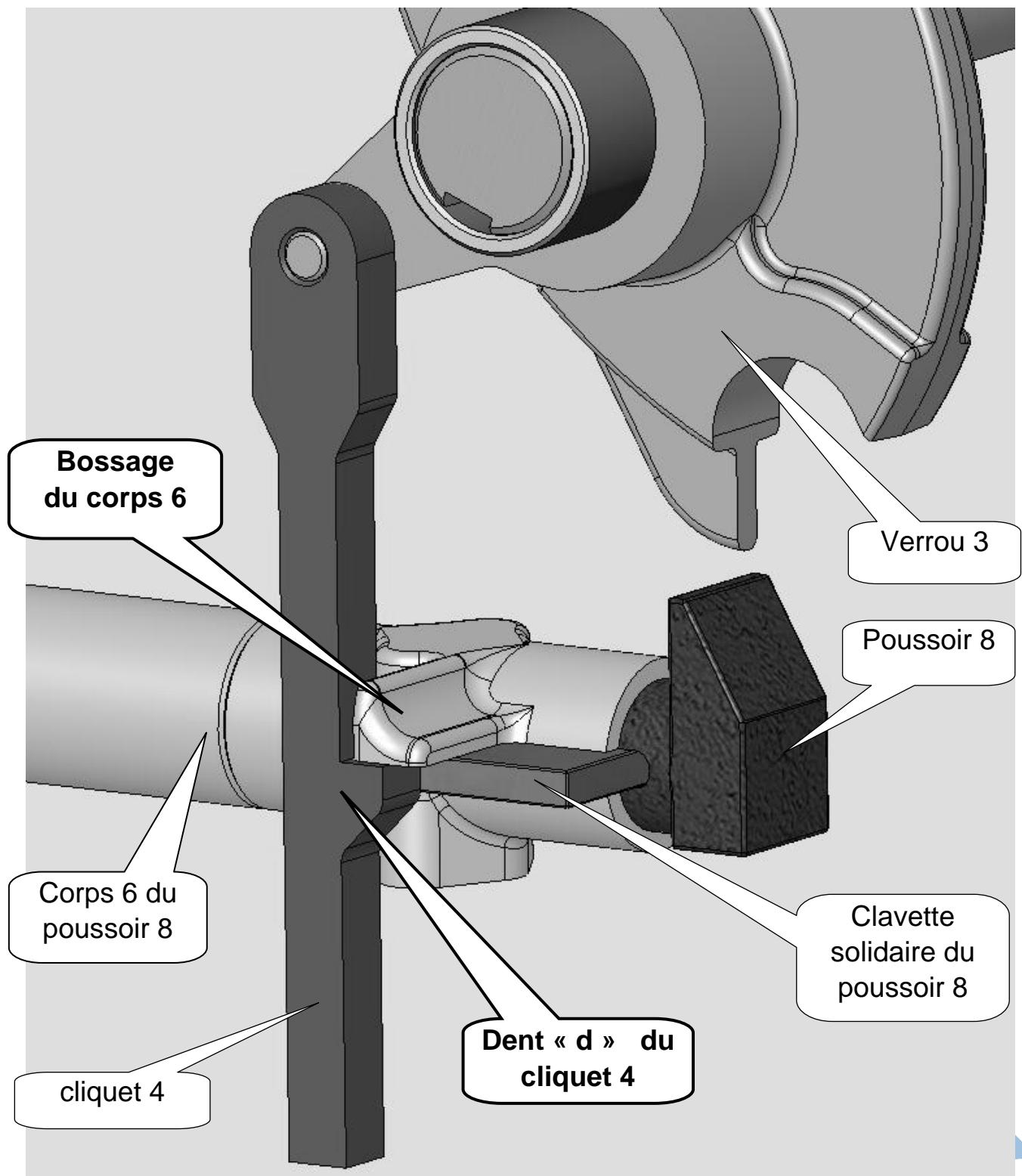
La tête de chacune des manilles 2 bascule et s'accroche dans la gorge du verrou 3 du coupleur opposé. Les deux manilles 2 accrochées dans les deux verrous 3 réalisent ainsi l'accouplement.

Le désaccouplement est réalisé grâce aux cylindres 17 mis sous pression, cette phase ne sera pas étudiée.

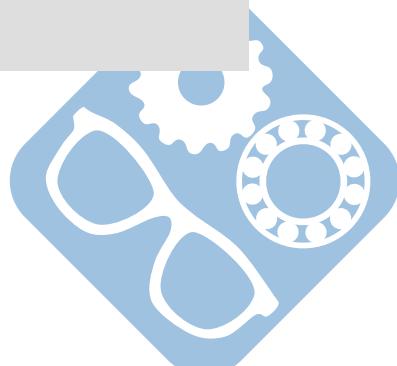
DT 3
Format A2

Détail montrant la dent du cliquet 4
en butée sur le bossage du corps 6

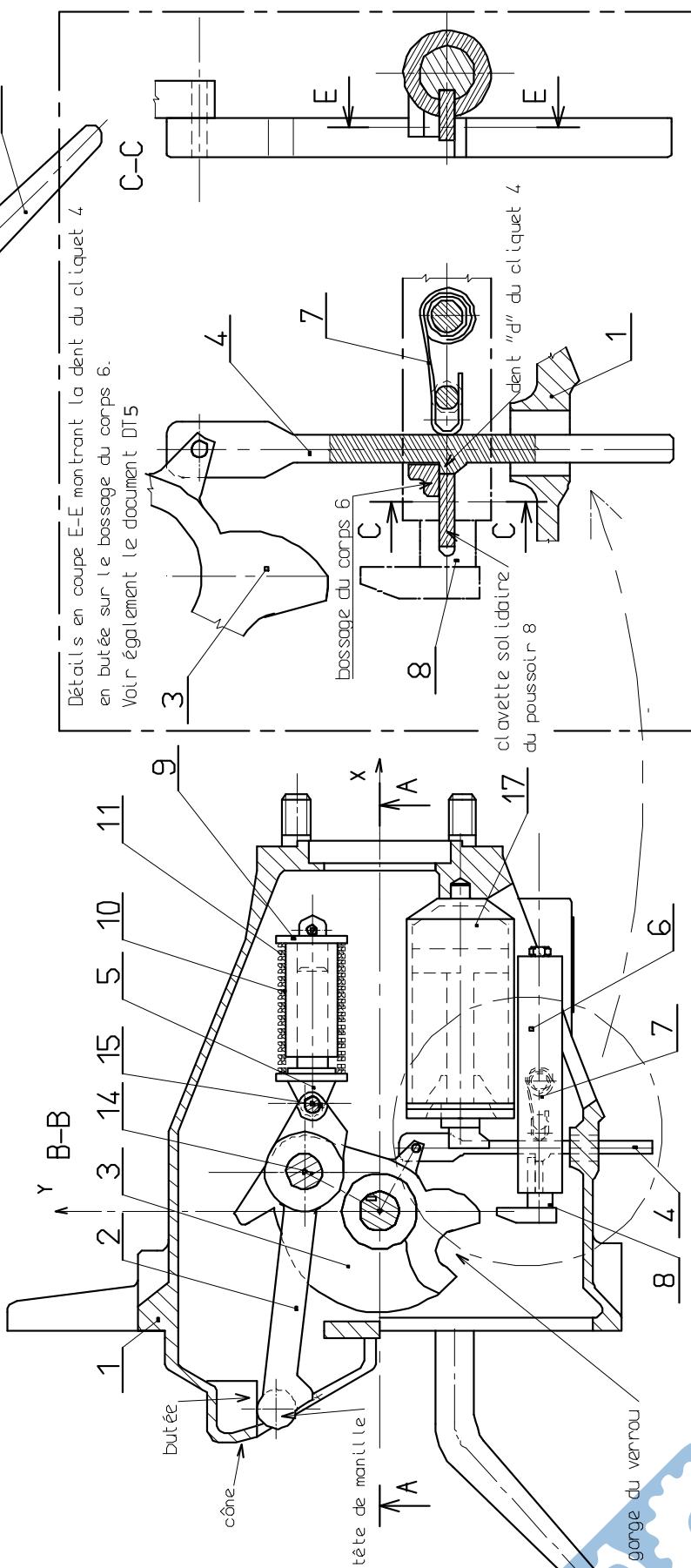
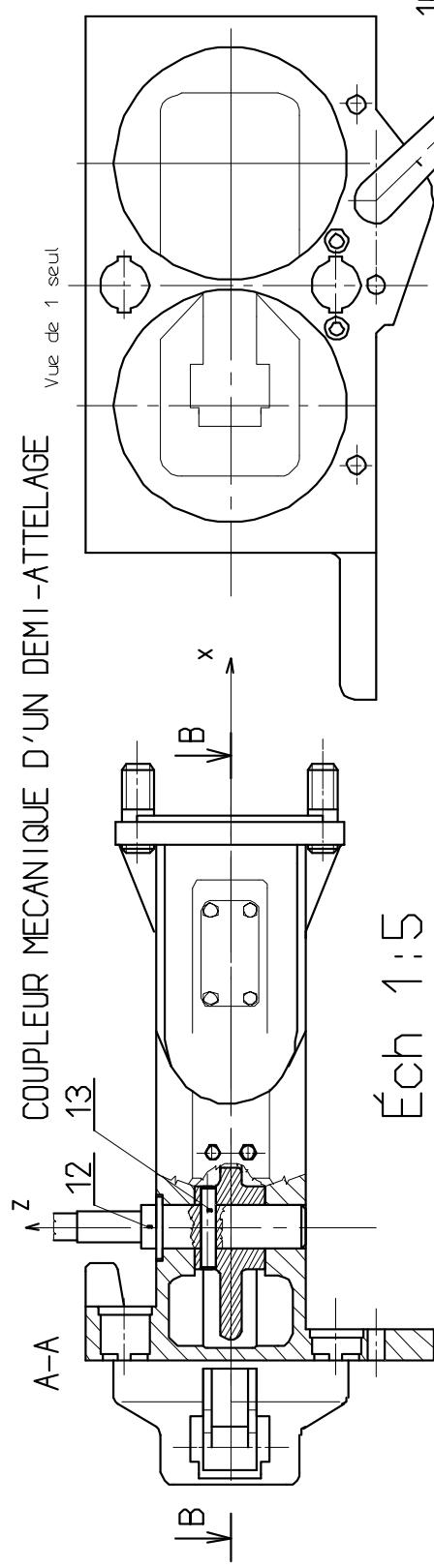
(attention : point de vue opposé par rapport aux autres documents)



DT4



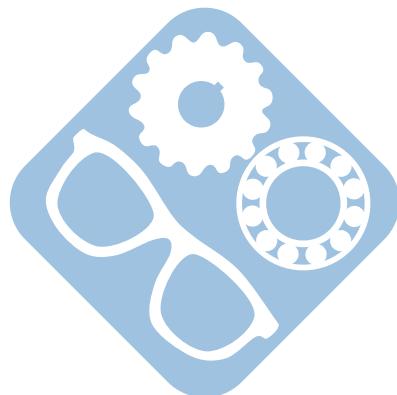
PRÉSENTATION DE L'ATTÉLAGE AUTOMATIQUE TYPE 10L



DT5
Format A3

Nomenclature du coupleur mécanique représenté sur les documents
DT2 à DT5

17	1	Cylindre de désaccouplement
16	1	Corne de guidage
15	1	Axe
14	1	Axe
13	1	Goupille
12	1	Arbre principal
11	1	Ressort de compression
10	1	Ressort de compression
9	1	Cylindre d'accouplement
8	1	Poussoir
7	1	Ressort de pression
6	1	Corps du poussoir
5	1	Piston d'accouplement
4	1	Cliquet
3	1	Verrou
2	1	Manille
1	1	Corps
Rep	Nbre	Désignation



ATTELAGE AUTOMATIQUE TYPE 10 L

DOCUMENT RÉPONSE DR4

Échelle des distances 1 : 5
Échelle des forces : 1cm pour 500 N

Figure 2

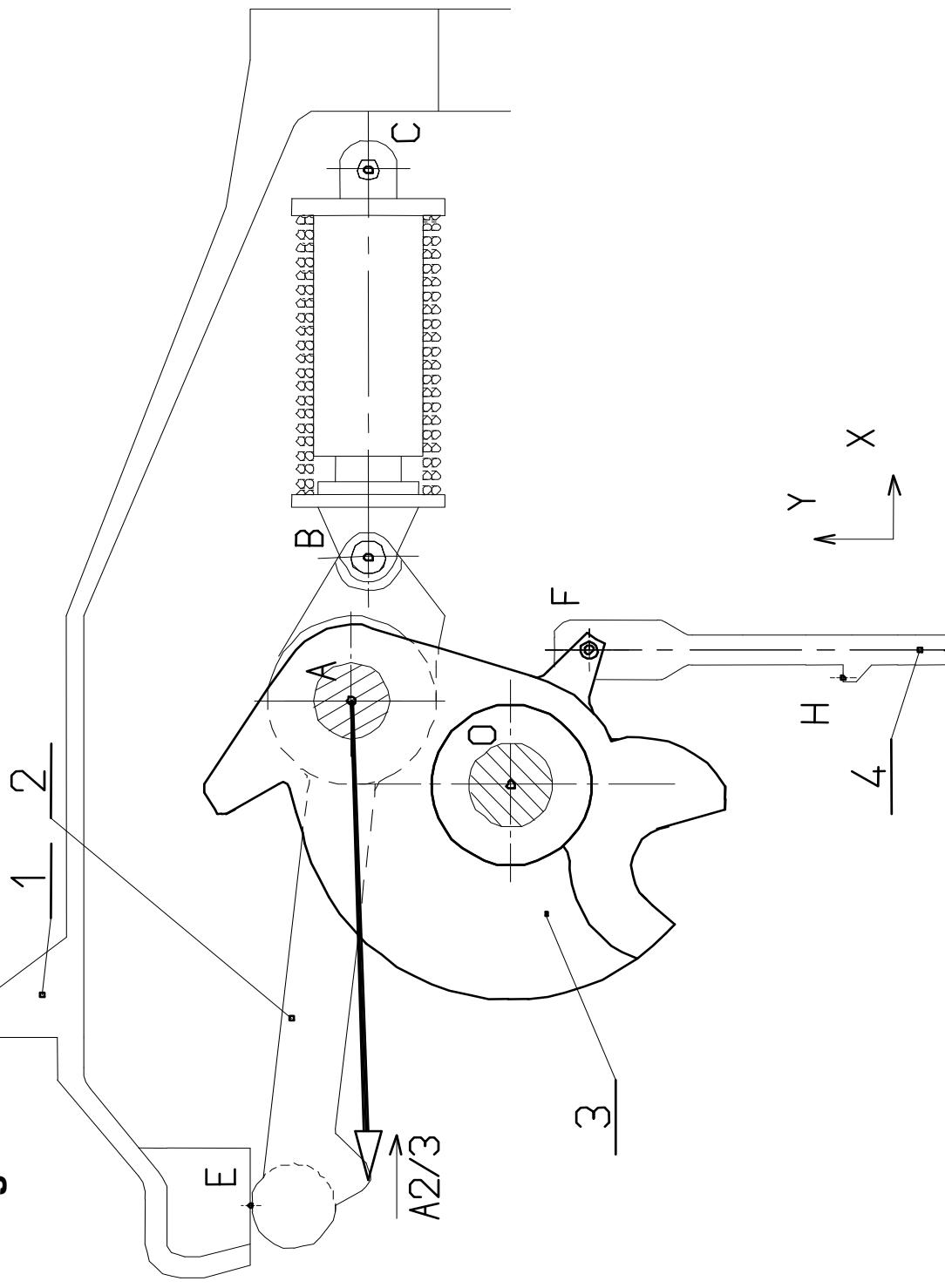
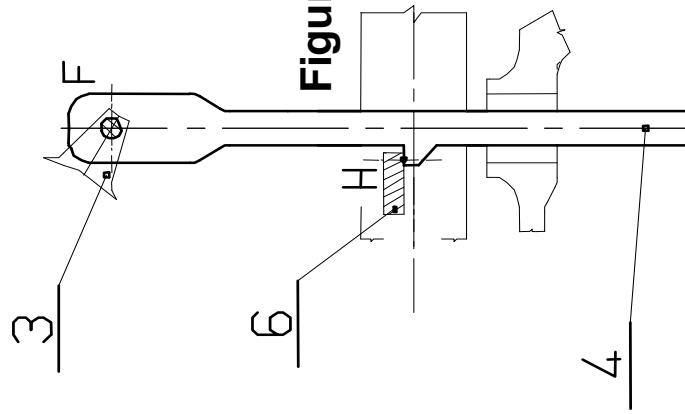
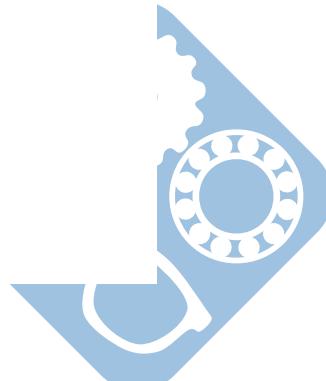


Figure 1



Format A4



ATTELAGE AUTOMATIQUE TYPE 10 L

DOCUMENT RÉPONSE DR3

Échelle des distances 1:4

Figure 1
Échelle des forces : 1cm pour 1000 N

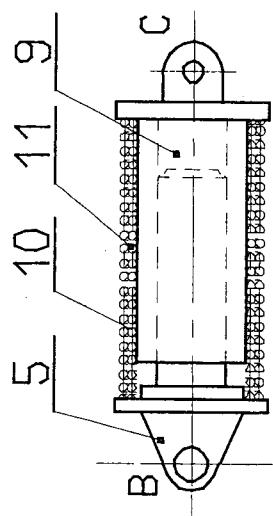
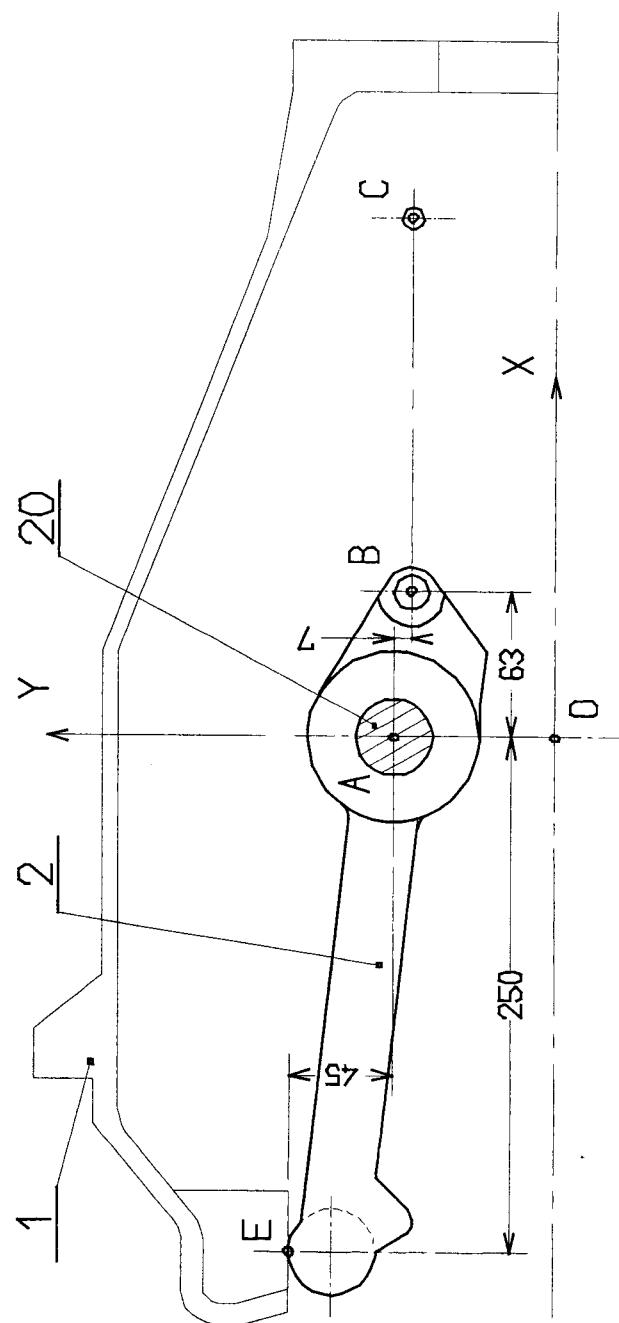


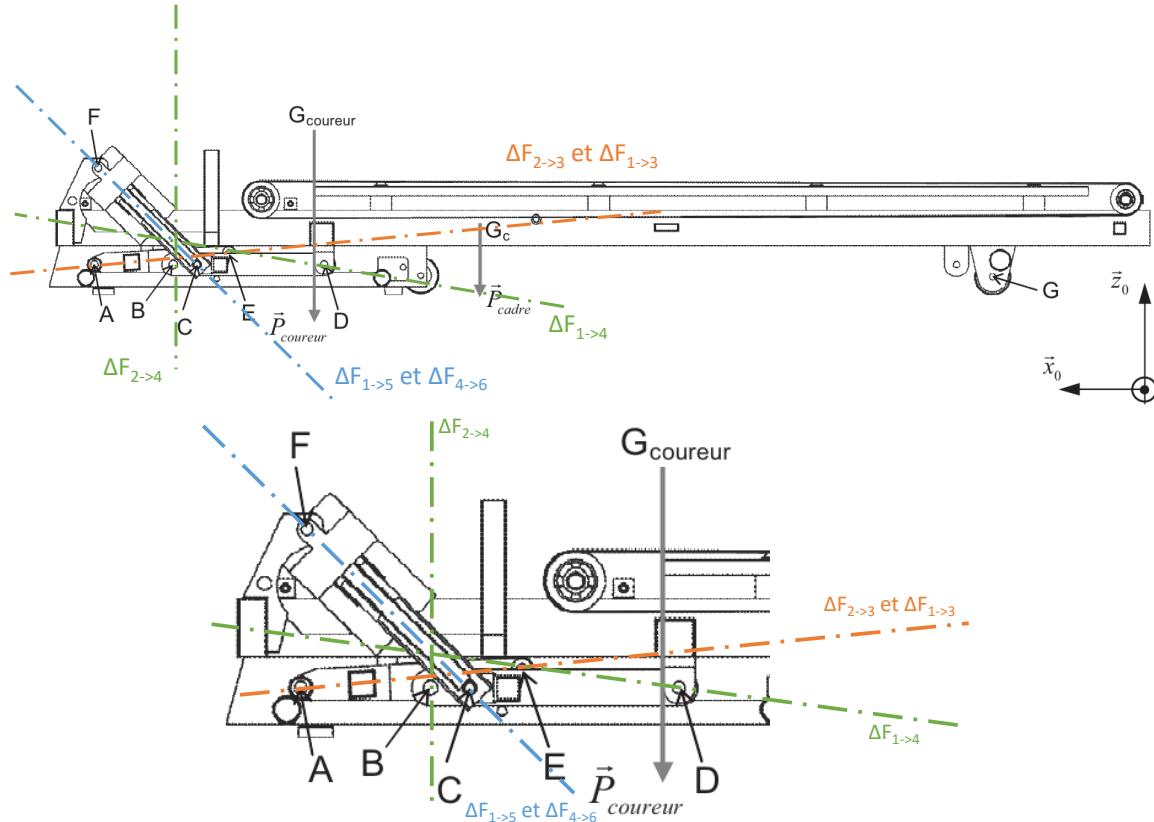
Figure 2



4 Correction

4.1 Tapis de course à pied TC 790

Question 1 :



- $\frac{5+6}{F_{1 \rightarrow 5}}$ et $\overrightarrow{F_{4 \rightarrow 6}}$ suivant la droite (CF) (Ensemble soumis à 2 forces)
- $\frac{3}{F_{2 \rightarrow 3}}$ et $\overrightarrow{F_{1 \rightarrow 3}}$ suivant la droite (AE) (Ensemble soumis à 2 forces)
- 4
La pièce 4 est soumise à 3 forces ($\overrightarrow{F_{6 \rightarrow 4}}$, $\overrightarrow{F_{0 \rightarrow 4}}$ et $\overrightarrow{F_{1 \rightarrow 4}}$). La direction des deux premières est connue (la direction de l'effort en B est verticale car la liaison est une linéaire rectiligne) elles sont coplanaires et concourantes. La direction de l'effort en D passe par le point d'intersection des deux autres.

Question 2 :

- Solide isolé : La pièce 4,
- Théorèmes utilisé(s) : Théorème de la résultante statique en projection sur l'axe \vec{x} : $X_C + X_D = 0$, donc $X_C = -X_D$.
Cette relation reste vraie quelle que soit l'inclinaison.

Question 3 :

- Solide isolé : L'ensemble {1, 5, 6},

- Théorème de la résultante statique appliqué à cet ensemble en projection sur l'axe \vec{x} : $X_C + X_D + X_E = 0$.

D'après la question 11, $X_C + X_D = 0$, donc $X_E = 0$. La direction de l'effort en E, n'étant pas verticale (droite AE), si $X_E = 0$, alors $Z_E = 0$, donc $E_{3 \rightarrow 1} = \vec{0}$.

Question 4 :

- Solide isolé : La pièce 1,
- Théorème de la résultante statique appliquée à cet ensemble en projection sur l'axe \vec{x} : $X_F + X_D + X_E = 0$.

Action	Direction	Norme
liaison pivot en F	connue (droite CF)	inconnue
liaison pivot en E	effort nul	effort nul
liaison pivot en D	connue	inconnue
liaison linéaire rectiligne en G	connue (axe (G, \vec{z}_0))	inconnue
Poids du cadre	connu	connu
Poids du coureur	connu	connu

Méthode possible de résolution :

1. Soit I le point d'intersection des efforts $\overrightarrow{F_{5 \rightarrow 1}}$ et $\overrightarrow{D_{4 \rightarrow 1}}$,
2. La somme de ces efforts en I donne un effort $\overrightarrow{I_{45 \rightarrow 1}} = X_{451} \cdot \vec{x}_0 + Y_{451} \cdot \vec{y}_0$. Cette action mécanique ($45 \rightarrow 1$) est une résultante pure, car exprimée au point d'intersection des directions des deux actions mécaniques ($5 \rightarrow 1$) et ($4 \rightarrow 1$),
3. $X_F + X_D = 0$ (car $X_E = 0$), donc $X_{451} = -X_F - X_D = 0$, ce qui signifie que l'effort est purement vertical,
4. En utilisant le théorème du moment autour de l'axe \vec{y} appliqué en G, on obtient :
 $-x_I \cdot (Z_F + Z_D) + x_{coureur} \cdot P_{coureur} + x_{coureur} \cdot P_{cadre} = 0$.

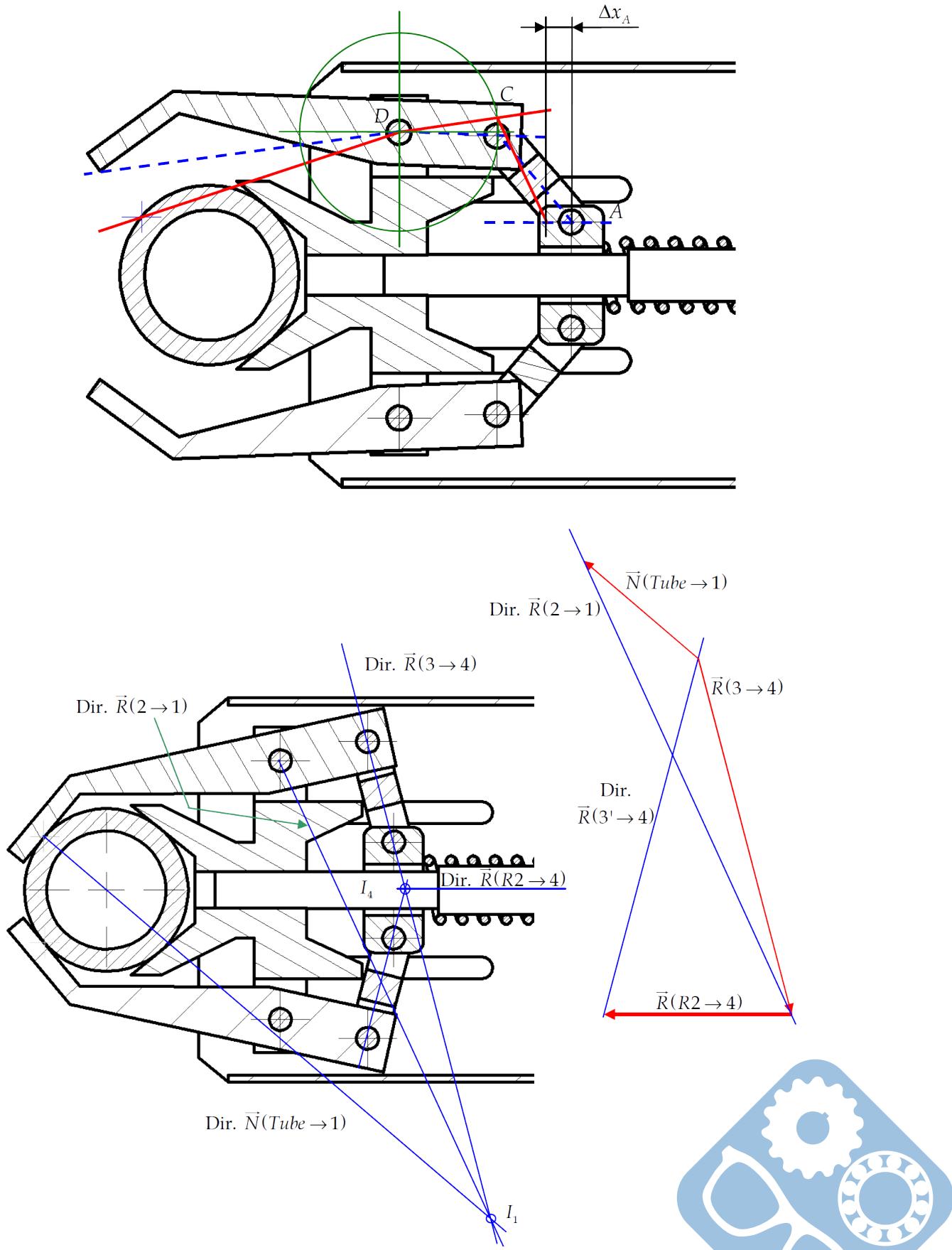
$$\text{Donc, } Z_F + Z_D = \frac{x_{coureur} \cdot P_{coureur} + x_{coureur} \cdot P_{cadre}}{x_M}, \text{ or } Z_F = Z_C, \text{ donc}$$

$$Z_C + Z_D = \frac{x_{coureur} \cdot P_{coureur} + x_{coureur} \cdot P_{cadre}}{x_M} = \frac{80.130.10 + 60.20.10}{95} = 1221$$

Or, $Z_C + Z_D + Z_B = 0$ (isolement de 4), donc $Z_B = -1221N$, donc en utilisant le triangle des forces, on trouve $Z_C = -3700N$.

Question 5 : La charge admissible par le vérin est de $5000N$. Le vérin est donc compatible avec l'effort le plus défavorable.

4.2 Robot de consolidation de parois rocheuses : Le « Roboclimber »



4.3 L'attelage automatique Type 10L

ATTELAGE AUTOMATIQUE TYPE 10 L

DOCUMENT RÉPONSE DR3

Échelle des distances 1:4

CORRIGÉ

Figure 1
Échelle des forces : 1cm pour 1000 N

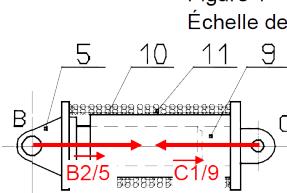
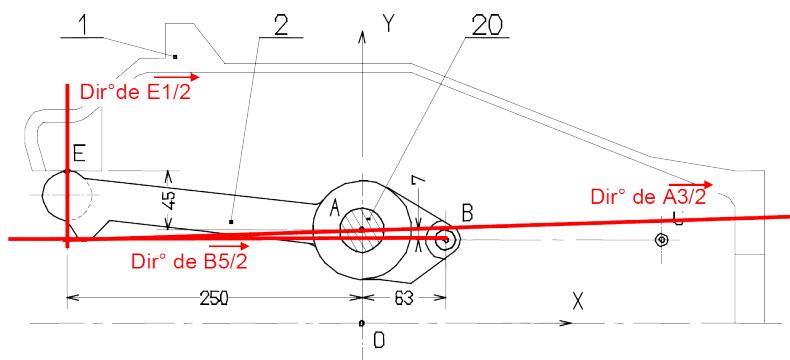


Figure 2



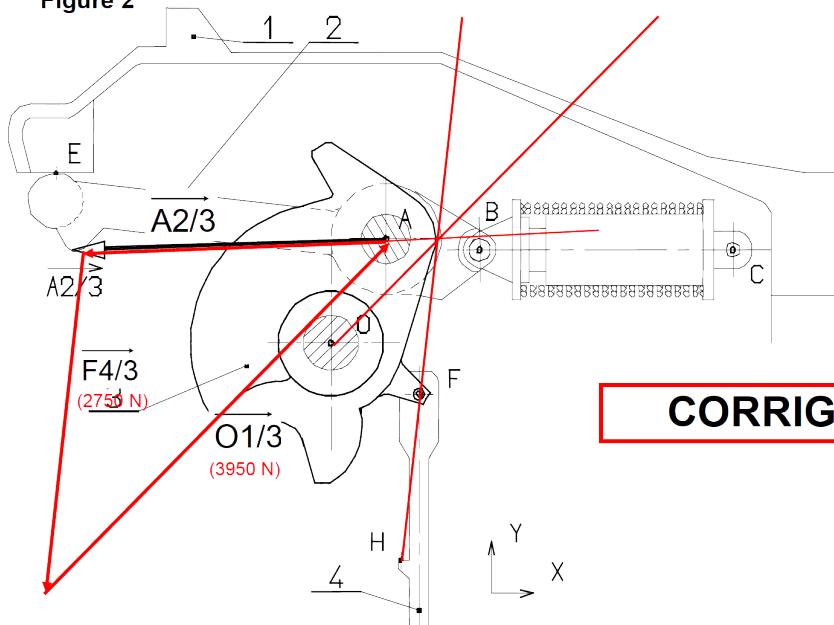
ATTELAGE AUTOMATIQUE TYPE 10 L

DOCUMENT RÉPONSE DR4

Échelle des distances 1 : 2,5

Échelle des forces : 1cm pour 250 N

Figure 2



CORRIGÉ

