UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
ESCOLA AGRÍCOLA DE JUNDIAÍ
ESTRUTURA DA DADOS
PROFESSOR: TANIRO RODRIGUES
ALUNO: PIERRE CARLOS DE BRITO

Lista de Exercícios 5

QUESTÃO 1: Indique se as afirmativas a seguir são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

I. $f(n) = 2^{2n}$, $f(n) = O(2^n)$

Falsa. A função $f(n) = 2^{2n}$ pode ser reescrita como 4^N. Para ser $O(2^n)$, precisaria existir uma constante c onde $4^n \leq c \cdot 2^n$ para valores grandes de n. Simplificando, teríamos $2^n \leq c$, o que é impossível pois 2^n cresce indefinidamente com n, não podendo ser limitado por qualquer constante fixa.

II. $f(n) = 2^{n+1}$, $f(n) = O(2^n)$

Verdadeira. A função $f(n) = 2^{n+1}$ equivale a $2 \cdot 2^n$. Escolhendo c = 2, temos $2 \cdot 2^n \leq 2 \cdot 2^n$ para todo $n \geq 0$, satisfazendo perfeitamente a definição de $O(2^n)$.

QUESTÃO 2: Dadas as funções de custo de tempo T pelas expressões abaixo para um tamanho n considerando valores muito grandes de n. Escreva o termo dominante e especifique o menor limite assintótico superior O(n) possível para cada algoritmo.

T(n)	Termo dominante	Menor limite assintótico superior
$5 + 0{,}001n^3 + 0{,}025n$	n^3	$O(n^3)$
$500n + 100n^{3/2} + 50n\log10(n)$	$n\log_2(n)$	$O(n\log n)$
$0{,}3n + 5n^{3/2} + 2{,}5n^{7/4}$	$n^3/^2$	$O(n^3/^2)$
$n^2\log2(n) + n(\log2(n))^2$	$n^2\log_2(n)$	$O(n^2\log n)$
$n\log3(n) + n\log2(n)$	$n\log_2(n)$	$O(n\log n)$
$3\log8(n) + \log2(\log2(\log2(n)))$	$\log_3(n)$	$O(\log n)$
$100n + 0.01n^2$	n^2	$O(n^2)$
$0{,}01n + 100n^2$	n^2	$O(n^2)$
$2n + n^{1/2} + 0{,}5n^{5/4}$	N	$O(n)$
$100n\log3(n) + n^3 + 100n$	n^3	$O(n^3)$

QUESTÃO 3: Explique por que a declaração: "O tempo de execução no algoritmo A é no mínimo $O(n^2)$" não tem sentido.

A notação "O tempo de execução no algoritmo A é no mínimo $O(n^2)$" não tem sentido porque $O(n^2)$ indica limite assintótico inferior, ou seja, o comportamento no melhor caso, não no mínimo. A declaração correta seria "O tempo de execução no algoritmo A é $O(n^2)$", significando que o algoritmo leva pelo menos tempo proporcional a n^2 para valores suficientemente grandes de n.

QUESTÃO 4: Sejam $g(n) = (n + 1)^2$ e $f(n) = n^2$, prove que as funções g (n) e f (n) dominam assintoticamente uma à outra.

- $g(n) = (n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1$
- $\lim_{n\to\infty} g(n)/f(n) = \lim_{n\to\infty} (n^2 + 2n + 1)/n^2 = \lim_{n\to\infty} (1 + 2/n + 1/n^2) = 1$

Como o limite é uma constante finita (1), nem g(n) domina assintoticamente f(n), nem

$f(n)$ domina $g(n)$. Ambas as funções são assintoticamente equivalentes, ou seja, $g(n) = \Theta(f(n))$.