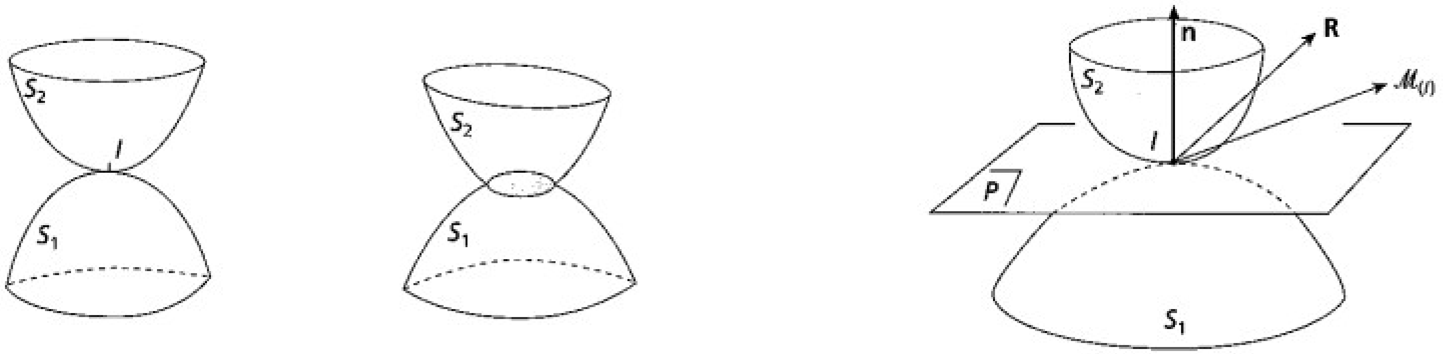
Contact « ponctuel » entre deux solides

Lorsqu'on met en contact deux « solides » dont les surfaces ne sont pas rigoureusement planes, la zone de contact n'est pas réduite à un seul point mais à une petite région autour d'un point central. Cette zone de contact résulte de la déformation locale et très légère des « solides ».



Dans la limite des **solides rigidement indéformables**, le contact ne peut être que ponctuel mais ceci est une idéalisation de la réalité.

Le problème de l'interaction entre les deux solides en contact est extrêmement complexe et nécessite de modéliser les forces microscopiques d'origine électromagnétique. Il n'existe pas de **théorie** formelle du contact entre deux solides : *seule une modélisation basée sur l'expérience est envisageable*.

L'hypothèse la plus simple est de considérer le contact réduit à un point I et l'action du solide (S1) sur le solide (S2) est modélisable par un **unique torseur** de résultante **R** et un unique moment résultant $\mathbf{M}_I$ non nul. Si le contact était rigoureusement ponctuel $\mathbf{M}_I = 0$ mais on tient compte ici d'une petite surface de contact.

Le torseur des actions de contact n'est pas connu en début de problème et doit être déterminé en même temps que les caractéristiques du mouvement. Les lois du frottement solide (empiriques) permettent de préciser les propriétés de ce torseur.

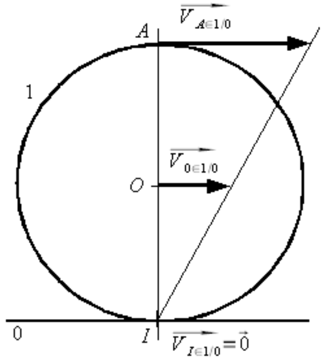
Cinématique du contact ponctuel

- Au point de contact sont superposés, en réalité, trois points différents qui ont en général trois vitesses différentes dans le référentiel R d'étude :
  - Le point géométrique I de contact ;
  - Le point I_1 du solide S_1 coïncidant à t avec I
  - Le point I_2 du solide S_2 coïncidant à t avec I

- **Vitesse de glissement** : $v_g = v_{I1/R} - v_{I2/R}$
  - Elle est indépendante du référentiel R
  - Elle est contenue dans le plan tangent commun aux deux solides
  - Si $v_g = 0$ le contact se fait sans glissement

- **Attention** : ne pas confondre v_g et $v_{I/R}$ cad la vitesse du point géométrique de contact.

  - Si la roue roule sans glisser sur un support horizontal fixe :
    $v_{I2/R} = 0$ et $v_{I1/R} = v_g = 0$,
    mais le point géométrique I se déplace à la même vitesse que O !



- La condition de roulement sans glissement fournit une équation supplémentaire qui associe deux degrés de liberté différents (translation + rotation).

  - $\mathbf{v}_{I1} = \mathbf{v}_G + \mathbf{IG} \times \mathbf{w} = 0$ => $\dot{x} + R\,\dot{\theta} = 0$

Frottement de glissement, de pivotement, de roulement

Si on cherche à faire glisser un corps de masse M sur un sol horizontal en exerçant sur lui une force **F**, on constate expérimentalement que le corps reste immobile tant que **||F||** n’a pas dépassé un certain seuil.

Tant qu’il y a équilibre, la résultante des forces extérieures est nulle :

$$\mathbf{F} + \mathbf{T} = 0 \qquad \text{et} \qquad M\mathbf{g} + \mathbf{N} = 0.$$

C’est donc la composante tangentielle **T** des actions de contact qui s’oppose au glissement.

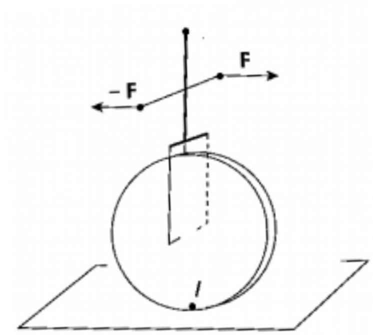
Loi phénoménologique d’Amontons-Coulomb :

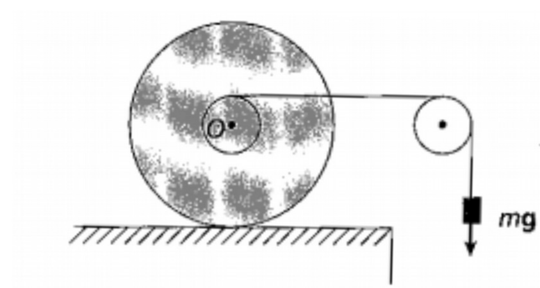
La valeur seuil à partir de laquelle on observe un glissement

- dépend de la masse M du corps et donc de son poids Mg (et par conséquent de **||N||**) ;
- dépend de la nature des matériaux en contact et de l’état de leur surface ;
- ne dépend pas de l’aire de la surface de contact.

On pose donc : non glissement si **||T||** < f **||N||** où f est un coefficient sans dimension ne dépendant que des matériaux en contact.

De même, si on cherche à faire pivoter une roue autour d’un axe vertical, ou à faire rouler un cylindre sur un plan horizontal, on doit exercer un couple dont le moment doit être supérieur à une valeur seuil.





Lois de Coulomb du frottement solide

En pratique, on néglige l'influence du moment des actions de contact : $\mathbf{M}_I = 0$, autrement dit le torseur des actions de contact se réduit à une force unique **R** = **N** + **T** appliquée en I.

Les **lois de Coulomb** précise la relation entre ||**T**|| et ||**N**|| en distinguant le cas de glissement et de non glissement :

1) **Pas de glissement** entre les deux solides : $\mathbf{v}_g = 0$

$||\mathbf{T}|| < f_s \, ||\mathbf{N}||$; orientation de **T** inconnue et à déterminer au cas par cas...

2) **Glissement** entre les deux solides : $\mathbf{v}_g \neq 0$

T s'oppose à $\mathbf{v}_g$ ($\mathbf{T}.\mathbf{v}_g < 0$) ; $||\mathbf{T}|| = f_d \, ||\mathbf{N}||$

f_s et f_d sont les coefficients de frottement statique et dynamique ($f_s > f_d$) souvent confondus.

Cône de frottement : $f_s = \tan \varphi$