

LA SYMETRIE, UN PRINCIPE UNIFICATEUR

Gilles Cohen-Tannoudji

Résumé : La prise en compte des propriétés de symétrie (ou d'invariance) est un fil conducteur qui parcourt toute l'histoire de la physique moderne de Galilée et Newton à l'unification des interactions fondamentales à l'aide du modèle standard de la physique des particules. En mécanique rationnelle classique, le théorème de Noether articule propriété de relativité, invariance et loi de conservation. Loin d'être invalidée par les bouleversements conceptuels des quanta et de la relativité, cette articulation qui a été généralisée, réinterprétée et étendue, joue un rôle déterminant dans la physique contemporaine.

Introduction

On sait que depuis Galilée, les propriétés de symétrie, ou d'invariance ont joué un rôle essentiel pour permettre une approche objective de la réalité physique : sont objectifs les aspects de la réalité qui se maintiennent lorsque l'on change le point de vue à partir duquel on observe cette réalité. On appelle symétrie précisément cette immunité de la réalité objective face à un changement possible de référentiel. D'un point de vue mathématique, on dira qu'une certaine théorie possède certaines symétries si les équations qui la traduisent sont invariantes lorsque l'on opère sur elles certaines transformations. En mécanique rationnelle classique, c'est-à-dire dans la théorie que les continuateurs de Newton ont élaborée aux 18^{ème} et 19^{ème} siècles, les propriétés de symétrie sont mathématiquement équivalentes à des lois de conservation. C'est ce que nous montrerons dans la première partie de cette conférence.

Le recours aux propriétés de symétries pour caractériser l'objectivité est encore plus crucial dans le cadre de la physique quantique car, le quantum d'action introduisant un rapport insécable entre l'objet physique et l'appareil de mesure, il est nécessaire d'inclure les conditions de l'observation dans le contenu même des concepts, et seules les propriétés de symétrie peuvent permettre d'accéder aux propriétés intrinsèques de la réalité physique lorsque l'on défalque des données expérimentales l'effet de variations maîtrisées de ces conditions d'observation. Dans la seconde partie de la conférence, nous montrerons comment le programme de la mécanique rationnelle a été réadapté et remanié pour tenir compte des contraintes de la relativité et des quanta. Les symétries ont joué un rôle fondamental pour

rendre possible ce remaniement et permettre les avancées les plus spectaculaires de la physique contemporaine.

Dans la troisième partie nous montrerons en quoi, en physique des particules, les symétries sont déterminantes dans la compréhension des interactions fondamentales : les particules de matière sont regroupées dans des multiplets, des représentations irréductibles des groupes associés aux symétries ; les interactions sont invariantes par des transformations de ces groupes. Mais pour rendre compatibles ces propriétés de symétries avec l'impossibilité pour toute interaction de se propager instantanément à distance, il a fallu introduire le concept d'invariance de jauge, c'est-à-dire d'invariance par des transformations qui dépendent du point d'espace-temps où elle sont appliquées. Or il est apparu que toutes les interactions fondamentales relèvent de tels principes d'invariances de jauge, et que ce sont ces principes qui déterminent les forces qui y sont en jeu.

I/ La formulation lagrangienne de la mécanique rationnelle et le théorème de Noëther

Le principe de moindre action

Le *principe de moindre action* avait été formulé par Maupertuis : “ dans tout changement qui arrive, la quantité d'action nécessaire pour ce changement est la plus petite qui soit possible...L'action est le produit de la masse par l'espace parcouru et la vitesse. ” Dans la *formulation lagrangienne de la mécanique rationnelle*, ce principe prend une forme mathématique précise que nous allons maintenant décrire.

On appelle *degré de liberté* ou *variable dynamique*, un paramètre qui entre dans la définition de l'état d'un système physique dans l'espace. Pour un système de N degrés de liberté, on appelle *espace de configuration*, un espace vectoriel abstrait de $2N$ dimensions dans lequel le système est représenté par un point unique dont les coordonnées sont les N degrés de libertés et leurs dérivées par rapport au temps :

$$\mathbf{Q}(t) = \{\mathbf{q}(t); \dot{\mathbf{q}}(t)\} \equiv \{q_1(t), q_2(t), \dots, q_N(t); \dot{q}_1(t), \dot{q}_2(t), \dots, \dot{q}_N(t)\} \quad (1)$$

où :

$$\dot{q}_i(t) \equiv \frac{dq_i(t)}{dt}. \quad (2)$$

On appelle *trajectoire* du système, la trajectoire parcourue au cours du temps par le point qui le représente dans l'espace de configuration. Le problème de la mécanique rationnelle se formule alors de la façon suivante : connaissant l'état d'un système physique à

un instant initial, c'est-à-dire connaissant à cet instant la valeur des degrés de liberté et de leurs vitesses et connaissant d'autre part les forces qui agissent sur le système, quelle est la trajectoire que suivra le point représentatif du système dans l'espace de configuration ?

On appelle *intégrale d'action*, l'intégrale sur le temps, entre l'instant initial et l'instant final, d'une quantité appelée *lagrangien*, qui, pour les systèmes physiques les plus simples, est la différence de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle :

$$I = \int_{t_i}^{t_f} dt \mathcal{L}\{\mathbf{q}(t); \dot{\mathbf{q}}(t)\} \quad (3)$$

Comme le lagrangien a le contenu dimensionnel d'une énergie, l'intégrale d'action a le contenu dimensionnel d'une action (le produit d'une énergie par un temps a le même contenu dimensionnel que le produit d'une masse par une longueur et une vitesse). La valeur de l'intégrale d'action dépend de la trajectoire qui relie $\mathbf{Q}(t_i)$ à $\mathbf{Q}(t_f)$. On dit que c'est une *fonctionnelle* de la trajectoire.

Dans sa forme mathématique précise, le principe de moindre action stipule que parmi toutes les trajectoires possibles reliant les points représentatifs du système dans l'espace de configuration à l'instant initial et à l'instant final, *celle qui est effectivement suivie est celle qui minimise l'intégrale d'action*.

Autour d'une trajectoire définie par une loi $\mathbf{Q}(t)$, on impose une déformation infinitésimale :

$$\delta \mathbf{q}(t), \delta \dot{\mathbf{q}}(t) = \frac{d}{dt} \delta \mathbf{q}(t) \quad (4)$$

en fixant les deux extrémités de la trajectoire :

$$\delta \mathbf{q}(t_i) = \delta \mathbf{q}(t_f) = 0 \quad (5)$$

On obtient alors une variation de l'intégrale d'action :

$$\delta I = \int_{t_i}^{t_f} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}(t)} \delta \mathbf{q}(t) + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}(t)} \delta \dot{\mathbf{q}}(t) \right] dt \quad (6)$$

où :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}(t)} \delta \mathbf{q}(t) = \sum_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i(t)} \delta q_i(t) \quad (7)$$

En intégrant par parties, on obtient :

$$\delta I = \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}(t)} \delta \mathbf{q}(t) \right]_{t_i}^{t_f} + \int_{t_i}^{t_f} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}(t)} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}(t)} \right] \delta \mathbf{q}(t)$$

Comme le terme tout intégré est nul à cause des équations (5), le principe de moindre action qui implique que la variation de l'intégrale d'action est nulle pour toute variation infinitésimale de la trajectoire, se traduit par les N équations d'Euler et Lagrange qui contiennent toute l'information sur l'évolution du système :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i(t)} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i(t)}; i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

Il peut être commode, pour retrouver une forme plus familière des équations du mouvement, d'introduire le *hamiltonien*, $\mathcal{H} = \mathcal{T} + \mathcal{V}$, qui est la *somme* de l'énergie cinétique \mathcal{T} et de l'énergie potentielle \mathcal{V} . Si on introduit les *moments conjugués* des degrés de liberté¹,

$$p_i(t) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i(t)} \quad (9)$$

qui, pour un système de points matériels ne sont rien d'autres que les impulsions $m_i \dot{q}_i(t)$, on a :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \sum_i p_i \dot{q}_i; \mathcal{H} = 2\mathcal{T} - \mathcal{L} = \sum_i p_i \dot{q}_i - \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (10)$$

Les équations d'Euler et Lagrange prennent alors la forme des équations dites de Hamilton :

$$\begin{cases} \dot{q}_i = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} \\ \dot{p}_i = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \end{cases} \quad (11)$$

Tout le monde reconnaîtra dans la seconde équation, l'équation de Newton reliant force et accélération, puisque la dérivée de l'impulsion n'est autre que le produit de la masse par l'accélération, et que, dans le cas de force dérivant d'un potentiel, le gradient du hamiltonien par rapport à la position est l'opposé de la force.

Symétries et lois de conservation

La formulation lagrangienne de la mécanique rationnelle permet de mettre en lumière le rôle fondamental des propriétés de symétrie. Il est possible de démontrer, à partir des équations d'Euler et Lagrange un théorème, dû à la physicienne Emmy Noëther qui stipule qu'à toute invariance du lagrangien par une propriété de symétrie correspond la conservation d'une certaine quantité physique.

En ce qui concerne l'évolution spatio-temporelle des systèmes physiques, les propriétés d'invariance par des transformations de symétrie sont liées à des propriétés de *relativité*. Nous entendons par là l'impossibilité d'effectuer des mesures absolues, c'est-à-dire l'inobservabilité de certaines entités absolues. Considérons, par exemple, un système isolé du reste de l'univers. On conçoit que pour un tel système il soit impossible de définir une origine absolue du temps, ou bien une origine absolue de l'espace, ou bien encore une direction absolument privilégiée dans l'espace. A chaque propriété de relativité, correspond une invariance par une certaine transformation, c'est-à-dire une propriété de *symétrie*. Ainsi, à l'absence d'origine absolue du temps, correspond l'invariance par *translation dans le temps*. Une telle invariance a une signification physique : si l'on refait une même expérience, dans les mêmes conditions, mais à deux instants différents, on s'attend à obtenir les mêmes résultats. La propriété de symétrie équivalente à l'absence d'origine absolue dans l'espace, est, de la même façon, l'invariance par *translation dans l'espace*. Du point de vue de la pratique expérimentale, cette propriété de symétrie signifie que l'on s'attend à ce que les résultats des expériences soient indépendants, toutes choses égales par ailleurs, du lieu où on les fait. Quant à l'absence d'une direction privilégiée, elle est équivalente à l'invariance par *rotation d'espace*. Expérimentalement, une rotation d'ensemble des appareils de mesure et du système observé ne devrait rien changer aux résultats de mesure.

Le théorème de Noether, résumé dans le tableau 1, montre l'équivalence entre inobservabilité, symétrie et loi de conservation. Nous voyons ainsi qu'en particulier, la loi si fondamentale de conservation de l'énergie est équivalente à l'invariance par translation dans le temps, c'est-à-dire à l'absence d'origine du temps².

Inobservable	Symétrie	Loi de conservation
Origine du temps	Translation dans le temps	Energie

¹ Lorsque l'on passe des vitesses des degrés de libertés à leurs moments conjugués, on passe de l'espace de configuration à l'*espace de phase*

² Mathématiquement, l'absence d'origine du temps se voit dans le fait que le lagrangien ne dépend pas explicitement du temps, qu'il ne dépend du temps que par l'intermédiaire de la dépendance temporelle des degrés de liberté.

Origine de l'espace	Translation dans l'espace	Impulsion
Direction privilégiée	Rotation	Moment cinétique

Tableau 1 : Le théorème de Nøther

II/ Les remaniements de la mécanique rationnelle

A partir du milieu du 19^{ème} siècle, la physique a connu une phase de profonds bouleversements qui ont conduit à remanier le programme de la mécanique rationnelle. Nous allons maintenant rapidement passer en revue ces bouleversements, en soulignant le rôle joué par les propriétés de symétrie dans les remaniements opérés.

Conception atomiste et mécanique statistique

A partir de l'hypothèse atomique, et au prix du renoncement à la prédictibilité déterministe au profit d'une *prédictibilité probabiliste*, Boltzmann était parvenu, à la fin du 19^{ème} siècle, grâce à la *thermodynamique statistique*, à ramener à la mécanique l'ensemble des phénomènes thermiques. Dans cette théorie, les lois de la mécanique rationnelle s'appliquent aux atomes ou molécules, les constituants infinitésimaux et en nombres immenses du moindre morceau de matière ordinaire. À l'échelle macroscopique, les grandeurs physiques qui décrivent l'état de la matière sont définies à partir de moyennes statistiques effectuées sur les configurations microscopiques. Alors que ces configurations microscopiques sont en nombres immenses, un tout petit nombre de grandeurs physiques (justement celles qui obéissent à des lois de conservation) suffisent à caractériser les états de la matière macroscopique. Certaines grandeurs macroscopiques comme l'énergie ou la pression sont directement reliées à la mécanique classique ; mais d'autres comme la température ou l'*entropie* relèvent d'un élargissement de la mécanique à ce que l'on appelle la *mécanique statistique*, et rendent compte de phénomènes qui se situent au delà de l'horizon de la mécanique classique. Ainsi, le concept d'entropie permet-il de rendre compte du fait qu'un très grand nombre de configurations microscopiques différentes (ce que l'on appelle des *complexions*) peuvent conduire à la même énergie macroscopique. L'entropie est proportionnelle au logarithme du nombre de complexions, et la constante de Boltzmann est le coefficient de proportionnalité. Livré à lui-même, en l'absence d'échange d'énergie avec l'extérieur, un système va évoluer, à énergie constante (premier principe de la thermodynamique), vers son état le plus probable, celui maximisant le nombre de

complexions ; son entropie, fonction croissante du nombre de complexions, ne peut que croître ou au moins rester constante (second principe de la thermodynamique).

La mécanique relativiste

Le second grand bouleversement de la mécanique est celui de la théorie de la relativité d'Einstein. Avec les travaux de Faraday, Maxwell et Hertz, on avait réussi, à la fin du 19^{ème} siècle à unifier l'électricité, le magnétisme et l'optique au sein de l'électromagnétisme, et l'on pensait pouvoir intégrer cette théorie en formation au cadre général du mécanicisme. On a d'abord imaginé, pour justifier un modèle mécanique de la propagation des ondes lumineuses ou électromagnétiques, un milieu qui serait le support matériel de ces ondes, ce que l'on a appelé l'*éther*. Mais ce modèle s'est trouvé contredit par plusieurs observations liées au caractère constant ou invariant de la vitesse de propagation de la lumière : ainsi les expériences d'interférométrie de Michelson et Morley étaient censées mettre en évidence le mouvement relatif de la Terre par rapport à l'éther. Elles ont échoué, non pas à cause d'une insuffisance du dispositif expérimental (qui était d'ailleurs d'une extrême élégance), mais parce qu'il apparaissait que c'est la lumière elle-même qui se propage, en toutes circonstances à la même vitesse, et qu'elle n'a que faire de l'éther. Le concept de *champ*, élaboré par Faraday et affiné par Lorentz a permis de se débarrasser de cet indésirable éther : le champ électromagnétique est une structure dynamique infinie correspondant à la donnée, en chaque point de l'espace et à tout instant, des forces électrique et magnétique qu'y éprouverait une particule test ponctuelle. Le programme de l'intégration de l'électromagnétisme à la mécanique serait accompli s'il était possible d'assimiler la théorie électromagnétique aux *équations du mouvement* du champ électromagnétique. Mais cette intégration se heurte à l'obstacle de la constance de la vitesse de la lumière : la relativité galiléenne, à la racine de la mécanique rationnelle classique implique la loi de composition des vitesses qui interdit à toute vitesse d'être invariante. D'ailleurs, il apparaît que les équations de Maxwell n'obéissent pas aux propriétés de symétrie impliquées par la relativité galiléenne, mais qu'elles sont invariantes par les transformations du *groupe de Lorentz*.

Einstein se saisit du concept de champ et en fait le concept le plus fondamental de la physique. Pour pouvoir intégrer à la mécanique rationnelle la théorie de l'électromagnétisme, qu'il considère comme l'archétype d'une théorie de champ, ce qu'il remet en cause ce n'est pas l'électromagnétisme mais la mécanique rationnelle elle-même. Il accepte comme une donnée objective l'invariance de la vitesse de la lumière c qu'il interprète maintenant comme

la constante universelle, borne supérieure de toute vitesse de propagation, traduisant l'impossibilité d'interaction instantanée à distance. Pour Einstein, la mécanique rationnelle classique n'est plus alors qu'une approximation, valable pour les objets matériels en mouvement à vitesse faible devant c , mais, pour la lumière ou pour le mouvement de particules microscopiques de vitesse proche de c , il lui faut élaborer une mécanique *relativiste*, qui englobe et dépasse la mécanique classique. Cette refonte de la mécanique concerne la *cinématique*, c'est-à-dire la conception de l'espace et du temps en tant qu'arène des phénomènes mécaniques, et la *dynamique*, c'est-à-dire la description des attributs du mouvement des objets matériels. Le qualificatif de relativiste attribué à cette nouvelle mécanique se justifie par le fait que de nombreuses notions qui étaient considérées comme absolues en mécanique classique deviennent maintenant relatives. Il en est ainsi de la notion de *simultanéité* : tant que la distance séparant deux événements est suffisamment petite pour que l'on puisse négliger le temps mis par la lumière à la parcourir, on peut penser que leur simultanéité est une notion indépendante des systèmes de coordonnées permettant de repérer les événements dans l'espace et le temps. Or, fait valoir Einstein, si l'on tient compte du temps de propagation de la lumière, on s'aperçoit qu'il est impossible de décider de manière absolue de la simultanéité de deux événements spatialement séparés. En cinématique relativiste, donc, ni la simultanéité, ni le temps, ni la métrique spatiale ne sont absolus. Ils sont relatifs au système de coordonnées servant à repérer les événements dans l'*espace-temps*, un continuum à trois dimensions d'espace et une dimension de temps. Le principe d'inertie de la mécanique classique est conservé, mais il s'applique maintenant à des changements de référentiels en mouvement rectiligne uniforme *dans l'espace-temps*. L'invariance associée à cette nouvelle relativité est l'invariance par les transformations du groupe de Lorentz, précisément celle des équations de Maxwell. La mécanique relativiste s'étend aussi à la dynamique du point matériel. D'après la plus fameuse des équations d'Einstein, même au repos, une particule de masse m renferme une énergie (potentielle) égale à mc^2 . Une particule peut être de masse nulle ; dans ce cas, elle se propage à la vitesse de la lumière dans tout référentiel. Le *photon*, la particule que la théorie quantique associe à la lumière est une particule de masse nulle.

La mécanique quantique

Indépendamment de la théorie de la relativité et presque simultanément une autre grande avancée est intervenue lorsque Planck a tenté de réconcilier la thermodynamique de

Boltzmann et la théorie de Maxwell. Planck, qui avec Einstein était l'un des rares physiciens à avoir compris les difficiles travaux de Boltzmann, ne croyait pas à l'hypothèse atomique, mais il pensait que la thermodynamique statistique qui avait permis de fonder les principes les plus intangibles de la physique devait pouvoir s'appliquer au problème du rayonnement du corps noir. On appelle corps noir, un corps quelconque en équilibre thermique avec le rayonnement qu'il émet et absorbe. Le meilleur exemple en est l'enceinte d'un four à température constante. Il se trouve, et l'observation en avait été faite à la fin du 19^{ème} siècle, que le spectre de fréquence de ce rayonnement est une fonction universelle, complètement indépendante des propriétés particulières du corps noir, et qui ne dépend que de la température. Le comportement à basse fréquence de ce spectre était bien compris, mais dès que l'on tentait d'extrapoler ce spectre dans la région des hautes fréquences on se heurtait à d'insurmontables difficultés. Pour les lever, Planck tente un modèle phénoménologique pour rendre compte de l'émission et de l'absorption du rayonnement. Il modélise le corps noir par un ensemble de résonateurs qui émettent et absorbent le rayonnement électromagnétique par *quanta d'énergie*. L'énergie portée par ces “grains d'énergie” est proportionnelle à la fréquence : $E = h\nu$, où la constante de Planck h est la constante de proportionnalité. Alors qu'avec la seule théorie de Maxwell, il n'y avait aucune limite à la fréquence du rayonnement émis par le corps noir, avec le modèle de Planck, la simple conservation de l'énergie interdit l'émission de fréquences arbitrairement élevées. Grâce à son modèle des grains d'énergie, Planck se trouvait à même d'appliquer la thermodynamique statistique à son problème, car il pouvait caractériser et compter les complexions pour aboutir à une expression de l'entropie. Il aboutit ainsi à une formule, à trois constantes h , c et k qui donne un excellent accord avec les données expérimentales, sur l'ensemble du spectre de fréquences.

En 1905, l'année même où il élaborait la théorie de la relativité restreinte, Einstein accomplit un nouveau pas de géant. Il approfondit le travail de Planck en se débarrassant du modèle phénoménologique des résonateurs : il émet l'hypothèse révolutionnaire que dans le rayonnement du corps noir, c'est le champ électromagnétique lui-même qui est constitué de grains d'énergie proportionnelle à la fréquence. Cette hypothèse redonne immédiatement la formule de Planck, mais en prime, elle lui permet d'élucider un autre problème laissé en suspend, l'existence d'un seuil de fréquence dans l'effet photoélectrique. Il ouvre ainsi la voie à une conception corpusculaire de la lumière : les grains d'énergie sont des grains de lumière, ce que quelques années plus tard on a appelé des photons. Le rayonnement du corps noir

relève de la thermodynamique statistique des photons. Dans l'effet photoélectrique, un photon peut, à condition qu'il soit assez énergétique, arracher un électron d'un atome.

Ainsi, pour résoudre certains problèmes laissés en suspens par la théorie électromagnétique de Maxwell, Planck et Einstein firent-ils surgir une nouvelle constante universelle, la constante de Planck, dont ils ne firent qu'entrevoir les incalculables implications. C'est petit à petit que la signification de cette constante universelle a pu être dégagée. La constante de Planck traduit une limitation fondamentale qui s'impose à tout sujet connaissant dans son rapport cognitif avec la nature : à moins de faire une expérience durant un temps infini, on ne peut pas observer une particule microscopique sans lui transférer un tant soit peu d'énergie, et si réciproquement, on veut observer un objet microscopique avec une grande précision spatio-temporelle, on doit lui communiquer une énergie d'autant plus élevée que la précision souhaitée est élevée. Toute observation, toute mesure, est une interaction entre un objet et un appareil impliquant un transfert d'énergie ΔE , pendant un temps ΔT ; l'action ΔA mise en jeu, égale au produit de ΔE par ΔT , ne peut pas être inférieure au quantum d'action égal à la constante h découverte par Planck, divisée par 2π :

$$\Delta A = \Delta E \Delta T \geq \hbar = \frac{h}{2\pi}, \quad (12)$$

telle est, mathématiquement exprimée, la limitation fondamentale que traduit la constante de Planck. Les inégalités d'Heisenberg généralisent l'inégalité (12) à d'autres couples de variables dont le produit a le contenu dimensionnel d'une action comme une coordonnée spatiale et la composante correspondante de l'impulsion, ou quantité de mouvement, le moment cinétique et l'orientation angulaire. Ces inégalités signifient que certaines paires de variables ne peuvent être mesurées simultanément avec des précisions arbitraires : la précision sur la mesure de l'une se paie par l'imprécision sur la mesure de l'autre. Remarquons que pour ceux qui connaissent le théorème de Noether, ces inégalités ne constituent pas une véritable surprise. En effet, comme le montre le tableau 1, on peut considérer que temps et énergie, position et impulsion, orientation angulaire et moment cinétique, sont, déjà en mécanique classique, dans une certaine position de complémentarité : les lois de conservation qui sont la condition pour l'observabilité de certaines quantités physiques sont équivalentes à l'inobservabilité des quantités conjuguées. Mais, en tout état de cause, ces corrélations posent un problème d'une redoutable difficulté : en effet, si par exemple les conditions de l'observation sont adaptées à la mesure de la position elle ne le sont pas à celle de l'impulsion, et donc, aussi bien dans la préparation de l'expérience que dans son compte-rendu, on ne peut plus faire abstraction des

conditions de l'observation. La difficulté réside dans le fait que la prise en compte des conditions de l'observation ne doit pas nuire à la maniabilité des concepts : si pour rendre compte par exemple du comportement de particules élémentaires, il fallait inclure dans les concepts une description explicite du détecteur à l'aide duquel elles sont observées, il est évident que ces concepts deviendraient absolument inutilisables. Pour lever cette difficulté il a été nécessaire de modifier de fond en comble le formalisme de la physique.

Comme le quantum d'action est indivisible, les processus mettant en jeu une action égale au quantum d'action sont des processus élémentaires, qu'il n'est pas possible de décrire de manière causale à l'aide des équations différentielles de la mécanique classique. La seule prédictibilité possible concernant ces processus est *probabiliste*. L'absorption ou l'émission d'un photon par un atome qui change de niveau d'énergie, la désintégration spontanée d'un noyau radioactif ou d'une particule instable, une réaction particulière provoquée dans une expérience auprès d'un accélérateur, sont des processus que nous devons renoncer à décrire individuellement de manière déterministe ; il nous faut les intégrer à une description probabiliste. Tous les concepts quantiques, même quand ils sont censés décrire un système dépendant d'un petit nombre de degrés de liberté, ont donc un contenu probabiliste inaliénable. C'est ce renoncement à une description causale des processus individuels qu'Einstein, pourtant l'un des fondateurs de la théorie quantique, a toujours refusé.

L'avancée cruciale de la mécanique quantique réside dans la prise en compte de ce que l'on appelle l'*indiscernabilité*. En mécanique classique, deux particules microscopiques de même espèce sont “ étiquetables ”, discernables ; il est possible de suivre leurs trajectoires dans l'espace et le temps. Ce n'est plus vrai en mécanique quantique. De manière générale, deux processus ou phénomènes sont dits quantiquement indiscernables si pour les distinguer, il faut faire une expérience mettant en jeu au moins un quantum d'action. L'exemple paradigmatique de cette propriété est fourni par la fameuse expérience d'Young avec des électrons : on fait passer des électrons émis par une source quasi ponctuelle au travers d'un cache percé de deux trous et on enregistre les impacts de ces électrons sur un détecteur plan situé à quelque distance du cache. L'effet spectaculaire, prédit par la théorie quantique et observé expérimentalement, consiste en l'apparition d'une figure d'interférence (typique d'une dynamique ondulatoire) progressivement construite par les impacts des électrons. Les deux voies de passage des électrons, soit par un trou soit par l'autre sont des voies quantiquement indiscernables. Un des grands paradoxes de la théorie quantique réside dans le fait que si l'on veut lever l'indiscernabilité, c'est-à-dire déterminer par quel trou passent les électrons, *on*

détruit inévitablement la figure d'interférence. L'aptitude à produire des effets d'interférences, associée à l'indiscernabilité et détruite par la levée de cette indiscernabilité est appelée la *cohérence quantique*. Pour en rendre compte, on a forgé le concept essentiel de toute la théorie quantique, le concept d'*amplitude de probabilité*. Une amplitude de probabilité est un nombre complexe (défini par un *module* et une *phase*, ou par une partie réelle et une partie imaginaire) dont le carré du module est une probabilité³. Par son module, une amplitude de probabilité rend compte du caractère probabiliste de la prédictibilité quantique, et par sa phase elle rend compte de l'indiscernabilité cohérente pouvant donner lieu à des effets d'interférence. Dans le cas de l'expérience d'Young avec des électrons, le formalisme des amplitudes de probabilité permet de rendre compte des observations : l'amplitude de probabilité d'un impact d'électron sur l'écran, dont le module au carré est égal à la probabilité d'impact, est la somme des deux amplitudes de probabilité associées chacune au passage par un des deux trous ; comme ces amplitudes sont des nombres complexes, des interférences sont possibles alors qu'elles seraient totalement incompréhensibles dans le cadre de la mécanique classique de particules matérielles. La disparition des franges d'interférence lorsque l'on détermine par quel trou sont passés les électrons traduit la perte de la cohérence quantique, prix dont on paie la levée de l'indiscernabilité.

La méthodologie quantique

Il devient maintenant possible d'explicitier les étapes de la méthodologie quantique qui repose sur l'articulation de l'indiscernabilité et de la cohérence. Comme toute mesure aux échelles microscopiques est une interaction soumise à la contrainte de mise en jeu d'au moins un quantum d'action, il devient impossible, même en principe, de faire totalement abstraction des conditions de l'observation.

Comme les processus élémentaires mettant en jeu une action égale au quantum d'action ne sont pas descriptibles au moyen des équations de la physique classique, et comme les conditions de l'observation ne peuvent en général pas être mieux déterminées que de manière statistique, il faudra (comme en mécanique statistique) renoncer à une prédictibilité déterministe au profit d'une prédictibilité probabiliste.

³ Remarquons qu'avec le formalisme des amplitudes de probabilité, la propriété de cohérence quantique qui compense l'indiscernabilité, est traitée comme une propriété de symétrie : la probabilité (physiquement mesurable) égale au carré du module de l'amplitude est invariante par changement, à module constant, de la phase de l'amplitude.

En physique quantique, l'évaluation de la probabilité d'un certain événement ou processus fait intervenir des amplitudes de probabilité qui prennent en compte l'indiscernabilité relative aux conditions de l'observation.

Pour évaluer la probabilité d'un processus, il convient de déterminer toutes les voies indiscernables par lesquelles il peut se produire dans les conditions expérimentales considérées, d'associer à chacune de ces voies une certaine amplitude de probabilité, de sommer comme des nombres complexes (somme cohérente) toutes ces amplitudes pour obtenir l'amplitude totale dont le carré du module donne la probabilité recherchée.

Généralisations de la formulation lagrangienne

Tous les remaniements dont nous venons d'évoquer les principes se sont traduits, au plan formel, par des généralisations de la formulation lagrangienne. En voici les principales.

Extension relativiste

Dans l'expression (3) de l'intégrale d'action, le temps joue un rôle particulier. Cet aspect est incompatible avec la relativité où le temps doit être considéré comme la quatrième dimension de l'espace-temps. Pour rendre relativiste la formulation lagrangienne, on va introduire une *densité de lagrangien*, dont l'intégrale sur l'espace sera égale au lagrangien :

$$\mathcal{L} = \int L(\mathbf{x}, t) d^3x \equiv \iiint L(\mathbf{x}, t) dx dy dz \quad (13)$$

qui dépend de l'espace et du temps par l'intermédiaire des degrés de liberté. Comme l'intégrale d'action est l'intégrale sur le temps du lagrangien, on peut l'écrire comme l'intégrale sur l'espace-temps de la densité de lagrangien. Comme cette intégrale peut être définie à partir d'une mesure invariante de Lorentz, on peut imposer l'invariance de Lorentz des équations du mouvement en demandant que la densité de lagrangien soit un scalaire de Lorentz.

Extension aux systèmes infinis

On appelle *champ relativiste* un ensemble infini de variables dynamiques $\Phi(x)$ définies en chaque point de l'espace-temps $x=(\mathbf{x}, t)$. Pour un tels système, les équations d'Euler et Lagrange s'écriront très facilement en fonction de la densité de lagrangien :

$$\frac{\partial L(x)}{\partial \Phi(x)} - \partial_\mu \left[\frac{\partial L(x)}{\partial [\partial_\mu \Phi(x)]} \right] = 0 \quad (14)$$

où l'indice de Lorentz $\mu=0,1,2,3$ dénote respectivement la composante de temps et les composantes sur les trois axes spatiaux de coordonnées Ox, Oy, Oz , et où, selon la

convention d'Einstein, on somme sur toutes les valeurs possibles d'un indice de Lorentz répété.

L'équation de Schrödinger et l'intégrale de chemins

Les amplitudes de probabilité sont associées à un autre outil mathématique essentiel en physique quantique, celui d'*espace de Hilbert*. Il s'agit d'un espace vectoriel de fonctions complexes. Il a un nombre infini de dimensions. Les éléments de cet espace sont des *vecteurs*. Les transformations qui agissent sur les vecteurs et les transforment en d'autres vecteurs sont des *opérateurs*. Vecteurs et opérateurs ont des propriétés de *linéarité* : une combinaison linéaire à coefficients complexes de vecteurs est un vecteur, et une combinaison linéaire à coefficients complexes d'opérateurs est un opérateur. Le produit scalaire de deux vecteurs est un nombre complexe qui dépend linéairement de ces deux vecteurs.

Le formalisme de la théorie quantique s'intéresse d'une part aux *états* du système physique et d'autre part aux grandeurs physiques *observables* relativement à ce système. Les états sont associés à des vecteurs et les observables à des opérateurs de l'espace de Hilbert. En mécanique quantique non relativiste, l'état d'un système est représenté par sa *fonction d'onde*, qui est une amplitude de probabilité (son module au carré, qui est sa norme dans l'espace de Hilbert est la probabilité que le système soit dans l'état considéré). L'énergie totale du système est représentée par un opérateur appelé hamiltonien. L'équation de Schrödinger, équation fondamentale de la mécanique quantique traduit qu'en tant qu'opérateur, l'énergie est équivalente à la dérivation par rapport au temps :

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \hat{\mathbf{H}} |\psi(t)\rangle \quad (15)$$

où le vecteur $|\psi(t)\rangle$ représente la fonction d'onde à l'instant t , et l'opérateur hamiltonien $\hat{\mathbf{H}}$ représente l'énergie du système. Formellement, la solution de l'équation de Schrödinger peut s'écrire :

$$|\psi(t)\rangle = \exp\left(\frac{i\hat{\mathbf{H}}(t-t_0)}{\hbar}\right) |\psi(t_0)\rangle \quad (16)$$

où l'exponentielle de l'hamiltonien représente ce que l'on appelle *l'opérateur d'évolution* :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{U}}(t, t_0) &= \exp\left(\frac{i\hat{\mathbf{H}}(t-t_0)}{\hbar}\right) \\ |\psi(t)\rangle &= \hat{\mathbf{U}}(t, t_0) |\psi(t_0)\rangle \end{aligned} \quad (17)$$

L'idée de la méthode dite de l'intégrale de chemins consiste à coller davantage à la physique classique que par le passage de l'espace de phase à l'espace de Hilbert. Supposons que l'on continue à représenter l'état d'un système par un point de l'espace de phase (au lieu d'un vecteur de l'espace de Hilbert). Classiquement, l'évolution entre un instant initial et un état final fait intervenir une trajectoire qui relie, dans l'espace de phase les points représentant ces deux états. Rappelons que cette trajectoire est, en physique classique, celle qui minimise l'intégrale d'action. Lorsque l'on passe de la physique classique à la physique quantique, il faut admettre qu'il existe une infinité de trajectoires possibles correspondant à des voies de transitions indiscernables. La règle de la méthodologie quantique que nous avons évoquée plus haut indique que pour obtenir l'amplitude totale de la transition, il faut sommer sur toutes les amplitudes associées à chacune de ces voies indiscernables. Il est possible de démontrer que l'amplitude de transition entre l'état initial et l'état final peut être écrite au moyen d'une telle somme sur toutes les trajectoires possibles. Dans le cas le plus simple d'un système dépendant d'un seul degré de liberté, on a :

$$\begin{aligned} \langle \psi(x(t)) | \psi(x(t_0)) \rangle &= \langle \psi(x') | \exp \left(\frac{-i\hat{\mathbf{H}}(t-t_0)}{\hbar} \right) | \psi(x) \rangle \\ &= \int \mathcal{D}x(t') \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int \mathcal{L}(x(t'), \dot{x}(t')) dt' \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

Cette expression appelle plusieurs remarques importantes. Tout d'abord, la première intégrale (celle sur $\mathcal{D}(x(t'))$) n'est pas une intégrale ordinaire. Il s'agit de ce que l'on appelle une *intégrale fonctionnelle*⁴, une intégrale sur toutes les trajectoires $x(t')$ qui relient le point $x=x(t_0)$ au point $x'=x(t)$. D'autre part, l'intégrand de la seconde intégrale est le lagrangien, différence de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, alors que l'opérateur d'évolution fait intervenir le hamiltonien, somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle. Enfin alors que le hamiltonien est un opérateur, le lagrangien est une fonction ordinaire, et en ce sens, on peut dire qu'il s'agit du lagrangien classique.

La méthode de l'intégrale de chemins présente de nombreux avantages significatifs

- Comme le lagrangien est réel, l'intégrand de l'intégrale fonctionnelle est une pure phase. A la limite où \hbar tend vers zéro, le coefficient de l'intégrale d'action tend vers l'infini. A cette limite, dans l'intégrale fonctionnelle, ne contribuent de manière significative que les trajectoires très voisines de celle qui rend l'intégrale d'action stationnaire, car leur

contributions sont presque en phase ; les autres trajectoires donnent des contributions qui tendent à se compenser. La méthode de l'intégrale de chemins fait donc apparaître le principe de moindre action comme une approximation classique : si \hbar était strictement nul, comme c'est le cas en physique classique, seule contribuerait à l'intégrale fonctionnelle la trajectoire qui rend stationnaire l'intégrale d'action. La quantification par l'intégrale de chemins consiste à explorer toutes les trajectoires proches de la trajectoire classique.

- La méthode de l'intégrale de chemins présente une analogie frappante avec la méthode de la *fonction de partition*, introduite par Boltzmann et Gibbs en thermodynamique statistique. En réalité, il ne s'agit pas d'une simple analogie, mais d'une véritable identité formelle entre les deux méthodes : il est possible, mathématiquement de transformer un problème de quantification par l'intégrale de chemins en un problème de thermodynamique statistique traité par la méthode de la fonction de partition.
- La méthode de l'intégrale de chemins que nous avons explicitée à propos du cas ultra simplifié d'un système ne dépendant que d'un seul degré de liberté, peut être généralisée aux situations qui intéressent la physique des particules, celles qui font intervenir des systèmes quantiques et relativistes, ce que l'on appelle des *champs quantiques*. C'est même là que cette méthode trouve sa pleine utilité.
- La présente conférence est consacrée au rôle fondamental des propriétés de symétries et nous avons souligné plus haut l'intérêt de la formulation lagrangienne pour la mise en évidence de ce rôle : le lagrangien contient toute l'information concernant les propriétés d'invariance d'une interaction et donc sur les lois de conservation auxquelles elle obéit. Comme c'est le lagrangien qui intervient dans l'intégrale fonctionnelle, on va pouvoir, pour étudier une certaine interaction dans le domaine quantique, imposer telle ou telle propriété de symétrie supposée, et examiner ses conséquences, une fois effectuée l'intégrale fonctionnelle. C'est ainsi qu'on a découvert que l'invariance de jauge de l'interaction électromagnétique joue un rôle essentiel en physique quantique et qu'elle donne une clé pour la compréhension de toutes les interactions fondamentales. C'est ce que nous allons développer dans la troisième partie de cette conférence.

⁴ Rappelons que lorsque nous avons défini l'intégrale d'action, nous avons souligné que cette intégrale était une *fonctionnelle* de la trajectoire

III- Invariance de jauge et interactions fondamentales

Invariance de jauge en électrodynamique quantique

La forme relativiste des équations de Maxwell

L'espace-temps de la relativité restreinte est appelé espace-temps de Minkowski. On utilise un système d'unités dans lequel la vitesse de la lumière est égale à 1. Un quadrivecteur $p=(p_0, \mathbf{p})$ est aussi dénoté p_μ . Le produit scalaire de deux quadrivecteurs p et q est égal à :

$$p_0 q_0 - \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = \sum_{\mu=0}^3 p_\mu q^\mu \equiv p_\mu q^\mu \quad (19)$$

Avec les unités de Heaviside, la loi de Coulomb s'écrit

$$\mathbf{F} = \frac{QQ'}{4\pi r^2} \quad (20)$$

En fonction du champ électrique \mathbf{E} , de l'induction magnétique \mathbf{B} , des densités de charge ρ et de courant \mathbf{j} , les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E} &= \rho \\ \operatorname{rot} \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= \mathbf{j} \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

auxquelles il faut ajouter l'équation de conservation locale de la charge :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0 \quad (22)$$

Toutes ces équations peuvent être mises sous une forme relativiste. Introduisons les quadrivecteurs suivants $x^\mu=(t, \mathbf{x})$ et $j^\mu=(\rho, \mathbf{j})$ ainsi que le *tenseur électromagnétique* :

$$F^{\mu\nu} = -F^{\nu\mu} = \begin{pmatrix} 0 & -E^1 & -E^2 & -E^3 \\ E^1 & 0 & -B^3 & B^2 \\ E^2 & B^3 & 0 & -B^1 \\ E^3 & -B^2 & B^1 & 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

et le tenseur électromagnétique dual $\tilde{F}^{\mu\nu}$ qui se déduit de $F^{\mu\nu}$ par la substitution \mathbf{E} en \mathbf{B} et \mathbf{B} en $-\mathbf{E}$. Avec ces notations, les équations de Maxwell prennent une forme très compacte ($\partial_\mu \equiv \partial / \partial x^\mu$) :

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu; \partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0 \quad (24)$$

quant à l'équation de conservation locale de la charge, elle devient simplement :

$$\partial_\mu j^\mu = 0 \quad (25)$$

Le quadrivecteur potentiel et l'invariance de jauge

Pour faire dériver les équations de Maxwell d'un principe de moindre action, il convient tout d'abord d'identifier les variables dynamiques. Comme les équations de Maxwell sont du premier ordre dans le champ électrique et dans le champ magnétique, ces champs ne peuvent pas être considérés comme les variables dynamiques, puisque les équations de Hamilton sont du deuxième ordre dans les degrés de liberté. On tourne la difficulté en faisant dériver les champs électrique et magnétique d'un *potentiel électromagnétique*, pour lequel les équations du mouvement sont du deuxième ordre.

En électrodynamique non relativiste, on avait rencontré des difficultés avec la propagation de l'interaction à vitesse finie, parce que l'on traitait comme un scalaire le potentiel électrique Φ et comme un vecteur le potentiel magnétique \mathbf{A} . Ces difficultés ont été levées lorsque l'on a réalisé que Φ n'est pas un scalaire et que \mathbf{A} n'est pas un vecteur, mais que leur ensemble forme un quadrivecteur :

$$A^\mu = (\Phi, \mathbf{A}); F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \quad (26)$$

c'est-à-dire :

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \Phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}; \mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (27)$$

On voit que le potentiel n'est défini qu'avec un certain arbitraire : la transformation :

$$A^\mu(x) \rightarrow A^\mu(x) + \partial^\mu \lambda(x) \quad (28)$$

où $\lambda(x)$ est une fonction arbitraire de x , ne change pas le tenseur électromagnétique puisque :

$$\partial^\mu \partial^\nu \lambda(x) - \partial^\nu \partial^\mu \lambda(x) = 0 \quad (29)$$

et conduit donc à la même interaction. Cet arbitraire sur le potentiel est ce que l'on appelle l'*invariance de jauge*.

Comme les équations de Maxwell sont du second ordre dans le potentiel, ce dernier peut être considéré comme un ensemble infini de variables dynamique régies par des équations d'Euler et Lagrange. C'est donc à partir des quatre composantes du quadrivecteur potentiel définies en chaque point de l'espace-temps, ce que l'on appelle désormais le *champ de jauge* de l'interaction électromagnétique, que l'on peut écrire le lagrangien⁵ L_{EM} dont dérivent les équations de Maxwell. Par tâtonnement, on trouve :

⁵ En réalité, il s'agit de la densité de lagrangien, mais pour faire court nous dirons à partir de maintenant lagrangien à la place de densité de lagrangien.

$$\mathcal{L}_{EM}(x) = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - j_{\mu}A^{\mu} \quad (30)$$

où le premier terme représente “l’énergie cinétique” de propagation du champ électromagnétique, et le second “l’énergie potentielle” de couplage du courant au champ de jauge.

Pour retrouver, à partir de ce lagrangien et des équations (11), les équations de Maxwell, il faut encore savoir que le lagrangien est défini avec un certain degré d’indétermination : les équations ne changent pas si on ajoute au lagrangien une quadri-divergence d’une fonction quelconque $\mu(x)$, en effet, un tel terme supplémentaire donnera dans l’intégrale d’action, un terme tout intégré, égal à la fonction $\mu(x)$ évaluée à l’infini, terme que l’on pourra oublier si, comme nous le faisons toujours, nous supposons que tous les champs s’annulent à l’infini. On s’aperçoit alors que l’on obtient bien les équations de Maxwell, mais que le lagrangien n’est invariant de jauge que si on suppose la conservation du courant. En effet la transformation (28) induit :

$$\mathcal{L}_{EM}(x) \rightarrow \mathcal{L}_{EM}(x) + j_{\mu}\partial^{\mu}\lambda(x) \quad (31)$$

mais ce terme supplémentaire n’est qu’une quadri-divergence si le courant est conservé !

On voit donc apparaître une possibilité très intéressante de généraliser le théorème de Noether : à l’invariance de jauge correspondrait la conservation du courant.

Invariance de phase du champ de Dirac

La quantification de la théorie de l’interaction électromagnétique suppose que le courant soit aussi traité de manière quantique. Supposons que les seules particules de matière en interaction électromagnétique soient des électrons. La théorie quantique de l’électron est due à Dirac, qui a établi une équation généralisant l’équation de Schrödinger au cas relativiste. Le lagrangien de Dirac d’où l’on peut dériver l’équation de Dirac à partir d’un principe de moindre action fait intervenir la fonction d’onde de l’électron $\psi(x)$ que l’on peut, avant quantification par la méthode de l’intégrale de chemins considérer comme un véritable champ relativiste. Une très importante contribution de Dirac a été l’invention du concept d’antiparticule : l’équation de Dirac n’a de sens que s’il existe, en même temps que l’électron, une nouvelle particule que l’on appelle l’antiélectron (ou positon) dont la fonction d’onde

$\bar{\psi}(x)$ est la complexe conjuguée de $\psi(x)$ ⁶. Le lagrangien de Dirac est invariant par changement des phases des fonctions d'ondes de l'électron et de l'antiélectron :

$$\begin{aligned}\psi(x) &\rightarrow \psi(x)\exp(i\alpha) \\ \bar{\psi}(x) &\rightarrow \bar{\psi}(x)\exp(-i\alpha)\end{aligned}\tag{32}$$

Le théorème de Noëther généralisé associe cette invariance à la conservation de la charge électrique de l'électron.

Pour écrire le lagrangien de l'électrodynamique quantique de l'électron, il faut ajouter à (30) la densité de lagrangien de Dirac et écrire le courant en fonction des fonctions d'ondes de l'électron et de l'antiélectron. Il se trouve qu'il est possible de construire un courant conservé correspondant à la propagation d'un électron à partir du produit $\bar{\psi}(x)\psi(x)$. On constate alors que le lagrangien ainsi obtenu n'est pas simplement invariant de jauge, mais qu'il est aussi invariant par un changement local de la phase de la fonction d'onde de l'électron : la transformation

$$\begin{aligned}\psi(x) &\rightarrow \psi(x)\exp(i\alpha(x)) \\ \bar{\psi}(x) &\rightarrow \bar{\psi}(x)\exp(-i\alpha(x)) \\ A^\mu(x) &\rightarrow A^\mu(x) + \lambda(x) \text{ où } \lambda(x) = ie\alpha(x)\end{aligned}\tag{33}$$

laisse invariant le lagrangien de l'électrodynamique quantique (e est la charge de l'électron).

Invariance de jauge et modèle standard

L'invariance par la transformation (33) est la propriété fondamentale de l'électrodynamique quantique : l'invariance locale de phase du champ d'électron (une symétrie purement quantique) n'est possible que si ce champ d'électron est couplé à un champ de jauge qui ait la même invariance de jauge que le potentiel électromagnétique. Au niveau quantique et relativiste, la forme même de l'interaction électromagnétique résulte de l'adéquation de deux propriétés de symétries locales, l'invariance de phase et l'invariance de jauge. Comme, à l'aide de la méthode de l'intégrale de chemins, toute l'information nécessaire à l'évaluation des amplitudes de transitions (donc des quantités physiquement observables) est contenue dans le lagrangien, on peut dire que toute la physique de l'interaction électromagnétique est complètement déterminée par l'invariance de jauge⁷.

⁶ Pour ne pas alourdir l'exposé, j'ai fortement simplifié la situation : en réalité, la théorie de Dirac fait intervenir des objets plus complexes que les fonctions d'onde que j'ai introduites, mais, pour les besoins de mon propos, la présentation actuelle est suffisante.

⁷ Selon la terminologie abrégée couramment utilisée, l'invariance de jauge désigne l'articulation de l'invariance locale de phase du champ de matière et de l'invariance de jauge du champ d'interaction.

Ce rôle dynamique des symétries locales avait déjà été remarqué dans la théorie moderne de la gravitation, la théorie de la relativité générale : en rendant locale l'invariance de Lorentz, la propriété de symétrie globale⁸ de la relativité restreinte, Einstein a pu généraliser sa théorie de la relativité à des changements arbitraires de référentiels d'espace-temps et parvenir à une théorie géométrique de la gravitation universelle qui englobe celle de Newton et la redonne à l'approximation des faibles champs. Malheureusement, jusqu'à présent, on ne sait pas tenir compte des effets quantiques dans cette théorie.

Le groupe de jauge (le groupe de la symétrie de jauge) de l'interaction électromagnétique est le groupe commutatif (on dit aussi abélien) $U(1)$ de la multiplication par une phase. Il était tentant de rechercher des symétries de jauge dans les autres interactions ... et on les a trouvées : le groupe $SU(3)$ de couleur est le groupe de jauge de la chromodynamique quantique, et le groupe $SU(2) \times U(1)$, produit de l'isospin faible par l'*hypercharge* faible, celui de l'interaction faible.

L'invariance de jauge, ainsi généralisée, s'articule remarquablement bien avec les autres ingrédients essentiels du modèle standard, la théorie de référence des particules élémentaires et des interactions fondamentales non gravitationnelles.

Les théories à invariance de jauge sont renormalisables, ce qui signifie que les difficultés liées à la prise en compte conjointe des contraintes de la relativité restreinte et de la mécanique quantique peuvent y être résolues d'une manière satisfaisante.

Les théories à invariance de jauge non abélienne, comme la chromodynamique quantique satisfont la propriété dite de "liberté asymptotique", selon laquelle la constante de couplage effective (on dit aussi "renormalisée") décroît avec la résolution, c'est-à-dire avec l'énergie. Grâce à cette propriété, la méthode "perturbative" de développement des amplitudes de réactions en séries de puissances de la constante de couplage est applicable à l'interaction fondamentale des quarks et des gluons. Cette interaction, faible à haute énergie (c'est-à-dire à petite distance) s'accroît à grande distance et confine les quarks et les gluons à l'intérieur des particules composites (les hadrons) dont ils sont les constituants.

Comme les intensités des interactions fondamentales dépendent de l'énergie, un rapprochement peut s'opérer entre la physique des particules et la cosmologie. D'après le modèle du "big bang", le modèle standard de la cosmologie, l'univers est en expansion et en

⁸ Rappelons que l'invariance de jauge est dite "locale" parce qu'elle correspond à une invariance par des transformations qui dépendent du point d'espace-temps où elles sont appliquées ; par opposition une symétrie relative à des transformations qui ne dépendent pas de ce point d'espace-temps est dite "globale".

refroidissement depuis une singularité initiale où la densité et la température étaient infinies. La température (l'énergie cinétique moyenne des particules constitutives de l'univers primordial) décroît comme l'inverse de la racine carrée du temps écoulé depuis le big bang. Les intensités des interactions qui dépendent de l'énergie, dépendent donc de ce temps cosmologique. Des interactions, différentes aujourd'hui, peuvent avoir eu la même intensité dans l'univers primordial. Il devient tentant de supposer qu'au moment du big bang, toutes les interactions avaient la même intensité, qu'elles étaient *unifiées* au sein d'une théorie dont le groupe de jauge serait suffisamment grand pour contenir comme sous-groupes les groupes de jauge actuels.

La brisure spontanée de symétrie est le concept (emprunté à la mécanique statistique) qui permet précisément d'élaborer des scénarios d'histoire de l'univers depuis l'état initial où toutes les particules étaient de masse nulle et indifférenciées, où toutes les interactions étaient unifiées, jusqu'à l'état dans lequel il se laisse observer aujourd'hui, en passant par toute une série de transitions de phases où les particules se différencient, certaines d'entre elles acquérant de la masse, les symétries se brisent en symétries résiduelles, de nouvelles structures et de nouveaux états de la matière se forment.

Au début des années soixante dix on a pu montrer que la brisure spontanée de symétrie respecte la renormalisabilité des théories à invariance de jauge. On a ainsi abouti à *la théorie électrofaible* (unifiant les interactions électromagnétique et faible) dont, jusqu'à présent, toutes les prédictions ont été confirmées expérimentalement, grâce en particulier aux données fournies par le collisionneur "LEP" du CERN à Genève, depuis 1989. Ce modèle standard comporte encore un chaînon manquant, le "boson de Higgs". Il s'agit d'une nouvelle particule, encore à découvrir, dont l'existence est impliquée par le mécanisme de brisure spontanée de la symétrie électrofaible. Sa recherche est l'objectif prioritaire assigné au programme du LHC (le grand collisionneur actuellement en construction au CERN) qui s'annonce comme la plus grande aventure scientifique jamais entreprise par l'homme.

Eléments bibliographiques

- *Symmetry in science*, Joe Rosen, Springer-Verlag, New York (1995)
- *La symétrie aujourd'hui*, ouvrage collectif édité par Emile Noël, Le Seuil, Paris (1989)
- *Symétrie et brisure de symétrie*, ouvrage collectif édité par Gilles Cohen-Tannoudji et Yves Sacquin, EDP Sciences, Les Ulis, (1999)
- *Les symétries de la nature*, dossier hors série de “ Pour la science ”, Paris (1998)
- *Particules élémentaires et interactions fondamentales, tendances et perspectives*, cours donnés à l'INSTN par Jean Pierre Baton et Gilles Cohen-Tannoudji, rapport DAPNIA/SPP 92-12
- *La matière-espace-temps*, Gilles Cohen-Tannoudji et Michel Spiro, Folio Gallimard, Paris (1989)