

6

Aberrations d'une lentille sphérique mince Influence des diaphragmes sur la qualité des images

- 6.1 Aberrations chromatiques
- 6.2 Aberrations géométriques
- 6.3 Formation d'une image de bonne qualité
- 6.4 Influence des diaphragmes sur la qualité des images

L

es aberrations illustrent le caractère non idéal des lentilles sphériques minces, et plus généralement des systèmes centrés. Elles peuvent être classées en deux catégories : les aberrations chromatiques, qui résultent du caractère dispersif du verre des lentilles, et les aberrations géométriques, qui résultent de l'utilisation des lentilles ou systèmes centrés en dehors des conditions de Gauss. Ces deux types d'aberrations constituent des limitations au pouvoir de résolution des instruments d'optique et doivent être corrigés. C'est tout le problème de la conception des objectifs et oculaires des microscopes, lunettes astronomiques et télescopes, constitués de surfaces asphériques ou d'associations complexes de dioptrès et de lentilles sphériques.

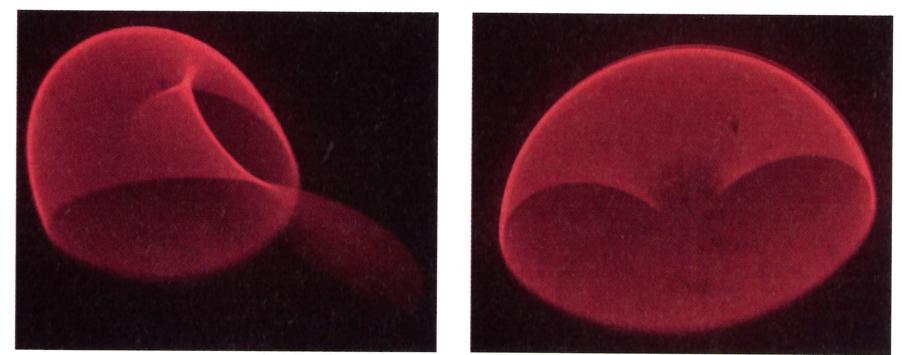


Figure 6.1 Aberrations géométriques d'une lentille – Vues artistiques de la coma.

Les aberrations géométriques peuvent être caractérisées soit en termes d'écart à l'image paraxiale, mesuré dans le plan de front de celle-ci (aberration transversale), soit en termes d'écart à la surface d'onde sphérique idéale centrée sur l'image paraxiale (écart à la surface d'onde). Les aberrations majeures sont les cinq aberrations du troisième ordre selon la théorie de Seidel : aberration sphérique, coma, courbure de champ, astigmatisme et distorsion. Nous examinerons expérimentalement leur effet sur l'image d'un objet. Si les objectifs d'appareil photographique, de microscope ou de télescope sont corrigés au mieux de ces aberrations, il n'en est pas de même lorsqu'une seule lentille sphérique mince est utilisée. Quelques règles simples permettent alors de minimiser leurs effets lors de la formation d'une image (règles mises en œuvre, par exemple, dans un projecteur de diapositives).

Enfin, un instrument d'optique comporte toute une série de diaphragmes réels (comme les montures des lentilles) ou conjugués objet ou image de diaphragmes réels, qui portent les noms étranges de « diaphragme de champ » ou de « diaphragme d'ouverture », de « lucarne d'entrée » ou de « lucarne de sortie », de « pupille d'entrée » ou de « pupille de sortie ». Ce sont eux qui influent, selon leur position, sur la luminosité ou le champ angulaire de l'image. Ils ne doivent donc pas être positionnés au hasard.

6.1 ABERRATIONS CHROMATIQUES

6.1.1. Approche expérimentale

Les **aberrations chromatiques** sont caractérisées par une irisation des images formées en lumière blanche par les lentilles sphériques ordinaires. La figure 6.2 représente l'image d'une lettre F sur diapositive obtenue à travers deux lentilles sphériques successives. La jambe verticale du F est irisée de rouge et de jaune à gauche et

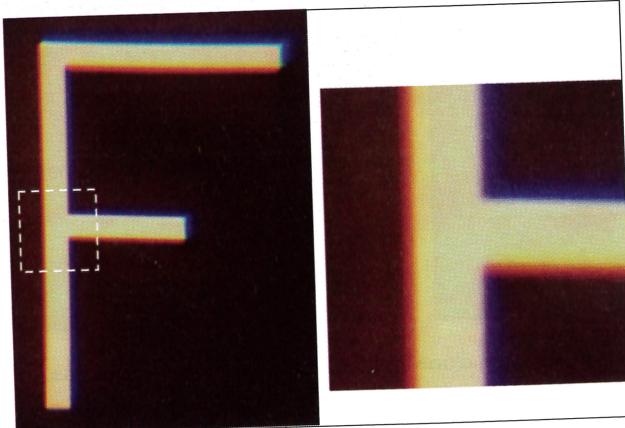


Figure 6.2 Aberration chromatique transversale.
On remarquera les irisations haut/bas et droite/gauche sur les bords de l'image de la lettre F.

de bleu à droite, tandis que les deux jambes horizontales sont irisées de rouge et de jaune en dessous et de bleu au-dessus. Dans les premières lunettes astronomiques, les aberrations chromatiques cumulées à travers l'objectif et l'oculaire réduisaient considérablement la résolution de l'instrument. L'utilisation des lunettes réfractrices fut donc limitée jusqu'à la réalisation des premiers objectifs achromatiques vers le milieu du XVIII^e siècle.

Les **aberrations chromatiques se manifestent même si les lentilles sont utilisées dans les conditions de Gauss**. Elles sont liées au caractère dispersif du verre qui agit localement comme un prisme.

L'aberration chromatique peut être mise en évidence de manière spectaculaire à l'aide de l'expérience suivante¹.

Le schéma de principe de l'expérience et le montage expérimental sont représentés figure 6.3.a et b. Un trou source circulaire S de 1 ou 2 mm de diamètre est placé juste après l'objectif d'un projecteur de diapositives, sur une image de filament de l'ampoule. On place une lentille plan-convexe L_1 de grand diamètre ($\Phi = 12 \text{ cm}$) à environ un mètre de S, face bombée vers le trou². La lentille L_1 est centrée afin que le faisceau lumineux issu de S couvre entièrement sa surface. On place ensuite un diaphragme annulaire, préalablement découpé, juste devant L_1 (figure 6.3.a et b)³.

En disposant un écran dans un plan contenant l'axe optique de L_1 , on observe l'**aberration chromatique longitudinale** (figure 6.3.c). En présence du diaphragme annulaire, la lentille agit comme un prisme conique tronqué. Les rayons « bleus » sont plus déviés que les rayons « rouges » et convergent plus rapidement sur l'axe (figure 6.3.d). L'image « bleue » S'^{bleu} de S (plan 2B) est située en avant de l'image rouge S'^{rouge} de S (plan 2R). Le chromatisme longitudinal ou **chromatisme de position** correspond à un décalage des différentes images monochromatiques de S suivant l'axe optique. Il en résulte une trace colorée en forme de flèche allant du violet au rouge en passant par le cyan, le vert et le jaune (figure 6.3.c).

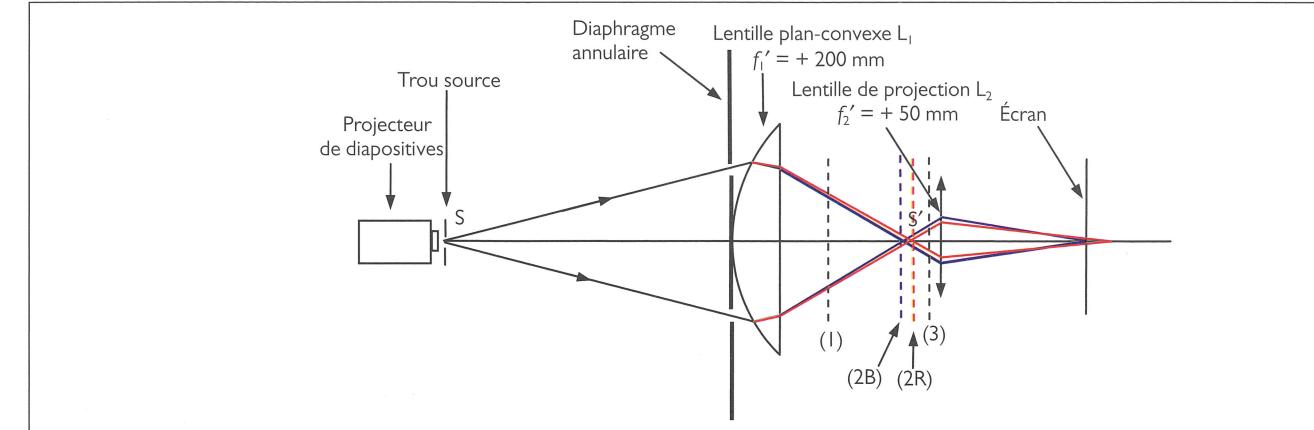
Pour un objet S situé à l'infini, et pour des rayons paraxiaux, les images monochromatiques de S seront situées à des distances focales dépendant de la longueur d'onde λ . Ce résultat est illustré par la formule des lunetiers :

$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \times \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \text{ où } n = n(\lambda).$$

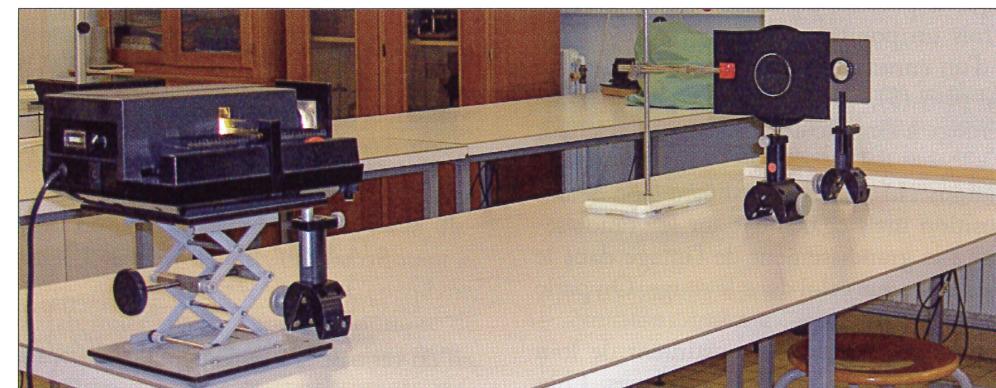
¹. Cette expérience est décrite dans : R. JOUANISSON, *Formation des images, étude expérimentale, tome 1*, dossier pédagogique n° 39 de l'Adasta, décembre 1994.

². Pour limiter les aberrations sphériques (cf. un peu plus loin). L'image S' de S se trouve au voisinage de F' , foyer principal image de L_1 .

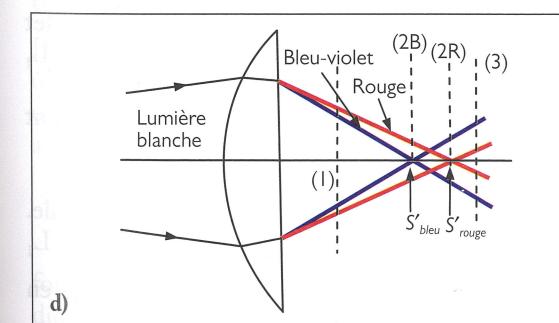
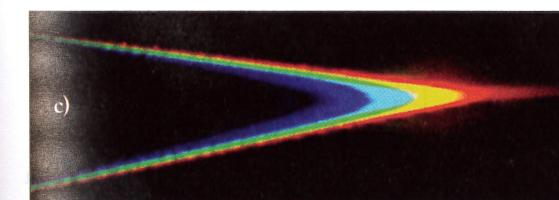
³. L'épaisseur de l'anneau doit être assez faible, afin de ne pas introduire d'aberration de sphéricité. On pourra prendre une épaisseur de 2 mm. Les deux parties du diaphragme annulaire peuvent être maintenues solidairement à l'aide d'un scotch transparent ou bien la partie centrale peut être directement collée sur la lentille (solution choisie ici). On fera attention à bien centrer le diaphragme par rapport à la lentille.



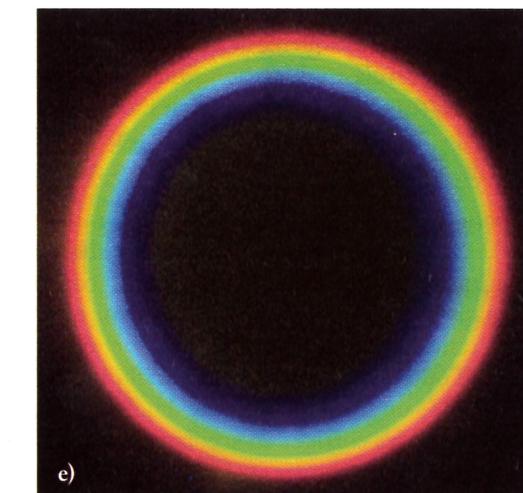
a) Schéma de principe de l'expérience



b) Montage expérimental



c) Spectre vu en coupe dans un plan contenant l'axe de la lentille
d) Schéma de principe



e) Aberration chromatique transversale : spectre circulaire dans un plan parallèle au plan de la lentille

Figure 6.3 Aberration chromatique – Mise en évidence expérimentale.

En disposant un écran parallèlement au plan de la lentille L_1 , on observe l'**aberration chromatique transversale** (figure 6.3.e). Pour faciliter l'observation, une lentille de projection L_2 de courte distance focale ($f'_2 = +50 \text{ mm}$) forme du spectre circulaire une image agrandie sur l'écran⁴ (figure 6.3.a et b). Lorsque L_2 est en conjugue le plan de l'écran avec le plan (1), situé en avant de S' , on observe un spectre circulaire bordé de bleu à l'intérieur et de rouge à l'extérieur (figure 6.3.e). À mesure que L_2 est décalée vers la droite, l'étalement du spectre augmente mais son diamètre moyen diminue. Lorsque le plan conjugué de l'écran est le plan (2B), on observe un point bleu (image bleue S' de S) entouré d'un anneau rouge. En décalant encore L_2 vers la droite, on observe un anneau pourpre (mélange de rouge et de bleu). Lorsque le plan conjugué est le plan (2R), on observe cette fois un point rouge (image rouge S' de S) entouré d'un anneau bleu. Enfin, lorsque le plan conjugué est le plan (3), on observe un spectre circulaire bordé de rouge à l'intérieur et de bleu à l'extérieur (figure 6.3.d).

Les aberrations chromatiques influent non seulement sur la position mais également sur le grandissement de l'image : le grandissement de l'image dans le bleu n'est pas le même que celui dans le rouge. On parle de **chromatisme de grandeur**.

Les aberrations chromatiques constituent de loin le défaut le plus gênant des lentilles sphériques. Loin de présenter l'aspect esthétique de l'expérience précédente, l'irisation des images limite notamment la qualité des observations et la résolution des instruments d'optique. Historiquement, le problème de leur correction s'est révélé rapidement crucial dans la confection des lunettes astronomiques ou des microscopes.

6.1.2. Doublets achromatiques minces

Après quelques expériences, Newton fut convaincu qu'il était impossible de corriger les aberrations chromatiques. Il se lança donc dans la construction alternative d'un télescope, dont les miroirs, travaillant par réflexion, étaient dépourvus de ce type de défaut. Toutefois Newton avait conclu un peu trop vite. En 1733, un Anglais nommé Hall montra qu'il était possible de les corriger en accolant des lentilles de verres judicieusement choisis. Ce résultat fut retrouvé indépendamment par le mathématicien suisse Leonhard Euler en 1757. Les calculs de ce dernier permirent à l'opticien John Dollond de réaliser les premiers objectifs achromatiques (ou **achromats**), dont nous allons voir maintenant le principe.

En pratique, on ne cherche pas à réaliser un objectif achromatique parfait, qui donnerait une distance focale identique quelle que soit la longueur d'onde. On

cherche plutôt à superposer les plans focaux de l'objectif pour deux radiations étalons, en accolant deux lentilles constituées de verres différents.

La vergence $C = \frac{1}{f'}$ d'une lentille peut s'écrire sous la forme : $C = (n(\lambda) - 1)A$, où A est une constante ne dépendant que des rayons de courbure R_1 et R_2 des dioptrés sphériques. Si deux lentilles L_1 et L_2 sont accolées, leur vergence résultante sera :

$$C = C_1 + C_2 = (n_1(\lambda) - 1)A_1 + (n_2(\lambda) - 1)A_2$$

(théorème des vergences).

La vergence résultante doit être identique pour deux radiations étalons, notées C et F , correspondant respectivement aux raies rouge ($\lambda_C = 656,3 \text{ nm}$) et bleu ($\lambda_F = 486,1 \text{ nm}$) du spectre de l'hydrogène :

$$C(\lambda_C) = C(\lambda_F)$$

$$\text{i.e. } [n_1(\lambda_F) - n_1(\lambda_C)]A_1 + [n_2(\lambda_F) - n_2(\lambda_C)]A_2 = 0 \quad (1)$$

Soient $C_1 = [n_1(\lambda_d) - 1]A_1$ et $C_2 = [n_2(\lambda_d) - 1]A_2$ les vergences moyennes des lentilles L_1 et L_2 , pour une longueur d'onde intermédiaire $\lambda_d = 587,6 \text{ nm}$ (raie jaune d'hélium). L'équation (1) se réécrit :

$$\frac{n_1(\lambda_F) - n_1(\lambda_C)}{n_1(\lambda_d) - 1}C_1 + \frac{n_2(\lambda_F) - n_2(\lambda_C)}{n_2(\lambda_d) - 1}C_2 = 0 \quad (2)$$

La quantité $\frac{n(\lambda_F) - n(\lambda_C)}{n(\lambda_d) - 1}$ caractérise le pouvoir dispersif du verre de la lentille. On pose $\frac{n(\lambda_F) - n(\lambda_C)}{n(\lambda_d) - 1} = \frac{1}{v}$, où v est une grandeur positive appelée **constringence**. Plus v est petite, plus le verre est dispersif. v varie de 30 pour un verre *flint* très dispersif (indice moyen $n = 1,7$) à 65 pour un verre *crown* (indice moyen $n = 1,5$). L'équation (2) s'écrit alors :

$$\frac{C_1}{v_1} + \frac{C_2}{v_2} = 0 \quad (3)$$

Comme v_1 et v_2 sont positives (n décroît avec la longueur d'onde λ), la relation (3) impose que C_1 et C_2 soient de signes opposés. Pour réaliser un doublet achromatique, on doit donc accolter une lentille L_1 convergente et une lentille L_2 divergente.

Les verres utilisés pour les deux lentilles doivent être différents. En effet, s'ils sont identiques :

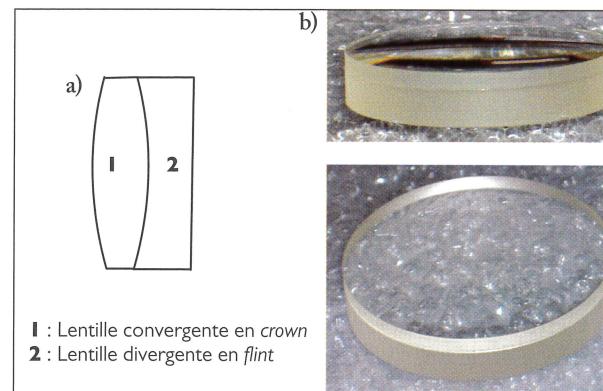
$$v_1 = v_2 \rightarrow C_2 = -C_1 \rightarrow C = C_1 + C_2 = 0.$$

La vergence du doublet accolé est alors nulle. Pour réaliser un achromat convergent, la lentille L_1 doit posséder une vergence $C_1 = -\frac{v_1}{v_2}C_2$ plus grande en valeur absolue que la vergence C_2 de la lentille divergente L_2 . L'achromat le plus courant est donc constitué d'une lentille convergente en verre *crown* accolée à une lentille divergente en verre *flint*⁵.

Un tel achromat, appelé **achromat de Fraunhofer**, est représenté figure 6.4 a et b. Il est constitué d'un verre *crown* biconvexe accolé à un verre *flint* plan concave.

⁴ L'aberration chromatique de L_2 contribue également un peu au résultat, mais dans le même sens que celle de L_1 . On tiendra donc compte de la seule aberration chromatique de L_1 dans l'interprétation.

⁵ Pour plus de précisions, on pourra consulter : E. HECHT, *Optics*, fourth edition, Ed. Addison Wesley, 2002, p. 269-273.



a) Schéma de principe
b) Achromat de focal $f' = +200 \text{ mm}$

Figure 6.4 Achromat de Fraunhofer.

Même si l'achromatisme est réalisé pour deux radiations seulement, l'amélioration en termes d'aberrations chromatiques est sensible dans tout le domaine du spectre visible. Les variations résiduelles de la distance focale avec la longueur d'onde, qui constituent le **spectre secondaire**, restent assez limitées. Cependant, si l'on souhaite fabriquer un instrument d'optique de qualité, une correction plus poussée est requise. Ainsi, les objectifs de microscope appellés **apochromats** réalisent la superposition des plans focaux pour trois longueurs d'onde distinctes et sont corrigés également de certaines aberrations géométriques.

6.2 ABERRATIONS GÉOMÉTRIQUES

6.2.1. Aberrations de Seidel du 3^e ordre

La loi de Snell-Descartes, $n \sin i = n' \sin i'$, constitue une des bases de l'optique géométrique. En utilisant un développement limité en puissances successives des angles, cette loi se réécrit :

$$n \left(i - \frac{i^3}{3!} + \frac{i^5}{5!} \dots \right) = n' \left(i' - \frac{i'^3}{3!} + \frac{i'^5}{5!} \dots \right)$$

Dans l'optique paraxiale de Gauss, les angles que font les rayons avec l'axe optique et les normales aux dioptrés sont faibles. Seul le premier terme des développements limités peut être retenu, les autres étant négligeables. La loi se réduit alors à la forme linéaire $ni = n'i'$. Dans ces conditions, un point objet B situé à une distance r de l'axe optique donne une image paraxiale B' dont la position est déterminée d'après les formules de conjugaison et de grandissement obtenues dans le cadre du stigmatisme approché.

Toutefois, lorsque les rayons ne sont plus faiblement inclinés par rapport à l'axe, les termes suivants des développements limités doivent être pris en compte, et

les résultats de l'optique paraxiale ne sont plus applicables. L'utilisation des instruments d'optique en dehors des conditions de Gauss entraîne l'apparition d'**aberrations géométriques**.

Ces aberrations, qui représentent l'écart à l'optique paraxiale, peuvent être exprimées de deux manières différentes :

- soit comme un écart des traces des rayons par rapport à l'image paraxiale B' de B, appelé **aberration transversale** (figure 6.5), mesuré dans le plan de front de celle-ci ;
- soit comme un écart, appelé **écart à la surface d'onde**, de la surface d'onde réelle émergeant de la lentille par rapport à la surface d'onde sphérique idéale centrée en B' de l'optique paraxiale (figure 6.6).

a) Aberration transversale

Pour simplifier, on se place dans le plan méridien passant par le point objet B et l'axe optique Oz. Le rayon incident est alors caractérisé par la cote $r = y$ du point B et par sa hauteur d'incidence h sur la lentille. Si B' est

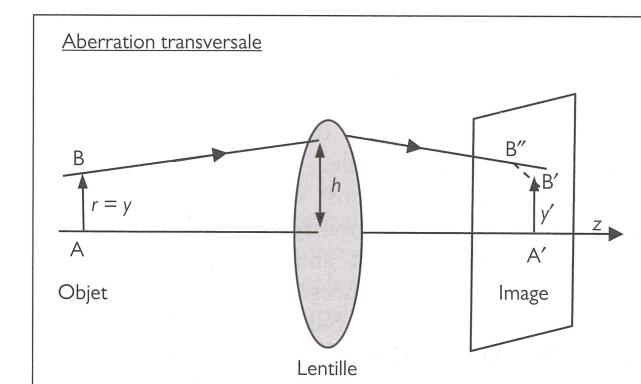


Figure 6.5 Aberration transversale

Écart à la surface d'onde

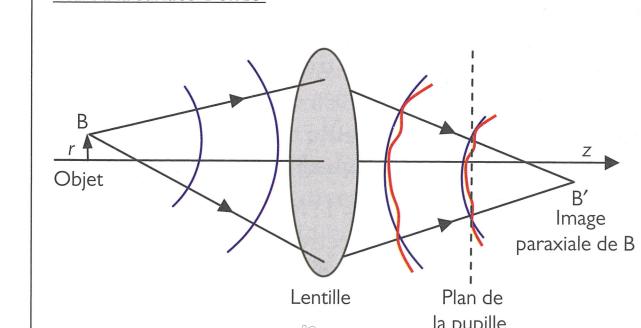


Figure 6.6 Écart à la surface d'onde.

En bleu, surface d'onde sphérique parfaite centrée sur l'image paraxiale B' de B ; en rouge surface d'onde réelle.

l'image paraxiale du point B, un rayon non paraxial issu de B coupera le plan de front passant par B' en un point B''. L'écart $B'B''$ constitue alors l'aberration transversale pour le rayon considéré. On développe $B'B''$ en puissances croissantes combinées de h et de y . La nullité du terme d'ordre 1 traduit l'existence de l'image paraxiale. Les termes d'ordre 2 sont nuls en raison de la symétrie des rayons émergents par rapport à l'axe optique. Les premiers termes non nuls du développement sont donc les termes d'ordre 3 :

$$B'B'' = a_1 h^3 + a_2 h^2 y + a_3 h y^2 + a_4 y^3.$$

À ces quatre termes correspondent cinq aberrations géométriques d'ordre 3, dont la classification est établie en fonction des puissances respectives en h et en y :

- l'**aberration sphérique**, qui dépend de h^3 , ne dépend pas de y et possède donc une symétrie axiale ;
- la **coma**, qui dépend de $h^2 y$;
- l'**astigmatisme** et la **courbure de champ**, qui dépendent de $h y^2$ (contrairement à l'astigmatisme, la courbure de champ est un défaut à symétrie axiale comme l'aberration sphérique) ;
- la **distorsion**, qui dépend de y^3 et ne dépend pas de h .

b) Écart à la surface d'onde

Cet écart est mesuré dans le plan d'une pupille, par exemple la pupille de sortie de l'instrument (*cf.* plus loin), en fonction de r et des coordonnées polaires (ρ, ϕ) des points de la pupille.

Par des considérations de symétrie, William Hamilton (1805-1865) montre, en 1833, que pour un système centré, l'écart aberrant W ne s'exprime qu'en fonction de puissances des termes suivants : $\rho^2, r^2, \rho r \cos \phi$. Ludwig von Seidel (1821-1896) reprend les travaux d'Hamilton et exprime en 1856 les coefficients de la décomposition de W en fonction des caractéristiques du système centré⁶.

L'écart aberrant W s'exprime sous la forme générale : $W = \sum W_{(m+n),n} r^{(\ell+n)} \rho^{(m+n)} \cos^n \phi$, où $\ell = 2i$, $m = 2j$ sont des entiers pairs et n un entier quelconque, avec $(m, n) \neq (0, 0)$. Le degré d'un monôme est égal à la somme des puissances en r et ρ , soit $N = \ell + m + 2n$. On montre qu'un écart à la surface d'onde de degré N correspond à une aberration transversale d'ordre $N - 1$.

Les deux premiers termes du développement sont des termes de degré $N = 2$ ($N = \ell + m + 2n = 2$) :

$$m = 2, \ell = n = 0 : W_{20} \rho^2$$

$$\ell = m = 0, n = 1 : W_{11} r \rho \cos \phi$$

Ils correspondent respectivement à une erreur de focalisation et à une erreur d'alignement ou de pointage qui disparaissent si la surface sphérique de référence est bien centrée sur l'image paraxiale B' de B. Ils

ne représentent donc pas réellement des termes d'aberration, mais des défauts dans le domaine paraxial même.

Les premiers termes d'aberration (« aberrations de Seidel d'ordre 3 ») correspondent aux cinq termes définis ci-après, de degré $N = 4$ ($N = \ell + m + 2n = 4$). De manière générale, les aberrations peuvent être groupées en familles, chaque famille correspondant à une même valeur de n .

$n = 0$

Cette famille d'aberrations est indépendante de ϕ , et possède donc une symétrie axiale.

$$m = 4, \ell = n = 0 : W_{40} \rho^4 : \text{aberration sphérique.}$$

Il s'agit d'un terme de défocalisation pur qui dépend de l'ouverture ou diamètre de la lentille.

$$\ell = m = 2, n = 0 : W_{20}' r^2 \rho^2 : \text{courbure de champ.}$$

Il s'agit également d'un terme de défocalisation, mais qui dépend en partie, via r , du champ angulaire de l'objet.

$n = 1$

$$m = 0, \ell = 2, n = 1 : W_{11}' r^3 \rho \cos \phi : \text{distorsion.}$$

Il s'agit d'un terme de même nature que le terme $W_{11} r \rho \cos \phi$ de degré 2, mais qui dépend très fortement du champ de l'objet (dépendance en r^3). Dans la distorsion, le stigmatisme est conservé, mais la position de l'image varie de manière non linéaire avec le champ de l'objet.

$$m = 2, \ell = 0, n = 1 : W_{31} r \rho^3 \cos \phi : \text{coma.}$$

Il s'agit d'un terme asymétrique qui dépend très fortement de l'ouverture de la lentille. Il constitue un défaut gênant pour les télescopes.

$n = 2$

$$\ell = m = 0, n = 2 : W_{22}' r^2 \rho^2 \cos^2 \phi : \text{astigmatisme.}$$

Il s'agit d'un terme asymétrique qui dépend à la fois de l'ouverture de la lentille et du champ de l'objet. On notera qu'astigmatisme et courbure de champ possèdent la même dépendance en $r^2 \rho^2$, mais que la courbure de champ est un défaut axisymétrique contrairement à l'astigmatisme (cette distinction n'était pas apparente avec notre classification simplifiée en puissances de y et de h).

Il existe évidemment des aberrations d'ordre plus élevé (ordre 5...), mais les principaux défauts des systèmes optiques sont associés aux aberrations de Seidel d'ordre 3. Ce sont donc ces aberrations qu'il convient d'étudier, et qu'il conviendra de corriger lors de la confection d'instruments d'optique de qualité (*cf.* chapitre 7).

Nous allons maintenant décrire l'effet des différentes aberrations d'ordre 3 sur la qualité des images. Nous adopterons donc l'approche en termes d'aberration transversale (dépendance en h et y), mieux adaptée à cette description. L'approche en termes d'écart à la surface d'onde se montre plus pertinente pour corriger les surfaces d'onde en temps réel dans les techniques d'optique adaptative.

⁶. On trouvera une description très approfondie des aberrations géométriques et de leur importance pour la conception des télescopes dans : R. N. WILSON, *Reflecting Telescope Optics I*, 2^e édition, Springer, 2003.

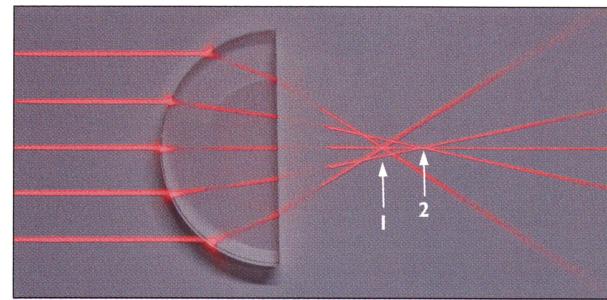


Figure 6.7 Aberration sphérique pour un point objet à l'infini sur l'axe.

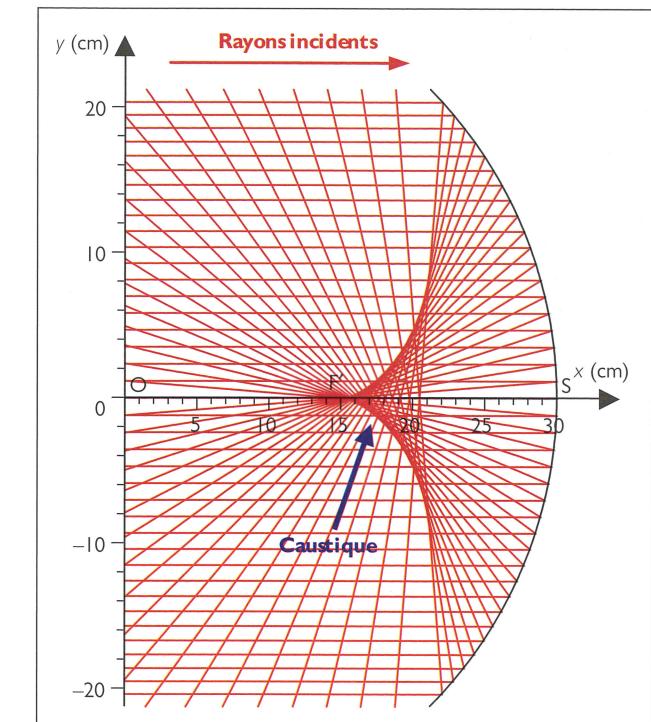


Figure 6.8 Caustique d'un miroir sphérique concave (simulation numérique réalisée avec le logiciel MAPLE)

trou source (figures 6.9 et 6.10.a). On ajuste les positions horizontale et verticale de la lentille afin que le faisceau issu de S couvre entièrement la surface de celle-ci. On s'assure également que le trou source S est bien situé sur l'axe optique ($y = 0$)⁸.

En disposant un écran dans un plan contenant l'axe de la lentille, on observe une coupe longitudinale de la caustique (figure 6.10.b et c). Celle-ci est formée de deux nappes : la nappe sagittale et la nappe tangentielle (figure 6.10.a). La nappe tangentielle possède une symétrie de révolution autour de l'axe de la lentille et constitue la surface tangente à l'ensemble des rayons émergents. La nappe sagittale est un segment de droite qui s'étend entre les plans (2) et (6). Elle correspond au croisement sur l'axe optique des rayons émergeant de la lentille à différentes hauteurs h_i (figure 6.10.a). Plus h_i est importante, plus le croisement sur l'axe est proche de la lentille : il n'y a donc plus stigmatisme car, pour des rayons non paraxiaux, la distance focale dépend de la hauteur des rayons au niveau de la lentille.

Le plan (2) correspond au croisement des rayons les plus périphériques, ou rayons marginaux. Le plan (6) correspond au croisement des rayons paraxiaux et à l'image paraxiale S' du trou source S. La distance entre les plans (2) et (6) constitue l'**aberration longitudinale principale** de la lentille. Lorsque celle-ci est

⁷. Il pourrait provenir d'une source ponctuelle située à l'infini sur l'axe.

⁸. On élimine ainsi les autres aberrations géométriques.



Figure 6.9 Aberration sphérique – Montage expérimental.
1 : Filtre coloré rouge 2 : Lentille $L_1 (f'_1 = +200 \text{ mm}, \Phi = 12 \text{ cm})$ 3 : Lentille de projection $L_2 (f'_2 = +200 \text{ mm})$

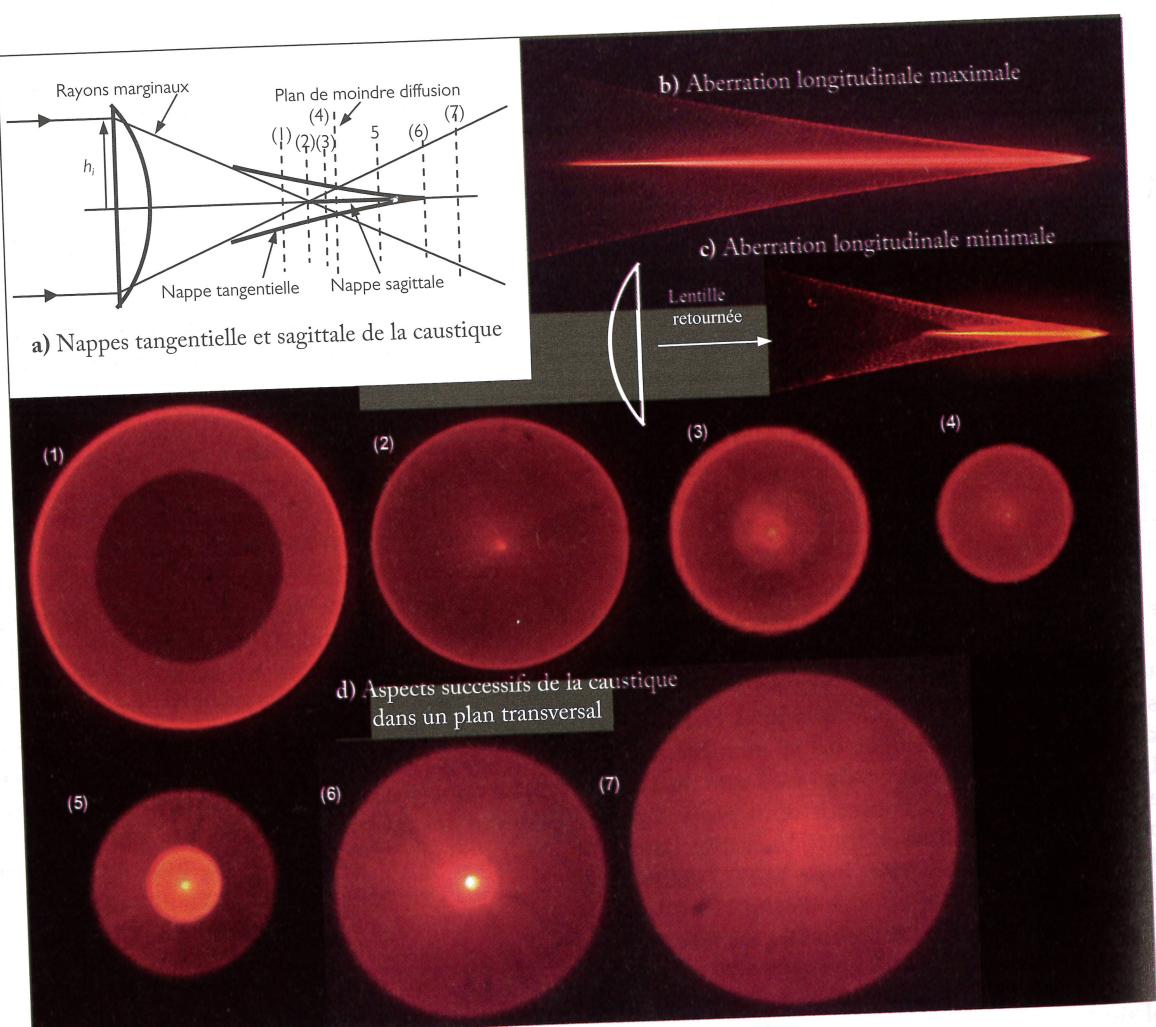


Figure 6.10 Aberration sphérique – Mise en évidence expérimentale de la caustique.

retournée, l'aberration longitudinale est nettement réduite (figure 6.10.c)⁹.

Physiquement, les bords de la lentille agissent comme un prisme, déviant différemment les rayons selon leur angle d'incidence i . Pour minimiser l'aberration sphérique, il convient d'utiliser le prisme au voisinage du minimum de déviation, pour lequel l'angle de déviation $D(i)$ dépend peu de i (cf. § 2.3.1, chapitre 2). Ceci est illustré figure 6.11, pour une lentille plan-convexe et un objet situé à l'infini sur l'axe. Lorsque la face plane de la lentille est disposée du côté de l'image (figure 6.11.a), i' équivaut à i et l'aberration sphérique est minimale. Lorsque la face plane de la lentille est disposée du côté de l'objet, ici à l'infini (figure 6.11.b), i' est supérieur à i et l'aberration sphérique est maximale.

Ce résultat peut être généralisé sous la forme d'une règle à tout type de lentille et à toute configuration objet/lentille/image. Elle porte le nom de **règle des 4 P** ou Plus Plat Plus Près.

La face la plus plane de la lentille doit être disposée du côté de l'image, si celle-ci est plus proche de la lentille que l'objet, ou du côté de l'objet, si celui-ci est plus proche de la lentille que l'image¹⁰.

Selon les conditions d'utilisation, il peut être préférable d'utiliser telle forme de lentille plutôt qu'une autre¹¹.

En plaçant maintenant l'écran dans un plan transversal parallèle à la lentille, on peut observer différentes coupes transversales de la caustique à l'aide d'une lentille de projection L_2 de courte focale ($f'_2 = +50$ ou $+100 \text{ mm}$, figure 6.9). La figure 6.10.d représente sept coupes successives de la caustique selon des plans transversaux notés (1) à (7) :

Plan (5) : la section de la caustique tangentielle possède maintenant un rayon plus petit que celui de la tache associée à la divergence des rayons marginaux.

Plan (6) : la section de la nappe tangentielle se réduit maintenant à un point central, qui correspond à l'image paraxiale S' du trou S .

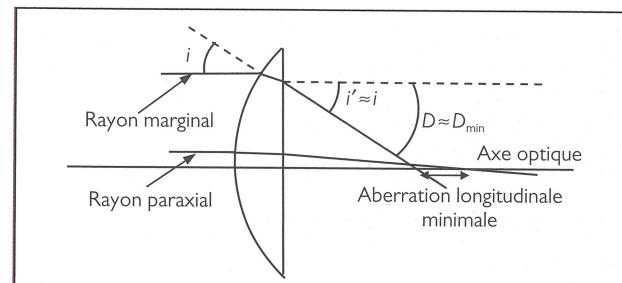
Plan (7) : au-delà de l'image paraxiale S' , on n'observe plus que la tache liée à la divergence des différents types de rayons émergents.

Lorsque l'objet n'est plus ponctuel mais étendu, l'aberration sphérique diminue le contraste et la résolution des images. Ce phénomène a été mis en évidence de manière spectaculaire (mais involontaire) avec le télescope spatial *Hubble*¹². Peu après son lancement, en 1990, les scientifiques s'aperçoivent que les images envoyées par le télescope étaient floues, en tout cas très loin de la qualité attendue. L'image d'une étoile lointaine, quasi ponctuelle, était entachée d'un halo et de stries radiales (photographie 6.12.a, à gauche). On s'aperçut que le miroir principal, de diamètre $D = 2,4 \text{ m}$, possédait une courbure trop faible à sa périphérie¹³. L'erreur d'usinage, pourtant de l'ordre du micron

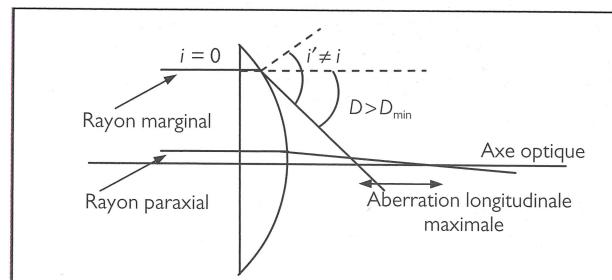
⁹ La longueur de la nappe sagittale sur l'écran était respectivement égale à 11 cm et 2,7 cm dans les deux cas, soit un rapport d'environ 4, conforme aux prédictions théoriques (rapport 2,70 à 0,70).

¹⁰ SEXTANT, *Optique expérimentale*, coll. Enseignement des sciences, Éd. Hermann, 1997, p. 17 et 41.

¹¹ Ainsi, pour un objet à l'infini, c'est la *lentille de meilleure forme* calculée par Huygens ($R_2 = -6R_1, n = 1,5$) qui donne l'aberration minimale. Dans la configuration de Silbermann ($2f', 2f'$), c'est la lentille biconvexe symétrique qu'il convient d'utiliser.



a) Utilisation correcte d'une lentille plan-convexe pour un objet ponctuel situé à l'infini



b) Mauvaise utilisation d'une lentille plan-convexe pour un objet ponctuel situé à l'infini

Figure 6.11 Règle des 4 P (d'après la figure I.35 p. 40 de SEXTANT, *Optique expérimentale*, coll. Enseignement des sciences, Éd. Hermann, 1997).

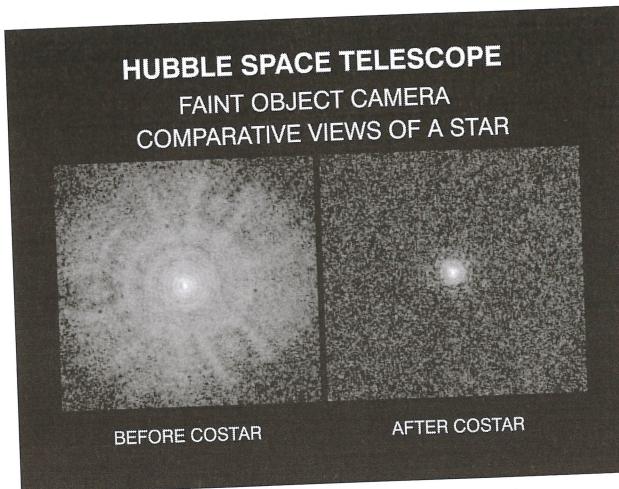


Figure 6.12 a) Image d'une étoile simple prise par la *Faint Object Camera* avant (à gauche) et après (à droite) traitement par *COSTAR*.
© NASA – Space Telescope Science Institute (STScI)

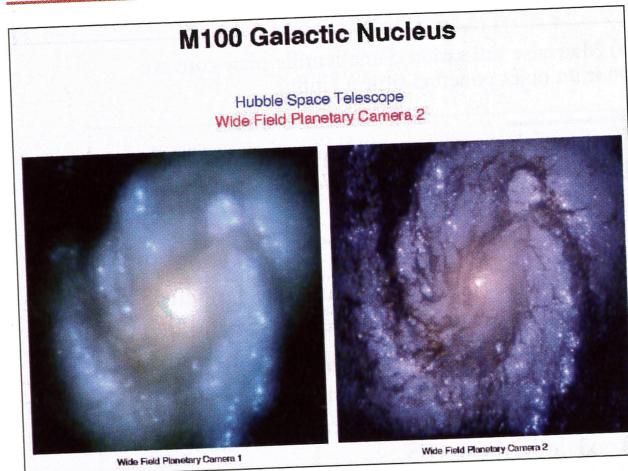


Figure 6.12 b) Image du cœur de la galaxie M100 avant (à gauche) et après (à droite) traitement par WFPC 2.
© NASA – Space Telescope Science Institute (STScI)

seulement, entraînait une aberration sphérique longitudinale de 38 mm entre les rayons marginaux et paraxiaux. En 1993, une mission de sauvetage fut organisée. Les astronautes de la navette *Endeavour* installèrent deux systèmes optiques sur le télescope *Hubble* : la « Wide-Field and Planetary Camera II » ou WFPC 2 et le « Corrective Optics Space Telescope Axial Replacement » ou COSTAR¹⁴. Ces deux systèmes permirent une correction spectaculaire de l'aberration sphérique.

La photographie 6.12.a montre l'amélioration apportée par COSTAR à l'image d'une étoile simple,

¹⁴. Ce dernier est composé d'un ensemble de deux petits miroirs dont l'un, asphérique, possède le défaut inverse exact du miroir principal de *Hubble*. COSTAR a ainsi permis d'améliorer la vision de trois instruments installés à bord de *Hubble*, dont la *Faint Object Camera* de l'agence spatiale européenne.

tandis que la photographie 6.12.b montre celle apportée par WFPC 2 à l'image du cœur de la galaxie M100, située à plusieurs dizaines de millions d'années lumière.

La qualité et la précision des images envoyées par *Hubble* sont désormais à la hauteur des espérances initiales. Elles font de ce télescope un instrument inégalé dans l'investigation des galaxies lointaines.

De manière plus prosaïque, il est possible de corriger l'aberration sphérique des lentilles minces en réalisant un doublet accolé lentille convergente/lentille divergente. Sur les bords du doublet, l'excès de convergence de la première est compensé par l'excès de divergence de la seconde, rendant la convergence des rayons marginaux pratiquement identique à celle des rayons paraxiaux. En choisissant des verres de natures différentes (*crown* et *flint*) pour les deux lentilles, on peut réaliser des doublets corrigés à la fois de l'aberration chromatique et de l'aberration sphérique (achromats au sens strict).

6.2.3. Coma – Relation d'Abbe

Lorsque l'objet est situé en dehors de l'axe optique, d'autres aberrations géométriques apparaissent, qui dépendent à la fois de h et de y . La première aberration de ce genre est la **coma**. Elle apparaît pour des objets faiblement éloignés de l'axe (dépendance en h^2y). On peut facilement la mettre en évidence en observant l'image du Soleil dans le plan focal image d'une lentille convergente. En inclinant légèrement celle-ci, le Soleil devient un objet ponctuel en dehors de l'axe optique.

Son image prend alors la forme d'une queue de comète (d'où le terme de « coma ») dont la pointe correspond à l'image paraxiale S' de l'astre. Les deux droites tangentes issues de la pointe de la coma font un angle de 60° entre elles (figure 6.13.a)¹⁵. La coma se caractérise par une asymétrie de la tache lumineuse, ce qui rend sa correction délicate. On montre que l'aberration de coma du 3^e ordre est nulle pour un système centré si ce dernier satisfait la **relation d'Abbe** :

$$n \overline{AB} \sin u = n' \overline{A'B'} \sin u'$$

où n et n' sont les indices des milieux d'entrée et de sortie, A et A' deux points stigmatiques sur l'axe optique et u et u' les angles algébriques que font les rayons passant par A et A' avec l'axe (figure 6.13.b).

La relation d'Abbe, qui se démontre à partir du principe de Fermat, traduit la condition de stigmatisme pour des points B et B' hors de l'axe optique, AB étant un petit objet perpendiculaire à l'axe.

En l'absence de coma, le grandissement transversal $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ est donc constant, que le rayon soit

¹⁵. Par comparaison avec la coupe transversale obtenue dans le plan (6) de la figure 6.10.d, l'image paraxiale est décentrée par rapport à la tache associée aux rayons marginaux.

Pour une description précise des caractéristiques de la coma, on pourra lire : A. DANJON et A. COUDER, *Lunettes et télescopes*, réédition Librairie Albert Blanchard 1999, p. 148-155.

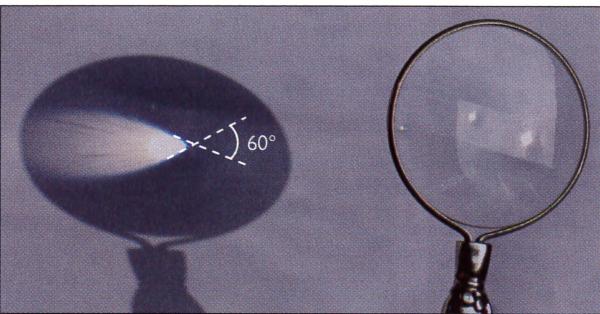


Figure 6.13 a) Mise en évidence expérimentale de la coma.

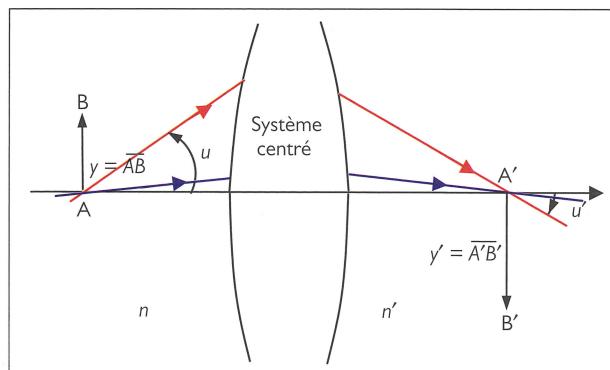


Figure 6.13 b) Absence de coma et relation d'Abbe.
(en rouge rayon non paraxial, en bleu rayon paraxial)

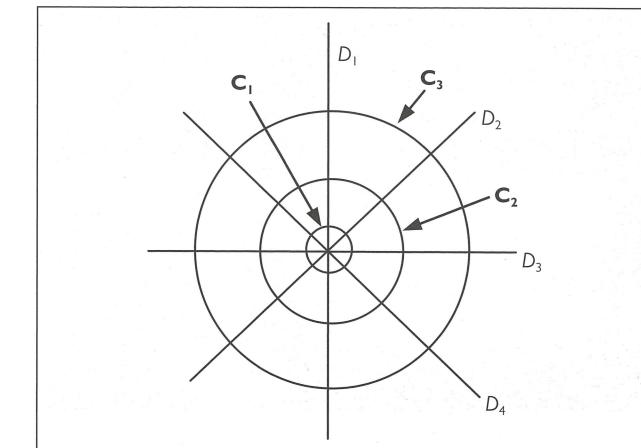


Figure 6.14 Diapositive objet.



Figure 6.15 Montage.
1 : Diapositive objet. 2 : Image intermédiaire. 3 : Lentille de courte distance focale. 4 : Image finale.

Elles peuvent être mises en évidence à l'aide d'une diapositive objet spéciale, représentée figure 6.14¹⁷. Celle-ci est constituée d'une série de cercles concentriques C_i et de droites concourantes D_i perpendiculaires à ces derniers. À l'aide d'un projecteur de diapositives, on réalise une image intermédiaire de la diapositive à courte distance du projecteur, en tirant l'objectif de ce dernier au maximum. Puis, avec une lentille de courte distance focale ($f' = +125$ mm) et de grand diamètre, on forme l'image finale de la diapositive sur un écran (figure 6.15). L'image intermédiaire est matérialisée à l'aide d'un papier calque disposé sur la partie inférieure de celle-ci (partie supérieure de l'image finale).

¹⁷. On peut la fabriquer soi-même ou se la procurer auprès de l'Adasta. Cette association livre sur demande une série de six diapositives spécialement conçues pour l'étude des aberrations.

¹⁶. Ce qui revient à incliner encore plus la lentille sur son axe.

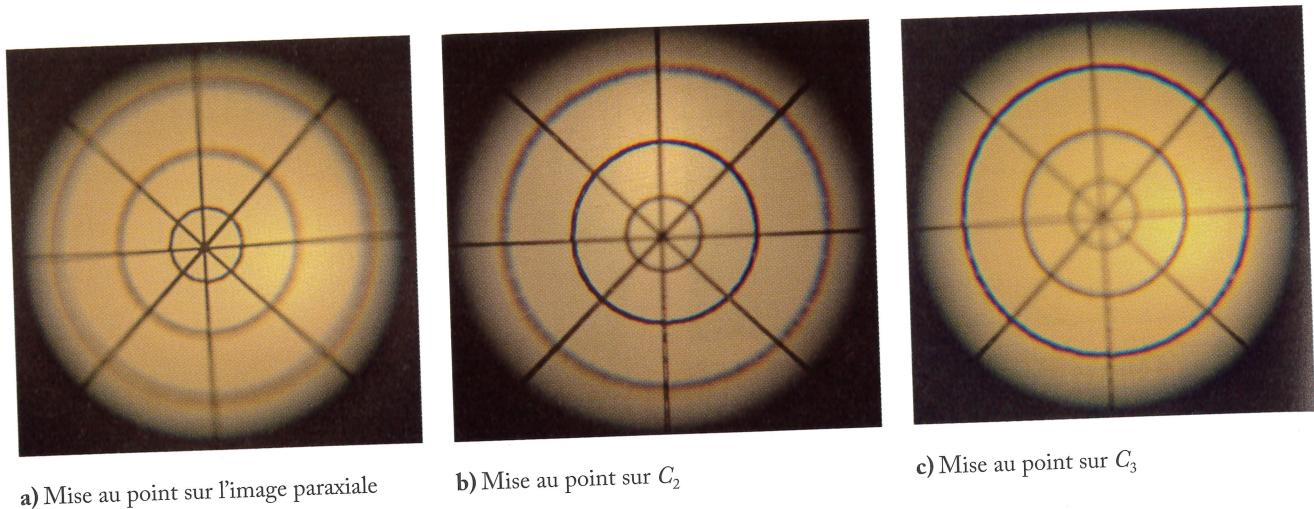


Figure 6.16 Courbure de champ et astigmatisme.

Si la taille de l'image intermédiaire n'est pas négligeable devant la distance focale de la lentille¹⁸, l'écran a été rapproché progressivement de la lentille¹⁹ : l'image finale sur l'écran présente plusieurs aberrations simultanées.

Celles-ci sont illustrées sur la figure 6.16.a à c, où l'écran a été rapproché progressivement de la lentille¹⁹ :

- **astigmatisme** : la mise au point ne peut pas être nette sur les droites D_i et sur les cercles C_i simultanément, sauf au niveau de l'image paraxiale ;
- **courbure de champ** : la mise au point ne peut pas être nette pour tous les cercles C_i à la fois ;
- **chromatisme latéral** : les cercles C_i sont bordés de jaune/rouge à l'extérieur et de bleu à l'intérieur.

Pour comprendre l'origine de ces défauts, considérons l'évolution d'un faisceau lumineux conique issu d'un point objet B.

Si le point objet B est situé sur l'axe optique ($B = A$), tous les plans méridiens sont équivalents. En l'absence d'aberration sphérique, tous les rayons émergents convergent en un même point. Si le point objet B est maintenant situé hors de l'axe, par exemple en dessous de l'axe, dans le plan vertical, les plans méridiens ne sont plus équivalents. On distingue deux plans particuliers : le **plan méridional** ou tangentiel, contenant l'axe optique et le **rayon principal**²⁰ (plan vertical, figure 6.17), et le **plan sagittal**, contenant également le rayon principal mais orthogonal au premier (plan grisé, figure 6.17).

Les rayons méridionaux présentent une inclinaison plus grande sur la lentille que les rayons sagittaux.

¹⁸ D'où le choix d'une lentille de courte distance focale.

¹⁹ Cette expérience est décrite dans : R. JOUANISSON, « Expériences d'optique à l'aide d'un projecteur de diapositives », *Bull. Un. Phys.*, n° 774, mai 1995, p. 839-876 ; ou encore dans : R. JOUANISSON, « Formation des images, étude expérimentale, tome I », dossier pédagogique n° 39 de l'Adasta, décembre 1994, p. 34.

²⁰ Le rayon principal est le rayon issu du point objet B passant par le centre de la lentille.

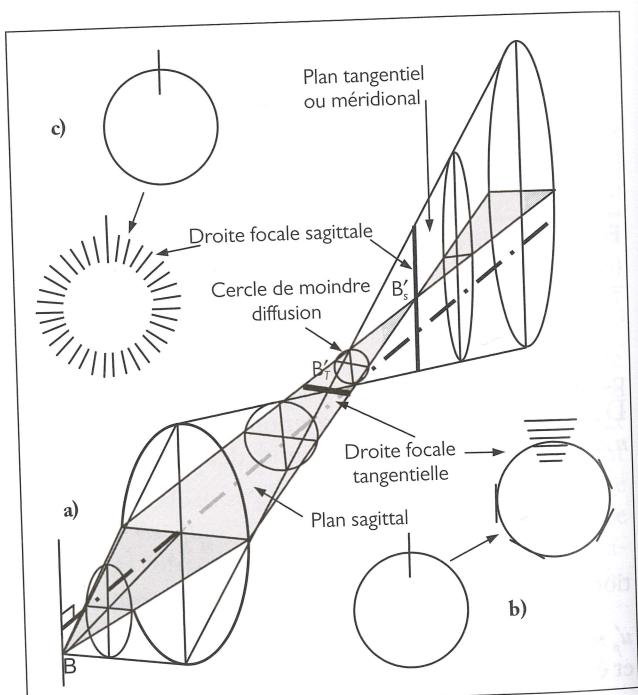


Figure 6.17 Astigmatisme d'une lentille convergente.

Ils convergent à une distance image plus courte. La lentille possède donc deux distances focales distinctes, selon deux plans perpendiculaires : il y a **astigmatisme**²¹. Après la lentille, la section du cône de lumière prend la forme d'une ellipse qui s'aplatis de plus en plus dans le plan méridional jusqu'à devenir une **droite focale tangentielle** ou transverse (figure 6.17.a) centrée sur B'_T (foyer tangentiel). Au-delà de B'_T , la section du faisceau

²¹ La lentille sphérique possède une symétrie de révolution par rapport à son axe, ce qui n'est pas le cas d'un œil astigmate, similaire en cela à une lentille cylindrique (cf. § 4.3.7, chapitre 4).

redevient circulaire au niveau du cercle de moindre diffusion. Elle se déforme ensuite en une ellipse de plus en plus aplatie dans le plan sagittal, pour donner finalement une **droite focale sagittale** ou méridienne, perpendiculaire à la précédente, centrée sur B'_S (foyer sagittal). La longueur des deux droites focales, ainsi que leur distance mutuelle selon l'axe optique, appelée **distance d'astigmatisme**, augmentent rapidement à mesure que le point objet B s'écarte de l'axe optique.

Lorsque la position du point B varie, le plan méridional tourne autour de l'axe optique. La droite sagittale contenue dans ce plan est radiale, dirigée vers l'axe, tandis que la droite tangentielle est orthoradiale. Chaque point de la diapositive objet 6.14 donnera un petit segment radial au niveau de B'_S , et un petit segment orthoradial ou tangent au niveau de B'_T . Si l'écran est placé dans le plan de B'_D , l'image d'un cercle (cercles C_1 , C_2 ou C_3 de la diapositive 6.14), faite de la juxtaposition de petits segments orthoradiuels, formera un cercle bien net, tandis que l'image d'un segment de droite (droites D_1 , D_2 , D_3 ou D_4 de la diapositive 6.14) sera élargie et floue (figure 6.17.b). Si l'écran est, au contraire, placé dans le plan de B'_S , l'image d'un cercle, faite de la juxtaposition de petits segments radiaux, sera épaisse radialement et floue, tandis que l'image d'un segment de droite sera bien nette (figure 6.17.c). Il n'est donc pas possible de mettre au point simultanément sur un cercle et sur une droite de la diapositive objet (figure 6.16.b et c), sauf au voisinage de l'axe optique (figure 6.16.a), où le phénomène d'astigmatisme devient négligeable.

Sur la figure 6.16.a, b et c, on constate qu'il est également impossible de mettre au point simultanément sur les cercles C_1 , C_2 et C_3 . Plus le diamètre du cercle augmente, plus l'écran doit être rapproché de la lentille. Ce phénomène, appelé **courbure de champ**, s'explique aisément à l'aide de la figure 6.18. Lorsque le point objet B se déplace sur la diapositive 6.14, les centres B'_T et B'_S des droites focales tangentielle et sagittale décrivent des surfaces courbes notées T et S (figure 6.18, vue en coupe). Lorsque l'écran est placé dans la position (1), correspondant à l'image paraxiale A' de $B = A$, les deux surfaces T et S sont pratiquement confondues, et l'image est nette à la fois sur le petit cercle C_1 et sur le début des droites D_i (figures 6.18 et 6.16.a). Lorsque l'écran est rapproché de la lentille, les zones nettes se déplacent et sont situées à l'intersection de ce dernier et des deux surfaces T et S :

- points B'_{S_2} et B'_{T_2} (figure 6.18) si l'écran est en position (2) : seul le cercle C_2 (rayon R_{C_2}) et une portion des droites D_i située au-delà de R_{C_2} seront vus nets (figure 6.16.b) ;
- points B'_{S_3} et B'_{T_3} (figure 6.18) si l'écran est en position (3) : seul le cercle C_3 (rayon R_{C_3}) et une portion des droites D_i située au-delà de R_{C_3} seront vus nets (figure 6.16.c).

Il est possible de corriger la courbure de champ en associant une lentille convergente et une lentille

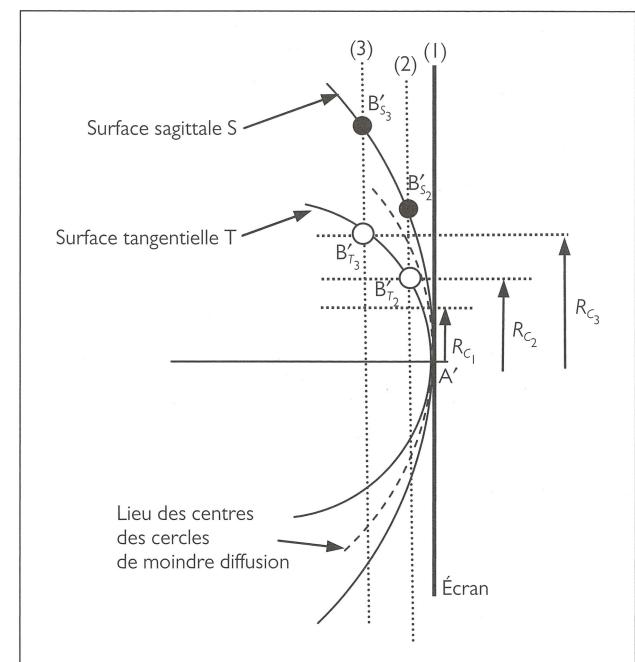


Figure 6.18 Courbure de champ.

divergente de façon à satisfaire la **condition de Petzval**²². Ceci est souvent réalisé dans les objectifs d'appareil photographique.

6.2.5 Distortion

Le dernier type d'aberration géométrique est la **distortion**. Elle s'observe pour une ouverture h très réduite et pour des points objets très éloignés de l'axe optique (dépendance en y^3). Elle peut être mise en évidence à l'aide de l'expérience suivante²³.

Une diapositive objet, constituée d'une grille (figure 6.19) et précédée d'un dépoli ou d'un morceau de papier calque²⁴ est éclairée en lumière blanche par une lampe quartz-iode. À l'aide d'une lentille de grand diamètre et de courte distance focale ($f' = +125 \text{ mm}$), on forme l'image de la grille objet sur un écran. Un

²² Pour un système à deux lentilles, la condition de Petzval s'écrit : $n_1 f'_1 + n_2 f'_2 = 0$, où n_1 et n_2 sont les indices des deux lentilles, et f'_1 et f'_2 leurs distances focales images.

Pour plus de précisions, on pourra lire : E. HECHT, *Optics*, fourth edition, Ed. Addison Wesley, 2002, p. 265 et M. BORN and E. WOLF, *Principles of Optics*, 7th (expanded) edition, Cambridge University Press, 1999, fifth printing 2009, p. 253-254.

²³ Cf. R. DUFFAIT, *Expériences d'optique - Agrégation de Sciences physiques*, 2^e édition, Éd. Bréal, 1997, p. 31-32. On peut également réaliser cette expérience avec un projecteur de diapositives : cf. R. JOUANISSON, « Expériences d'optique à l'aide d'un projecteur de diapositives », *Bull. Un. Phys.*, n° 774, mai 1995, p. 839-876.

²⁴ La présence du papier calque est indispensable car chaque point de la diapositive éclairée joue alors le rôle d'une source secondaire qui réemet de la lumière dans toutes les directions, couvrant la totalité de la surface de la lentille.

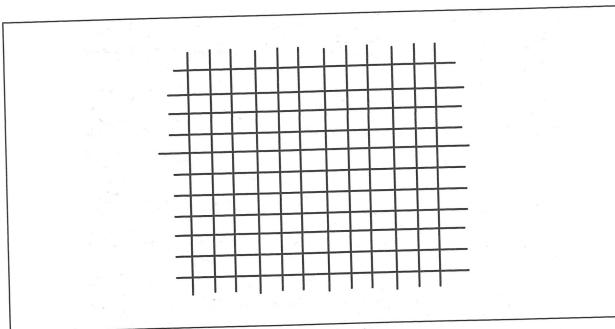


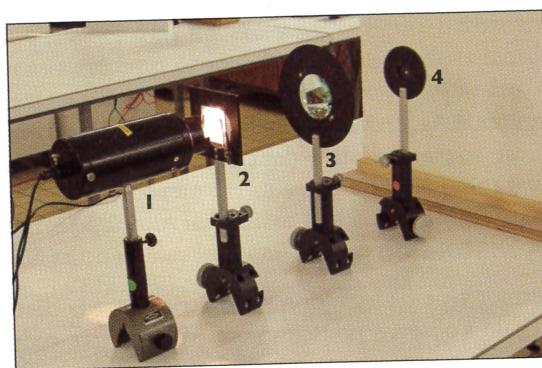
Figure 6.19 Grille objet.

diaphragme circulaire²⁵ est placé en aval (figure 6.20.a), ou en amont (figure 6.21.a) de la lentille de projection, afin de réduire la dimension de la tache image d'un point due aux autres aberrations. Dans ces conditions, l'image observée sur l'écran n'est plus homothétique de l'objet²⁶ mais présente une distorsion prononcée.

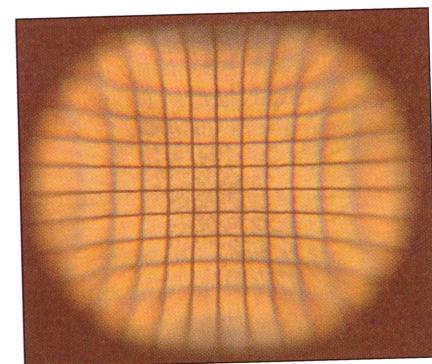
Lorsque le diaphragme est placé après la lentille, la distorsion est dite en **coussinet** (figure 6.20.b)²⁷. Lorsqu'il est placé avant la lentille, la distorsion est dite en **barillet** (figure 6.21.b)²⁸. La distorsion diminue si on rapproche le diaphragme de la lentille, pour disparaître complètement si ce dernier est collé contre elle.

Le phénomène de distorsion s'interprète de la manière suivante. Lorsque le diaphragme est placé après la lentille, l'image du point B n'est plus formée par des rayons paraxiaux passant près du centre de celle-ci (rayons en pointillés et image paraxiale B'), mais par des rayons marginaux, dont la déviation plus importante conduit à une « image » B'' plus éloignée de l'axe. Il en résulte un étirement de la grille à ses bords (figure 6.20.b et c). Si le diaphragme est placé avant la lentille, les rayons marginaux donnent cette fois une « image » en B'' plus rapprochée de l'axe que l'image paraxiale B' . Il en résulte une contraction de la grille à ses bords (figure 6.21.b et c).

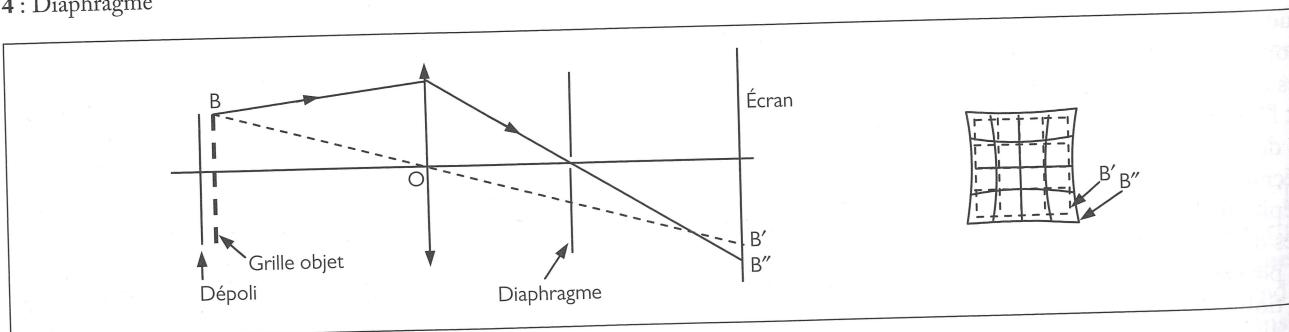
On peut construire des objectifs d'appareil photographique exempts de distorsion en disposant les



a) Montage : le diaphragme est disposé après la lentille de projection.
1 : Lampe 2 : Grille avec dépoli 3 : Lentille de projection
4 : Diaphragme



b) Aspect de l'image à l'écran



c) Marche des rayons

Figure 6.20 Distorsion en coussinet.

²⁵. Pour obtenir des distorsions marquées, utilisez un diaphragme circulaire assez réduit (diamètre de l'ordre de 3 mm).

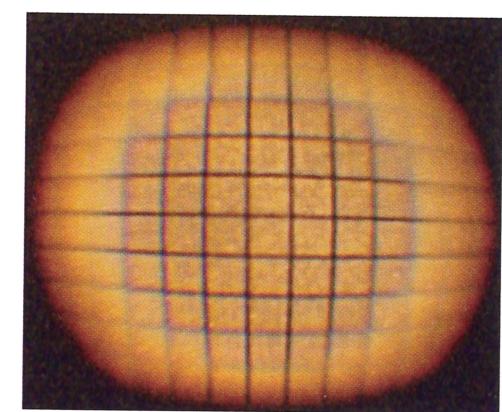
²⁶. Une image est homothétique si le grandissement $\gamma = \overline{A'B'}/\overline{AB}$ est le même quel que soit le point objet B situé hors de l'axe.

²⁷. Un quadrillage observé à travers une loupe présentera une distorsion en coussinet car le diaphragme limitant est alors constitué par la pupille même de l'œil, située après la lentille.

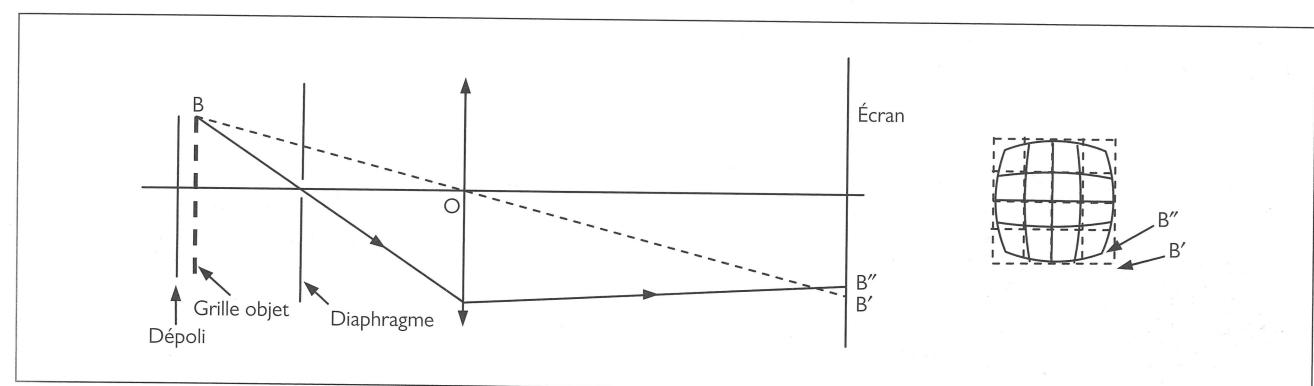
²⁸. Les termes de « coussinet » et de « barillet » sont bien entendu relatifs à la forme évocatrice de la déformation.



a) Montage : le diaphragme est disposé avant la lentille de projection.
1 : Lampe 2 : Grille avec dépoli 3 : Diaphragme 4 : Lentille de projection



b) Aspect de l'image à l'écran



c) Marche des rayons

Figure 6.21 Distorsion en barillet.

différents éléments optiques de manière symétrique par rapport au diaphragme limitant. Les distorsions combinées se compensent alors presque intégralement (figure 6.22.a). La distorsion peut également se manifester en l'absence de diaphragme réel. Si l'image S' du filament S de la lampe est formée en avant ou en arrière de la lentille de projection, tous les rayons lumineux issus de S et passant par S' réalisent par stigmatisme l'équivalent du diaphragme précédent.

Pour y remédier, on devra former l'image S' de S sur la lentille de projection ; tous les rayons passeront au voisinage du centre de la lentille et donneront alors une image paraxiale non déformée.

Les aberrations que nous venons de décrire ne sont pas des cas d'école que l'on montre simplement dans les cours d'optique : elles existent à des degrés divers dans tous les instruments d'optique.

Leur correction constitue un problème majeur et complexe, que l'on résout désormais par simulation sur ordinateur en partant de configurations de base reconnues pour leur qualité optique. Il en est ainsi des

objectifs d'appareil photographique qui doivent donner des images de bonne qualité dans des conditions d'utilisation très variées²⁹. La correction des différentes aberrations se fait alors en associant des lentilles de natures et de verres différents. Le *Cooke Triplet*, représenté figure 6.22.a, a été conçu par H. Dennis Taylor, de la société *Cooke and Sons*, en 1893. Une élimination quasi complète de toutes les aberrations de 3^e ordre y est obtenue avec seulement trois lentilles³⁰. Les objectifs grand angle, qui permettent d'obtenir un faisceau lumineux émergent très ouvert (de l'ordre de 100°), nécessitent un grand nombre de lentilles (figure 6.22.b), d'où leur prix élevé.

²⁹. Les aberrations géométriques et chromatiques font partie des tests comparatifs systématiques des appareils photographiques.

³⁰. E. HECHT, *Optics*, fourth edition, Ed. Addison Wesley, 2002, p. 218-219. La page 218 présente une série d'objectifs allant du grand angle au télescope. On trouvera d'autres schémas d'objectifs dans : M. FRANCON, *L'Optique moderne et ses développements*, coll. Liaisons scientifiques, Éd. Hachette CNRS, 1986, p. 93-94.

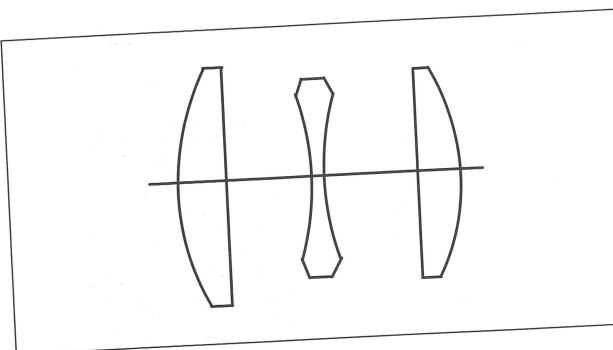


Figure 6.22 a) Objectif Cooke Triplet.
D'après la figure 5.104 p. 218 de E. HECHT, *Optics*, fourth edition, Ed. Addison Wesley, 2002.

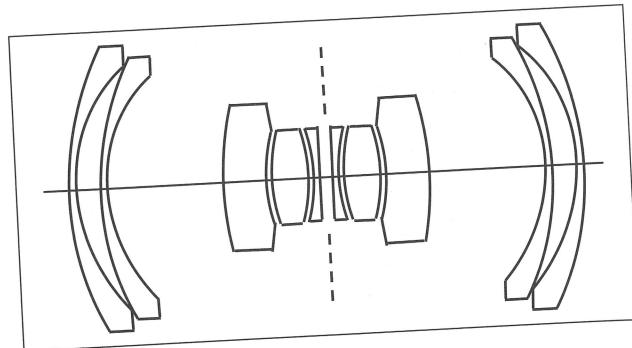


Figure 6.22 b) Objectif Wild Aviogon.
D'après la figure 5.104 p. 218 de E. HECHT, *Optics*, fourth edition, Ed. Addison Wesley, 2002.

6.3 FORMATION D'UNE IMAGE DE BONNE QUALITÉ

6.3.1. Règles générales

À partir des considérations précédentes, on peut dégager plusieurs règles simples permettant d'obtenir par projection une image de bonne qualité d'un objet.

1. L'objet, supposé transparent, doit être éclairé uniformément par la source lumineuse.
2. Pour projeter l'image de l'objet sur un écran, on utilise une lentille de projection judicieusement choisie (focale, diamètre, forme).

Pour obtenir une image réelle, la distance objet-écran doit être supérieure à $4f'$ ³¹ et l'objet doit être placé à une distance de la lentille supérieure à f' .

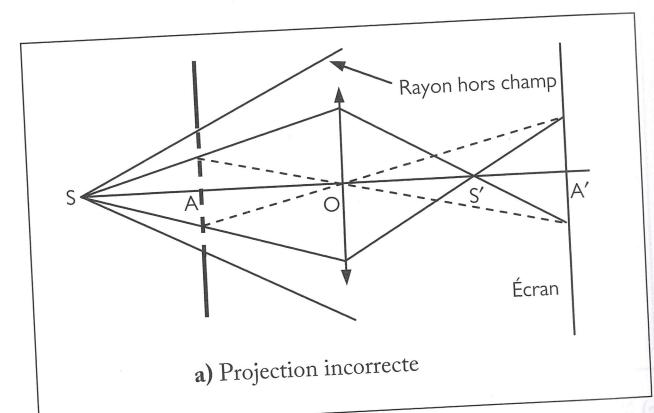
3. On utilisera si possible un doublet achromatique, et l'on veillera à respecter la *règle des 4P*, afin de minimiser l'aberration sphérique.

4. La lentille de projection doit être utilisée dans les conditions de Gauss, ce qui nécessite l'emploi d'un **condenseur**.

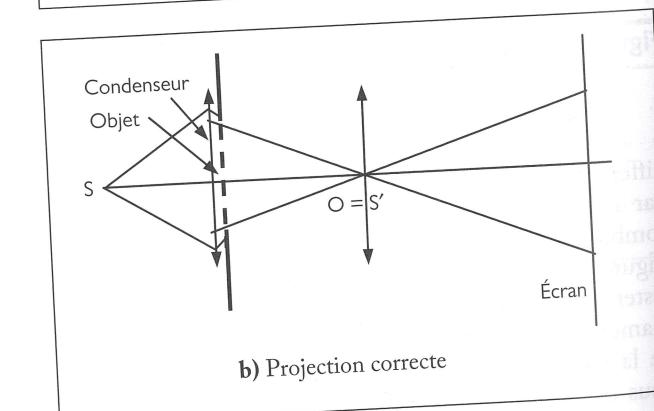
En l'absence de condenseur, deux défauts majeurs apparaissent (figure 6.23.a) :

- le cône lumineux issu de la source S couvre toute la surface de la lentille, amplifiant les aberrations ;
- une partie du cône ne rencontre pas la lentille et la portion de l'objet visible sur l'écran, appelée **champ objet**, est réduite.

Pour y remédier, on dispose un condenseur (lentille de grand diamètre et courte distance focale) entre



a) Projection incorrecte



b) Projection correcte

Figure 6.23 Rôle du condenseur dans la formation d'une image.

la source et l'objet. À l'aide du condenseur, on forme l'image S' de la source S au voisinage du centre optique O de la lentille de projection (figure 6.23.b). Le rôle du condenseur est triple :

- récupérer le maximum de lumière en provenance de la source et accroître le champ objet ;
- éclairer l'objet plus uniformément ;

³¹. La distance $D = \overline{AA}'$ étant fixée, on montre avec la formule de Descartes $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ et la décomposition $D = \overline{OA'} - \overline{OA}$, que \overline{OA}' satisfait à l'équation du second degré : $\overline{OA}^2 - D\overline{OA}' + f'D = 0$. Une solution réelle n'existe que si le discriminant $\Delta = D^2 - 4f'D$ est supérieur ou égal à zéro, d'où la condition $D \geq 4f'$.

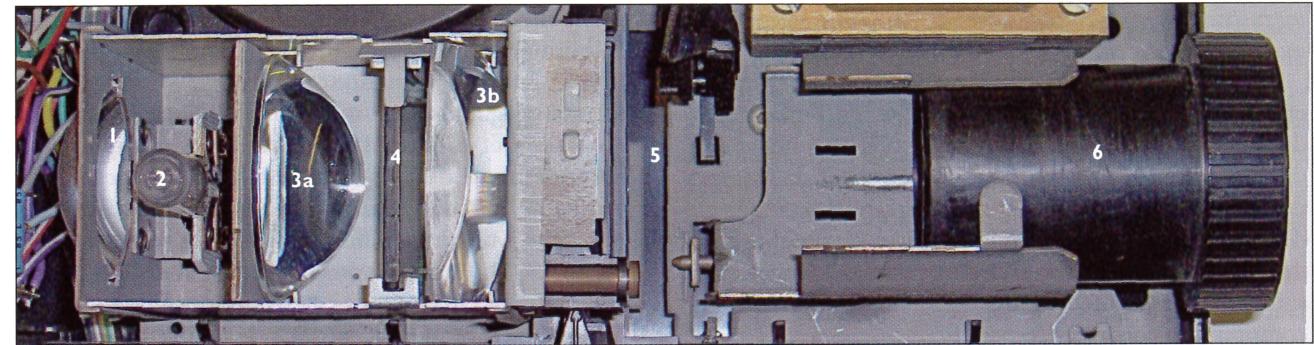


Figure 6.24 Système optique d'un projecteur de diapositives.

1 : Miroir sphérique. 2 : Ampoule halogène 150 W. 3. a et 3. b : Condenseur. 4 : Filtre anticalorique. 5 : Emplacement de la diapositive. 6 : Objectif

- rabattre surtout le faisceau lumineux au voisinage de l'axe optique de la lentille de projection.

Le faisceau ne doit pas limiter la taille transversale de l'objet, qui doit donc être placé contre le condenseur³². En formant l'image de la source au voisinage de la lentille, on obtient une image de l'objet exempte de distorsion³³.

5. Si l'on souhaite utiliser un prisme ou un réseau de diffraction pour réaliser le spectre d'une source lumineuse, on veillera à le placer juste après la lentille de projection, afin qu'il ne limite pas la taille transversale du spectre.

6.3.2. Fonctionnement d'un projecteur de diapositives

Ces principes sont parfaitement mis en œuvre dans le projecteur de diapositives, dont le système optique est représenté figure 6.24, en vue de dessus. À l'extrémité gauche, un miroir sphérique concave 1 permet de réfléchir la lumière émise vers l'arrière par l'ampoule halogène 2. Celle-ci étant située au voisinage du centre de courbure C du miroir, tous les rayons réfléchis reviennent sur l'ampoule qui est superposée à sa propre image renversée.

Le condenseur est formé de deux lentilles plan-convexes (3. a et 3. b) dont la première (3. a) est la plus bombée et la plus convergente³⁴. Il forme l'image du filament de l'ampoule au niveau de l'objectif 6, de façon à ce que ce dernier travaille dans les conditions

³². Il est préférable de décaler légèrement l'objet du condenseur, de façon à éviter que les rayures ou poussières de ce dernier n'aient également leurs contours projetés sur l'écran. Le condenseur n'est pas une lentille de projection. Il est utilisé essentiellement pour rabattre le faisceau et n'est donc pas exempt d'aberrations chromatiques et géométriques.

³³. Plus l'image S' du filament est petite (et donc plus le filament lui-même est petit), plus on sera proche des conditions de Gauss.

³⁴. La dissymétrie entre les deux lentilles du condenseur est imposée par la présence du miroir sphérique.

de Gauss, et que le champ objet soit suffisamment grand.

La diapositive 5 est disposée juste après la seconde lentille du condenseur. Un verre anti-calorique 4, placé entre les deux lentilles de ce dernier, permet d'éviter un échauffement excessif de celle-ci en absorbant une grande partie du rayonnement infrarouge. Enfin, à l'extrémité droite se trouve l'objectif 6 dont la position est réglée soit automatiquement (autofocus) soit manuellement. L'objectif conjugue la diapositive et l'écran de projection. Il est généralement corrigé des aberrations chromatiques et sphériques et possède une distance focale standard $f' = + 85$ mm. Il fournit une image agrandie et renversée de la diapositive³⁵, laquelle est située peu avant le plan focal objet de l'objectif.

6.4 INFLUENCE DES DIAPHRAGMES SUR LA QUALITÉ DES IMAGES

6.4.1. Approche expérimentale

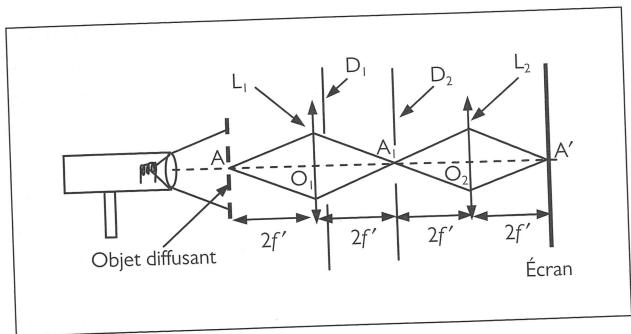
Laissons Luc Dettwiler poser le problème : « Hormis le grossissement fourni par un instrument visuel pour augmenter l'échelle de l'image rétinienne, ou le grandissement transversal fourni par un instrument objectif, il est important de savoir de quelle portion de l'objet l'instrument est capable de former l'image ; il est important aussi de connaître l'étendue de l'image de cette portion car, pour un instrument visuel, par exemple, il est superflu de dépasser une largeur angulaire de 40°, qui est la valeur confortablement utilisable du champ visuel de l'œil mobile dans son orbite. Telle est la question du champ dans l'espace objet et dans l'espace image... Les responsables de la limitation du champ dans

³⁵. D'où, bien sûr, la nécessité de disposer la diapositive à l'envers dans le chargeur.

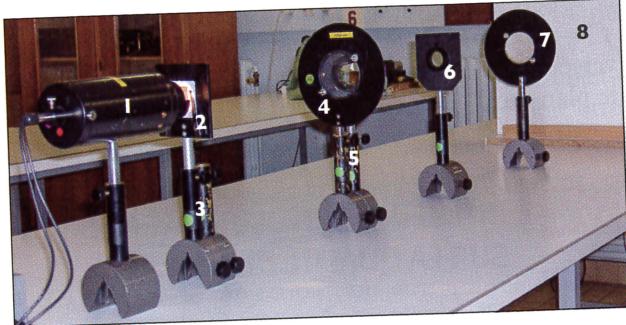
un instrument sont les inévitables diaphragmes, ne serait-ce que les bords des lentilles, avec leurs montures³⁶.

Selon leur position au sein du système optique et selon leur influence sur la qualité de l'image, ces diaphragmes réels ou conjugués objet ou image de diaphragmes réels portent les noms étranges de **lucarne d'entrée** ou de **lucarne de sortie**, de **pupille d'entrée** ou de **pupille de sortie** (ou cercle oculaire), de **diaphragme de champ** ou de **diaphragme d'ouverture**. L'expérience suivante, représentée figure 6.25, nous permettra de comprendre leurs rôles respectifs³⁷.

Une lampe quartz-iode 1 éclaire un **objet diffusant 2** constitué d'une lettre F disposée au centre d'un quadrillage³⁸. On réalise l'image de l'objet diffusant par une première lentille L₁ 4, de distance focale f'₁ = +200 mm³⁹. Afin de minimiser l'encombrement



a) Schéma de principe : images successives d'un point objet A sur l'axe



b) Montage expérimental.

- 1 : Lampe quartz-iode
- 2 : Grille objet avec dépoli
- 3 : D₂'
- 4 : Lentille L₁
- 5 : Diaphragme d'ouverture D₁
- 6 : Diaphragme de champ D₂
- 7 : Lentille L₂
- 8 : Écran

Figure 6.25 Mise en évidence expérimentale du rôle des diaphragmes dans la qualité d'une image.

³⁶ L. DETTWILLER, *Les Instruments d'optique*, 2^e édition, Éd. Ellipses, 2002, p. 84 et 85.

³⁷ La description et le schéma de principe de l'expérience sont tirés de SEXTANT, *Optique expérimentale*, coll. Enseignement des sciences, Éd. Hermann, 1997, p. 42-46.

³⁸ Pour rendre l'objet diffusant, on pourra coller un morceau de papier calque à l'arrière de la diapositive objet F.

³⁹ Avec une lentille de focale plus courte, l'image présenterait des distorsions prononcées.

ment sur la table, on utilise la configuration dite de Silbermann, dans laquelle les distances objet-lentille et lentille-image sont égales à $2f'$, et le grandissement γ égal à -1. Soit A₁ l'image par L₁ d'un point A de l'objet diffusant situé sur l'axe optique ; une seconde lentille L₂ 7, de même distance focale, toujours dans la configuration de Silbermann, forme sur un écran 8 une image finale A' de A₁. Un diaphragme circulaire D₁ 5, est disposé contre la lentille L₁ et un diaphragme circulaire D₂ 6, est disposé dans le plan de l'image intermédiaire A₁. On examine alors successivement l'influence de D₁ et de D₂ sur la qualité de l'image finale formée sur l'écran.

Dans un premier temps, on diminue le diamètre de D₁ sans toucher à D₂, ouvert au maximum. On observe une diminution de la luminosité de l'image sans diminution du champ d'observation (passage de 6.26.a à 6.26.b).

Le diaphragme D₁, qui contrôle la quantité de lumière admise par le système optique est appelé **diaphragme d'ouverture**.

Si on diminue maintenant le diamètre de D₂ sans toucher à D₁, ouvert au maximum, on observe une diminution du champ de l'objet observable sur l'écran, sans diminution de luminosité (passage de 6.26.a à 6.26.c).

Le diaphragme D₂, qui contrôle le champ ou l'étendue de l'objet visible à travers le système optique, est appelé **diaphragme de champ**.

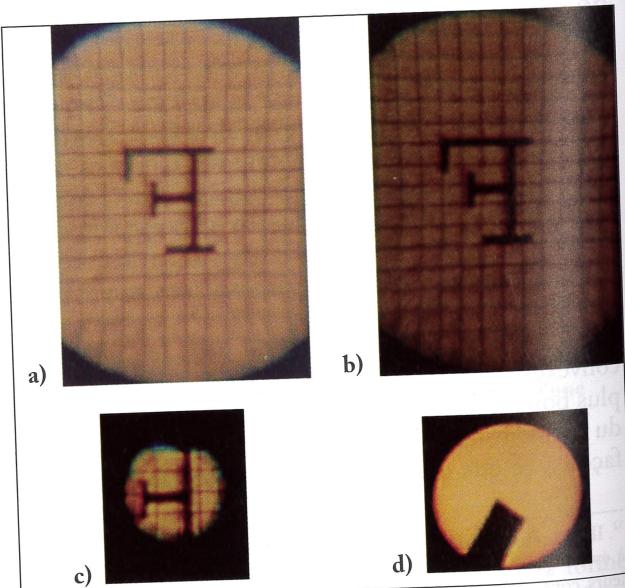


Figure 6.26 Influence des diaphragmes sur la qualité des images : observations.

a) puis b) Influence du diaphragme d'ouverture
a) puis c) Influence du diaphragme de champ d) Pupille de sortie et cercle oculaire

6.4.2 Définitions générales

Comme nous venons de le voir, les diaphragmes jouent un rôle important dans la qualité des images. Un instrument d'optique en comporte toute une série, y compris les montures de l'objectif et de l'oculaire. Leur positionnement ne doit pas se faire au hasard. Pour déterminer lequel d'entre eux joue le rôle de diaphragme de champ ou de diaphragme d'ouverture, nous devons définir au préalable les notions de « lucarne d'entrée » et de « pupille d'entrée » dans l'espace objet, et de « lucarne de sortie » et de « pupille de sortie » dans l'espace image.

La lucarne contrôle le champ de l'objet observable à travers un instrument : en ouvrant plus ou moins une lucarne, on a un champ de vision plus ou moins grand.

- La **lucarne d'entrée** est le conjugué du diaphragme de champ dans l'espace objet, c'est-à-dire à travers toutes les lentilles qui précèdent celui-ci dans l'instrument. Ainsi, dans l'expérience représentée figure 6.25, la lucarne d'entrée est le conjugué objet de D₂ par L₁. Elle est située ici dans le plan de l'objet. On vérifie expérimentalement que l'image finale est inchangée si on remplace D₂ par un diaphragme D₀₂ collé contre le plan de l'objet, de diamètre $\Phi_{02} = \Phi_2 / \gamma_1$, où $\gamma_1 = \frac{O_1 A}{O_1 A'}$.

- La **lucarne de sortie** est le conjugué du diaphragme de champ dans l'espace image, c'est-à-dire à travers toutes les lentilles qui suivent celui-ci dans l'instrument. Dans notre expérience, la lucarne de sortie se situe dans le plan de l'écran, et contribue évidemment au champ observable. La lucarne de sortie est aussi l'image de la lucarne d'entrée à travers toutes les lentilles qui composent l'instrument, donc à travers tout l'instrument.

La pupille, comme la pupille de l'œil, contrôle la quantité de lumière admise dans l'instrument. Elle détermine donc la luminosité de l'image finale.

- La **pupille d'entrée** est le conjugué objet du diaphragme d'ouverture à travers toutes les lentilles qui précèdent celui-ci dans l'instrument. Dans l'expérience de la figure 6.25, le diaphragme D₁ est collé contre la première lentille L₁. Il est donc son propre conjugué par L₁ : D₁ est à la fois diaphragme d'ouverture et pupille d'entrée.

- La **pupille de sortie** est le conjugué du diaphragme d'ouverture dans l'espace image, c'est-à-dire à travers toutes les lentilles qui suivent celui-ci dans l'instrument. Dans l'expérience représentée figure 6.25, on peut mettre en évidence la pupille de sortie en déterminant l'image de D₁ par L₂. On place un petit morceau de papier calque dans le plan de D₁. En déplaçant un écran mobile devant L₂, on détermine la position de celui-ci pour laquelle l'image du morceau de papier calque est nette (figure 6.26.d). L'écran est alors dans le plan de la pupille de sortie.

Si l'objet est dépoli comme ici, la section du faisceau lumineux émergent sera minimale au niveau de la pupille de sortie⁴⁰. C'est à cet endroit que la concentration de la lumière sera la plus intense, et que la pupille de l'œil devra se positionner pour ne pas limiter le champ offert par l'instrument⁴¹. La pupille de sortie est aussi l'image de la pupille d'entrée à travers toutes les lentilles qui composent l'instrument, donc à travers tout l'instrument.

De manière générale, pour déterminer quel diaphragme joue le rôle de diaphragme d'ouverture ou de diaphragme de champ, on détermine au préalable la pupille d'entrée et la lucarne d'entrée en procédant de la manière suivante :

- Pour chaque diaphragme D_i de l'instrument, y compris les montures des lentilles, on détermine son conjugué objet D_{0i} à travers l'ensemble des lentilles qui le précédent.
- Parmi cette série de diaphragmes objet D_{0i}, la **pupille d'entrée est le diaphragme qui est vu sous le plus petit angle depuis le centre A de l'objet**. Le diaphragme D_i correspondant est le diaphragme d'ouverture, car tout rayon passant par la pupille d'entrée passera à travers lui. **La lucarne d'entrée est alors le diaphragme D_{0i} qui limite le cône ayant pour sommet le centre de la pupille d'entrée**⁴². Le diaphragme D_i correspondant est le diaphragme de champ.

Cette procédure est illustrée figure 6.27, où la disposition de l'expérience précédente a été légèrement modifiée.

Le diaphragme D₂ est disposé cette fois contre la lentille L₂, le diaphragme D₁ restant contre L₁ (figure 6.27.a). Deux cas de figure se présentent alors, selon les diamètres respectifs de D₁ et de D₂.

- Si D₂ est peu ouvert et D₁ très ouvert, c'est le conjugué objet D₀₂ de D₂ par L₁ (situé à une distance égale à $4f'/3$ en amont de L₁) qui est vu sous le plus petit angle depuis le centre A de l'objet. D₀₂ est donc la pupille d'entrée (figure 6.27.a) et D₂ le diaphragme d'ouverture. Le cône formé par les rayons issus du centre de D₀₂ est limité par D₀₁ = D₁ qui constitue donc la lucarne d'entrée (et le diaphragme de champ)⁴³.
- Si D₂ est très ouvert et D₁ peu ouvert, cette fois c'est D₁ = D₀₁ qui est vu sous le plus petit angle depuis le centre A de l'objet (figure 6.27.b). D₁ est la pupille d'entrée et le diaphragme d'ouverture. D₀₂ est la lucarne d'entrée et D₂ le diaphragme de champ.

⁴⁰ Avec un objet transparent non dépoli, la section du faisceau lumineux sera plus petite au niveau de l'image de la source qu'au niveau de la pupille de sortie.

⁴¹ D'où le nom de « cercle oculaire ».

⁴² C'est aussi le premier diaphragme dans l'espace objet qui limite le cône de rayons incidents issu d'un point objet B s'éloignant de l'axe et s'appuyant sur les bords de la pupille d'entrée (cf. notion de champ de contour).

⁴³ D₁ étant collé à L₁, est son propre conjugué par la lentille L₁ : D₁ = D₀₁.

6.4.3. Champ de contour

Dans la disposition de la figure 6.27, le diaphragme D_2 n'est pas situé dans le plan de l'image intermédiaire, comme sur la figure 6.25. Dans ces conditions, l'image finale sur l'écran présente une diminution graduelle de luminosité du centre vers les bords (figure 6.27.d). Ce phénomène, appelé **champ de contour**, dégrade sensiblement la qualité et la résolution de l'image. Pour en comprendre l'origine, reportons-nous au schéma de la figure 6.27.c, qui est un agrandissement de la figure 6.27.b.

Soit A un point de l'objet situé sur l'axe optique ; soit B_1 l'intersection du rayon passant par les deux bords supérieurs de D_{01} et D_{02} avec le plan de l'objet. Tout rayon issu d'un point objet B situé entre A et B_1 traverse la pupille d'entrée D_{01} sans être intercepté par D_{02} ni, plus généralement, par aucun autre diaphragme : la zone AB₁ constitue le **champ de pleine lumière** de l'objet. Au-delà de B_1 , certains rayons ne peuvent plus traverser la pupille d'entrée et sont stoppés par D_{02} . Le rayon passant par le bord inférieur de D_{01} et le bord supérieur de D_{02} intercepte le plan de l'objet en un point B_3 qui définit la limite transversale du champ visible de l'objet. La zone B_1B_3 , qui correspond à une décroissance graduelle de la luminosité de l'image est appelée **champ de contour**. La réunion du champ de pleine lumière AB₁ et du champ de contour B_1B_3 est appelée **champ total**. Le rayon B_2P_0 (figure 6.27.c), qui passe par le centre P_0 de la pupille d'entrée $D_1 = D_{01}$ et par un des bords de la lucarne d'entrée D_{02} est appelé **rayon principal**.

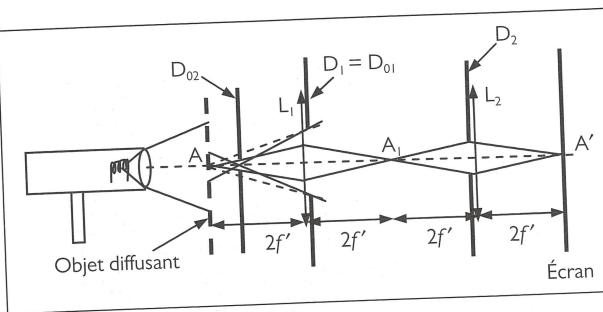
La lucarne d'entrée délimite donc le **champ moyen** de l'objet, représenté par la distance transversale AB₂. On appelle **rayon marginal** un rayon passant par le centre A de l'objet et un bord de la pupille d'entrée. Ce sont les rayons marginaux et les rayons principaux qui interviennent dans la discussion des aberrations géométriques.

Pour se débarrasser du phénomène de pénombre résultant du champ de contour, il est nécessaire de positionner un diaphragme D_2 assez petit dans le plan de l'image intermédiaire. En effet, dans ces conditions, le conjugué objet D_{02} de D_2 est situé dans le plan de l'objet lui-même. L'occultation du champ de pleine lumière est cette fois nette et non graduelle. **Cette configuration, réalisée dans l'expérience de la figure 6.25, est celle recherchée dans les instruments d'optique.**

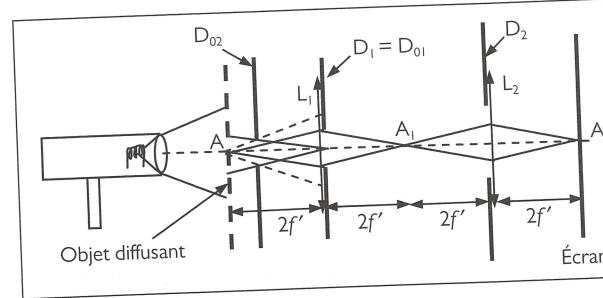
6.4.4. Rôle d'une lentille de champ

Considérons le montage de la figure 6.28, modélisant un instrument d'optique constitué d'un bloc objectif L_1 et d'un bloc oculaire L_2 . Le condenseur forme du filament S de la lampe une image S' située au voisinage du centre optique O_1 de la lentille L_1 , afin que celle-ci soit plus près des conditions de Gauss.

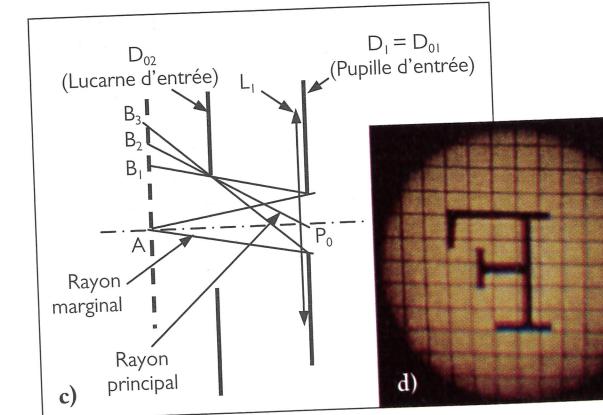
Cependant, le faisceau diverge après O_1 . Les rayons issus des bords de l'objet, les plus inclinés par rapport à l'axe, ne rencontrent pas la lentille L_2 et sont perdus (rayons en pointillés, figure 6.28.a). Les bords de l'objet ne seront pas visibles sur l'image finale formée par L_2 sur l'écran : le champ observable sera réduit (figure 6.29.a). De plus, la lentille L_2 reçoit des rayons sur toute sa surface et ne sera donc pas utilisée dans les conditions de Gauss. L'image finale formée par L_2 ne sera pas de bonne qualité.



a) D_2 peu ouvert et D_1 très ouvert
 D_{02} : Pupille d'entrée ; D_2 : Diaphragme d'ouverture
 $D_1 = D_{01}$: Lucarne d'entrée et diaphragme de champ

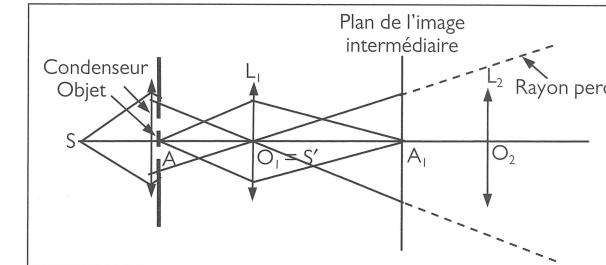


b) D_2 très ouvert et D_1 peu ouvert
 $D_1 = D_{01}$: Pupille d'entrée et diaphragme d'ouverture
 D_{02} : Lucarne d'entrée ; D_2 : Diaphragme de champ

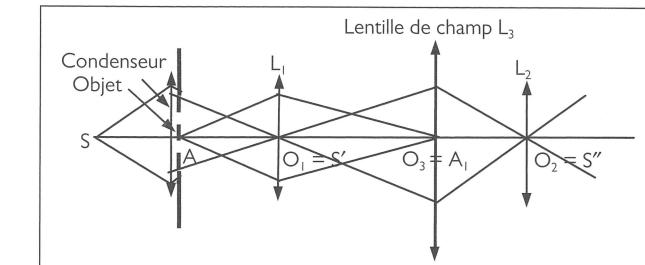


Phénomène de champ de contour : c) Agrandissement de la disposition de b) d) Observation expérimentale.

Figure 6.27 Lucarne d'entrée et phénomène de champ de contour.



a) Rayons perdus et champ réduit en l'absence de lentille de champ

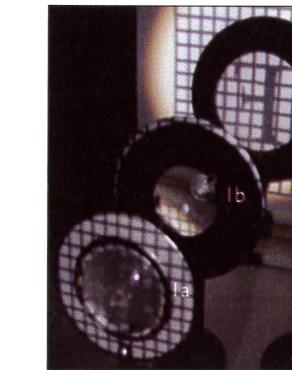


b) Effet d'une lentille de champ

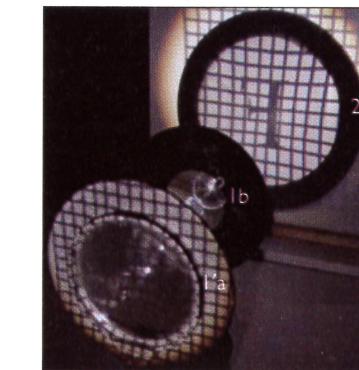
Figure 6.28 Rôle d'une lentille de champ dans un instrument d'optique composé.



a) Oculaire simple 1 sans lentille de champ
2 : Image finale



b) Oculaire composé : lentille de champ 1a de focale $f'_3 = +150$ mm et diamètre $\Phi_3 = 70$ mm, et verre d'œil 1b
2 : Image finale



c) Oculaire composé : lentille de champ 1'a de focale $f'_3 = +200$ mm et diamètre $\Phi_3 = 110$ mm, et verre d'œil 1b
2 : Image finale

Figure 6.29 Effet d'une lentille de champ sur le champ objet : exemple du microscope sur table.

Image de la lettre F de hauteur 5 mm donnée par un microscope sur table de grossissement $G = 66$. Le montage est celui de la figure 6.28, mais comporte en plus une lentille-œil, non visible ici, disposée juste derrière l'oculaire.

Pour augmenter le champ observable et faire en sorte que les lentilles L_1 et L_2 soient utilisées toutes les deux davantage dans les conditions de Gauss, on dispose une lentille de grand diamètre (L_3) dans le plan de l'image intermédiaire A_1B_1 (figure 6.28.b). **Sa distance focale doit être choisie de manière à conjuguer les lentilles L_1 et L_2 .** L'image S'' de S' par L_3 est alors située au voisinage du centre optique O_2 de L_2 . En présence de L_3 , les caractéristiques de l'image (netteté, luminosité, grandeur) sont inchangées, mais le champ objet est augmenté. Sur la figure 6.29.b ($\Phi_3 = 70$ mm), la lettre F agrandie par le microscope sur table (cf. § 7.2.10c, chapitre 7) est maintenant entièrement visible sur l'écran-rétine. Avec une lentille L_3 de plus grande taille encore ($\Phi'_3 = 11$ cm), on obtient un champ encore plus large⁴⁴ (figure 6.29.c), et une majeure partie du quadrillage entourant la lettre F est visible⁴⁵.

⁴⁴. Toutefois, la focale disponible ici ($f'_3 = +200$ mm) ne permet pas de réaliser exactement la conjugaison objectif/oculaire.

⁴⁵. L'effet d'une lentille de champ peut également être vérifié dans l'expérience de la figure 6.25. Il suffit de retirer les diaphragmes D_1 et D_2 et de placer dans le plan de l'image intermédiaire une lentille de focale $f'_3 = +200$ mm qui conjugue L_1 et L_2 dans la configuration de Silbermann.

Placée dans le plan de l'image intermédiaire, la lentille L_3 ne modifie pas la position de l'image finale de l'objet. Elle possède en revanche deux avantages essentiels :

- grâce à son grand diamètre, la lentille L_3 permet de récupérer une partie des rayons perdus, qui ne passaient pas à travers L_2 (figure 6.28. a et b), et donc d'augmenter le champ de l'objet, d'où son nom de **lentille de champ** ;
- en rabattant le faisceau lumineux vers le centre O_2 de la lentille L_2 , elle permet d'améliorer la qualité de l'image donnée par celle-ci, qui travaille alors plus près des conditions de Gauss.

L'oculaire d'un microscope ou d'une lunette astronomique est un oculaire composé, constitué d'un verre de champ (lentille 1a) et d'un verre d'œil (lentille 1b). Le verre de champ est une lentille de champ qui permet de réaliser un achromatisme apparent et d'augmenter le champ observable. Cependant, celle-ci est légèrement décalée par rapport au plan de l'image intermédiaire, faute de quoi l'observateur percevrait nets les poussières, traces de doigts ou autres défauts présents à sa surface en même temps que l'image de l'objet.