

Chaine linéaire fermée de N atomes,

x_q : écart par rapport à la position d'équilibre

Équation différentielle : $\ddot{x}_q = -\omega_0^2(2x_q - x_{q+1} - x_{q-1}) \quad \omega_0^2 = \frac{K}{m}$

Linéarité de l'équation différentielle + invariance par translation $\rightarrow x_q = A \exp(\omega_r t - qk_r a)$

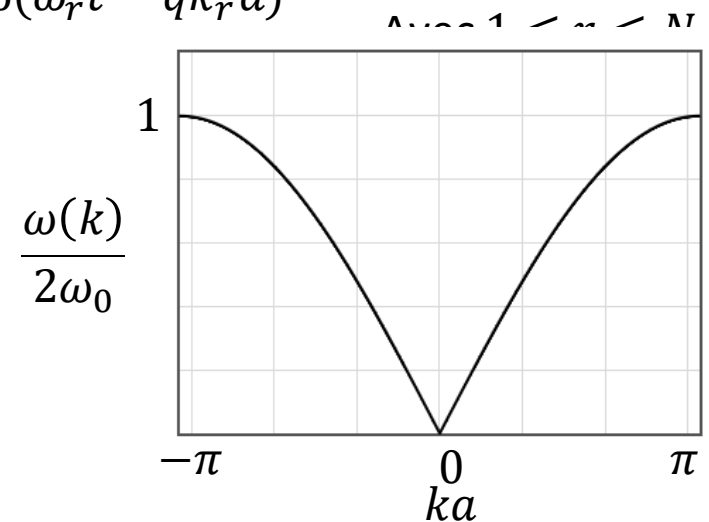
Relation de dispersion : $\omega(k) = 2\omega_0 \left| \sin\left(\frac{kl}{2}\right) \right|$

Conditions aux limites périodiques : $x_1(t) = x_N(t)$

$$\rightarrow k_r = r \frac{2\pi}{Na}$$

N modes propres régulièrement espacés entre $-\frac{\pi}{a}$ et $\frac{\pi}{a}$.

Dégénérescence : $g(k)dk = \frac{L}{2\pi} dk$



Cristal à 1D

N modes propres

Généralisation pour un cristal à 3D

3N modes propres

