LP 48 Oscillateurs ; portraits de phase et non-linéarités.

Remarques : Rapport Jury

2017 : Leçon 49 : Oscillateurs : portraits de phase et non-linéarités.
Les définitions d'un oscillateur et d'un portrait de phase sont attendues. La leçon doit présenter des systèmes comportant des non-linéarités

2015 : portraits de phase et non-linéarités.
L'intérêt de l'utilisation des portraits de phase
doit ressortir de la leçon.

2013 : [À propos du nouveau titre] Les aspects non-linéaires doivent être abordés dans cette leçon sans développement calculatoire excessif, en utilisant judicieusement la notion de portrait de phase. Une simulation numérique bien présentée peut enrichir cette leçon.
Jusqu'en 2013, le titre était : Exemples d'effets de non linéarité sur le comportement d'un oscillateur.

2011, 2012 : Une simulation numérique bien présentée peut enrichir cette leçon.

2010 : L'analyse de l'anharmonicité des oscillations du pendule pesant ne constitue pas le coeur de la leçon. Différents effets des non linéarités doivent être présentés.

2007, 2008 : Le régime forcé des oscillateurs non linéaires est également envisageable.

2003 : La leçon ne doit pas se limiter à une résolution d'équations différentielles non linéaires. Une discussion des effets en liaison avec la forme de l'énergie potentielle peut être intéressante. La présentation d'un oscillateur de van der Pol précablé sur une plaquette reste trop souvent théorique. En quoi ce système est-il représentatif de problèmes usuels en électronique ?

Jusqu'en 2002, le titre était : Exemples d'effets de non linéarité sur le comportement d'un oscillateur.

2000 : Celle leçon est parfois présentée de façon très abstraite. Par ailleurs on doit s'efforcer de varier les exemples, en tout cas de ne pas les limiter exclusivement à l'électronique.

1999 : La simple étude de la non-linéarité du pendule simple et du vase de Tantale ne peut suffire. Il faut dégager clairement, sur différents exemples, l'impact des non-linéarités sur (selon les cas) la période, l'amplitude des oscillations, voire la forme du signal, sa valeur moyenne.

1997 : Le jury regrette que certains candidats passent beaucoup de temps à traiter de l'effet relativement banal de certaines non-linéarités, comme l'influence de l'amplitude du mouvement sur la période d'oscillation d'un pendule, sans évoquer les phénomènes, beaucoup plus riches, d'instabilités ou de transition vers le chaos.

Intro :

Non-linéarité très présente ; la linéarité est l’exception. Les non linéarités peuvent apparaître sous des formes très diverses. Dans cette leçon , on se limite à quelques exemples de non-linéarité. Notamment sur le comportement d’un oscillateur.
On a un oscillateur dès qu’on a un système au voisinage d’un état d’équilibre : DL d un potentiel autour position équilibre .si on va au-delà du terme d’ordre 2,
Terme ordre 3 : exemple sur dilatation des solides
Terme ordre 4 : exemple sur pendule.

Definition
oscillateur :
1) Un oscillateur est un système physique manifestant la variation d’une grandeur physique de part et d’autre d’un état d’équilibre
2) Un système est un système oscillant s'il peut évoluer de manière répétitive dans le temps, du fait de ses caractéristiques propres.
3) Tout système dont une grandeur caractéristique est oscillante

définition : 1) Un **portrait de phase** est une représentation géométrique des trajectoires d'un système dynamique dans l'espace des **phases** : à chaque ensemble de conditions initiales correspond une courbe ou un point.

2) L’ensemble des trajectoires de phase décrites par le système à partir de toutes les conditions initiales réalisables est le portrait de phase de celui-ci.

Definition trajectoire de phase : ensemble des points de l’espace des phases visités au cours du temps par un système pour une condition initiale donnée

Rq : les trajectoires des phases sont les courbes iso-énergies pour un système conservatif (cf pendule par exemple). La conservation de l’énergie donne dans ce cas une équation de la traj des phases.

Portrait de phase → BUP 744 p 719. Gie et Sarmant

I Oscillation libre

1) terme ordre 3

biblio : -Queré Phys des Matériaux (demo avec Phys stat)
- Landau Meca paragraphe 28 (oscillation anharmonique)

a) Solution Eq. Diff.

résoudre par pertubation l’équation différentielle et montrer
- la présence d’harmonique (conclusion générale pour les oscillateurs non linéaire)
- présence d’une moyenne non nulle (spécifique à terme d’ordre 3)
- oscillation à la fréquence propre de l’oscillateur (sans terme non linéaire)

b) Portrait de phase.

Montrer que le portrait de phase n’est pas rond : relier ça à la présence d’harmonique.

c) Energie potentiel et moyenne

Montrer qu’on peut comprendre la moyenne non nulle avec la forme du potentiel.

d) Application à la dilatation des solides

Amplitudes de oscillations relié à Temperature = on trouvera longueur moyenne proportionnelle à la température.

Le mieux c'est de traiter le calcul en phys stat.

2) Terme d'ordre 4

Biblio : Landau meca
Manneville
BFR meca nelle édition
bup duffait 867

Il s'agit en faite de l'oscillateur de Duffing. Cas d'application le pendule pesant (avec developpement du potentiel jusqu'à l'ordre 4)

a) Portrait de phase

les trajectoires des phases sont les courbes iso-énergies. Montrer trajectoires, fermées, ouvertes et séparatrices.

b)Résolution Duffing avec méthode de Poincarré.

Montrer : - à nouveau apparition harmonique (conclusion générale pour les oscillateurs non linéaire)
- perte d'isochronisme (spécifique terme ordre 4)

c) Application au pendule.

Formule de Borda
Possibilité de faire une manip pour montrer harmonique, perte d'isochronisme

II Oscillation Forcée

illustration sur 2 exemples sur oscillateur de Duffing

1) Résonance de l'oscillateur (avec frottement)

Maneville
Montrer déformation de la courbe de résonance (plutot difficile)

2) Application à l'effte Kerr optique –

Garing Milieux dielectriques p 223
Avec un modèle de l'éléctron élastiquement lié mais un terme d'ordre 4.
Montrer que l indice optique varie en fonction de l'intensité lumineuse (champ electrique²)

III Bifurcation

1) Pluralité des solutions d'équilibre : bifurcation fourche – attention à le présenter sous forme oscillateur

Terme d'ordre 4 mais le coaefficient du terme d'ordre 2 peut changer de signe (equ stable → eq. Instable)

Cas d'application au pendule conique : equation facile – regarder l'évlution des fréquences de résonances aux alentours de la transition : notion de ralentissement critique

2) Oscillateur de Van der Poll

Hprepa et BFR

Prendre Van Der Poll comme un modèle simple présentant une bifurcation de Hopf .

Montrer l'apparition des oscillations. Possible de déterminer amplitudes des oscillations au dessus de la transition. cf Manneville et aussi Pomau, Vidal

Conclusion

Message :

Oscillateur harmonique si approx petite amplitude, sinon non linearite presente.

effet d une non linearite sur oscillateur → faire apparaître des harmoniques

on peut le voir dans le portrait de phase (si harmoniques, des cercles, sinon pas des cercles)

→ si ca reste un oscillateur : selon la non linearite : periode depend de l'amplitude (perte isochronisme), position moyenne depend amplitude.

→ Bifurcation : changement qualitatif de comportement

Ouverture vers le Chaos :chaos déterministe= sensibilite des solutions aux conditions initiales : si on prend deux conditions initiales x1(t=0) et x2(t=0) très proche. ε=x2(t=0)-x1(t=0). Dans un régime chaotique, x2(t)-x1(t) croie **exponentiellement** avec le temps (cf coefficient de Lyapunov)