

LP 10: Induction Électromagnétique

Mathias Péault

Sources: Nicolas[Pérez/Hugo/Cours Cordier L2]/Mathieu/Leçon ENS
Lyon/Wikipédia/Site de Telma

Pré-requis:

1. Équation de Maxwell (sauf MFaraday?)
2. Force de Lorentz, Force de Laplace
3. Électrostatique, Magnétostatique

INTRODUCTION

En 1820, Hans Oersted présente une expérience dans laquelle il montre qu'un courant permanent produit un champ magnétique capable de dévier l'aiguille d'une boussole. Il démontra ainsi l'existence d'une relation entre électricité et magnétisme. Les courants permanents produisent des champs magnétiques, mais la réciproque est-elle vraie ? On peut en effet se poser la question: **Peut-on produire un courant à partir d'un champ magnétique ?**

C'est la question que se posa Michael Faraday, contemporain d'Oersted. Pour y répondre, il réalisa en 1831 l'expérience suivante: [projetez un schéma ou une vidéo à commenter rapidement?]

Soient deux circuits électriques C_1 et C_2 comportant chacun une bobine, toutes deux enroulées autour d'un même tube de fer. Le circuit C_1 est alimenté par une pile et comporte un interrupteur K [Faraday ouvrait et fermait le circuit sans interrupteur hein]. Le circuit C_2 , lui, n'est pas alimenté. On y retrouve un galvanomètre permettant de mesurer l'intensité du courant électrique mais aussi son sens. Les notations utilisées sur le schéma représentent le sens positif des courants i_1 et i_2 . Il montra, à partir de ce montage, qu'au moment d'ouvrir ou de fermer le circuit C_1 , lorsque le courant s'établit et traverse la première bobine ou au contraire s'interrompt, un courant est **induit** dans le second circuit. C'est ici la première démonstration du phénomène d'induction électromagnétique.

Aujourd'hui le phénomène d'induction électromagnétique est exploité dans une variété

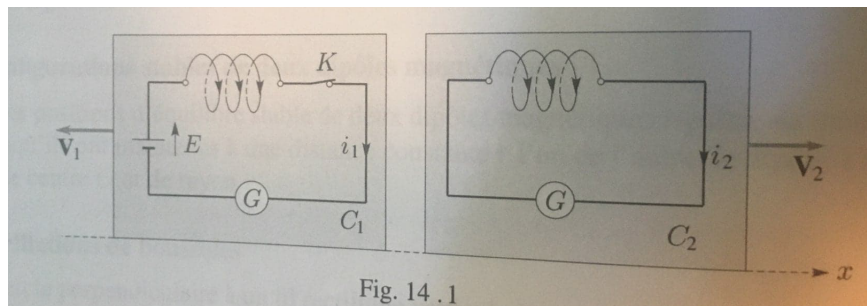


Figure 1: Schéma descriptif de l'expérience (Pérez)

importante de domaines, en particulier l'industrie. On le retrouve dans plusieurs applications de la vie quotidien tel que les recharges de batterie, le chauffage via les plaques à induction dans votre cuisine ou encore les moteurs etc.

Le but de cette leçon est de permettre une compréhension de ce phénomène, à l'origine de la construction de la théorie de l'électromagnétisme, au travers de plusieurs exemples. Nous nous appuierons notamment sur diverses applications modernes.

1 LA LOI DE FARADAY

1.1 EXPÉRIENCES DE FARADAY

Je vous propose d'effectuer une manipulation en direct pour mettre en évidence le phénomène [Uniquement celle avec l'aimant est réalisée en direct. Bon y'a plus d'expériences... finalement vous le montrerez autrement]: Reprenons les circuits C_1 et C_2 .

CIRCUITS FIXES :

Expérience 1 :

- Initialement : interrupteur K ouvert, donc $i_1 = 0$ et $i_2 = 0$
- Manip : fermeture de K et augmentation progressive du courant i_1 débité par le générateur. Mesure de $i_1 > 0$ dans C_1 et mesure de $i_2 < 0$ tant que i_1 varie.

Expérience 2 : suite de 1

- Initialement : interrupteur K fermé, $i_1 > 0$ et constant mesuré, $i_2 = 0$
- Manip : diminuer i_1 et constater l'apparition de $i_2 > 0$ dans C_2

Expérience 3 : inverser la polarité du générateur et refaire l'expérience 1, constater l'inversion des signes des courants i_1 et i_2 .

CIRCUITS MOBILES :

C_2 peut bouger par rapport à C_1 . Expérience 1 :

- Initialement K fermé, donc $i_1 > 0$ et $i_2 = 0$.
- On éloigne C_1 de C_2 : $i_2 > 0$ circule dans C_2 tant qu'il y a du mouvement.

Expérience 2 :

- Initialement K fermé, donc $i_1 > 0$ et $i_2 = 0$.
- On éloigne C_2 de C_1 : $i_2 > 0$ circule dans C_2 tant qu'il y a du mouvement.

Le courant induit est d'autant plus intense que le déplacement est rapide.

AUTRE EXPÉRIENCE DE FARADAY AVEC UN AIMANT

À l'approche d'un aimant, on remarque qu'un courant induit passe par le circuit formé par la bobine et le galvanomètre. Quand on l'éloigne, le sens du courant est opposé. Remarquons que l'on observe un courant induit dans la bobine seulement quand l'aimant bouge, c'est à dire quand le champ magnétique dans laquelle est plongée la bobine varie. Autrement dit lorsque que le flux du champ du magnétique varie. Mettre en évidence: la dépendance de l'intensité du champ magnétique, la dépendance de la surface traversée [FLUX] ainsi que la dépendance en temps.

De ces expériences, Faraday, en déduisit une loi qui porte maintenant son nom : La variation

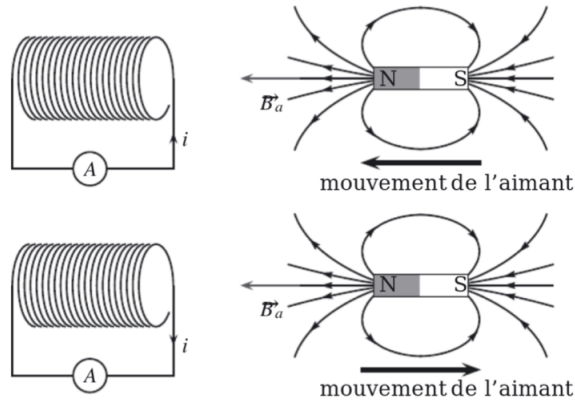


Figure 2: Schéma descriptif de l'expérience repris de la leçon de Nicolas

temporelle du flux magnétique à travers un circuit fermé engendre une force électromotrice induite, qui crée un courant électrique.

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \quad (1.1)$$

Le signe moins de l'expression indique que le sens du courant induit est tel qu'il tend toujours à s'opposer à la cause qui le produit. En effet, en reprenant la figure 2, on voit que si l'on approche la face nord de l'aimant par la droite (le champ magnétique "rentre" par la droite de la bobine), on crée alors un courant induit qui génère à son tour un champ magnétique, orienté en sens inverse du champ issu de l'aimant. Ces observations sont résumées dans la loi de Lenz. **Les phénomènes d'inductions s'opposent, par leurs effets, aux causes qui leurs ont données naissance.**

1.2 L'ÉQUATION DE MAXWELL FARADAY

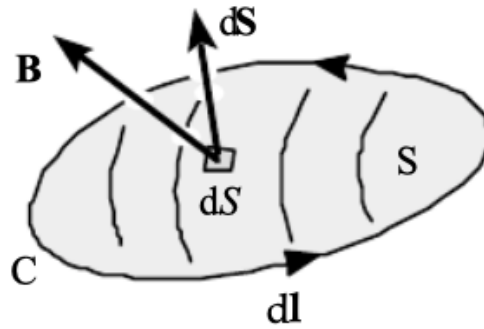
Il est important de remarquer que ce résultat est vrai autant pour un parcours dans le vide ou un milieu matériel quelconque que pour un circuit filiforme conducteur fermé. Dans un milieu conducteur, le champ électromoteur produit un déplacement de charges, c'est-à-dire un courant.

Par définition, la force électromotrice est exprimée comme suit:

$$e = \oint_C \vec{E} d\vec{\ell} \quad (1.2)$$

avec C, le contour formé par une circuit fermé filiforme. Soit S, la surface se reposant sur ce contour C, on définit le flux ϕ tel que:

$$\phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S} \quad (1.3)$$



En utilisant le théorème de Stokes, on peut alors écrire l'égalité suivante:

$$\iint_S (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) d\vec{S} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (1.4)$$

Soit:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.5)$$

l'équation de Maxwell-Faraday.

Cette équation est souvent qualifiée de relation structurelle du champ électromagnétique : les densités de charge et de courant n'interviennent pas dans son écriture. Cette équation permet de relier la création d'un champ électrique à la variation temporelle d'un champ magnétique, phénomène que nous avons mis en évidence par les expériences précédentes, puisque nous avons relié l'apparition d'une force électromotrice à la variation du flux du champ magnétique.

2 FORCE ÉLECTROMOTRICE INDUITE

Intéressons-nous plus en détail à cette force électromotrice induite. Mais avant définissons le cadre de l'étude.

2.1 CADRE DE L'ÉTUDE

On se place dans le cadre de L'ARQS : **on néglige le terme de propagation des OEM devant la période des signaux étudiées.** [En conséquence, dans la suite de la leçon on pourra simplement utiliser les lois de la magnétostatique pour déterminer \vec{B}]. D'où $\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \ll \mu_0 j$. Les équations de Maxwell deviennent donc:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{MG}) \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{MFa})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{MFI}) \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (\text{MA})$$

On peut alors définir, par Maxwell Flux [div de rot =0], le potentiel vecteur \vec{A} tel que $\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$, ainsi que le potentiel scalaire, V , à partir de Maxwell Faraday [rot de grad =0] tel que $\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ où le terme $-\vec{\nabla} V$ est le champ électrique en régime permanent et $-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ est liée à la variation temporelle de \vec{B} . Dans la suite, nous n'étudierons que des circuits filiformes.

2.2 CHAMP ÉLECTROMOTEUR

Considérons un circuit filiforme en mouvement dans un référentiel galiléen en présence d'un champ magnétique extérieur. Si on observe un courant dans ce circuit, cela veut dire que des charges sont mises en mouvement par une différence de potentiel, la force électromotrice induite.

Considérons que cette force électromotrice induite est fournie par un générateur, elle communique une vitesse \vec{v}_q à des particules de charge. La puissance associée s'exprime:

$$P = \iiint_V n P_q dV$$

où n est la densité volumique de charges, et P_q la puissance fournie à une particule. En faisant intervenir la force de Lorentz \vec{F} , on a :

$$P = \iiint_V n \vec{F} \cdot \vec{v}_q dV = \oint \vec{F} d\vec{\ell} \iint n \vec{v}_q d\vec{S}$$

En faisant intervenir la densité de courant, \vec{j} , puis l'intensité I , on a donc:

$$P = \oint \frac{\vec{F} \cdot d\vec{\ell}}{q} \iint \vec{j} d\vec{S}$$

$$P = \oint \frac{\vec{F} \cdot d\vec{\ell}}{q} I$$

La force électromotrice est définie comme le rapport de la puissance sur l'intensité, ce qui renvoie immédiatement:

$$e = \frac{P}{I} = \oint \frac{\vec{F} \cdot d\vec{\ell}}{q} \quad (2.1)$$

En explicitant l'expression de la force de Lorentz agissant sur les porteurs de charges, on écrit:

$$e = \oint (\vec{E} + \vec{v}_q \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{\ell} = \underbrace{\oint \vec{E} d\vec{\ell}}_{(a)} + \underbrace{\oint \vec{v}_q \wedge \vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{(b)}$$

$$(a) = \oint \left(-\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{\ell} = \underbrace{\oint dV}_{=0 \text{ car circuit fermé}} - \oint \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot d\vec{\ell}$$

En notant que $\vec{v}_q = \vec{v} + \vec{v}_r$, où \vec{v} est la vitesse du circuit et \vec{v}_r est la vitesse des charges dans le référentiel du circuit, on en déduit:

$$(b) = \oint \vec{v} \wedge \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \underbrace{\oint \vec{v}_r \wedge \vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{=0 \text{ car le circuit est filiforme}}$$

d'où

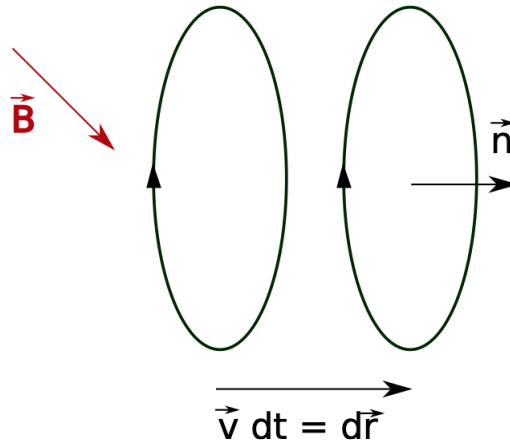
$$e = \oint \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{v} \wedge \vec{B} \right) d\vec{\ell} = \oint \vec{E}_m d\vec{\ell} \quad (2.2)$$

où apparaît \vec{E}_m , le champ électromoteur. Ce champ électromoteur peut se décomposer en deux termes, apportant chacun leur contribution propre dans les expériences présentées précédemment. Nous allons étudier ces contributions l'une après l'autre en s'intéressant dans un premier temps au cas du circuit en mouvement dans un champ magnétique uniforme.

2.3 INDUCTION DE LORENTZ

La contribution liée au déplacement du conducteur, déplacement d'ensemble ou déformation du circuit, pour un champ magnétique uniforme est nommée induction motionnelle ou encore induction de Lorentz.

2.3.1 F.E.M



Considérons une spire circulaire qui se déplace avec une vitesse \vec{v} dans un champ \vec{B} uniforme. Cette dernière condition nous donne directement $\vec{A} = \vec{0}$. D'où

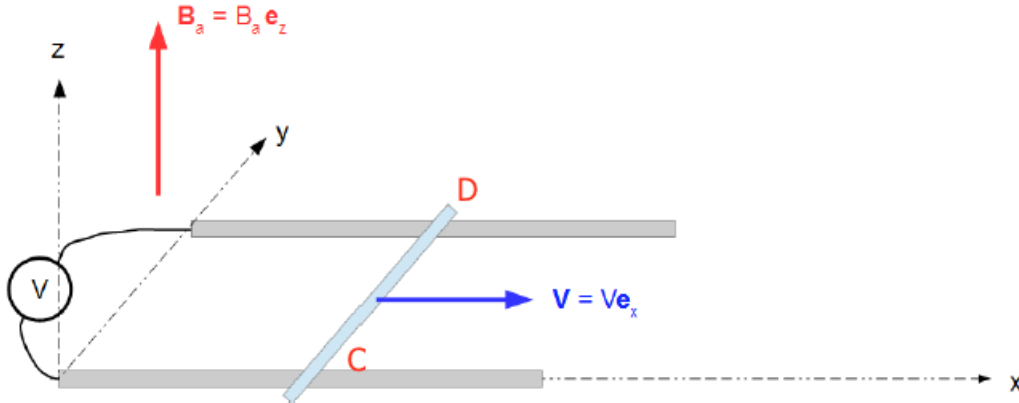
$$e = \oint (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{\ell} = - \oint (\vec{v} \wedge d\vec{\ell}) \cdot \vec{B} = - \frac{1}{dt} \oint (d\vec{r} \wedge d\vec{\ell}) \cdot \vec{B} = - \frac{1}{dt} \oint \vec{n} d^2 S \cdot \vec{B}$$

on retrouve alors l'équation de Faraday

$$e = - \frac{d\Phi_c}{dt} \quad (2.3)$$

où Φ_c est le flux coupé de B à travers le circuit mobile. Cette expression reste valable pour un circuit qui se déforme avec le temps.

2.3.2 RAILS DE LAPLACE



Une illustration classique de ce type d'induction est le problème des rails de Laplace. Un barreau conducteur est posé sur deux rails, également conducteurs. Le contact entre barreau et les rails est glissant : le barreau se déplace le long des rails avec une vitesse $\vec{v} = v \vec{e}_x$. Le circuit est fermé par un voltmètre connecté entre les rails. On place le système dans un champ magnétique uniforme et stationnaire, de direction perpendiculaire au plan formé par les rails. Tant que le barreau bouge, le voltmètre mesure une force électromotrice que l'on peut calculer à partir de l'expression générale de $e(t)$.

Le champ électromoteur généré par la présence du champ magnétique et le déplacement de la barre est $\vec{E}_m = \vec{v} \wedge \vec{B} = -vB\vec{e}_y$. D'où la f.e.m induite suivante:

$$e = \oint_C^D \vec{E}_m \cdot d\vec{\ell} = -vBL$$

(Elle est nulle partout sauf entre C et D.) où L est la longueur de la barre. On peut aussi calculer le flux coupé de B à travers le circuit $d\phi = BLdx$ d'où $e = -BLv$.

Le courant traversant la tige est $i = e/R = -BvL/R$ où R est la résistance du circuit. La puissance fournie par la f.e.m induite est donc $P = B^2 v^2 L^2 / R$.

La présence du champ \vec{B} impose l'existence d'une force de Laplace, agissant sur la tige mobile, s'exprimant de la façon suivante: $\vec{F} = I\vec{D}\vec{C} \wedge \vec{B} = -B^2 v L^2 / R \vec{e}_x$. Cette force agit comme une force de freinage : logique si l'on se remémore la loi de Lenz. La puissance associée à la force de Laplace vaut elle $P_L = F_L v = -B^2 v^2 L^2 / R = -P$.

Dans tous les dispositifs correspondant au cas de Lorentz, la puissance électrique fournie par la f.e.m induite et la puissance mécanique de la résultante des forces de Laplace vérifient $P_L + P = 0$. Cette relation traduit le fait que la puissance de la force de Lorentz sur un porteur de charge est nulle. Ainsi, le fait que la puissance mécanique des forces de Laplace et la puissance

électrique associée au phénomène d'induction soient non nulles n'est pas en contradiction avec la puissance nulle de la force de Lorentz, simplement ces deux puissances se compensent systématiquement. Une conversion de puissance mécanique en puissance électrique s'opère. De manière plus générale la conversion de puissance liée à l'induction de Lorentz est utilisée dans les moteurs électriques [moteurs : cadre tournant avec un champ \vec{B} au centre Perez spire rotation p255, leçon moteurs de Nicolas].

2.3.3 FREINAGE PAR INDUCTION [SOIT APPLICATION À LA PLACE DES RAILS DE LAPLACE, SOIT TRÈS RAPIDEMENT JUSTE POUR MENTIONNER LES COURANTS DE FOUCAULT.]

Les courants induits peuvent aussi apparaître au sein d'un conducteur non filiforme, on les appelle dans ce cas courants de Foucault. Ceux-ci s'enroulent autour des lignes de flux magnétiques, ils sont aussi appelés courants tourbillonnaires. La génération des courants de Foucault dans le conducteur entraîne l'apparition de forces de Laplace qui s'opposent au mouvement et qui sont à l'origine d'une dissipation d'énergie résultant en un freinage [exemple de l'aimant paresseux: La chute dans un tube en cuivre d'un aimant qui possède un champ magnétique permanent crée une variation du flux magnétique lors de son passage dans ce tube. Cette variation de flux entraîne la création de courants induits dans le tube de matériel conducteur appelés courants de Foucault. Ces courants sont à l'origine d'une force de freinage qui s'oppose à la chute de l'aimant]. Ce mécanisme est utilisé notamment pour le freinage de gros véhicules tels les camions, autocars, trains.

Les systèmes sont constitués d'électroaimants fixes (stator) induisant des courants de Foucault dans des disques conducteurs (rotor) entraînés par les roues. Lorsque les électroaimants sont mis sous tension, les courants de Foucault induits dans les disques génèrent des forces de Laplace s'opposant au mouvement, donc générant un couple de freinage.

Contrairement aux freins classiques qui dissipent l'énergie par frottement, le freinage électromagnétique fonctionne sans contact, donc sans usure de garniture. Bien que l'énergie de freinage reste dissipée sous forme de chaleur (par effet Joule, on en reparle plus loin), ils sont moins sensibles à l'échauffement.

2.4 INDUCTION DE NEUMANN

Étudions maintenant le cas d'un circuit immobile dans un champ variable. Cette situation est appelée induction statique (circuit immobile) ou induction de Neumann.

2.4.1 FEM

Cette fois ci $v=0$, donc l'équation 2.2 devient;

$$e = - \oint \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} d\vec{\ell} = - \frac{d}{dt} \oint \vec{A} d\vec{\ell} = - \frac{d}{dt} \iint \vec{\nabla} \wedge \vec{A} d\vec{S}$$

dans le cadre d'un circuit indéformable. Or par définition, $\nabla \wedge \vec{A} = \vec{B}$ d'où $e = - \frac{d\phi}{dt}$: on retrouve de nouveau la loi de Faraday! [On pourrait retrouver la loi de Faraday dans le cadre d'un circuit déformable dans un champ variable. C'est plus compliqué, il faut intégrer au cas par cas la formule 2.2.]

2.4.2 CHAUFFAGE PAR COURANTS DE FOUCAULT [APPLICATION EN ANNEXE]

Du fait de l'effet Joule les courants de Foucault conduisent à un échauffement plus ou moins important du conducteur. Souvent cet échauffement, n'est pas souhaitable (on le reverra pour l'exemple du transformateur avec le noyau utilisé comme circuit magnétique). Mais on peut également l'exploiter. C'est notamment le principe du chauffage par induction pour lequel on maximise l'effet Joule au sein du contenant métallique pour chauffer les aliments au contact.

3 COEFFICIENTS D'INDUCTIONS

[Source: perez p254]

3.1 COEFFICIENTS D'AUTO INDUCTION

En magnétostatique, on a vu que tout circuit parcouru par un courant I crée un champ B dans lequel il est plongé. Le flux de ce champ à travers ce circuit est proportionnel à I [flux propre]. On définit $L \equiv \Phi/I$. L est le coefficient d'auto induction et est exprimé en Henry ($H = m^2 kg C^{-2}$). Elle est toujours positive.

L POUR UN SOLÉNOÏDE INFINI D'AXE Z Rappel de magnétostatique une fois de plus, on a vu que $B = \mu_0 n I \vec{e}_z$ à l'intérieur du solénoïde. Avec, ici, n le nombre de spires par unité de longueur tel que $n = N/L_o$, L_o sa longueur. Soit S sa section, on exprime alors le flux de la façon suivante:

$$\phi = \mu_0 \frac{N^2 S}{L_o} I$$

On en déduit

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{L_o}$$

On peut montrer que la tension aux bornes de la bobine est $u_{AB} = r i(t) + L \frac{di}{dt}$ [avec r , la résistance interne de la bobine]. Une variation du courant génère une variation du champ magnétique donc une variation du flux propre de \vec{B} . La loi de Faraday indique qu'une variation de flux magnétique génère une variation de la force électromotrice induite $e(t) = -L \frac{di}{dt}$ [si i augmente, B augmente aussi et ϕ aussi. Donc $e(t)$ augmente en valeur absolue et s'oppose plus fortement au courant]. Ce qui veut dire que tout **circuit inductif ne peut varier brutalement en courant**. On ne peut donc interrompre brutalement un circuit un peu inductif (il faut prendre en compte la décharge de la bobine) d'où l'apparition d'étincelle de rupture lors que l'on débranche un transformateur. S'il s'avère nécessaire d'interrompre un fort courant dans un temps très bref, il est indispensable de prendre en compte le phénomène d'auto-induction.

3.2 INDUCTANCE MUTUELLE

Considérons maintenant deux circuits parcourus par des courants stationnaire (I_1 et I_2). Chaque circuit va générer ici un champ magnétique dans lequel baigne l'autre circuit. On

définit alors le coefficient d'induction mutuel M tel que

$$M \equiv \frac{\Phi_{1 \rightarrow 2}}{I_1} = \frac{\Phi_{2 \rightarrow 1}}{I_2}$$

où $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ est le flux magnétique, généré par le circuit 1, à travers le circuit 2. M est mesuré en Henry et est cette fois algébrique.

EXEMPLE DE DEUX SOLÉNOÏDES INFINIS IMBRIQUÉS Soient deux solénoïdes infinis, d'axe commun, de longueur $\mathcal{L}_1 < \mathcal{L}_2$ et de surface $S_1 > S_2$ parcourus par des intensités (I_1 et I_2). Le solénoïde 2 pénètre sur une longueur h dans le solénoïde 1. On cherche à calculer le coefficient d'inductance mutuelle pour ce système. On a:

$$\Phi_{2 \rightarrow 1} = \iint_{S_1} \vec{B}_2 d\vec{S}_1$$

où $B_2 = \mu_0 N_2 I_2 / \mathcal{L}_2$. Seules les spires du solénoïde 1 directement en vis à vis de celles du solénoïde 2 interceptent son flux [Le champ généré est nul à l'extérieur]. C'est à dire $N_1 h / \mathcal{L}_1$ spires, mais seulement sur une section S_2 . On en tire

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 S_2 h}{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2} I_2$$

d'où

$$M = \mu_0 \frac{N_1 N_2 S_2 h}{\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2}$$

On constate que plus h est grand plus M est grand. Cohérent. On aurait retrouvé le même résultat en s'intéressant au départ à $\Phi_{1 \rightarrow 2}$.

GENERALITÉS On définit $k \equiv \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$ le facteur de couplage magnétique entre les deux circuits. Dans le cas d'un fort couplage magnétique (couplage serré) $k = 1$ (cas où $h = \mathcal{L}_1$ $S_1 = S_2$ (le couplage est lâche si $k \ll 1$). On a alors, $M = \sqrt{L_1 L_2}$. Dans le cas du couplage serré, la totalité du flux du champ généré par le solénoïde 2 traverse le solénoïde 1 et vice versa (on rappelle qu'on suppose des solénoïdes infinis, qui conservent dans le volume qu'ils délimitent l'énergie magnétique qu'ils créent). Il n'y a donc pas de pertes d'énergie magnétique vers l'extérieur, car celle-ci ne fait que passer d'un solénoïde à l'autre au gré des variations d'intensité.

3.2.1 LE TRANSFORMATEUR ÉLECTRIQUE [MANIP ... EN TEMPS NORMAL]

Le couplage magnétique par induction de circuits électriques a de très nombreuses applications dans la vie quotidienne. L'une des plus importantes est le transformateur électrique. Un transformateur électrique permet de modifier les valeurs de tension et d'intensité du courant délivrées par une source d'énergie électrique alternative, en un système de tension et de courant de valeurs différentes, mais de même fréquence et de même forme. Ceci est très important dans la distribution du courant électrique : le transport sur de longues distances étant moins coûteux lorsque la tension utilisée est plus grande [courant plus faible, moins de pertes

joules], des transformateurs élèvent jusqu'à 400 kV la tension alternative de 25 kV délivrée en sortie de centrale nucléaire. Pour une utilisation domestique, il faut réaliser l'opération inverse et ramener la tension à 220 V. On utilise plusieurs échelons de transformation pour cela.

Dans un transformateur statique, l'énergie est transférée d'un enroulement (une bobine de N_1 spires, souvent en cuivre) dit **primaire** à l'enroulement dit **secondaire** (une autre bobine en cuivre, mais de N_2 spires) par l'intermédiaire du **circuit magnétique** que constitue la carcasse du transformateur. Les deux **enroulements sont couplés par induction mutuelle** et ne sont pas reliés électriquement. Le rendement de l'installation est d'autant plus bon que le couplage entre les circuits est serré ($k \simeq 1$). Pour améliorer ce rendement, le circuit magnétique est conçu en matériau ferromagnétique (généralement du fer doux) ce qui permet de canaliser le champ magnétique généré par les enroulements à l'intérieur du circuit magnétique, voir Leçon phénomènes macro ferro). On suppose que la résistance interne des enroulements est

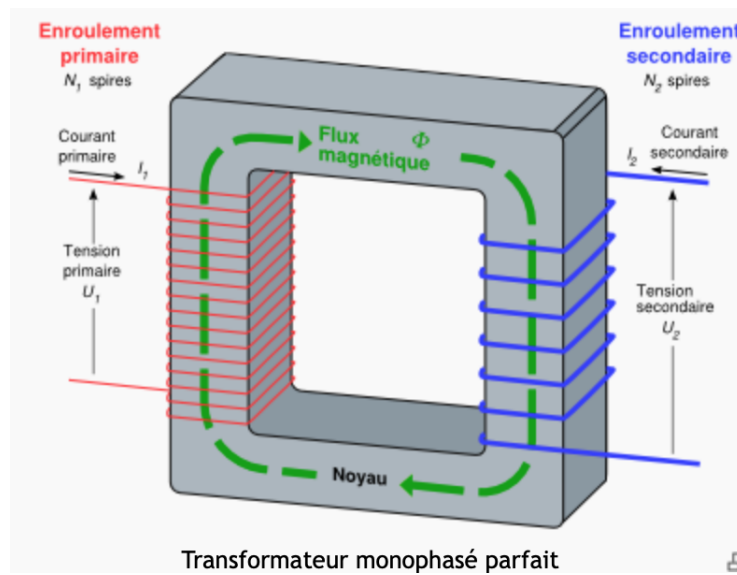


Figure 3: Représentation simplifiée d'un transformateur électrique

négligeable et on néglige tout phénomène d'induction dans le circuit magnétique. Ainsi

$$u_1 \simeq \frac{d\Phi_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad \text{et} \quad u_2 \simeq \frac{d\Phi_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}. \quad (3.1)$$

On trouve alors

$$u_2 = \frac{M}{L_1} u_1 + \left(\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1} \right) \frac{di_2}{dt}. \quad (3.2)$$

En supposant un couplage serré, $|M| \simeq \sqrt{L_1 L_2}$ et donc

$$\frac{u_2(t)}{u_1(t)} \simeq \frac{M}{L_1}. \quad (3.3)$$

Ceci est le rapport de transformation du transformateur supposé idéal.

On suppose maintenant que le transformateur fonctionne à vide ($i_2 = 0$). Puisque $k = 1$, le flux Φ à travers la section des deux solénoïdes est le même et est proportionnel à i_1 . Ainsi le flux total à travers le premier vaut $N_1\Phi$ et celui à travers le second vaut $N_2\Phi$ d'où

$$L_1 = \frac{N_1\Phi}{i_1} \quad \text{et} \quad M = \frac{N_2\Phi}{i_1}, \quad (3.4)$$

d'où l'expression du rapport de transformation du transformateur idéal

$$\frac{u_2(t)}{u_1(t)} \simeq \frac{N_2}{N_1}. \quad (3.5)$$

En réalité, il existe plusieurs sources de pertes dans un transformateur. Voici les principales :

- **les pertes fer** : ce sont les pertes dans le circuit magnétique. Leur origine physique est double : les courants induits (courants de Foucault) générés dans le noyau de fer doux (celui-ci étant résistif, il s'échauffe par effet Joule) et les pertes par hystérésis causées par le changement de direction permanent du flux magnétique dans un matériau ferromagnétique (**ce point sera abordé ultérieurement dans une autre leçon**). On minimise ces pertes en choisissant un matériau ferromagnétique doux (réduction des pertes par hystérésis) et en privilégiant un circuit magnétique constitué de tôles isolées électriquement les unes des autres (feuilletage, pour réduire les pertes par courants de Foucault).
- **les pertes cuivre** : ce sont les pertes par effet Joule dans les enroulements, qui possèdent eux aussi une résistance interne.
- **les fuites de flux** : on considère dans notre modèle que le flux est entièrement canalisé par le circuit magnétique, ce qui n'est pas le cas. Le flux circule donc partiellement hors du noyau.

4 CONCLUSION

De nombreuses applications techniques utilisent le phénomène d'induction électromagnétique. On citera notamment :

- le four et les plaques à induction (couplage entre une bobine et le métal liquide/la casserole qui forment le circuit secondaire),
- le freinage par induction,
- la pince ampèremétrique, pour mesurer l'intensité d'un courant variable circulant dans un fil sans avoir à connecter un ampèremètre,
- les moteurs [Voir leçon: Conversion de puissance électromagnétique]
- les haut-parleurs électrodynamique

On retiendra trois points importants :

- Faraday a ouvert la voie au développement de l'électromagnétisme. Il démontre que la variation du flux magnétique à travers un circuit conducteur entraîne l'apparition d'une force électromotrice induite dans le conducteur, susceptible de mettre en mouvement les électrons : c'est le phénomène d'induction. Le flux magnétique peut varier si le champ magnétique est variable, si le circuit se déplace ou se déforme;
- sur un plan qualitatif, la loi de Lenz (et sur un plan quantitatif la loi de Faraday) permet de prévoir le phénomène d'induction pourvu que la forme du circuit soit invariante dans le temps;
- la relation de Maxwell-Faraday, qui est l'une des quatre équations de Maxwell et dont l'utilité ne se limite pas aux phénomènes d'induction [caractère ondulatoire du champ électromagnétique, propagation];

5 ANNEXES

2.4 Chauffage par courants de Foucault

MN Sanz page 294

Un cylindre conducteur, de rayon a , d'hauteur b et de conductivité électrique γ est placé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$. Le cylindre est un conducteur soumis à un champ magnétique variable. Il apparaît donc un champ électrique et des courants à l'intérieur de ce conducteur (courants de Foucault) induits par les variations temporelles de \vec{B} . Ces courants vont dissiper de l'énergie par effet Joule, ce qui aura pour effet de chauffer le cylindre. C'est le principe des plaques à induction.

On va négliger le champ magnétique créé par les courants induits devant le champ magnétique extérieur.

On considère un point M du cylindre repéré par ses coordonnées cylindriques. Le plan contenant M et l'axe O_z est plan de symétrie du cylindre et du champ magnétique. Mais le champ magnétique étant un pseudo-vecteur, un plan de symétrie pour \vec{B} est en fait un plan d'antisymétrie pour la distribution de courants. Donc le courant \vec{j} est orthogonal à ce plan d'antisymétrie. Donc :

$$\vec{j} = j(r, \theta, t) \vec{u}_\theta$$

Les lignes de courants sont donc des cercles d'axe O_z . Nous pouvons considérer le tube de courant compris entre r et $r + dr$, et entre z et $z + dz$ comme une spire et calculer la force électromotrice induite dans cette spire grâce à la loi de Faraday. On oriente la spire dans le sens direct autour de O_z . Le flux magnétique à travers cette spire est le flux à travers le disque d'axe O_z et de rayon r , soit :

$$\phi_B = (B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z) (\pi r^2 \vec{u}_z) = B_0 \pi r^2 \cos(\omega t)$$

Il vient :

$$e(t) = -\frac{d\phi_B}{dt} = B_0 \omega \pi r^2 \sin(\omega t) \quad (17)$$

La petite spire est un circuit filiforme, de longueur $L = 2\pi r$, de section ds donc de conductance $dG = \gamma \frac{ds}{L} = \gamma \frac{ds}{2\pi r}$. L'équation électrique cette petite spire s'écrit :

$$i(t) = dG e(t) = \gamma \frac{ds}{2\pi r} B_0 \omega \pi r^2 \sin(\omega t) \quad (18)$$

6

Or $i(t) = j(M, t) ds$ d'où :

$$j(M, t) = \gamma \frac{\omega B_0}{2} r \sin(\omega t) \quad (19)$$

La puissance dissipée par effet Joule dans le volume élémentaire $d\tau$ est égale à

$$d\mathcal{P}_J = \vec{j} \cdot \vec{E} d\tau = \frac{j^2}{\gamma} d\tau \quad (20)$$

La puissance moyenne dissipée dans toute le cylindre est :

$$\langle \mathcal{P}_J \rangle = \iiint_{\text{cylindre}} \gamma \left(\frac{\omega B_0}{2} r \right)^2 \langle \sin^2(\omega t) \rangle r dr dz d\theta \quad (21)$$

$$= \gamma \left(\frac{\omega B_0}{2} \right)^2 \frac{1}{2} \iiint_{\text{cylindre}} r^3 dr dz d\theta \quad (22)$$

$$= \gamma \left(\frac{\omega B_0}{2} \right)^2 \frac{1}{2} \frac{a^4}{4} b 2\pi \quad (23)$$