

# LP22 – Rétroaction et Oscillations

Nabil LAMRANI

2019-2020

## Bibliographie

- [1] J.-M. Brébec, H-Prépa - Electronique I - 2ème année - PSI-PSI\*, Hachette, 1997.
- [2] S. Cardini, Physique tout-en-un PSI-PSI\*, Dunod, 2017.
- [3] J.-P. Pérez, Electronique - fondements et applications, Dunod, 2012.
- [4] F. Manneville et J. Esquieu, Electronique - Système bouclés linéaires, de communication et de filtrage, Dunod, 1990.
- [5] Granjon, Automatique, Dunod, 2010.
- [6] P. Ghesquière, «LP22 - Rétroaction et oscillation,» 2019-2020.
- [7] J.-M. Brébec, H-Prépa - Electronique-Electrocinétique II - 1ère année PCSI-PTSI, Hachette, 1996.
- [8] «LTspice,» [En ligne]. Available: <https://www.analog.com/en/design-center/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html#>.
- [9] M. Sarra, «LP22 - Rétroaction et oscillations,» 2018-2019.

## Table des matières

Bibliographie .....	1
Rapport Jury : .....	2
Prérequis : .....	2
Introduction.....	3
I - Modélisation des systèmes bouclés.....	4
I – 1 - Retour sur l'amplificateur non inverseur à ALI [2] .....	4
I – 2 – Fonctions de transferts d'un système bouclé linéaire ( [1] ) .....	6
II – Stabilité des systèmes bouclés.....	9
II – 1 – Etude de la stabilité des SLCI. ( [1] , [3] et [4] ) .....	9
II – 2 - Stabilité des systèmes bouclés à rétroaction négative. ( [3]+ [5] ) .....	10
III – Oscillations auto entretenues .....	13
III – 1 – Principe et schéma fonctionnel ( [2]+ [1] ) .....	13
III – 1 – L'oscillateur à pont de Wien [2] .....	14
III – 2 – Réalisation expérimentale ( [6]+ [7] ).....	16
Conclusion .....	21
Retour des années précédentes ENS : .....	22
Annexe n°1 – Extrait de datasheet d'amplificateur opérationnel .....	23
Annexe n°2 – Rétroaction dans d'autres domaines. ....	25

## Rapport Jury :

- (2015) – “Dans le cas des oscillateurs auto-entretenus, les conditions d'apparition des oscillations et la limitation de leur amplitude doivent être discutées. ”
- (2014) – “Le jury souhaiterait que le terme de résonance soit dûment justifié sans oublier une discussion du facteur de qualité. Il n'est pas indispensable de se restreindre à l'électronique.”
- (2013, 2012, 2011) – “Le jury n'attend pas une présentation générale et abstraite de la notion de système bouclé.”
- (2012, 2011) – “Il estime indispensable de s'appuyer sur au moins un exemple concret et détaillé avec soin ”
- (2010, 2009) – “L'étude est clarifiée si elle s'appuie dès le départ sur un exemple concret. Les notions de système linéaire et de fonction de transfert doivent être précisément définies.”
- (2008, 2007) – “Il y a souvent confusion entre système bouclé et contre-réaction. La stabilité des systèmes bouclés est mal comprise.”
- (2007, 2006) – “Le bouclage ne se limite pas uniquement à une fonction d'asservissement. Le lien entre les réponses temporelle et fréquentielle est un aspect important.”
- (2005) – “Cette leçon doit être préparée avec soin avant le concours. L'intérêt du bouclage ne doit pas apparaître uniquement comme une fonction d'asservissement assurant la stabilité d'un système. Notamment, un oscillateur auto entretenu constitue un exemple de système électronique bouclé.”
- (2003) – “Cette leçon ne doit pas se limiter à la manipulation (même si elle est menée avec virtuosité par un expert en théorie du signal) des transformées de Laplace. Le jury souhaite voir un exposé de niveau raisonnable mettant en évidence les effets du bouclage ainsi que l'existence de problèmes de stabilité. Cette leçon doit comporter des illustrations expérimentales. Le titre de cette leçon est modifié pour la session 2004 du concours. Il s'agit de laisser davantage de liberté dans le choix des applications.”
- (2000) – “Ces leçons sont souvent présentées de façon beaucoup trop formelle”
- (1999) – “On évitera les développements par trop formels et on cherchera à illustrer la leçon par des exemples.”
- (1998) – “Les aspects formels de la leçon doivent rapidement céder le pas, au cours de l'exposé, à des exemples concrets. Les candidats doivent faire l'effort d'expliquer sur ceux-ci ce à quoi correspondent les signaux d'entrée et de sortie, le signal de rétroaction, le signal différentiel. Il est insuffisant de se cantonner à la présentation de montages amplificateurs à amplificateurs opérationnels. Il faut en particulier dégager les changements qualitatifs que peut introduire le bouclage, notamment l'apparition d'oscillations ou la stabilisation d'une chaîne directe instable.”

## Prérequis :

- Electrocinétique de 1<sup>ère</sup> année (PCSI-PTSI-MPSI).
- Stabilité des systèmes linéaires, continus et invariants.
- Notion de Schéma bloc et de transformée intégrale de Laplace (cours de SI).
- ALI et Montage de base à ALI.
- Oscillateur harmonique, amortie libre ou forcé, paramétrique, portrait de phase.

## Introduction

Les systèmes peuvent être classés en deux catégories : les systèmes en boucle ouverte, qui fonctionnent en ignorant les effets de leurs actions, et les systèmes en boucle fermée qui considèrent ces effets pour corriger leurs comportements de manière à réaliser, aussi fidèlement que possible, les opérations pour lesquelles ils ont été conçus.

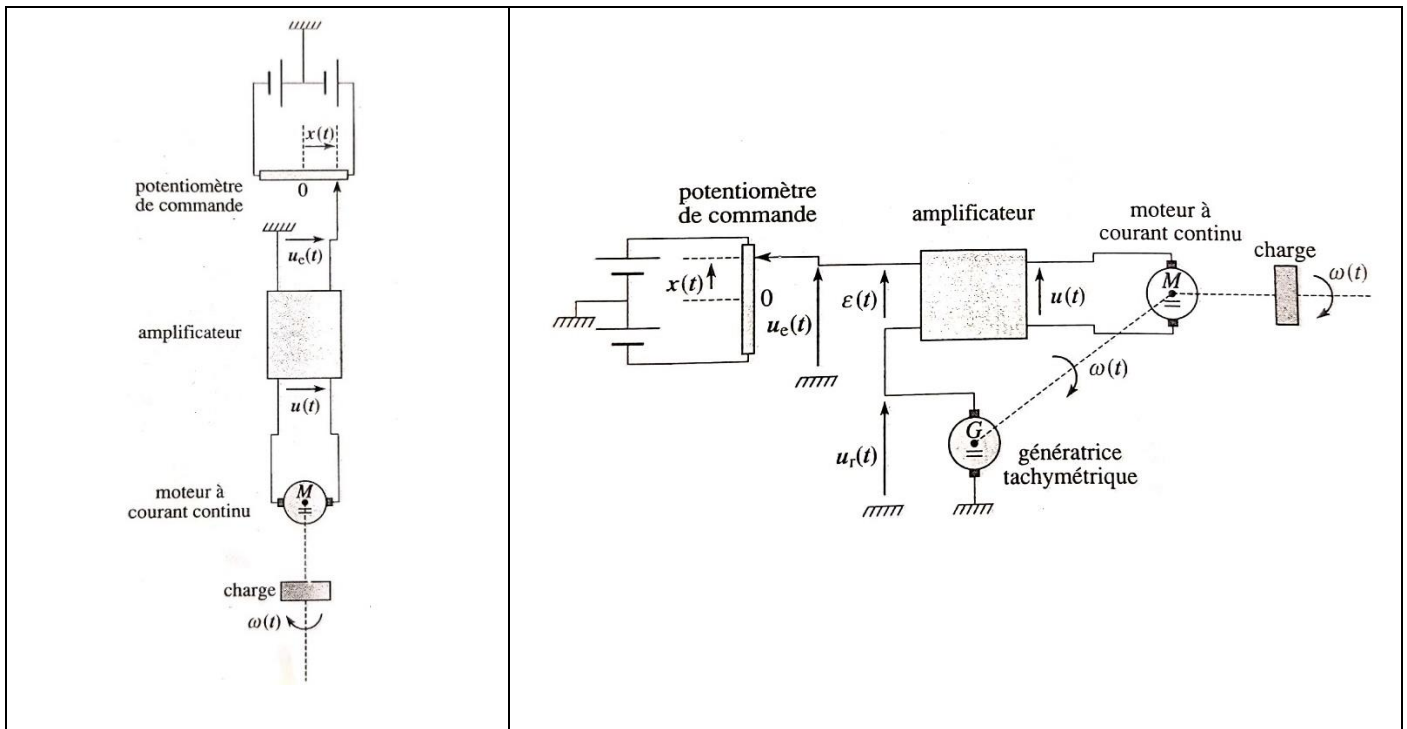


Figure 1 - a) Commande en boucle ouverte de la vitesse d'un moteur à courant continu - b) commande en boucle fermée de la vitesse d'un moteur.

Par exemple, rien n'assure pour une commande linéaire en vitesse en boucle ouverte (figure 1-a) que la vitesse du moteur aura la valeur souhaitée (le système n'est pas asservi) ou qu'elle soit maintenue en cas de perturbation (le système n'est pas régulé). Seule la présence d'une observation par une génératrice tachymétrique permet au système d'être renseigné sur les effets de son action grâce à une chaîne de retour (figure n°1-b) afin de corriger éventuellement sa commande : c'est la rétroaction.

Ainsi, les systèmes en boucle fermée sont irremplaçables dans toutes les situations où il est impossible de commander un système à l'aide d'un programme figé préalablement établi. Aussi se trouvent-ils, non seulement dans toutes les branches de l'industrie, mais encore dans tous les domaines du monde vivant : Les êtres vivants utilisent une multitude de boucles de rétroactions pour maintenir aux niveaux requis les flux de matière et d'énergie. [1]

Cependant comme nous le verrons, réguler et/ou asservir une grandeur physique en se basant sur la stabilité apportée par la rétroaction n'est pas la seule application fournie par ce type de système. Ainsi il est possible de construire des systèmes oscillants d'un nouveau genre par rapport à ceux déjà étudiés jusqu'alors (oscillateur harmonique, amorti libre ou forcé, paramétrique) en se basant sur des systèmes bouclés instables pour construire des oscillateurs auto entretenus.

Dans cette leçon nous allons nous intéresser à la modélisation d'un système bouclé en nous basant sur un exemple simple connu, le montage amplificateur non inverseur à ALI, pour dégager quelques généralités sur les systèmes bouclés linéaires. Nous interrogerons dans une seconde partie les conditions de stabilité de tels systèmes. Nous poursuivrons alors notre propos pour dégager les propriétés des oscillateurs auto entretenue en nous basant sur l'exemple de l'oscillateur à pont de Wien pour interroger les avantages et/ou les inconvénients des systèmes bouclés instables dont nous réaliserons une illustration expérimentale.

## I - Modélisation des systèmes bouclés

### I – 1 - Retour sur l'amplificateur non inverseur à ALI [2]

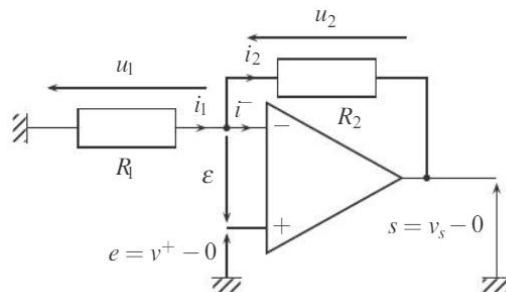


Figure 2- Amplificateur non inverseur

Nous avons déjà traité le montage amplificateur non inverseur dans les leçons précédentes (cf. figure n°2). A cette occasion, nous avons pu établir les deux équations suivantes écrites dans le formalisme de Laplace où  $A_0$  et  $\tau$  sont respectivement le *large signal voltage gain* et le temps de réponse d'un l'ALI réel modélisé par un passe bas du première ordre de fréquence de coupure  $\omega_{ALI} \approx 50 \text{ rad.s}^{-1}$  :

$$\begin{cases} S(p) = \frac{A_0}{1 + \tau p} \mathcal{E}(p) \\ \mathcal{E}(p) = E(p) - \frac{R_1}{R_1 + R_2} S(p) \end{cases}$$

Ces deux équations nous invitent à décrire le montage amplificateur non inverseur sous la forme du schéma bloc suivant (figure n°3) dans lequel apparait une chaîne direct constituée du filtre passe bas et une chaîne de retour constitué du pont diviseur de tension :

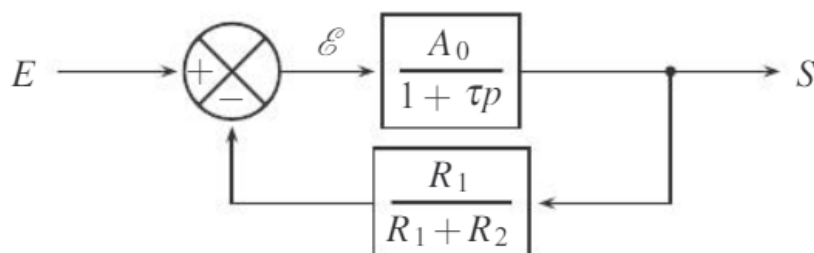


Figure 3- Schéma bloc associé à l'amplificateur non inverseur

Ainsi, en éliminant  $\mathcal{E}(p)$  dans les deux équation du montage, on peut mettre la fonction de transfert du montage sous la forme :

$$H(p) = \frac{\frac{A_0}{1 + \tau p}}{1 + \frac{A_0}{1 + \tau p} \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

Or on lit sur un extrait de *datasheet* d'amplificateur opérationnel (tableau n°1 en annexe) qu'un produit gain bande passante classique pour un TL081 et de l'ordre de 4 MHz soit avec  $A_0 = 2.10^5$  on calcul donc une valeur typique  $\tau = 10^{-2} \text{ s}$ .

Ainsi, si l'on se situe dans la bande passante, la fonction de transfert se simplifie telle que :

$$\begin{aligned} H(p) &= \frac{\frac{A_0}{1 + \tau p}}{1 + \frac{A_0}{1 + \tau p} \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{A_0}{1 + \tau p + \frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{A_0}{1 + \frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2}} \times \frac{1}{1 + \underbrace{\frac{\tau p}{1 + \frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2}}}_{\ll 1}} \\ &\approx \frac{A_0}{1 + \underbrace{\frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2}}_{\gg 1}} \approx \frac{1}{\frac{R_1}{R_1 + R_2}} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \end{aligned}$$

Tout se passe comme si **l'amplification de la consigne en entrée  $E(p)$  était réalisée indépendamment des caractéristiques de la chaîne dite direct par ce système bouclé.** Seules les caractéristiques de la chaîne de rétroaction qui peuvent être fixé avec précision contrairement à ceux de la chaîne d'action (dont les caractéristiques fluctuent en fonction de la température, de la fréquence du l'âge du composant ...) influent sur le gain de l'amplificateur.

L'autre intérêt de la rétroaction réside justement dans la **constance du produit gain-bande passante** puisque  $H(p)$  peut se mettre sous la forme harmonique :

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}} \text{ avec } H_0 = \frac{A_0}{1 + \frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2}} \text{ et } \omega_0 = \omega_{ALI} \left(1 + \frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2}\right)$$

Et donc compte tenue des données constructeurs (annexe n°1) :

$$A_0 \cdot \omega_{ALI} = H_0 \cdot \omega_0 = cste$$

Donc d'une part **on peut avoir un filtre moins sélectif pour une amplification plus grande** et **l'introduction d'une rétroaction dans un système du premier ordre permet d'augmenter sa bande passante.**

Ces premiers résultats obtenus à travers cet exemple sont généralisables à tous les systèmes bouclés de même type. Posons donc le formalisme propre à tous les systèmes bouclés pour généraliser cette étude préliminaire.

## I – 2 – Fonctions de transferts d'un système bouclé linéaire ([1])

L'analyse précédente nous invite à construire le schéma fonctionnel suivant (figure n°4):

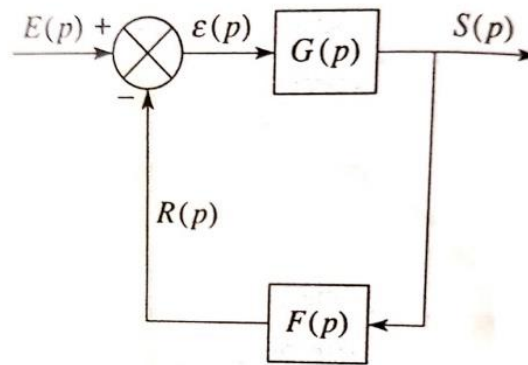


Figure 4 - Schéma fonctionnel d'un système bouclé

Cette représentation peut s'étendre à tous les systèmes bouclés comprenant une boucle de rétroaction :

- La chaîne direct est l'« organe » qui commande la grandeur à asservir. Sa sortie est la grandeur à asservir  $s(t)$ . Elle est constituée d'un actionneur (convertisseur d'énergie) et d'une amplification de puissance censée fournir l'énergie nécessaire à l'actionneur. Dans l'exemple précédent elle était constituée de l'ALI.
- La chaîne de retour est un organe d'observation, qui convertit la grandeur à asservir  $s(t)$  en  $r(t)$ , de même nature de  $e(t)$ , qui pourra être traité par un comparateur. Dans notre exemple il s'agissait d'un pont diviseur de tension mais plus généralement, il s'agit d'un dispositif comportant un capteur (la génératrice tachymétrique dans l'exemple introductif).
- Le comparateur effectue pour finir une opération entre le signal de retour  $r(t)$  et le signal de consigne  $e(t)$ . Dans le cas des asservissements, le comparateur est un soustracteur ( $\varepsilon = e - r$ ) et la rétroaction est qualifiée de négative. Il est possible de générer une rétroaction positive :  $\varepsilon = e + r$ , pour générer un système instable volontairement (cf. II-2 et III). Dans tous les cas, le signal délivré par le comparateur est envoyé comme une instruction pour la chaîne de retour.

L'hypothèse de linéarité implique que l'équation reliant  $s(t)$  et  $e(t)$  soit une équation différentielle linéaire à coefficients constants  $a_k$  et  $b_k$  équivalente en formalisme de Laplace à :

$$a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} s(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_0 s(t) = b_m \frac{d^m e(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} e(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{de(t)}{dt} + b_0 e(t) \text{ avec } n \geq m$$

$$\Leftrightarrow$$

$$(a_0 + a_1 p + \dots + a_{n-1} p^{n-1} + a_n p^n) S(p) = N(b_0 + b_1 p + \dots + b_{m-1} p^{m-1} + b_m p^m) E(p)$$

Soit une fonction de transfert  $H(p)$  telle que :

$$H(p) = \frac{b_0 + b_1 p + \dots + b_{m-1} p^{m-1} + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + \dots + a_{n-1} p^{n-1} + a_n p^n} = \frac{S(p)}{E(p)}$$

Ainsi pour un système bouclé à rétroaction négative la fonction de transfert relative à l'entrée principal est :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G(p)}{1 + G(p)F(p)}$$

où  $G(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$  correspond à la transmittance de la chaîne d'action.

et  $F(p) = \frac{R(p)}{S(p)}$  à la transmittance de la chaîne de retour.

L'exemple précédent nous invite également à introduire la fonction de transfert en boucle ouverte  $T(p)$  comme le produit de la transmittance de la chaîne d'action  $G(p)$  par  $F(p)$  la transmittance de la chaîne de retour :

$$T(p) = \frac{R(p)}{E(p)} = G(p)F(p)$$

Ainsi les résultats précédents (système bouclé peut sensible à la transmittance de la chaîne d'action et augmentation de la bande passante) sont généraux dans la bande de pulsations pour laquelle la fonction de transfert en boucle ouverte  $T(j\omega)$  d'un système bouclé satisfait l'inégalité  $|T(j\omega)| \gg 1$

On a montré également que dans ce cas :

$$H(p) \rightarrow \frac{1}{F(p)}$$

### Remarques :

- On parle de système à retour unitaire si  $F(p) = 1$
- On retrouve les résultats précédents dans le cas général en évaluant la sensibilité de la fonction de transfert  $H(p)$  par rapport aux variations de  $G(p)$  et  $F(p)$  :

$$\Delta H(p) = \frac{1}{(1 + G(p)F(p))^2} \Delta G(p) + \frac{G(p)^2}{(1 + G(p)F(p))^2} \Delta F(p)$$

$$\frac{\Delta H(p)}{H(p)} = \frac{1}{1 + G(p)F(p)} \frac{\Delta G(p)}{G(p)} + \frac{G(p)F(p)}{1 + G(p)F(p)} \frac{\Delta F(p)}{F(p)}$$

Dans l'exemple choisi la rétroaction est dite négative compte tenue de l'opération de soustraction au niveau de l'additionneur. Les résultats que nous venons d'établir sont valables pour ce type de système. Pour les systèmes où la rétroaction est positive, la fonction de transfert en boucle fermée de tels systèmes devient :

$$H(p) = \frac{G(p)}{1 - G(p)F(p)}$$

et un « plus » remplace le moins dans la schématisation de l'additionneur.

A ce stade, quel que soit le type de rétroaction envisagée, la généralisation fait apparaître pour finir un cas « symptomatique ». En effet pour  $T(p) = -1$  pour un système à rétroaction négative, ou  $T(p) = 1$  dans le cas d'un système à rétroaction positive,  $H(p)$  tend vers l'infini ! En pratique cela signifie que le système est capable de fournir une réponse non négligeable, y compris en l'absence d'entrée, sur la base de simple fluctuations (comme du bruit). Ainsi, la recherche des racines de  $T(p)$  pose la question de la stabilité des systèmes bouclés.



## II – Stabilité des systèmes bouclés

A l'occasion de l'introduction des systèmes linéaires continus et invariants (SLCI) nous avons interrogé la stabilité de tels systèmes : à savoir si pour une entrée bornée, la sortie restait bornée également. Il s'était avéré que pour des systèmes d'ordre un ou deux la stabilité était assurée si et seulement si les coefficients du dénominateur de la fonction de transfert étaient de même signe (critères de Routh). Généralisons cette étude avant de l'appliquer aux systèmes bouclés.

### II – 1 – Etude de la stabilité des SLCI. ([1], [3] et [4])

Il est toujours possible de mettre la fonction de transfert d'un système linéaire sous la forme d'un rapport de polynômes  $N(p)$  et  $D(p)$ . Questionner la stabilité d'un système revient à chercher les  $n$  racines  $\{p_i\}$  du polynôme  $D(p)$  de degrés  $n$  appelées pôle de la fonction de transfert  $H(p)$ .

Cette recherche est facilitée en l'absence de pôle multiples en écrivant la fonction de transfert sous la forme d'une sommation d'éléments simples telle que :

$$H(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{N(p)}{(p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n)} = \frac{N_1}{p - p_1} + \frac{N_2}{p - p_2} + \dots + \frac{N_n}{p - p_n}$$

puisque  $n \geq m$ .

Dès lors, une autre approche de la stabilité peut être vue comme la perturbation d'un état d'équilibre (approche mécanistique, pendule simple à l'équilibre perturbé) où la stabilité revient à vérifier le retour à l'équilibre après une perturbation.

Ici, la perturbation peut être modélisée par un pic de Dirac tel que :

$$\begin{cases} t = 0 & e(t) = E_0 \delta(t) \\ t > 0 & e(t) = 0 \end{cases}$$

Soit en formalisme de Laplace :  $E(p) = E_0$

Dès lors, il vient :

$$S(p) = \frac{N(p)}{(p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n)} E_0$$

D'où le signal de sortie  $s(t)$ , après transformée de Laplace inverse :

$$s(t) = E_0 (D_1 \exp(p_1 t) + D_2 \exp(p_2 t) + \dots + D_n \exp(p_n t))$$

$p$  étant un nombre complexe de même que les  $n$  racines  $\{p_i\}$ , on peut écrire :

$$p_i = \gamma_i + j\omega_i$$

De sorte que chaque terme qui compose le signal de sortie prenne la forme :

$$\exp(p_i t) = \exp(\gamma_i t) \exp(j\omega_i t)$$

Ainsi comme le montre la figures n°5 ci-dessous, les racines d'un polynôme étant conjuguées deux par deux, le terme en  $j\omega_i$  décrit une oscillation (sauf en cas de racine unique), alors que le terme en  $\gamma_i$  décrit une variation exponentielle de l'amplitude. Le signe des  $\gamma_i$  détermine alors le comportement du système :

- pour  $\gamma_i > 0$ , pour un  $i$  quelconque,  $\exp(p_i t)$  et donc  $s(t)$  divergent, le système est instable ;
- pour  $\gamma_i = 0$ , on obtient une composante oscillante d'amplitude constante ;
- pour  $\gamma_i < 0$ , un  $i$  quelconque,  $\exp(p_i t)$  tend vers 0, le système est donc stable.

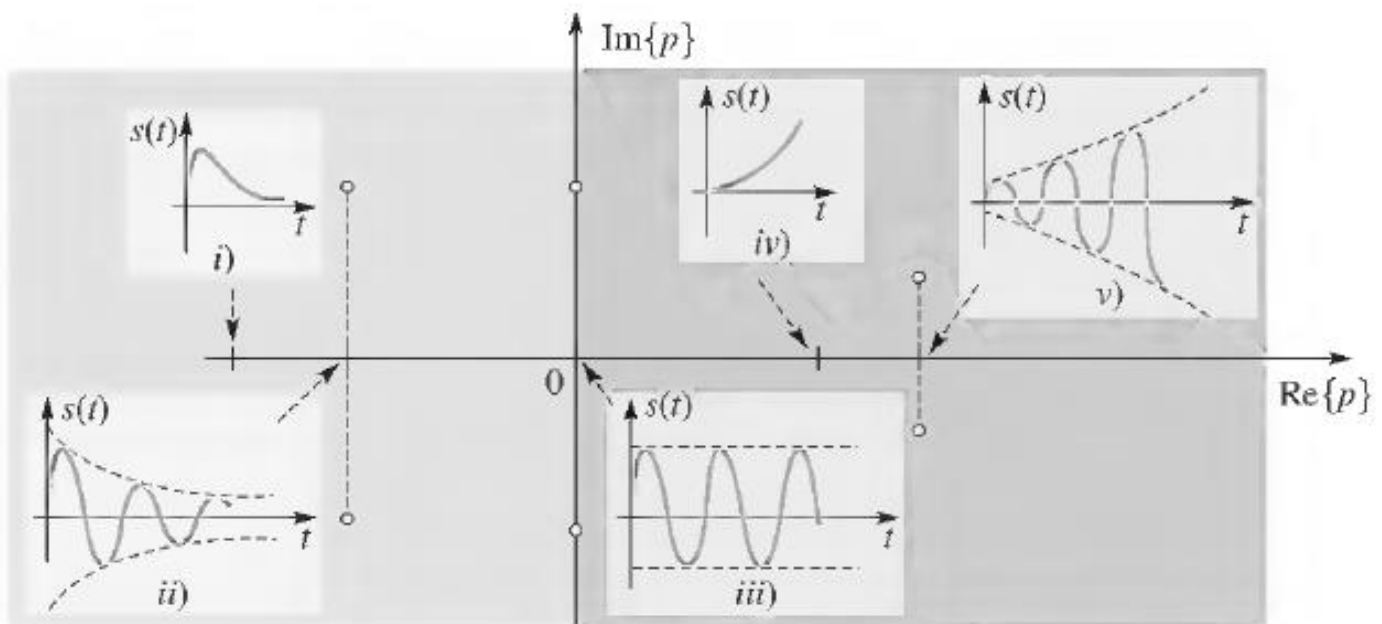


Figure 5- représentation des pôles de la fonction de transfert dans le plan complexe

Le premier cas correspond à la situation où une éventuelle rétroaction est incapable de réguler la grandeur de sortie. Dans le second cas celle-ci ne fera qu'osciller autour de la valeur de consigne. Dans le dernier cas correspondant à un asservissement, il est donc nécessaire que tous **les pôles de la fonction de transfert soient à partie réelle négative**.

## II – 2 - Stabilité des systèmes bouclés à rétroaction négative. ([3]+ [5])

Compte tenu de l'analyse précédente, la stabilité revient à rechercher les pôles de  $1 + T(p)$  soit à résoudre :  $1 + T(p) = 0 \Leftrightarrow T(p) = -1$ , et à vérifier si les parties réelles de ces pôles sont négatives.

Autrement dit, l'analyse de la fonction de transfert en boucle ouverte permet de conclure simplement quant à la stabilité d'un système. Une approche géométrique dite **critère géométrique de stabilité de Nyquist** (ou **critère du revers**) permet facilement de conclure en traçant le lieu dans le plan complexe de la fonction de transfert en boucle ouverte pour toutes les valeurs de pulsation. Cette approche peut être menée expérimentale en analysant la réponse harmonique du système en boucle ouverte ou de façon numérique. En effet, la valeur -1 apparaît comme une valeur critique. Un système bouclé est stable si le lieu de la fonction de transfert dans le plan complexe parcouru dans le sens des  $\omega$  laisse le point critique C à gauche (cf. figure n°6a)

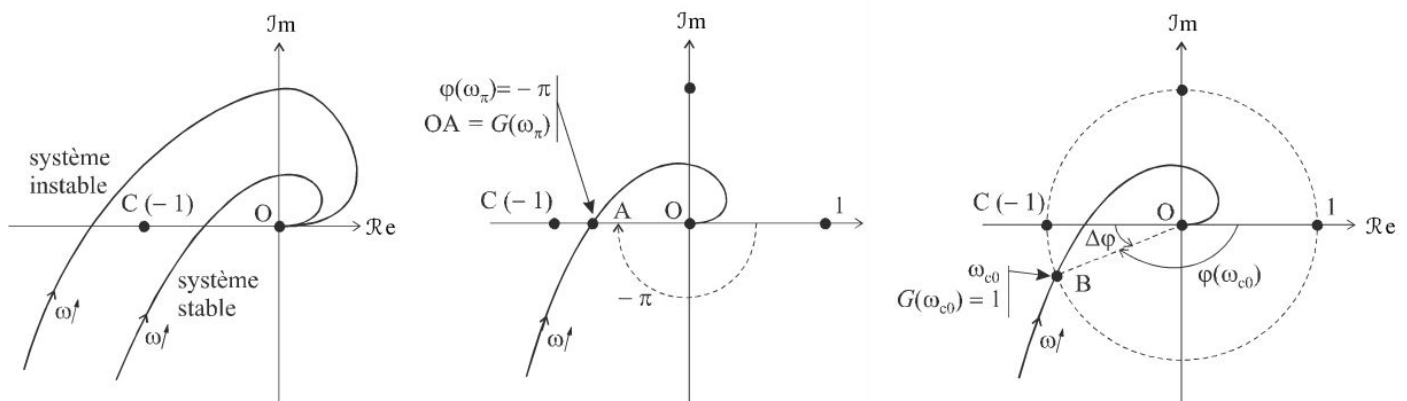


Figure 6 - Illustration du critère du revers a), de la marge de gain b), de la marge de phase c).

On peut définir une **marge de gain  $M_G$**  et une **marge de phase  $M_\phi$**  permettant d'apprécier l'écart par rapport à la possibilité d'oscillations sinusoïdales. De la condition  $T(j\omega) = -1$ , on définit :

$$M_G = 0 - G(\omega_\pi) = -G(\omega_\pi), \text{ où } G(\omega_\pi) = 20 \log |T(j\omega_\pi)|$$

si  $M_G > 0$  le système est stable, et si  $M_G < 0$  le système est instable.

$$M_\phi = \pi - \arg(T(j\omega_1)) \text{ avec } \omega_1 \text{ tel que } |T(j\omega_\pi)| = 1$$

si  $M_\phi > 0$  le système est stable, et si  $M_\phi < 0$  le système est instable.

Les critères de recherche de stabilité étant désormais établies pour un système bouclé, remarquons que nous avons occulté jusqu'alors un aspect de la recherche de la stabilité. En effet, on montre que cette **recherche de stabilité n'est pas dépourvue de conséquences sur d'autres performances attendus d'un asservissement**.

Sans développer plus en avant cet aspect du problème, on introduit dans la théorie des asservissements les performances résumées sur le schéma suivant (figure n°7) : précision, dépassement, rapidité.

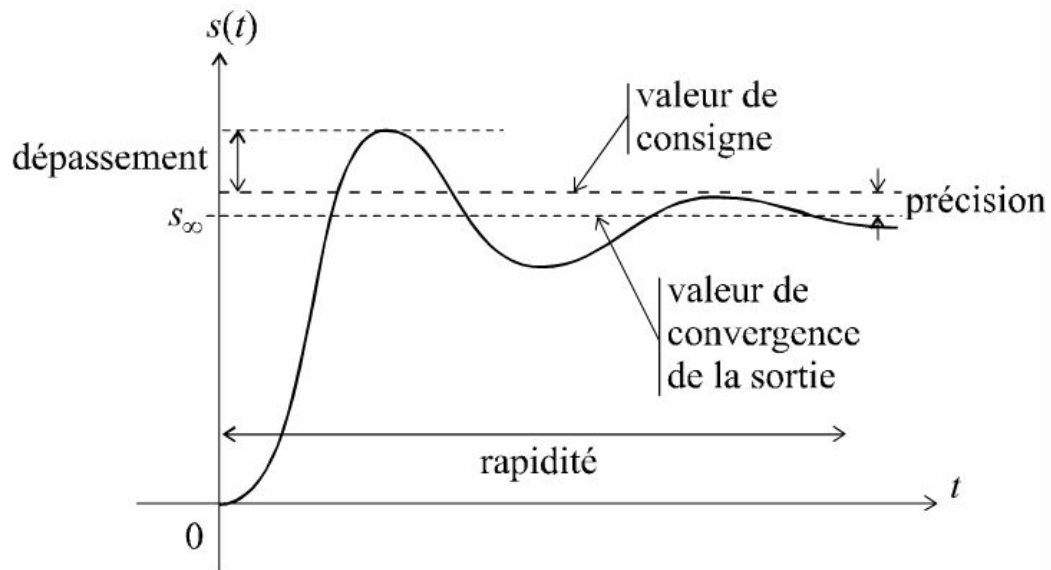


Figure 7 - réponse d'un système à une consigne en échelon.

On montre en particulier que la recherche de stabilité va à l'encontre de la précision du système ; soit sa capacité à réaliser la consigne avec l'erreur la plus faible possible. Ces exigences contradictoires nous invitent alors limiter systématiquement le cahier des charges d'un système asservi pour éviter à l'occasion d'une instabilité une croissance de l'amplitude des oscillations pouvant conduire à la destruction même du système (phénomène dit de pompage).

Dans un autre domaine, le phénomène de Larsen, typique d'une rétroaction acoustique, est responsable de sifflement désagréable lorsqu'un microphone (chaîne de retour) est mal disposé par rapport aux enceinte audio (chaîne direct).

L'instabilité d'un système bouclé serait-elle systématiquement liée à des sources de problèmes à solutionner ? Voyons comment il est possible de réaliser un nouveau mode de génération d'oscillations contrôlées et d'applications pratiques en exploitant l'instabilité d'un système bouclé à rétroaction positif.

### III – Oscillations auto entretenues

On attend d'un oscillateur qu'il soit capable de produire des signaux temporels alternatifs, de fréquence données. Le rôle des oscillateurs étant alors essentiel pour concevoir des horloges, mesurer des durées, cadencer des systèmes ou produire des signaux classique (GBF). On s'intéresse ici à la génération d'oscillations en l'absence de signal périodique extérieur qui force le système en se basant sur l'instabilité d'un système bouclé   rétroaction positif ; soit sans apport d'énergie autres que les fluctuations (bruit) : on parle d'oscillations auto entretenues.

#### III – 1 – Principe et schéma fonctionnel ( [2]+ [1]+ [6])

Qualitativement, la réalisation d'un système bouclé oscillant à une fréquence particulière appelé à l'utilisation d'un filtre passe bande avec le meilleur facteur de qualité possible dans sa chaine de retour pour sélectionner une fréquence, et, supposant par ailleurs un gain négatif pour ce filtre, une chaine d'action qui doit comporter un étage d'amplification conduisant au schéma fonctionnel sans entrée (donc auto entretenu) suivant (figure n 8) :

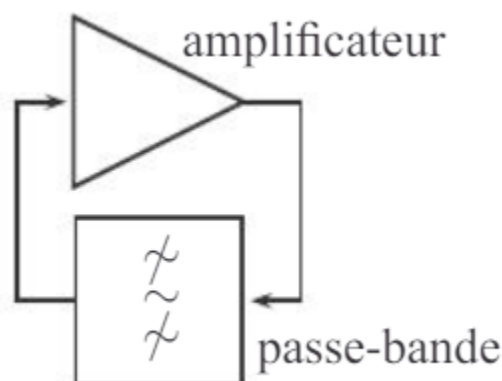


Figure 8 - Schéma fonctionnel d'un oscillateur quasi sinusoïdal

Ainsi, en supposant qu'un signal sinusoïdal est généré par ce système :  $p = j\omega$ , et en l'absence de signal d'entrée ( $e(t) = 0$ ), pour ce système bouclé on obtient une condition sur les transmittance des chaines d'action et de retour :

$$S(p) = G(p)R(p) \text{ et } R(p) = F(p)S(p) \text{ soit } T(p) = G(p)F(p) = 1$$

Evidement en réalité, l'entrée n'est jamais parfaitement nulle (bruit électronique) et cette dernière condition s'interprète comme la possibilité de générer un signal non négligeable à partir de ce bruit puisque la fonction de transfert doit diverger (instabilité) :

$$|H(p)| \rightarrow +\infty \text{ pour } G(p)F(p) = 1 \Rightarrow H(p) = \frac{G(p)}{1 - G(p)F(p)}$$

C'est donc nécessairement un système bouclé   rétroaction positive.

En récrivant la condition de façon « harmonique », obtenir une oscillation à la fréquence  $f_0$  et d'amplitude stable  $p = j\omega_0$  avec une système bouclé   rétroaction positive à partir du bruit, dépend des conditions dites de Barkhausen :

$$|G(j\omega_0)F(j\omega_0)| = 1 \text{ et } \arg(G(j\omega_0)F(j\omega_0)) = 0$$

Comment réaliser un tel système sans que l'instabilité dans laquelle il est volontairement placé ne le d truisse ? Il faut donc nécessairement saturer le signal de façon contrôler avant sa réintroduction dans la boucle de retour. L'étage amplificateur doit donc comporter un ALI par exemple qui grâce à son régime saturé (régime non linéaire) empêchera le système de diverger.

Réalisations pratiquement un tel système afin de tester nos hypothèses.

### III – 1 – L'oscillateur à pont de Wien [2]

L'oscillateur à pont de Wien constitue une réalisation pratique du système décrit dans la partie précédente.

Un première étage (chaîne direct) est constitué par un montage amplificateur à ALI tel que celui étudié dans la première partie et d'un filtre de Wien (figure n 9) comme chaîne de retour :

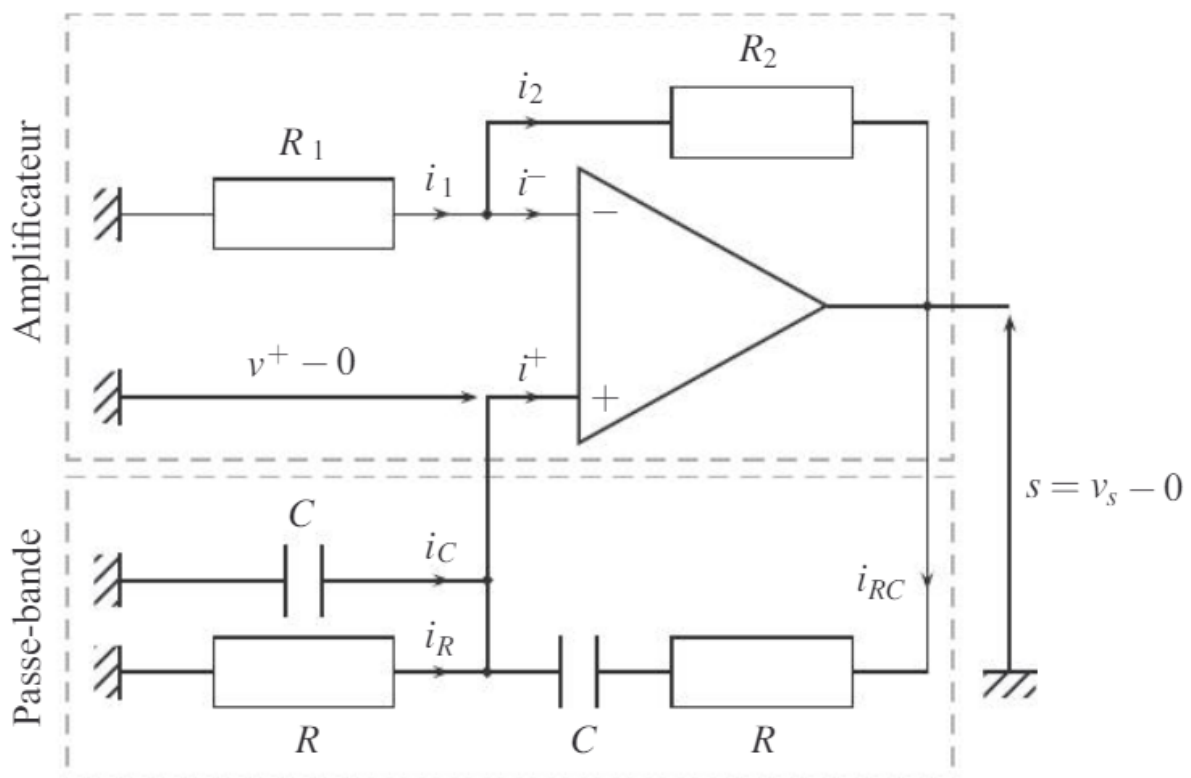


Figure 9 - Oscillateur de Wien

On montre aisément que ce montage se met sous la forme du schéma bloc suivant (figure n 10):

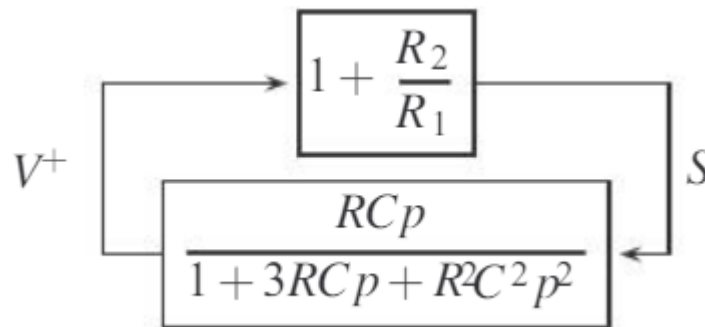


Figure 10 - Schéma bloc de l'oscillateur de Wien

Dans lequel le filtre de Wien appar it comme un filtre passe bande du second ordre moyen (facteur de qualité  $Q = 1/3$ ), de fréquence centrale  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$  et de gain statique  $G_0 = 1/3$

Satisfaire la condition de Barkhausen conduit immédiatement à un choix des résistances de l'étage amplificateur tel que le gain soit de 3.

Soit :

$$1 + \frac{R_2}{R_1} = 3 \Leftrightarrow R_2 = 2R_1$$

Une autre façon élégante de montrer la naissance de oscillations consiste à établir l'équation différentielle vérifiée par ce système à partir du schéma bloc:

$$\frac{V^+}{S} = \frac{RCp}{1 + 3RCp + R^2C^2p^2} \text{ donc } (R^2C^2p^2 + 3RCp + 1)V^+ = RCpS$$

Cela correspond à l'équation différentielle :

$$(RC)^2 \frac{d^2 v^+}{dt^2} + 3RC \frac{dv^+}{dt} + v^+ = RC \frac{ds}{dt}$$

or comme  $s(t) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)v^+(t)$  il vient :

$$(RC)^2 \frac{d^2 v^+}{dt^2} + 3RC \frac{dv^+}{dt} + v^+ = RC \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{dv^+}{dt}$$

Soit finalement :

$$(RC)^2 \frac{d^2 v^+}{dt^2} + \underbrace{RC \left(2 - \frac{R_2}{R_1}\right)}_{<0} \frac{dv^+}{dt} + v^+ = 0$$

**Remarque :** attendu que les tensions  $v^+$  et  $s$  sont proportionnelles, via l'amplificateur,  $s$  obéit à la même équation différentielle.

On remarque que pour obtenir un système instable à partir des critères de Routh:

$$R_2 > 2R_1$$

L'ensemble de ces conditions semblent donc se résumer en une condition dite d'accrochage telle que :

$$R_2 = 2R_1 \text{ et } R_2 > 2R_1 \Leftrightarrow R_2 \gtrsim 2R_1$$

Vérifions cela expérimentalement.

### III – 2 – Réalisation expérimentale ([7]+ [8])

On dispose du montage de la partie précédente réalisé de façon simulé sous [LTspice](#).

Observons l'étage du filtre seul dans un premier temps (figure n°11) :

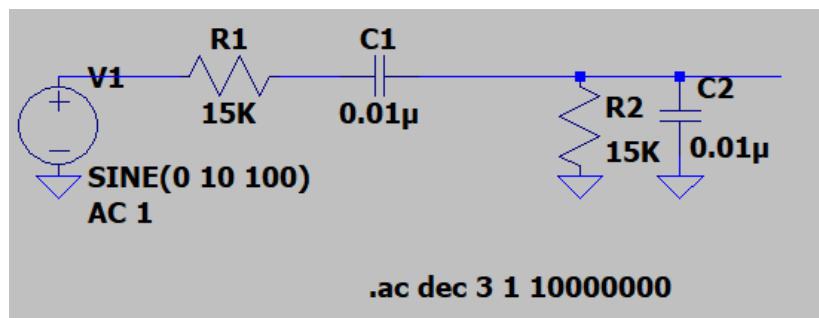


Figure 11 - Simulation LTspice d'un filtre de Wien

Une wobulation de 10 Hz à 10MHz par un signal sinusoïdal de 10V d'amplitude crête à crête en entrée du filtre nous permet d'observer facilement le diagramme de Bode d'un tel filtre en traçant respectivement le gain et la phase du signal de sortie en fonction de la fréquence :

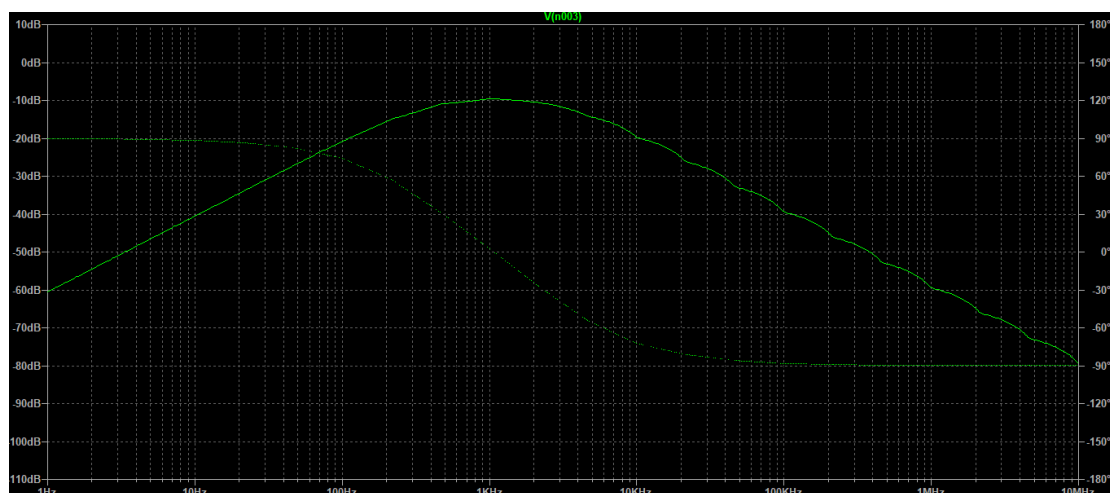


Figure 12 - Diagramme de Bode d'un filtre de Wien



On vérifie la nature passe bande du filtre avec une fréquence centrale de  $1,068 \pm 0,006 \text{ kHz}$  (repérée par l'annulation de la phase) qui correspond bien à celle établie par le modèle  $f_0 = \frac{1}{2\pi RC} = 1,067 \text{ kHz}$  aux incertitude de mesure près ( $u(f_0) = f_0 \left( \left( \frac{u(R)}{R} \right)^2 + \left( \frac{u(C)}{C} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \pm 0,015 \text{ Hz}$ ).

On constate également, qualitativement, le piètre facteur de qualité de ce filtre qui nous invite à nous interroger sur la distorsion du signal que l'oscillateur de Wien sera en mesure de produire.

On vérifie bien également un gain  $G_{0dB} \approx -10 \text{ dB}$  soit  $G_0 \approx 1/3$  conforme au modèle.

On boucle alors ce filtre avec un montage amplificateur non inverseur à ALI (aliment en  $\pm 15 \text{ V}$ ) (figure n 13) et on retire l'alimentation du filtre de l'expérience précédente :

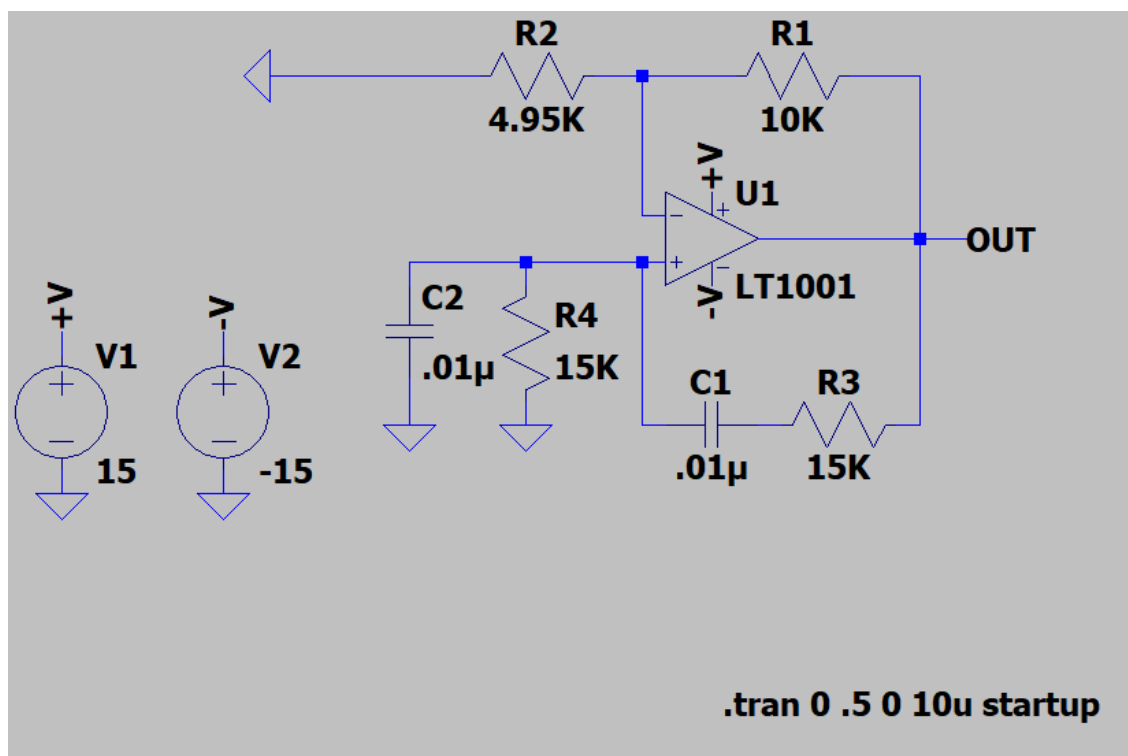


Figure 13 - Simulation LTspice d'un oscillateur de Wien

On réalise alors une acquisition du signal à la sortie du filtre et à la sortie de l'amplificateur avec un oscilloscope en mode monocoup pour des valeurs de résistances vérifiant ou non la condition  $R_2 \gtrsim 2R_1$ . On constate effectivement qu'à l'égalité ( $R_2 = 2R_1$ , figure n 14a) les oscillations ne naissent pas (bruit) et qu'il faut que  $2R_1$  dépasse très légèrement  $R_2$  (figure n 14b) pour voir naître les oscillations. On constate par ailleurs que pour  $R_2 \gg 2R_1$ , le signal obtenu sature d'autant que l'on s'éloigne de l'égalité (figure n 14c-d). On vérifie bien pour finir que le signal de sortie de l'amplificateur à un gain triple du signal de sortie du filtre.

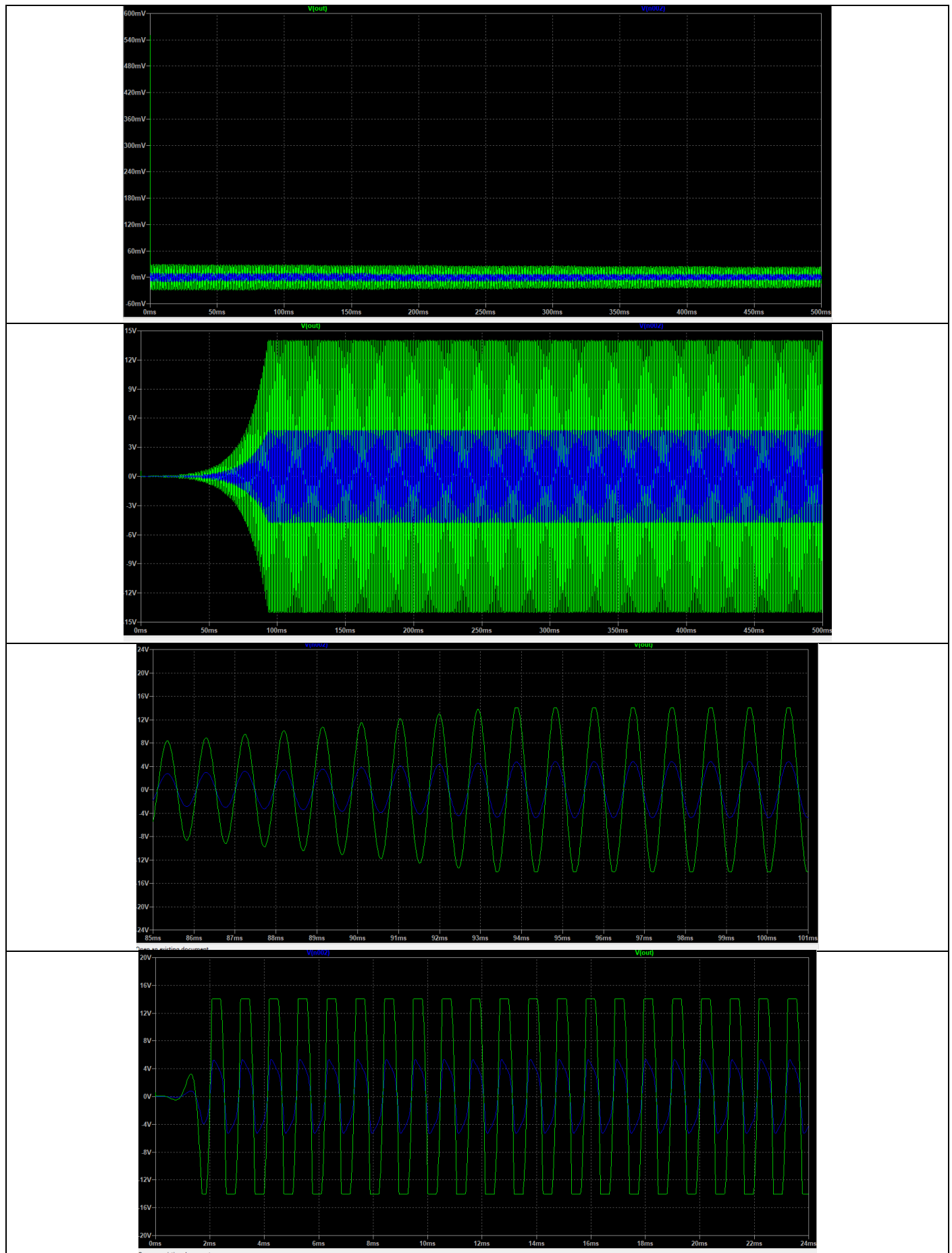


Figure 14 - Acquisition monocoup des signaux de sorties filtre et amplificateur

On peut également comparer sur un pseudo diagramme de phase (la dérivée n'a pas été pondérée) le comportement du circuit selon la validation de la condition (figure n 15) :

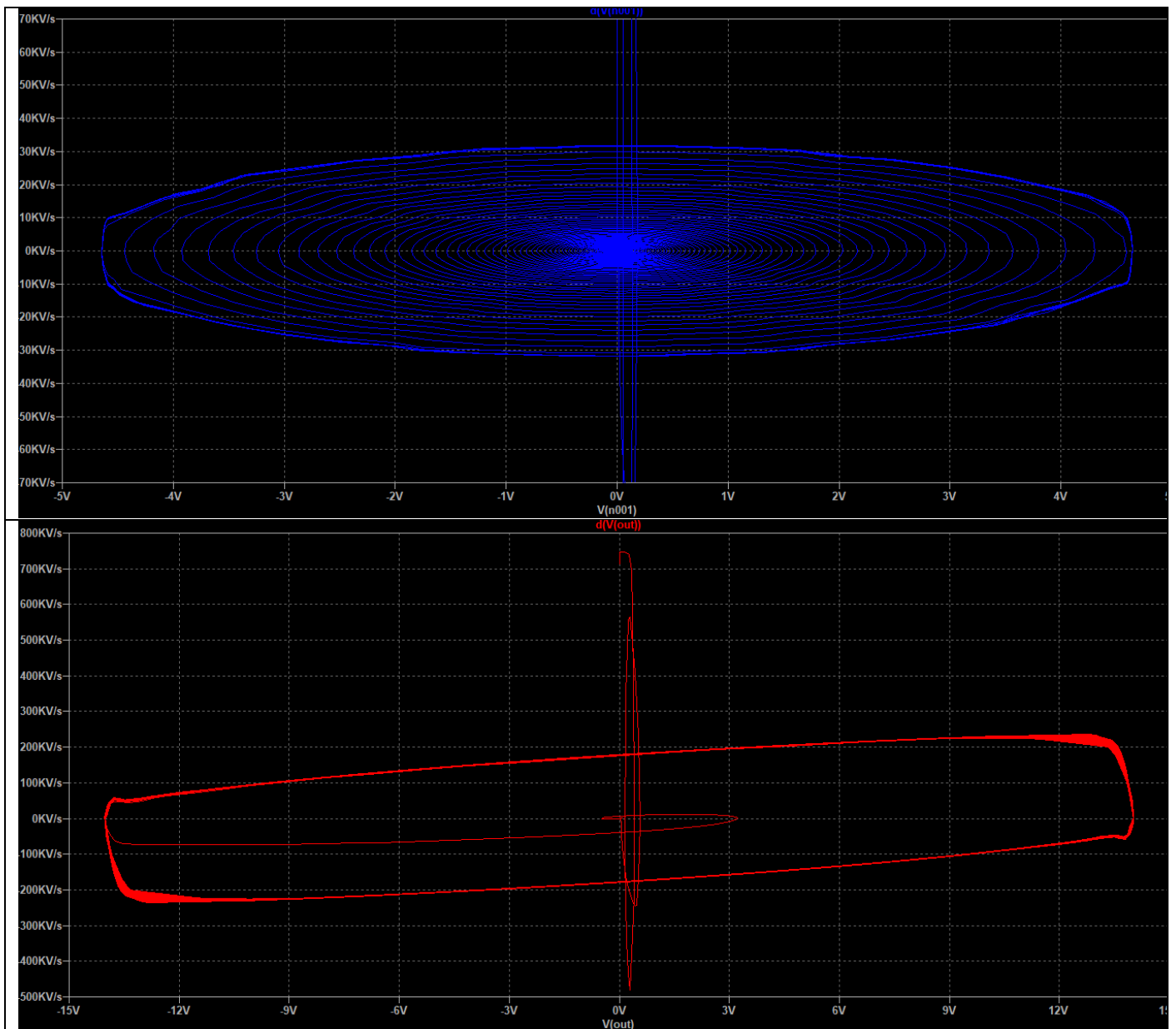


Figure 15 - pseudo daigramme de phase pour une condition de Barkhausen vérifiée ou non

Enfin le tracé des FFT (figure n 16a-b) des signaux obtenus nous montrent effectivement la relative pureté de la sinusoïde obtenue lorsque la condition est respectée au mieux. En particulier, le signal de sortie du filtre semble plus pur que celui en sortie de l'amplificateur.

**Remarque :** une mesure du taux de distorsion ( $d = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{+\infty} (A_k)^2}}{A_1}$ ) serait en situation réelle la meilleure preuve de cette affirmation.

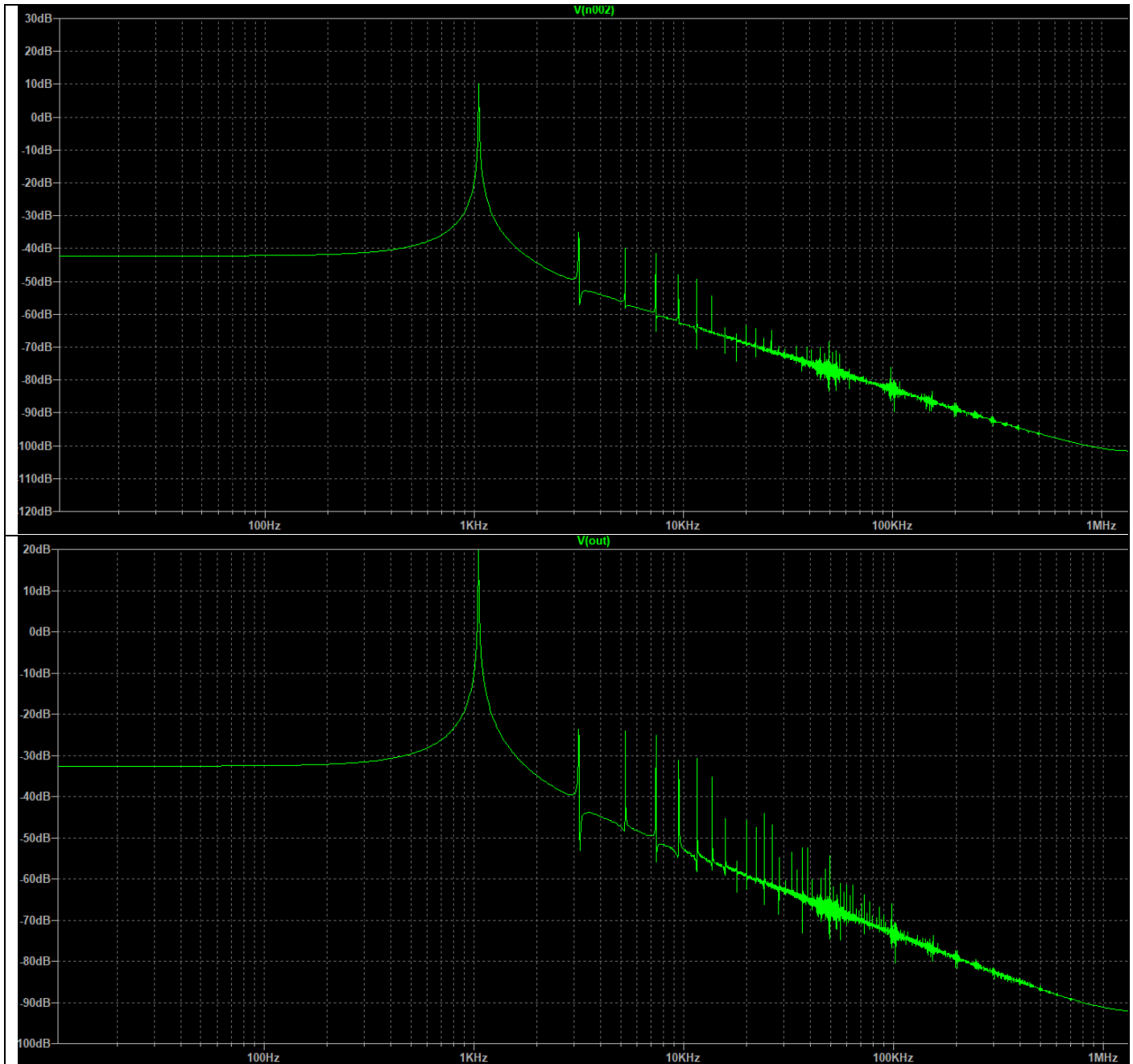


Figure 16 - FFT des signaux de sortie du filtre et de l'amplificateur

Nous v  rifions donc exp  rimentalement la possibilit   de faire na  tre    partir des simples fluctuations   lectriques un signal quasiment sinuso  dal en utilisant la th  orie d  velopp  e dans notre expos   : nous venons bien de r  aliser un oscillateur auto-entretenu quasi-sinuso  dal en exploitant l'instabilit   d'un syst  me boucl      contre r  action positive.

Notons avons de conclure que l'oscillateur de Wien est peu couteux mais la relative m  diocrit   de son filtre en fait un pi  tre candidat en tant qu'horloge. On lui pr  f  rera un oscillateur    quartz fonctionnant sur le m  me principe mais dont le facteur de qualit   est  $Q \approx 10^6$ . On montre en particulier que la d  rive de la fr  quence de l'oscillateur dans le temps est inversement proportionnelle au facteur de qualit  . Autrement dit fonction, plus le facteur de qualit   est   lev   moindre sera la d  rive des performances de l'oscillateur.

L'oscillateur de Wien reste cependant un tr  s bon moyen, peu on  reux, en acoustique pour tester la qualit   des enceintes.

## Conclusion

Les systèmes bouclés trouvent en physique et au-delà un large panel applicatif (asservissement en vitesse, en position, température d'un être vivant ...).

La stabilité introduite par un dispositif à rétroaction négative permet ainsi d'asservir et/ou de réguler une grandeur physique tout en augmentant la bande passante de la chaîne d'action en boucle ouverte. Mieux, les performances du système se trouvent ainsi seulement dépendantes des composants de la chaîne de retour pour moduler le gain.

On peut citer d'autres domaines qui exploitent ces effets : optique adaptative, asservissement d'un microscope à effet tunnel, cavité optique des lasers ...

Si l'instabilité des systèmes bouclés peut apparaître a priori comme une contrainte absolue à limiter (effet Larsen par exemple), il est possible de mettre à contribution l'instabilité d'un système bouclé pour réaliser des systèmes oscillants d'un nouveau type : les oscillateurs auto-entretenus.

L'étude expérimentale de l'oscillateur de Wien a permis de vérifier que le modèle développé rendait compte des observations expérimentales. Nous aurions pu d'ailleurs mener une étude similaire avec un oscillateur à « résistance négative ».

Il existe enfin une autre possibilité d'exploitation des montages à rétroactions positives permettant de réaliser un autre type d'oscillation : les oscillations de relaxation. Ces montages sont fondés sur l'utilisation de montage à comparateur à hystérésis bouclé sur un montage intégrateur. Le multivibrateur astable ainsi constitué permet de générer des signaux rectangulaires dont on peut fixer les caractéristiques en faisant varier les valeurs des composants simplement contrairement au montage que nous avons présenté dont les caractéristiques sont figées par le filtre. Ainsi, au-delà de la possibilité de générer des signaux on montre que couplé à un compteur ces dispositifs réalisent d'excellents capteurs numériques de capacités.

## Retour des années précédentes ENS :

- **Agrégation 2008 - Note : 09/20 :**

**Questions et commentaires du jury :** expliquer le critère de stabilité. Un système instable est-il toujours un oscillateur ? Si non, sous quelle(s) condition(s) l'est-il ?

Commentaires personnels du candidat : les techniciens et le prof préparateur ont été très gentils et disponibles : ils ont monté un Van der Pol et l'asservissement en position très bien. J'ai passé cette leçon le dimanche après midi (12h40). Je ne maîtrisais pas du tout le sujet, et en étais consciente : je n'ai jamais eu de cours là-dessus, et les livres ne traitent pas le sujet comme le jury l'attend. Du coup, j'avais travaillé avec ce que j'avais pu dans l'année, en lui consacrant un temps qui me semble raisonnable pour une unique leçon (10 à 20h), mais je savais quand j'ai tiré mon sujet, que j'étais juste capable de parler (j'avais construit un plan avec un contenu incontournable, et en évitant au maximum ce que je n'avais pas compris), mais incapable de résister aux questions. Je pense aussi que du coup, ma présentation manquait à la fois de rigueur et de pédagogie. Je n'ai par contre pas eu de problème pour gérer ma préparation.

- **Agrégation 2008 - Note : 16/20 :**

**Questions et commentaires du jury :** quelle est la caractéristique principale des systèmes bouclés ? Produit gain \* BP = cste (j'ai donné l'exemple simple de l'ampli non inverseur). Système bouclé dans une montre à quartz ? Qu'est-ce qui limite l'amplitude des oscillations dans l'oscillateur à pont de Wien ? Effets non linéaires. D'où viennent les non linéarités ? L'AO (transistors de l'AO). Que se passe-t-il si on modifie la valeur de la résistance variable dans l'oscillateur à pont de Wien ? Déformation du signal, on s'éloigne des oscillations quasi sinusoïdales. Qu'est-ce qui caractérise un oscillateur ? Son facteur de qualité. Que va-t-il pour l'oscillateur à pont de Wien ? (1/3). Un système linéaire continu et stationnaire n'est qu'une modélisation, les systèmes réels ne satisfont pas rigoureusement tous ces critères. Ils m'ont également demandé de préciser les critères de stabilité, pourquoi il est nécessaire de prendre des marges en pratique et l'intérêt de Nyquist (prévision du comportement en boucle fermée à partir de l'étude en boucle ouverte). Déf. de la transmittance en boucle ouverte : plutôt utiliser grandeur de sortie sur grandeur d'entrée que grandeur de sortie sur grandeur de différence. Au niveau des expériences, j'ai présenté uniquement l'oscill. à pont de Wien, je n'ai pas sorti de moteur.

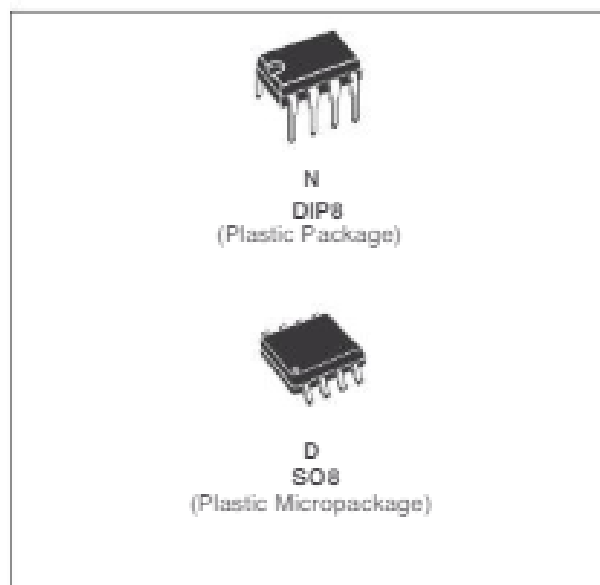
# Annexe n  1 – Extrait de datasheet d'op  rateur op  rationnel



**TL081**  
**TL081A - TL081B**

## GENERAL PURPOSE J-FET SINGLE OPERATIONAL AMPLIFIERS

- WIDE COMMON-MODE (UP TO  $V_{CC}^+$ ) AND DIFFERENTIAL VOLTAGE RANGE
- LOW INPUT BIAS AND OFFSET CURRENT
- OUTPUT SHORT-CIRCUIT PROTECTION
- HIGH INPUT IMPEDANCE J-FET INPUT STAGE
- INTERNAL FREQUENCY COMPENSATION
- LATCH UP FREE OPERATION
- HIGH SLEW RATE :  $16V/\mu s$  (typ)

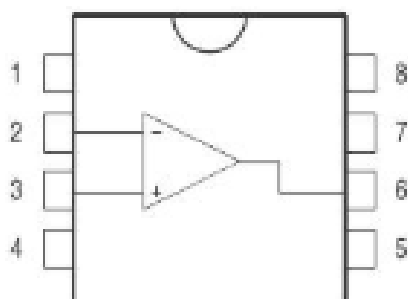


### DESCRIPTION

The TL081, TL081A and TL081B are high speed J-FET input single operational amplifiers incorporating well matched, high voltage J-FET and bipolar transistors in a monolithic integrated circuit.

The devices feature high slew rates, low input bias and offset currents, and low offset voltage temperature coefficient.

### PIN CONNECTIONS (top view)



### ORDER CODE

Part Number	Temperature Range	Package	
		N	D
TL081M/AM/BM	-55��C, +125��C	•	•
TL081I/AI/BI	-40��C, +105��C	•	•
TL081C/AC/BC	0��C, +70��C	•	•

**Example :** TL081CD, TL081IN

N = Dual in Line Package (DIP)  
D = Small Outline Package (SO) - also available in Tape & Reel (DT)

## TL081 - TL081A - TL081B

## ELECTRICAL CHARACTERISTICS

 $V_{CC} = \pm 15V$ ,  $T_{amb} = +25^\circ C$  (unless otherwise specified)

Symbol	Parameter	TL081I,M,AC,AI,AM,BC,BI,BM			TL081C			Unit
		Min.	Typ.	Max.	Min.	Typ.	Max.	
$V_{io}$	Input Offset Voltage ( $R_S = 50\ \Omega$ ) $T_{amb} = +25^\circ C$  $T_{min} \leq T_{amb} \leq T_{max}$		3 3 1	10 6 3 13 7 5		3	10  13	mV
$DV_{io}$	Input Offset Voltage Drift		10			10		$\mu V/^\circ C$
$I_{io}$	Input Offset Current - note 1) $T_{amb} = +25^\circ C$ $T_{min} \leq T_{amb} \leq T_{max}$		5	100 4		5	100 10	pA nA
$I_{ib}$	Input Bias Current -note 1 $T_{amb} = +25^\circ C$ $T_{min} \leq T_{amb} \leq T_{max}$		20	200 20		20	400 20	nA
$A_{vd}$	Large Signal Voltage Gain ( $R_L = 2k\ \Omega$ , $V_o = \pm 10V$ ) $T_{amb} = +25^\circ C$ $T_{min} \leq T_{amb} \leq T_{max}$	50 25	200		25 15	200		V/mV
SVR	Supply Voltage Rejection Ratio ( $R_S = 50\ \Omega$ ) $T_{amb} = +25^\circ C$ $T_{min} \leq T_{amb} \leq T_{max}$	80 80	86		70 70	86		dB
$I_{CC}$	Supply Current, no load $T_{amb} = +25^\circ C$ $T_{min} \leq T_{amb} \leq T_{max}$		1.4	2.5 2.5		1.4	2.5 2.5	mA
$V_{icm}$	Input Common Mode Voltage Range	$\pm 11$	+15 -12		$\pm 11$	+15 -12		V
CMR	Common Mode Rejection Ratio ( $R_S = 50\ \Omega$ ) $T_{amb} = +25^\circ C$ $T_{min} \leq T_{amb} \leq T_{max}$	80 80	86		70 70	86		dB
$I_{OS}$	Output Short-circuit Current $T_{amb} = +25^\circ C$ $T_{min} \leq T_{amb} \leq T_{max}$	10 10	40	60 60	10 10	40	60 60	mA
$\pm V_{opp}$	Output Voltage Swing $T_{amb} = +25^\circ C$  $T_{min} \leq T_{amb} \leq T_{max}$	$R_L = 2k\ \Omega$ 10 $R_L = 10k\ \Omega$ 12 $R_L = 2k\ \Omega$ 10 $R_L = 10k\ \Omega$ 12	12 13.5		10 12 10 12	12 13.5		V
SR	Slew Rate ( $T_{amb} = +25^\circ C$ ) $V_{in} = 10V$ , $R_L = 2k\ \Omega$ , $C_L = 100pF$ , unity gain	8	16		8	16		V/ $\mu s$
$t_r$	Rise Time ( $T_{amb} = +25^\circ C$ ) $V_{in} = 20mV$ , $R_L = 2k\ \Omega$ , $C_L = 100pF$ , unity gain		0.1			0.1		$\mu s$
$K_{ov}$	Overshoot ( $T_{amb} = +25^\circ C$ ) $V_{in} = 20mV$ , $R_L = 2k\ \Omega$ , $C_L = 100pF$ , unity gain		10			10		%
GBP	Gain Bandwidth Product ( $T_{amb} = +25^\circ C$ ) $V_{in} = 10mV$ , $R_L = 2k\ \Omega$ , $C_L = 100pF$ , $f = 100kHz$	2.5	4		2.5	4		MHz
$R_i$	Input Resistance		$10^{12}$			$10^{12}$		$\Omega$



## Annexe n°2 – Rétroaction dans d'autres domaines.

### • Cavité optique ([3]) :

Un exemple de rétroaction en optique est fourni par les cavités optiques, qui équipent les lasers, lesquels sont, comme on le sait, des sources lumineuses très intenses et très cohérentes (cf. *Optique et Quantique*).

Une cavité optique est constituée de deux lames de verre, identiques, planes, parallèles, distantes de  $e$  et d'épaisseur négligeable devant  $e$  (Fig. 13.8).

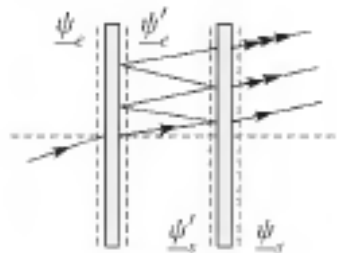


FIG. 13.8.

On montre que, en raison des multiples réflexions sur les faces en regard des lames, à la sortie de la cavité, dans la direction incidente normale, c'est-à-dire perpendiculaire aux lames, l'amplitude complexe de l'onde lumineuse a pour expression (cf. *Optique*) :

$$\underline{\psi}_s = \frac{T}{1 - R \exp i\phi} \underline{\psi}_e \quad \text{avec} \quad T = 1 - R$$

$R$  étant le facteur de réflexion en intensité de chaque lame,  $\phi = (2\pi/\lambda) \times 2e$  la différence de phase entre deux rayons émergents consécutifs et  $\lambda$  la longueur d'onde du rayonnement.

Dans l'expression précédente, on voit apparaître, en dehors du facteur  $T$ , la formule générale de la rétroaction, dans laquelle :

$$K_d = 1 \quad \text{et} \quad K_r = R \exp i\phi$$

La relation entre l'amplitude complexe  $\underline{\psi}'_e$  de l'onde, après la première lame, et son amplitude complexe  $\underline{\psi}'_s$ , avant la seconde lame, est en effet la suivante :

$$\underline{\psi}'_s = K_f \underline{\psi}'_e \quad \text{où} \quad K_f = \frac{K_d}{1 - K_d K_r} = \frac{1}{1 - R \exp i\phi}$$

Or  $\underline{\psi}'_e = \tau \underline{\psi}_e$  et  $\underline{\psi}_s = \tau \underline{\psi}'_s$ ,  $\tau$  étant le facteur de transmission en amplitude complexe de chacune des lames. Il vient donc :

$$\underline{\psi}_s = \tau \times K_f \times \tau \underline{\psi}_e = \frac{\tau^2}{1 - R \exp i\phi} \underline{\psi}_e$$

Comme l'épaisseur des lames est faible,  $\tau$  est réel et positif ;  $\tau^2$  s'identifie alors au facteur de transmission  $T$  du flux de chaque lame.

- **Optique adaptative ([3]) :**

On sait que la résolution spatiale d'un grand télescope réflecteur, au sol, est limitée, non par la diffraction, mais par la turbulence atmosphérique (cf. *Optique*). La solution de placer un instrument, comme le Télescope Spatial Hubble (HST), sur une orbite terrestre, en dehors de l'atmosphère, s'avérant très coûteuse, les physiciens ont développé l'*optique adaptative*, c'est-à-dire une technique consistant à restaurer en temps réel, par rétroaction, la qualité des images détériorées par la turbulence atmosphérique. Ainsi, les améliorations obtenues par le système ADONIS (ADaptative Optics Near Infrared System), installé sur le télescope européen de 3,6 m de diamètre, de la Silla au Chili, sont remarquables : on atteint la résolution ultime imposée par la diffraction. On a récemment installé un système analogue, NAOS (Nasmyth Adaptative Optical System), sur l'un des quatre télescopes européens du VLT (Very Large Telescope), de 8,2 m de diamètre, installé au mont Paranal au Chili.

**Remarque :** L'optique adaptative suppose que, dans le champ d'observation astrophysique, il y ait une étoile suffisamment intense, afin que l'on puisse analyser la surface d'onde optique, à l'entrée du télescope. Comme ce n'est pas toujours le cas, on envisage de créer des étoiles artificielles en excitant, à l'aide de faisceaux laser, des atomes de sodium présents dans les hautes couches de l'atmosphère, à une altitude de 90 km .

Sur la figure 13.18a, on a représenté les différents éléments optiques formant le système bouclé, à la sortie du miroir principal du télescope. Le signal d'entrée est la fonction d'onde  $\underline{\psi}_e$ , perturbée par l'atmosphère, le signal de sortie est le signal d'erreur  $\underline{\psi}_{e,r} = \underline{\psi}_e - \underline{\psi}_r$ , c'est-à-dire l'écart entre l'entrée et le signal retour.

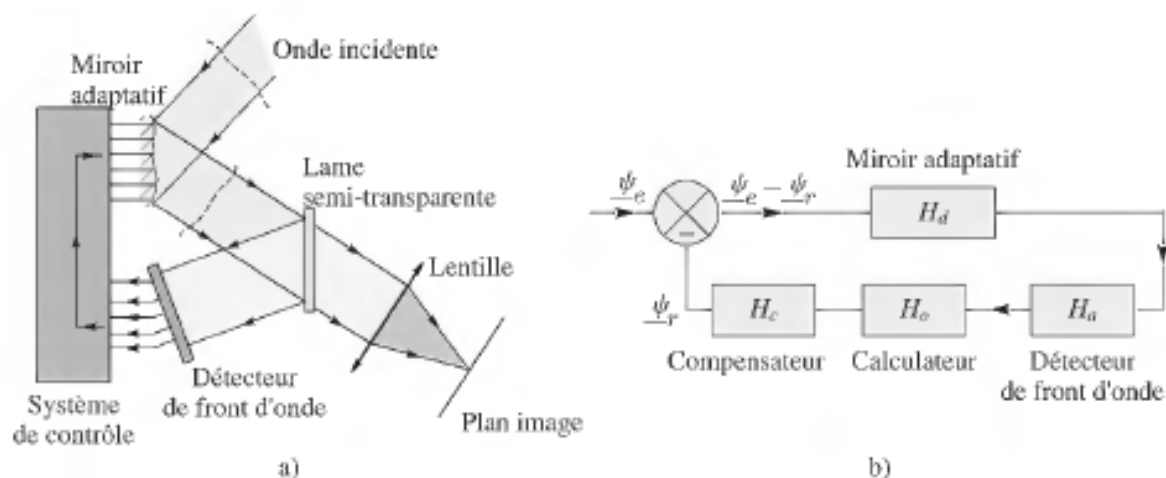


FIG. 13.18.

La figure 13.18b donne elle un schéma synoptique du système bouclé. En raison de son inertie, le miroir adaptatif se comporte comme un filtre passe-bas dont la fonction de transfert au repos vaut pratiquement 1 dans le domaine des fréquences intéressantes. La fonction de transfert de la chaîne directe est donc  $H_d = 1$ . Quant à la chaîne retour, elle est constituée principalement de trois éléments :

i) un premier système *analyse* le front de l'onde incidente perturbée par la turbulence ; la fonction de transfert de cet analyseur de front d'onde est :

$$H_a(p) = \frac{1 - \exp(-p\tau)}{p\tau}$$

où  $\tau$  désigne la durée nécessaire à l'exécution de l'ensemble de toutes les opérations de boucle, de l'ordre de 10 ms ,

ii) un *calculateur de front d'onde* constitué d'un ordinateur qui, en temps réel, enregistre les informations fournies par la détection physique, les traite et en déduit les modifications géométriques à faire subir au miroir, afin de neutraliser les effets de la turbulence ; sa fonction de transfert a pour expression :

$$H_c(p) = \exp(-p\tau)$$

iii) un *compensateur de boucle*, chargé, comme son nom l'indique, de compenser tout écart stationnaire de front d'onde et d'améliorer les performances techniques de la boucle, précisément d'élargir la bande passante et d'éviter les zones d'instabilité ; le premier et le plus simple des compensateurs de boucle a pour fonction de transfert :

$$H_{cb}(p) = \frac{C}{p} \quad \text{avec} \quad C \approx 40 \text{ s}^{-1}$$

La fonction de transfert en boucle fermée est donc :

$$H_f(p) = \frac{1}{1 + H_{cb}(p)H_c(p)H_a(p)} = \frac{p^2\tau}{p^2\tau + C[1 - \exp(-p\tau)]\exp(-p\tau)}$$

En se déformant, le miroir adaptatif doit compenser les perturbations atmosphériques. Par conséquent, sa fonction de transfert doit avoir pour expression :

$$H_{ma}(p) = 1 - H_f(p) = 1 - \frac{p^2\tau}{p^2\tau + C[1 - \exp(-p\tau)]\exp(-p\tau)} = \frac{C[1 - \exp(-p\tau)]\exp(-p\tau)}{p^2\tau + C[1 - \exp(-p\tau)]\exp(-p\tau)}$$

La compensation des perturbations atmosphériques par la boucle de rétroaction peut être spectaculaire.

**Remarque :** En réalité, un tel système s'appuie largement sur les avantages du traitement numérique des données en ligne. Il faut alors ajouter au schéma synoptique précédent un convertisseur analogique-numérique (CAN), placé avant le compensateur, et, après ce dernier, un convertisseur numérique-analogique (CNA) (cf. chapitre 19). Les fonctions de transfert de ces deux éléments sont respectivement :

$$H_{CAN} \approx 1 \quad \text{et} \quad H_{CNA} \approx \frac{1 - \exp(-p\tau_n)}{p\tau_n}$$

Pour gérer techniquement l'analyse de tels systèmes numériques, l'utilisation de la transformation de Laplace conduit à introduire la transformation en  $Z$  que l'on définit comme suit :

$$U(Z) = \sum_{n=0}^{n=\infty} u(nT_e) Z^{-n}$$

dans laquelle  $n$  est un entier et  $T_e$  la période d'échantillonnage, conformément au théorème de Shannon (cf. chapitre 15).

## • Microscope à effet tunnel ([3]) :

### a) Fonctionnement d'un microscope à effet tunnel

Le microscope à effet tunnel est constitué de deux électrodes métalliques, une pointe de tungstène et une surface métallique, dont on souhaite déterminer la structure, entre lesquelles on maintient une différence de potentiel électrique  $U$ . Il date de 1982, année de la publication, par un physicien suisse

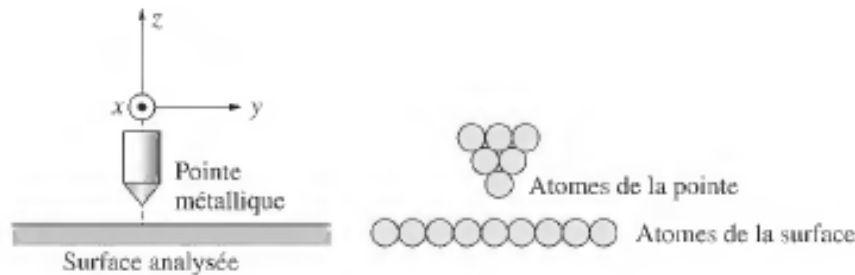


FIG. 13.19.

G. Binnig et ses collaborateurs, d'une image d'une surface de silicium, obtenue à l'aide d'un instrument, dont le fonctionnement s'appuie sur l'effet tunnel (cf. *Quantique*). La distance entre les deux électrodes, de l'ordre du nanomètre, est contrôlée par un élément piézoélectrique (Fig. 13.19).

Un microampèremètre, placé dans le circuit extérieur, permet de détecter un courant d'intensité  $I$ , que l'on attribue au transfert d'électrons dans le vide, d'une électrode à l'autre, par effet tunnel. On déplace la pointe latéralement devant la surface à analyser, c'est-à-dire parallèlement à cette surface, tout en maintenant constante l'intensité, ce qui implique un facteur de transmission tunnel constant et donc une largeur  $L$  de la barrière invariable, grâce à un déplacement longitudinal minutieux. On reproduit ainsi fidèlement les irrégularités de la surface étudiée.

  première vue, l'instrument est simple, mais les espoirs qu'il suscita à ses débuts furent rapidement déconcertants, notamment lorsqu'on découvrit sa grande sensibilité aux dérives mécaniques, thermiques et électriques. Ces problèmes techniques furent précisément résolus grâce à une boucle d'asservissement.

#### b) Asservissement dans un microscope à effet tunnel

Sur la figure 13.20, on a dessiné le schéma synoptique de la boucle de rétroaction : l'entrée est constituée par l'intensité  $I_c$  du courant tunnel que l'expérimentateur commande en appliquant une tension déterminée entre la surface à analyser et la pointe. Si l'intensité de ce courant mesurée en sortie n'est pas  $I_c$  mais  $I$ , on amplifie la différence  $I_c - I$ , laquelle est transformée en une tension qui s'exerce sur l'élément piézoélectrique ; ce dernier modifie alors la largeur  $L$  de la jonction, de telle sorte que cette différence devienne très faible. La tension de sortie devient alors précisément celle qu'il convient d'appliquer sur cet élément.

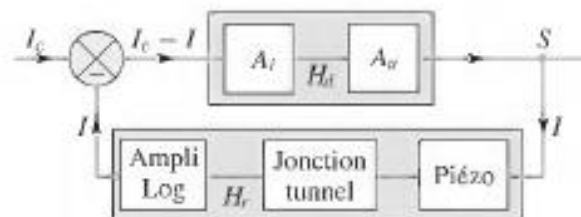


FIG. 13.20.

La chaîne directe est constituée de deux éléments, un amplificateur de courant et un amplificateur de tension ; la fonction de transfert de l'ensemble est de la forme :

$$H_d = D \frac{\omega_c}{p + \omega_c}$$

$\omega_c$  étant une pulsation de coupure et  $D$  un facteur constant.

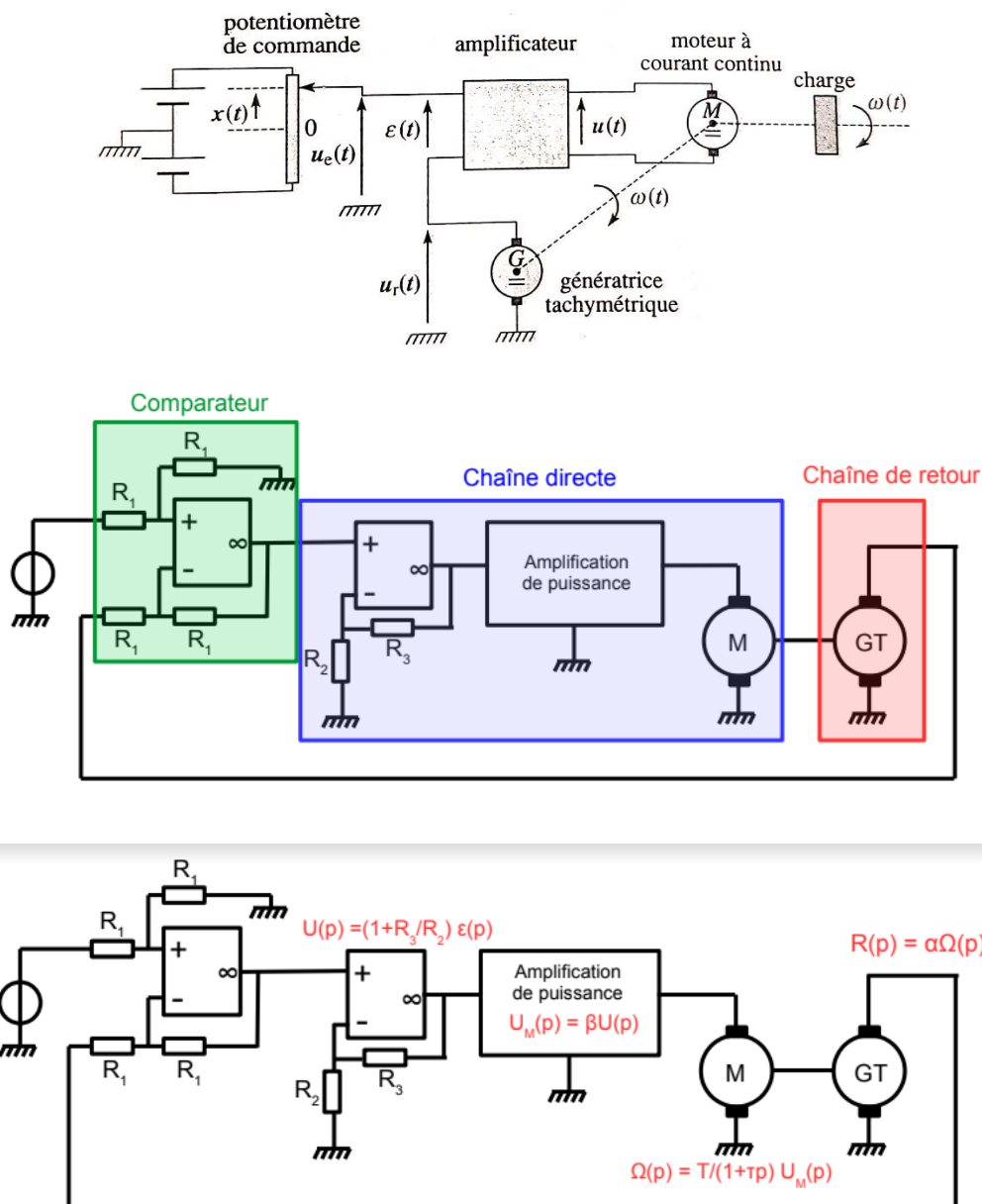
La chaîne retour comporte, elle, trois blocs : l'élément piézoélectrique, la jonction tunnel et un amplificateur logarithmique, dont le rôle est de corriger les effets non linéaires introduits par la jonction tunnel. Sa fonction de transfert a pour expression :

$$H_r(p) = H_r(0) \frac{\omega_p^2 (1 + p/\tau_c)}{p^2 + p/\tau_e + \omega_p^2}$$

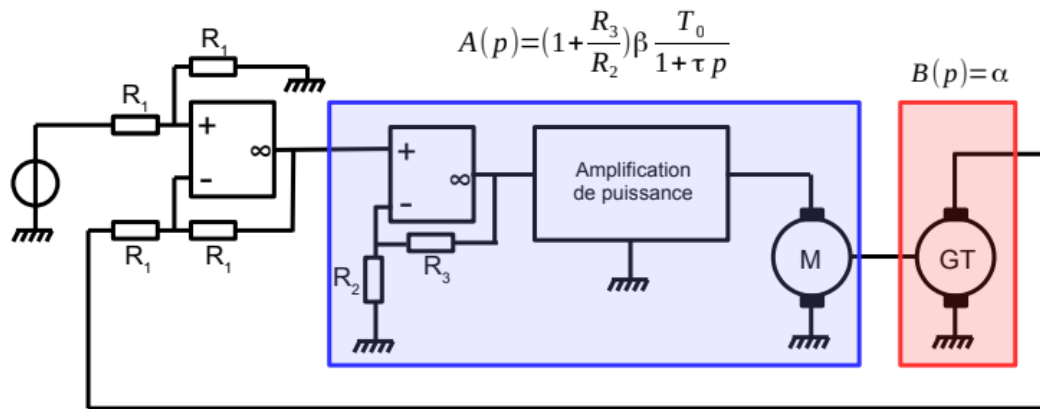
avec  $\tau_c = 4 \mu s$ ,  $f_p = \omega_p/(2\pi) = 1,1 \text{ kHz}$ ,  $Q = \omega_p \tau_e = 20$  ; dans cette expression,  $H_r(0)$  est le facteur d'amplification en régime stationnaire. On en déduit alors la fonction de transfert en boucle fermée selon l'expression générale :

$$H_f = \frac{H_d}{1 + H_d H_r}$$

- Asservissement en vitesse ([9]) :







### Modélisation de la chaîne directe

Calcul de  $A(p)$  :

— cas de AO2 :

$$T_{AO2}(p) = \frac{U(p)}{\epsilon(p)} = 1 + \frac{R_3}{R_2}$$

— cas du hacheur :

$$T_\beta(p) = \frac{U_M(p)}{U(p)} = \beta$$

— cas du moteur à courant continu (cf. annexe)

$$T_M(p) = \frac{\Omega(p)}{U_M(p)} = \frac{T_0}{1 + \tau p}$$

avec

$$\tau = \frac{RJ}{K^2 + Rf} \quad \text{et} \quad T_0 = \frac{K}{K^2 + Rf}$$

Dans ces expressions,  $\tau = RJ/(K^2 + Rf)$  est la constante de temps électromécanique du moteur,  $J$  le moment d'inertie du rotor,  $K$  une constante caractéristique du moteur et  $f\Omega$  le couple de frottements fluide exercé sur le rotor.

Ainsi,

$$A(p) = T_M(p)T_\beta(p)T_{AO2}(p) = \frac{T_0\beta \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)}{1 + \tau p}$$

### Modélisation de la chaîne de retour

$$B(p) = \frac{R(p)}{S(p)} = \alpha$$

### Fonction de transfert en boucle ouverte

$$H_{BO}(p) = \frac{\alpha T_0\beta \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)}{1 + \tau p}$$

### Fonction de transfert en boucle fermée

La rétroaction étant négative, on applique directement

$$H(p) = \frac{A(p)}{1 + H_{BO}(p)}$$

d'où

$$H(p) = \frac{T_0\beta \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)}{1 + \tau p + \alpha T_0\beta \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)}.$$

On veut une forme du type  $H(p) = C_1/(1 + C_2p)$ , donc on factorise par les deux derniers termes du dénominateur :

$$\boxed{H(p) = \frac{H_0}{1 + \tau_{BF}p}}$$

avec

$$H_0 = \frac{T_0\beta \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)}{1 + \alpha T_0\beta \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)} \quad \text{et} \quad \tau_{BF} = \frac{\tau}{1 + \alpha T_0\beta \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)}$$