

## Remarques sur le principe de Curie

par J. SIVARDIÈRE,

Département de Recherche Fondamentale  
Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble  
85 X, 38041 Grenoble Cedex.

---

### Résumé.

Après avoir rappelé l'origine du principe de Curie et présenté quelques exemples d'applications, on passe en revue les problèmes suivants : une propriété d'un système peut-elle être plus symétrique que le système ? Peut-elle être moins symétrique ? Le principe de Curie est-il toujours applicable ? Permet-il d'exploiter toutes les propriétés de symétrie d'un système ?

### INTRODUCTION.

M. Hulin (B.U.P. n° 572) et F. Becker (B.U.P. n° 587) ont déjà souligné l'intérêt des considérations de symétrie en physique. Ces considérations sont basées sur le principe de Curie, qui permet de comparer la symétrie d'un système ou d'un problème (la cause), et celle d'une propriété du système ou d'une solution du problème (l'effet) :

- lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se trouver dans les effets produits ;
- lorsque certains effets révèlent une certaine dissymétrie, cette dissymétrie doit se retrouver dans les causes qui lui ont donné naissance.

Par « cause », il faut entendre le système physique considéré, c'est-à-dire un objet physique et d'éventuelles actions extérieures (champs appliqués). Un « effet » est une propriété de l'objet, ou encore une modification de l'objet due à une action extérieure.

Le principe de Curie est généralement énoncé de manière trop sommaire sous la forme suivante : « l'effet a au moins la symétrie de la cause », ou encore : « le groupe de symétrie de

l'effet est un sur-groupe du groupe de symétrie de la cause » (le groupe de symétrie d'un système est l'ensemble des transformations géométriques ou opérations de symétrie qui le laissent invariant, cet ensemble possède la structure mathématique de groupe).

Nous regroupons dans cette note diverses remarques sur le principe de Curie : nous précisons en particulier ses conditions d'application.

### HISTORIQUE.

Pendant longtemps, la symétrie des systèmes physiques ne fut étudiée que pour décrire et caractériser ces systèmes, en minéralogie par exemple. Puis l'idée s'imposa peu à peu que les propriétés physiques d'un système sont intimement liées à ses propriétés de symétrie. Par ses travaux sur les tartrates et le quartz (1848), Pasteur comprit le premier que le pouvoir rotatoire d'un cristal dépend soit de la symétrie des molécules formant le cristal, soit de la symétrie de l'empilement cristallin (cas du quartz). Plus généralement, les propriétés mécaniques, électriques, magnétiques, et optiques d'un cristal dépendent de sa symétrie. Les expériences des frères Jacques et Pierre Curie confirmèrent ce point de vue, et permirent à P. Curie de dégager en toute généralité son principe de symétrie (1894).

### QUELQUES EXEMPLES D'APPLICATIONS.

*La symétrie d'un système étant supposée connue*, le principe de Curie permet d'en prévoir, avant toute mise en équation et tout calcul, certaines propriétés qualitatives et, très souvent, d'en simplifier l'analyse quantitative.

Avant d'examiner quelques exemples, rappelons qu'on utilise en physique deux types de vecteurs :

- les vecteurs ordinaires ou polaires, dont le signe est fixé sans ambiguïté par la nature (translation, vitesse, force, champ électrique) ;
- les vecteurs axiaux, dont le signe dépend de la convention d'orientation de l'espace (vecteur rotation, produit vectoriel, champ magnétique).

Les vecteurs polaires et axiaux se distinguent également par leurs propriétés de symétrie. En particulier, un vecteur invariant dans une symétrie par rapport à un plan est nécessairement parallèle à ce plan s'il est polaire, et perpendiculaire s'il est axial.

a) Etudions le champ magnétique  $\vec{B}$  en un point M de coordonnées  $(x, y, z)$  intérieur ou extérieur à un solénoïde infini

d'axe  $z'z$  (fig. 1). Le plan contenant  $M$  et perpendiculaire à  $z'z$  est un plan de symétrie. Donc  $\vec{B}$ , vecteur axial, est perpendicu-

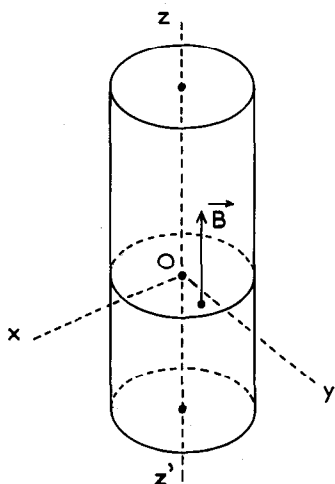


Fig. 1. — Champ magnétique d'un solénoïde.

laire à ce plan. L'invariance du système dans toute translation parallèle à  $z'z$  implique par ailleurs que  $\vec{B}$  est indépendant de la coordonnée  $z$  de  $M$ . Une étude physique (loi de Biot et Savart et théorème d'Ampère) est nécessaire pour obtenir le module et le sens de  $\vec{B}$  : le seul principe de Curie ne permet pas de prévoir que  $\vec{B}$  est nul à l'extérieur du solénoïde, et indépendant des coordonnées  $x$  et  $y$  à l'intérieur.

*b)* Une particule chargée se déplace dans un champ électrique  $\vec{E}$  et un champ magnétique  $\vec{B}$  perpendiculaires. Sa vitesse initiale  $\vec{V}_0$  est perpendiculaire à  $\vec{B}$  (fig. 2).  $\vec{E}$  et  $\vec{V}_0$  étant polaires et  $\vec{B}$  axial, le plan contenant  $\vec{E}$  et  $\vec{V}_0$  est un plan de symétrie à l'instant initial et le reste. Par conséquent, la trajectoire de la particule est contenue dans ce plan. Bien entendu, un calcul dynamique est indispensable pour en préciser la nature géométrique (cycloïde allongée ou raccourcie).

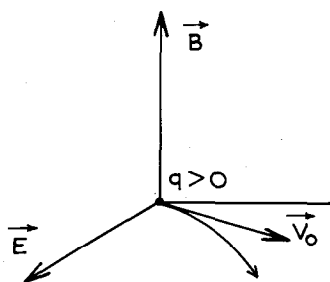


Fig. 2. — Mouvement d'une charge  $q$  dans des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  perpendiculaires.

c) Un cristal est dit pyroélectrique s'il possède un moment dipolaire électrique en l'absence de tout champ électrique appliqué : les barycentres des charges électriques positives et négatives ne coïncident pas. Il est dit piézoélectrique si l'application de contraintes extérieures peut créer un moment électrique, ou modifier son moment électrique spontané s'il en possède un. Considérons alors un cristal centrosymétrique : il ne peut être pyroélectrique, car un moment dipolaire électrique est un vecteur polaire. S'il est soumis à un champ de contraintes, il conserve son centre de symétrie : il ne peut donc être piézoélectrique.

Pour appliquer correctement le principe de Curie, il faut s'assurer que l'on a exploité toute la symétrie du système. En pratique, il suffit d'exploiter la connaissance des *générateurs* du groupe de symétrie, c'est-à-dire des éléments de ce groupe à partir desquels, par multiplication, il est possible d'obtenir tous les éléments du groupe.

Il faut remarquer par ailleurs que la symétrie d'un système n'est pas nécessairement de nature géométrique. Considérons par exemple une spire circulaire d'axe  $z'z$  parcourue par un courant  $I$ . Un plan méridien  $m$  contenant  $z'z$  n'est pas un plan de symétrie. Cependant, une symétrie par rapport à ce plan  $m$ , suivie d'un renversement du sens du courant  $I$  (renversement du temps  $1'$ ) laisse la spire invariante : l'opération  $m' = m.1'$  est un « antimiroir ». D'après la loi de Biot et Savart,  $1'\vec{B} = -\vec{B}$ . Par suite, le champ  $\vec{B}$  en un point  $M$  du plan  $m$  est contenu dans ce plan.

Considérons de même la terre en rotation. Tout plan méridien est un antimiroir. Par suite, les lignes de champ magné-

tique sont contenues dans des plans méridiens (ce résultat suppose bien entendu que les axes polaires géographique et magnétique soient confondus, ce qui n'est qu'approximativement réalisé dans la nature).

### UNE PROPRIÉTÉ D'UN SYSTÈME PEUT-ELLE ÊTRE PLUS SYMÉTRIQUE QUE LE SYSTÈME ?

a) Soit un triangle équilatéral ABC de côté  $a$  (fig. 3). Un point matériel M de masse  $m$  et de coordonnées  $(x, y)$  (l'origine O est le barycentre du triangle) est relié aux trois sommets

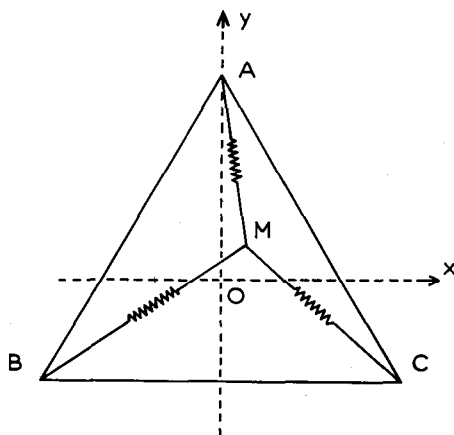


Fig. 3. — Masse reliée par des ressorts identiques aux sommets d'un triangle équilatéral.

par trois ressorts identiques, de mêmes raideurs  $k$  et de mêmes longueurs naturelles  $l_0$ . On envisage ses vibrations dans le plan  $x, y$ .

Dans l'approximation harmonique, l'énergie potentielle  $U$  de M est une forme quadratique en  $x$  et  $y$ , on vérifie aisément qu'elle est de la forme :

$$U = \frac{\alpha}{2} (x^2 + y^2)$$

où  $\alpha$  est une fonction de  $a$ ,  $k$  et  $l_0$ . Les courbes équipotentiellles sont des cercles de centre O. Par suite, la fréquence  $\omega$  de vibra-

tion de M au voisinage de O ( $\omega^2 = \frac{\alpha}{m}$ ) ne dépend pas de la

direction de vibration. La cause (système des trois ressorts à l'équilibre) a une symétrie ternaire, l'effet (fréquence de vibra-

tion) est isotrope et a donc une symétrie supérieure. Cependant, si les oscillations de  $M$  sont de grande amplitude, l'approximation harmonique n'est plus valable. L'expression précédente de  $U$  doit être complétée par des termes d'ordre 3 en  $x$  et  $y$ , les équipotentielle ne sont plus des cercles et la fréquence de vibration de  $M$  dépend de la direction de vibration. La cause et l'effet ont la même symétrie.

b) Soit  $\vec{p}$  le moment dipolaire électrique acquis par une molécule non polaire placée dans un champ électrique  $\vec{E}$ . Dans l'approximation linéaire,  $\vec{p} = \bar{\alpha} \vec{E}$ .  $\bar{\alpha}$  est le tenseur, symétrique d'ordre 2, de polarisabilité de la molécule. On peut le représenter par un ellipsoïde.

On sait que si un ellipsoïde possède un axe de symétrie d'ordre  $n \geq 3$ , il est nécessairement de révolution autour de cet axe. Considérons alors la molécule de méthane  $\text{CH}_4$ , de symétrie tétraédrique : elle possède quatre axes ternaires non perpendiculaires. Par suite, l'ellipsoïde qui représente sa polarisabilité est une sphère (il en serait de même pour une molécule cubique) :  $\vec{p}$  est toujours parallèle à  $\vec{E}$  et son module ne dépend pas de la direction de  $\vec{E}$ . La polarisabilité est isotrope bien que la molécule soit seulement de symétrie tétraédrique.

Considérons de même la molécule  $\text{PCl}_3$ , de symétrie ternaire. Sa polarisabilité  $\alpha$  est représentée par un ellipsoïde de révolution autour de l'axe de la molécule, le module  $\vec{p}$  ne dépend pas de l'orientation de  $\vec{E}$  autour de cet axe. Ici encore la propriété ( $\bar{\alpha}$ ) est plus symétrique que le système, mais cela est dû au fait qu'on a supposé linéaire la relation entre  $\vec{p}$  et  $\vec{E}$ .

c) Soit un système de charges électriques  $q_i$  placées aux points  $M_i$ . On peut en définir la charge totale  $Q = \sum_i q_i$ , ou moment monopolaire, le moment dipolaire électrique  $\vec{p}$  (vecteur), le moment quadrupolaire  $\bar{D}$  (tenseur d'ordre 2), le moment octupolaire  $\bar{O}$  (tenseur de l'ordre 3), le moment hexadécapolaire  $\bar{H}$  (tenseur d'ordre 4),... En un point  $M$  très éloigné de la région conte-

nant les charges, le champ électrique  $\vec{E}$  créé par les charges est, en première approximation, celui d'une charge unique égale à  $Q$  située dans la région chargée. Ce champ est de symétrie sphérique, alors que le système des charges peut n'avoir aucune symétrie, ce que nous supposons tout d'abord.

Le premier terme correctif (approximation d'ordre 2) fait intervenir le moment dipolaire du système, de symétrie cylindrique : l'effet ( $\vec{E}$ ) reste, en général, plus symétrique que la cause (le système des charges). Le deuxième terme correctif fait intervenir le moment quadrupolaire, représenté par un ellipsoïde qui, en général, n'est pas de révolution : ses axes principaux sont des axes de symétrie binaire et son centre est un centre de symétrie. L'effet reste en général plus symétrique que la cause. Le terme correctif suivant fait intervenir le moment octupolaire qui ne possède aucun élément de symétrie si le système des charges n'en possède pas. Alors l'effet n'est pas plus symétrique que la cause.

Considérons maintenant quatre charges égales placées aux sommets d'un tétraèdre régulier :  $Q \neq 0$ ,  $\vec{p} = 0$ , le tenseur quadrupolaire est sphérique. Par suite, à l'approximation d'ordre 2, le champ  $\vec{E}$  est de symétrie sphérique. A l'approximation d'ordre 3,  $\vec{E}$  a la symétrie tétraédrique. Considérons enfin huit charges égales placées aux sommets d'un cube :  $Q \neq 0$ ,  $\vec{p} = 0$ , les tenseurs  $\bar{\bar{D}}$  et  $\bar{\bar{O}}$  sont sphériques. Donc à l'approximation d'ordre 3, le champ  $\vec{E}$  est sphérique, à l'approximation d'ordre 4, il est de symétrie cubique.

d) Considérons les propriétés optiques d'un cristal. La longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière étant très supérieure aux distances interatomiques, les phénomènes de diffraction ne sont pas décelables et le cristal semble homogène, alors qu'en réalité il n'est invariant que dans les translations réticulaires.

Soit  $G$  le groupe de symétrie d'orientation du cristal. Les propriétés optiques sont caractérisées par l'ellipsoïde des indices. Si le cristal est cubique, l'ellipsoïde est une sphère : le cristal est optiquement isotrope. Si le cristal est uniaxe, l'ellipsoïde est de révolution alors que le cristal ne possède qu'un axe d'ordre 3, 4 ou 6. Plus généralement, l'ellipsoïde possède un centre de symétrie même si  $G$  n'est pas centrosymétrique.

La symétrie des propriétés optiques d'un cristal est donc très supérieure à sa symétrie réelle. Cependant, si on remplace la lumière visible par un rayonnement X, des phénomènes de diffraction peuvent être décelés et la symétrie d'orientation du diagramme de diffraction est moins élevée que la symétrie optique (de plus on a accès aux translations réticulaires).

Si la fréquence du rayonnement incident est voisine d'une fréquence propre d'un atome du cristal, il y a diffusion anormale : la proximité d'une résonance introduit un déphasage de l'onde incidente lors de la diffusion par l'atome concerné. Ce phénomène peut le plus souvent être négligé.

Considérons alors le diagramme de diffraction d'un cristal. Si le cristal est centrosymétrique, le groupe ponctuel du cristal et celui du diagramme de diffraction sont identiques. Si le groupe du cristal n'est pas centrosymétrique, le groupe du diagramme est centrosymétrique et s'en déduit par adjonction d'un centre de symétrie : c'est l'un des onze groupes de Laue. D'après la loi de Friedel, en effet, les deux faces d'un plan réticulaire réfléchissent le rayonnement X de la même façon, même si G est non centrosymétrique.

Si le motif cristallin ne possède pas de propriétés particulières et si on tient compte de la diffusion anormale, les deux groupes du cristal et du diagramme sont identiques.

En résumé, comme nous l'avons vu à travers les exemples précédents, il existe de nombreuses situations physiques où la symétrie d'une propriété d'un système (symétrie « apparente ») est supérieure à la symétrie du système (symétrie réelle). Cette augmentation disparaît cependant dès que le phénomène physique est observé de manière suffisamment fine. Très souvent, le problème se présente de manière inverse : on connaît la symétrie de certaines propriétés d'un système et on cherche la symétrie réelle. Ainsi, d'après la loi de Friedel, la symétrie apparente d'un cristal, déduite de son diagramme de diffraction, est celle d'un groupe G centrosymétrique. Le groupe G possède en général plusieurs sous-groupes non centrosymétriques de même système cristallographique qui, avec G, sont des groupes de symétrie possibles du cristal. D'où l'intérêt de tests complémentaires de la symétrie réelle. Par exemple, si on peut détecter une polarisation électrique spontanée, le cristal n'est pas centrosymétrique.

#### **UNE PROPRIÉTÉ D'UN SYSTÈME PEUT-ELLE ÊTRE MOINS SYMÉTRIQUE QUE LE SYSTÈME ?**

On connaît des situations où le principe de Curie semble contraire à l'expérience.



### Le paradoxe de Mach.

Considérons l'expérience d'Ærsted. On place dans un même plan vertical  $\pi$  un fil électrique rectiligne et une aiguille aimantée de moment magnétique  $\vec{\mu}$ , susceptible de pivoter autour d'un axe parallèle au fil électrique. Puis, on lance l'intensité  $I$  dans le fil (fig. 4).

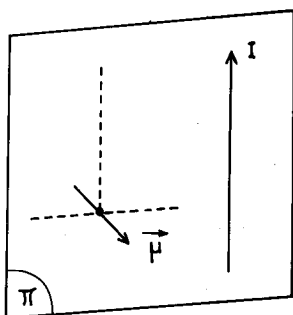


Fig. 4. — Le paradoxe de Mach.

Le plan  $\pi$  est, semble-t-il, un plan de symétrie : l'aiguille devrait donc rester dans le plan  $\pi$ . Or elle s'oriente perpendiculairement à  $\pi$ . L'explication est simple :  $\pi$  n'est pas un élément de symétrie de l'aimant, car  $\vec{\mu}$  est un vecteur axial et non polaire.

### Non-conservation de la parité.

Diverses expériences de physique nucléaire faisant intervenir les interactions faibles montrent qu'il est possible de distinguer la droite et la gauche, c'est-à-dire de leur attribuer une signification absolue. En particulier l'image dans un miroir d'une expérience réelle n'est pas toujours réalisable : on dit qu'il n'y a pas conservation de la parité.

L'expérience de Madame Wu relative à la désintégration du  $^{60}\text{Co}$  étant connue (voir l'article de F. Becker dans le B.U.P. n° 587), nous citons ici celle de Culligan (1959) dans laquelle des muons  $\mu^-$  polarisés se désintègrent suivant le schéma :  $\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$ . Le plan  $\pi$  perpendiculaire à la direction de polarisation des  $\mu^-$  semble être un plan de symétrie. Or, on constate que la répartition des électrons émis n'est pas symétrique par rapport à ce plan. En fait, il n'y a pas contradiction avec le principe de Curie. Les interactions nucléaires faibles, responsables de la désintégration des  $\mu^-$ , ne sont pas invariantes dans

un miroir. Par suite, le plan  $\pi$  n'est pas un plan de symétrie du système considéré.

En résumé, nous vérifions que si une propriété (supposée unique comme nous allons le voir) d'un système a une symétrie inférieure à celle du système, c'est qu'en fait la symétrie du système a été mal analysée et « surestimée » : si on écarte les « faux » éléments de symétrie (miroir  $\pi$  de l'expérience d'Ersted ou de l'expérience de Culligan), le principe de Curie est respecté.

### LE PRINCIPE DE CURIE EST-IL TOUJOURS APPLICABLE ?

Le principe de Curie ne s'applique que si l'effet (propriété d'un système, solution d'un problème) est *unique*. Supposons, en effet, qu'un problème ait pour symétrie le groupe  $G$ , et que la solution  $S$  supposée unique et non symétrique ait pour symétrie le groupe  $G'$ , sous-groupe de  $G$ . Soit  $\alpha$  une opération de symétrie de  $G$  n'appartenant pas à  $G'$  :  $\alpha S$  est une solution géométriquement équivalente, la solution du problème n'est donc pas unique contrairement à l'hypothèse de départ. Si elle est vraiment unique, tous les éléments de  $G$  la laissent invariante.

Réciproquement, si la solution n'est pas unique, une solution peut être moins symétrique que le problème. Mais on peut trouver alors des ensembles de solutions équivalentes, chaque ensemble possède la symétrie du problème. Passons en revue quelques exemples.

a) Soit une sphère conductrice chargée. On sait que la répartition des charges à l'équilibre est unique. Donc cette répartition (superficielle) est uniforme, elle a la symétrie de la sphère.

De même manière, le champ de gravitation  $\vec{g}$ , électrique  $\vec{E}$  ou magnétique  $\vec{B}$  créé en un point  $M$  par une répartition de masses, de charges ou de courants est unique : on peut donc utiliser le principe de Curie pour rechercher sa direction.

b) Soit une répartition de charges électriques de symétrie  $G$ . Recherchons les points  $M$  où le potentiel  $V_M$  a une valeur donnée  $V_0$  : la solution n'est pas unique, les points recherchés forment une surface équipotentielle  $\Sigma$ . Un point  $M$  tel que  $V_M = V_0$  n'est pas nécessairement invariant dans  $G$ . Par contre, la surface  $\Sigma$  est globalement invariante dans  $G$ .

c) Considérons la même répartition de charges électriques, et cherchons-en les points neutres, c'est-à-dire les points où le champ électrique  $\vec{E}$  est nul : un point neutre peut ne pas être invariant dans  $G$ .

Considérons par exemple trois charges égales placées aux sommets d'un triangle équilatéral (fig. 5). Il existe quatre points

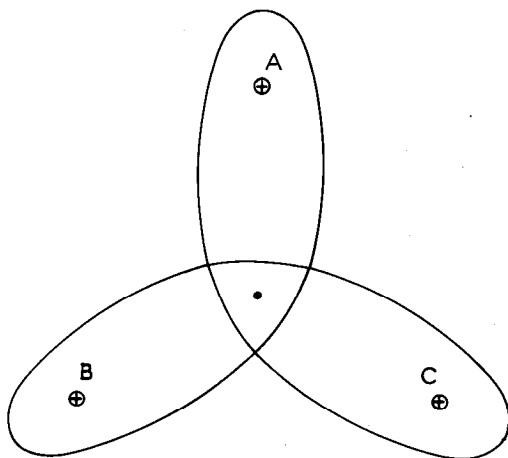


Fig. 5. — Points neutres du système de trois charges formant un triangle équilatéral.

neutres : le barycentre du triangle, invariant dans les opérations de symétrie du triangle, et trois points équivalents formant eux-mêmes un triangle équilatéral. Seul le premier, unique en son genre, possède toute la symétrie du système. L'ensemble des trois autres possède également cette symétrie.

d) Considérons une bille de très petites dimensions qui peut se déplacer à la surface intérieure d'une bouteille de champagne (de révolution), et cherchons ses positions d'équilibre (fig. 6). La position d'équilibre instable I, unique, est symé-

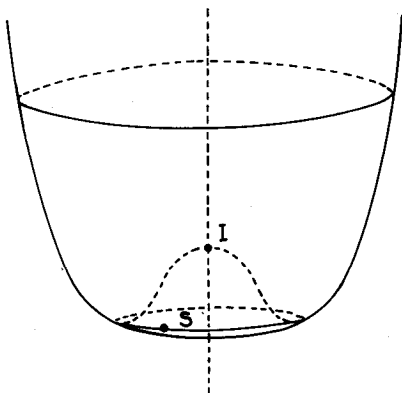


Fig. 6. — Equilibre d'une bille au fond d'une bouteille.

trique ; une position d'équilibre stable S (pour les déplacements dans un plan méridien) n'est pas symétrique, mais l'ensemble des positions d'équilibre stable est symétrique (cercle d'équilibre, qui en fait, est indifférent pour les rotations).

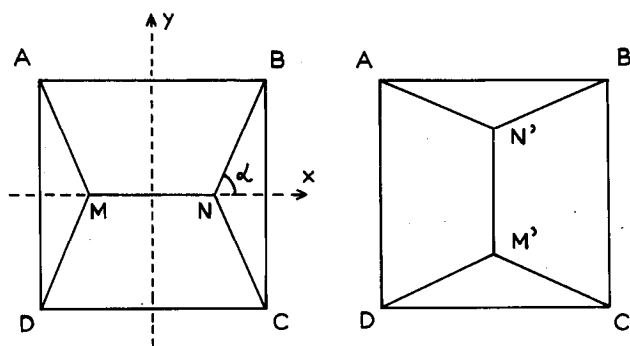


Fig. 7. — Le problème des quatre villes.

e) On cherche à relier quatre villes A, B, C, D situées aux sommets d'un carré par des routes de longueur totale minimale. La solution n'est pas unique (fig. 7) : il y a deux solutions équivalentes, non symétriques, se déduisant l'une de l'autre par une rotation de  $90^\circ$ .

Plus précisément, soient Ox et Oy les axes du carré, M et N deux points de l'axe Ox d'abscisses respectives  $x$  et  $-x$ . Il est facile de vérifier que la somme des trajets rectilignes  $AN + DN + NM + BM + CM$  est minimale lorsque l'angle  $\alpha$  vaut  $60^\circ$  ( $x$  est

alors racine de l'équation  $3x^2 - 6ax + 2a^2 = 0$  ou  $(x-a)^2 = \frac{a^3}{3}$ , d'où  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$ ).

f) On considère un mouvement rectiligne  $x(t)$  créé par une force. En général, le mouvement est unique. On peut imaginer cependant des situations où le mouvement est indéterminé. C'est le cas du mouvement  $x(t)$  solution de l'équation différentielle

trielle  $\frac{d^2x}{dt^2} = 6x^{1/3}$  pour les conditions initiales centrosymé-

triques  $x_0 = 0$ ,  $\frac{dx}{dt_0} = 0$ . La solution  $x(t) = 0$  est symétrique,

les solutions  $x(t) = \pm t^3$  ne le sont pas.

## LES RUPTURES SPONTANÉES DE SYMÉTRIE.

Il arrive souvent qu'un système de symétrie  $G$  et dépendant d'un paramètre  $\lambda$  voie sa symétrie s'abaisser brutalement lorsque  $\lambda$  franchit une valeur critique  $\lambda_c$ .

a) Un point  $M(x, 0)$  relié au point  $A(0, y)$  par un ressort peut se déplacer sans frottement sur l'axe des  $x$  (fig. 8).

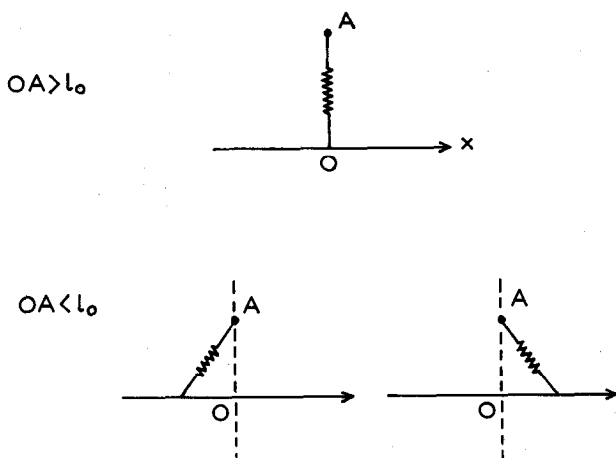


Fig. 8. — Une brisure spontanée de symétrie.

Cherchons une position d'équilibre. Si  $OA$  est supérieur à  $l_0$ , la longueur naturelle du ressort, cette position est unique et symétrique : c'est le point  $O$ . Si  $OA < l_0$ , il existe deux positions d'équilibre symétriques par rapport à  $O$ , telles que  $AM = l_0$ . Si  $A$ , initialement tel que  $OA > l_0$ , se rapproche de  $O$ , la symétrie du système s'abaisse quand  $OA$  franchit la valeur  $l_0$ .

b) On exerce une pression verticale sur une poutre verticale de symétrie de révolution. Si la pression est faible, la poutre conserve sa forme de cylindre droit. Si la pression dépasse une valeur critique calculée par Euler, il y a flambage : la poutre s'incurve dans un plan vertical, la symétrie cylindrique disparaît.

Les transitions de phase dans les cristaux fournissent d'autres exemples. Ces phénomènes ne sont pas contradictoires avec le principe de Curie, en ce sens que :

a) Pour  $\lambda > \lambda_c$ , la solution du problème (position d'équilibre stable) n'est pas unique, elle n'a donc pas à être symétrique ; par contre, l'ensemble des solutions possède la symétrie de départ.

b) Pour  $\lambda < \lambda_c$ , le système « choisit » entre différentes solutions non symétriques équivalentes, et la symétrie s'abaisse. Mais le choix s'opère sous l'influence d'une perturbation non symétrique (champ aléatoire, germe, défaut).

### LES LIMITES DU PRINCIPE DE CURIE.

a) Dans le cas où la solution d'un problème est unique, elle est invariante dans le groupe de symétrie du problème. Le principe de Curie permet ainsi d'obtenir de nombreux renseignements *qualitatifs* : nullité ou non-nullité d'un coefficient numérique, direction d'un vecteur, et de simplifier ainsi la résolution du problème. Mais les propriétés *quantitatives* du système étudié dépendent de sa nature physique, elles ne sont pas imposées par la symétrie. Ainsi, les frères Curie purent prévoir le phénomène de piezoélectricité du quartz, mais non l'ordre de grandeur de ses coefficients piezoélectriques ou leur origine physique. Il en est de même pour l'expérience de Wiedemann, dans laquelle un fil de fer aimanté et parcouru par un courant se tord : on peut prévoir la torsion, mais non le mécanisme physique qui en est responsable et l'intensité du phénomène.

Le caractère qualitatif des renseignements tirés de la symétrie est à rapprocher de celui des renseignements tirés de l'analyse dimensionnelle, ou encore des lois de la thermodynamique ou du principe de causalité. Par exemple, en raison de l'existence d'une énergie élastique, le tenseur d'élasticité (d'ordre 4) d'un cristal sans symétrie d'orientation (triclinique) ne possède pas  $3^4 = 81$ , mais seulement 21 coefficients indépendants. De même, d'après les relations d'Onsager, le tenseur de conductivité électrique (d'ordre 2) est symétrique :  $\gamma_{ji} = \gamma_{ij}$ .

b) Quel que soit l'intérêt du principe de Curie, il a fallu attendre cependant le développement de la théorie des représentations matricielles des groupes (vers 1925) pour qu'on puisse extraire de la connaissance de la symétrie le maximum d'informations. C'est ainsi que Wigner, en 1928, a pu étudier de manière exhaustive les modes normaux de vibration des molécules symétriques, alors que le principe de Curie ne permet de prédire que les modes totalement symétriques (dans lesquels la symétrie de la molécule est conservée). De même, seule la théorie des représentations permet de prévoir les ruptures spontanées de symétrie que peut subir un système (modèle de Landau des transitions de phases). Cette théorie joue un rôle fondamental dans l'étude des propriétés des systèmes quantiques : noyaux, molécules et cristaux.

c) Certaines propriétés de systèmes invariants dans un groupe de symétrie  $G$  s'expriment sous forme de lois de conser-

vation. Ces lois n'apparaissent que si  $G$  est un groupe continu, et ne se déduisent pas du principe de Curie. Hamel (1904) a montré le premier que les lois de conservation du moment linéaire, du moment cinétique et de l'énergie sont des conséquences respectives de l'invariance par translation dans l'espace, par rotation, et par translation dans le temps. Ce point de vue a été généralisé par E. Noether (1918) : toute loi de conservation se déduit de l'existence d'une symétrie continue.

---

#### REFERENCES UTILES

---

- F. BECKER, B.U.P. n° 587.
  - J. FAGET et J. MAZZASCHI, *Travaux Dirigés d'Electromagnétisme*, tome 1, Vuibert Université (1982).
  - R.-P. FEYNMAN, *Cours de Physique*, tome 1, Addison-Wesley (1963).
  - M. HULIN, B.U.P. n° 572.
  - J. NICOLLE, *La Symétrie*, Collection Que Sais-je, n° 743.
  - J. SIVARDIÈRE, *European J. of Physics* 5, 46 (1984).
  - H. WEYL, *Symmetry*, Princeton University Press (1952).
-