- $\hat{H} = g\mu_B \vec{B} \cdot \sum_i \hat{\vec{S_i}} - \sum_{i,j\neq i} J_{ij} \hat{\vec{S_i}} \cdot \hat{\vec{S_j}}$

- $Z = Tr(e^{-\beta \hat{H}})$ $(2S+1)^N$ états de spin possible. (Dans la suite $S = \frac{1}{2}$)

Le calcul n'est pas possible, il faut avoir recours à une approx.

Pour découpler les spins $(\hat{S_i} \cdot \hat{S_j})$, nous allons faire le remplacement :

$$\hat{\vec{S_i}}\hat{\vec{S_j}} \longrightarrow \hat{\vec{S_i}}\langle\vec{S}\rangle + \langle\vec{S}\rangle\hat{\vec{S_j}} - \langle\vec{S}\rangle\langle\vec{S}\rangle$$

$$\left(\hat{\vec{S_i}} - \langle\vec{S}\rangle + \langle\vec{S}\rangle\right)\left(\hat{\vec{S_j}} - \langle\vec{S}\rangle + \langle\vec{S}\rangle\right)$$ en négligeant $\hat{\vec{S_i}} - \langle\vec{S}\rangle$ au 2nd ordre

$$\hat{H}_{cm} = g\mu_B \vec{B} \cdot \sum_i \hat{\vec{S_i}} - 2\langle\vec{S}\rangle \sum_{i,j\neq i} J_{ij} \hat{\vec{S_i}} + \langle\vec{S}\rangle^2 \sum_{i,j\neq i} J_{ij}$$

On considère l'intéraction entre les z plus proches voisins avec $J_{ij} = J$ équidistants

$$\hat{H}_{cm} = g\mu_B \underbrace{\left(\vec{B} - \frac{2\langle\vec{S}\rangle z J}{g\mu_B}\right)}_{B_{eff}} \sum_i \hat{\vec{S_i}} + NzJ\langle\vec{S}\rangle^2$$

$$\vec{B_{eff}} = \vec{B} - \frac{2\langle\vec{S}\rangle z J}{g\mu_B}$$

moment magnétique total

$$B_{eff} = B - \frac{2zJ}{g\mu_B}|\langle\vec{S}\rangle| = B - \frac{2zJ}{g\mu_B}\frac{M}{Ng\mu_B} = B - \frac{2zJ}{g\mu_B} S \frac{M}{M_{sat}}$$

$$= B - g\frac{M}{M_{sat}}$$

$$\hat{H}_{cm} = g\mu_B B_{eff} \sum_i \hat{S}_{iz} + NS^2 \omega R^2$$

$R = \frac{|\langle\vec{S}\rangle|}{S} = \frac{|\vec{M}|}{M_{sat}}$

$\omega = zJ$

$$\hat{H}_{cm} = \sum_i \left(g\mu_B B_{eff} \hat{S}_{iz} + S^2 \omega R^2\right)$$

$$= \sum_i H_i$$

<u>Cas spin $\frac{1}{2}$</u> : $\hat{H}_{cm} = \sum_i \left(g\mu_B \frac{B_{eff}}{2} \hat{\sigma}_{iz} + S^2\omega R^2\right)$

$$Z = \mathcal{G}^N \text{ avec } \mathcal{G} = \left[\exp\left(-\beta\left[g\mu_B \frac{B_{eff}}{2}\right]\right) + \exp\left(\beta g\mu_B \frac{B_{eff}}{2}\right)\right] \exp(-\beta S^2 \omega R^2)$$

$$\mathcal{G} = 2\exp(-\beta S^2 \omega R^2)\, ch\left(\beta g \frac{\mu_B}{2} B_{eff}\right)$$