

Étude d'une lampe à incandescence

par François DURAND

Lycée du Mont-Blanc-René Dayve - 74190 Passy

RÉSUMÉ

A partir des mesures de tension et d'intensité, on détermine les caractéristiques d'une lampe à filament de tungstène : température du filament, longueur d'onde d'émission maximale, dimensions du filament. On peut donc choisir la température du filament d'une lampe en ajustant la tension ou l'intensité.

On considère d'abord le filament lumineux comme un corps noir et on néglige les variations de dimensions dues aux différences de température. Le calcul du rendement énergétique amène à considérer ensuite le filament non plus comme un corps noir mais comme un corps gris.

Cette étude peut être une occasion d'utiliser l'ordinateur pour les calculs et la simulation.

Les mesures sont faites ici pour une lampe 220 V / 100 W, à la température ambiante T_A ($T_A = 20^\circ\text{C}$ au moment des mesures), mais on peut utiliser toute autre lampe.

1. RÉSISTIVITÉ DU TUNGSTÈNE EN FONCTION DE LA TEMPÉRATURE

Pour le tungstène, on trouve les données suivantes :

| | | |
|--|---|--|
| à 25°C | à 1600°C | à 3000°C |
| $\rho = 5,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ | $\rho = 50 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ | $\rho = 100 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ |

Ce qui correspond à la relation :

$$\rho = \rho_0 (1 + at + bt^2) \quad t \text{ en degré Celsius}$$

$$\rho_0 = 5 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \quad ; \quad a = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad ; \quad b = 5,1 \cdot 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$$

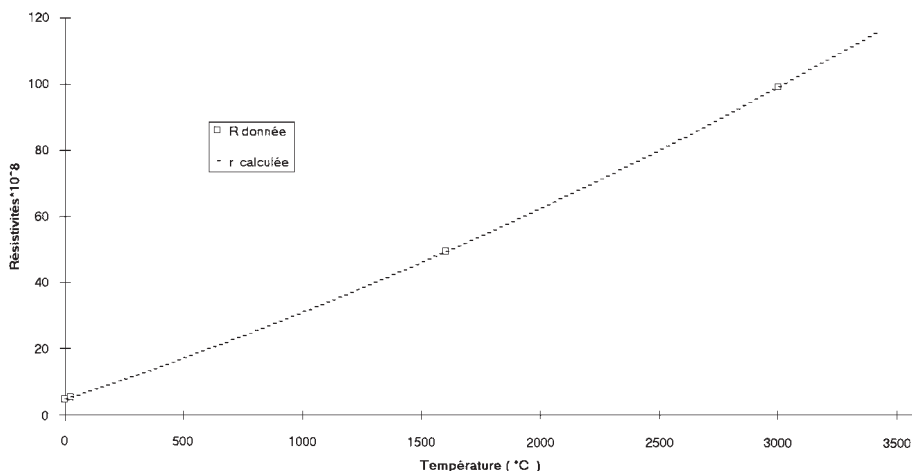


Figure 1 : Résistivité du tungstène.

2. TEMPÉRATURE DU FILAMENT

2.1. On fait varier U aux bornes de la lampe : tous les résultats des mesures et calculs sont rapportés dans le tableau 2. On trace la courbe $R(I)$ (cf. figure 2), on distingue deux parties :

♦ Au dessus de 100 mA

La résistance augmente avec la température. On retrouve assez bien le tracé de la courbe en prenant une branche de parabole :

$$I = pR^2 + qR + r \quad (I \text{ en mA})$$

avec : $p = 7 \cdot 10^{-4}$; $q = 0,35$; $r = 62,3$

mais on peut affiner.

♦ Au dessous de 100 mA

Quand I diminue, la résistance tend vers sa valeur R_{20} à 20°C. En extrapolant on trouve $36 \Omega < R_{20} < 37 \Omega$, ce qui correspond à l'indication de l'ohmmètre :

$$R_{20} = 36,3 \Omega$$

(donc l'ohmmètre ne fait pas sensiblement chauffer le filament lors de la mesure).

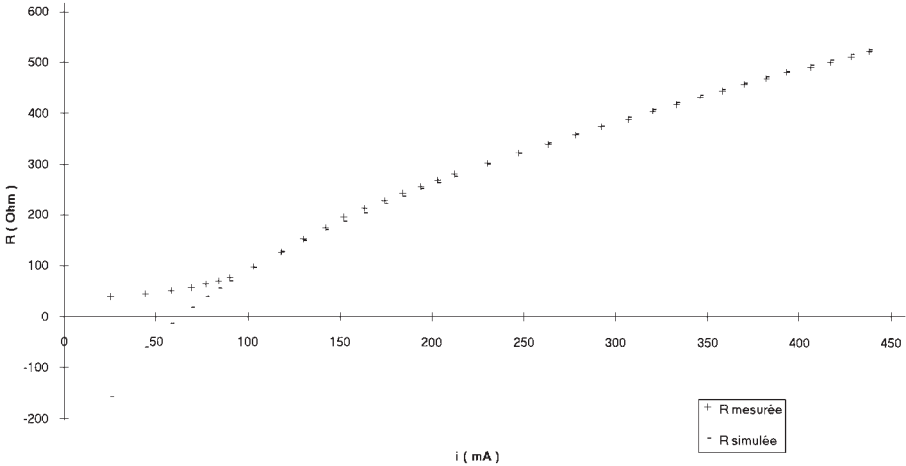


Figure 2 : Résistance d'une lampe de 100 W.

Avec $R_t = R_0 (1 + at + bt^2)$, pour $t = 20^\circ\text{C}$, on trouve pour 0°C :

$$R_0 = 33,12 \, \Omega$$

2.2. Détermination de la température du filament pour U ou I quelconque

Si on néglige les variations des dimensions du filament, alors :

$$\frac{R_t}{R_0} = \frac{\rho_t}{\rho_0}$$

On trouve la température t en identifiant les rapports R_t / R_0 et ρ_t / ρ_0 , calculés au préalable (cf. tableaux 1 et 2). Exemple :

$$U = 220 \, \text{V} \quad ; \quad R_t = 514 \, \Omega \quad ; \quad R_t / R_0 = 15,52$$

qui correspond à $t \approx 2407^\circ\text{C}$, $T \approx 2680 \, \text{K}$.

2.3. Longueur d'onde d'émission énergétique maximale

♦ Loi de Wien $\lambda_{\max} \cdot T = \text{constante} (2,9 \cdot 10^{-3} \, \text{K} \cdot \text{m})$

Résultats dans le tableau 2, exemple :

$$T = 2680 \, \text{K}$$

on trouve : $\lambda_{\max} = 1082 \, \text{nm}$

tungstène : rapport des résistivités à t°C et 0°C
Coefficients 0,0048 a r/ro=(1+at+bt2)
0.00000051 b

| t (°C) | r /ro | t (°C) | r / ro | t (°C) | r /ro |
|----------|-------|----------|--------|----------|-------|
| 0 | 1.00 | 1250 | 7.80 | 2500 | 16.19 |
| 25 | 1.12 | 1275 | 7.95 | 2525 | 16.37 |
| 50 | 1.24 | 1300 | 8.10 | 2550 | 16.56 |
| 75 | 1.36 | 1325 | 8.26 | 2575 | 16.74 |
| 100 | 1.49 | 1350 | 8.41 | 2600 | 16.93 |
| 125 | 1.61 | 1375 | 8.56 | 2625 | 17.11 |
| 150 | 1.73 | 1400 | 8.72 | 2650 | 17.30 |
| 175 | 1.86 | 1425 | 8.88 | 2675 | 17.49 |
| 200 | 1.98 | 1450 | 9.03 | 2700 | 17.68 |
| 225 | 2.11 | 1475 | 9.19 | 2725 | 17.87 |
| 250 | 2.23 | 1500 | 9.35 | 2750 | 18.06 |
| 275 | 2.36 | 1525 | 9.51 | 2775 | 18.25 |
| 300 | 2.49 | 1550 | 9.67 | 2800 | 18.44 |
| 325 | 2.61 | 1575 | 9.83 | 2825 | 18.63 |
| 350 | 2.74 | 1600 | 9.99 | 2850 | 18.82 |
| 375 | 2.87 | 1625 | 10.15 | 2875 | 19.02 |
| 400 | 3.00 | 1650 | 10.31 | 2900 | 19.21 |
| 425 | 3.13 | 1675 | 10.47 | 2925 | 19.40 |
| 450 | 3.26 | 1700 | 10.63 | 2950 | 19.60 |
| 475 | 3.40 | 1725 | 10.80 | 2975 | 19.79 |
| 500 | 3.53 | 1750 | 10.96 | 3000 | 19.99 |
| 525 | 3.66 | 1775 | 11.13 | 3025 | 20.19 |
| 550 | 3.79 | 1800 | 11.29 | 3050 | 20.38 |
| 575 | 3.93 | 1825 | 11.46 | 3075 | 20.58 |
| 600 | 4.06 | 1850 | 11.63 | 3100 | 20.78 |
| 625 | 4.20 | 1875 | 11.79 | 3125 | 20.98 |
| 650 | 4.34 | 1900 | 11.96 | 3150 | 21.18 |
| 675 | 4.47 | 1925 | 12.13 | 3175 | 21.38 |
| 700 | 4.61 | 1950 | 12.30 | 3200 | 21.58 |
| 725 | 4.75 | 1975 | 12.47 | 3225 | 21.78 |
| 750 | 4.89 | 2000 | 12.64 | 3250 | 21.99 |
| 775 | 5.03 | 2025 | 12.81 | 3275 | 22.19 |
| 800 | 5.17 | 2050 | 12.98 | 3300 | 22.39 |
| 825 | 5.31 | 2075 | 13.16 | 3325 | 22.60 |
| 850 | 5.45 | 2100 | 13.33 | 3350 | 22.80 |
| 875 | 5.59 | 2125 | 13.50 | 3375 | 23.01 |
| 900 | 5.73 | 2150 | 13.68 | 3400 | 23.22 |
| 925 | 5.88 | 2175 | 13.85 | FUSION | |
| 950 | 6.02 | 2200 | 14.03 | | |
| 975 | 6.16 | 2225 | 14.20 | | |
| 1000 | 6.31 | 2250 | 14.38 | | |
| 1025 | 6.46 | 2275 | 14.56 | | |
| 1050 | 6.60 | 2300 | 14.74 | | |
| 1075 | 6.75 | 2325 | 14.92 | | |
| 1100 | 6.90 | 2350 | 15.10 | | |
| 1125 | 7.05 | 2375 | 15.28 | | |
| 1150 | 7.19 | 2400 | 15.46 | | |
| 1175 | 7.34 | 2425 | 15.64 | | |
| 1200 | 7.49 | 2450 | 15.82 | | |
| 1225 | 7.65 | 2475 | 16.00 | | |

Tableau 1

Lampe 220V , 100 W

Mesures : U et I

Calculs : P , R , T , lambda maximale et rendement

| U (V) | I (mA) | R(Ohm) | T (K) | L.max. | P (W) | P (W) | Pr (W) | Pr / P | I (mA) |
|---------|----------|--------|---------|--------|---------|----------|----------|-----------|----------|
| mesurée | mesurée | | | (nm) | mesurée | calculée | calculée | rendement | calculée |
| 1 | 25 | 40 | 315 | 9206 | 0.03 | 0.04 | 0.00 | 0.10 | 32.13 |
| 2 | 44 | 45 | 350 | 8286 | 0.09 | 0.11 | 0.01 | 0.11 | 50.32 |
| 3 | 58 | 52 | 390 | 7436 | 0.17 | 0.20 | 0.03 | 0.13 | 62.60 |
| 4 | 69 | 58 | 430 | 6744 | 0.28 | 0.29 | 0.05 | 0.16 | 71.28 |
| 5 | 77 | 65 | 470 | 6170 | 0.39 | 0.39 | 0.07 | 0.18 | 78.11 |
| 6 | 84 | 71 | 510 | 5686 | 0.50 | 0.49 | 0.10 | 0.21 | 83.85 |
| 7 | 90 | 78 | 550 | 5273 | 0.63 | 0.60 | 0.14 | 0.24 | 88.93 |
| 10.2 | 103 | 99 | 670 | 4328 | 1.05 | 1.00 | 0.33 | 0.33 | 102.36 |
| 15 | 118 | 127 | 830 | 3494 | 1.77 | 1.76 | 0.79 | 0.45 | 119.49 |
| 20 | 130 | 154 | 980 | 2959 | 2.60 | 2.79 | 1.56 | 0.56 | 136.67 |
| 25 | 142 | 176 | 1100 | 2636 | 3.55 | 3.93 | 2.48 | 0.63 | 151.61 |
| 30 | 152 | 197 | 1210 | 2397 | 4.56 | 5.28 | 3.63 | 0.69 | 166.29 |
| 35 | 163 | 215 | 1300 | 2231 | 5.71 | 6.65 | 4.85 | 0.73 | 178.98 |
| 40 | 174 | 230 | 1380 | 2101 | 6.96 | 8.11 | 6.16 | 0.76 | 190.75 |
| 45 | 184 | 245 | 1455 | 1993 | 8.28 | 9.70 | 7.61 | 0.78 | 202.19 |
| 50 | 194 | 258 | 1520 | 1908 | 9.70 | 11.27 | 9.07 | 0.80 | 212.40 |
| 55 | 203 | 271 | 1590 | 1824 | 11.17 | 13.19 | 10.86 | 0.82 | 223.70 |
| 60 | 212 | 283 | 1645 | 1763 | 12.72 | 14.87 | 12.44 | 0.84 | 232.78 |
| 70 | 230 | 304 | 1750 | 1657 | 16.10 | 18.56 | 15.94 | 0.86 | 250.58 |
| 80 | 247 | 324 | 1840 | 1576 | 19.76 | 22.27 | 19.48 | 0.88 | 266.31 |
| 90 | 263 | 342 | 1930 | 1503 | 23.67 | 26.53 | 23.59 | 0.89 | 282.45 |
| 100 | 278 | 360 | 2010 | 1443 | 27.80 | 30.84 | 27.75 | 0.90 | 297.11 |
| 110 | 292 | 377 | 2085 | 1391 | 32.12 | 35.36 | 32.13 | 0.91 | 311.11 |
| 120 | 307 | 391 | 2150 | 1349 | 36.84 | 39.67 | 36.33 | 0.92 | 323.44 |
| 130 | 320 | 406 | 2215 | 1309 | 41.60 | 44.39 | 40.93 | 0.92 | 335.94 |
| 140 | 333 | 420 | 2280 | 1272 | 46.62 | 49.53 | 45.95 | 0.93 | 348.61 |
| 150 | 346 | 434 | 2340 | 1239 | 51.90 | 54.67 | 50.99 | 0.93 | 360.44 |
| 160 | 358 | 447 | 2395 | 1211 | 57.28 | 59.73 | 55.95 | 0.94 | 371.40 |
| 170 | 370 | 459 | 2450 | 1184 | 62.90 | 65.15 | 61.27 | 0.94 | 382.47 |
| 180 | 382 | 471 | 2500 | 1160 | 68.76 | 70.40 | 66.43 | 0.94 | 392.62 |
| 190 | 393 | 483 | 2550 | 1137 | 74.67 | 75.97 | 71.91 | 0.95 | 402.85 |
| 200 | 406 | 493 | 2590 | 1120 | 81.20 | 80.66 | 76.53 | 0.95 | 411.09 |
| 210 | 417 | 504 | 2640 | 1098 | 87.57 | 86.83 | 82.61 | 0.95 | 421.47 |
| 220 | 428 | 514 | 2680 | 1082 | 94.16 | 92.03 | 87.74 | 0.95 | 429.83 |
| 230 | 438 | 525 | 2730 | 1062 | 100.74 | 98.85 | 94.47 | 0.96 | 440.34 |

Tableau 2

3. SURFACE DU FILAMENT : PUISSANCE ET TEMPÉRATURE

Connaissant T pour tout I et U , on peut tracer la courbe $P_{\text{mesurée}}(T) = UI$. On cherche maintenant l'équation théorique de $P(T)$, soit S la surface du filament :

puissance électrique consommée : $P = U \cdot I$

♦ Loi de Stefan ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ S.I.)

puissance rayonnée à T_A ($U = 0$ V) : $\sigma S T_A^4$

puissance rayonnée à T ($U \neq 0$ V) : $\sigma S T^4$

partie de P rayonnée : $Pr = \sigma S (T^4 - T_A^4)$

♦ Loi de Newton

Partie de P dissipée par conduction et convection = P_Q

$$P_Q = K (T - T_A)$$

$$P = P_r + P_Q$$

donc : $P(T) = \sigma S (T^4 - T_A^4) + K (T - T_A)$

♦ Deux inconnues : S et K

En théorie il suffit d'écrire cette équation pour deux températures, connaissant U et I pour tout T , donc $P = U \cdot I$, et d'en tirer les valeurs de S et K . Cette méthode, compte tenu des variations expérimentales, donne des résultats trop variables suivant les températures choisies : de 24 à 33 mm² pour S , pour K de 0, et même d'une valeur négative, à 10^{-2} W · K⁻¹.

On approche de plus près la réalité avec la simulation sur ordinateur : on trace avec un tableur les courbes $P_{\text{mesurée}}(T)$ et $P(T)$ théorique, on ajuste les coefficients S et K de façon à arriver à une coïncidence satisfaisante des deux courbes (cf. figure 3). On trouve alors :

$$S = 30 \text{ mm}^2 \quad \text{et} \quad K = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$$

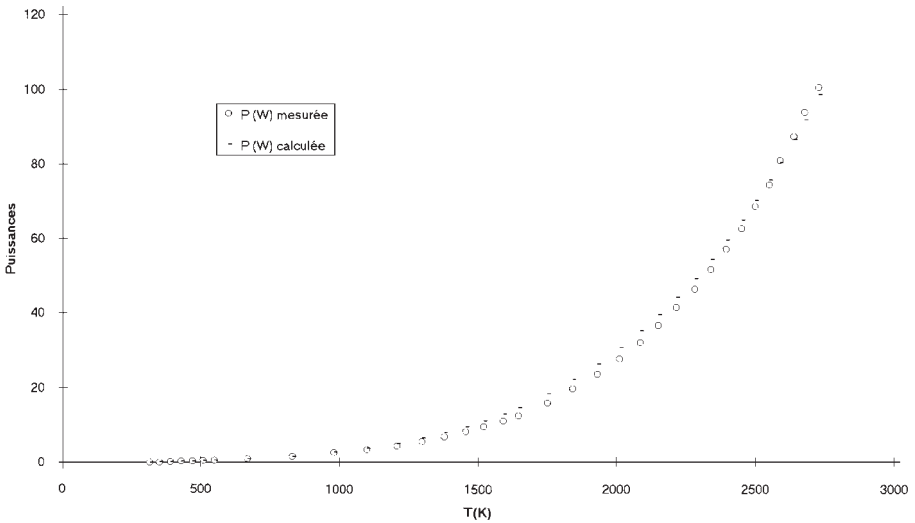


Figure 3

4. DIMENSIONS DU FILAMENT

Surface du filament : $S = 30 \text{ mm}^2$

On le suppose cylindrique, donc deux inconnues : rayon r et longueur L . Deux équations :

$$\text{résistance : } R = \rho L / \pi r^2 \quad \text{et} \quad \text{surface : } S = 2 \pi r \cdot L$$

On trouve : $L \approx 36 \text{ cm}$ et $r \approx 13 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$

5. COURBE TEMPÉRATURE / INTENSITÉ

D'après $P(T)$, avec $U = R_t \cdot I$ pour l'intensité $I_{\text{calculée}}(T)$:

$$I^2 = \sigma S (T^4 - T_A^4) + K (T - T_A) / R_0 (1 + at + bt^2)$$

Avec : $t = T - T_0$; $T_0 = 273 \text{ K}$

$$I^2 = \frac{\sigma S (T^4 - T_A^4) + K (T - T_A)}{R_0 \left[1 + a (T - T_0) + b (T - T_0)^2 \right]}$$

Connaissant S et K , on peut avec un tableur tracer la courbe $I_{calculée}(T)$ et comparer avec $I_{mesurée}(T)$ (cf. figure 4) : on retrouve bien la coïncidence des courbes. On peut donc choisir la température du filament en jouant sur I (ou sur U si on trace $U(T)$).

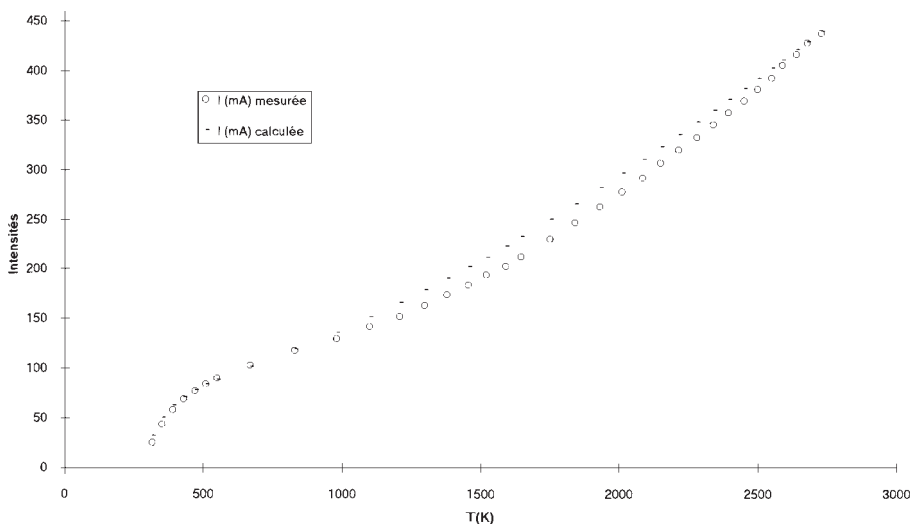


Figure 4

6. RENDEMENT

On calcule Pr / P aux différentes températures : on trouve des valeurs de l'ordre de 0,9 à la température de fonctionnement, au lieu de 0,7 environ attendu. Les mesures et calculs effectués pour d'autres lampes (220 V / 25 W et 220 V / 60 W mais aussi 12 V) amènent au même résultat. La bonne correspondance des courbes des puissances mesurée et calculée en fonction de la température indique que l'équation admise pour la puissance est correcte, il faut donc admettre que le filament ne fonctionne pas comme un corps noir mais comme un corps gris et que la puissance rayonnée n'est que de ϵP_r , ϵ étant compris entre 0 et 1, le reste étant évacué sous forme de chaleur dans P_Q . Pour retrouver une valeur du rendement de 0,67 par exemple il faut prendre $\epsilon = 0,7$. Le filament fonctionne donc comme un corps noir à 70 % environ.

Remarque : l'introduction de ε n'oblige pas à reconsidérer la valeur de la surface du filament, et donc de ses dimensions, car la puissance totale consommée par le filament reste la même, elle est seulement répartie en puissance rayonnée et en chaleur.

7. ON A NÉGLIGÉ LA DILATATION DU FILAMENT

Dilatation linéaire du tungstène :

$$L = L_0 (1 + \alpha t)$$

avec : $\alpha = 5,5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Pour une augmentation de température de 2000°C en tenant compte de la dilatation de la longueur et du rayon du filament, on trouve $\Delta R / R \approx 10^{-2}$, ce qui est compatible avec la précision des mesures effectuées.