

Niveau : CPGE (PC)

Prérequis : Physique ondulatoire -Notion de MQ (ES indépendante du temps, courant de probabilité, puits de potentiel de profondeur fini afin de déjà avoir la notion d'onde évanescence) - Radioactivité (lycée)

Biblio :

[1] Physique Tout-en-un PC/PC*, Edition Dunod 2014, 4^{ème} édition

[2] BUP n°699 http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=8576

[3] Berkeley, Cours de physique, physique quantique volume 4, édition Armand Colin 1974

[4] BUP n°734 http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=3903

Image bonhomme : <http://www.slate.fr/life/71883/IBM-produit-la-premiere-video-atomique>

Vidéo Synchrotron soleil : <https://www.youtube.com/watch?v=NEsbREz-BBU>

Vidéos Julien Bobroff : <https://www.youtube.com/watch?v=DC0U5viudt0>

<https://www.youtube.com/watch?v=6i0Suqe52wE>

Intro : Avec le puits de potentiel et la barrière de potentiel, on a vu que la fonction d'onde pouvait déborder sur des zones où le potentiel est plus grand que son énergie. Ce phénomène a-t-il des conséquences exploitables ?

I. Barrière de potentiel et effet tunnel

1. Barrière de potentiel : position du problème

[1] p. 1250 Faisceau de particule provenant de l'infini et arrivant sur la barrière de potentiel. Cas où $E < V_0$. Définition de la limite de cette barrière + schéma des 3 zones. Description du cas classique. En MQ existence d'une probabilité non nulle de se retrouver dans la barrière de potentiel, zone classiquement interdite.

Donner les solutions pour les 3 régions sous forme exponentielle (presque comme dans **[1] p.1245**). Simplifier certains termes grâce à l'étude des 3 régions et donner la forme finale des solutions.

2. Raccordement

[1] p. 1252 Le potentiel $V(x)$ a une discontinuité d'amplitude finie \rightarrow Imposer la continuité de la fonction d'onde en $-a/2$ et $a/2$: écrire les équations associées, Imposer la continuité de la dérivée : faire le calcul et donner les équations. (Comme on ne va pas vraiment utiliser ces calculs on peut en écrire une et écrire simplement $\phi\left(\frac{a}{2}\right) = \phi\left(-\frac{a}{2}\right)$ et pareil pour la dérivée). On a 4 équations et 5 inconnues : à ce stade on pourrait exprimer 4 des inconnues en fonction de la 5^{ème}.

3. Probabilité de réflexion et de transmission

[1] p. 1252 Écrire les fonctions d'ondes incidente, réfléchie et transmise. (Attention petite erreur remplacer B3 par A3). Rappeler la définition du vecteur densité de courant **[1] p.1210**, et le calculer pour les 3 fonctions d'onde. On définit les coefficients en réflexion et en transmission. Les conditions de raccordement nous ont permis d'exprimer 4 des inconnus, cela peut nous permettre de trouver l'expression de R et de T. (on le fait pas mais pour les obtenir il faut faire la somme puis le rapport des 2 équations de continuités pour obtenir les coefficients). Il existe une probabilité de transmission jamais nulle \rightarrow effet tunnel ! **[1] p.1254** Faire l'approximation de la barrière épaisse, donner des OdG de T en fonction de la particule. **[1] p.1255**

Transition : application de l'effet Tunnel

4. Application technologique : le microscope à effet tunnel

PWP principe. **[2] p.1269** Petit historique du microscope à effet tunnel. Principe de fonctionnement : électrons de conduction « voient » une marche de potentiel ; probabilité de présence non nulle dans la marche mais décroît rapidement comme une onde évanescence sur une distance caractéristique δ qui est de $6.10^{-10} m$. Faire schéma au tableau. Vidéo Brobroff ou synchrotron soleil

Approche d'un 2^{ème} conducteur, on applique une différence de potentiel \rightarrow barrière de potentiel \rightarrow apparition de courant tunnel. Donner l'expression de ce courant. **[1] p.1258** Donner les 4 contraintes technologiques du microscope.

[1] p.1308 Q3 Un déplacement de la pointe de $10^{-11} m$ correspond à une variation d'intensité relative de 3% : faire le calcul. **[2] p.1275** Analyser la résolution latérale, transverse (qui est limitée par les vibrations) et la hauteur de la barrière de potentiel. (remarque dans la 3^{ème} page, on peut en déduire une valeur de V_0 .)

Le sens de passage des électrons est déterminé par la tension appliquée **[1] p.1308 Q3**

Effet tunnel peut se faire selon 2 fonctionnements : Topographie, spectroscopie. [1] p.1258 (possible de lire le [2] p.1271-1276 à ce sujet mais on n'apprend pas beaucoup plus que dans le Dunod).

Transition : autre processus non pas technologique mais naturel qui se fait par effet tunnel.

II. Exemple naturel : la radioactivité alpha

1. Faits expérimentaux

[1] p.1260 Faire un rappel sur la désintégration alpha + donner un exemple de la désintégration du radium.

On peut réaliser une constatation expérimentale de la radioactivité alpha : **PWP** il semble que la demi-vie de la particule alpha est d'autant plus courte que l'énergie cinétique de la particule est grande et de même on constate expérimentalement qu'il existe des noyaux comme le radium (émetteur de particule alpha) qui ont une durée de vie anormalement longue en comparaison d'autre noyaux comme le polonium.

Transition : nous allons expliquer ces temps de vie grâce au phénomène de l'effet tunnel.

2. Modélisation par un puits

[1] p.1262 Afin de décrire ces phénomènes on adopte un modèle. On suppose que la particule alpha existe à l'intérieur du noyau. Elle est soumise à une E_p résultant de l'interaction forte de courte portée, et de la répulsion électrostatique entre la particule alpha et le nouveau noyau à $Z-2$ protons. A l'extérieur de la surface du noyau le potentiel est celui de Coulomb : $V(r) = \frac{2e^2(Z-2)}{4\pi\epsilon_0 r}$.

[1] p.1264 + lire [4] p.738 Faire le schéma du puits. [3] p.294 Le potentiel $V(r)$ pour un rayon de noyau de 7.3 fm donne un potentiel $\sim 33.9 \text{ MeV}$ (on a utilisé la forme coulombienne du potentiel, en remplaçant R par 7.3 fm). Cependant la particule a une énergie cinétique bien inférieure : de l'ordre de 5 MeV. On ne devrait donc pas observer cette particule alpha qui devrait rester piégée dans le puits. \rightarrow Existence de l'effet tunnel.

La particule doit traverser la barrière par effet tunnel sur une distance allant de R à R_c (région limite classique). Faire le calcul de R_c avec pour valeur de l'énergie celle dans le tableau [1] p.1261 On trouve 54 fm.

3. Probabilité de la particule alpha d'être transmise

(Equation [3] p.289) On reprend l'expression du coefficient de transmission de la barrière. [3] p.291 On approxime la barrière variant continument par plusieurs barrières rectangulaires. Le coefficient de transmission global est le produit des coefficients de transmission. Obtenir l'expression de $\log(T)$ avec une intégrale entre R et R_c [3] p.295.

[3] p.292 On peut déjà faire 2 constatations : le coefficient de transmission décroît quand la masse augmente ou quand l'énergie totale croît. Donner le résultat de cette intégrale sous forme $\log(T) = -\frac{A}{\sqrt{E}} + B$.

[1] p.1263 La particule alpha fait des allers-retours dans le noyau et ne cesse de rebondir contre la barrière de potentiel. A chaque collision elle a une probabilité T d'être transmise, τ_0 la durée de traversée du noyau, τ le temps moyen que la particule passe dans le puits. On trouve $\tau = \frac{\tau_0}{T}$.

C'est la grande sensibilité de la probabilité de transmission par effet tunnel à la masse et à l'énergie de la particule alpha qui est responsable des variations de la demi-vie des noyaux radioactifs.

[1] p.1264 Le nombre moyen de noyaux qui se désintègrent entre t et $t + dt$ est $dN = \frac{N(t)}{\tau} dt$. Résoudre l'équation différentielle et obtenir $N(t)$. Calculer $N(t/2)$ et en déduire $\tau \left(\frac{1}{2}\right) = \tau \ln(2)$.

Conclusion : Effet tunnel bien utile pour comprendre des phénomènes naturels mais aussi pour la plupart des applications technologiques actuelles. ouvrir sur d'autres technologies : microscopies.

Commentaires :

- lien entre inégalité d'Heisenberg temps-énergie et effet tunnel [1] p.1206 : à cause des fluctuations d'énergie il est possible pendant un temps donné d'avoir une énergie suffisante pour que la particule ne passe non pas dans la barrière mais au-dessus de la barrière de potentiel : compatible avec le calcul (lorsque la barrière augmente la probabilité de transmission diminue).
- Démo de la continuité de la dérivée Annales 2005 QB.2.1a + Basdevant Mécanique quantique école polytechnique 2002 p.68
- Autres techniques de microscopie : AFM ou microscopies optiques
- Attention cette définition du vecteur densité n'est vraie que pour une onde plane, la vraie définition est :

$$\mathbf{J} \equiv \frac{i\hbar}{2m} (\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi)$$