

# MP19 - Effet Capacitif

Maria Ubero Gonzalez (présentation) et Pierre Ghesquiere (binôme)

Septembre 2019

## Remarques liminaires : ce qui nous a fait perdre du temps pendant la préparation

- Les modèles théoriques sont souvent insuffisants pour comprendre les résultats expérimentaux. Il faut souvent intégrer dans le modèle théorique les impédances des appareils de mesure. Ces modèles complets seront détaillés en annexe.
- Pendant la préparation, nous avons passé 2/3 du temps sur le circuit RC. En effet, les contraintes imposées par les appareils de mesures (cf. point ci dessus) et du GBF se font ressentir. Pour ( $R > 100k\Omega$ ), on ne peut plus négliger l'impédance de l'oscillo et pour ( $R < 1000\omega$ ),  $\tau$  devient comparable au temps de montée du signal créneau. Nous avons donc choisi de fixer  $R = 10k\omega$  pour ce montage

## Introduction

Nous allons mettre en évidence les principales fonctions d'un condensateur :

- stocker de l'énergie avec un temps de charge et de décharge caractéristique
- Grâce à la capacité, on peut convertir une grandeur physique en temps, plus facile à traiter. Par exemple, l'humidité fait varier la permittivité diélectrique relative entre les armatures ce qui fait varier le temps de charge. Ce temps de charge est mesurable (cf. Multivibrateur astable).
- Enfin, cet effet capacitif, peut être néfaste par exemple lorsque le temps de réponse du système ( $\tau = RC$ ) est inférieur au temps d'arrivée de l'information (nombre de bits par seconde). Nous prendrons l'exemple de la photodiode pour illustrer cet aspect.

## 1 Charge d'un condensateur

Signal d'entrée carrée, tension entrée  $E = 10V$ ,  $R = 10 k\Omega$ ,  $C$  variable.

Remarque : On a critiqué notre choix de faire varier  $C$  et non pas  $R$ . Nous avons fait ce choix car une valeur de résistance trop élevée ou trop faible ne permet pas de négliger les résistances internes de l'oscillo et du GBF :  $R$  doit être beaucoup plus faible que la valeur de la résistance d'entrée de l'oscilloscope ( $R_o = 1M\Omega$ ) et beaucoup plus grande que la valeur de la résistance de sortie du générateur ( $R_g = 50\Omega$ ).

En prenant en compte  $R_o$ , nous avons en régime permanent:

$$V_s(\infty) = \frac{R_o}{R + R_o} E \quad (1)$$

Ce phénomène est observé sur nos courbes :  $V_s(\infty) < E$

Il faut aussi que  $C$  soit beaucoup plus grande que  $C_o$  qui est de l'ordre de 11 pF.

## 1.1 Temps caractéristique

Nous allons tracer la courbe  $\tau = f(C)$  et vérifier que c'est une droite. Devant le jury, nous allons prendre une capa et ajouter un point sur la courbe.

- Mesure des temps caractéristiques,  $\tau$  pour différentes valeurs de  $C$ . Pour mesurer  $\tau$ , on aurait pu utiliser la "méthode des 63%" mais nous avons utilisé une méthode beaucoup plus intéressante:

Mesure  $\tau$  avec modélisation. Le signal commence à  $V_0$  et fini à  $V_f$ . On peut modéliser la décharge de la façon suivante :

$$V_s = V_f + (V_0 - V_f) \exp(-t/\tau) \quad (2)$$

On mesure  $V_f$  sur l'écran de Latis Pro et on crée une variable  $V = |V_s - V_f|$  et après on crée une deuxième variable  $lnv = \ln(V)$ . La courbe de  $lnv$  est une droite de pente  $-t/\tau$  :

$$lnv = -\frac{t}{\tau} + cst \quad (3)$$

On représente  $lnv$  en fonction du temps et on trouve une droite. On la modélise par une droite affine. On peut exporter les données et les introduire sur Regressi pour trouver les incertitudes de la modélisation. (Normalement ces incertitudes sont très faibles car on prend beaucoup de points pour modéliser cette droite). Les incertitudes de mesure de la résistance et du condensateur avec le multimètre seront plus grandes.

Remarque 1 : Cette méthode permet au passage de montrer que notre système est bien au du premier ordre !

Remarque 2 : Notre droite est moche en régime permanent car  $V$  devient si petit qu'il passe en dessous du pas de quantification de la carte d'acquisition.

Remarque 3 : Les valeurs absolues dans l'expression de  $V$  ne sont nécessaires que pour l'étude de la charge et pas nécessaire pour la décharge. Si on charge le condensateur, le terme de l'équation  $V_0 - V_f$  sera négatif donc le  $\ln$  ne pourra être calculé d'où la valeur absolue.

Remarque 4 : Prendre un signal d'entrée rectangulaire. Prendre  $f$  de l'ordre de 100mHz pour que la demi période du signal créneau soit "beaucoup" plus grande que  $5\tau$ .

## Mesures obtenues

R(kΩ)	C(μ F)	$\tau_{théorique}$ (ms)	penne (a)	$\tau_{expérimental}$ (ms)
10,01	0,989	$9,899 \pm 0,6$	-104,81	0,56
10,01	2,960	$29,63 \pm 2$	-33,64	29,76
10,01	4,951	$49,56 \pm 1,5$	-19,98	50,05
10,01	6,93	$69,37 \pm 2$	-14,585	68,56
10,01	8,92	$89 \pm 2,5$	-11,277	88,68

- Incertitude sur  $\tau$ :

$$u(\tau) = \frac{u(a)}{a} \tau \quad (4)$$

- Notice du multimètre<sup>1</sup>. Incertitude pour R gamme 40kΩ c'est 1, 2% de l'affichage plus 1 chiffre. Pour C gamme μF c'est 3% de l'affichage plus 5 chiffres.
- La droite ( $\tau = aR + b$ ) de régression (obtenue à partir de Regressi) à les caractéristiques suivantes :

$$a = 9,94 \pm 0,28k\Omega \quad b = 142 \pm 1600ms \quad (5)$$

La valeur théorique de R est dans le domaine obtenu expérimentalement. On n'oublie pas de vérifier que le

## 1.2 Energie stockée

Sur la figure 1 : En rose EA4 l'entrée, en rouge EA1 la tension aux bornes du condensateur, en violet  $E_r = EA4 - EA1$  la tension aux bornes de la résistance calculée à partir de la feuille de calcul (cf. Figure 2)

Remarque 1 : D'après le modèle théorique simple, en régime permanent, la tension aux bornes de la capacité est égale à celle du générateur. Or pour des valeurs de R importante, on remarque que  $U_{c\text{apa}}(\infty) < U_{gen}$ . Avec le modèle prenant en compte l'oscillo (cf annexe), cela peut s'expliquer.

On crée une feuille de calcul (Figure 2) pour trouver les puissances et après les énergies de chaque composant.

- $i$  : l'intensité qui passe par la résistance,
- $i_c = C \frac{dU_c}{dt} = C \frac{dEA4}{dt}$  l'intensité qui traverse le condensateur
- $i_o$  l'intensité qui traverse l'oscilloscope<sup>2</sup>.

Remarque 1 : L'énergie du générateur continue d'augmenter alors que dans le modèle théorique,  $i = 0$ . Dans le modèle, plus complet, prenant en compte l'oscilloscope (cf annexe),  $i = E_{gen}/(R_o + R)$  avec  $R_o$ , la résistance de l'oscillo. Donc le gén continue de débiter du courant et donc à fournir de l'énergie

<sup>1</sup>Nous n'avons pas trouvé la notice du multimètre utilisé. Les incertitudes types qui suivent sont donc données par rapport à un modèle proche...

<sup>2</sup> $i_c \neq i_r$  car il y a un courant de fuite dans l'appareil de mesure (cf(Annexe)).

Figure 1: Courbe des tensions en fonction du temps : -EA4, tension aux bornes du géné- EA1: tension aux bornes de la capacité -Er : tension aux bornes de la résistance

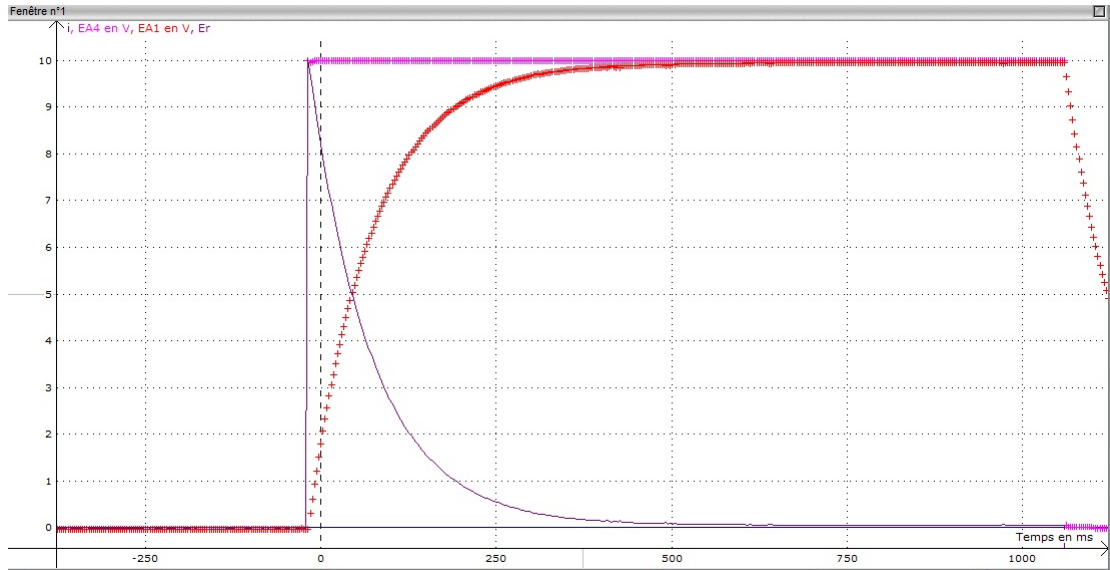
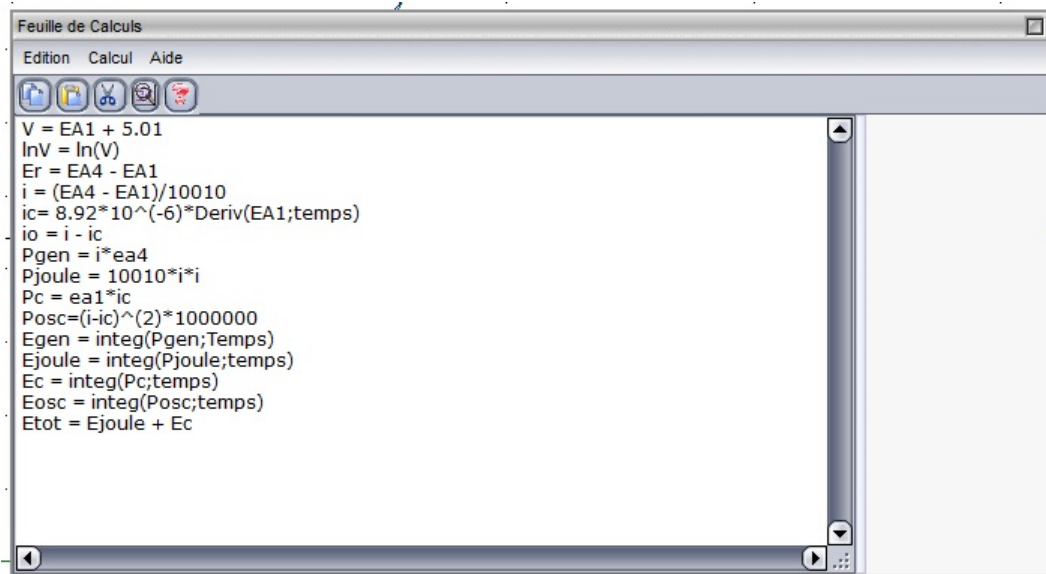
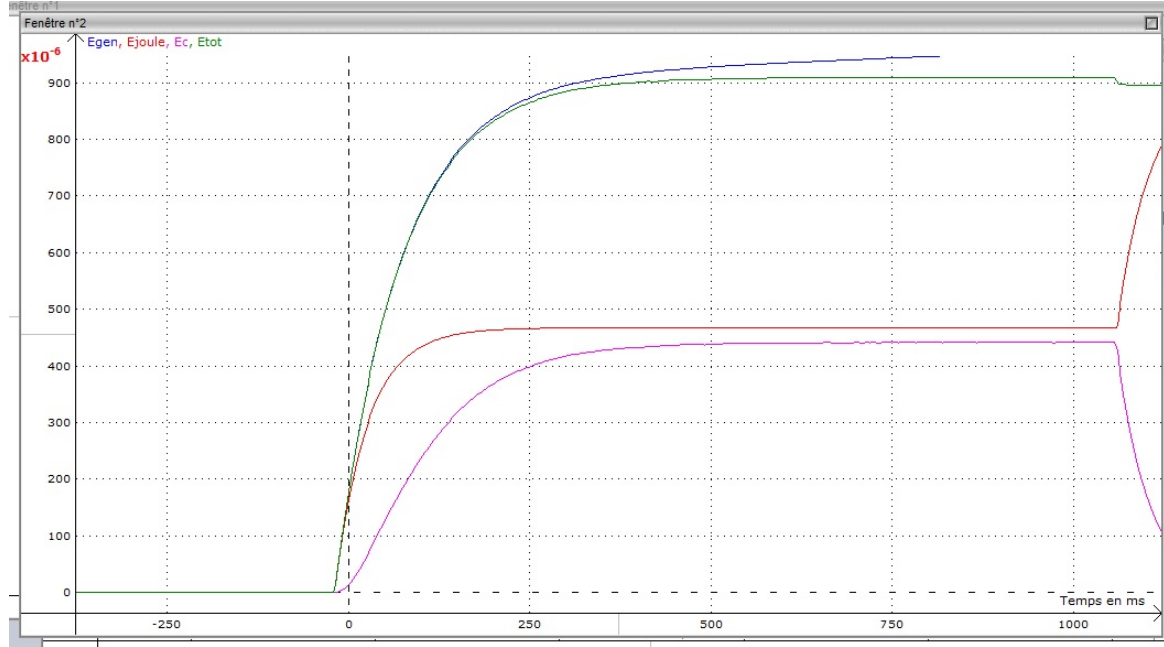


Figure 2: Feuille de Calcul



Remarque 2 : On a l'impression que  $E_r$  atteint un régime stationnaire. Or, il existe toujours une intensité résiduelle en régime permanent (cf.remarque ci dessus). Cependant comme la puissance dissipé dans  $R$  est proportionnel au carré de cette intensité résiduelle ( $P_r = Ri^2$ ), c'est un "infinitement petit" d'ordre 2, invisible si on ne zoome pas sur la courbe.

Figure 3: Courbes des énergies. -Egen: Energie fournie par le générateur. - Ejoule : Energie dissipée par effet joule -Ec : Energie stockée dans la capacité



Remarque 3 : La somme  $E_r + E_c < E_{gen}$ . Cela s'explique par le modèle prenant en compte l'oscilloscope (cf.annexe) : Une partie de la puissance fournie par le générateur est dissipée dans la résistance d'entrée l'oscilloscope.

Remarque 4 : On observe que l'énergie est d'abord dissipée par effet joule, puis lorsque la tension aux bornes du condensateur augmente, la puissance dissipée par effet joule diminue.

## Mesure de l'énergie stockée

- **Expérimentalement :** Pour une capacité de  $8,92 \mu F$  on trouve sur les courbes que l'énergie stockée par la capa en régime permanent est de  $4,41 \cdot 10^{-4} J$ .

- **Théoriquement :**

Une fois que le régime permanent est établi, le condensateur est chargé.

$$E_{stockee} = \frac{1}{2} C (U_c)^2 \quad (6)$$

En régime permanent l'intensité qui circule dans le circuit est nulle.  $E_g = 10V$  et  $C = 8,92 \mu F$   
On obtient alors :

$$E_{stockee} = 4,46 \cdot 10^{-4} \quad (7)$$

$$u(E_{stockee}) = E_{stockee} \cdot \frac{u(C)}{C} = 0,14 \cdot 10^{-4} \quad (8)$$

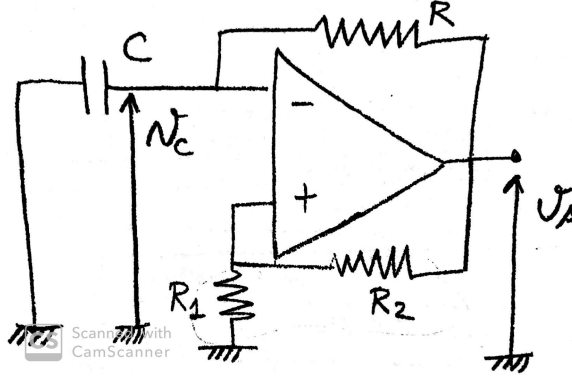
- On obtient finalement :

$$E_{stockeeth} = (4,46 \pm 0,14) \cdot 10^{-4} \quad E_{stockeexp} = 4,41 \cdot 10^{-4} \quad (9)$$

## 2 Multivibrateur astable

Le but de cette partie est de montrer que le multivibrateur astable peut servir de capacimètre grâce à la mesure d'un temps.

On utilise  $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R = 5 \text{ k}\Omega$ ,  $C$  variable.



### Fonctionnement

Ce montage est constitué d'un circuit RC plus un trigger inverseur. Il fonctionne donc en régime saturé. Il va avoir un basculement à chaque changement de signe de  $\epsilon = V^+ - V^-$  donc à chaque fois que  $V^+ = V^-$ .

Le signal de sortie est un signal carré de période

$$T = 2RC \ln \left( \frac{1+k}{1-k} \right) \quad k = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (10)$$

Remarque : Expérimentalement, le signal de sortie  $V_s$  n'est pas tout à fait rectangulaire (cf. figure 4). Cela peut s'expliquer par la saturation en intensité de sortie de l'AO. En effet, au basculement, l'intensité  $i_c$  du circuit RC est maximale<sup>3</sup>. Or,  $i_c$  est limité par l'intensité de sortie de l'AO qui est saturé ( $i_{sat} \approx 20 \text{ mA}$ ).  $i_{sAO} = i_c + i_{R1R2} = i_c + \frac{V_s}{R_1 + R_2}$ . Pour limiter cet effet indésirable, on peut diminuer l'intensité  $i_{R1R2}$  en augmentant la valeur des résistances<sup>4</sup>. En diminuant  $i_{R1R2}$ ,  $i_s$  peut se concentrer plus sur la capa.

<sup>3</sup> $i_c = E/R \cdot \exp(-t/\tau)$

<sup>4</sup>il faudrait prendre des résistances de l'ordre du MegOhm, nous avons préféré resté sur des valeurs de résistances plus "raisonnables" dans la suite

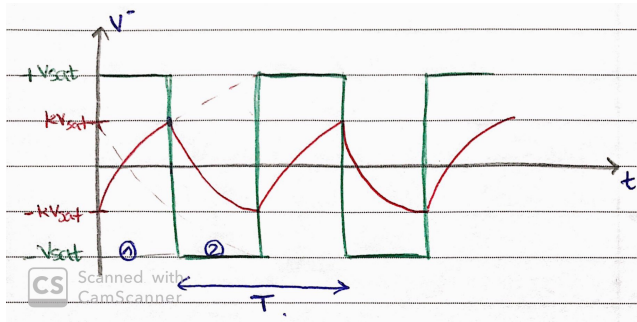
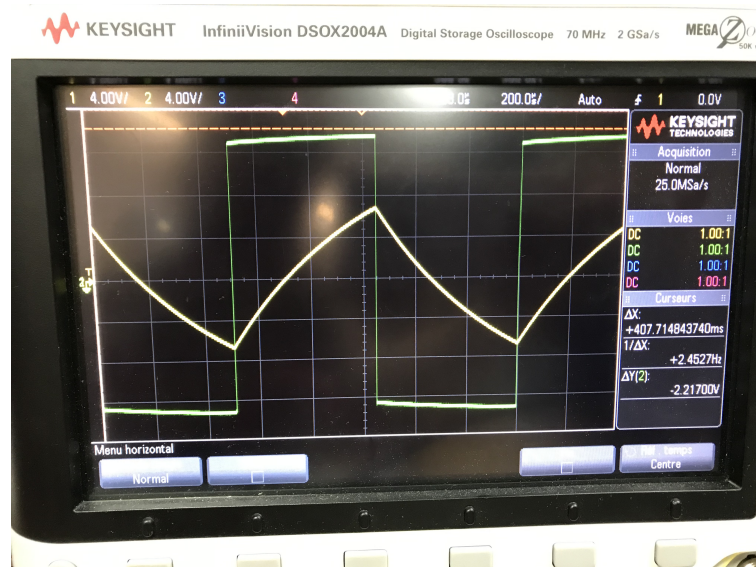


Figure 4: Photo de l'oscillo pour le multivibrateur astable. On remarque bien que le signal  $V_s$  n'est pas tout à fait carré (voir ci dessus)



## 2.1 Etalonnage de la capacité

Nous allons tracer la courbe  $T = f(C)$  pour différentes valeurs de  $C$ . Devant le jury, nous allons prendre une capa inconnue et la mesurer grâce à la droite d'étalonnage

- Calcul de la période  $T$  pour différentes valeurs de  $C$ . On le fait soit sur Latis soit à l'oscillo.

$$T = 2RC \ln \left( \frac{1+k}{1-k} \right) \quad k = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (11)$$

En préparation, on a fait les mesures de  $T$  à l'oscillo. On dilate la courbe pour avoir une précision plus grande. L'incertitude de cette mesure doit être multipliée par  $\sqrt{2}$ .

- Représentation de  $T$  en fonction de  $C$ . On s'attend à avoir une droite qui passe par l'origine ce qui n'est pas le cas. Pour comprendre ce phénomène, il faut prendre en compte la capacité

de notre appareil de mesure + celui du câble coaxial <sup>5</sup>. Le calcul est présenté en annexe.

- A partir de la droite d'étalonnage, on peut calculer la valeur d'une capa inconnue. On met la capa inconnue dans le circuit, on mesure  $T$  à l'oscillo avec son incertitude correspondante, on pointe sur la courbe d'étalonnage pour trouver la valeur de la capacité associée et après on fait le calcul des incertitudes pour la valeur trouvée.

$$T = a \cdot C \quad (12)$$

Où  $a$  est la pente de la droite d'étalonnage.

- Calcul de l'incertitude liée à la capa :

$$u(C) = C \sqrt{\left(\frac{u(T)}{T}\right)^2 + \left(\frac{u(a)}{a}\right)^2} \quad (13)$$

### 3 Effet capacitif par la polarisation inverse d'une photodiode

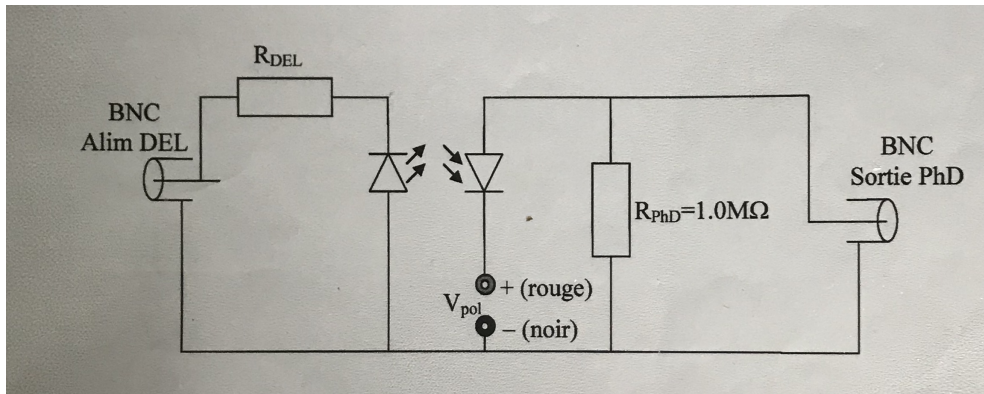
Le but est de représenter la valeur de la capacité de la photodiode en fonction de la tension de polarisation.

Il y a une maquette dans laquelle tout le schéma de dessous est dedans.

$$R_{DEL} = 100\Omega \quad R_{PhD} = 1M\Omega \quad (14)$$

La photodiode (PhD) est en face de la DEL. On envoie un signal rectangulaire à la DEL ce qui va donner lieu à un courant de plus ou moins intensité au niveau de la PhD en fonction de l'intensité de l'éclairement fourni par la DEL. Ce signal carré a un offset de 1,8 V et une amplitude de quelques centaines de millivolts. On prend cet offset pour nous placer dans la zone linéaire de la caractéristique de la DEL (comme ça l'intensité varie linéairement avec la tension).

Figure 5: Circuit dans la maquette

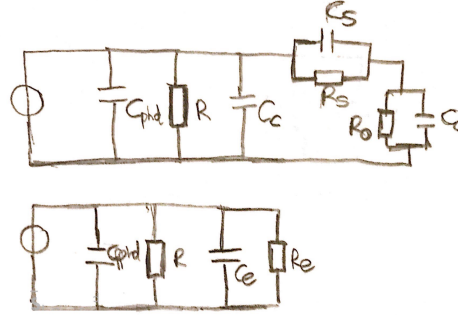


<sup>5</sup>La capacité d'entrée de l'oscillo est de  $C_o = 11pF$  et celle du fil est de  $100pF/m$



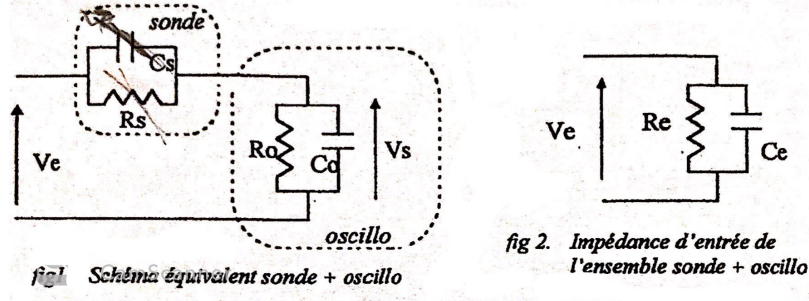
On mesure la tension aux bornes de la résistance  $R_{PhD}$  qui a été choisi grande pour avoir un  $\tau = RC$  plus grand (on ralenti la photodiode pour pouvoir observer la charge du condensateur à l'oscillo). On utilise une sonde afin d'augmenter l'impédance d'entrée et diminuer la capacité de l'ensemble oscillo plus sonde, ce qui va nous permettre d'observer le temps caractéristique lié uniquement à la photodiode (explication en Remarque 2). On peut modéliser ce circuit de la façon suivante :

Figure 6: Circuit equivalent



**Sonde 1/10** : Elle est utilisée pour sa faible charge et sa bande passante élevée. Le schéma électrique équivalent de la sonde et de l'oscillo est :

Figure 7: Circuit equivalent oscillo plus sonde plus cable coaxial sonde



L'impédance de l'ensemble sonde plus oscillo est donnée par  $C_e = C_o/10$  et  $R_e = 10R_o$ . En sachant que  $C_o = 25pF$  et  $R_o = 1M\Omega$ , on obtient  $C_e = 3pF$  et  $R_e = 10M\Omega$ .

On sait que :

$$\tau = R_{eq} \cdot C_{eq} \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_e} + \frac{1}{R} \quad C_{eq} = C_e + C_{phd} \quad (15)$$

$$\tau = \left( \frac{R_e R}{R_e + R} \right) \cdot (C_e + C_{phd}) \quad C_{phd} = \frac{\tau}{R_{eq}} - C_e \quad (16)$$

- Détermination de  $C_{phd}$  pour différents valeurs de  $V_{pol}$  à partir de  $\tau$ .

- Représentation de  $C_{phd}$  en fonction de  $V_{pol}$ .

La courbe théorique (selon la notice) :

Figure 8: Courbe théorique notice photodiode

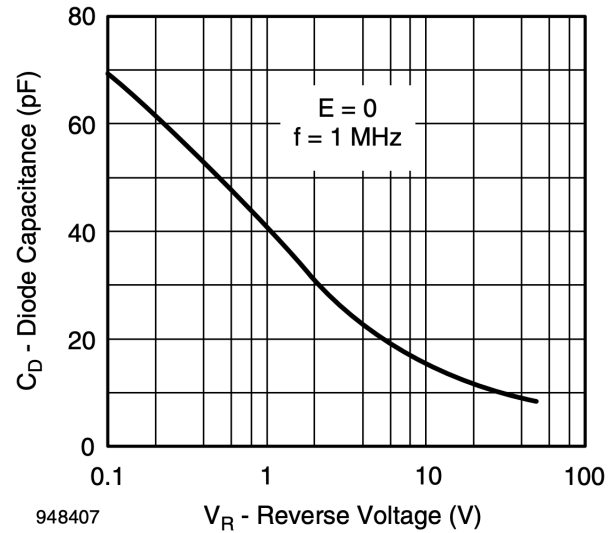
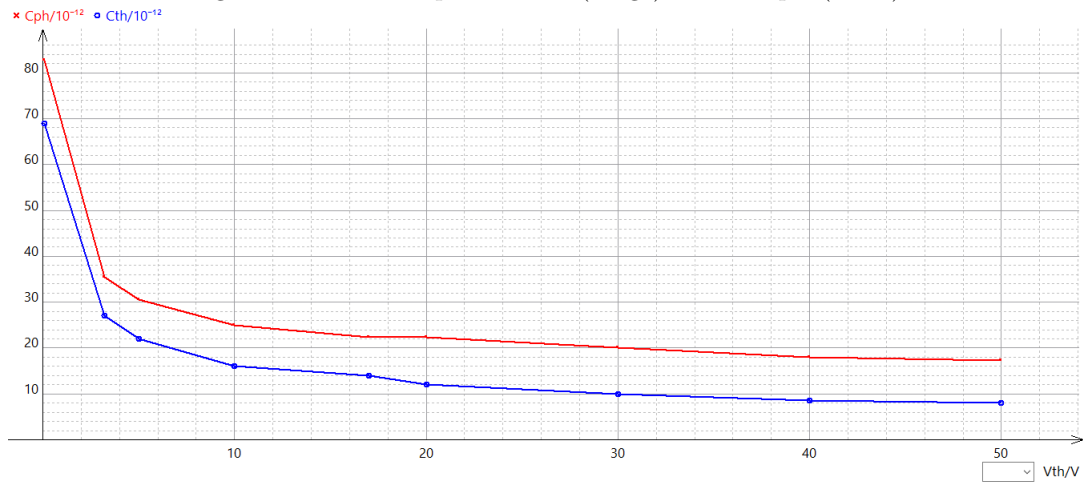


Fig. 6 - Diode Capacitance vs. Reverse Voltage

Figure 9: Courbes expérimentale (rouge) et théorique (bleue)



Remarque 1. L'allure de la courbe théorique et la courbe expérimentale ont la même allure mais elles sont décalées.

Remarque 2. Le temps caractéristique qu'on mesure est celui de la photodiode car :

- Le générateur qu'on utilise pour générer le signal rectangulaire a une très grande bande passante (25 MHz). Par conséquence, le signal carré a un front très vertical.
- Le temps caractéristique est défini comme  $\tau = R_{eq} \cdot C_{eq}$ . La résistance équivalente est  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_e}$ . Comme  $R_e$  est très grande devant  $R$ ,  $R_{eq} \approx R$ . La capacité équivalente est  $C_{eq} = C_{phd} + C_e$ . Comme  $C_e$  est très faible devant  $C_{phd}$ , on a  $C_{eq} \approx C_{phd}$ . On obtient alors que  $\tau \approx R \cdot C_{phd}$ .

## Conclusion

L'effet capacitif peut être désirable ou pas désirable comme on a vu lors de ce montage. Les deux premières expériences montrent l'effet capacitif désirable (énergie stockée ou capacimètre) et la troisième expérience montre l'effet indésirable (temps de réponse d'une photodiode, si le signal d'entrée est plus rapide que le temps de réponse de la photodiode, alors elle ne pourra pas transmettre toute l'information).

## 4 Annexe

- 4.1 **Ordre de grandeur de l'énergie que l'on peut stocker dans un condensateur, notion de supercondensateur, quel est l'avantage de la batterie sur le condensateur...**
- 4.2 **Modèle du circuit RC en prenant en compte l'impédance d'entrée de l'oscillo**
- 4.3 **Modèle du multivibrateur astable avec prise en compte de l'impédance d'entrée de l'oscillo**

## Remarques générales

- La capacité d'un câble coaxial est de  $100 \text{ pF}/\text{m}$ . On peut mesurer cette capacité au capacimètre (à tester...)
- Fréquence téléphone portable :  $2,4 \text{ GHz}$
- Fréquence du courant alternatif EDF :  $50 \text{ kHz}$ .
- Fréquence des lampes "néons"<sup>6</sup> de la salle de la salle :  $100 \text{ Hz}$  <sup>7</sup>.

---

<sup>6</sup>attention les lampes communément appelées néons ne contiennent pas de néon !!!

<sup>7</sup>Il faut multiplier par deux la fréquence EDF car la lampe s'allume quand le courant est extrémal et s'éteint lorsqu'il passe par 0. :)