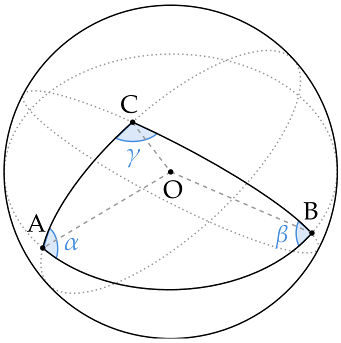
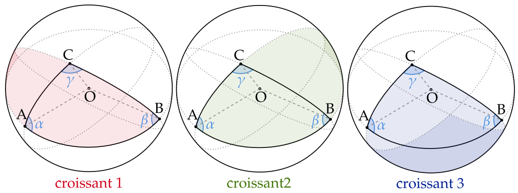


Déterminer l'angle solide Ω_0 sous lequel un triangle sphérique d'angles α, β, γ est vu depuis le centre O de la sphère.

ch10.Q1

RÉPONSE :



Calculons Ω_0 via la surface du "triangle" sur sphère de rayon 1. Construisons avec les plans OAB et OBC un "croissant 1"(en rouge). Croissant 1' le symétrique de la surface croissant 1 par rapport à O. Alors, $S_1 + S_1' + S_2 + S_2' + S_3 + S_l' = S_{\text{sphère}} + 4\Omega_0$, car l'union de ces surfaces recouvre la sphère, et 4 fois "de trop" le triangle d'intérêt (celui tracé ou son symétrique par rapport à O). Or $S_1 = 2\beta$, $S_2 = 2\alpha$ et $S_3 = 2\gamma$ d'où $\Omega_0 = \alpha + \beta + \gamma - \pi$.

ch10.R1

On note I_λ l'intensité spécifique émise par un laser, telle que :

$$I_\lambda = I_0 \exp\left(-\alpha(\lambda - \lambda_0)^2\right)$$

où α, λ_0 et I_0 sont des constantes.

En déduire I_ν son intensité spécifique, la densité spectrale étant alors exprimée par unité de fréquence.

ch10.Q2

RÉPONSE :

Puisque $I_\lambda = \frac{u_\lambda c}{4\pi}$, on a $I_\nu = \frac{u_\nu c}{4\pi}$.

Si $c = \lambda\nu$ et $c = (\lambda + \mathrm{d}\lambda)(\nu + \mathrm{d}\nu)$, alors pour $\mathrm{d}\lambda > 0$, $\mathrm{d}\nu < 0$, et donc :

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\lambda} = u_\lambda \qquad \text{et} \qquad -\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\nu} = u_\nu$$

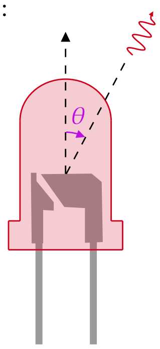
De plus, $u_\nu = -\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\lambda} \times \frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\nu} = -u_\lambda \times (-\frac{c}{\nu^2})$ d'où :

$$\boxed{I_\nu = \frac{cI_0}{\nu^2}\exp\left(-\alpha(\frac{c}{\nu} - \lambda_0)^2\right)}$$

ch10.R2

L'intensité spécifique produite par une LED n'est pas isotrope, mais s'approxime sous la forme :

$$\begin{cases} I_\lambda(\lambda,\theta) = & I_0(\lambda) \times \cos\theta \text{ si } \cos\theta \geq 0 \\ I_\lambda(\lambda,\theta) = & 0 \text{ sinon} \end{cases}$$



En déduire la densité spectrale de flux F_λ associée.

ch10.Q3

RÉPONSE :

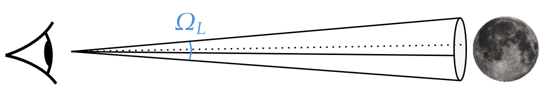
Ici, on pourrait être tenté de définir la densité spectrale de flux sur l'intégralité de l'angle solide sortant, pour $\theta \in [0;\pi]$ et non seulement l'hémisphère $\theta \in [0;\pi/2]$. Ce choix serait acceptable et ne change pas le résultat ici.

On a par définition $F_\lambda = \iint_{\Omega_0} I_\lambda \cos\theta \mathrm{d}^2\Omega$, où Ω_0 est l'angle solide pointant vers l'extérieur de la surface émettrice, donc :

$$F_\lambda = \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_0^{\pi/2} \mathrm{d}\theta I_0 \cos^2\theta \sin\theta = 2\pi I_0 \left[-\frac{1}{3}\cos^3\theta\right]_0^{\pi/2}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_\lambda = \frac{2\pi I_0}{3}}$$

ch10.R3



On donne le rayon de la Terre $R_T = 6400$ km, celui de la Lune, $R_L = 1700$ km, et la distance Terre-Lune $d = 400000$ km.

En déduire l'angle solide Ω_L sous lequel on voit la Lune depuis la surface terrestre.

ch10.Q4

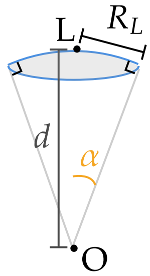
RÉPONSE :

Selon le moment de la journée ou de la nuit où la Lune (point L) est observée par l'observateur (point O), la distance OL varie de $R_T \ll d$, on approxime donc OL $\simeq d$. On a donc :

$\Omega_L = \int_0^\alpha \mathrm{d}\theta \sin\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi$ où $\sin\alpha = \frac{R_L}{d}$

$$\frac{R_L}{d} \ll 1 \Rightarrow \cos\alpha \simeq 1 - \frac{R_L^2}{2d^2} \text{ d'où :}$$

$$\boxed{\Omega_L = 2\pi(1-\cos\alpha) \simeq \frac{\pi R_L^2}{d^2}}$$



ch10.R4

Proposer un ordre de grandeur de $\lambda_{\max}$ la longueur d'onde du maximum de l'intensité spécifique pour chacun des corps noir suivants :

- La surface du Soleil
- La surface terrestre
- Le fond diffus cosmologique

On rappelle la valeur de la constante intervenant dans la loi de Wien : $b \simeq 3 \times 10^{-3}$ m.K

ch10.Q5

RÉPONSE :

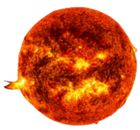
La loi de Wien prévoit $\lambda_{\max} \times T = b$ donc :

- **Soleil** : On sait que le $\lambda_{\max}$ du Soleil est d'environ 500 nm. Sinon, on se souvient en odg de sa température de surface $T_S \simeq 6000$ K et donc $\lambda_{\max} = \frac{b}{T} \simeq 500$ nm
- **Terre** : On sait que la température de surface de la Terre est de l'ordre de 300K et donc $\lambda_{\max} = \frac{b}{T} \simeq 10\ \mu$m
- **Fond diffus cosmologique** : On sait que la température du fond diffus cosmologique est d'environ 3 K, et donc $\lambda_{\max} = \frac{b}{T} \simeq 1$ mm

ch10.R5

On rappelle que le soleil a un maximum d'intensité spécifique pour $\lambda_m = 500$ nm et que son rayon est $R_S \simeq 7 \times 10^8$ m. La constante de Stefan-Boltzmann vaut $\sigma \simeq 5,7 \times 10^{-8}$ W.m^{-2}.K^{-4} et la valeur de la constante intervenant dans la loi de Wien : $b \simeq 3 \times 10^{-3}$ m.K.

En supposant que le Soleil émet comme un corps noir idéal, en déduire, en ordre de grandeur, la puissance totale qu'il émet.



ch10.Q6

RÉPONSE :

La puissance d^5P émise sur l'intervalle de longueurs d'onde $[\lambda; \lambda + \mathrm{d}\lambda]$ par une surface d^2S dans un angle solide élémentaire $\mathrm{d}^2\Omega$ faisant un angle θ par rapport à la normale à la surface s'écrit : $\mathrm{d}^5P = u_\lambda \mathrm{d}\lambda \frac{\mathrm{d}^2\Omega}{4\pi} \cos\theta \mathrm{d}^2 Sc$

Donc $P_\odot = \iint_{S_\odot} \mathrm{d}^2S \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\lambda \iint_{\Omega_{sortant}} \mathrm{d}^2\Omega \cos\theta I_\lambda$

Or, pour un corps noir de température T :

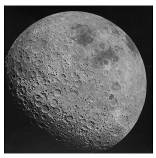
$$\int_0^{+\infty} \mathrm{d}\lambda \iint_{\Omega_{sortant}} \mathrm{d}^2\Omega \cos\theta I_\lambda = \sigma T^4$$

$$\Rightarrow P_\odot = 4\pi R_S^2 \sigma T^4 \underset{\text{loi de Wien}}{=} 4\pi R_S^2 \sigma \left(\frac{b}{\lambda_m}\right)^4$$

A.N. : $\boxed{P_\odot \simeq 4 \times 10^{26}\ \mathrm{W}}$

ch10.R6

Un jour lunaire dure 29,5 jours : pendant presque deux semaines, une face est donc plongée dans une obscurité quasi-totale.
Supposons que pendant cette durée, la surface lunaire atteint sa température d'équilibre thermodynamique.
En déduire la température de la face éclairée et de la face non éclairée.



Données : le rayon de la Lune $R_L = 1700$ km, son albédo $A \simeq 0,07$, et la puissance totale émise par le Soleil $P_\odot = 4 \times 10^{26}$ W.

ch10.Q7

RÉPONSE :

Il faut 8 minutes à la lumière pour arriver sur Terre depuis le Soleil et 1 seconde de plus (ou moins) pour atteindre la Lune, on néglige la distance Terre-Lune pour le calcul, et on utilise $d_{SL} = c \times \Delta t = 1,5 \times 10^{11}$ m. On note T_F la température du fond diffus cosmologique.
Le bilan de puissance sur la surface éclairée donne, à l'équilibre :

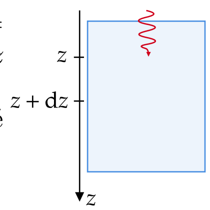
$$0 = P_\odot(1-A)\frac{\pi R_L^2}{4\pi d_{SL}^2} - \sigma T_e^4 \times 2\pi R_L^2 \Rightarrow \boxed{T_e = \left(\frac{P_\odot(1-A)}{8\sigma d_{SL}^2}\right)^{1/4}}$$

Donc $T_e \simeq 350$ K. On a négligé σT_F^4 dans le premier bilan, c'est le seul terme reçu (en simplifiant) pour la face non éclairée pour laquelle on trouve $T_{ne} = T_F = 2,7$ K.

ch10.R7

On considère que l'eau est un milieu partiellement absorbant, tel qu'une fraction $\kappa \mathrm{d}z$ de l'intensité lumineuse en z aie été absorbée entre z et $z + \mathrm{d}z$ (autrement dit $100 \times \kappa \mathrm{d}z\%$ des photons sont absorbés).

On note I_0 l'intensité spécifique en $z = 0$, se propageant exclusivement selon les z décroissants.
Déterminer l'expression de $I(L)$ l'intensité spécifique à une profondeur $z = L$ d'eau.



ch10.Q8

RÉPONSE :

Puisqu'un photon contribuant à l'intensité spécifique $I(z)$ sera ou bien transmis, ou bien absorbé, on en déduit que :

$$I(z + \mathrm{d}z) = I(z) - \kappa \mathrm{d}z I(z)$$

On a donc :

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}z} + \kappa I = 0$$

D'où $I(z) = \alpha e^{-\kappa z}$, la condition limite $I(0) = I_0$ donne alors :

$$\boxed{I(z = L) = I_0 e^{-\kappa L}}$$

ch10.R8

On suppose la Terre sans atmosphère, d'albédo $A = 0,3$ et de température de surface, à l'équilibre thermique, $T = 300$ K.
Déterminer la nouvelle température T' à l'équilibre thermique, si on doublait l'albédo de la Terre à $A' = 2A$.

Une éruption comme celle du pinatubo entraîne, l'année suivante, une augmentation d'environ 0,01 pour l'Albédo

ch10.Q9

RÉPONSE :

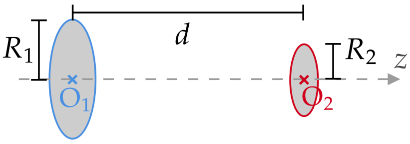
Notons d_{TS} la distance Terre-Soleil et $P_\odot$ la puissance totale émise par le soleil. À l'équilibre thermique, on a alors, pour la Terre d'albédo A :

$$\frac{P_\odot}{4\pi d_{TS}^2} \times \pi R_T^2 \times (1-A) = 4\pi R_T^2 \sigma T^4$$

Et donc $T = \left(\frac{P_\odot(1-A)}{16\pi d_{TS}^2\sigma}\right)^{1/4}$, et de la même manière, $T' = \left(\frac{P_\odot(1-2A)}{16\pi d_{TS}^2\sigma}\right)^{1/4}$, d'où :

$$\boxed{T' = T\left(\frac{1-2A}{1-A}\right)^{1/4} = 260 \text{ K}}$$

ch10.R9



On considère deux disques coaxiaux de rayons R_1 et R_2, tel que $R_1 > R_2$, chacun corps noir idéal de température T_1 et T_2.

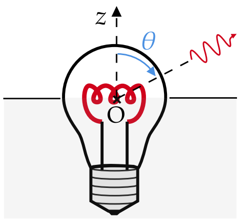
Dans chacun des deux cas limites proposés, exprimer la puissance $P_{1\to 2}$ rayonnée par le disque n°1 sur le disque n°2 :
- $d \gg R_1$, $d \to +\infty$
- $d \ll R_2$, $d \to 0$

ch10.Q10

RÉPONSE :

La puissance d^5P émise sur $[\lambda;\lambda+\mathrm{d}\lambda]$ par une surface d^2S dans un angle solide $\mathrm{d}^2\Omega$ faisant un angle θ par rapport à la normale à la surface s'écrit : $\mathrm{d}^5P = u_\lambda \mathrm{d}\lambda \frac{\mathrm{d}^2\Omega}{4\pi}\cos\theta \mathrm{d}^2S c$. On a vu en application que $\int_0^{+\infty}\mathrm{d}\lambda I_\lambda = \frac{\sigma}{\pi}T^4$, donc :
Lorsque $d \to +\infty$, l'angle solide sous lequel 2 est vu depuis un point M sur 1 est $\Omega \simeq \frac{\pi R_2^2}{d^2}$ et $\cos\theta \simeq 1$ (les rayons de 1 vers 2 sont quasiment selon la normale) donc :
$P_{1\to 2} = \iint_{S_1}\frac{\pi R_2^2}{d^2}\frac{\sigma}{\pi}T^4 = \frac{\sigma\pi R_1^2 R_2^2}{d^2}T^4$
Lorsque $d \to 0$, l'angle solide sous lequel 2 est vu depuis un point M sur 1 est 0 si $r_M > R_2$ et 2π (auquel cas on intègre $\int_0^{\pi/2}\mathrm{d}\theta\cos\theta\sin\theta\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi$) si $r_M < R_2$ d'où $P_{1\to 2} = \iint_{S_1}\Omega(r_M)\frac{\sigma}{\pi}T^4 = \pi R_2^2\sigma T^4$

ch10.R10



Une ampoule de phare de voiture a une intensité spécifique $I_\lambda(\lambda, T)$ dépendant de λ et de T, mais indépendante de θ et φ : son émission est donc isotrope.
Son rayonnement ne peut sortir qu'en $z > 0$, on ne considère donc pas tout rayonnement émis en direction de $z < 0$.

En déduire la densité spectrale de puissance F_λ sortant de l'ampoule en fonction de I_λ.

ch10.Q11

RÉPONSE :

$$\text{Par définition : } F_\lambda = \iint_{\Omega_0} I_\lambda \cos\theta \mathrm{d}^2\Omega$$

I_λ sort de l'intégrale car ne dépendant pas de θ (émission isotrope), et par définition $\mathrm{d}^2\Omega = \sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi$, donc :

$$F_\lambda = I_\lambda \iint_{\Omega_0}\cos\theta\mathrm{d}^2\Omega = I_\lambda\int_0^{\pi/2}\cos\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi$$

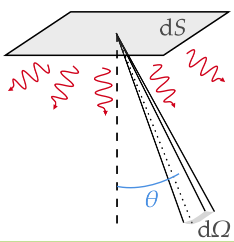
$$F_\lambda = I_\lambda\left[\frac{1}{2}\sin^2(\theta)\right]_0^{\pi/2}\times 2\pi \Rightarrow \boxed{F_\lambda = \pi I_\lambda}$$

ch10.R11

Une plaque de surface élémentaire d^2S émet comme un corps noir idéal, de façon isotrope.

VRAI ou FAUX ?

" Dans un angle solide $\mathrm{d}\Omega = \mathrm{C^{te}}$ donné, la puissance émise sur un intervalle $[\lambda,\ \lambda+\mathrm{d}\lambda]$ est dépendante de l'angle θ que forme l'angle solide avec la normale à $\mathrm{d}S$. "



ch10.Q12

RÉPONSE :

VRAI

La puissance d^5P émise sur l'intervalle de longueurs d'onde $[\lambda;\lambda+\mathrm{d}\lambda]$ par une surface d^2S dans un angle solide élémentaire $\mathrm{d}^2\Omega$ faisant un angle θ par rapport à la normale à la surface s'écrit : $\mathrm{d}^5P = u_\lambda\mathrm{d}\lambda\frac{\mathrm{d}^2\Omega}{4\pi}\cos\theta\mathrm{d}^2Sc$.
Donc, même à $\mathrm{d}^2\Omega = \mathrm{C^{te}}$, sachant u_λ indépendant de θ car un corps noir émet de façon isotrope, on a donc :

$$\mathrm{d}^5P = \alpha(\lambda,\mathrm{d}\lambda,T,\mathrm{d}^2\Omega,\mathrm{d}^2S)\cos\theta$$

La puissance émise varie bien si θ varie, même si on maintient $\mathrm{d}^2\Omega = \mathrm{C^{te}}$.

ch10.R12