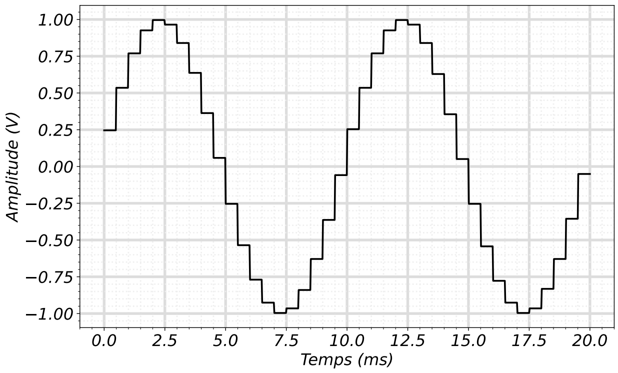


Déterminer la fréquence d'échantillonnage du signal ci-dessus.

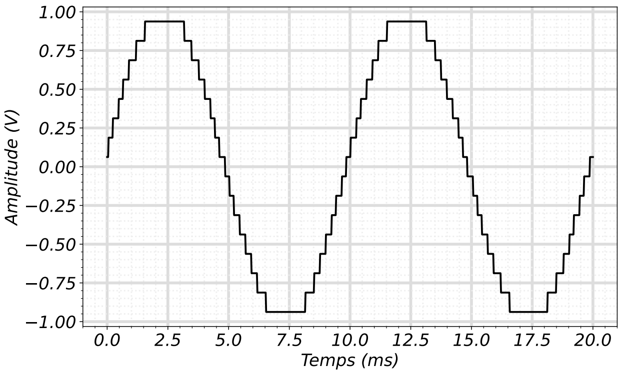
ch2.Q1

RÉPONSE :

On lit une période d'échantillonnage $T_e = 0.5$ ms.

On a donc $\boxed{f_e = \dfrac{1}{T_e} = 2\,\text{kHz}}$.

ch2.R1



Proposer un nombre de quantification N pour le signal numérisé ci-dessus.

ch2.Q2

RÉPONSE :

On compte $16 = 2^4$ paliers paliers horizontaux.
Numériser un échantillon requiert donc *au minimum* $\boxed{N = 4}$ bits.

Attention : Toute réponse avec $N \in \mathbb{N}$ où $N \geq 4$ est donc correcte. Il est en effet tout à fait envisageable que $N = 5$, où les 32 paliers sont régulièrement répartis sur l'intervalle [-2 V ; 2V]. Simplement, si $N = 5$ le signal ici représenté n'atteindrait pas tous les paliers de valeurs prévus.

ch2.R2

Une acquisition à l'oscilloscope dure au total 10 ms et contient 10^6 points.

En déduire l'intervalle de fréquences affiché sur la transformée de Fourier de ce signal.

ch2.Q3

RÉPONSE :

D'après le critère de Shannon, on sait que la transformée de Fourier s'étendra sur l'intervalle $[0\,;\,\frac{f_e}{2}]$.

Or $NT_e = \tau$ (ici $N - 1 \simeq N$), d'où $f_e = \frac{N}{\tau} = 10^8$ Hz.

L'intervalle de fréquences affiché sur la TF du signal est donc $\boxed{f \in [0; 50\text{ MHz}]}$

ch2.R3

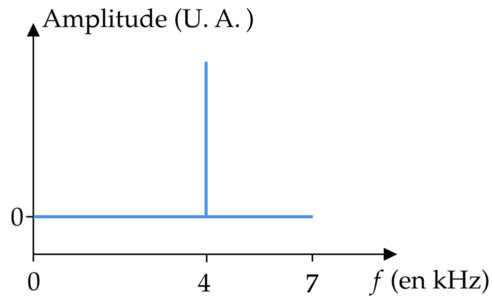
On échantillonne un signal sinusoïdal de fréquence $f = 10$ kHz à une fréquence d'échantillonnage $f_e = 14$ kHz.

Tracer l'allure du spectre de ce signal échantillonné.

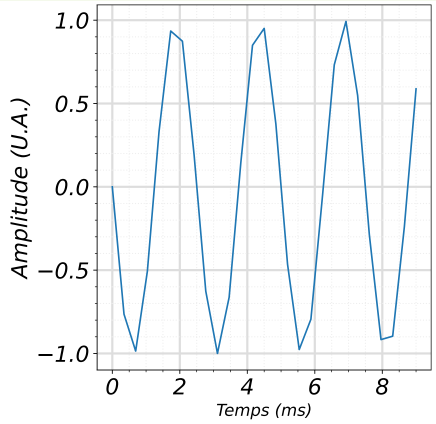
ch2.Q4

RÉPONSE :

Le spectre s'étend sur [0 ;7 kHz], et les f' confondables avec f après échantillonnage sont les $f' = \pm f + kf_e$. Seule $f' = -f + f_e = 4$ kHz figurera dans l'intervalle et donc :



ch2.R4



Déterminer le pas fréquentiel Δf du spectre associé à l'acquisition ci-dessus.

ch2.Q5

RÉPONSE :

On a $\Delta f = \frac{1}{\tau}$.

Or on mesure une durée d'acquisition $\tau = 9$ ms.

On a donc $\boxed{\Delta f = \frac{1}{9}\text{ kHz} = 111\text{ Hz}}$

ch2.R5

On lit sur la caractéristique des oscilloscopes de TP (DSOX 1204G) :

- *Maximum sampling rate : 2 GSa/s*
- *Maximum memory depth : 2 Mpts*

En déduire le pas fréquentiel Δf, la fréquence d'échantillonnage f_e, et le nombre de points recueillis N pour une acquisition d'une durée totale de 2 ms.

ch2.Q6

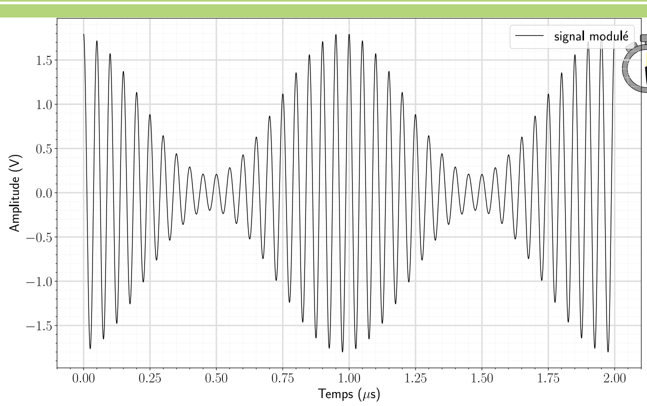
RÉPONSE :

- Supposons que f_e sature à 2 GHz, on a donc $N - 1 = \tau f_e = 4 \times 10^6$ pts $> N_{max} \Rightarrow$ hypothèse FAUSSE.
- Supposons que N sature à 2×10^6 pts, on a donc $f_e \underset{N \gg 1}{\simeq} \frac{N}{\tau} = 10^9$ Hz $< f_{e,max} \Rightarrow$ hypothèse VRAIE.

On a toujours $\boxed{\Delta f = \frac{1}{\tau} = 500\text{ Hz}}$.

On a de plus trouvé $\boxed{f_e = 10^9\text{ Hz}}$ et $\boxed{N = 2 \times 10^6}$

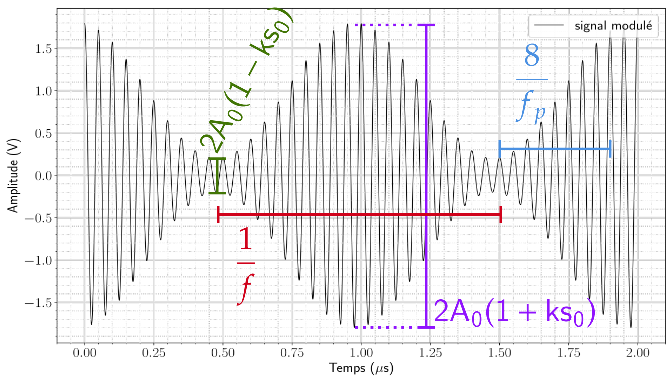
ch2.R6



On écrit le signal modulé en amplitude sous la forme $s_{mod}(t) = A_0\,(1 + ks_0 \cos(2\pi f t + \phi)) \cos(2\pi f_p + \varphi)$. Lire les valeurs numériques de A_0, ks_0, f et f_p.

ch2.Q7

RÉPONSE :



On a donc $A_0 = 1$ V ; $ks_0 = 0,8$; $f = 1$ MHz et $f_p = 20$ MHz.

ch2.R7

On souhaite transmettre un signal $s(t) = s_0 \cos(2\pi f t)$ par modulation en fréquence, en utilisant un signal de fréquence porteuse f_p.

Un élève propose de réaliser :

$$s_{mod}(t) = A_0 \cos(2\pi \left[f_p + f_\Delta s_0 \cos(2\pi f t)\right] t + \varphi)$$

Avec A_0, f_p, f_Δ s_0 f et φ indépendants du temps.

Est-ce une réponse acceptable, sinon pourquoi ?

ch2.Q8

RÉPONSE :

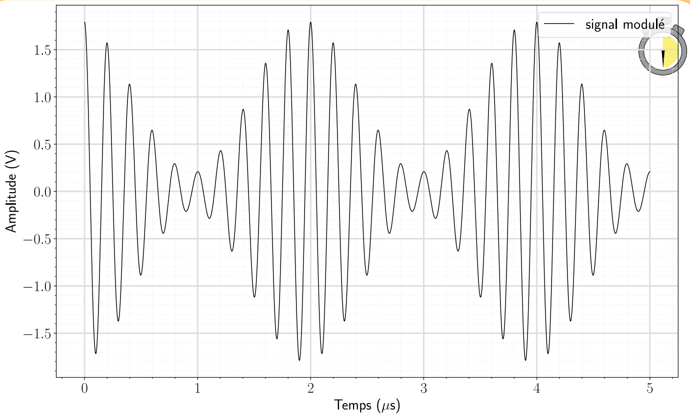
Calculons la fréquence instantanée du signal modulé proposé : $f_i = \frac{1}{2\pi}\frac{\mathrm{d}\phi_{mod}}{\mathrm{d}t}$ où $\phi_{mod} = 2\pi\left[f_p + f_\Delta s_0 \cos(2\pi f t)\right] t + \varphi$

$$f_i = f_p + f_\Delta s_0 \cos(2\pi f t) - 2\pi f t f_\Delta s_0 \sin(2\pi f t)$$

On remarque que $f_i(t)$ a une composante affine oscillante, divergeant à durée infinie. De plus, $f_i(t)$ n'est pas de la forme $\alpha + \beta s(t)$ et donc sera particulièrement difficile à démoduler. On privilégie donc :

$$\boxed{s_{mod}(t) = A_0 \cos\left(2\pi f_p t + \varphi + 2\pi f_\Delta \int_0^t s_0 \cos(2\pi f t')\mathrm{d}t'\right)}$$

ch2.R8

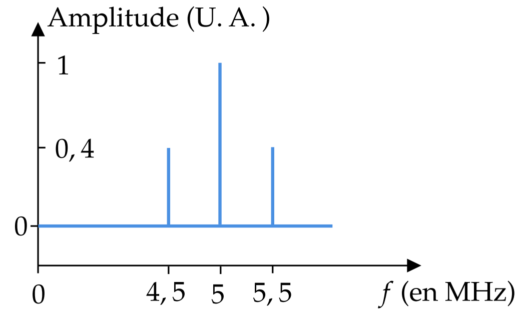


Tracer le spectre du signal ci-dessus.

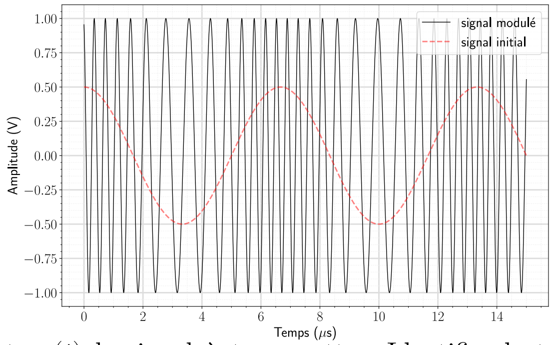
ch2.Q9

RÉPONSE :

On a un signal modulé en amplitude de la forme $s_{mod}(t) = A_0\,(1 + ks_0\cos(2\pi f t + \phi))\cos(2\pi f_p + \varphi)$ où on mesure $A_0 = 1$ V ; $ks_0 = 0,8$; $f = 500$ kHz et $f_p = 5$ MHz.
En utilisant $\cos(p+q) + \cos(p-q) = 2\cos(p)\cos(q)$ on a :



ch2.R9



On note $s(t)$ le signal à transmettre. Identifier le type de modulation effectué ci-dessus et proposer une expression littérale pour $s_{mod}(t)$ à partir de $s(t)$ permettant de moduler $s(t)$ de cette façon.

ch2.Q10

RÉPONSE :

On reconnaît une modulation en fréquence, la période du signal modulé dépendant clairement du signal $s(t)$ à transmettre.
Pour réaliser une modulation en fréquence on cherche à réaliser :

$$\boxed{s_{mod}(t) = A_0\cos\left(2\pi f_p t + \varphi + 2\pi f_\Delta \int_0^t s_0\cos(2\pi f t')\mathrm{d}t'\right)}$$

Où f_p est la fréquence de la porteuse, et f_Δ caractérise la sensibilité de la variation de fréquence en fonction de l'amplitude de s(comme k en modulation d'amplitude).

ch2.R10

Donner des odg pour :
- La fréquence porteuse d'une radio AM
- La fréquence porteuse d'une radio FM
- La fréquence porteuse du Wi-Fi
- La fréquence d'échantillonnage d'un signal audio

ch2.Q11

RÉPONSE :

- La fréquence porteuse d'une radio AM : $f_p \sim 1$ MHz
- La fréquence porteuse d'une radio FM : $f_p \sim 100$ MHz
- La fréquence porteuse du Wi-Fi : $f_p \sim 2$ GHz
- La fréquence d'échantillonnage d'un signal audio : $f_e \sim 40$ kHz (2 fois la fréquence maximale audible pour respecter le critère de Shannon)

ch2.R11

On a transmis un signal $s(t)$ en produisant un signal modulé :

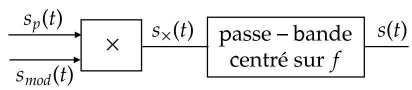
$$s_{mod}(t) = A_0\,(1 + ks(t))\cos(2\pi f_p + \varphi)$$

On note $s_p = A_0\cos(2\pi f_p + \varphi)$ le signal associé à la porteuse. Proposer un montage permettant de démoduler le signal $s_{mod}(t)$ afin de retrouver $s(t)$.

ch2.Q12

RÉPONSE :

Rappelons que $2\cos(a)\cos(b) = \cos(a+b) + \cos(a-b)$, et que le signal modulé en amplitude a donc 3 pics aux fréquences f_p et $f_p \pm f$ avec f la/les fréquences de $s(t)$.



$s_\times(t)$ contient donc des termes aux fréquences $2f_p$, $2f_p \pm f$, 0 et f.
En utilisant un passe-bande centré sur f, suffisamment sélectif pour efficacement couper la composante continue, on obtient bien un signal de sortie proportionnel à $s(t)$

ch2.R12

Un radar routier émet à une fréquence porteuse $f_p = 10$ GHz.
Pour une onde se propageant à la célérité c et une voiture s'approchant à v du récepteur, l'effet Doppler prévoit une fréquence réfléchie captée $f' = \frac{c}{c-v} f_p$
En déduire la durée minimale d'acquisition et le nombre minimal de points à acquérir afin que le radar soit précis à 1 km/h.

ch2.Q13

RÉPONSE :

$v \ll c$ donc $f' \simeq f_p \left(1 + \frac{v}{c}\right)$.
Notons $\delta v = 1$ km/h, on veut distinguer un pic à $f' = f_p \left(1 + \frac{v}{c}\right)$ d'un pic à $f" = f_p \left(1 + \frac{v+\delta v}{c}\right)$.

Il faut donc un pas fréquentiel inférieur à $\Delta f = f" - f' = f_p \times \frac{\delta v}{c} = 9,3$ Hz.
Donc au minimum $\tau = \frac{1}{\Delta f} \simeq 0,1$ s.

Pour échantillonner correctement un signal de fréquence $\simeq 10$ GHz, sans astuce de repliement de spectre, il faut $f_e > 2f' \simeq 2f_p = 20$ GHz donc $N = 1 + f_e \tau = 1 + 2 \times 10^9 \simeq 2 \times 10^9$ pts.

C'est énorme ! Les oscilloscopes en TP à 2k€ pièce stockent 1000 fois moins de points !

ch2.R13

ch2.Q14

RÉPONSE :

ch2.R14

ch2.Q15

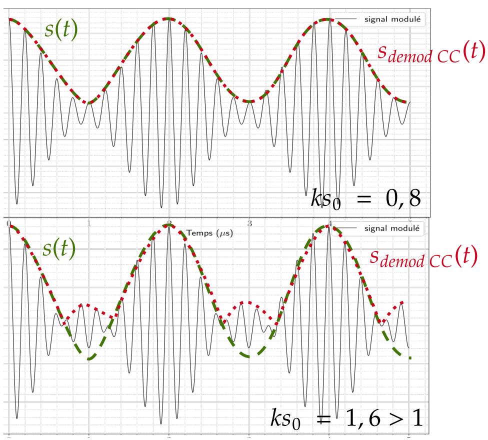
RÉPONSE :

ch2.R15

Une démodulation à détection de crête est-elle toujours adaptée pour démoduler un signal modulé en amplitude ? Pourquoi ?

ch2.Q16

RÉPONSE :



La démodulation à détection de crête échoue dès que $ks_0 > 1$ contrairement à la détection synchrone.

ch2.R16