



VRAI OU FAUX ?

Le champ \vec{E} est toujours à circulation conservative.

ch5.Q1

RÉPONSE :

FAUX

L'équation de Maxwell-Faraday hors de l'ARQS électrique prévoit :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

En intégrant sur une surface S délimitée par le contour fermé \mathcal{C} on obtient après application du théorème de Stokes :

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \neq 0 \quad \text{a priori}$$

ch5.R1



VRAI OU FAUX ?

Il existe toujours V tel que $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}V$.

ch5.Q2

RÉPONSE :

FAUX

Supposons qu'il existe V tel que $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}V$.

Or, pour tout champ scalaire $P(\vec{r}, t)$, $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{grad}}P) = \vec{0}$, donc $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}V \Rightarrow \vec{\text{rot}}\vec{E} = \vec{0}$.

Or l'équation de Maxwell-Faraday hors de l'ARQS électrique prévoit :

$$\vec{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq \vec{0} \quad \text{a priori}$$

Donc il n'existe pas V tel que $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}V$ hors de l'ARQS électrique.

ch5.R2



VRAI OU FAUX ?

En ARQS électrique, le champ \vec{B} est négligeable en norme devant la norme de $\frac{\vec{E}}{c}$.

ch5.Q3

RÉPONSE :

FAUX

Stricto sensu, l'ARQS électrique prévoit que le terme $-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ soit une source négligeable pour \vec{E} devant $\frac{\rho}{\epsilon_0}$.

Par exemple, on peut considérer un champ \vec{B} stationnaire produit par un solénoïde infini parcouru par un courant continu I : $\vec{B} = \mu_0 \frac{N}{L} I \vec{e}_z$ dans le solénoïde.

On peut alors augmenter $\|\vec{B}\|$ en norme jusqu'à dépasser $\frac{\|\vec{E}\|}{c}$ tout en maintenant strictement $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$ et donc en maintenant l'ARQS électrique.

ch5.R3



VRAI OU FAUX ?

Le champ \vec{B} est toujours à flux conservatif.

ch5.Q4

RÉPONSE :

VRAI

L'équation de Maxwell-Thomson prévoit :

$$\text{div}(\vec{B}) = 0$$

En l'intégrant sur un volume quelconque V inclus dans une surface fermée \mathcal{S} on obtient, après application du théorème d'Ostrogradski :

$$\iint_{\mathcal{S}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Vrai pour toute surface fermée \mathcal{S} : c'est précisément ce qu'on appelle un champ à flux conservatif.

ch5.R4



VRAI OU FAUX ?

Si $\rho = 0$ alors \vec{E} est à flux conservatif, même si $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq \vec{0}$.

ch5.Q5

RÉPONSE :

VRAI

Si $\rho = 0$ l'équation de Maxwell-Gauss devient : $\text{div}(\vec{E}) = 0$, en intégrant sur un volume inclus dans une surface fermée \mathcal{S} , on obtient après application du théorème d'Ostrogradski :

$$\iint_{\mathcal{S}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

Vrai pour toute surface fermée \mathcal{S} : \vec{E} est alors ce qu'on appelle un champ à flux conservatif.

ch5.R5



VRAI OU FAUX ?

Un conducteur électrique neutre électriquement ($\rho = 0$ en tout point) subit une force nulle dans un champ magnétique uniforme.

ch5.Q6

RÉPONSE :

FAUX

$\rho = 0$ (quasi tjrs vrai) ne signifie pas $\vec{j} = \vec{0}$ (faux si $I \neq 0$). Dans le modèle de Drude, notons ρ_+ la densité volumique de charge des noyaux + électrons non conducteurs et ρ_- la densité volumique de charge des électrons de conduction. Pour un matériau neutre électriquement (en pratique vrai pour les métaux cf chap. 4) on a $\rho_- = -\rho_+ \text{ tq } \rho_{tot} = \rho_+ + \rho_- = 0$.

Dans le modèle de Drude les noyaux et e^- non conducteurs sont immobiles, mais les e^- de conduction ont une vitesse moyenne \vec{v} , donnant lieu à un \vec{j} non nul et donc à un courant I : le matériau subira a priori la force de Laplace $d\vec{F} = Id\vec{l} \wedge \vec{B}$.

ch5.R6



Proposer un ordre de grandeur de l'amplitude du champ \vec{B} dans les cas suivants :

- Champ magnétique du noyau terrestre à la surface \vec{B}_{terre} .
- Champ magnétique l'intérieur d'un IRM \vec{B}_{IRM} .
- Champ magnétique d'un chargeur sans fil de téléphone \vec{B}_{tel} (solénoïde quasi-infini avec $N = 20$ spires, de hauteur $\ell = 2$ mm, rayon $R = 20$ mm, parcouru par un courant continu d'intensité $I = 1$ A).

ch5.Q7

RÉPONSE :

Rappel : $1 \text{ T} = 1 \text{ kg.s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$

- Champ magnétique du noyau terrestre à la surface $\|\vec{B}_{terre}\| \sim 50 \mu\text{T}$.
- Champ magnétique l'intérieur d'un IRM $\|\vec{B}_{IRM}\| \sim 1 \text{ T}$.
- Champ magnétique d'un chargeur sans fil de téléphone $\|\vec{B}_{tel}\| = \frac{\mu_0 NI}{\ell} = \frac{4\pi 10^{-7} \times 20 \times 1}{0.002} \text{ T} \sim 12 \text{ mT}$.

ch5.R7



Énoncer les équations de Maxwell et leur version simplifiée en :

- régime stationnaire
- en ARQS électrique
- en ARQS magnétique

ch5.Q8

Équation de Maxwell-Thomson :

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

Équation de Maxwell-Gauss :

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

RÉPONSE :

Équation de Maxwell-Ampère :

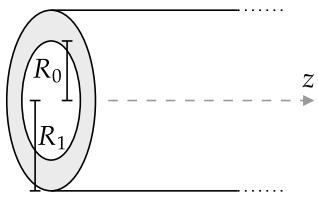
$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ = \vec{0} \text{ en RS, } \simeq \vec{0} \text{ en ARQSM}$$

Équation de Maxwell-Faraday :

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ = \vec{0} \text{ en RS, } \simeq \vec{0} \text{ en ARQSE}$$

ch5.R8

On considère un cylindre creux infini selon z , de rayon interne R_0 et externe R_1 . Une densité volumique de courant \vec{j} stationnaire circule dans ce cylindre. En coordonnées cylindriques, si $R_0 < r < R_1$ alors $\vec{j} = j_0 \vec{e}_\theta$ et sinon $\vec{j} = \vec{0}$.

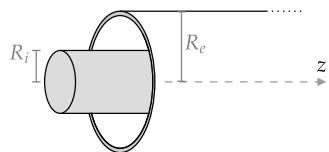


Déterminer le champ magnétique \vec{B} en tout point de l'espace.

ch5.Q9

On modélise un câble coaxial en régime stationnaire comme la superposition :

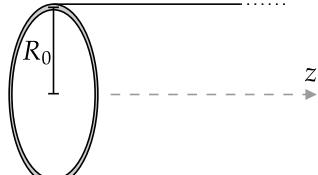
- d'un coeur : un fil plein de rayon R_i parcouru par une densité volumique de courant $\vec{j} = j_0 \vec{e}_z$
- et d'une gaine : un cylindre de rayon R_e parcouru en surface par une densité surfacique de courant $\vec{j}_s = j_{s0} \vec{e}_z$ avec $j_{s0} = -\frac{R_i^2}{2R_e} j_0$



Déterminer le champ \vec{B} en tout point extérieur à la gaine.

ch5.Q10

On considère un cylindre creux infini selon z , de rayon R_0 . Une densité surfacique de courant \vec{j}_s stationnaire circule dans ce cylindre. En coordonnées cylindriques, si $r = R_0$ alors $\vec{j}_s = j_{s0} \vec{e}_\theta$ et sinon $\vec{j} = \vec{0}$.



Déterminer le champ magnétique \vec{B} en tout point de l'espace.

ch5.Q11

On considère un fil rectiligne cylindrique de rayon $R = 1$ mm et longueur $\ell = 5$ m parcouru par un courant continu d'intensité $I = 5$ A, calculer l'amplitude du champ \vec{B} produit à 10 cm du fil.

Commenter en comparant à l'amplitude du champ magnétique terrestre à la surface.

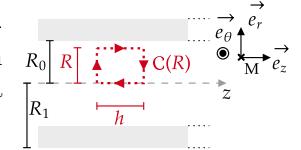
ch5.Q12

RÉPONSE :

\vec{j} stationnaire $\Rightarrow \sim$ solénoïde infini en magnétostat. c'dà : Invariances : $\vec{j} = \vec{j}(r) \Rightarrow \vec{B} = \vec{B}(r)$.

Symétrie : $\forall M (M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta) \Pi^+$ pour \vec{j} donc Π^- pour \vec{B} d'où $\vec{B}(r) = B_z(r) \vec{e}_z$.

Contour d'Ampère : Un rectangle du plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$, avec un segment à $r = 0$ et un segment à $r = R$ avec R paramétrable.



Théorème d'Ampère :

- Si $0 \leq R \leq R_0$ [...] $B_z(R) = B_z(0) = C^{\text{te}}$ $\forall R \in [0; R_0]$
- Si $R_0 < R \leq R_1$ [...] $B_z(R) - B_z(0) = -\mu_0 j_0 (R - R_0)$
- Si $R > R_1$ [...] $B_z(R) - B_z(0) = -\mu_0 j_0 (R_1 - R_0) = C^{\text{te}}$ et $B_z(R) \xrightarrow[R \rightarrow +\infty]{} 0 \Rightarrow B_z(0) = \mu_0 j_0 (R_1 - R_0)$

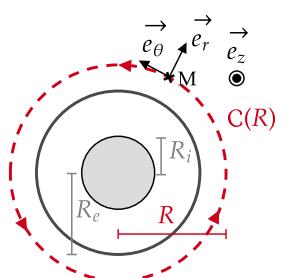
ch5.R9

RÉPONSE :

Invariances : $\vec{j} = \vec{j}(r) \Rightarrow \vec{B} = \vec{B}(r)$.

Symétrie : $\forall M (M, \vec{e}_r, \vec{e}_z) \Pi^+$ pour \vec{j} donc Π^- pour \vec{B} d'où $\vec{B}(r) = B_\theta(r) \vec{e}_\theta$.

Contour d'Ampère : Un cercle du plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ centré sur O.



Théorème d'Ampère : Pre-nons $R > R_e$, $I_{\text{enlacé}} = \int_0^{R_e} dr \int_0^{2\pi} rd\theta j_0 + \int_0^{2\pi} R_e d\theta j_{s0} = \pi R_e^2 j_0 + 2\pi R_e j_{s0} = 0$.

Donc $\vec{B}(R > R_e) = \vec{0}$.

ch5.R10

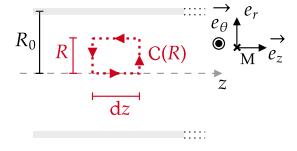
RÉPONSE :

C'est presque le solénoïde infini de magnétostat. c'dà :

Invariances : $\vec{j} = \vec{j}(r) \Rightarrow \vec{B} = \vec{B}(r)$.

Symétrie : $\forall M (M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta) \Pi^+$ pour \vec{j} donc Π^- pour \vec{B} d'où $\vec{B}(r) = B_z(r) \vec{e}_z$.

Contour d'Ampère : Un rectangle du plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$, avec un segment à $r = 0$ et un segment à $r = R$ avec R paramétrable.



Théorème d'Ampère :

- Ici $I_{\text{enlacé}} = \int_{z_0}^{z_0+dz} d\vec{l} \cdot \vec{j}_s$ avec $d\vec{l}$ orienté (via \mathcal{C}) selon $+\vec{e}_\theta$.
- Si $0 \leq R < R_0$ [...] $B_z(R) = B_z(0) = C^{\text{te}}$ $\forall R \in [0; R_0]$
 - Si $R > R_0$ [...] $B_z(0) - B_z(R) = \mu_0 j_{s0} = C^{\text{te}}$ et $B_z(R) \xrightarrow[R \rightarrow +\infty]{} 0 \Rightarrow B_z(0) = \mu_0 j_{s0}$

ch5.R11

RÉPONSE :

On a obtenu dans le cours $\vec{B} = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} \vec{e}_z$ comme champ magnétique à l'extérieur d'un fil électrique parcouru par un courant continu I , le fil étant orienté selon \vec{e}_z avec I selon z croissant.

On a donc :

$$\|\vec{B}_{\text{fil}}\| = \frac{20\pi 10^{-7}}{2\pi 0.1} T \sim 10^{-5} T$$

Or $\|\vec{B}_{\text{fil}}\| \sim 50 \mu\text{T}$

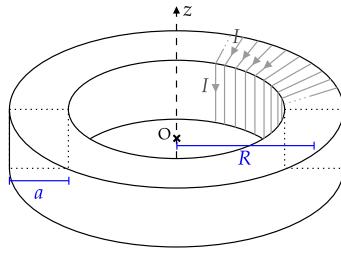
On observerait donc à peine l'effet du champ \vec{B} produit par ce fil sur une boussole, via une déviation de quelques degrés typiquement.

ch5.R12

On considère un tore à base carrée, de rayon R et de Carré de base a .

Sur ce tore s'enroulent des spires parcourues par un courant continu I . On suppose les spires suffisamment rapprochées pour considérer qu'elles forment une distribution continue de courant.

Quelles informations apportent l'analyse des symétries et invariances du problème ?



ch5.Q13

RÉPONSE :

Invariances : La distribution de courants est invariante par rotation d'angle θ donc $\vec{B}(r, \theta, z) = \vec{B}(r, z)$.

Symétries : Pour tout point M de l'espace, $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ est Π^+ pour \vec{j} donc Π^- pour \vec{B} donc $\vec{B} = B_\theta(r, z)\vec{e}_\theta$.

Pour aller plus loin : Prendre un contour de rayon inclus dans $[R-a; R+a]$ et hors de cet intervalle pour montrer que \vec{B} est nul en-dehors du tore et qu'à l'intérieur on a $\vec{B}(r) = -\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}\vec{e}_\theta$ avec N le nombre de spires formées autour du tore, cf ex 4.

ch5.R13

VRAI OU FAUX ?

Pour tout contour fermé \mathcal{C} , $\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ ne dépend que du courant électrique enlacé dans la surface délimitée par \mathcal{C} .



ch5.Q14

RÉPONSE :

FAUX

Hors de l'ARQSM, l'équation de Maxwell-Ampère s'écrit :

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Que l'on peut intégrer sur n'importe quelle surface s'appuyant sur un contour fermé quelconque \mathcal{C} , appliquer le théorème de Stokes donne alors :

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enlacé}} + \mu_0 \varepsilon_0 \iint \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

Équation appellée "Théorème d'Ampère généralisé".

Le dernier terme est complètement indépendant du courant électrique enlacé.

ch5.R14

Dans le cadre de l'ARQS magnétique, proposer un ordre de grandeur pour l'inductance propre d'un solénoïde contenant 1000 spires, de rayon $R = 1$ cm, long de $\ell = 1$ m, parcouru par un courant d'amplitude $I = 0,5$ A



ch5.Q15

RÉPONSE :

Puisque le champ magnétique dans un solénoïde infini en ARSQM est uniforme en son intérieur et vaut $\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{\ell}\vec{e}_z$, on obtient $\Phi = \frac{\mu_0 N^2 I \pi R^2}{\ell}$ et donc :

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2}{\ell}$$

D'où $L = \frac{4\pi 10^{-7} 10^6 \pi 0,01}{1} \Omega \cdot \text{s} \sim 4 \times 10^{-2} \Omega \cdot \text{s}$ ou :

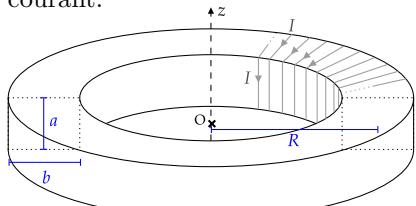
$$L \sim 40 \text{ mH}$$

ch5.R15

On considère un tore à base rectangulaire, de rayon R .



Sur ce tore s'enroulent N spires parcourues par un courant continu I . On suppose les spires suffisamment rapprochées pour considérer qu'elles forment une distribution quasi-continue de courant.



ch5.Q16

Déterminer l'inductance propre de ce tore à base rectangulaire.

RÉPONSE :

Très similaire à l'ex 11.

L'étude des invariances et symétries fournit $\vec{B} = B_\theta(r, z)\vec{e}_\theta$. Le théorème d'Ampère sur un contour circulaire de rayon r_c donne $\vec{B}(r_c) = -\frac{\mu_0 NI}{2\pi r_c}\vec{e}_\theta$ uniforme dans l'intérieur du tore, et $\vec{B} = \vec{0}$ ailleurs.

On calcule Φ_p en prenant une surface orientée selon $-\vec{e}_\theta$ car selon la règle de la main droite à partir de l'orientation du courant I afin que $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ soit la tension d'une source de tension en convention générateur vis-à-vis de I .

$$\Phi_p = N \int_{-a/2}^{a/2} dz \int_{R-b/2}^{R+b/2} dr \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

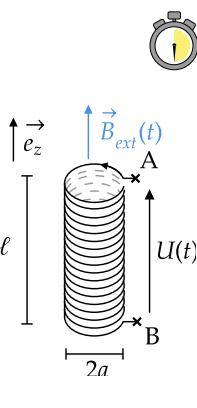
$$\text{D'où : } L = \frac{\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln \left(\frac{R+b/2}{R-b/2} \right)$$

ch5.R16

On plonge un solénoïde de rayon a et de longueur ℓ constitué de N spires dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}_{ext}(t) = B_0 \cos(2\pi ft + \varphi) \vec{e}_z$.

On assimile électriquement le solénoïde infini à une résistance r en série avec une inductance propre L .

Déterminer $U(t)$, puis en déduire en régime permanent le champ magnétique $\vec{B}_{ind}(t)$ induit dans le solénoïde.

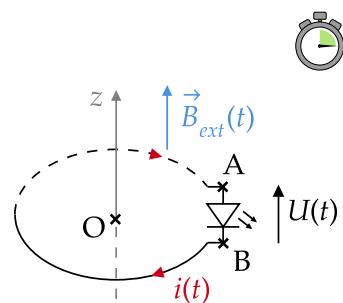


ch5.Q17

Par un mouvement d'aimant, on impose $\vec{B}(t) = \beta t \vec{e}_z$ quasi uniforme à l'échelle d'une spire de rayon R contenue dans un plan orthogonal à \vec{e}_z , avec $\beta > 0$. On négligera le flux propre de la spire devant le flux extérieur.

Une LED s'allume si $U(t) > 0$.

La LED s'allumera-t-elle, si oui quand ?

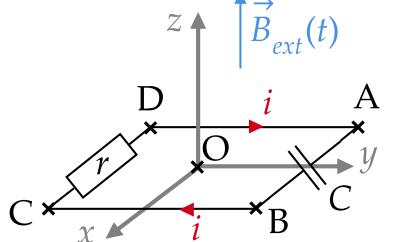


ch5.Q18

On plonge un circuit rC rectangulaire, d'inductance propre constante L dans un champ \vec{B}_{ext} uniforme :

$$\vec{B}_{ext} = B_0 \sin(2\pi ft) \vec{e}_z$$

Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le courant électrique i .

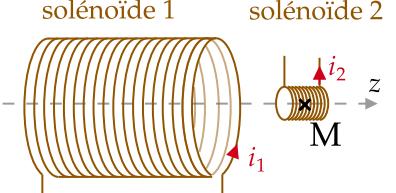


ch5.Q19

On place deux solénoïdes idéaux (quasi-infinis), le n°1 (N_1 fils, longueur ℓ_1 , rayon R_1) et le solénoïde n° 2 nettement plus petit (N_2 fils, longueur ℓ_2 , rayon R_2) autour du point M.

On mesure préalablement au teslamètre que le champ créé par le solénoïde 1 seul au voisinage de M est quasi-uniforme égal à 60% de sa valeur à l'intérieur du solénoïde 1.

Exprimer la constante de couplage k entre les deux solénoïdes en fonction des données fournies.



ch5.Q20

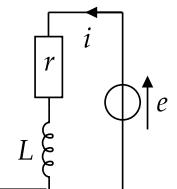
RÉPONSE :

Orientons le contour selon $+\vec{e}_\theta$ comme suggéré sur le schéma. On a alors $e = U(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec :

$$\Phi = \int_0^a dr \int_0^{2\pi} r d\theta \vec{e}_z \cdot \vec{B}_{ext}(t) = \pi a^2 B_0 \cos(2\pi ft + \varphi)$$

D'où $e = 2\pi^2 a^2 f B_0 \sin(2\pi ft + \varphi)$, donc $ri(t) + L \frac{di}{dt} = e(t)$ donne en régime permanent (\Rightarrow RSF utilisable) [...] $i(t) = \frac{2\pi^2 a^2 f B_0}{\sqrt{r^2 + 4\pi^2 f^2 L^2}} \sin(2\pi ft + \varphi - \alpha)$ où $\alpha = \text{Arctan}(\frac{2\pi f L}{r})$, d'où :

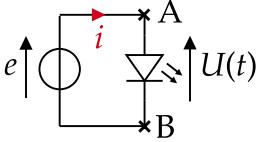
$$\vec{B}_{ind}(t) = \frac{2\mu_0 N \pi^2 a^2 f B_0}{\ell \sqrt{r^2 + 4\pi^2 f^2 L^2}} \sin(2\pi ft + \varphi - \alpha) \vec{e}_z$$



ch5.R17

RÉPONSE :

En négligeant l'inductance propre de la spire on a le circuit équivalent ci-contre. On oriente e en convention générateur en suivant le contour orienté (dans le doute, ré-intégrer MF sur le contour orienté de votre exercice).



La règle de la main droite oriente $d\vec{S}$ selon $-\vec{e}_z$ pour le calcul de Φ d'où $\Phi = -\pi R^2 \beta t$ et donc :

$$e(t) = \pi R^2 \beta = U(t) \quad \text{loi des mailles}$$

La LED s'allumera donc toujours.

ch5.R18

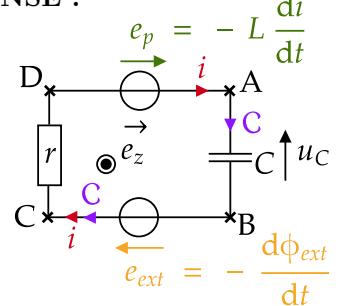
RÉPONSE :

Orientons le contour \mathcal{C} dans le sens de i (les fem induites e_p et e_{ext} sont toujours en convention générateur par rapport à \mathcal{C} , mais avec ce choix aussi en convention générateur par rapport à i).

Attention : $d\vec{S} = -dS \vec{e}_z$ pour le calcul de ϕ avec ce \mathcal{C} .

La loi des mailles donne : $e_p + e_{ext} = u_C + ri$, [...] $\frac{d}{dt}$

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + r \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = -4\pi^2 f^2 B_0 AB \times BC \times \sin(2\pi ft)$$



ch5.R19

RÉPONSE :

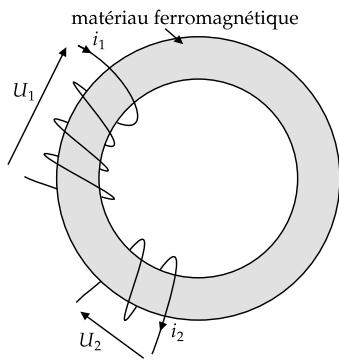
Calculons M via $M_{1 \rightarrow 2}$ en calculant $\phi_{1 \rightarrow 2}$:

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \iint_{\text{spires du sol. 2}} \vec{B}_1(M) \cdot d\vec{S}_2 = N_2 \iint_{1 \text{ spire}} \vec{B}_1(M) \cdot d\vec{S}_2$$

L'orientation de $d\vec{S}_2$ est selon $\pm \vec{e}_z$ sans plus d'infos au vu du schéma (expérimentalement souvent difficile d'identifier le sens d'enroulement). En revanche $\vec{B}_1(M) = 0,6 \frac{\mu_0 N_1 i_1}{\ell_1} \vec{e}_z$ d'où :

$$M_{1 \rightarrow 2} = \pm 0,6 N_2 \pi R_2^2 \frac{\mu_0 N_1}{\ell_1} \text{ et } k = \frac{0,6 R_2 \sqrt{\ell_2}}{R_1 \sqrt{\ell_1}}$$

ch5.R20



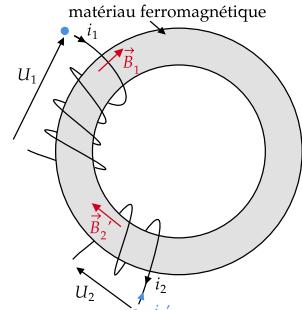
Proposer une paire de bornes homologues pour ce transformateur idéal, puis une relation entre U_1 et U_2 pour des tensions alternatives.

ch5.Q21

RÉPONSE :

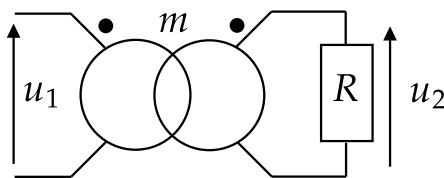
Les tensions et courants du primaire et secondaire sont volontairement orientés n'importe comment.

Les courants **entrants** dans les bornes homologues doivent contribuer dans le même sens au flux magnétique d'où 2 bornes homologues en bleu.



Donc $U_2 = -\frac{N_2}{N_1} U_1 = -\frac{2}{4} U_1$ pour un transformateur idéal en comptant le nombre de spires sur le schéma.

ch5.R21



Un transformateur idéal possède 260 spires au primaire et 13 spires au secondaire.

On applique une tension continue $u_1 = 220 \text{ V}$ au primaire.
Calculer m , puis calculer la tension u_2 au secondaire.

ch5.Q22

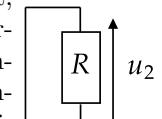
RÉPONSE :

On a pour un transformateur idéal :

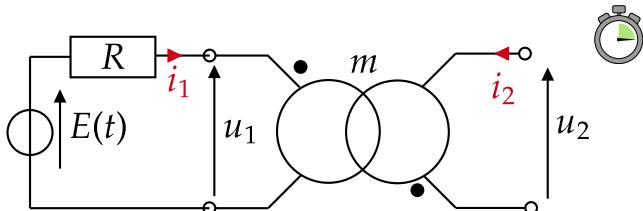
$$m = \frac{N_2}{N_1} = \frac{13}{260} = 0,05$$

Attention : u_1 est d'après l'énoncé une tension **continue**, donc le courant i_1 est constant, et ϕ le flux du champ magnétique dans le ferromagnétique l'est également, d'où une fem induite e nulle (à la fois au primaire et au secondaire). On obtient alors le circuit équivalent ci-dessous :

$$u_2 = 0 \text{ V}$$



ch5.R22



On considère un transformateur idéal de facteur de transformation m , relié au primaire à une source de tension $E(t)$ oscillant à 50 Hz, et laissé à vide au secondaire.

Exprimer i_1 , i_2 , u_1 et u_2 en fonction de $E(t)$ et R .

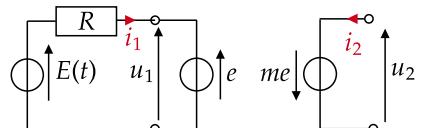
ch5.Q23

RÉPONSE :

On obtient le schéma équivalent ci-dessous (les bornes homologues donnent le sens du contour au secondaire selon celui au primaire pour avoir $e_2 = +me$). Le secondaire est à vide donc $i_2 = 0 \text{ A}$.

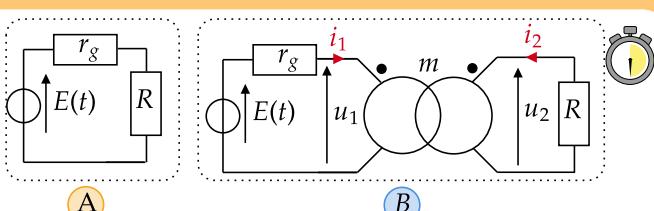
Transformateur idéal

\Rightarrow pas de pertes, d'où $u_1 i_1 = u_2 i_2$ et donc $ei_1 = -mei_2$ soit $i_1 = -mi_2 = 0 \text{ A}$.



ch5.R23

Les lois des mailles donnent $u_2 = -me$ et $E(t) = Ri_1 + u_1$ donc $u_1 = E(t)$ et $u_2 = -mE(t)$.



A

B

On note P_A la puissance absorbée par la résistance de charge R dans le cas A et P_B la puissance absorbée par R dans le cas B.

Exprimer P_A en fonction de r_g , $E(t)$ une tension alternative et R , puis déterminer la valeur de m maximisant P_B , on montrera que $P_{B,\max}$ est strictement supérieur à P_A dès que $r_g \neq 0$.

ch5.Q24

RÉPONSE :

Par pont diviseur de tension : $P_A = RI^2 = \frac{RE^2}{(R+r_g)^2}$.

Et $P_B = Ri_2^2$, or on a 4 eq et 4 inconnues (u_1 , u_2 , i_1 , i_2) :

Transfo idéal :

Lois des mailles :

$$\begin{cases} u_2 = mu_1 \\ u_1 i_1 = u_2 i_2 \end{cases} \quad \begin{cases} u_2 = Ri_2 \\ E = u_1 + r_g i_1 \end{cases}$$

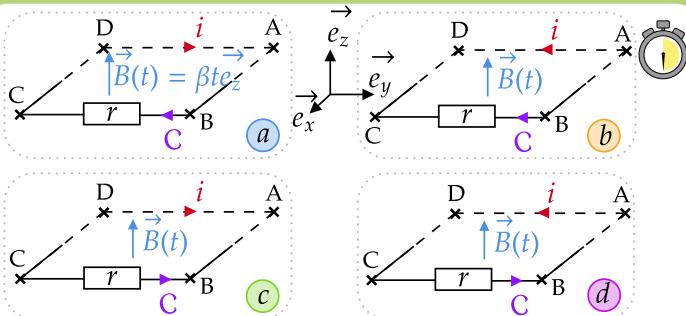
On isole i_2 [...] : $i_2 = \frac{mE}{R+r_g m^2}$ d'où :

$P_B = \frac{Rm^2 E^2}{(R+r_g m^2)^2}$, maximal lorsque $(\frac{R}{m} + r_g m)$ est minimal

c'est-à-dire pour $m = \sqrt{R/r_g}$, où $P_{B,\max} = \frac{E^2}{4r_g}$, on a bien

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{4Rr_g}{(R+r_g)^2} = \frac{(R+r_g)^2 - (R-r_g)^2}{(R+r_g)^2} < 1.$$

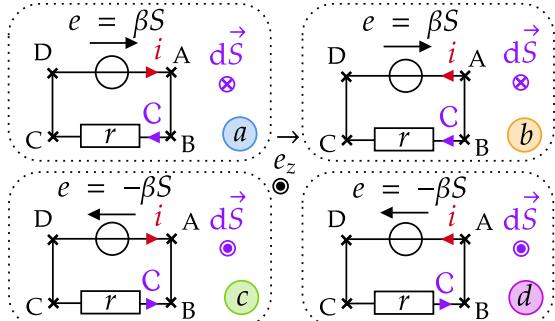
ch5.R24



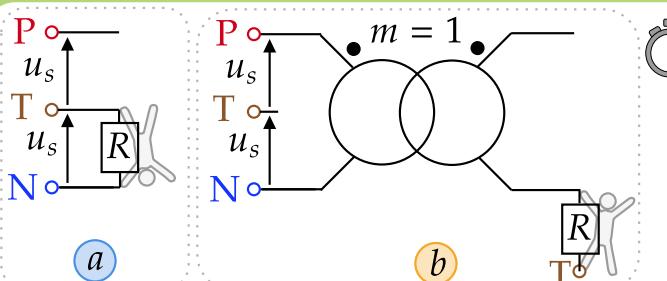
On considère une spire rectangulaire de surface S dans le plan (Oxy), plongée dans $\vec{B}(t)$ uniforme avec 4 orientations possibles pour i et le contour \mathcal{C} tel que $e = \oint_{\mathcal{C}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$. Dans chaque cas, tracer le circuit équivalent en explicitant e en fonction des données.

ch5.Q25

RÉPONSE : $e = -\frac{d\phi}{dt}$ vrai pour e orienté dans le sens de \mathcal{C} , et pour ϕ le sens de $d\vec{S}$ obtenu par règle de la main droite via \mathcal{C} . e plaçable à n'importe quel endroit de la maille tant que la loi des mailles reste la même.



ch5.R25



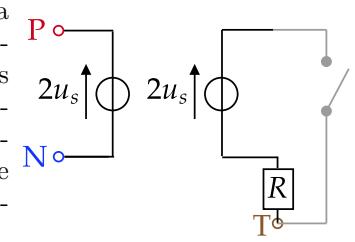
Une personne de résistance $R = 1,1 \text{ k}\Omega$ touche un fil électrique dans chacun des cas a et b . u_s est une tension sinusoïdale de 110V d'amplitude et de fréquence 50 Hz. Sans R , le secondaire du transformateur ne serait pas relié à T .

Calculer le courant la traversant dans chaque cas, et expliquer l'intérêt du transformateur.

ch5.Q26

RÉPONSE :

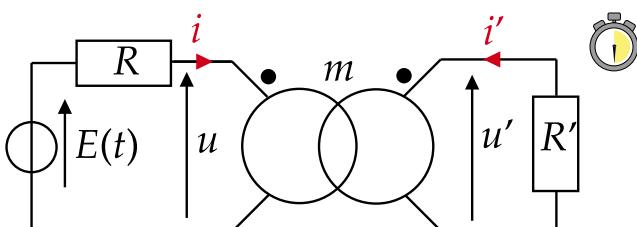
Cas a : La loi d'Ohm donne $i_a(t) = \frac{u_s(t)}{R}$ d'amplitude $i_{s0} = \frac{u_{s0}}{R} = 100 \text{ mA}$ ce qui est un courant mortel.



ch5.R26

Cas b : On obtient le schéma électrique suivant en remplaçant le transformateur par les fem au primaire et au secondaire. On peut à la rigueur expliciter en gris le fait que le circuit jusqu'à la terre est ouvert : on a donc $i_b = 0 \text{ A}$.

C'est un transformateur d'isolement : en aval, toucher une de ses bornes depuis la terre n'est plus dangereux.



On considère un transformateur idéal relié au primaire à une source de tension $E(t)$ telle que $E(t \geq 0) = E = \text{Cte.}$ À $t \leq 0$, $i(t) = 0$, $i'(t) = 0$ et $E(t < 0) = 0$. On note L_0 l'inductance propre du primaire, $m^2 L_0$ l'inductance propre du secondaire et on suppose le facteur de couplage égal à 1.

Déterminer $i(t)$ lorsque $t > 0$.

ch5.Q27

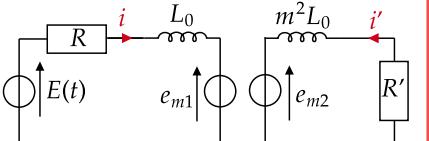
RÉPONSE :

Attention : L'équation $u' = mu$ est fausse en présence de tensions continues, on doit donc revenir explicitement au fait que seules les dérivées de i_1 et i_2 sont couplées (cf. ex14).

On a $e_{m1} = -M \frac{di'}{dt}$ et

$e_{m2} = -M \frac{di}{dt}$ d'où, avec

$k = 1$ et donc $M = m L_0$:



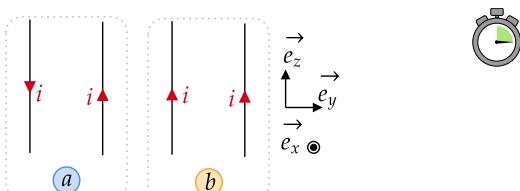
$$E = Ri + L_0 \frac{di}{dt} - m L_0 \frac{di'}{dt} \quad (1)$$

$$m L_0 \frac{di}{dt} = m^2 L_0 \frac{di'}{dt} + R' i' \quad (2)$$

puis, par substitution [...] :

$$\underbrace{\frac{L_0(m^2 R + m R')}{RR'}}_{\tau} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R} \Rightarrow i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

ch5.R27



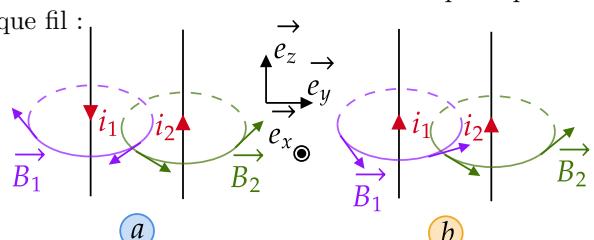
On considère deux fils verticaux sans pesanteur, libres de se mouvoir, parcourus par un courant $i > 0$. Dans l'un des cas les fils se collent, dans l'autre ils se repoussent.

Identifier le cas correspondant à chaque situation en justifiant.

ch5.Q28

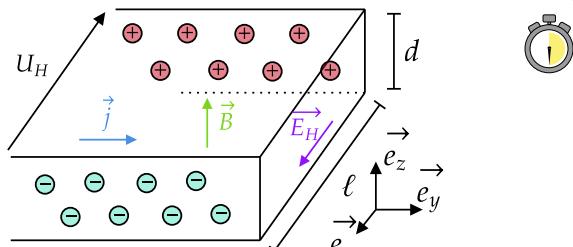
RÉPONSE :

On détermine d'abord l'allure du champ \vec{B} produit par chaque fil :



Puis on détermine le sens de la force de Laplace : Dans le cas a le fil 2 subit sur une longueur $d\ell$ la force $dF_{1 \rightarrow 2} = i_2 dz \vec{e}_z \wedge B_1 \vec{e}_x = i_2 B_1 \vec{e}_y$ avec $i_2 B_1 > 0$. Même raisonnement 4 fois : en a les fils se repoussent et en b ils s'attirent.

ch5.R28



Une piste d'épaisseur $d = 1 \mu\text{m}$ et de largeur $\ell = 10 \mu\text{m}$ est plongée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ avec $B_0 = 50 \text{ mT}$ et est parcourue par $I = 2 \text{ mA}$ uniformément réparti de densité \vec{j} . Dans ce semi-conducteur InSb, le nombre d'e⁻ libres par unité de volume est $n \sim 2 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$. Proposer un odg pour la tension Hall U_H en régime stationnaire.

ch5.Q29

RÉPONSE :

(Redémo facultative :) En régime stationnaire :

$$\vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B} = -\frac{\vec{j}}{-en} \wedge \vec{B} = \frac{IB_0}{\ell den} \vec{e}_x$$

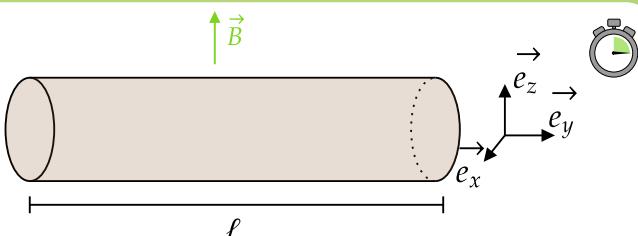
D'où, en supposant \vec{E}_H uniforme dans le semi-conducteur :

$$U_H = - \int_{x_0+\ell}^{x_0} dx \vec{e}_x \cdot \vec{E}_H = \frac{IB_0}{den}$$

D'où :

$$U_H = \frac{100}{1 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^{21}} \text{ V} = 0,33 \text{ V}$$

ch5.R29



Une tige de cuivre de longueur $\ell = 30 \text{ cm}$ est parcourue par un courant $I = 3 \text{ A}$ positif dans le sens indiqué par \vec{j} , et plongée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ avec $B_0 = 30 \text{ mT}$.

Déterminer la direction, le sens et la norme de la force de Laplace s'appliquant à cette tige.

ch5.Q30

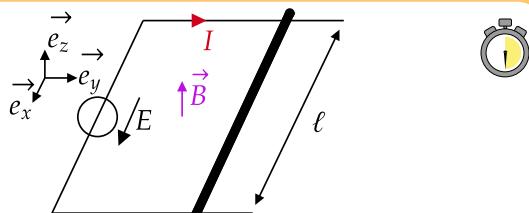
RÉPONSE :

Un segment de longueur dx de la tige subit une force $d\vec{F}_{La} = Idy \vec{e}_y \wedge \vec{B}$ et donc la force résultante est :

$$\vec{F}_{La} = \int_{y_0}^{y_0+\ell} dy I \vec{e}_y \wedge B_0 \vec{e}_z = IB_0 \ell \vec{e}_x$$

De norme $F_{La} = 3 \times 0,03 \times 0,3 = 10 \text{ mN}$

ch5.R30



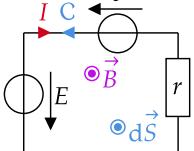
Une tige de masse m et résistance r est plongée dans un champ $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ ($B_0 > 0$) uniforme et stationnaire, et posée sur un rail de résistance nulle, linéaire et semi-infini selon e_x . Aux bornes du rail est appliquée une tension constante $E > 0$.

La tige est initialement à vitesse nulle : exprimer l'énergie cinétique finale acquise par le rail en fonction des données.

ch5.Q31

RÉPONSE :

On obtient ce schéma électrique avec $\phi = y(t)\ell B_0$ et $e = -\dot{y}\ell B_0$. Par loi des mailles et PFD appliquée à la tige on obtient :



$$\begin{cases} E - \dot{y}\ell B_0 + rI = 0 & (1) \\ m\ddot{y} = -IB_0\ell & (2) \end{cases} \quad (1) \times I + (2) \times \dot{y} \Rightarrow$$

(2) dans (1) donne $\frac{E}{\ell B_0} - \dot{y} - \underbrace{\frac{rm}{B_0^2 \ell^2}}_{\tau} \ddot{y} = 0$ d'où $\dot{y} = \frac{E}{\ell B_0} (1 - e^{-t/\tau})$

et donc $\lim_{t \rightarrow +\infty} E_c = \frac{1}{2} m \left(\frac{E}{\ell B_0} \right)^2$.

ch5.R31



RÉPONSE :

ch5.Q32

ch5.R32