

Combien de dimensions pour l'univers?

Pierre Vanhove



Lycée Benjamin Franklin, Orléans, 10 décembre 2013



En 2012 nous avons commémoré la mort d'Henri Poincaré.



L'ouvrage posthume « Dernières pensées » contient ses réflexions sur l'espace et le temps

En 2012 nous avons commémoré la mort d'Henri Poincaré.



Il pose les questions suivantes

Qu'est-ce en effet que ce prétendu sens de l'espace ?

Pourquoi l'espace a trois dimensions ?

Plan de l'exposé

- I Géométrie et dynamique de la Terre**
- II Trois dimensions pour l'espace**
- III Des dimensions supplémentaires pour l'unification**
- IV Dimensions supplémentaires et expériences**

Première partie I

Géométrie et dynamique de la Terre

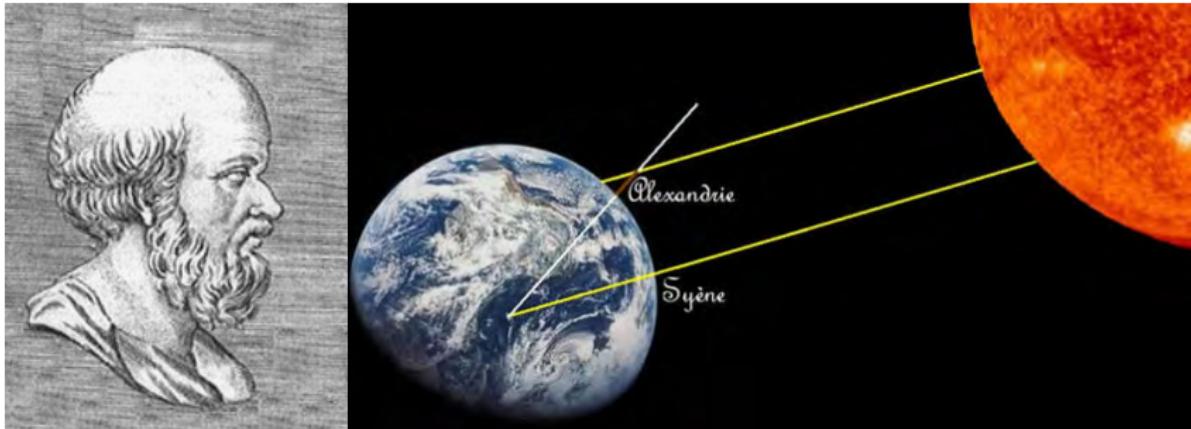
J'écarterais d'abord l'idée d'un prétendu sens de l'espace qui nous ferait localiser nos sensations dans un espace tout fait, dont la notion préexisterait à toute expérience, et qui avant toute expérience aurait toutes les propriétés de l'espace du géomètre. Qu'est-ce en effet que ce prétendu sens de l'espace ?

Henri Poincaré « Dernières pensées »



Aristote (384-322 av. J.C.) en observant les phases de la lune et que certains astres sont visibles en Egypte mais pas dans le Nord conclut que

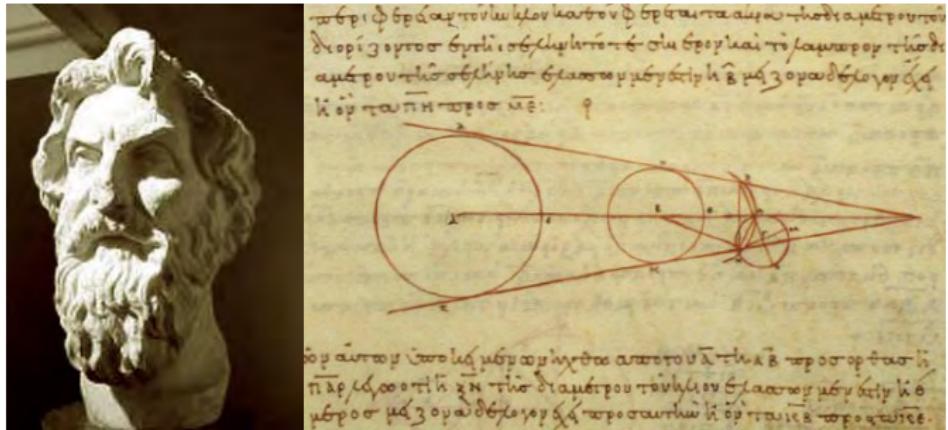
la Terre est une sphère de modeste dimension.



Ératosthène (276–194 av. J.C.) en comparant la position du soleil à midi le 21 juin à Syène et à Alexandrie calcula que

le rayon de la Terre est de 6800 kilomètres.

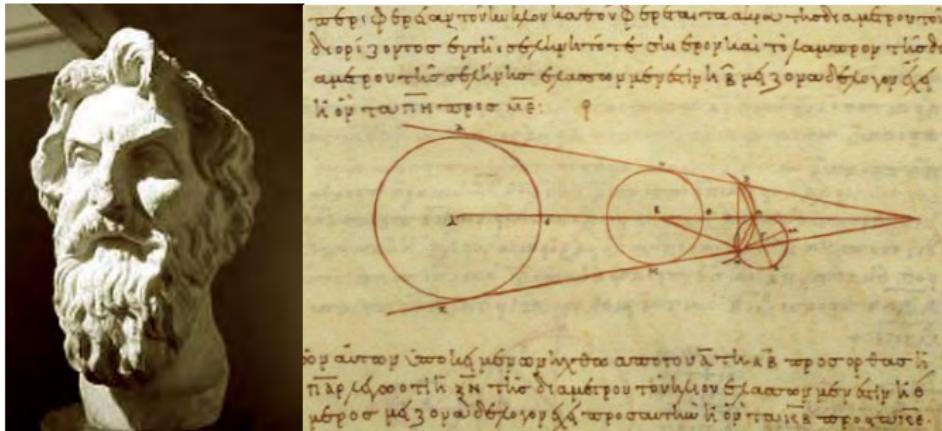
Ce qui est correct à 8 %



Aristarque de Samos (310–230 av. J.C.) utilisa le théorème de Thalès pour estimer le rayon du Soleil et sa distance à la Terre

Son calcul donna un Soleil beaucoup plus gros que la Terre.

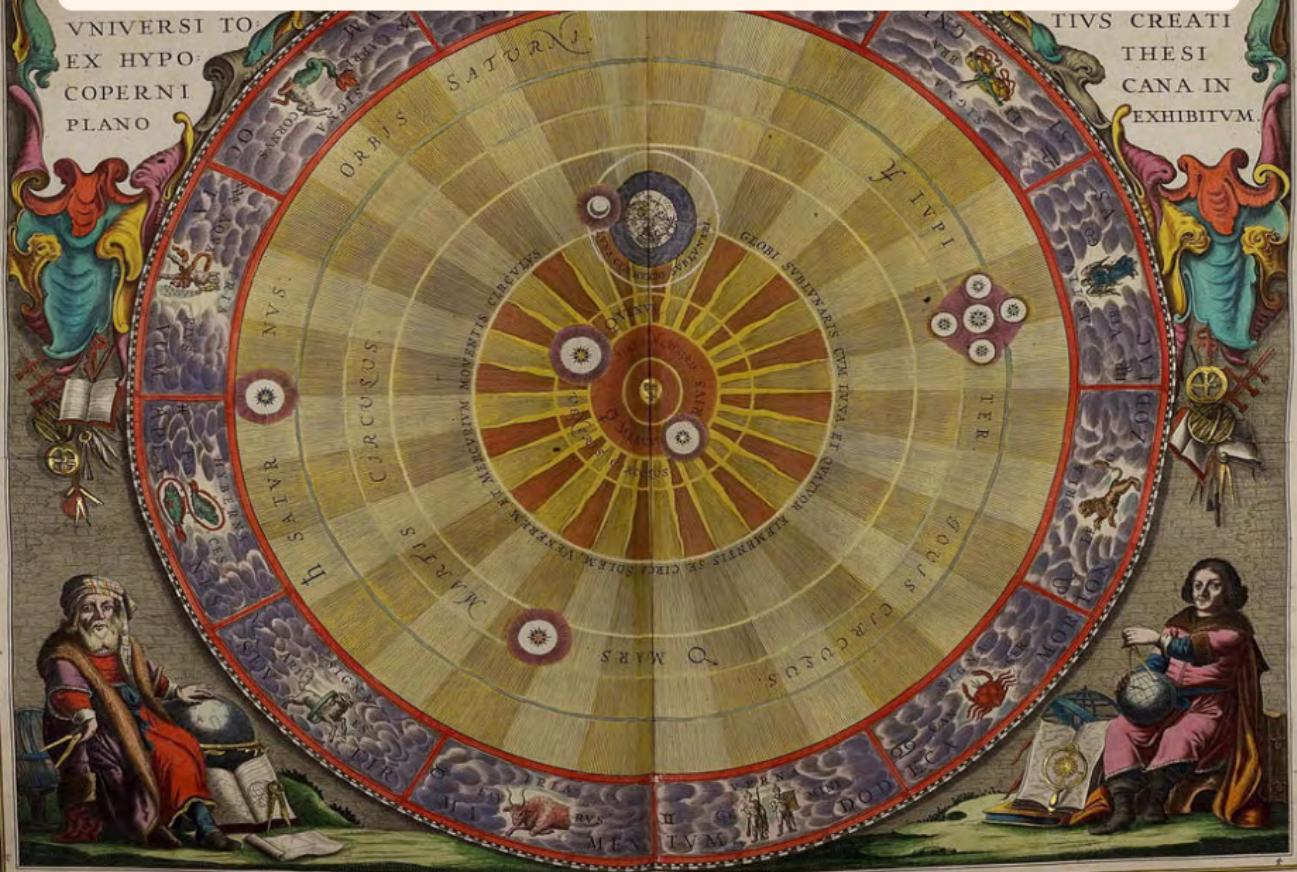
Il conclut logiquement que la Terre tourne autour du Soleil.



Dans la préface du traité « L'Arénaire » Archimède écrit

Aristarque de Samos [...] commence en fait avec l'hypothèse que les étoiles fixes et le Soleil sont immobiles. Quant à la Terre, elle se déplace autour du Soleil sur la circonference d'un cercle ayant son centre dans le Soleil.

Ce ne sera accepté que 1800 ans plus tard avec les travaux de Nicolas Copernic.





Pouvons-nous par des observations et des raisonnements déterminer les dimensions de notre univers ?

Deuxième partie II

Trois dimensions pour l'espace

Pourquoi maintenant et dans quelle mesure l'espace est-il relatif?

Ainsi non seulement nous ne pouvons connaître la position absolue d'un objet dans l'espace, de sorte que ce mot, « position absolue d'un objet », n'a aucun sens et qu'il convient de parler seulement de sa position relative par rapport à d'autres objets ; mais le mot « grandeur absolue d'un objet », « distance absolue de deux points », n'a aucun sens ; on doit parler seulement du rapport de deux grandeurs, du rapport de deux distances.

Dans ces conditions l'espace a-t-il des propriétés géométriques indépendantes des instruments qui servent à le mesurer ?

Henri Poincaré, « Dernières pensées »

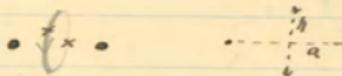
A 5

2013 est le centenaire des articles de Niels Bohr sur la structure
de l'atome d'Hydrogène

Hydrogen



$$\text{Central force} = \frac{e^2}{h^2} \cdot 1$$



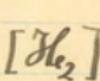
$$\frac{e^2}{h^2} = 2 \cdot \frac{e^2 \cdot a}{(a^2 + h^2)^2} \quad h = a\sqrt{3}$$

$$\text{Central force} = 2 \cdot \frac{e^2 \cdot h}{(a^2 + h^2)^2} - \frac{e^2}{h^2} \cdot \frac{e^2}{h^2} \left(\frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4} \right) = \frac{e^2}{h^2} \cdot 1.049$$

Helium



$$\text{Central force} = \frac{2e^2}{h^2} - \frac{e^2}{h^2} = \frac{e^2}{h^2} \cdot 1.75$$

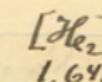


$$\frac{4e^2}{h^2} = 4 \cdot \frac{2e^2 \cdot a}{(a^2 + h^2)^2}$$

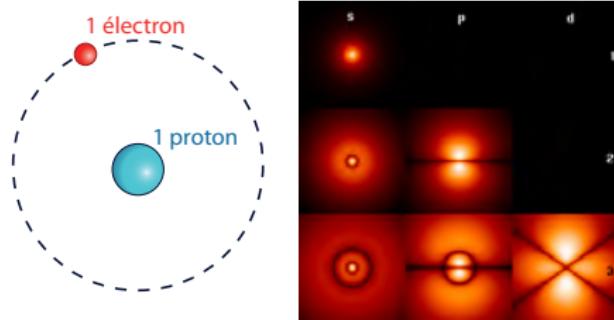
$$h = a\sqrt{3}$$

$$\text{Central force} = 2 \cdot \frac{2e^2 h}{(a^2 + h^2)^2} - \frac{e^2 A_v}{h^2} = \frac{e^2}{h^2} \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3.828}{4} \right) = \frac{e^2}{h^2} \cdot 1.641$$

If we put the force equal to $\frac{e^2 X}{h^2}$ we get



$$1 \quad 1.049 \quad 1.75 \quad 1.641$$



L'atome d'Hydrogène est régit par l'équation de Schrödinger :

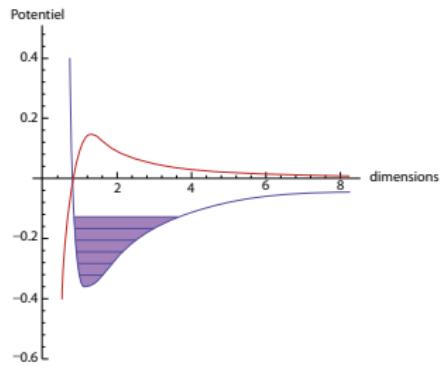
$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_r + V(r) \right) \Psi(r) = E \Psi(r)$$

La dynamique est donnée par un terme cinétique et un potentiel combinant la force centrifuge et la force électrique :

$$V(r) = \frac{L^2}{r^2} - \frac{q_e q_p}{4\pi\epsilon_0 r}$$

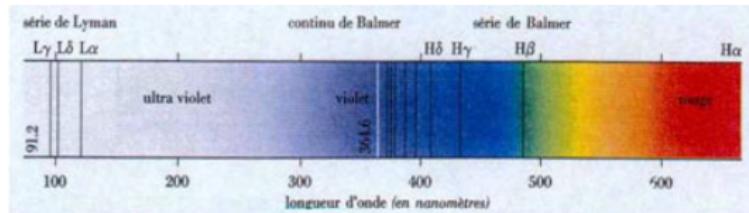
En 1917 Paul Ehrenfest argumenta que pour un espace avec $d > 3$ dimensions l'atome d'hydrogène ne peut pas exister.

$$V(r) = \frac{L^2}{r^2} - \frac{q_e q_p}{4\pi\epsilon_0 r^{d-2}}$$



D'autres modèles avec des dimensions supplémentaires modifient la dynamique de l'électron autour du noyau en conservant l'existence d'atomes

L'énergie des raies lumineuses émises et absorbées par l'atome dépend de la dimension

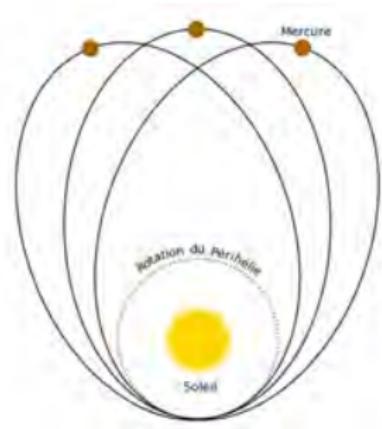
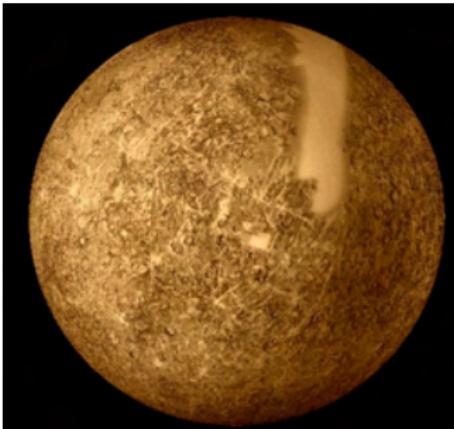


La spectroscopie de l'atome d'Hydrogène indique que la physique des atomes privilégie un espace à 3 dimensions.

En 1747 Emmanuel Kant fût le premier à associer les trois dimensions de l'espace à la loi de gravitation universelle d'Isaac Newton

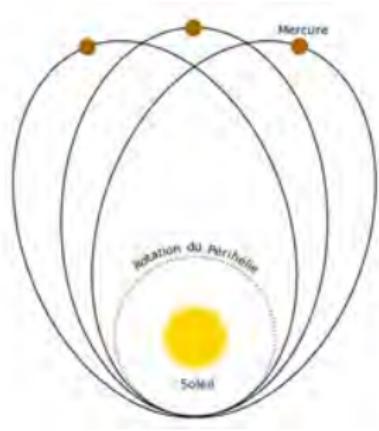
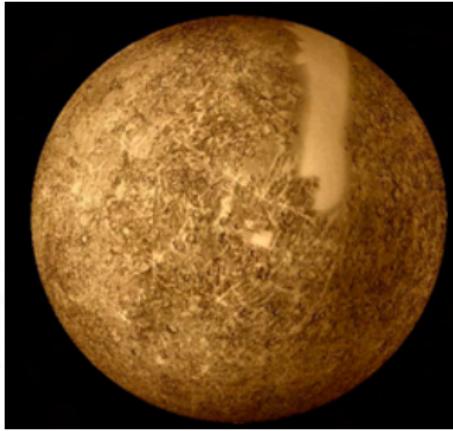


Pour la première fois, la dimension de l'espace est vue comme la conséquence d'une force et pas d'un point de vue métaphysique ou purement géométrique.



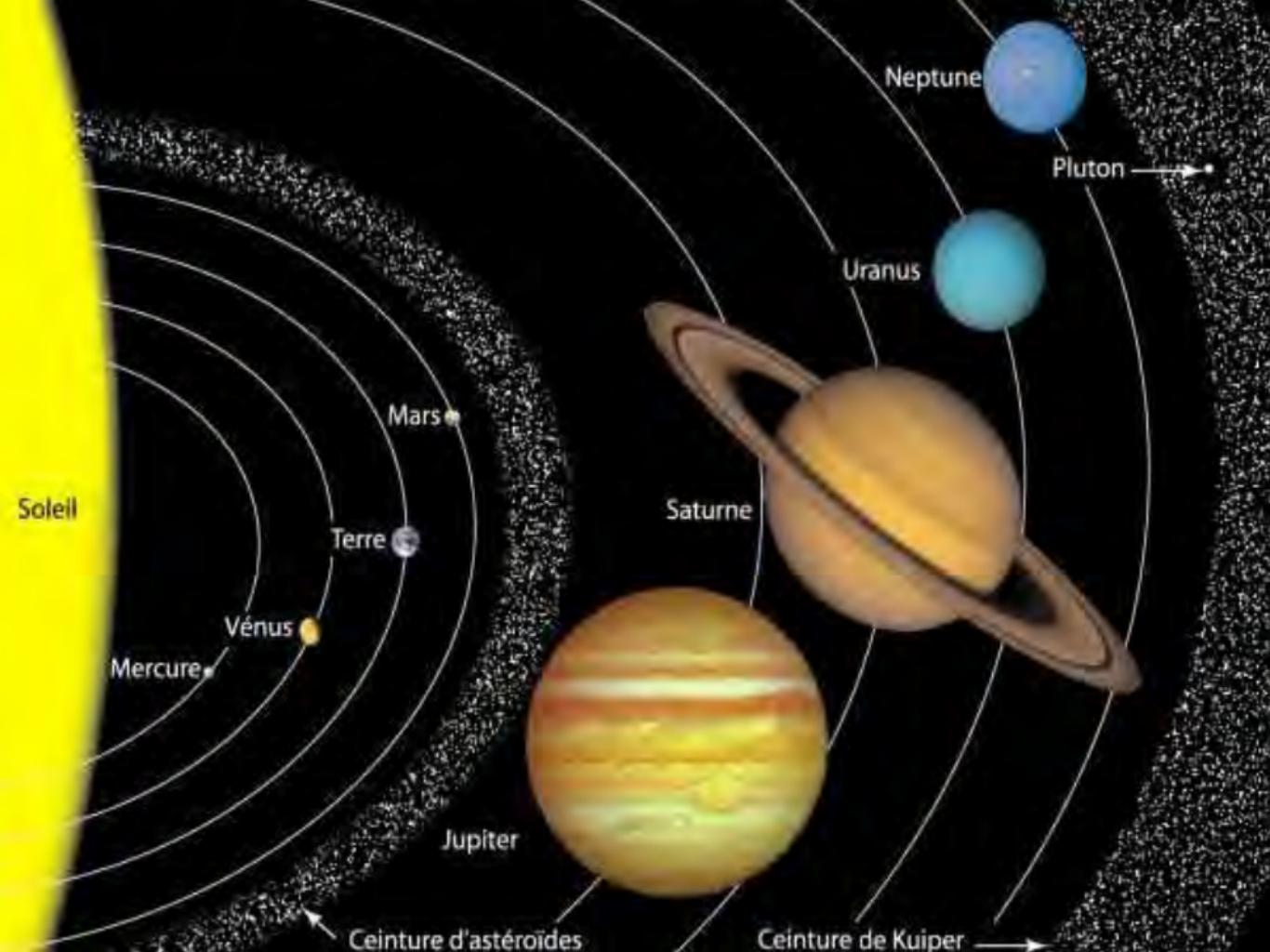
En 1859 Urbain Le Verrier observe que la rotation du périhélie de Mercure est en désaccord avec la théorie de Newton.

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \varphi_{\text{expérience}} - \varphi_{\text{Newton}} \\ &= 43.11 \pm 0.45 \text{ seconde d'arc/siècles}\end{aligned}$$



La dynamique d'une planète est décrite par un potentiel effectif combinant la force centrifuge et la force de gravité :

$$V(r) = \frac{L^2}{r^2} - \frac{G_N M_* m_\oplus}{r}$$





En 1894 Asaph Hall propose une modification du potentiel gravitationnel :

$$V(r) = \frac{L^2}{r^2} - \frac{G_N M_\odot m_\oplus}{r^{1+\epsilon_\oplus}}; \quad \epsilon_\oplus = 1.6 \times 10^{-7}$$



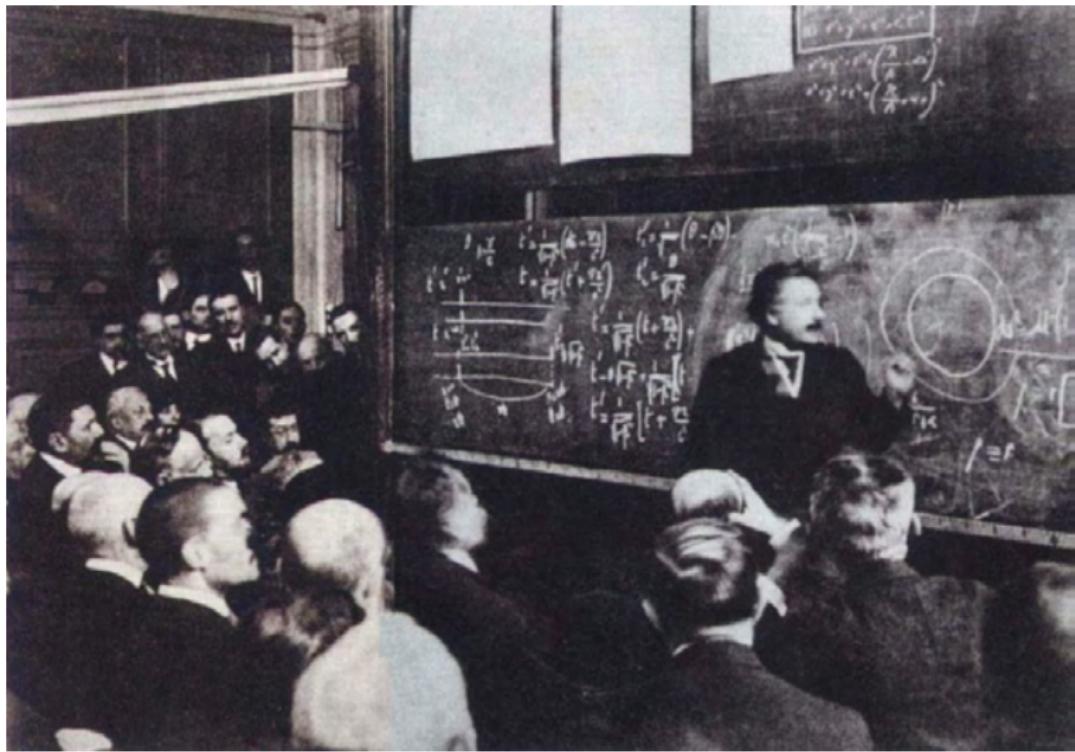
En 1894 Asaph Hall propose une modification du potentiel gravitationnel :

$$V(r) = \frac{L^2}{r^2} - \frac{G_N M_\odot m_\oplus}{r^{1+\epsilon_\oplus}}; \quad \epsilon_\oplus = 1.6 \times 10^{-7}$$

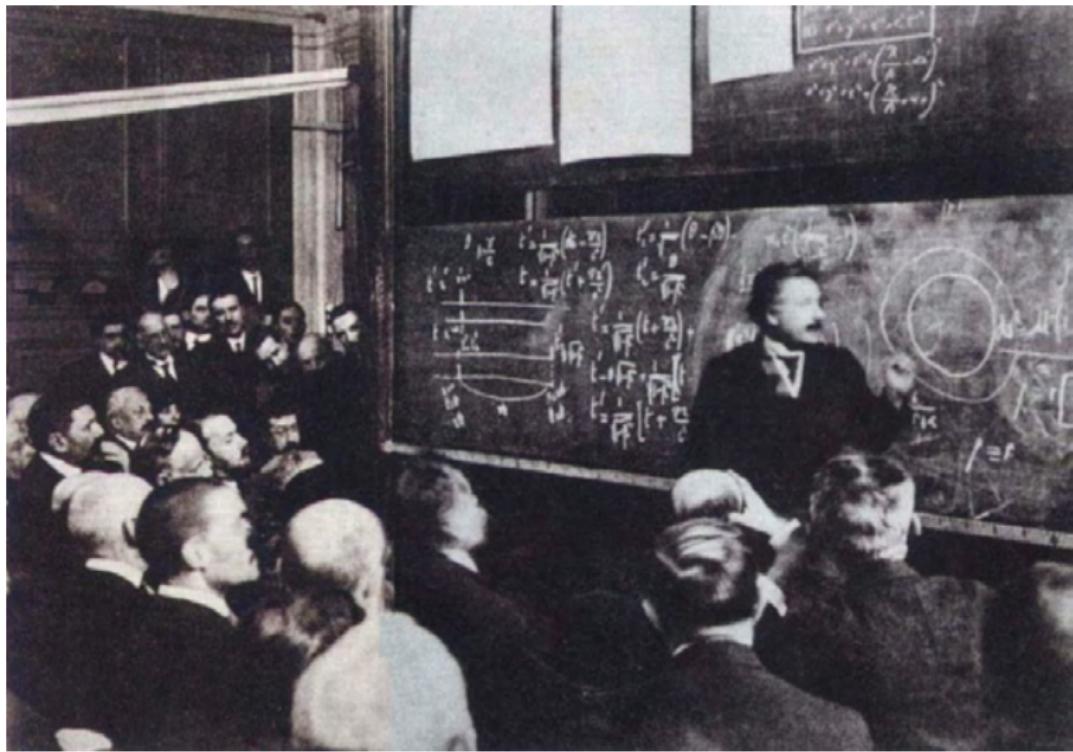
Cette modification revient à considérer un espace de dimension
 $d = 3 + \epsilon_\oplus$

ou une sorte de *matière noire* entre le Soleil et Mercure.

Cette modification n'est pas universelle $\epsilon_\odot < \epsilon_\oplus$.



Seule la théorie de la gravitation d'Einstein donne une explication convaincante de l'évolution du périhélie des planètes.



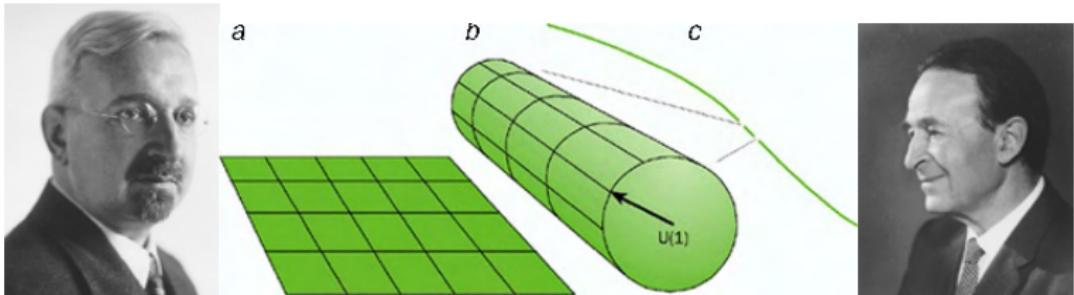
Cette théorie conserve un espace à 3 dimensions, mais sa formulation géométrique permet de considérer des dimensions supplémentaires pour unifier les forces fondamentales.

Troisième partie III

Des dimensions supplémentaires pour l'unification

On pourrait se placer, au contraire, au point de vue de la physique et se demander s'il serait possible de localiser les phénomènes naturels dans un espace autre que le nôtre et, par exemple, dans un espace à deux ou à quatre dimensions. [...] Est-il impossible d'exprimer les mêmes lois par d'autres équations où figureraient, cette fois, d'autres points matériels ayant quatre coordonnées ? Ou bien cela serait-il possible, mais les équations ainsi obtenues seraient-elles moins simples ? Ou bien enfin, seraient- elles tout aussi simples et les rejettions-nous simplement parce qu'elles choquent nos habitudes d'esprit ?

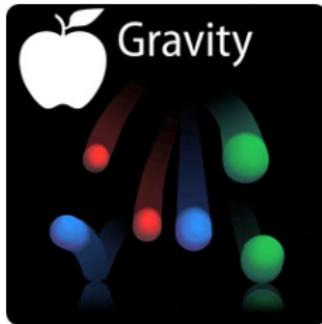
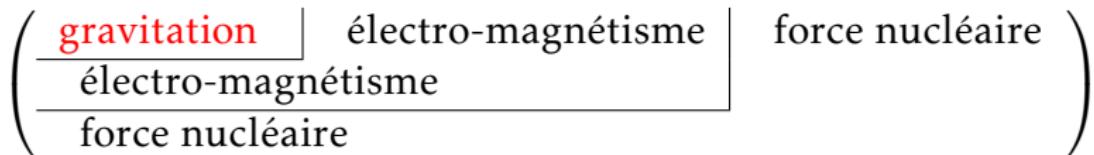
Henri Poincaré, « Dernières pensées »



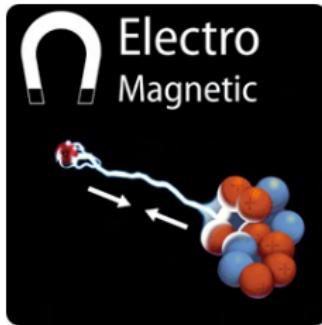
En 1919 Theodor Kaluza réalisa que *l'électromagnétisme et la gravitation* peuvent être incorporés dans un même modèle géométrique en ajoutant 1 dimension supplémentaire.

En 1926 le physicien Oskar Klein comprit que cette dimension supplémentaire n'est pas observable si elle est enroulée sur un cercle de rayon extrêmement petit.

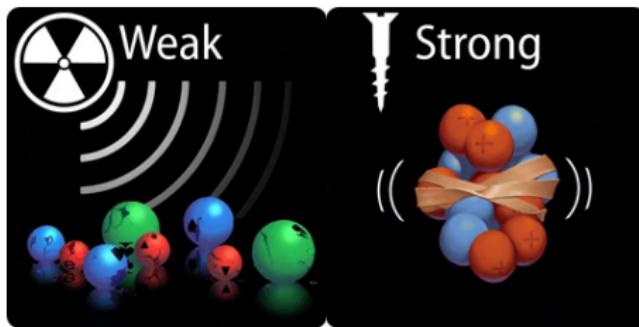
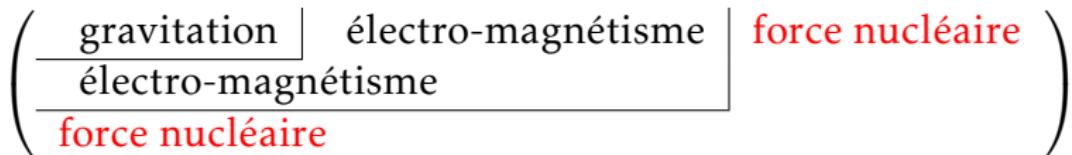
La généralisation à plusieurs dimensions supplémentaires permet d'unifier les forces élémentaires et la gravitation.

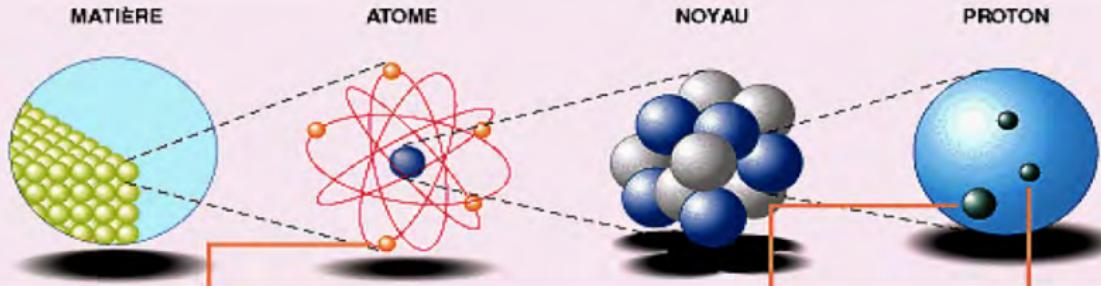


La généralisation à plusieurs dimensions supplémentaires permet d'unifier les forces élémentaires et la gravitation.



La généralisation à plusieurs dimensions supplémentaires permet d'unifier les forces élémentaires et la gravitation.





Une construction à la Kaluza et Klein décrit bien les particules responsables des interactions : photon, gluon, bosons vecteurs et graviton.

BOSONS
Particules fondamentales qui assurent la transmission des forces de la nature.

photon
Grain élémentaire de la lumière porteur de la force électromagnétique.

gluon
Porteur de la force forte entre quarks.

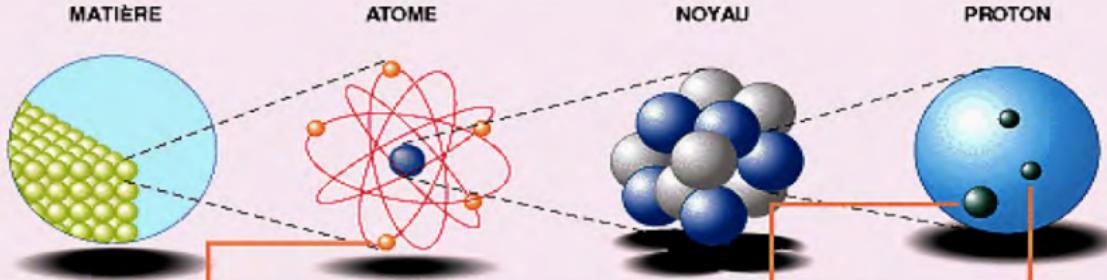


bosons vecteurs
Porteurs de la force faible, responsables de certaines formes de désintégration radioactive.



Graviton
Pas encore observé:
Supposé véhiculer la force de gravité.





LEPTONS

Peuvent se déplacer librement.

FERMIIONS

La matière ordinaire est composée de particules de ce groupe.

Première Famille	électron Responsable de l'électricité et des réactions chimiques. Sa charge est -1.	neutrino électron Sans charge électrique et interagissant très rarement avec le milieu environnant.
Deuxième Famille	muon Un compagnon plus massif de l'électron.	neutrino muon Propriétés similaires à celles du neutrino électron.
Troisième Famille	tau Encore plus lourd.	neutrino tau Propriétés similaires à celles du neutrino électron.

Pour la plupart, ces particules étaient présentes juste après le big bang.

QUARKS

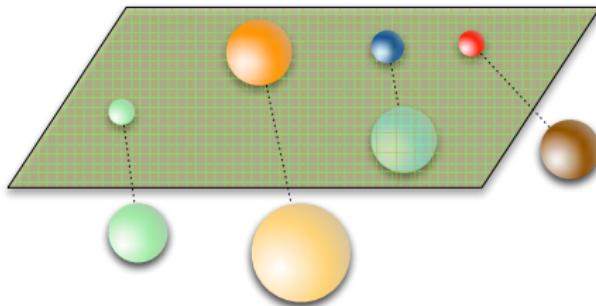
Prisonniers de particules plus grandes ils ne sont pas observés individuellement.

bas (down) Sa charge électrique est $-1/3$. Le proton en contient un, le neutron deux.	haut (up) Sa charge électrique est $+2/3$. Le proton en contient deux, le neutron un.
étrange (strange) Un compagnon plus lourd du "bas".	charme (charm) Un compagnon plus lourd du "haut".
beauté (beauty) Encore plus lourd.	sommet (top) Le dernier quark observé (en 1994)

Pour les constituants de la matière il faut considérer des dimensions supplémentaires d'un nouveau type.

Les matière est constituée de fermions de spin $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$

Les forces sont transmises par des bosons de spin 1 et 2.

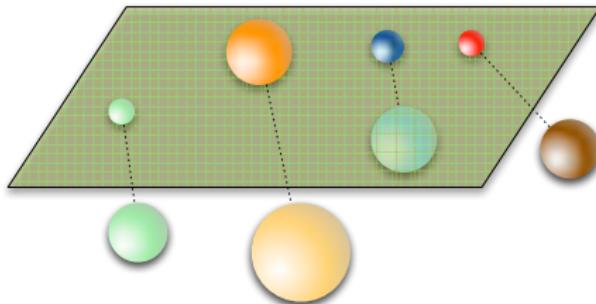


Entre 1966 et 1972 ont été introduites des dimensions quantiques anti-commutantes :

$$xy = yx \quad \theta^1\theta^2 = -\theta^2\theta^1$$

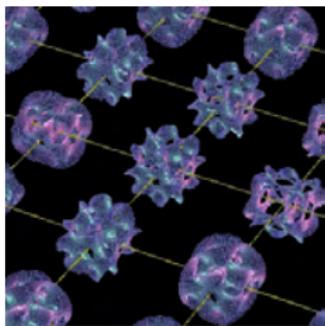
L'image supersymétrique d'un fermion et un boson et vice-versa

$$\begin{array}{ccc} e^- \text{ spin } \frac{1}{2} & \leftrightarrow & \tilde{e}^- \text{ spin } 0 \\ \tilde{\gamma} \text{ spin } \frac{1}{2} & \leftrightarrow & \gamma \text{ spin } 1 \end{array}$$



Comme les images supersymétriques n'ont pas été observées cette symétrie agit comme un miroir déformant où les images sont plus lourdes.

La géométrie des dimensions supplémentaires encode la nature et les interactions des particules élémentaires.



Il existe une unique extension maximale de la gravitation d'Einstein avec 7 dimensions supplémentaires et 32 dimensions fermioniques.

Cette théorie maximale a été construite en 1978 par Joël Scherk, Eugène Cremmer et Bernard Julia.

Cette théorie joue un rôle central en théorie des super-cordes

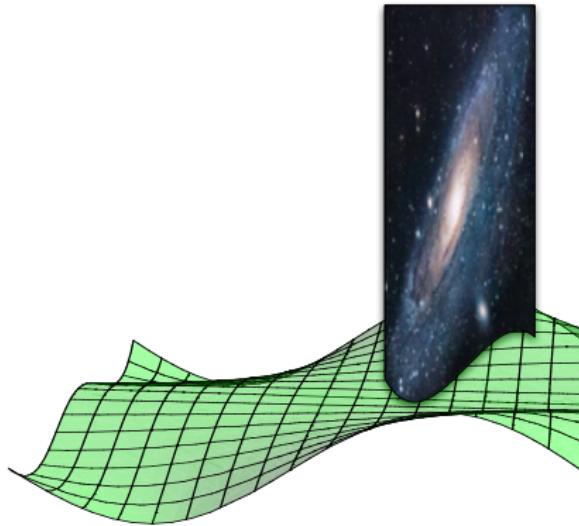
Quatrième partie IV

Dimensions supplémentaires et expériences

Je conclurai que nous avons tous en nous l'intuition du continu d'un nombre quelconque de dimensions, parce que nous avons la faculté de construire un continu physique et mathématique ; [...] Cependant cette faculté pourrait s'exercer dans des sens divers ; elle pourrait nous permettre de construire un espace à quatre tout aussi bien qu'un espace à trois dimensions. C'est le monde extérieur, c'est l'expérience qui nous détermine à l'exercer dans un sens plutôt que dans l'autre.

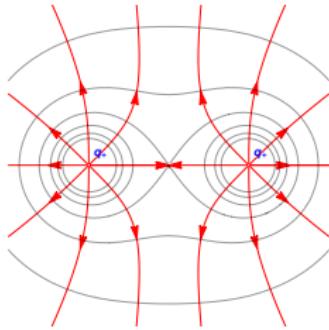
Henri Poincaré, « Dernières pensées »

Les dimensions supplémentaires sont-elles réelles ?

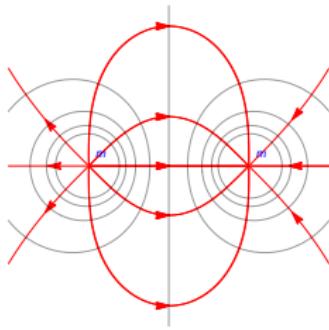


Notre univers est-il un sous-espace d'un univers grand ?

Pourquoi notre univers apparaît-il n'avoir que 3 dimensions ?



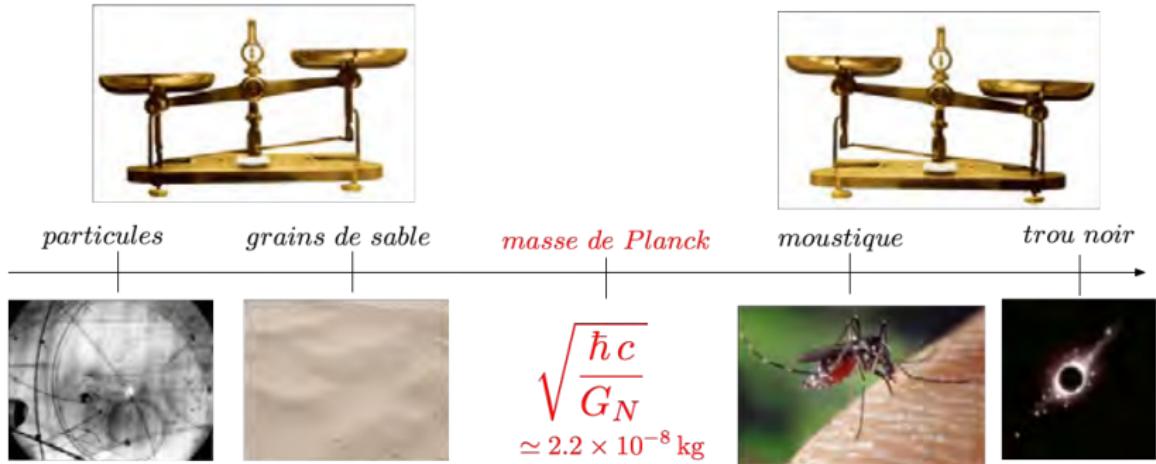
Deux charges identiques se repoussent



Deux masses s'attirent par gravitation

Les deux forces s'équilibrivent si $V(r) = \frac{1}{r} \left(\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} - G_N m^2 \right) = 0$

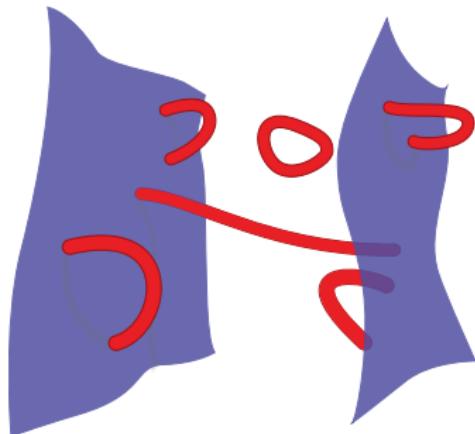
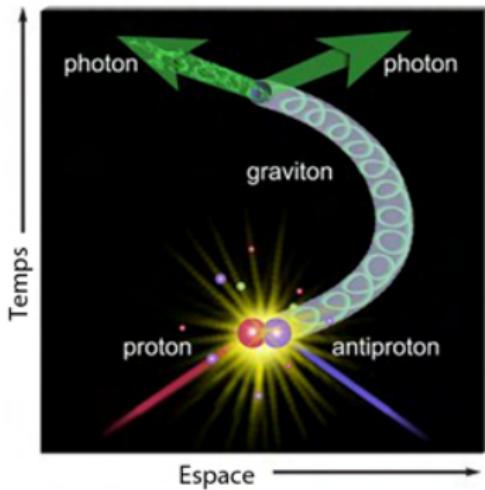
$$\frac{q}{q_e} \sim 11.7 \frac{m}{M_{\text{Planck}}}$$



Les particules élémentaires sont trop légères, la force électrique domine

Les objets macroscopiques sont trop lourds l'attraction gravitationnelle domine

La force de gravité entre l'électron et le proton est 10^{40} fois plus faible que celle électrique :



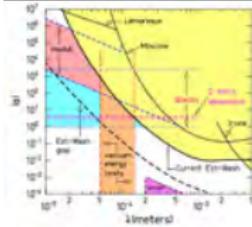
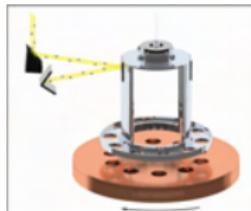
Ceci pourrait être dû à un effet de dilution de la force gravité dans des dimensions supplémentaires

Quelques instants après le Big Bang, la théorie des cordes dominerait l'évolution de l'univers.



Un scénario est que pendant cette phase les interactions entre les cordes favorisent un espace avec 3 dimensions.

Des dimensions supplémentaires activement recherchées

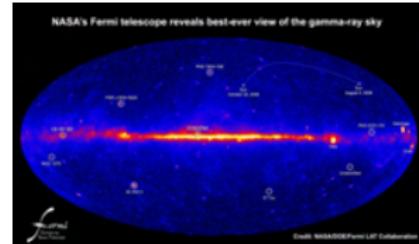


Journal of Cosmology and Astroparticle Physics
An IOP and SISSA journal

Limits on large extra dimensions based
on observations of neutron stars with
the Fermi-LAT

JCAP

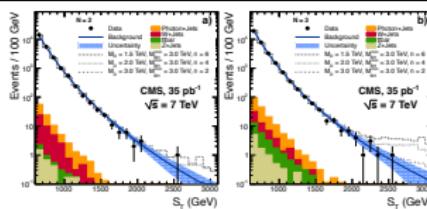
Fermi-LAT collaboration



Search for microscopic black hole signatures at the Large Hadron Collider^{a,b}

CMS Collaboration*

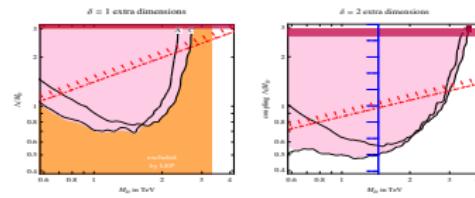
CERN, Switzerland



LHC bounds on large extra dimensions

Roberto Franceschini^a, Pier Paolo Giardino^b,
Gian F. Giudice^c, Paolo Lodone^c, Alessandro Strumia^{a,c}

jhep



Les contraintes expérimentales actuelles sur le nombre et la taille des dimensions supplémentaires sont :

La dérive du périhélion de Mercure, les corrections quantiques au moment magnétique anormal de l'électron indiquent que

$$|d - 3| < 4 \cdot 10^{-11}.$$

La supernova 1987A donne des indications importantes sur le nombre de dimensions supplémentaires et leurs tailles

dimensions $d = 3 +$	2	3	4	5	6
taille en m	10^{-6}	10^{-9}	$6 \cdot 10^{-11}$	$8 \cdot 10^{-12}$	$2 \cdot 10^{-12}$

Des images supersymétriques sont activement recherchées, en particulier au LHC au CERN, et en astrophysique car nos galaxies pourraient être enveloppées de matière noire supersymétrique.

Ces détections directes n'ont, pour l'instant, rien donné.