

Church-Turing These

Een nieuw paradijs

Pieter van Engelen

Radboud Universiteit Nijmegen

03-06-2022

De tijd

De protagonisten

De situatie

Entscheidungsproblem

Berekenbaarheidsmodellen

De kracht van berekenbaarheid

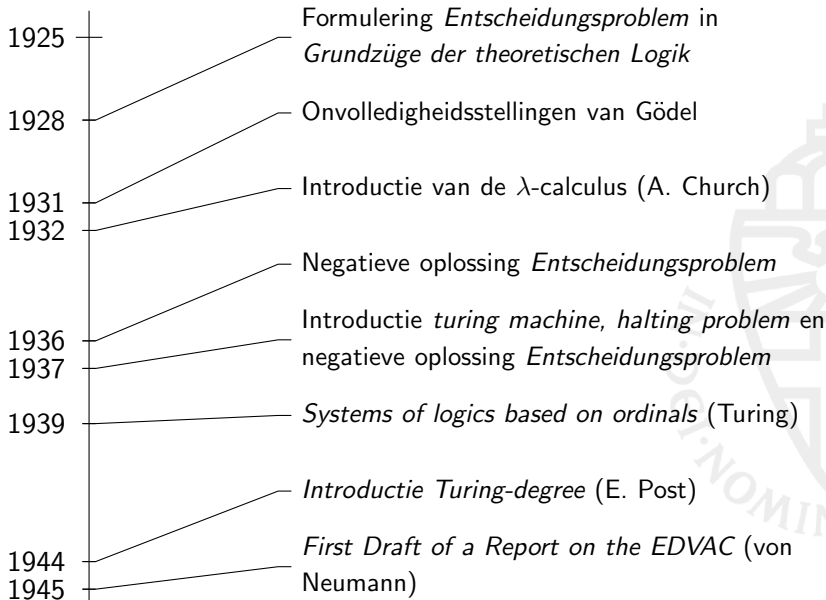
De these

Huidige stand van zaken

Hypercomputation

Quantum computing

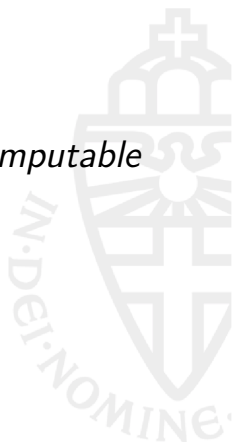




De These

Every *effectively calculable* function is *computable*

Church (1936), Turing (1937)



De protagonisten



Alonzo Church (1903 - 1995)
Princeton University, USA

- Logicus, wiskundige
- Van 1936 tot 1979 redacteur van *Journal of Symbolic Logic*
- 'Bedenker' van de λ -calculus
- Eerste-orde predicaat-logica is onbeslisbaar
- Peano-arithmetiek is onbeslisbaar

De protagonisten



Alan Turing (1912 - 1954)

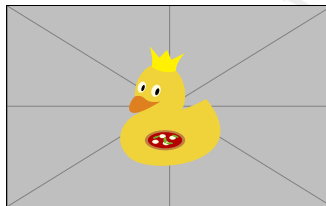
Cambridge & Manchester

- Grondlegger van
 - Informatica
 - Artificiële intelligentie
 - Morphogenetica
- Legendarisch codebreaker
- Marathonloper

De protagonisten



Stephen Kleene (1909-1994)



??? (1897 - 1954)

Das Entscheidungsproblem

Das Entscheidungsproblem

Vind een algoritme waarmee
de waarheid van een uitspraak in de eerste orde predikaatlogica
vast te stellen is.

(D. Hilbert & W. Ackermann, 1928, Grundzüge der theoretischen Logik)

Entscheidungsproblem

Eerste orde predikaatlogica

(extreem kort door de bocht)

Logica met

- variabelen
- de gebruikelijke operatoren $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \dots$
- predikaten $P(x)$
- universele en existentiële kwantificatie \forall, \exists

Voorbeelden:

$$\forall n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} [m > n]$$

$$\forall p, q \in \mathbb{Q} \exists r \in \mathbb{Q} [p < r < q]$$

$$\exists x [P(x) \wedge \forall y \forall y' [P(y) \wedge P(y') \rightarrow y = y']]$$



Entscheidungsproblem

Eerste orde predikaatlogica

Afspraak:

We hebben het alleen over predikaten en kwantificatie over de natuurlijke getallen \mathbb{N}

Gezocht:

Algoritme wat gegeven een uitspraak roept of die uitspraak WAAR of ONWAAR is.

Probleem:

Wat is een algoritme?



De λ -calculus





Recursietheorie





Turing machines

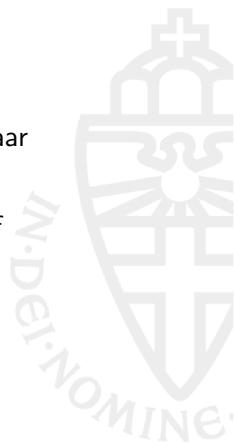


De equivalentie

λ – definieerbaar $\xRightarrow{\text{(Turing 1937)}} \text{Turing berekenbaar}$

$\text{Turing berekenbaar} \xRightarrow{\text{(Turing 1937)}} \mu$ – recursief

μ – recursief $\xRightarrow{\text{(Kleene 1936)}} \lambda$ – definieerbaar





Halting Problem





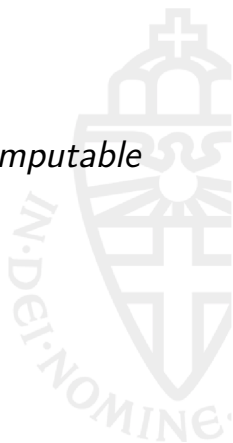
Universaliteits principe



De These

Every *effectively calculable* function is *computable*

Church (1936), Turing (1937)





Hypercomputation





Quantum computing

