

VERSUCH NUMMER

TITEL

AUTOR A

authorA@udo.edu

AUTOR B

authorB@udo.edu

Durchführung: DATUM

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Die allgemeine Relaxationsgleichung	3
2.2	Anwendung auf den Auf- und Entladevorgag des RC-Schwingkreises . . .	3
2.3	Auf- und Entladevorgag mit periodischer Anregung	4
2.4	Der RC-Kreis als Integrator	5
3	Durchführung	5
4	Auswertung	5
4.1	Bestimmung des RC-Glieds	5
4.2	Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung	6
5	Diskussion	8

1 Zielsetzung

Im allgemeinen soll das Relaxationsverhalten eines RC-Schwingkreises untersucht werden. Dabei wird die Phasenabhängigkeit des Schwingkreises beobachtet und überprüft ob der RC-Schwingkreis als Integrator fungieren kann.

2 Theorie

2.1 Die allgemeine Relaxationsgleichung

Wenn ein System ausgelenkt wird und nicht oszillatorisch in seinen Anfangszustand zurückkehrt, treten Relaxationserscheinungen auf. Die Geschwindigkeit der Rückkehr ist dabei proportional zu der Auslenkung:

$$\frac{dA}{dt} = c[A(t) - A(\infty)] \quad (1)$$

Durch Integration von 0 bis t ergibt sich:

$$\ln \frac{A(t) - A(\infty)}{A(0) - A(\infty)} = ct \quad (2)$$

Wird die e-Funktion auf die Gleichung angewendet ergibt sich:

$$A(t) = A(\infty) + [A(0) - A(\infty)] \exp(ct) \quad (3)$$

Wobei $c < 0$ sein muss, damit A beschränkt ist.

2.2 Anwendung auf den Auf- und Entladevorgang des RC-Schwingkreises

Der in Abbildung befindliche Kondensator soll aufgeladen sein, dann liegt zwischen den Platten eine Spannung

$$U_C = \frac{Q}{C} \quad (4)$$

an. Nach dem ohmschen Gesetz lässt sich der Strom durch

$$I = \frac{U_C}{R} \quad (5)$$

ausdrücken. Damit findet sich für den zeitlichen Verlauf der Ladung folgende Dgl.:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{RC}Q(t) \quad (6)$$

Mit $Q(\infty) = 0$ ergibt sich analog zu der Gleichung(3):

$$Q(t) = Q(0) \exp\left(\frac{-t}{RC}\right) \quad (7)$$

Für den Aufladevorgang gelten die Randbedingungen

$$Q(0) = 0 \quad (8)$$

und

$$Q(\infty) = CU_0. \quad (9)$$

Damit folgt für den zeitlichen Verlauf der Ladung:

$$Q(t) = CU_0 \exp\left(\frac{-t}{RC}\right) \quad (10)$$

Die Zeitkonstante ist ein Maß für die Geschwindigkeit der Relaxation des Systems. Hier ist diese $\frac{1}{RC}$.

2.3 Auf- und Entladevorgang mit periodischer Anregung

Liegt eine Wechselspannung

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t) \quad (11)$$

an, so lässt sich mit folgendem Ansatz eine Lösung für das Problem finden:

$$U_c(t) = A(\omega) \cos(\omega t + \phi(\omega)) \quad (12)$$

Damit gilt für den Stromkreis, unter Einbezug des zweiten Kirchhoffschen Gesetzes:

$$U_0 \cos(\omega t) = A\omega RC \sin(\omega t + \phi) + A(\omega) \cos(\omega t + \phi) \quad (13)$$

Gleichung (13) muss für alle t gelten. Mit $\omega t = \frac{\pi}{2}$ ergibt sich dann:

$$0 = -\omega RC \sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) \quad (14)$$

Durch Umformung ergibt sich dann folgende Beziehung für die Phasenverschiebung:

$$\phi(\omega) = \arctan(-\omega RC) \quad (15)$$

Mit $\omega + \phi = \frac{\pi}{2}$ ergibt sich für die Generatorspannung:

$$A(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (16)$$

Es ist durch Gleichung (16) erkennbar, dass das RC-Glied ein Tiefpass ist.

2.4 Der RC-Kreis als Integrator

Es gilt:

$$U(t) = RC \frac{dU_c}{dt} + U_c(t) \quad (17)$$

Unter der Voraussetzung $\omega \gg \frac{1}{RC}$ ist $|U_c| \ll |U|$. Somit lässt sich näherungsweise

$$U(t) = RC \frac{dU_c}{dt} \quad (18)$$

schreiben. Anders lässt sich dies als

$$U_c(t) = \int_0^t U(t') dt \quad (19)$$

schreiben. Die am Kondensator anliegende Spannung ist also proportional zu dem Integral der Generatorspannung.

3 Durchführung

4 Auswertung

4.1 Bestimmung des RC-Glieds

Die Messung wird wie in der Durchführung beschrieben durchgeführt. Die so erhaltenen Messwerte befinden sich in Tabelle 1 :

Tabelle 1: Kondensatorspannung bei fester Frequenz.

t/ms	U_c/V
0,2	14,00
0,4	11,10
0,6	8,64
0,8	6,72
1,0	5,36
1,2	4,08
1,4	3,20
1,6	2,48
1,8	1,92
2,0	1,60
2,2	1,28
2,4	0,96

Die Messwerte werden in der halblogarithmischen Abbildung aufgetragen. Es wird eine lineare Ausgleichsrechnung, mit Python, durchgeführt und aufgetragen. Diese hat eine Steigung von $m = (-1,03 \pm 0,14)/\text{ms}$ und einen y -Achsenabschnitt von $b = (2.75 \pm 0.19)$.

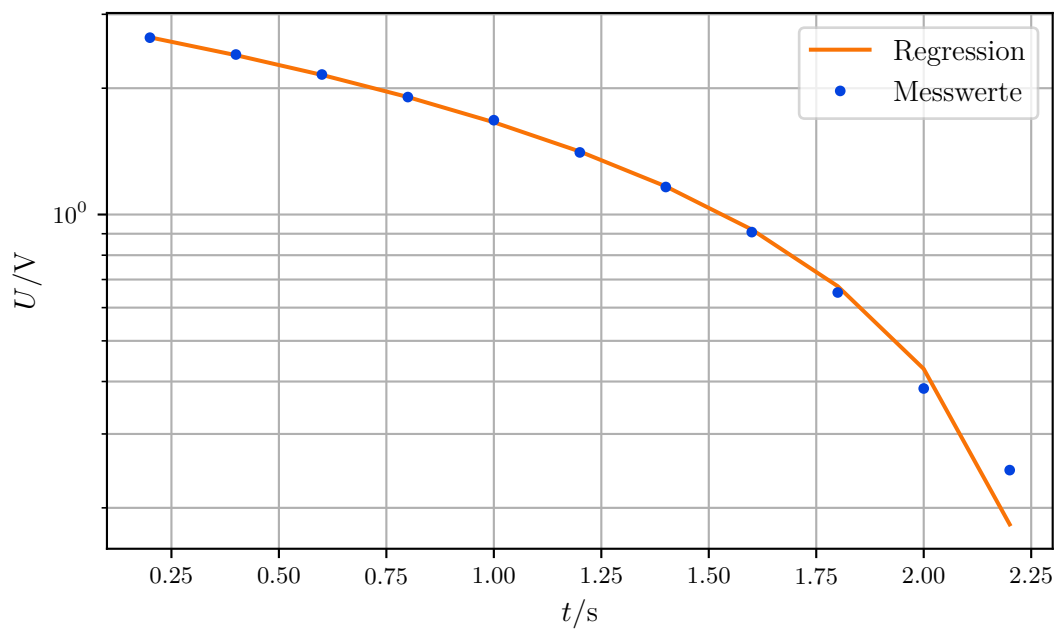


Abbildung 1: Messwerte und Ausgleichsgerade.

Die Steigung ist hier $\frac{1}{RC}$. Damit ist RC der Kehrwert der Steigung.

$$RC = (0,97 \pm 0,14) \text{ ms}$$

4.2 Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

Die Messung wird wie in der Durchführung beschrieben ausgeführt. Die so erhaltenen Messwerte befinden sich in Tabelle2:

Tabelle 2: Kondensatorspannung bei variabler Frequenz.

f/Hz	U_C/V
10,00	12,670
12,08	12,670
14,94	12,750
17,96	12,830
20,01	12,830
30,00	12,860
50,00	12,510
80,50	11,960
100,00	11,480
200,36	9,110
300,00	7,290
500,00	4,790
799,36	3,170
1000,00	2,530
2000,00	1,290
3004,00	0,879
3500,00	0,768
5000,00	0,522
8000,00	0,327
10 000,00	0,263
20 000,00	0,131
50 000,00	0,053

Die Werte werden in Abbildung aufgetragen. Durch diese wird eine nichtlineare Ausgleichskurve, mit Gleichung(16), gezogen.

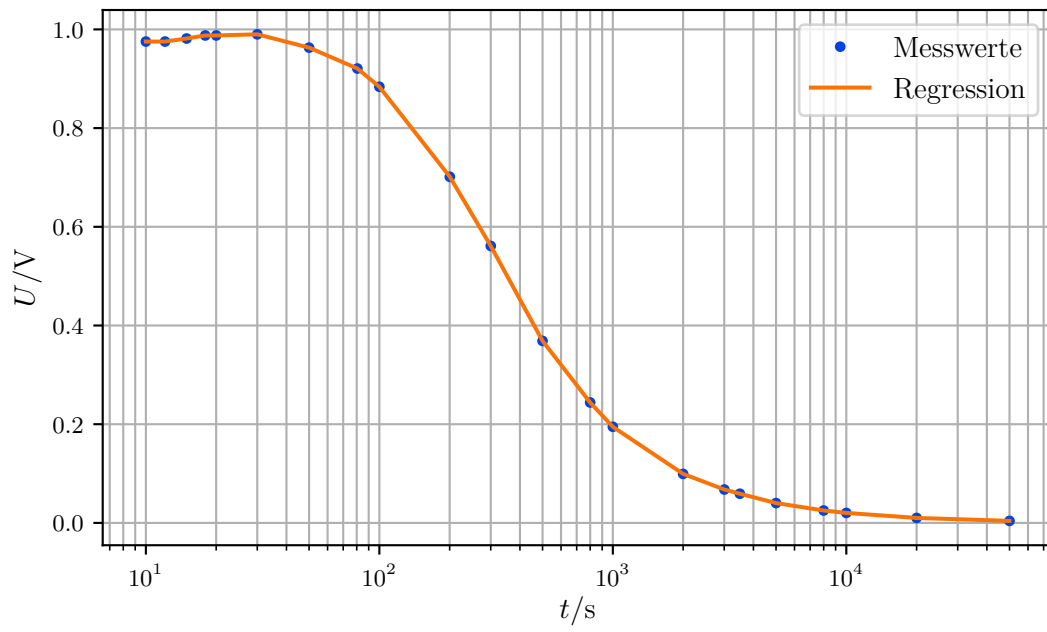


Abbildung 2: Messwerte.

5 Diskussion