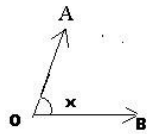


# Geometria Plana – conceitos iniciais

## ÂNGULOS

Considere duas semi-retas de mesma origem.



**Definição:** ângulo é a união de duas semi-retas de mesma origem.

$$\widehat{A\hat{O}B} = \overrightarrow{OA} \cap \overrightarrow{OB}$$

**Medida de ângulo:**

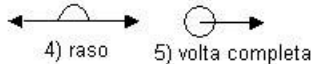
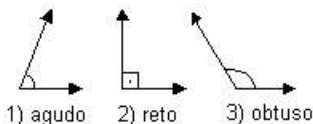
(°) Grau = 1/360 da circunferência

(') Minuto = 1/60 do grau

('') Segundo = 1/60 do Minuto

### Classificação:

1. Ângulo agudo ( $0^\circ < x < 90^\circ$ )
2. Ângulo reto ( $x = 90^\circ$ )
3. Ângulo obtuso ( $90^\circ < x < 180^\circ$ )
4. Ângulo raso ( $x = 180^\circ$ )
5. Ângulo volta completa ( $x = 360^\circ$ )



### Propriedades:

**Ângulos complementares :**

soma igual a  $90^\circ$

**Ângulos suplementares:**

soma igual a  $180^\circ$

**Ângulos replementares:**

soma igual a  $360^\circ$

### Ângulos opostos pelo vértice (o.p.v.)

Têm a mesma origem mas seus lados pertencem à semi retas opostas

### Bissetriz

A bissetriz de um ângulo é uma semi-reta cuja origem é o vértice desse ângulo, que ela divide em dois ângulos congruentes.

(congruentes = mesma medida)

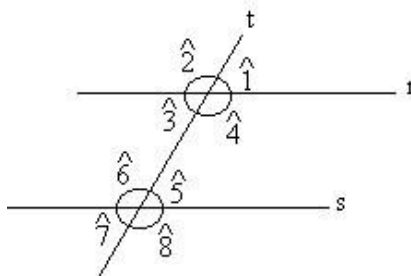
## ÂNGULOS DE RETAS PARALELAS

Sejam  $r$  e  $s$  duas retas paralelas e  $t$ , uma transversal.

Neste caso, podemos identificar oito ângulos com as

Seguintes propriedades:

Nomenclatura	Propriedade
Correspondentes 1 e 5, 2 e 6, 3 e 7, 4 e 8	Congruentes
Colaterais Internos 3 e 6, 4 e 5	Suplementares
Colaterais Externos 1 e 8, 2 e 7	Suplementares
Alternos Internos 3 e 5, 4 e 6	Congruentes
Alternos Externos 1 e 7, 2 e 8	Congruentes



### Exercícios de Aula

01. (Escola Técnica Federal-RJ) – As medidas do complemento, do suplemento e do replemento de um ângulo de  $40^\circ$  são, respectivamente, iguais a

- Complemento:  $90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$   
 Suplemento:  $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$   
 Replemento:  $360^\circ - 40^\circ = 320^\circ$   
 (A)  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$   
 (B)  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$   
 (C)  $320^\circ$ ,  $50^\circ$  e  $140^\circ$   
**(D)  $50^\circ$ ,  $140^\circ$  e  $320^\circ$**   
 (E)  $140^\circ$ ,  $50^\circ$  e  $320^\circ$

02. (MACKENZIE)- O complemento e o suplemento de um ângulo de  $37^\circ 20' 07''$  medem, respectivamente  
 Complemento:  $90^\circ - 37^\circ 20' 07'' = 52^\circ 39' 53''$

Suplemento:  $180^\circ - 37^\circ 20' 07'' = 142^\circ 39' 53''$

- (A)  $149^\circ 39' 53''$  e  $52^\circ 39' 53''$   
**(B)  $52^\circ 39' 53''$  e  $142^\circ 39' 53''$**   
 (C)  $53^\circ 20' 07''$  e  $143^\circ 20' 07''$   
 (D)  $143^\circ 20' 07''$  e  $53^\circ 20' 07''$   
 (E)  $142^\circ 39' 53''$  e  $53^\circ 20' 07''$

03. (PUC-MG) – O dobro do complemento de um ângulo é igual à quinta parte do suplemento desse ângulo. A medida do ângulo é igual a

$$2(90^\circ - x) = \frac{180^\circ - x}{5}$$

$$180^\circ - 2x = 36^\circ - \frac{x}{5}$$

$$144^\circ - 2x = -\frac{x}{5}$$

$$2x - \frac{x}{5} = 144^\circ$$

$$\frac{10x - x}{5} = 144^\circ$$

$$\frac{9x}{5} = 144^\circ$$

$$9x = 720^\circ$$

$$x = 80^\circ$$

**(A)  $80^\circ$**

(B)  $60^\circ$

(C)  $40^\circ$

(D)  $30^\circ$

(E)  $20^\circ$

04. As retas  $r$  e  $s$  são interceptadas pela transversal  $t$ , conforme a figura. O valor de  $x$  para que  $r$  e  $s$  sejam paralelas é:

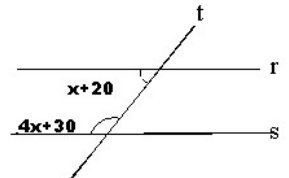
(A)  $20^\circ$

**(B)  $26^\circ$**

(C)  $28^\circ$

(D)  $30^\circ$

(E)  $35^\circ$



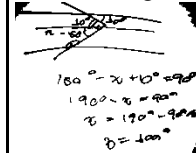
$$x + 20 + 4x + 30 = 180^\circ$$

$$5x + 50 = 180^\circ$$

$$5x = 130^\circ$$

$$x = 26^\circ$$

04. Na figura,  $r \parallel s$ , então  $x$  vale:



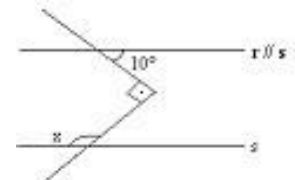
(A)  $90^\circ$

**(B)  $100^\circ$**

(C)  $110^\circ$

(D)  $120^\circ$

(E)  $130^\circ$



### Tarefa Básica

01. Sabendo que as retas  $r$  e  $s$  são paralelas, o valor de  $x$  na figura é:

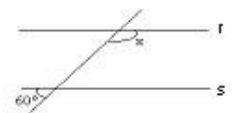
(A)  $100^\circ$

(B)  $110^\circ$

**(C)  $120^\circ$**

(D)  $130^\circ$

(E)  $140^\circ$



$$180^\circ = x + 60^\circ$$

$$x = 120^\circ$$

02. Na figura,  $x$  vale:

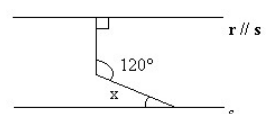
(A)  $20^\circ$

**(B)  $30^\circ$**

(C)  $35^\circ$

(D)  $38^\circ$

(E)  $40^\circ$

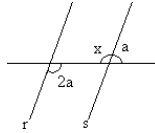


$$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$x = 30^\circ$$

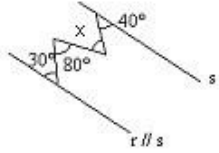
03. Na figura, as retas  $r$  e  $s$  são paralelas. A medida do ângulo  $x$  é:

- (A)  $90^\circ$   
 (B)  $100^\circ$   
 (C)  $110^\circ$   
 (D)  $120^\circ$   
 (E)  $130^\circ$



$$\begin{aligned} 3a &= 180^\circ \\ a &= 60^\circ \\ 150^\circ &= 60^\circ + x \\ 120^\circ &= x \end{aligned}$$

04. Se  $r \parallel s$ , determine  $x$  na figura:



$$\begin{aligned} x - 60^\circ &= 40^\circ - 30^\circ \\ x &= 10^\circ + 60^\circ \\ x &= 70^\circ \end{aligned}$$

Resposta:  $x = 70^\circ$

05. (U.E.Ceará) – O ângulo igual a  $\frac{5}{4}$  do seu suplemento mede:

- (A)  $100^\circ$   
 (B)  $144^\circ$   
 (C)  $36^\circ$   
 (D)  $80^\circ$   
 (E)  $72^\circ$

$$\begin{aligned} \frac{5}{4}x &= 180^\circ - x \\ 5x &= 720^\circ - 4x \\ 9x &= 720^\circ \\ x &= 80^\circ \end{aligned}$$

06. (PUC-SP) – Um ângulo mede a metade do seu complemento. Então esse ângulo mede:

- (A)  $30^\circ$   
 (B)  $60^\circ$   
 (C)  $45^\circ$   
 (D)  $90^\circ$   
 (E)  $75^\circ$

$$\begin{aligned} x &= \frac{90^\circ - x}{2} \\ 2x &= 90^\circ - x \\ 3x &= 90^\circ \\ x &= 30^\circ \end{aligned}$$

07. (UFES) – O triplo do complemento de um ângulo é igual à terça parte desse ângulo. Esse ângulo mede:

- (A)  $45^\circ$   
 (B)  $48^\circ 30'$   
 (C)  $56^\circ 15'$   
 (D)  $60^\circ$   
 (E)  $78^\circ 45'$

$$\begin{aligned} 3(90^\circ - x) &= \frac{180^\circ - x}{3} \\ 9(90^\circ - x) &= 180^\circ - x \\ 840^\circ - 9x &= 180^\circ - x \\ 840^\circ - 180^\circ &= -x + 9x \\ 660^\circ &= 8x \\ \frac{660^\circ}{8} &= x \\ x &= 82^\circ 30' \end{aligned}$$

