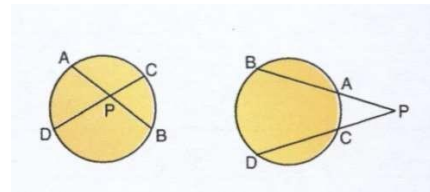


Potência de um ponto

Dados um ponto P e uma circunferência λ , consideremos uma reta r que passa por P e intercepta λ nos pontos A e B. Chama potência do ponto P em relação a λ , o produto das medidas dos segmentos PA e PB.

Propriedade

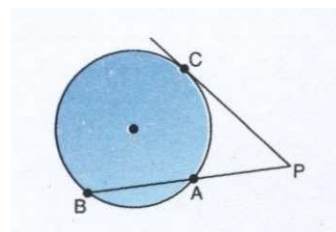
Considere duas retas secantes a uma mesma circunferência e que se cruzam um ponto P.



Se uma das secantes intercepta a circunferência nos pontos A e B enquanto a outra intercepta nos pontos C e D podemos demonstrar, por semelhança de triângulos, que:

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$$

Se, de um ponto externo, conduzirmos um segmento secante e um tangente, o quadrado do segmento tangente é igual o produto do segmento secante pela sua parte externa.



$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$$

Exercícios de Aula

01. (FUVEST) – O valor de x, na figura abaixo:

(A) 20/3

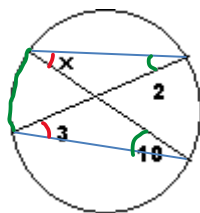
(B) 3/5

(C) 1

(D) 4

(E) 15

02.



Congruência AA

$$2/10 = x/3$$

$$1/5 = x/3$$

$$3 = 5x$$

$$X = 3/5$$

(UESB – BA) – Sendo x e y representados na figura, o valor de $y^2 + x$ é:

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 6

(E) 8

$$\begin{aligned} y \cdot 2y &= x \cdot (x+4) = \sqrt{12} \cdot \sqrt{12} \\ 2y^2 &= 12 \quad y^2 = 6 \\ x^2 + 4x - 12 &= 0 \\ x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} \\ \text{Convém } x &= 2 \\ 6 + 2 &= 8 \end{aligned}$$

03. (FUNDAÇÃO CARLOS CHAGAS-SP) – A circunferência está inscrita no triângulo ABC. Se $AB=8$, $AC=9$ e $BC=7$, então x vale:

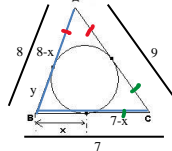
(A) 1,5

(B) 2,8

(C) 3,0

(D) 4,6

(E) 5,0



$$\begin{aligned} x \cdot x &= y \cdot y \quad x = y \\ 7 - x + 8 - x &= 9 \\ -2x + 15 &= 9 \\ -2x &= -6 \\ X &= 3 \end{aligned}$$

04. (FEI) – Na figura seguinte, em que D, E e F são pontos de tangência e $AE=10$ cm, o perímetro do triângulo ABC (sombreado) vale:

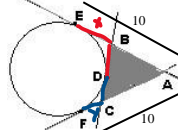
(A) 10cm

(B) 15cm

(C) 20 cm

(D) 25cm

(E) 30cm



$$\begin{aligned} (10 - x) + (10 - x) + (x + x) &= 2p \\ 2p &= 20 \end{aligned}$$

Tarefa Básica

01. (FEI) – Na figura abaixo, o segmento AB é tangente à circunferência no ponto B e mede

8cm. Se AC e CD têm a mesma medida x, o valor de x, em cm, é:

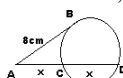
(A) 4

(B) $4\sqrt{3}$

(C) 8

(D) $3\sqrt{2}$

(E) $4\sqrt{2}$



$$\begin{aligned} x/8 &= 8/2x \\ 2x^2 &= 64 \\ x^2 &= 32 \\ x &= \sqrt{32} \\ x &= \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

02. (UEPA) – Na figura abaixo, sabe-se que $PA = 3 PC$. Então.

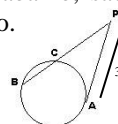
(A) $PB = 4PC$

(B) $PB = 9PC$

(C) $2PB = 3PC$

(D) $PB = 3PC$

(E) $3PB = 4PC$



$$\begin{aligned} PC/3 &= 3/PB \\ PC &= 9/PB \\ 9PC &= PB \end{aligned}$$

03. (FUVEST) – O raio da circunferência da figura é 2,5cm e $AT=6$ cm (T é ponto de tangência). Então, $AB=x$ vale:

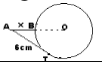
(A) 2

(B) 9

(C) 3

(D) 2,5

(E) 4



$$\begin{aligned} x/6 &= 6/x+5 \\ x \cdot (x+5) &= 36 \\ x^2 + 5x - 36 &= 0 \\ x &= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-36)}}{2 \cdot 1} \\ x &= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 144}}{2} \\ x &= \frac{-5 \pm 13}{2} \quad \text{convém } x = 4 \end{aligned}$$

04. (UFMG) – Num círculo, a corda CD é perpendicular ao diâmetro AB no ponto E. Se $AE \cdot EB = 3$, então a medida da corda CD é:

(A) $\sqrt{3}$

(B) 2 3

(C) $3\sqrt{3}$

(D) 3

(E) 6

$$\begin{aligned} Ce &= ed \\ \sqrt{3} &= \frac{de}{ce} \\ ce^2 &= 3 \\ Ce &= \sqrt{3} \\ Ce + ed &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

05. (CESGRANRIO) – Na figura a seguir, $AB=8$ cm, $BC=10$ cm, $AD=4$ cm e o ponto O é o centro da circunferência. O perímetro do triângulo AOC mede, em centímetros:

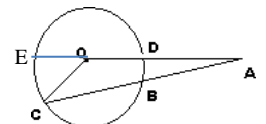
(A) 36

(B) 45

(C) 48

(D) 50

(E) 54



$$\begin{aligned} AE \cdot AD &= AC \cdot AB \\ \text{Raio} &= (4 + 2R) \cdot 4 = 18 \cdot 8 \\ 16 + 8R &= 144 \\ 8R &= 128 \\ R &= 16 \\ 2p &= 18 + 16 + 20 = 54 \end{aligned}$$

Respostas da Tarefa Básica

01. (E)

02. (B)

03. (E)

04. (B)

05. (E)