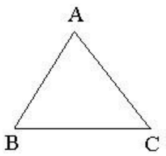
TRIÂNGULOS

Definição

Dados três pontos distintos e não colineares (alinhados) A, B e C, chama-se triângulo a união dos três segmentos

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$

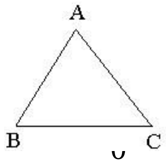


$\triangle ABC = \overline{AB} \cup \overline{AC} \cup \overline{BC}$

Propriedades

Soma dos ângulos internos

"Em todo triângulo, a soma da medida dos seus ângulos internos é igual 180°."



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180$$

Soma dos ângulos externos

"Em todo triângulo, a soma dos ângulos externos é 360º ".

$$Ex_{\hat{A}} + Ex_{\hat{B}} + Ex_{\hat{C}} = 360^o$$

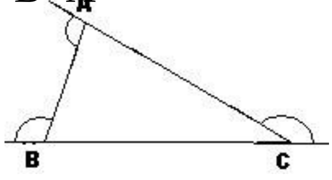
Teorema do ângulo externo

"Em todo triângulo, cada ângulo externo é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes."

$$Ex_{\hat{A}} = \hat{B} + \hat{C}$$

$$Ex_{\hat{B}} = \hat{A} + \hat{C}$$

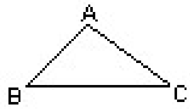
$$Ex_{\hat{C}} = \hat{B} + \hat{A}$$



Classificação

a) quanto aos lados

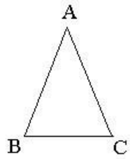
Escaleno



Não possui dois lados congruentes

$med(\overline{AB}) \neq med(\overline{AC}) \neq med(\overline{BC})$

Isósceles



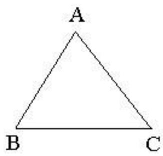
Possui dois lados congruentes

$\hat{A}$ é um ângulo do vértice .

$\overline{BC}$ é a base

Em todo triângulo isósceles, os ângulos da base são congruentes.

Equilátero



Possui três lados congruentes

Em todo triângulo equilátero, os três ângulos são congruentes .

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^0$$

b) quanto aos ângulos

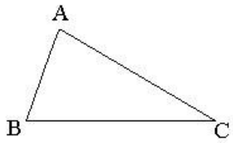
Acutângulo

Possui três ângulos agudos

$\hat{A}$ <90°

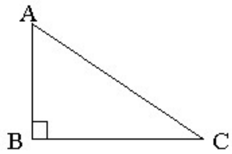
$\hat{B}$ <90°

$\hat{C}$ <90°



Retângulo

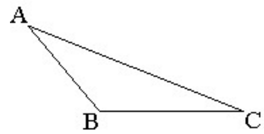
Possui um ângulo reto $\hat{B}$ = 90°



Obtusângulo

Possui um ângulo obtuso

$\hat{A} < 90^O$, $\hat{B} > 90^O$ e $\hat{C} < 90^0$



Condição de Existência

A condição necessária e suficiente para existir um triângulo é que a medida de cada um de seus lados seja menor que a soma das medidas dos outros dois.

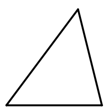
Se a, b, e c forem, respectivamente, as medidas dos lados $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$

Do triângulo ABC, então:

$$\begin{cases} a < b + c \\ b < a + c \\ c < a + b \end{cases}$$

Se a é o maior lado, a condição necessária e suficiente para existir o triângulo é apenas a<b+c

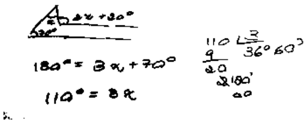
a b

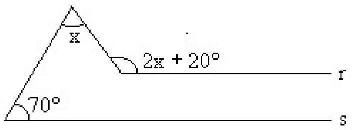


c

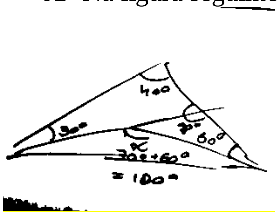
Exercícios de aula

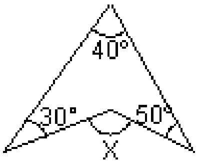
01– Na figura abaixo, as retas r e s são paralelas. Qual a medida do ângulo indicado com x é: 36° 60’





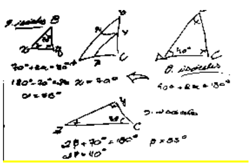
02- Na figura seguinte, o valor de xé:

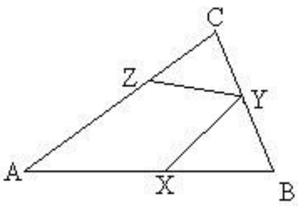




(A)90º
(B)100º
C)110º
(D)120º
(E)130º

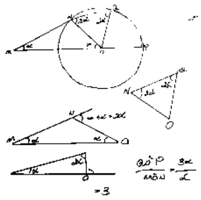
03– Na figura AB =AC, BX = BY eCZ = CY. Se o ângulo A mede 40°, então $X\hat{Y}Z$ mede:

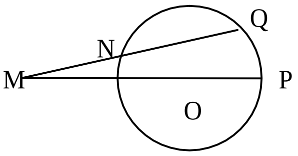




(A) 70°
(B) 50°
(C) 60°
(D) 85°
(E) 65°

04. (MACKENZIE) – Na circunferência da figura, de centro O, MN=OP. A razão entre as medidas dos ângulos $Q\hat{O}P$ e $M\hat{O}N$ é:





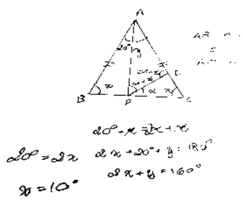
(A) $\frac{4}{3}$
(B) $\frac{3}{2}$
(C) 3
(D) $\frac{5}{2}$
(E) 4

05. (ITA) – Seja um triângulo isósceles, de base BC. Sobre o lado AC deste triângulo considere um ponto D tal que os segmentos AD, BD e BC são todos congruentes entre si. A medida do ângulo $B\hat{A}C$ é igual a

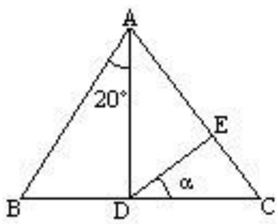
$x + x + y = 180°$
$2x + 2y + y = 180°$
$5y = 180°$
$y = 36°$

(A) 23º
(B) 32º
(C) 36º
(D) 40º
(E) 45º

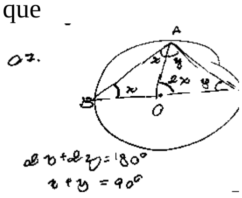
06. (MACKENZIE) – Na figura seguinte tem-se AB=AC e AD=AE. A medida do ângulo α é:



(A) 5º
(B) 10º
(C) 15º
(D) 20º
(E) 25º

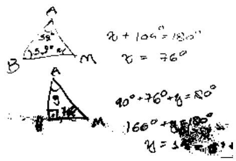


07. (FUVEST) – Três pontos distintos A, B e C de uma circunferência de centro o são tais que B e C são extremos de um mesmo diâmetro. Pode-se afirmar que



(A) o ângulo $A\hat{B}C$ é reto
(B) o ângulo $A\hat{B}C$ é obtuso
(C) o ângulo $B\hat{A}C$ é agudo
(D) a ângulo $B\hat{A}C$ é reto
(E) o ângulo $B\hat{A}C$ é obtuso

08. (UNIFENAS) – Seja ABC um triângulo retângulo em A, cujo ângulo B mede 52º. O ângulo formado pela altura AH e pela mediana AM relativas à hipotenusa é



(A) 7º
(B) 14º
(C) 26º
(D) 38º
(E) 52º

09. (UFGO) – Se dois lados de um triângulo medem respectivamente 3cm e 4cm, podemos afirmar que a medida do terceiro lado é:

A condição de existência para existir um triângulo é que a medida de cada um dos lados seja menor que a soma das outras 2.

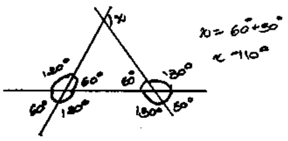
$3+4=7$

menor que 7

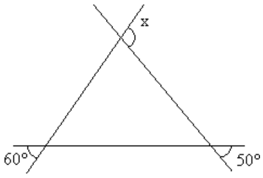
(A) igual a 5 cm
(B) igual a 1 cm
(C) igual a $\sqrt{7}$ cm
(D) menor que 7 cm
(E) maior que 2 cm

Tarefa Básica

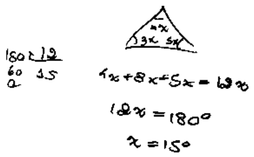
01. O valor de **x** na figura é:



(A)100°
(B)105°
(C)110°
(D)115°
(E)120°

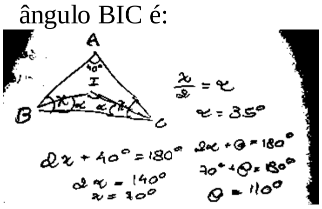


02. Os ângulos de um triângulo medem, respectivamente,
3x, 4x e 5 x. Então **x** vale em graus:

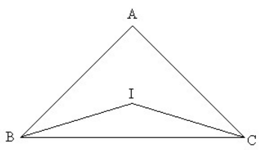


(A)125°
(B) 55°
(C) 35°
(D) 65°
(E) 15°

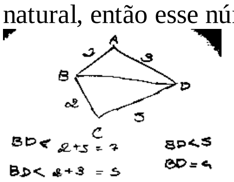
03. No triângulo ABC da figura abaixo, BI e CI são bissetrizes dos ângulos internos B e C, e a medida do ângulo A é 40°. A medida do ângulo BIC é:



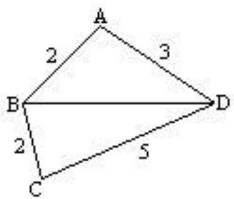
(A) 80°
(B) 90°
(C) 100°
(D) 110°
(E) 120°



04. (MACKENZIE) – Se no quadrilátero ABCD da figura, a medida de BD for um número natural, então esse número será

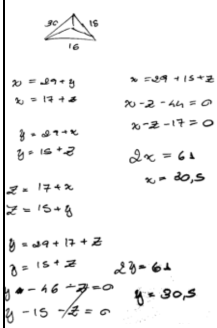


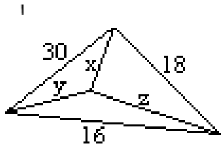
(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 4



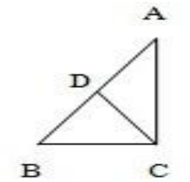
05. (MACKENZIE) – No triângulo da figura, a soma das medidas x, y ez pode ser

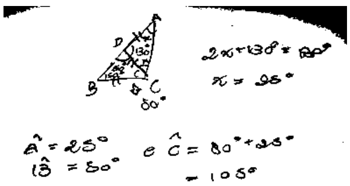
(A) 25 (B) 27 (C) 29 (D) 31 (E) 33





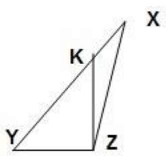
06. Na figura abaixo, calcule os ângulos A, B e C, sendo AD ≡ CD, CD ≡ BC e $A\hat{D}C = 130^O$

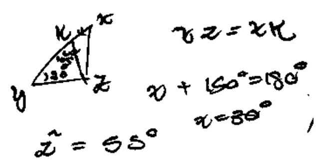




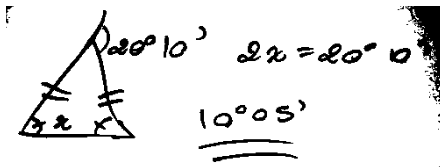
resposta: a = 25°, b= 50° e c=105°

07.Calcular os ângulos X e Z do triângulo XYZ da figura, sendo
$\hat{Y} = 20°$,
$Y\hat{K}Z = 105^O$ e XZ ≡ XK



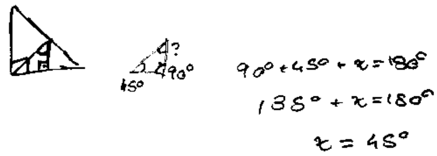


08. Num triângulo isósceles, um ângulo externo vale 20°10 . Os valores possíveis para os ângulos côngruos são:



(A) somente 30º 50'
(B) somente 10º05'
(C) somente 20º10'
(D) 10º05' e 150º50'
(E) 30º e 150º

09. Num triângulo retângulo, a altura relativa à hipotenusa forma com a bissetriz do ângulo reto um ângulo de



10 . Calcule os ângulos agudos do triângulo.