LUGAR GEOMÉTRICO E PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO

Lugar Geométrico:

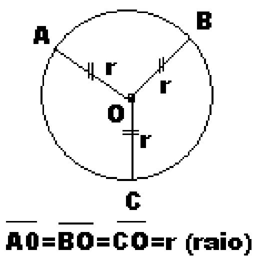
Dizemos que um conjunto de pontos é um lugar geométrico quando todos os pontos desse conjunto e, apenas eles, têm uma certa propriedade.

Principais Lugares Geométricos

Circunferência

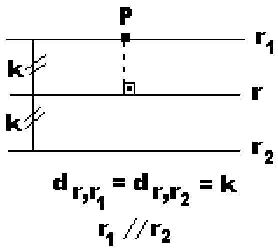
Circunferência é um conjunto de pontos que têm a mesma distância de um ponto fixo.

O ponto fixo é o centro da circunferência e a distância é o raio.



Par de Paralelas

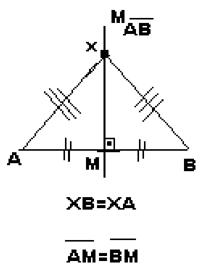
Um par de paralelas é um conjunto de pontos que têm a mesma distância de uma reta dada.



Mediatriz

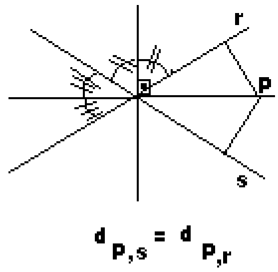
Mediatriz de um segmento AB é a reta perpendicular a este, no seu ponto médio.

Todos os pontos da mediatriz têm a mesma distância dos extremos do segmento dado.



Par de Bissetrizes

Um par de bissetrizes é um conjunto de pontos que equidistam de duas retas concorrentes.

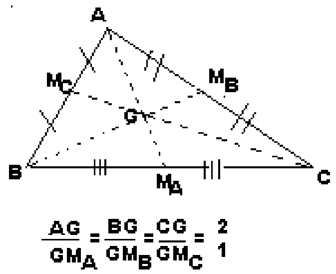


Pontos Notáveis do Triângulo:

Baricentro

Baricentro é o ponto de encontro das medianas relativas aos lados do triângulo.

O baricentro G divide cada mediana na razão 2:1.

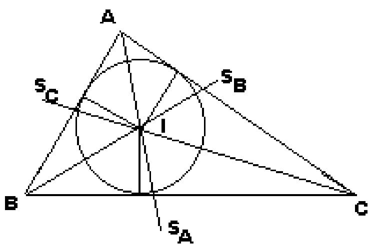


Incentro

Incentro de um triângulo é o ponto de encontro das bissetrizes internas dos ângulos deste triângulo.

O incentro é eqüidistante dos lados do triângulo.

O incentro é o centro da circuferência inscrita ao triângulo.



Circuncentro

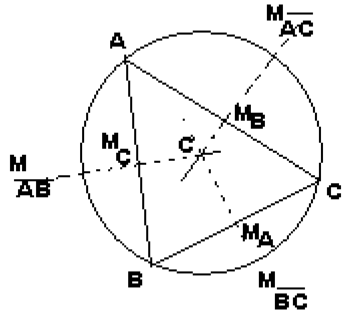
Circuncentro é o ponto de encontro das mediatrizes dos lados de um triângulo.

O circuncentro é eqüidistante dos vértices do triângulo.

O circuncentro é o centro da circunferência circunscrita.

Obs.:

- Num triângulo retângulo, o circuncentro é o ponto médio da hipotenusa.
- Num triângulo obtusângulo , o circuncentro é um ponto externo
- Num triângulo acutângulo, o circuncentro é um ponto interno.

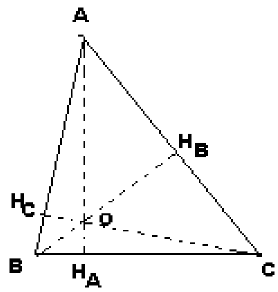


Ortocentro

Ortocentro é o ponto de encontro das alturas relativas aos lados do triângulo.

Obs.:

- Num triângulo retângulo, o ortocentro é o vértice do ângulo reto
- Num triângulo obtusângulo, o ortocentro é um ponto externo
- Num triângulo acutângulo, o ortocentro é um ponto interno



B I C O

Para memorizar os pontos notáveis de um triângulo, basta lembrar da palavra "BICO", cujas letras são as iniciais dos 4 pontos notáveis.

Baricentro –Mediana (2:1)

Incentro - Bissetrizes

Circuncentro – Mediatrizes

Ortocentro - Alturas

É importante observar que:

* em todo triângulo isósceles, os pontos notáveis são colineares (mesma linha)

* em todo triângulo equilátero, os pontos notáveis são coincidentes

Exercícios de Aula

01. (UNIV.ESTADUAL DO PARÁ)– 0 lugar geométrico dos pontos do plano eqüidistantes de dois pontos A e B do mesmo plano é:
(A) a mediana do segmento AB
(B) uma circunferência que passa pelos pontos A e B
(C) o circuncentro de um triângulo que tenha o segmento AB como um dos seus lados
(D) a mediatriz do segmento AB
(E) o ponto médio do segmento AB

02. (UNITAU)- O segmento da perpendicular traçada de um vértice de um triângulo à reta suporte do lado oposto é denominado:
(A) mediana
(B) mediatriz
(C) bissetriz
(D) altura
(E) base

03. (CESESP-SP) – Dentre os quatro centros principais de um triângulo qualquer, há dois deles que podem se situar no seu exterior, conforme o tipo de triângulo. Assinale a alternativa em que os mesmos são citados.
(A) o baricentro e o ortocentro
(B) o baricentro e o incentro
(C) o circuncentro e o incentro
(D) o circuncentro e o ortocentro
(E) o incentro e o ortocentro

04. (MACK) – O lado de um triângulo eqüilátero inscrito numa circunferência mede $2\sqrt{3}$ O raio da circunferência é igual a:
(A) $\frac{l\sqrt{3}}{2}$
(B) 2
(C) $2\sqrt{3}$
(D) 4
(E) $3\sqrt{3}$

$h = l\frac{\sqrt{3}}{2}$
$r = \frac{2}{3}l\sqrt{3}/2$
$r = \frac{2}{3}2\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}$
$r = 2$

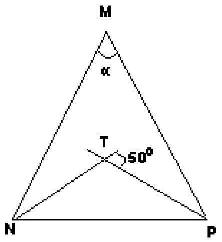
05. Assinale V ou F conforme as afirmações sejam verdadeiras ou falsas.
(F) O baricentro de um triângulo é o ponto médio das medianas (divide cada mediana na razão 2:1)
(V) O ortocentro de um triângulo retângulo é o vértice do ângulo reto
(V) O ponto de encontro das bissetrizes internas de um triângulo é o incentro
(V) O circuncentro é o ponto de encontro das mediatrizes dos lados de um triângulo.
(V) Num triângulo equilátero os pontos notáveis, estão alinhados.

Tarefa Básica

01. (PUC-SP) – Uma circunferência de raio unitário tangencia os lados de um ângulo de 60º. A distância entre o centro dessa circunferência e o vértice do ângulo é igual a:
(A) 1
(B) $\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{3}$
(D) 2
(E) $\sqrt{5}$

Sen 30° = 1/2
CO/HIP = ½
HIP = 2

02. (MACK) – Se, na figura, T é o incentro do triângulo MNP, a medida do ângulo α é:

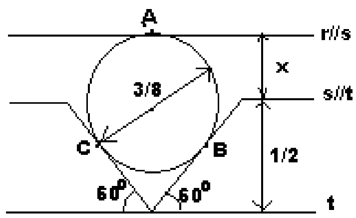


(A) 45º
(B) 50º
(C) 60º
(D) 70º
(E) 80º

NPT = 180°- 50°
Sâi = 180°
N + P = 100°
180° - 100° = ∝
∝ = 80°

03. (UNESP) – Sejam A, B e C, pontos distintos no interior de um círculo, sendo C o centro do mesmo. Se construirmos um triângulo inscrito no círculo com um lado passando por A, o outro por B e o outro por C podemos afirmar que este triângulo:
(A) é acutângulo (Apenas se A e B estiverem afastados de C)
(B) é retângulo (A abertura A e B pode formar 90°)
(C) é obtusângulo (Apenas se A e B estiverem perto de C)
(D) não é isósceles (caso A e B tenham a mesma distância é isósceles.)
(E) pode ser eqüilátero (A e B não possuem o mesmo valor de C, sendo C o centro do mesmo)

04. (FUVEST) Na figura abaixo, A, B e C são pontos de tangência. Então, x vale:



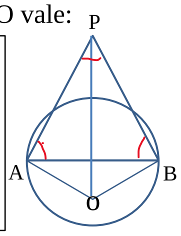
(A) 3/16
(B) 1/8
(C) 3/32
(D) 1/32
(E) 1/16

X + 1/2 = T
R = 3/ 16
X = 1/16

05.(FUVEST) – A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 20cm. E um dos ângulos, 20º.
a) Qual a medida da mediana relativa à hipotenusa? m = 2:1 = 10 cm
b) Qual a medida do ângulo formado por essa mediana e pela bissetriz do ângulo reto? ϴ = 45° – 20° = 25°

06. (FUVEST) – Uma circunferência tem centro O e raio r. Duas retas distintas passam por um ponto P e são tangentes à circunferência nos pontos A e B. Se o triângulo PAB é equilátero, então PO vale:

APB = BPA = PAB = 60°
OPB = OPA = 30°
Triângulo retângulo OPA
Sen 30° = ½
r / PO = 2r



(A) 2/3 r
(B) r $\sqrt{2}$
(C) 2r
(D) π/3 r
(E) 3/2 r

Respostas da Tarefa Básica

01. (D)
02. (E)
03. (B)
04. (E)
05. a) 10 cm b) 25º
06. (C)