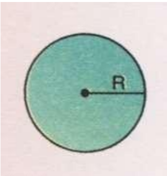
ÁREA DO CÍRCULO

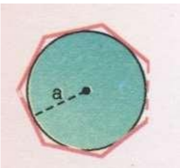
Área do círculo

A área (A) de um círculo de raio **r** é dada por:



$A= \ r^2$

Podemos obter esta fórmula de várias maneiras.
Em uma aproximação por excesso, vamos imaginar um polígono regular de n lados circunscrito ao círculo:



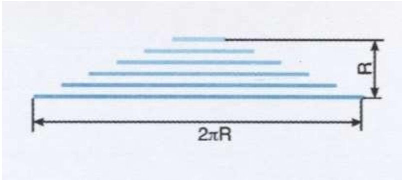
Sabemos que a área desse polígono édada por:

A=P.a

Nessa expressão, p é o semiperímetro e a o apótema do polígono.
Se aumentarmos o valor de n a área do polígono se aproxima cada vez mais da área do círculo. Se n aumenta indefinidamente (em linguagem da teoria dos limites, se n tende para o infinito) então o perímetro do polígono se aproxima indefinidamente, e cada vez mais, do comprimento da circunferência (P tende para C). Podemos, então, considerar o círculo como sendo esse polígono com infinitos lados e cujo perímetro é C.
Substituindo na expressão acima temos:

$A= \frac{2\pi r}{2}.r \quad A= \ r^2$

Podemos também compreender essa fórmula associando-a intuitivamente com a fórmula da área de um triângulo, como ilustram as figuras a seguir.

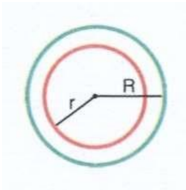


$A= \frac{base.altura}{2} \Rightarrow \frac{2\pi \, r \, r}{2}$

$A= \ r^2$

Coroa circular

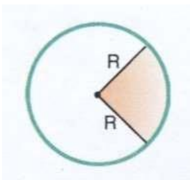
Uma **coroa circular** é a região compreendida entre duas circunferências concêntricas de raios diferentes. A área da coroa é dada pela diferença entre as áreas dos dois círculos concêntricos.



$A_{coroa}= \ R^2- \ r^2$
$A_{coroa}= \ (R^2-r^2)$

Setor circular

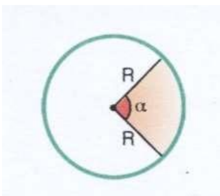
Um **setor circular** é uma parte de um circulo compreendido entre dois de seus raios.



Como os setores de um círculo são proporcionais às medidas dos arcos correspondentes, a área de um setor é a fração correspondente da área do círculo em questão. Assim, a área de um setor circular pode ser calculada mediante

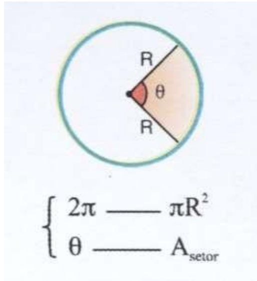
uma regra de três simples relacionando a área com a medida do arco.

Sendo a medida do setor em graus, lembrando que o arco de uma volta tem 360°, temos:



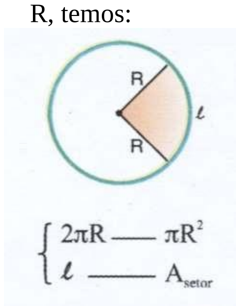
$A_{setor}= \frac{?R^{2}?}{360°}$

Sendo ? a medida do ângulo do setor em radianos, lembrando que o arco de uma volta mede 2 radianos, temos:



$A_{setor}= \frac{?R^{2}}{2}$

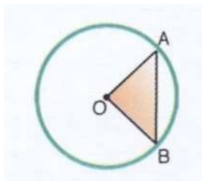
Sendo l o comprimento do arco do setor de raio R e lembrando que o comprimento do arco de uma volta é 2 R, temos:



$A_{setor}= \frac{lR}{2}$

Segmento circular

Cada corda de um círculo, que não passa pelo centro determina no círculo dois segmentos circulares. A área do menor deles, aquele que não contém o centro, é igual à diferença entre as áreas do setor e triângulo correspondentes.

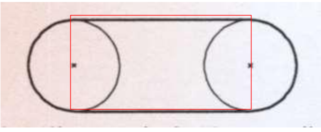


$A_{seg}= A_{setor(AOB)} - A \, \Delta_{AOB}$

$$\begin{cases} 360^\circ \text{ —— } \pi R^2 \\ \alpha \text{ —— } A_{setor} \end{cases}$$

Exercícios de Aula

01. (FATEC) Em um motor há duas polias ligadas por uma correia, de acordo com o esquema abaixo.



Se cada polia tem raio de 10cm e a distância entre seus centros é 30cm, qual das medidas abaixo mais se aproxima do comprimento da correia?

(A) 122,8cm
(B) 102,4cm
(C) 92,8cm
(D) 50 cm
(E) 32,4cm

O comprimento da polia = 2.30 cm+ $2\pi.10cm$ = 60cm+3,14.20cm – 122,8cm

02. (MACK) Se um círculo e um quadrado têm áreas iguais, então a razão entre o comprimento da circunferência do círculo e o perímetro do quadrado é:

(A) $\frac{2}{?}$
(B) $\frac{2}{\sqrt{}}$
(C) $\sqrt{\pi}/2$
(D) 2
(E) $\frac{?}{2}$

S círculo = Squadrado
$\pi R^2 = L^2$
$2\pi R/4l$
$\frac{R^2}{L^2} = 1/\pi$
$2\frac{\pi}{4} = 1/\sqrt{\pi} = \pi/2\sqrt{\pi}$
RACIONALIZA
$\sqrt{\pi}/2$

03. (FGV) Um círculo de área 16 está inscrito em um quadrado. O perímetro do quadrado é igual a

(A) 32
(B) 28
(C) 24
(D) 20
(E) 16

$\pi R^2 = 16\pi$
R=4
L = 2r
L = 8
4l = 32

Tarefa Básica

01. (UEFS) Um piloto de corrida percorre várias vezes uma pista circular de 1,5 km de raio até parar por falta de combustível. Se, no inicio da corrida, o carro usado pelo piloto continha 120 litros de combustível no tanque e consome 1 litro de combustível para cada 6 quilômetros rodados, então o número de voltas completas percorridas pelo piloto foi igual a

(A) 54
(B) 63
(C) 76
(D) 82
(E) 9l

$2\pi 1{,}5 = 9{,}42$
120litro=720km
720/9,42=76,43 voltas

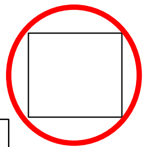
02. (UNEB) Se um carrinho de controle remoto deu 10 voltas em uma pista circular de 4 cm de diâmetro, então ele percorreu, em cm

(A) 10π
(B) $20\,\pi$
(C) $40\,\pi$
(D) $50\,\pi$
(E) $80\,\pi$

2.3,14.(4/2)=12,56cm
125,6/3,14=40

03. (FUVEST) Numa circunferência de raio 1 está inscrito um quadrado.A área da região interna à circunferência e externa ao quadrado é

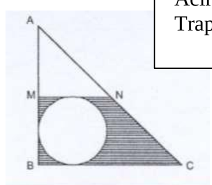
(A) maior que 2.
(B) igual à área do quadrado.
(C) igual a ^{2}-2.
(D) igual a π-2.
(E) igua1 a $\frac{?}{4}$



$2.\pi.1^2$- l^2
$l^2\sqrt{2} = 2.r$=2cm
$\pi.r^2$-2
$\pi.$1-2

04. (FATEC) Na figura abaixo, os catetos do triângulo retângulo ABC medem 8 cm, sendo N e M pontos médios dos lados $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$, respectivamente. A circunferência tangencia os segmentos $\overline{MD}$, $\overline{BC}$ e $\overline{NM}$.

Atrapz mnbc=(8+4).4/2
Acirc=$\pi.r^2 = 3{,}14.2^2$
Trapz-circ=24-12,4=11,6



Considerando π= 3,14, tem-se que a área da região hachurada, em centímetros quadrados, é igual a

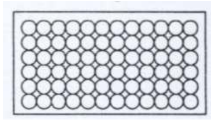
(A) 11,6
(B) 11,8
(C) 12,4
(D) 24,2
(E) 37,6

05. (FATEC) Se duas circunferências C_1 e C_2 e têm raios R_1= l0cm e R_2=5cm, respectivamente, então a razão entre a área da região limitada pela C_1 e o perímetro da C_2 é:

(A) 2cm
(B) 8cm
(C) 10cm
(D) $\frac{10}{?}$
(E) 10

AC1/AC2
$\pi.R^2/2\pi r$
$100\pi/10\pi$=10

06. (FATFC) Um certo tipo de vírus tem diâmetro de 0,02. 10^{-3} mm. Admita que uma colônia desses vírus pudesse ocupar totalmente uma superfície plana de 1 cm^2 de área, numa única camada, com a disposição mostrada na figura ao lado. O número máximo de indivíduos dessa colônia é:



(A) 4. 10^6
(B) 25.10^6
(C) 25.10^{10}
(D) 25.10^{12}
(E) 50.10^{12}

$l^2 = 100mn$
L = 10mn
$10/0{,}02.10^{-3}$= 500000
500000.500000= 25.10^{10}

07. (FATEC) Comprei um terreno de forma retangular que tem 15 m de frente por 40 m de profundidade. Nesse terreno, construí uma casa que tem a forma de um losango, com diagonais medindo respectivamente 12 m e 24 m, uma piscina de forma circular com 4 m de raio e um vestiário, com a forma de um quadrado, com 3,5 m de lado. Todo o restante do terreno será gramado.
Se o metro quadrado da grama custa R$ 2,40, a quantia gasta para comprar a grama será,aproximadamente,

(A) R$645,l0
(B) R$795,60
(C) R$944,40
(D) R$1005,50
(E) R$l376,20

Aterreno = 600
Acasa=144
Apiscina=$\pi.r^2 = 3{,}14.16 = 50{,}24$
Avest=12,25
600-206,49=393,51.2,40 = 944,424

Respostas da Tarefa Básica

01. (C)
02. (C)
03. (D)
04. (A)
05. (C)
06. (C)
07. (C)