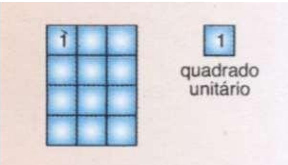
ÁREAS DE QUADRILÁTEROS E TRIÂNGULOS

A área ou superfície de uma região delimitada por uma figura plana é um número real que indica o espaço que essa região ocupa no plano. Adotamos como unidade de área, um quadrado cujo lado mede uma unidade de complemento. Ele é denominado quadrado unitário. Assim, por exemplo, podemos tomar como unidade de área um quadrado de lado igual a 1cm. Este quadrado unitário é chamado de l cm^2.

Para medirmos a área de uma figura plana, basta quadricular o seu interior com quadrados de área unitária. Assim, por exemplo, o retângulo abaixo tem área igual a 12.

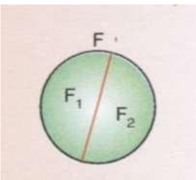


Vale a pena lembrar que o fator de conversão entre duas unidades de área é igual ao quadrado do fator de conversão entre as correspondentes unidades de comprimento. Por exemplo:

1 km = 10^3 m 1 Km^2 = 10^6 m^2

1 cm = 10^{-2}m 1 cm^2= 10^{-4} m^2

Se a superfície de uma figura plana F é a reunião das superfícies das figuras F_1 e F_2, sem pontos internos comuns, então:



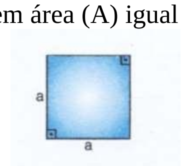
Área (F) = Área (F_1) + Área (F_2)

Duas superfícies são chamadas equivalentes se, e somente se, têm a mesma área.

<u>Áreas de quadriláteros</u>

<u>Quadrado</u>

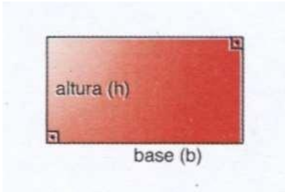
De um modo geral, um quadrado de lado a tem área (A) igual a a^2.



$A=a^2$

<u>Retângulo</u>

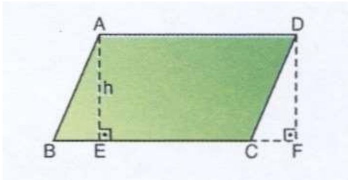
Um retângulo cujos lados tem comprimentos dados por b e h. A medida da área (A) será dada pela fórmula:

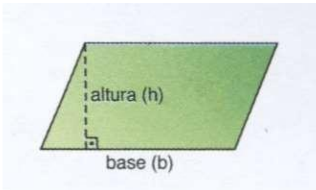


A=b.h

<u>Paralelogramo</u>

Considere o paralelogramo ABCD da figura abaixo e o retângulo ADEF que tem a mesma base e a mesma altura daquele.

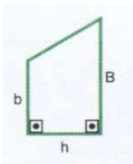




A= b.h

<u>Trapézios</u>

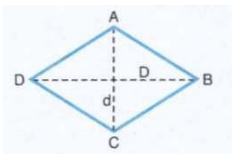
Um trapézio é um quadrilátero que possui dois lados paralelos entre si que são denominados bases. A altura do trapézio é a distância entre as bases.



$$A=\frac{(B+b).h}{2}$$

<u>Área de um losango</u>

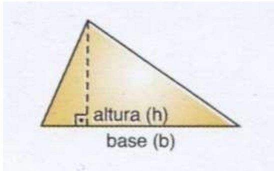
Um losango é um paralelogramo (e portanto é também um trapézio) que possui os quatro lados congruentes. A área de um losango, em função das suas diagonais d e D.



$$A=\frac{D.d}{2}$$

<u>Áreas de triângulos</u>

Considere um triângulo ABC, de base b e altura h, cuja área desejamos calcular.

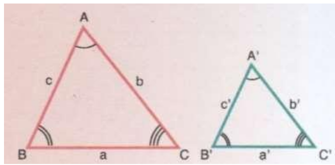


$$A=\frac{bh}{2}$$

A base do triângulo pode ser qualquer um dos seus três lados. Escolhida uma base, a altura correspondente é a distância entre esta base e o vértice oposto. A distância entre um ponto e um segmento é sempre medido perpendicularmente ao segmento.

ÁREAS DE FIGURAS SEMELHANTES

Considere dois triângulos ABC e A'B'C' semelhantes entre si (ABC~ A'B'C'):



Os lados desses dois triângulos são proporcionais entre si:

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}=k$$

A constante k é a razão de semelhança entre esses dois triângulos.

<u>Perímetros</u>

O perímetro do ABC é dado por:P = a+b+c

O perímetro do AA'B'C' é dado por: p' = a' + b' + c'

Logo $\frac{P}{P'}=K$

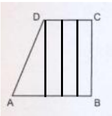
<u>Áreas</u>

Podemos demonstrar que a razão entre as suas áreas é igual ao quadrado da razão de semelhança. Assim, sendo A e A' as áreas desses dois triângulos, temos:

$$\frac{A}{A'}=k^2$$

Exercícios de Aula

01. (UNICAMP) Um terreno tem a forma de um trapézio retângulo ABCD, conforme mostra a figura, e as seguintes dimensões:
AB = 25 m, BC = 24 m, CD =15 m.

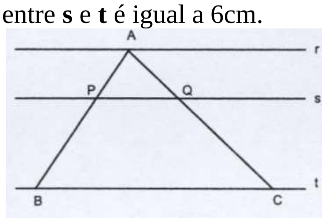


a) Se cada metro quadrado desse terreno vale R$50,00 qual é o valor total do terreno?
Atrapz= (25+15).24/2 = 480m2
480.50 = R$ 24000
b) Divida o trapézio ABCD em quatro partes de mesma área, por meio de três segmentos paralelos ao lado BC. Faça uma figura para ilustrar sua resposta, indicando nela as dimensões das divisões no lado AB. Aret= 120/3 = 5.15 = 75 m2

02. (MACK) Um terreno retangular tem área igual a 1.000 m^2, sendo a largura igual a 2/3 do comprimento. Seu perímetro, em metros, é
(A) 192
(B) 184
(C) 140
(D) 196
(E) 204

1000 = b.2/3b
b = 50
2.50 +2.20 = 140

03. (UFMS) Na figura a seguir, representamos três retas coplanares e paralelas, **r**, **s** e **t**, tais que a distância entre **r** e **s** é igual a 2cm e a distância entre **s** e **t** é igual a 6cm.



Sabendo-se que PQ = 3 cm, calcule, em cm^2, a área do triângulo ABC

Tarefa Básica

01. (VUNESP) Para ladrilhar uma sala são necessárias exatamente 400 peças iguais de cerâmica na forma de um quadrado. Sabendo-se que a área da sala é 36 m^2, determine
a) a área de cada peça, em metros quadrados;0,09m2
b) o perímetro de cada peça, em metros.1,2m

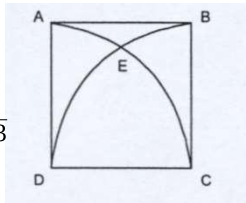
02. (FGV) Tem-se um quadrado cujo lado tem medida x. Se aumentarmos suas dimensões até que a área do novo quadrado seja o dobro da área do original, obteremos um lado de medida y. Podemos afirmar que:

(A) y= 2x (B) y= $\frac{\sqrt{3}}{2}x$ (C) y= 1,5x
(D) y= $\sqrt{2}$ x (E) y= 1,33x

03. (MACK) Num triângulo retângulo de área 15 e hipotenusa 10 a altura relativa à hipotenusa mede
(A) 4 (B) 3,5 (C) 2 (D) 3 (E) 4,5

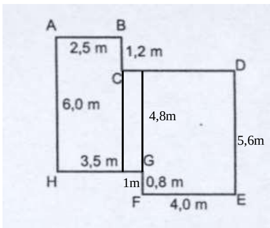
04. (UFU) Um jardim com formato retangular possui lados cujos comprimentos diferem em 3 metros. Suponha que tenha sido executada uma ampliação do jardim, com o aumento de 1 metro no comprimento de cada um de seus lados. Sabendo-se que essa ampliação fez com que a área do jardim aumentasse em 16 m^2, determine a área total do jardim ampliado.

05. (MACK) Na figura, ABCD é um quadrado de lado 2 e as curvas são arcos de circunferências com centros em De em C. A área do triângulo DCE é



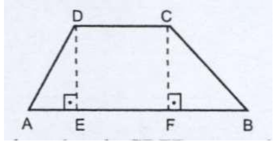
(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\sqrt{3}$
(C) $2\sqrt{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
(E) $4\sqrt{3}$

06. (VUNESP) A figura mostra a planta baixa da sala de estar de um apartamento. Sabe-se que duas paredes contíguas quaisquer incidem uma na outra perpendicularmente e que AB= 2,5m, BC= 1,2m, EF= 4,0m, FG= 0,8m, HG=3,5m e AH=6,0m.



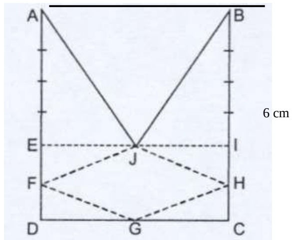
Qual a área dessa sala em metros quadrados?
(A) 37,2 (B) 38,2 (C)40,2(D) 41,2(E) 42,2

07 (UEL) Na figura abaixo tem-se o trapézio ABCD, de área 36cm^2, tal que AB = 2.CD.



A área do retângulo CDEF, em centímetros quadrados, é
(A) 14 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 24

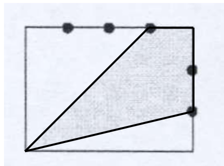
08. (FATEC) Na figura abaixo, os lados do quadrado ABCD medem 6cm e os lados AD e BC estão divididos em 6 partes iguais.



Se os pontos G e J são, respectivamente, os pontos médios dos segmentos CD e EI, então a razão entre as áreas do losango FGHJ e do triângulo ABJ, nessa ordem, é

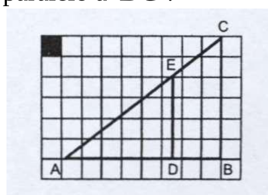
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{5}$

09. (MACK) Os lados do retângulo da figura, de área 48, foram divididos em partes iguais pelos pontos assinalados.



A área do quadrilátero destacado é
(A) 32 (B) 24 (C) 20 (D)16 (E) 22

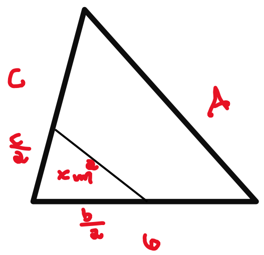
10. (FUVEST) No papel quadriculado da figura abaixo, adota-se como unidade de comprimento o lado do quadrado hachurado. $\overline{DE}$ é paralelo a $\overline{BC}$.



Para que a área do triângulo ADE seja a metade da área do triângulo ABC, a medida de $\overline{AD}$, na unidade adotada, é

(A) $4\sqrt{2}$ (B) 4 (C) $3\sqrt{3}$ (D) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ (E) $\frac{7\sqrt{3}}{2}$

11. (UNICAMP) Um triângulo escaleno ABC tem área igual a 96 m^2. Sejam M e N os pontos médios dos lados AB e AC, respectivamente, faça uma figura e calcule a área do quadrilátero BMNC.



X / 96 = ¼
X = 96 / 4
X = 24 m2
96-24 = 72 m2

Respostas da Tarefa Básica
01. a) 0,09m^2 b) 1,2m 02. (D)
03. (D) 04. 70m^2 05. (B) 06. (E)
07.E) 08. (D) 09. (E) 10. (A)
11.72m^2

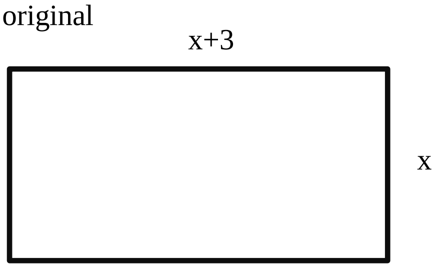
1. a)36m2/400 = 0,09m2

   b)$\sqrt{0{,}09m2} = 0{,}3\ m$
   perímetro quadrado 4x0,3 = 1,2 m

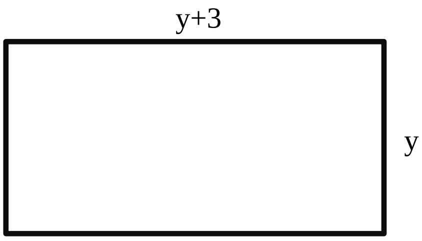
2. Q1 = x2 Q2 = y2
   Q2 = 2 q1
   y2 = 2x2
   y = $\sqrt{2x}$

3. 10.h/2 = 15
   h = 3

4. original



ampliação



(7+3).7 = 70m2

y = x+1
y .(y+3) = (x.[x+3]) + 16
(x+1).([x+1]+3) - (x.[x+3]) = 16
(x+1).(x+4) – (x.[x+3]) = 16

$\cancel{x}2$ +4x+x+4-$\cancel{x2}$-3x = 16
2x + 4 = 16
2x = 12
x = 6
y = 7

5. DEA =

6. (2,5.6)+([3,5-2,5].[6-1,2])+(4.[6-1,2+0,8])=
15 + 4,8 + 22,4 = 42,2 m2

7. 36 = (B+b).h/2
36 = (AB+CD).h/2
36 = (3CD).h/2
72 = (3 CD).h
h = 72/3CD
h = 24/CD
ÁREA CDEF
24/CD.CD =
24 m2

8. Área losango
Al = D.d/2
Al = x . 2 /2
Al = x

Área triangulo
At = b.h/2
At = b . 4 / 2
At = 2 x

Al/At = x/2x

9. 4x . 3x = 48m2
12x2 = 48
x2 = 4
x = 2
Atrapz = 48 – Atrigret + Atrigequi
Atrapz = 48 – (8.2/2) + (6.6/2)
Atrapz = 48 – (8+18)
Atrapz = 22m2

10. ABC≅ADE
$(AD/AB)^2$ = Aade/Aabc
$(AD/8)^2$= 1/2Aabc/Aabc
AD^2/64 = ½
$AD^2 = 32$
AD = 4√2