

Confronto tra Approcci Control Barrier Function per PFL

Pietro Agnelli

Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Industriale

Università degli Studi di Brescia

Email: p.agnelli@studenti.unibs.it

I. INTRODUZIONE

Questo lavoro presenta le equazioni caratteristiche dei lavori svolti da Beschi e Secchi, riguardo la costruzione della CBF nel caso della *Speed and Separation Monitoring* (SSM) e della *Power and Force Limiting* (PFL). E' stata analizzata la formulazione presentata in [2] e proposta una visione personale.

Sulla base del lavoro svolto da Beschi [1] è stata inoltre proposta una formulazione della CBF per la PFL nella sezione IV.

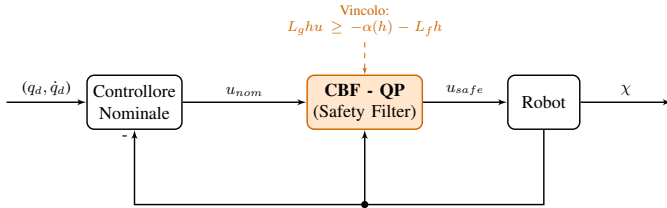


Figura 1: Schema di controllo

II. MODELLO RIDOTTO

Mappa dello stato:

$$\chi = \begin{bmatrix} p_r \\ v_r \\ p_h \\ v_h \end{bmatrix}$$

Si definisce la mappa di stato ridotto

$$\phi(X) = \begin{bmatrix} d \\ v_{rel} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|x_r - x_h\| \\ \frac{(x_r - x_h)^\top (v_r - v_h)}{\|x_r - x_h\|} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

La dinamica ridotta è:

$$\dot{d} = v_{rel}, \quad \dot{v}_{rel} = L_f v_{rel} + L_g v_{rel} u. \quad (2)$$

Tabella I: CBF SSM a tratti (convenzione: $v < 0$ = avvicinamento).

Condizione	Espressione di h
$v < 0, v_h > 0$	$h = d - (C + v_h(Tr - \frac{v}{a_s}) - vTr + \frac{v^2}{2a_s})$
$v < 0, v_h < v, d \geq C$	$h = d - C$
$v < 0, v_h < v, d < C$ (cat.2)	$h = (d - C) + (C - d) \frac{Tr}{C} v$
$v < 0, altrimenti$	$h = d - C + (v - v_h)Tr - \frac{(v_h - v)^2}{2a_s}$
$v \geq 0, v_h < 0, d < C$	$h = Tr \cdot v$
$v \geq 0, v_h < 0, d \geq C$	$h = (d - C) + Tr \cdot v$
$v \geq 0, v_h \geq 0, d < C + v_h Tr$	$h = (Tr + \frac{v_h}{a_s}) v$
$v \geq 0, v_h \geq 0, d \geq C + v_h Tr$	$h = (d - (C + v_h Tr)) + (Tr + \frac{v_h}{a_s}) v$

III. CASO SSM

L'obiettivo è mantenere la distanza di sicurezza prescritta dalla norma ISO. La curva limite è:

$$C(v_{rel}) = d_{safe} + v_{rel} Tr + \frac{v_{rel}^2}{2a_{r,dec}}, \quad (3)$$

e la corrispondente CBF:

$$h_{SSM} = d_{act} - C(v_{rel}). \quad (4)$$

IV. CASO PFL

Nota: da qui in poi verrà utilizzata la più semplice notazione dello stato $\chi = [d, v_{rel}]^T$

A. Definizione delle Safe Zone [linea continua]

Consideriamo il piano $d - v_{rel}$ con le seguenti ipotesi:

$$v(d=0) = -v_{PFL} \quad \text{sgn}(v_{PFL}) = 1 \quad (5)$$

$$v_i = v_{rel} \quad \text{sgn}(v_{rel}) = -1 \quad (6)$$

$$v_f = v_{PFL} \quad (7)$$

Per la PFL, la grandezza critica è la forza massima ammissibile di impatto F_{max} , che si traduce in un limite sulla velocità relativa:

$$v_{PFL} = \frac{F_{max}}{\sqrt{\mu k}}. \quad (8)$$

Ipotizzando che il robot possa sempre decelerare con $-a_{max}$, calcoliamo la distanza minima di frenata, per garantire un

impatto al più con velocità v_{PFL} , la somma tra lo spazio di frenata e lo spazio di reazione

$$d(t) = d_{br} + d_{reaz}$$

dove

$$d_{reaz} = -v_{rel}Tr$$

e lo spazio di frenata ottenuto partendo dalle relazioni:

$$\begin{cases} v(t) = v_i + at \\ x_f(t) = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

Ricordando le notazioni 6 e 7, sostituendo t ed eseguendo delle semplificazioni otteniamo la relazione:

$$\begin{aligned} x_f - x_i &= v_{rel} \frac{(v_{PFL} - v_{rel})}{a} + \frac{(v_{PFL} - v_{rel})^2}{2a} \\ x_f - x_i &= \frac{v_{PFL} - v_{rel}}{a} \left(v_{rel} + \frac{v_{PFL} - v_{rel}}{2} \right) \\ d_{br} = x_f - x_i &= \frac{v_{PFL}^2 - v_{rel}^2}{2a} \end{aligned}$$

Dato che $|v_{rel}| > v_{PFL}$, $d_{br} < 0$ quindi la distanza diminuisce come previsto.

La distanza al termine della frenata risulta

$$d_{finale} = d_{iniziale} + \frac{v_{PFL}^2 - v_{rel}^2}{2a}$$

Ammettiamo $d_{finale} = 0 \Rightarrow$

$$d_f = 0 \Rightarrow d_{br} = \frac{v_{rel}^2 - v_{PFL}^2}{2a}$$

In conclusione la relazione che descrive la distanza minima richiesta risulta:

$$d(v_{rel}) = -v_{rel}Tr + \frac{v_{rel}^2 - v_{PFL}^2}{2a} \quad (9)$$

B. Variante Safe Zone [linea Tratteggiata]

Definiamo inoltre una variante della distanza minima, definita a tratti come in [2].

$$\begin{cases} d(v_{rel}) = -v_{rel}Tr + \frac{v_{rel}^2}{2a} & , \quad d \in [d_{crit}, +\infty) \\ d = d_{crit} & , \quad d \in [0, d_{crit}] \end{cases} \quad (10)$$

$$d_{crit}(v^*) = \frac{v^{*2}}{2a} - v^*Tr, \quad v^* = -v_{PFL}$$

Questa definizione è più conservativa poichè ammette velocità relative in modulo più contenute rispetto alla costruzione precedente. Si parte ipotizzando il robot debba decelerare fino a raggiungere $d = 0$ m a velocità nulla, poi una volta raggiunta la velocità di impatto ammissibile $-v_{PFL}$ essa viene mantenuta fino a distanza nulla. La safe zone è individuata dunque dalla composizione di queste due relazioni (eq. 10).

Per le simulazioni verrà considerata questa safe zone.

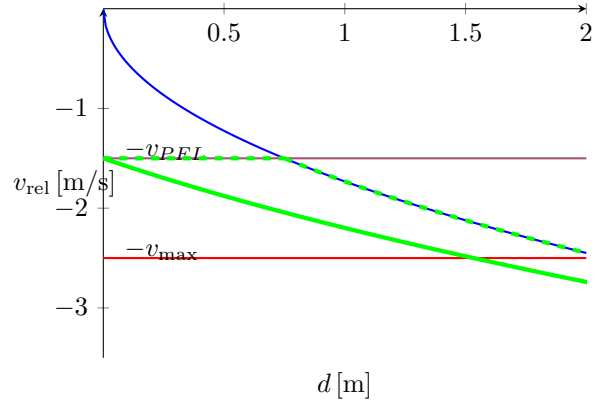


Figura 2: Linea tratteggiata : eq. (10); Linea continua : eq. (9)

V. CBF FOR PFL

La CBF di frenabilità diventa:

$$h_{br} = d - \left(-v_{rel}Tr + \frac{v_{rel}^2 - v_{PFL}^2}{2a} \right), \quad (11)$$

e la CBF di contatto:

$$h_{PFL} = (v_{PFL} + v_{rel})Tr. \quad (12)$$

Nota: Nel caso si decidesse di usare questa forma di CBF (linea verde continua in fig.2) non si deve eseguire il controllo sulla distanza minima. Consente velocità del robot più elevate e garantisce velocità di impatto al più pari a v_{PFL} per costruzione.

Tabella II: Casi di definizione della CBF per il caso PFL.

Condizione	CBF $h(X)$
$v_{rel} \geq 0$	$h = v_{max} - v_{rel}$
$v_{rel} < 0, \quad d \geq d_{crit}(v_{rel})$	$h_{br} = d - \left(-v_{rel}Tr + \frac{v_{rel}^2}{2a} \right)$ $h_{br}^* = d - \left(-v_{rel}Tr + \frac{v_{rel}^2 - v_{PFL}^2}{2a} \right)$
$v_{rel} < 0, \quad d < d_{crit}(v_{rel})$	$h_{pfl} = v_{rel} + v_{PFL}$

Definizioni: $v^* = -v_{PFL}$, $d_{crit}(v^*) = \frac{v^{*2}}{2a} - v^*Tr$

Ricordando che il vettore degli stati è rappresentato da $X = [d, v_{rel}]^T$, allora risolviamo le derivate parziali della CBF rispetto le componenti di X :

VI. CBF PER MASSIMIZZARE LE PRESTAZIONI (PAPER [2])

In [2] è proposta una CBF costruita come funzione OR di molteplici ellissoidi (fig. 3), la cui costruzione è

$$h_i(X) = \begin{cases} 1 - \frac{(d-D_i)^2}{a_i^2} - \frac{(v_{rel}-V_i)^2}{b_i^2} & \text{per } [d, v_{rel}] \text{ nella } i\text{-esima ellisse} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (13)$$

Condizione	$\partial h(X)/\partial X$
$v_{rel} \geq 0$	$\partial h/\partial d = 0$ $\partial h/\partial v_{rel} = -1$
$v_{rel} < 0, d \geq d_{crit}(v_{rel})$	$\partial h/\partial d = 1$ $\partial h^*/\partial d = 1$ $\partial h/\partial v_{rel} = Tr - \frac{v_{rel}}{a}$ $\partial h^*/\partial v_{rel} = Tr - \frac{v_{rel}}{a}$
$v_{rel} < 0, d < d_{crit}$	$\partial h/\partial d = 0$ $\partial h/\partial v_{rel} = 1$

Tabella III: Derivate parziali di $h(X)$

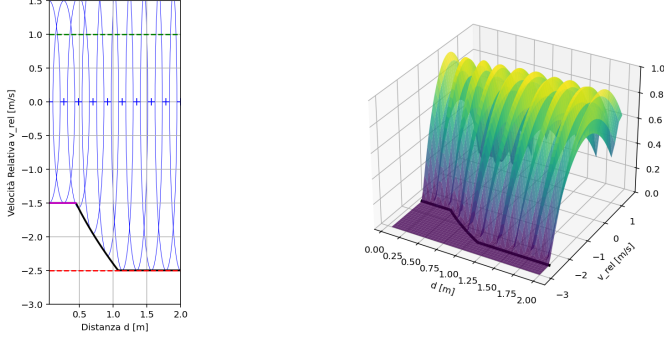


Figura 3: CBF costruita come nel paper

I parametri a_i e b_i rappresentano la semi-ampiezza della i -esima ellisse di base, centrata in $[D_i, V_i]$.

La CBF complessiva si ottiene dalla OR delle ellissi

$$h(X) = \sum_{i=1}^n h_i(X)$$

Nel paper viene fornita una rappresentazione simile alla fig.3. Ipotizzo che la cbf sia molto aggressiva, perchè spinge lo stato del sistema X in prossimità della cresta. La CBF interviene anche quando teoricamente lo stato è accettabile, questo perchè la pendenza dell'ellissoide ($\nabla h(X)$) è non nulla lungo tutti i fianchi, imponendo un vincolo nel problema QP .

Le prestazioni inoltre dipendono molto dalla costruzione del vincolo, infatti, ipotizzando che il limite superiore e inferiore della safe zone sia simmetrico ($[-v_{max}, v_{max}]$), l'ellisse di base sarà centrata sull'asse d e di conseguenza anche la cresta. Ciò si traduce in un vincolo che spingerà il sistema a mantenere una velocità relativa costante pari a 0, limitando dunque la libertà del robot di lavorare avvicinandosi in sicurezza all'umano.

Per questo motivo dunque, ho realizzato una barrier function meno invasiva: definendo una griglia di ellissoidi (fig 4) si riesce a costruire una funzione quasi "piatta" che considera come ammissibile qualsiasi stato incluso dalla *safe zone* e intervenendo solo in prossimità del bordo.

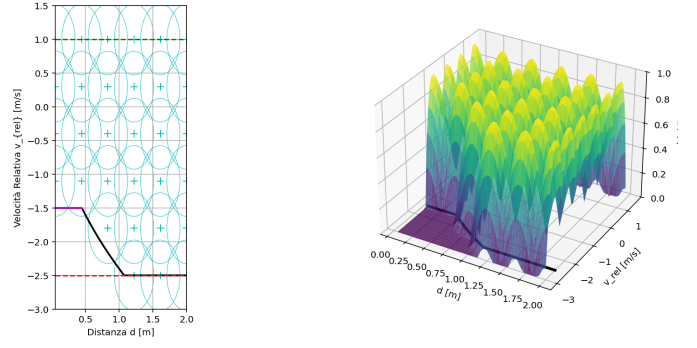


Figura 4: Alternativa con griglia di ellissoidi

$\nabla h(X)$	Value
$\partial h/\partial d$	$\frac{2(d-D_i)}{a_i^2}$
$\partial h/\partial v_{rel}$	$\frac{2(v-V_i)}{b_i^2}$

Tabella IV: Derivate parziali di $h(X)$

VII. VINCOLO CBF

La condizione CBF si esprime come:

$$\frac{\partial h(\phi(X))}{\partial t} = L_f h(\phi(X)) + L_g h(\phi(X)) u \geq -\alpha(h(\phi(X))), \quad (14)$$

Da cui ricaviamo il vincolo sulla *control action* u

$$u = \ddot{x} = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q}$$

$$L_g h(\phi(X)) u \geq -\alpha(h(\phi(X))) - L_f h(\phi(X))$$

$$L_g h(\phi(X)) J\ddot{q} \geq -L_g h(\phi(X)) \dot{J}\dot{q} - \alpha(h(\phi(X))) - L_f h(\phi(X))$$

La CBF impone un vincolo del tipo $Ax \geq b$ al problema di ottimizzazione (*Quadratic Problem QP*), dove:

$$A = L_g h(\phi(X)) J$$

$$b = -L_g h(\phi(X)) \dot{J}\dot{q} - \alpha(h(\phi(X))) - L_f h(\phi(X))$$

$$QP : \quad \underset{\ddot{q}}{\text{minimize}} \quad \|\ddot{x}_{des} - \dot{J}\dot{q} - J\ddot{q}\|$$

VIII. DYNAMIC TIME SCALING

L'azione di controllo reale (u) viene calcolata affinché rispetti i vincoli imposti dalla CBF, cercando di discostarsi il meno possibile da quella nominale (u_{nom}). Il controllore nominale però, quello che calcola l'azione di controllo per seguire la traiettoria nominale (pianificata con una legge di moto trapezoidale), ignora l'intervento della CBF. La traiettoria desiderata $d(t)$, dunque, continua ad avanzare secondo la scansione temporale $t + T_C$, ma, quando la CBF "non interviene" più ($h \gg 0$), il controllore cercherà di riportare il robot lungo le traiettorie nominali, talvolta imponendo azioni di controllo molto elevate poiché lo stato del Robot (velocità e accelerazione) è molto lontano da quello

desiderato.

Questo comportamento è stato corretto applicando il *Time Scaling* della traiettoria, disaccoppiando la traiettoria dal tempo reale e "rallentandola" in base al livello di sicurezza h misurato, garantendo movimenti molto più fluidi.

$$d(t) \rightarrow d(s(t))$$

Dove $s(t)$ è la nuova variabile che permette l'espansione o compressione temporale della traiettoria.

Riscriviamo le posizioni, velocità e accelerazioni cartesiane in funzione di $s(t)$

$$v(s(t)) = \frac{\partial d(s(t))}{\partial t} = \frac{\partial d}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} = d'(s) \cdot \dot{s}, \quad \text{con } 0 \leq \dot{s} \leq 1 \quad (15)$$

$$a(s(t)) = \frac{\partial v(s(t))}{\partial t} = d''(s)\dot{s}^2 + d'(s)\ddot{s} \quad (16)$$

A. Costruzione della velocità obiettivo $\dot{s}^*(h)$

Definiamo la velocità obiettivo della traiettoria \dot{s}^* in funzione di h come

$$\dot{s}^*(h) = \begin{cases} 1, & h \geq h_{threshold} \\ \frac{h}{h_{threshold}}, & 0 \leq h < h_{threshold} \\ 0, & h < 0 \end{cases}$$

$$0 \leq s^*(h) \leq 1$$

Definiamo poi

$$\ddot{s} = K_{scaling}(\dot{s}^* - \dot{s}) \quad (17)$$

E' quindi possibile applicare il time scaling alle traiettorie desiderate secondo (15) e (16).

Aggiorniamo poi \dot{s} usando Eulero esplicito ad ogni passo T_C , e s come espansione di Taylor del secondo ordine:

$$\begin{aligned} \dot{s}(t + T_C) &= \dot{s}(t) + \ddot{s}(t)T_C \\ s(t + T_C) &= s(t) + \dot{s}(t)T_C + \frac{1}{2}\ddot{s}(t)T_C^2 \end{aligned}$$

Logica del time scaling: Se $h(\chi) \geq h_{threshold}$, la distanza robot-umano è elevata, il rapporto è 1 e non viene applicato alcun Time Scaling. Altrimenti, se la soglia di sicurezza viene violata ($h(\chi) < h_{threshold}$), l'accelerazione \ddot{s} viene aggiornata come in (17), rallentando di fatto l'evoluzione temporale della traiettoria,

Per la formulazione di EE consultare [3].

IX. ESPERIMENTI

Per la simulazione dell'UR10 è stata considerata la Safe Zone costruita come in (10) e implementata la CBF coerentemente alla costruzione mostrata dalla tab.II e tab.III.

E' mostrato un confronto delle simulazioni effettuate con e senza il *time scaling*.

E' stata inoltre implementata la CBF costruita come in [2] per mostrarne le principali differenze in termini di prestazioni.

A. Simulazione con e senza DTS

(Riferimento fig.5a e fig.5b) Per le simulazioni sono stati considerati i parametri mostrati in tabella V.

Parametro	Valore	Unità di misura
T_r	0.15	s
a_s	± 2.5	m/s^2
v_h	1.6	m/s
v_{max}	± 20	m/s
T_C	$2e-3$	s
v_{pfl}	0.25	m/s
γ	5.0	
Dynamic Time Scaling Param		
$h_{threshold}$	0.5	

Tabella V: Parametri di simulazione

B. Simulazione CBF paper [2]

Parametro	Valore	Significato
D_{min}	0 [m]	Distanza minima ammissibile durante l'esperimento
D_{max}	3 [m]	Distanza massima ammissibile durante l'esperimento
N_{D-Grid}	30	Numero di ellissi lungo l'asse d
N_{V-Grid}	30	Numero di ellissi lungo l'asse v
$OVERLAP$	2	Fattore di sovrapposizione

Tabella VI: Parametri di costruzione ellissoidi

(Riferimento fig. 5c) Per la costruzione degli ellissoidi sono stati usati i parametri mostrati in tabella VI.

Il fattore di sovrapposizione è necessario per definire le semi-ampiezze delle ellissi di base. Nota l'ampiezza della griglia A_G di suddivisione del piano $d-v$, le semi-ampiezze sono calcolate in questo modo:

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{A_{G-d}}{2} \cdot OVERLAP \\ b_i &= \frac{A_{G-v}}{2} \cdot OVERLAP \end{aligned}$$

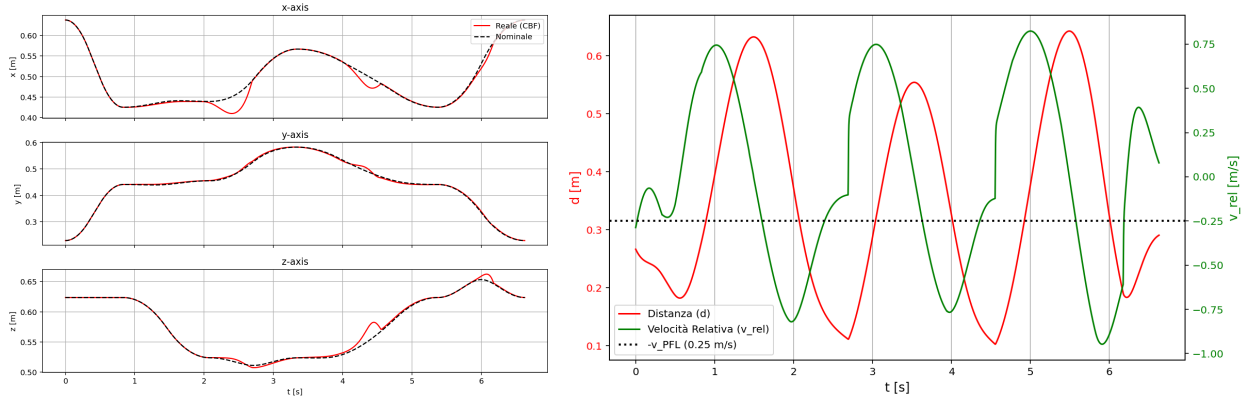
X. TODO

- Aggiungere vincoli di accelerazione e velocità massima
- Optuna per ottimizzazione dei parametri
- chiedere pacchetto per parlare con Ros
- chiedere comandi NUMBA
- implementare più ostacoli
- studiare Time Scaling implementato da Beschi

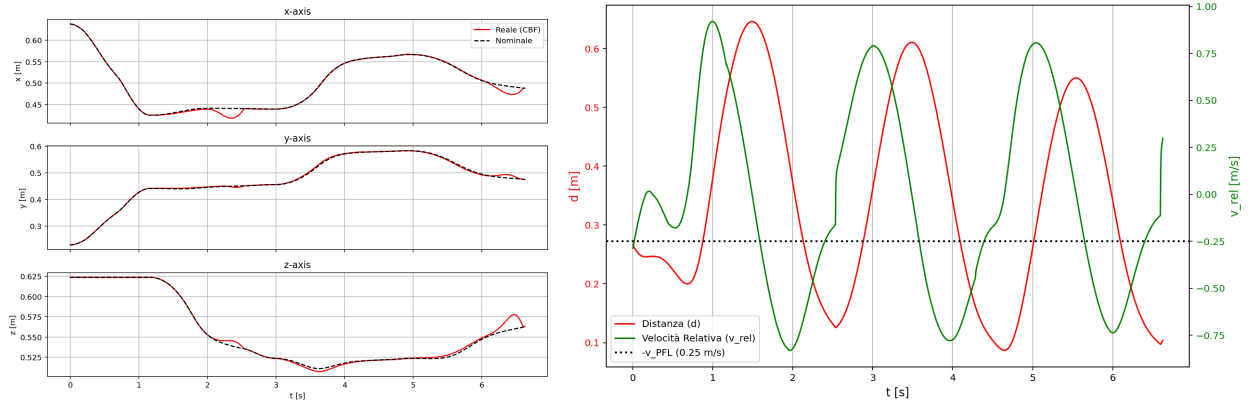
RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] M. Beschi, et al., *A Control Barrier Function Approach for Safe Human-Robot Collaboration*.
- [2] C. Secchi, et al., *A Control Barrier Function Approach for Maximizing Performance while Fulfilling ISO/TS 15066 Regulations*, 2020.
- [3] Quarteroni, A., Saleri, F. (2006). *Introduzione al Calcolo Scientifico*. Springer-Verlag Italia, Sez 7.2.

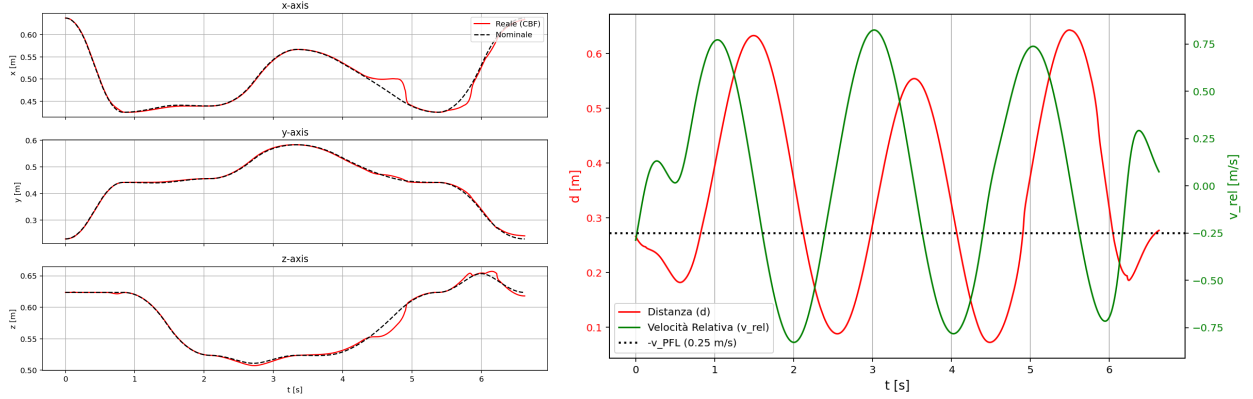
Figura 5: Confronto Risultati con diverse CBF



(a) CBF for PFL



(b) CBF for PFL and Dynamic time scaling activated



(c) Ellipses CBF