

Report Progetto Dati Funzionali

Matteo Ceola, Paolo Magagnato, Marco Piccolo e Pietro Stangherlin

Indice

1	Introduzione	1
2	Obbiettivi	1
3	Dati	2
4	Operazioni preventive	2
4.1	Rappresentazione funzionale	2
4.1.1	Spline penalizzate e vincolate	2
4.1.2	Risultati	3
5	Medie funzionali	3
6	PCA funzionale	3
7	ANOVA funzionale	5
8	Modello funzione su funzione	5
9	Conclusioni	5

1 Introduzione

2 Obbiettivi

- Analisi esplorative funzionali
- ANOVA funzionale: confronto tra spettri di frequenze per diverse specie di uccelli
- Modello funzione su funzione: si è interessati a valutare se esistano delle relazioni tra ciascun suono emesso ed il suono precedente

3 Dati

I dati considerati sono presenti sul portale [xeno-canto](#). Per ogni audio è disponibile la specie di uccello e le coordinate geografiche del rilevamento.

4 Operazioni preventive

- Passaggio al dominio della frequenza tramite spettro medio
- Normalizzazione delle ampiezze

4.1 Rappresentazione funzionale

4.1.1 Spline penalizzate e vincolate

Per le curve di Ampiezza in funzione della frequenza si è scelta una rappresentazione in base bspline di grado 3. Inizialmente si sono considerate due penalizzazioni: la prima sul numero di basi e la seconda sull'integrale del quadrato della derivata seconda (per un numero di basi abbastanza alto fissato), per entrambi i casi si è considerato come riferimento il parametro che minimizzasse il criterio di GCV. Tuttavia questi due criteri non permettono il rispetto dei vincoli: 1) di non negatività della curva 2) di Ampiezza non superiore a 1 (a causa della normalizzazione)

Per ciascuno dei due criteri sopra menzionati si sono quindi introdotti i vincoli nel problema di ottimizzazione che può essere scritto come un programma di programmazione quadratica per cui sono disponibili delle routine. Il programma di ottimizzazione quadratica nella sua forma più generale è definito come

$$\min_b (-d^T b + 1/2 b^T D b) \text{ s.t. } A^T b \geq b_0 \quad (1)$$

Per una singola osservazione funzionale, per il lisciamento tramite scrittura in funzioni di base la funzione da minimizzare rispetto a b è

$$(y - \Phi b)^T (y - \Phi b) + \lambda b^T P b \quad (2)$$

dove y è il vettore dei punti osservati Φ è la matrice delle funzioni di base valutate nei punti osservati del dominio della curva e b è il vettore dei coefficienti, P è una generica matrice di penalità e $\lambda > 0$ indica l'entità della penalizzazione. Minimizzare Equazione 2 equivale a minimizzare

$$-y^T \Phi b + b^T \frac{1}{2} (\Phi^T \Phi + \lambda P) b \quad (3)$$

Da cui $d = y^T \Phi$ e $D = \Phi^T \Phi + \lambda P$. Usando la definizione di scrittura in basi il vincolo è $0 \leq \phi^T(f) b \leq 1 \forall f$, in pratica si discretizza $\phi(f_j)$ per $j = 1, \dots, J$. Sia Φ_J la matrice di funzioni di base valuate su griglia discretizzata: deve valere

$\Phi_J b \leq \mathbb{1}$ o equivalentemente $-\Phi_J b \geq -\mathbb{1}$ dove con questa scrittura si intende che la disuguaglianza deve valere per ogni elemento dei vettori. Similmente, per vincolo di positività si ha $\Phi_J b \geq \mathbb{0}$, tuttavia, poichè per costruzione le basi bspline sono sempre non negative è sufficiente imporre $\mathbb{b} \geq \mathbb{0}$ con \mathbb{I}_J matrice identità. Combinando le due espressioni si ottiene

$$\begin{pmatrix} -\Phi \\ \mathbb{I} \end{pmatrix} b \geq \begin{pmatrix} -\mathbb{1} \\ \mathbb{0} \end{pmatrix}$$

chiaramente $A = \begin{pmatrix} -\Phi^T & \mathbb{I} \end{pmatrix}$ e $b_0 = \begin{pmatrix} -\mathbb{1} & \mathbb{0} \end{pmatrix}^T$, è dunque conclusa la scrittura del problema vincolato come programma quadratico.

4.1.2 Risultati

5 Medie funzionali

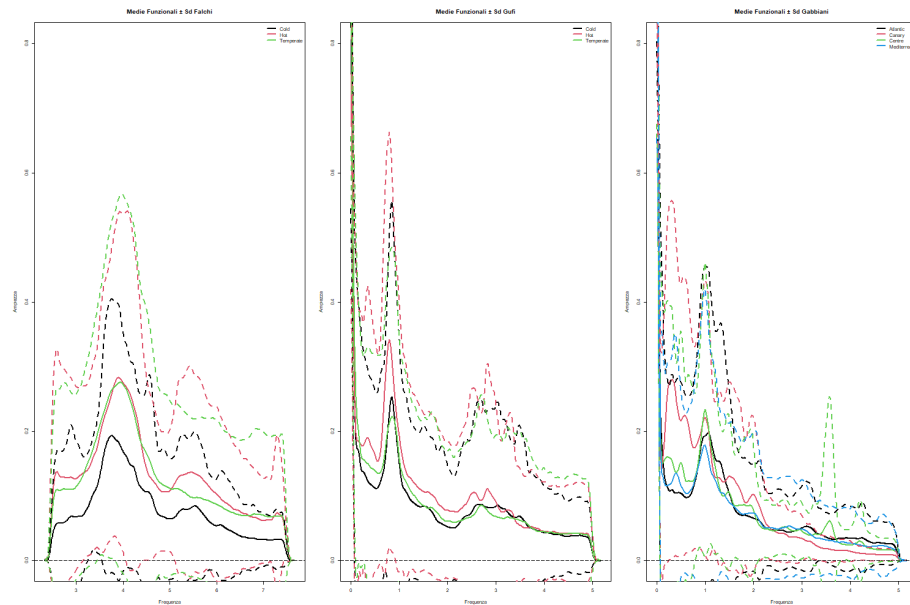


Figura 1: Medie Funzionali

6 PCA funzionale

Test Figura 4

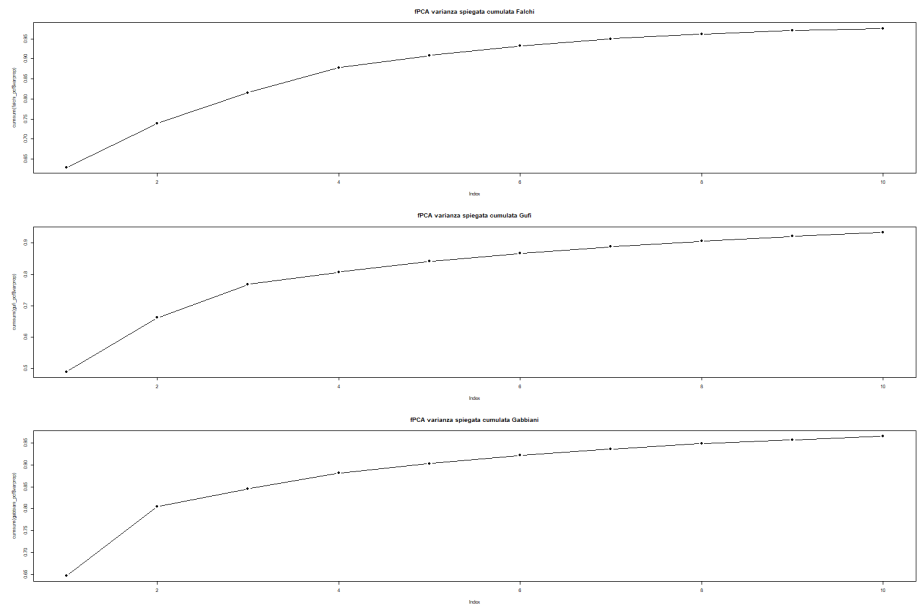


Figura 2: Varianza Spiegata Cumulata

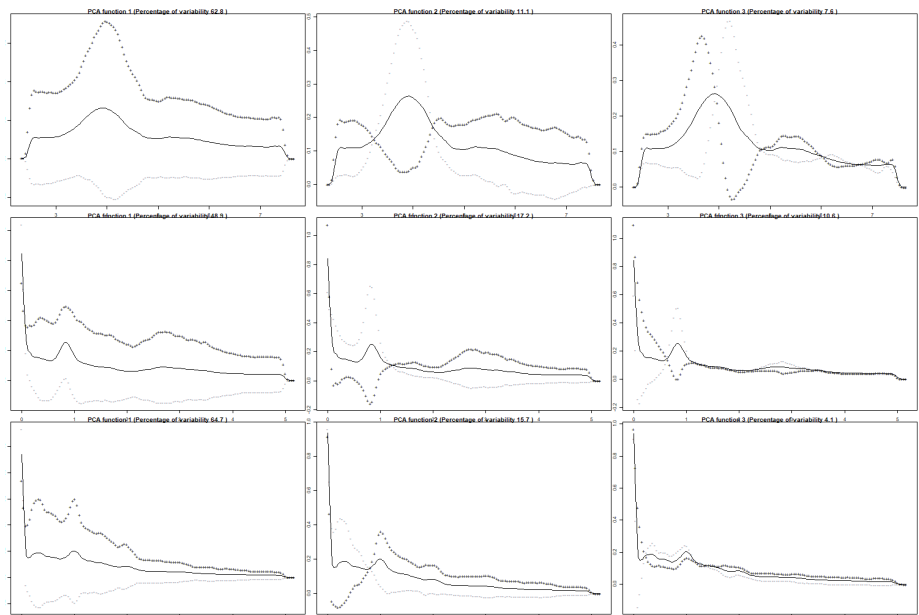


Figura 3: Armoniche

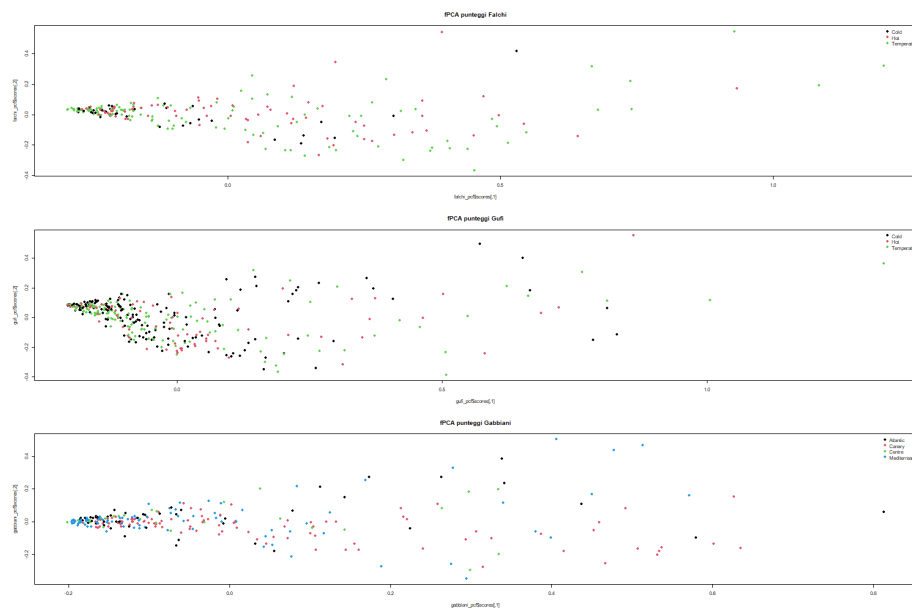


Figura 4: Punteggi

7 ANOVA funzionale

8 Modello funzione su funzione

9 Conclusioni