Report Progetto Dati Funzionali

Matteo Ceola, Paolo Magagnato, Marco Piccolo e Pietro Stangherlin

Indice

1 Introduzione

2 Obbiettivi

- Analisi esplorative funzionali
- ANOVA funzionale: confronto tra spettri di frequenze per diverse specie di uccelli
- Modello funzione su funzione: si è interessati a valutare se esistano delle relazioni tra ciascun suono emesso ed il suono precedente

3 Dati

I dati considerati sono presenti sul portale xeno-canto. Per ogni audio è disponibile la specie di uccello e le coordinate geografiche del rilevamento.

4 Operazioni preventive

- Passaggio al dominio della frequenza tramite spettro medio
- Normalizzazione delle ampiezze

4.1 Rappresentazione funzionale

4.1.1 Spline penalizzate e vincolate

Per le curve di Ampiezza in funzione della frequenza si è scelta una rappresentazione in base bspline di grado 3. Inizialmente si sono considerate due penalizzazioni: la prima sul numero di basi e la seconda sull'integrale del quadrato della derivata seconda (per un numero di basi abbastanza alto fissato), per entrambi i casi si è considerato come riferimento il parametro che minizzasse il criterio di GCV. Tuttavia questi due criteri non permettono il rispetto dei vincoli: 1) di non negatività della curva 2) di ampiezza non superiore a 1 (a causa della normalizzazione).

Per ciascuno dei due criteri sopra menzionati si sono quindi introdotti i vincoli nel problema di ottimizzazione che può essere scritto come un programma di programmazione quadratica per cui sono disponibili delle routine. Il programma di ottimizzazione quadratica nella sua forma più generale è definito come

$$\min_b(-d^T b + 1/2 b^T D b) \text{ s.t. } A^T b \geq b_0 \tag{1}$$

Per una singola osservazione funzionale, per il lisciamento tramite scrittura in funzioni di base la funzione da minimizzare rispetto a b è

$$(y - \Phi b)^T (y - \Phi b) + \lambda b^T P b \tag{2}$$

dove y è il vettore dei punti osservati Φ è la matrice delle funzioni di base valutate nei punti osservati del dominio della curva e b è il vettore dei coefficienti, P è una generica matrice di penalità e $\lambda > 0$ indica l'entità della penalizzaione (per un criterio non penalizzato è sufficiente porre $\lambda = 0$). Minizzare Equazione 2 equivale a minizzare

$$-y^T \Phi b + b^T \frac{1}{2}(\Phi^T \Phi + \lambda P) b \tag{3}$$

Da cui $d = y^T \Phi$ e $D = \Phi^T \Phi + \lambda P$. Usando la definizione di scrittura in basi il vincolo è $0 \leq \phi^T(f) b \leq 1 \quad \forall f$, in pratica si discretizza $\phi(f_j)$ per $j = 1, .., J$.

Sia Φ_J la matrice di funzioni di base valuate su griglia discretizzata: deve valere $\Phi_J b \leq \mathbb{1}$ o equivalentemente $-\Phi_J b \geq -\mathbb{1}$ dove con questa scrittura si intende che la disuguaglianza deve valere per ogni elemento dei vettori. Similmente, per vincolo di positività si ha $\Phi_J b \geq \mathbb{0}$, tuttavia, poichè per costruzione le basi bspline sono sempre non negative è sufficiente imporre $\mathbb{I} b \geq \mathbb{0}$ con $\mathbb{I}_J$ matrice identità. Combinando le due espressioni si ottiene

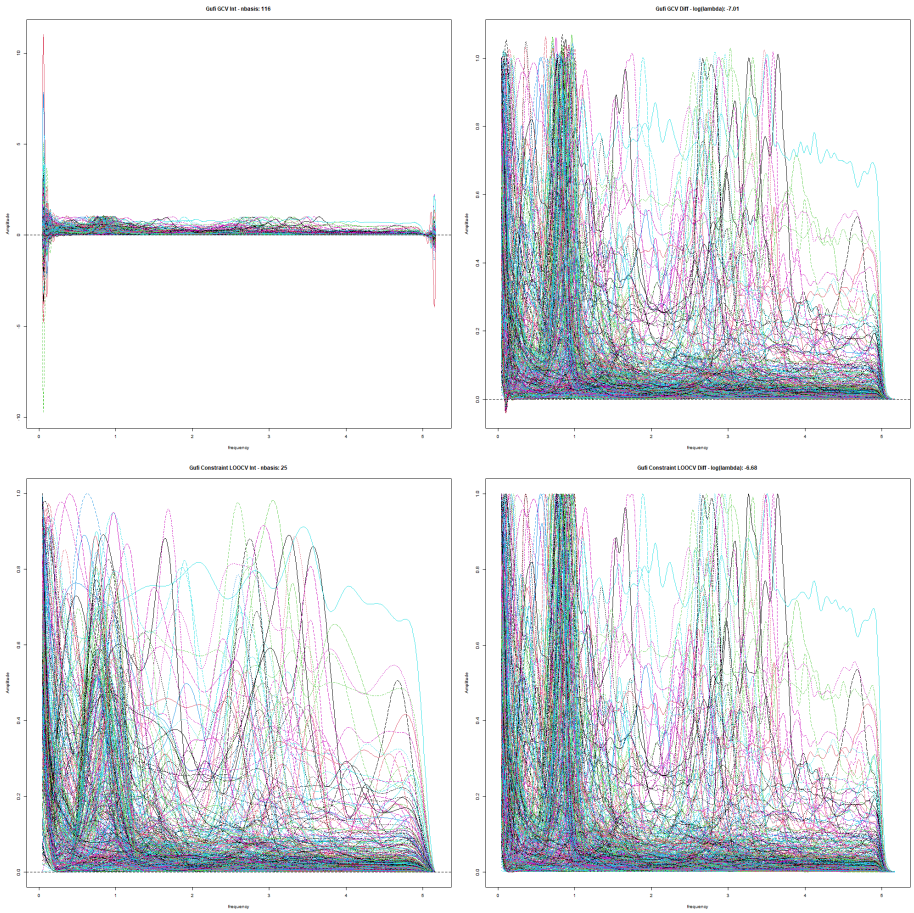
$$\begin{pmatrix} -\Phi \\ \mathbb{I} \end{pmatrix} b \geq \begin{pmatrix} -\mathbb{1} \\ \mathbb{0} \end{pmatrix}$$

chiaramente $A = (-\Phi^T \quad \mathbb{I})$ e $b_0 = (-\mathbb{1} \quad \mathbb{0})^T$, è dunque conclusa la scrittura del problema vincolato come programma quadratico.

4.1.2 Risultati

Introdurre i vincoli non dà luogo ad uno stimatore lineare in y, non è quindi possibile usare GCV come criterio per la selezione dei parametri di regolazione, si impiega invece una procedura di convalida incrociata "Leave One Out" (LOOCV). A titolo esemplificativo si riportano le curve relative ai gufi con i quattro metodi: GCV senza vincolo e LOOCV con vincolo; in @tab:representation-selection-df sono riportate le specifiche di ciascun metodo.

animal	constraint	penalty.type	min.error.parameter	domain.unique.points
falchi	FALSE	INT	9.00e+01	125
falchi	FALSE	DIFF	1.20e-06	125
falchi	TRUE	INT	4.80e+01	125
falchi	TRUE	DIFF	2.10e-06	125
gufi	FALSE	INT	1.16e+02	120
gufi	FALSE	DIFF	1.00e-07	120
gufi	TRUE	INT	2.50e+01	120
gufi	TRUE	DIFF	2.00e-07	120
gabbiani	FALSE	INT	1.04e+02	120
gabbiani	FALSE	DIFF	1.00e-07	120
gabbiani	TRUE	INT	3.40e+01	120
gabbiani	TRUE	DIFF	1.10e-06	120



Esaminando @fig-gufi_fits_crit si evidenziano diverse problematiche:

- nel caso senza vincoli e con penalizzazione solo sul numero di basi (grafico in alto a sinistra) il criterio GCV seleziona un numero eccessivo di basi (vicino al massimo possibile) che induce dei gravi problemi di comportamento erratico agli estremi, una possible soluzione è selezionare manualmente il numero di basi osservando criticamente sia l'andamento dell'errore di GCV sia le funzioni risultanti.
- nel caso senza vincoli e con penalizzazione sull'integrale della derivata seconda al quadrato (grafico in alto a destra), benchè il miglioramento rispetto al primo caso sia notevole, si nota come le funzioni non rispettino i vincoli: alcune funzioni sono minori di zero (per frequenze piccole) e maggiori di 1.
- i vincoli migliorano chiaramente la rappresentazione funzionale, tuttavia, il numero di basi che minimizza LOOCV (grafico in basso a sinistra) è probabilmente troppo piccolo in quanto alcune funzioni hanno dei picchi

troppo bassi, anche qui si potrebbe pensare di aumentare il numero di basi; nell'ultimo caso (penalizzaione sull'integrale della derivata seconda al quadrato) (grafico in basso a destra) una possibile critica è che le funzioni non siano abbastanza lisce.

Risultati simili si hanno anche con le altre due specie. Alla luce dei commenti fatti si è scelto di impiegare i coefficienti ottenuti tramite imposizione di vincolo con penalità sull'integrale del quadrato della derivata seconda.

5 Medie funzionali

In Figura 1 si riportano le medie e le deviazioni standard funzionali per tutti i gruppi di ciascun animale. Le deviazioni standard sono circa dello stesso ordine delle medie per quasi tutti i gruppi e tutti i punti.

Per i falchi le medie e le deviazioni standard dei gruppi hot e temperate appaiono vicine nel ragne di frequenze tra 3khz e 4.5khz, mentre fuori da questo intervallo presentano differenze sia in media che in varianza, rimandendo comunque sempre sopra le curve del gruppo cold.

Come per i falchi anche per i gufi le curve medie nei tre gruppi sembrano seguire un andamente comune, così come le deviazioni standard, qui le due curve più vicine sono invece quelle dei gruppi cold e temperate. Risalta il picco nei pressi dello zero, ciò potrebbe essere semplicemente un artefatto numerico.

Nei gabbiani la curva media che di discosta dalle altre è quella relativa al gruppo delle Canarie che domina le altre curve alle frequenze basse, mentre per quelle più alta è sotto tutte le altre curve medie. Si nota inolte un picco nella funzione media e un doppio picco per la deviazione standard intorno ai 3.5 khz per il gruppo Centre.

6 PCA funzionale

Si effettua un'analisi delle componenti principali funzionali, sia per avere delle ulteriori informazioni descrittive sia per vedere se i punteggi di tali componenti individuano o meno dei cluster di osservazioni potenzialmente diversi da quelli scelti in questa sede.

Inizialmente si fissa un numero di armoniche pari a 10 (Figura 2), per i falchi le prime 3 componenti spiegano circa l'80% della varianza, per i gufi sono necessarie 4 componenti per spiegare circa l'80% della varianza, mentre per i gabbiani l'85% della varianza è spiegato dalle prime tre componenti.

Focalizzandosi sulle prime tre armoniche (**?@fig-f_pca_harmonics**) si può vedere che, per tutti gli animali, la prima armonica segue abbastanza la forma della media funzionale, la seconda presenta un andamento opposto alla media e la terza varia molto tra i diversi animali e non è di facile intepretazione.

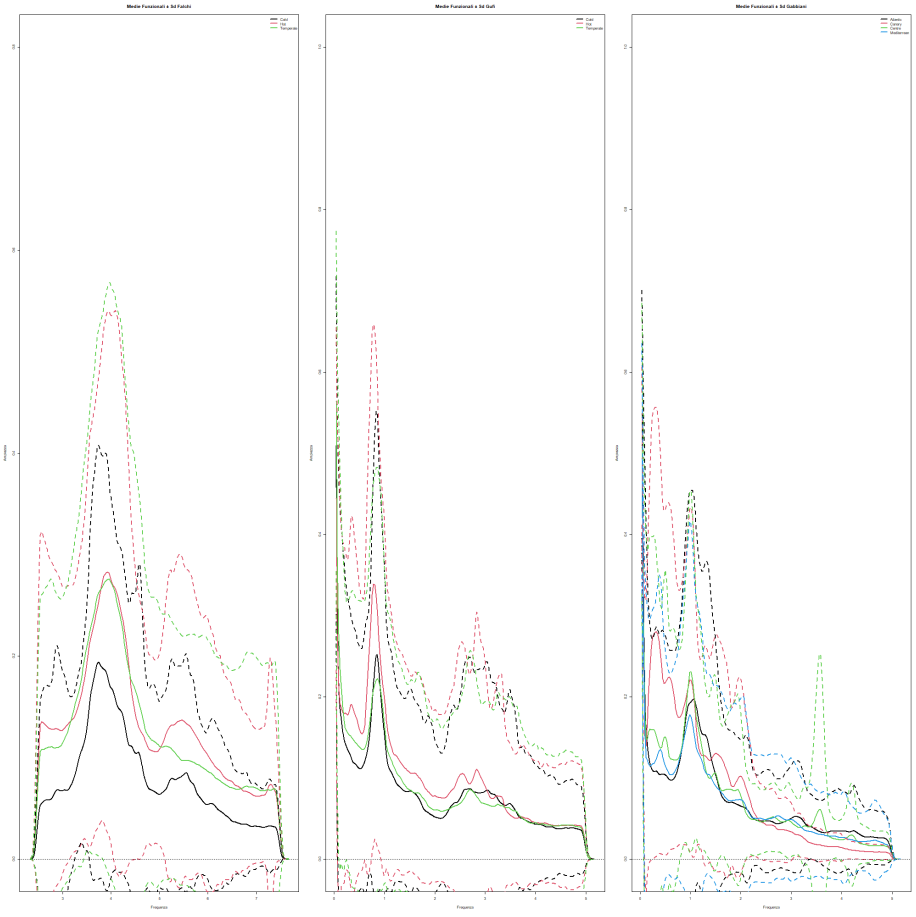


Figura 1: Medie Funzionali degli spettrogrammi medi dei suoni degli animali per i diversi gruppi a cui è aggiunto e sottrato l'errore standard funzionale. Da sinistra verso destra falchi, gufi e gabbiani

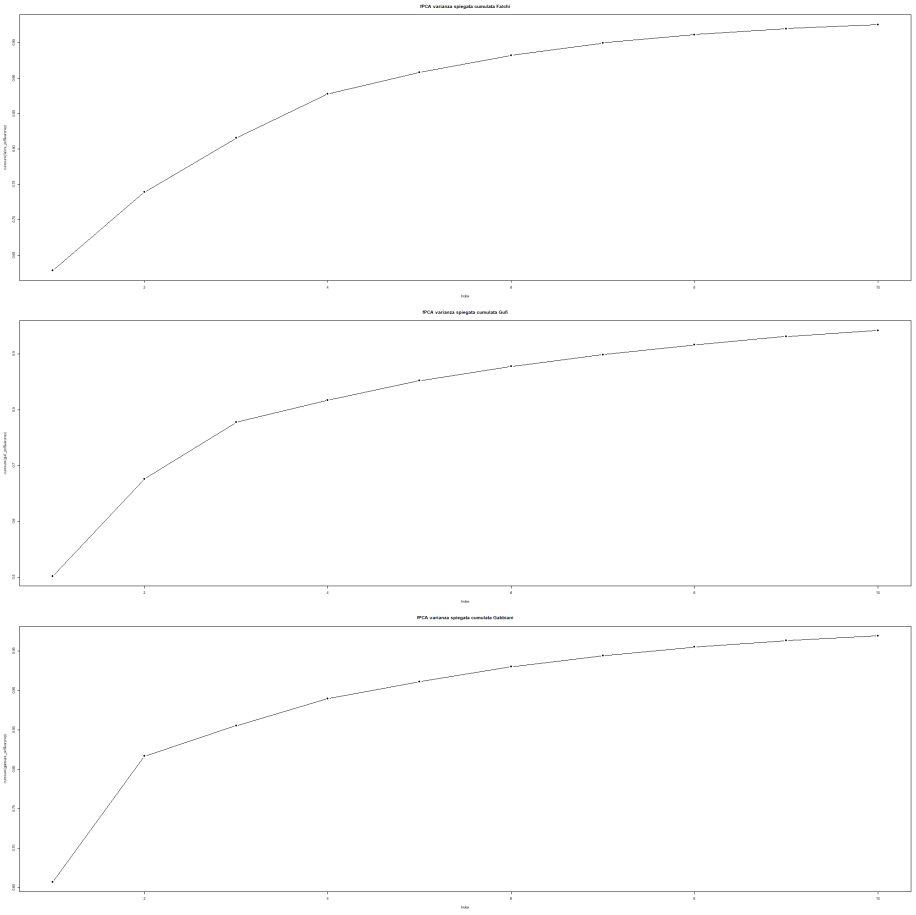
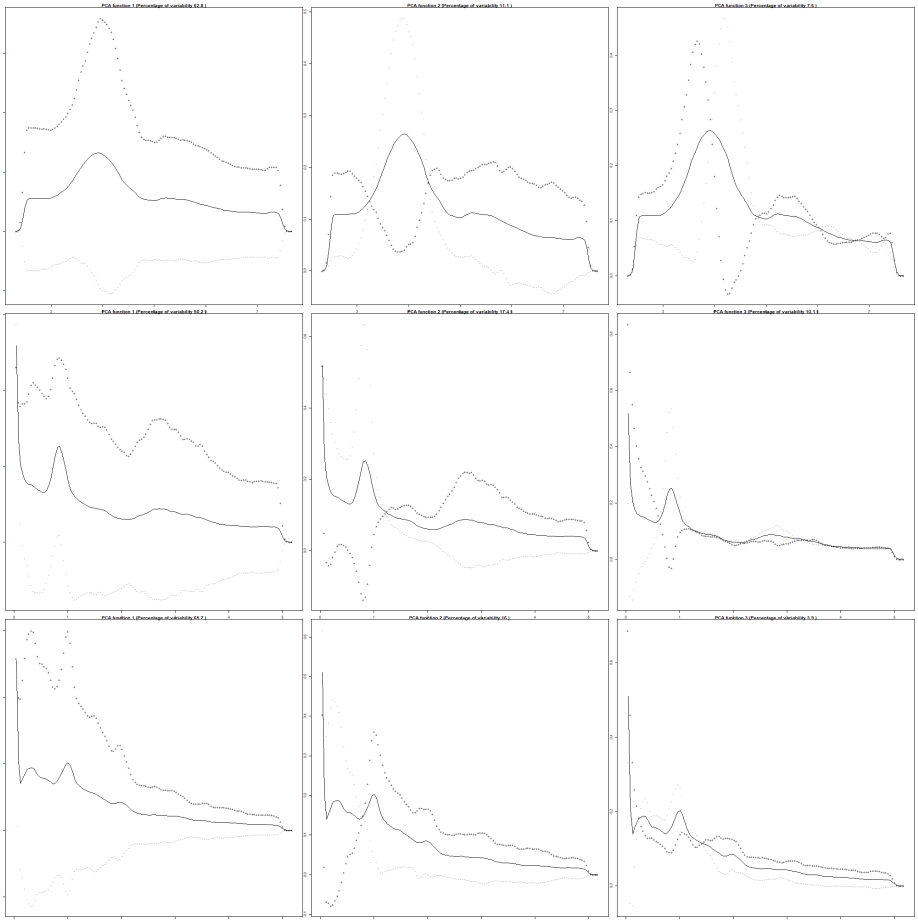


Figura 2: Varianza spiegata cumulata per le prime 10 componenti funzionali principali degli spettrogrammi dei suoni (dall'alto in basso) di falchi, gufi e gabbiani



Considerando le prime due armoniche (ma un risultato analogo si ottiene anche con le prime tre) e rappresentando graficamente i punteggi (Figura 3) non si distingue nessun cluster di punti.

7 ANOVA funzionale

8 Modello funzione su funzione

9 Conclusioni

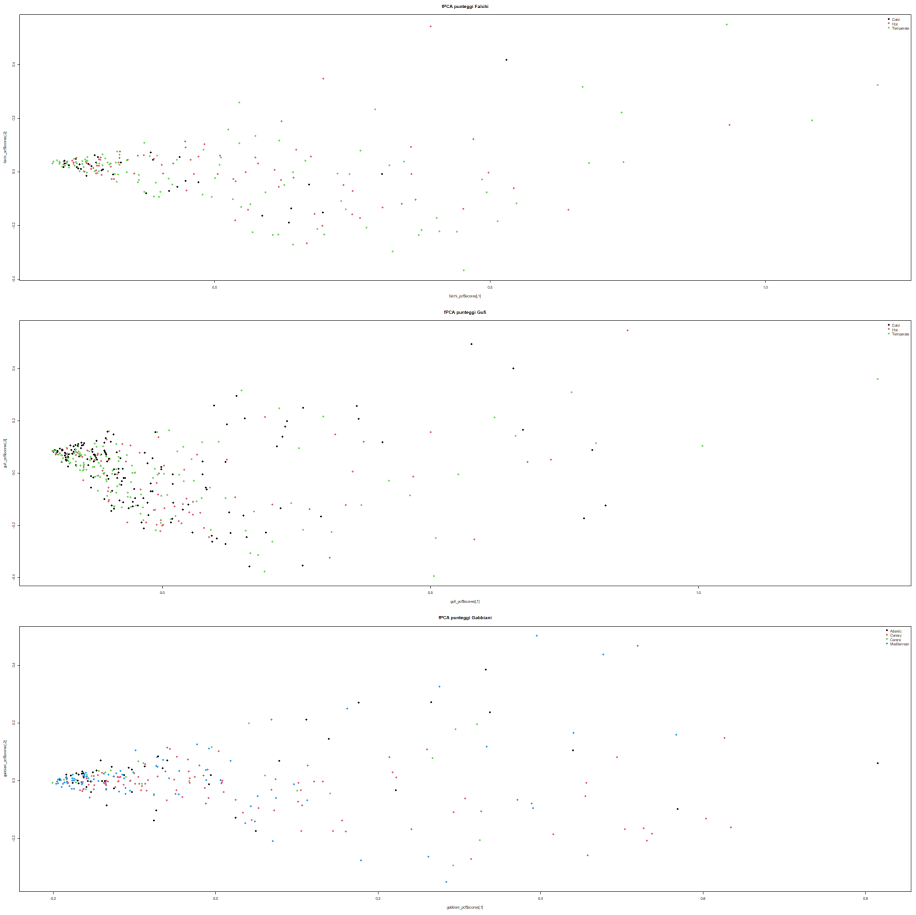


Figura 3: Punteggi delle prime due armoniche relative alle componenti principali funzionali degli spettrogrammi dei suoni (dall'alto in basso) di falchi, gufi e gabbiani