

Misure
definizioni, formule ed esempi

Pietro Barbiero

Quest'opera contiene informazioni tratte da wikipedia (<http://www.wikipedia.en>) e dalle dispense relative al corso di Elettronica Applicata e Misure tenuto dal professor Del Corso Dante del Dipartimento di Automatica e Informatica del Politecnico di Torino (IT).



Quest'opera è stata rilasciata con licenza Creative Commons Attribuzione - Non commerciale - Condividi allo stesso modo 4.0 Internazionale. Per leggere una copia della licenza visita il sito web <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>.

Indice

I	Misure I	7
1	Definizioni	9
1.1	Tipi di grandezze fisiche	9
1.1.1	Classificazione in base matematica	9
1.1.2	Classificazione in base alla misurazione	9
1.2	Informazione	9
1.3	Segnale	9
1.4	Rumore	9
1.5	Stato di un sistema	10
1.5.1	Grandezza d'influenza	10
1.6	Misura	10
1.6.1	Unità di misura	10
1.6.2	Misurando	10
1.6.3	Misurazione	10
1.7	Incertezza	10
1.7.1	Classificazione delle incertezze	10
1.7.2	Modello deterministico	11
1.7.3	Modello probabilistico	11
1.7.3.1	Incertezze trattate con analisi statistica	11
1.7.3.2	Incertezze trattate con altri metodi matematici	11
1.7.3.3	Incertezza estesa (o globale)	12
1.8	Compatibilità delle misure	12
1.8.1	Mutua compatibilità	12
1.9	Taratura	12
1.9.1	Funzione di taratura	12
2	Misurazioni dirette	13
2.1	Misurazione diretta	13
2.2	Confronto misurando-campione	13
2.2.1	Incertezza	13
3	Misurazioni indirette	15
3.1	Misurazione indiretta	15
3.2	Modello	15
3.2.1	Ipotesi	15
3.2.2	Valore centrale	15
3.2.3	Incertezza	15
II	Strumenti	17
4	Digital Storage Oscilloscope (DSO)	19
4.1	Oscilloscopio	19

4.2	DSO (oscilloscopio digitale)	19
4.3	Schema a blocchi	19
4.3.1	Condizionatore analogico	19
4.3.2	Convertitore analogico/digitale (ADC)	19
4.3.3	Memoria	19
4.3.4	Schermo a blocchi	19
4.4	Campionamento	19
4.4.1	Numero di campioni	20
4.4.2	Periodo di campionamento	20
4.4.3	Frequenza di campionamento	20
4.4.4	Istante di campionamento	20
4.4.5	Teorema di Shannon	20
4.4.6	Formula di ricostruzione (sinc)	20
4.4.7	Aliasing	21
4.5	Comandi dei DSO	21
4.5.1	Sequential/random sampling	21
4.5.2	Average	21
4.5.3	Peak o envelope	21
4.5.4	Cumulative	21
4.6	Oscilloscopio multicanale	22
4.7	Base dei tempi	22
4.8	Trigger	22
4.8.1	Regola di partenza della traccia	22
4.8.2	Trigger auto level	23
4.9	Visualizzazione	23
4.9.1	Numero di pixel dello schermo (N_V)	23
4.9.2	Numero di campioni (N_I)	23
4.9.3	Visualizzazione con $N_I > N_V$	23
4.9.4	Visualizzazione con $N_I < N_V$	23
4.9.5	Problemi di visualizzazione	24
4.9.5.1	Teorema di Shannon rispettato con probabilità di errore grande	24
4.9.5.2	Aliasing percettivo	24
4.9.6	Interpolazione	24
4.10	Specifiche	24
4.10.1	Banda passante	24
4.10.2	Frequenza di campionamento	24
4.10.3	Accuratezza statica verticale	24
4.10.4	Accuratezza dei valori temporali	25
4.11	Sonda	25

Parte I

Misure I

Capitolo 1

Definizioni

1.1 Tipi di grandezze fisiche

1.1.1 Classificazione in base matematica

Le grandezze fisiche si possono distinguere in base alla loro rappresentazione matematica in grandezze:

- numerali (descritte da numeri interi): derivate dal conteggio (abitanti, tempo)
- razionale (descritte da numeri razionali): derivate dal rapporto tra un conteggio e il numero di campioni (massa, lunghezza, corrente)
- complesse (descritte da numeri complessi): descritte da un insieme ordinato di numeri (vettori: velocità, colore)

Non esistono grandezze esprimibili mediante i numeri reali

1.1.2 Classificazione in base alla misurazione

Le grandezze fisiche si possono distinguere in base alla modalità in cui vengono misurate in grandezze:

- strumentali (durezza, temperatura)
- selettive (impermeabilità)

1.2 Informazione

L'informazione è un insieme di simboli, aventi un'interpretazione convenzionale, mediante i quali si possono descrivere sistemi

1.3 Segnale

Il segnale è una grandezza fisica le cui variazioni forniscono convenzionalmente un'informazione

1.4 Rumore

Il rumore è un segnale di cui non interessa la relazione convenzionale tra la variazione della grandezza e l'informazione

1.5 Stato di un sistema

Lo stato di un sistema è l'insieme dei valori assunti contemporaneamente dai parametri del sistema

1.5.1 Grandezza d'influenza

La grandezza di influenza è una grandezza pertinente ai sistemi che interagiscono con la misurazione la cui variazione altera significativamente, ai fini della misurazione, le caratteristiche del misurando

1.6 Misura

La misura è un'informazione legata ad un sistema composta da: un intervallo di valori numerici (incertezza) e un riferimento adottato convenzionalmente come unità della misura (unità di misura)

1.6.1 Unità di misura

L'unità di misura è un riferimento convenzionale utilizzato per confrontare una grandezza con altre della stessa specie

1.6.2 Misurando

Il misurando è la grandezza fisica di cui interessa una descrizione quantitativa (misura)

1.6.3 Misurazione

La misurazione è un procedimento empirico (che opera sulla realtà fisica) e oggettivo (riproducibile da chiunque) che permette il confronto tra una proprietà di un fenomeno e un campione (un sistema che realizza l'unità di misura) per ottenere una misura

1.7 Incertezza

L'incertezza (o errore) è un'informazione che indica: quanto è significativa (accurata) una misura e quali sono gli accordi convenzionali legati ai campioni; l'incertezza è un intervallo di valori quindi è un insieme infinito

1.7.1 Classificazione delle incertezze

Le incertezze possono essere classificate in:

- incertezza intrinseca del misurando: il modello matematico del misurando non descrive completamente la realtà fisica (lunghezza elastico, massa spugna)
- incertezza strumentale
 - dei dispositivi
 - del campione

1.7.2 Modello deterministico

Per ottenere una stima dell'incertezza deterministica bisogna:

- stimare i contributi di incertezza nelle condizioni peggiori
- sommare i valori assoluti dei singoli contributi di incertezza

L'intervallo di valori dell'incertezza si può esprimere attraverso:

- estremi dell'intervallo ($I = [3,035 + 3,043]A$)
- valore centrale e semiampiezza della fascia:
 - in valore assoluto ($I = [3,039 \pm 0,004]A$)
 - in valore relativo ($I = 3,039A \pm 0,13\%$)

1.7.3 Modello probabilistico

1.7.3.1 Incertezze trattate con analisi statistica

Per effettuare una stima dell'incertezza tramite l'analisi statistica è necessario:

- effettuare m osservazioni indipendenti $\{n_k\}_{k=1}^m$ del misurando eseguite nelle stesse condizioni
- la stima del valore sperato (o media sperimentale) è la media aritmetica delle osservazioni:

$$\bar{n} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m n_k \quad (1.1)$$

- la stima della varianza (o varianza sperimentale) è:

$$s^2(n_k) = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (n_k - \bar{n})^2 \quad (1.2)$$

- la stima ottima della varianza della media sperimentale è:

$$s^2(\bar{n}) = \frac{s^2(n_k)}{m} \quad (1.3)$$

- la stima dell'incertezza (o incertezza tipo) è la radice della stima della varianza della media sperimentale:

$$u = \sqrt{s^2(\bar{n})} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (n_k - \bar{n})^2} \quad (1.4)$$

1.7.3.2 Incertezze trattate con altri metodi matematici

L'incertezza non è ottenuta con osservazioni ripetute; è necessario supporre e valutare una distribuzione a priori dalla cui valutazione si deduce valore sperato e incertezza tipo; l'incertezza e il suo livello di fiducia sono dichiarate nel manuale dello strumento dal costruttore e possono essere nella forma di:

- distribuzione gaussiana
 - valore sperato e livello di fiducia (90%, 95%, 99%)

- incertezza tipo (valore sperato diviso 1, 64, 1, 96, 2, 58 rispettivamente per livelli di fiducia del 90%, 95%, 99%)
- distribuzione rettangolare
 - valore sperato (valore centrale della fascia di valori)
 - incertezza tipo (ampiezza della fascia diviso la radice di 3)

1.7.3.3 Incertezza estesa (o globale)

L'incertezza estesa U è l'incertezza ottenuta moltiplicando l'incertezza tipo per un coefficiente k (aumenta la probabilità che la misura cada nell'intervallo)

1.8 Compatibilità delle misure

La compatibilità delle misure si verifica quando le fasce di valore assegnate in diverse occasioni come misura dello stesso parametro nello stesso stato hanno almeno un elemento in comune (non esistono misure uguali)

1.8.1 Mutua compatibilità

La mutua compatibilità delle misure si verifica quando le misure hanno almeno un elemento in comune tra tutte le fasce di valore

1.9 Taratura

La taratura è un procedimento che determina come i segnali d'uscita degli strumenti sono legati alle misure dei misurandi

1.9.1 Funzione di taratura

La funzione di taratura è una funzione che associa ad ogni lettura il valore sperato e l'incertezza dei segnali di uscita degli strumenti di misura

Capitolo 2

Misurazioni dirette

2.1 Misurazione diretta

Una misurazione diretta è un procedimento di misura che consente il confronto diretto tra il misurando ed una grandezza di riferimento della stessa specie detta campione

2.2 Confronto misurando-campione

Il confronto tra misurando e campione può essere:

- per opposizione (bilancia a due piatti, convertitore A/D): il misurando viene confrontato con un campione variabile finché il rilevatore non restituisce un segnale di equivalenza
- per sostituzione: una zavorra stabile (mantiene nel tempo le sue caratteristiche metrologiche, cioè la sua incertezza) finemente variabile viene confrontata attraverso un deviatore prima con il misurando e poi con un campione variabile finché il rilevatore di equivalenza non restituisce un segnale di equivalenza (serve a fare misure quando il rilevatore di equivalenza è la causa maggiore di incertezza)
- con memoria della funzione di taratura
 - taratura (compiuta dal costruttore): una zavorra variabile viene confrontata con un campione variabile che varia per tutti i valori applicabili all'ingresso; ad ogni variazione del campione viene memorizzata la funzione di taratura che associa valori convenzionali a valori del campione
 - uso (utilizzatore): il misurando viene confrontato con la zavorra variabile fino ad ottenere un'equivalenza; si utilizza la funzione di taratura per ricavare il valore del misurando

2.2.1 Incertezza

Le cause di incertezza nel confronto diretto tra misurando e campione sono:

- incertezza intrinseca del misurando
- conoscenza degli stati del campione e degli oggetti
- modello del rilevatore di equivalenza (non per sostituzione)
- incertezza con cui l'utilizzatore interpreta il segnale emesso dal rilevatore (vale il doppio per sostituzione)
- influenze ambientali esterne

- tempo tra le due operazioni di misura (solo per sostituzione)
- tempo trascorso dall'ultima taratura (solo per memoria)

Capitolo 3

Misurazioni indirette

3.1 Misurazione indiretta

Una misurazione indiretta è un procedimento di misura in cui il valore del misurando è ottenuto mediante l'elaborazione dei risultati di una o più misurazioni dirette

3.2 Modello

Il modello di una misurazione indiretta è un modello che associa le misure dirette n_i alla misura indiretta n'

$$n' = f(\{n_i\}) \quad (3.1)$$

Il modello è causa di incertezza

3.3 Modello deterministico

3.3.1 Ipotesi

Le ipotesi sotto cui è possibile effettuare una misurazione indirette sono:

- conoscenza delle incertezze delle misure dirette δn_i
- incertezze δn_i piccole rispetto alle misure n_i
- grandezze misurate direttamente indipendenti (in linea approssimativa): quelle dipendenti si possono esprimere attraverso relazioni matematiche (non serve misurarle)
- calcolabili e definite le derivate parziali prime di f rispetto alle variabili indipendenti

3.3.2 Valore centrale

Il valore centrale della misura indiretta n'_0 è funzione del modello applicato ai valori centrali delle misure dirette

$$n'_0 = f(\{n_i0\}) \quad (3.2)$$

3.3.3 Incertezza

L'incertezza massima della misura indiretta $\delta n'$ è funzione della combinazione lineare del prodotto tra: le derivate parziali di f rispetto alle variabili indipendenti

$$\delta n' = \sum \left| \frac{\partial f}{\partial n_i} \right| \delta n_i \quad (3.3)$$

3.4 Modello probabilistico

3.4.1 Ipotesi

Le ipotesi sotto cui è possibile effettuare una misurazione indirette sono:

- conoscenza delle incertezze tipo delle misure dirette u_{n_i}
- incertezze u_{n_i} piccole rispetto alle misure n_i
- grandezze misurate direttamente statisticamente indipendenti
- calcolabili e definite le derivate parziali prime di f rispetto alle variabili indipendenti

3.4.2 Stima del valore centrale

La stima del valore centrale della misura indiretta n'_0 è funzione del modello applicato alle stime dei valori centrali delle misure dirette

$$n'_0 = f(\{n_i0\}) \quad (3.4)$$

3.4.3 Varianza composta

La varianza composta della misura indiretta $u_{n'}^2$ è funzione della combinazione lineare del prodotto tra: il quadrato delle derivate parziali di f rispetto alle variabili indipendenti; il quadrato delle incertezze tipo delle misure dirette

$$\delta n' = \sum \left| \frac{\partial f}{\partial n_i} \right| \delta n_i \quad (3.5)$$

Parte II

Strumenti

Capitolo 4

Digital Storage Oscilloscope (DSO)

4.1 Oscilloscopio

Un oscilloscopio è uno strumento di misura elettronico che consente di visualizzare l'andamento nel dominio del tempo di segnali elettrici

4.2 DSO (oscilloscopio digitale)

Un DSO è un oscilloscopio che memorizza e analizza segnali in modo digitale

4.3 Schema a blocchi

4.3.1 Condizionatore analogico

Un condizionatore analogico è un circuito elettronico in grado di filtrare il segnale in ingresso

4.3.2 Convertitore analogico/digitale (ADC)

Un ADC di un segnale è un circuito elettronico che quantizza (digitalizza) su 8 bit (in genere) il segnale di ingresso; in questo modo si può rappresentare in un grafico avente $2^8 = 256$ possibili livelli

4.3.3 Memoria

La memoria di un DSO è una memoria a stato solido gestita come buffer circolare che memorizza il segnale di ingresso

4.3.4 Schermo a blocchi

Lo schermo di un DSO è una matrice di pixel; un pixel è un'area molto piccola in cui sono presenti sostanze che diventano luminose se eccitate da un fascio di elettroni

4.4 Campionamento

Il campionamento di un segnale analogico è una funzione che trasforma il segnale analogico di ingresso in un segnale campionato (o sequenza di campioni)

$$x : x(t) \rightarrow x[nT_C] \quad (4.1)$$

4.4.1 Numero di campioni

Il numero di campioni n è il numero di punti in cui un segnale viene campionato

4.4.2 Periodo di campionamento

Il periodo di campionamento T_C è l'intervallo di tempo che intercorre tra un istante di campionamento e l'altro

4.4.3 Frequenza di campionamento

La frequenza di campionamento F_C è il reciproco del periodo di campionamento

$$F_C = \frac{1}{T_C} \quad (4.2)$$

4.4.4 Istante di campionamento

Un istante di campionamento è un istante in cui il segnale viene campionato

$$nT_C \quad (4.3)$$

4.4.5 Teorema di Shannon

Se un segnale è limitato in banda e se la frequenza di campionamento è maggiore del doppio della frequenza della banda allora il campionamento non introduce perdita di informazione

4.4.6 Formula di ricostruzione (sinc)

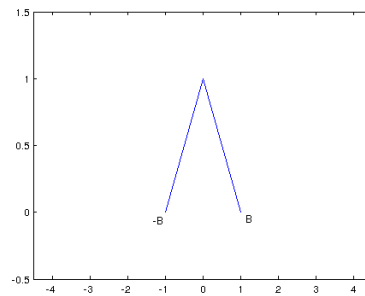
Una formula di ricostruzione è una formula che permette di risalire al segnale analogico attraverso una formula di pesatura detta sinc

$$x(t) = \sum x[nT] \frac{\sin(\pi F_C(t - nTC))}{\pi F_C(t - nTC)} \quad (4.4)$$

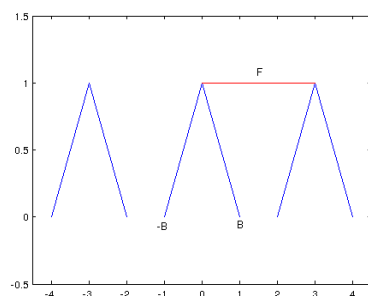
Le formule di ricostruzione hanno interesse teorico in quanto per essere utilizzate necessitano di un numero di campioni (passati e futuri) infinito

4.4.7 Aliasing

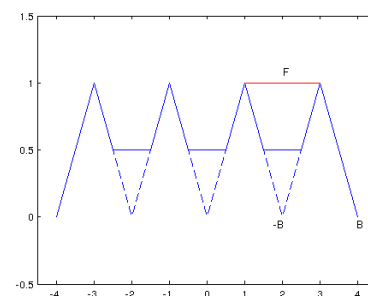
L'aliasing (o distorsione da campionamento lento) è un fenomeno che si verifica quando due segnali analogici diversi diventano indistinguibili a causa del campionamento ($F_C < 2B$)



(a) segnale di partenza



(b) campionamento con $F_C > 2B$



(c) campionamento con $F_C \leq 2B$

Non è possibile (in generale) osservare segnali con contenuto di frequenza superiore a $\frac{F_C}{2}$

4.5 Comandi dei DSO

4.5.1 Sequential/random sampling

Il comando sequential/random sampling consente di campionare il segnale in tempo equivalente: il convertitore viene comandato per campionare il segnale con ritardi crescenti rispetto all'istante di trigger; il segnale viene ricostruito a partire dai dati raccolti durante il campionamento (permette di visualizzare segnali con $F_C \leq 2B$)

4.5.2 Average

Il comando average consente di visualizzare la media di più tracce

4.5.3 Peak o envelope

Il comando peak o envelope consente di visualizzare il massimo e il minimo di una serie di tracce

4.5.4 Cumulative

Il comando cumulative consente di visualizzare tutte le tracce (senza cancellare lo schermo)

4.6 Oscilloscopio multicanale

Un oscilloscopio multicanale è un oscilloscopio in grado di elaborare e memorizzare più segnali; esistono tre soluzioni progettuali:

- N condizionatori; 1 multiplexer prima dell'ADC; 1 ADC; 1 memoria
 - i campioni dei canali sono traslati temporalmente
 - frequenza di campionamento: $\frac{F_C}{2}$
- N condizionatori; N ADC; 1 memoria
 - i campioni dei canali ottenuti contemporaneamente
 - frequenza di campionamento: F_C
 - memoria di acquisizione con tempo di accesso raddoppiato
- N condizionatori; N ADC; N memorie
 - i campioni dei canali ottenuti contemporaneamente
 - frequenza di campionamento: F_C
 - memoria di acquisizione con tempo di accesso massimo

4.7 Base dei tempi

4.8 Trigger

Il trigger (o innesco) è un circuito elettronico che sincronizza la partenza della scansione orizzontale con un preciso livello di soglia del segnale periodico da analizzare; per impostare il trigger si può specificare:

- livello e pendenza del segnale
- pre e post-trigger
- altro

4.8.1 Regola di partenza della traccia

La regola di partenza della traccia definisce l'istante di innesco (trigger) del segnale sullo schermo; la regola di partenza può essere definita da:

- opzione entering: quando l'ingresso assume la configurazione fissata
- opzione exiting: quando la configurazione fissata cambia

Condizioni aggiuntive:

- pattern mantenuto per un periodo di tempo maggiore o minore ad un valore fissato
- pattern che si ripete un numero fissato di volte
- combinazioni logiche di più condizioni

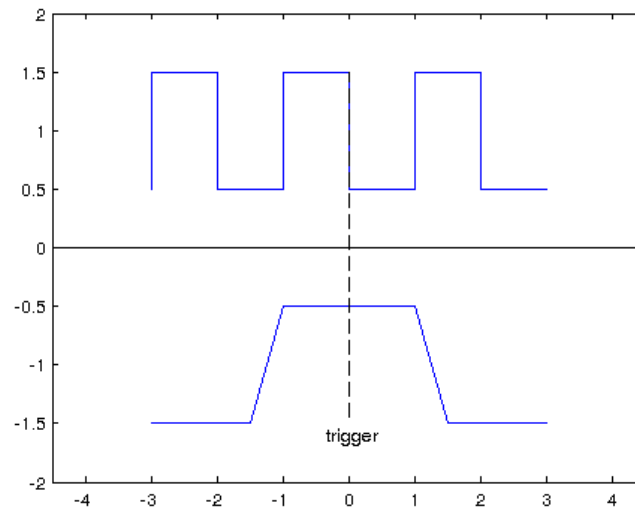


Figura 4.1: Trigger: canale 1: livello positivo e pendenza negativa; canale 2: stato logico alto

4.8.2 Trigger auto level

Il trigger auto level è un comando del DSO che imposta il trigger con i seguenti parametri:

- livello di trigger: $\frac{V_{max} + V_{min}}{2}$
- pendenza: positiva

4.9 Visualizzazione

La visualizzazione è l'operazione che il DSO compie per rappresentare sullo schermo il segnale

4.9.1 Numero di pixel dello schermo (N_V)

Sullo schermo sono presenti N_V pixel

4.9.2 Numero di campioni (N_I)

Il numero di campioni estratti dal segnale sono N_I

4.9.3 Visualizzazione con $N_I > N_V$

Se il numero di campioni è maggiore del numero di pixel dello schermo è possibile:

- traslare il grafico del segnale riprodotto sullo schermo
- ingrandire una parte del grafico del segnale riprodotto sullo schermo

4.9.4 Visualizzazione con $N_I < N_V$

Se il numero di campioni è minore del numero di pixel dello schermo è possibile:

- visualizzare solo i campioni (dot): ogni pixel luminoso rappresenta un campione
- adottare un algoritmo di interpolazione per formare una traccia continua

In ogni caso è necessario che sia soddisfatto il teorema di Shannon: $F_{EV} > 2F_S$

4.9.5 Problemi di visualizzazione

4.9.5.1 Teorema di Shannon rispettato con probabilità di errore grande

Se il campionamento non avviene con una frequenza sufficiente si possono ottenere errori (anche molto grandi): nella forma d'onda e nell'ampiezza del segnale

4.9.5.2 Aliasing percettivo

L'aliasing percettivo è un fenomeno per cui l'occhio umano in un grafico associa ad ogni punto quello spazialmente più vicino; la traccia del segnale, invece, va ricostruita interpolando i campioni con i punti temporalmente più vicini

Per una corretta percezione visiva è necessario che: la distanza tra due campioni temporalmente più vicini sia minore della distanza tra i due campioni e gli altri campioni

4.9.6 Interpolazione

L'interpolazione dei campioni del segnale può essere effettuata attraverso i seguenti algoritmi:

- interpolazione lineare: si uniscono i campioni con dei segmenti (maggiore è il numero di campioni maggiore è l'accuratezza dell'algoritmo)
- algoritmi complessi basati sulla pesatura di un numero finito di campioni

L'algoritmo di interpolazione perfetto è dato dalla formula sinc, ma rimane un risultato teorico

4.10 Specifiche

4.10.1 Banda passante

La banda passante di un DSO è il range di frequenze entro le quali il DSO è in grado di operare; la banda passante si esprime in termini di frequenza di taglio superiore $F_{max} = 3dB \sim 30\%$; se la funzione di trasferimento ha una frequenza $F_S = 0.5F_{max}$ allora l'attenuazione è circa del 10%

4.10.2 Frequenza di campionamento

La frequenza di campionamento di un DSO può essere:

- one shot: fornisce un campionamento con la frequenza del segnale
- repetitive: fornisce un campionamento in tempo equivalente

4.10.3 Accuratezza statica verticale

L'accuratezza statica verticale di un DSO può essere espressa in forma di:

- parametro unico (e.g.: $< 2\%$ del fondo scala): conviene una lettura prossima al fondo scala
- formula binomia (e.g.: $\% \text{ fondo scala} + \text{costante}$): se la lettura è elevata la costante è trascurabile; se la lettura è bassa la costante è determinante

4.10.4 Accuratezza dei valori temporali

L'accuratezza dei valori temporali di un DSO può essere espressa in forma di:

- parametro unico (e.g.: 0.005% del valore letto)
- formula binomia (e.g.: $\pm(\% \text{ del valore letto} + \text{costante})$)

4.11 Sonda

Una sonda è un dispositivo elettronico costituito da un cavo coassiale e da un connettore che permette al DSO di ricevere un segnale con meno disturbi e distorsioni possibile