

Laboratorio di Segnali e Sistemi - canale M-Z

Relazione sulla prima esperienza di laboratorio

Gruppo 29: L. Pietropaoli, S. Scacco, A. Scarpa

27 settembre 2024

Indice

1 Abstract	2
2 Strumentazione	2
2.1 Discussione sulle incertezze	2
3 Partitore di tensione	3
3.1 Procedura sperimentale	3
3.2 Dati sperimentali	3
3.3 Amplificazione	3
4 Filtro passa-alto	4
4.1 Procedura sperimentale	4
4.2 Dati sperimentali	5
4.3 Diagrammi di Bode e frequenza di taglio	6
5 Circuito R-diodo	7
5.1 Procedura sperimentale	7
5.2 Dati sperimentali	8
5.3 Analisi diodo	9
6 Conclusioni	11

1 Abstract

In questa prima esperienza in laboratorio ci si è dedicati allo studio di tre casistiche di base: un **partitore di tensione**, un **filtro passa-alto** e un circuito puramente resistivo con l'aggiunta di un **diodo** al silicio.

2 Strumentazione

- multimetro *Keysight 34460A* per le misure di resistenze e tensioni.
- generatore di funzioni arbitrarie *GW Insteek AFG-2225*.
- oscilloscopio digitale *Keysight DSOX1102G* per le misure di tensioni.
- multimetro *GW Insteek LCR-819* per le misure di capacità.
- generatore di tensione continua *GW Insteek GPE-4323* per la tensione di ingresso nel circuito con il diodo.
- cavi con connettori BNC.



Figura 1: Foto della strumentazione utilizzata: (da sinistra a destra) l'oscilloscopio, il multimetro (in alto), il generatore di funzioni e il generatore di tensione continua.

2.1 Discussione sulle incertezze

Gli strumenti di laboratorio non hanno precisione infinita e sono soggetti sia ad errori casuali, che sistematici. Si utilizzeranno per i calcoli le seguenti stime delle incertezze:

- Per il multimetro *Keysight* si può assumere dello 0.1% l'errore casuale, mentre la scheda dello strumento riporta errore di calibrazione di 0.05% ad un anno. In assenza di calibrazioni sufficientemente recenti, assumeremo 0.3% di incertezza sulle sue misure come stima conservativa.
- Per l'oscilloscopio, il datasheet comunica che l'incertezza dipende dalla scala delle misure realizzate. Purtroppo, tale scala non è stata registrata. Pertanto, si assume conservativamente l'incertezza alle misure pari al 3%.
- Per il multimetro *GW Insteek* si associa una accuratezza dello 0.5%.
- Per il generatore di tensione continua *GW Insteek* si associa un errore sistematico di circa 0.03 V

3 Partitore di tensione

Un partitore di tensione è un circuito che si schematizza con una serie di due resistenze a cui è applicata una differenza di potenziale. La "partizione" della tensione avviene secondo la [formula](#) riportata nella [sottosezione 3.3](#). L'obiettivo è quello di confrontare la misura all'oscilloscopio della tensione d'uscita ai capi di una delle due resistenze con quella ottenuta tramite il multmetro.

3.1 Procedura sperimentale

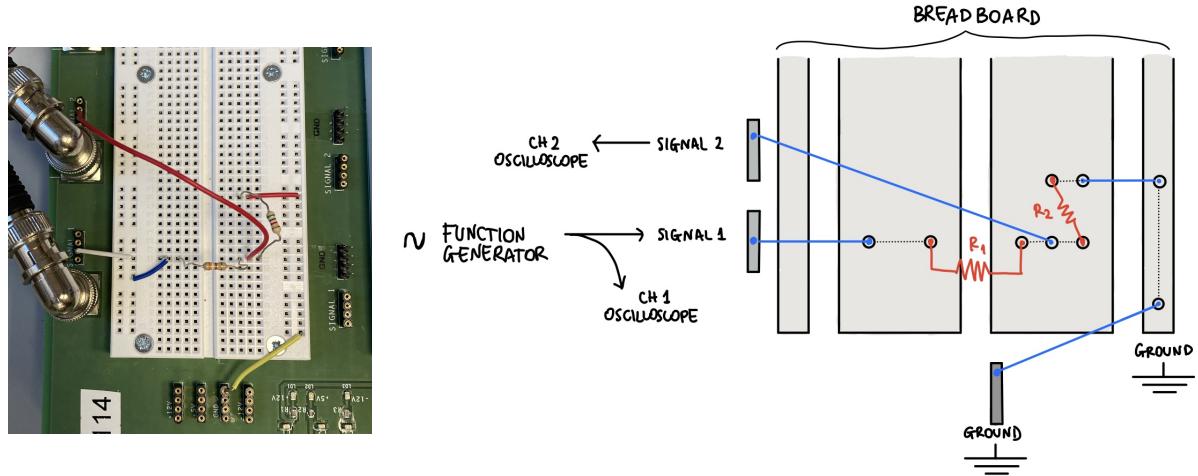


Figura 2: Schema e montaggio del circuito. Si noti come un'intera riga sulla basetta sia stata riservata alla messa a terra del circuito.

3.2 Dati sperimentali

Il circuito consiste in un partitore di tensione, da cui si estrae la tensione ai capi della resistenza posta verticalmente in foto. Riportiamo in tabella i valori sperimentali ottenuti:

Quantità	Strumento	Valore	Errore
R_1 ($k\Omega$)	Multimetro	3.830	0.011
R_2 ($k\Omega$)	Multimetro	5.560	0.017
V_i (V)	Multimetro	0.7180	0.0021
V_o (V)	Multimetro	0.4240	0.0013
V_i (V)	Oscilloscopio	2.180	0.065
V_o (V)	Oscilloscopio	1.340	0.040

Tabella 1: Valori sperimentali osservati per il circuito partitore di tensione. La tensione ai capi della resistenza R_2 è stata presa utilizzando due strumenti diversi.

3.3 Amplificazione

La discrepanza tra i valori di tensione registrati è presto spiegata:

- Il generatore di funzione riporta un'onda sinusoidale con ampiezza picco-picco di 4 V. Probabilmente per un errore di progettazione, l'ampiezza picco-picco è sovraccalata di un fattore due.
- L'oscilloscopio misura la "reale" ampiezza picco-picco, che è dell'ordine di 2 V.
- Il multmetro Keysight, in modalità AC, misura il valore efficace dell'ampiezza normale, che è pari a circa $1/2\sqrt{2} \approx 0.7$ V l'ampiezza picco-picco dell'onda.

L'amplificazione non dovrebbe risentire di queste discrepanze nelle misure, perché i fattori di scala si elidono nel rapporto delle tensioni. Riportiamo i valori finali delle amplificazioni ottenute dai dati sperimentali:

$$A_{multi} = \frac{V_o}{V_i} = 0.5905 \pm 0.0025$$

$$A_{oscil} = \frac{V_o}{V_i} = 0.6147 \pm 0.0261$$

Mentre l'amplificazione attesa, con i dati presi sulle resistenze, è pari a:

$$A_{att} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0.5934 \pm 0.022 \quad \text{amplificazione in tensione ai capi } R_2 \text{ uscita}$$

L'oscilloscopio è lo strumento che manifesta di gran lunga un errore superiore nel calcolo dell'amplificazione. Si osserva, tuttavia, che i valori delle tre amplificazioni sono tutti compatibili entro una sigma di incertezza.

Siamo piacevolmente sollevati del fatto che ancora ci ricordiamo come studiare un partitore di tensione.

4 Filtro passa-alto

Si è impiegato come filtro passa-alto la sua declinazione più semplice, ossia un circuito CR alimentato in tensione alternata in cui si rileva la differenza di potenziale ai capi del resistore, che funge da utilizzatore, al variare della frequenza del segnale sinusoidale che si dà in input e che viene appunto filtrato dal comportamento del condensatore, che a basse frequenze tende a un interruttore aperto e ad alte frequenze a un interruttore chiuso. L'obiettivo è quello di produrre i diagrammi di Bode per il modulo e la fase della funzione di trasferimento del circuito.

4.1 Procedura sperimentale

Si è realizzato sulla breadboard il circuito mostrato in figura.

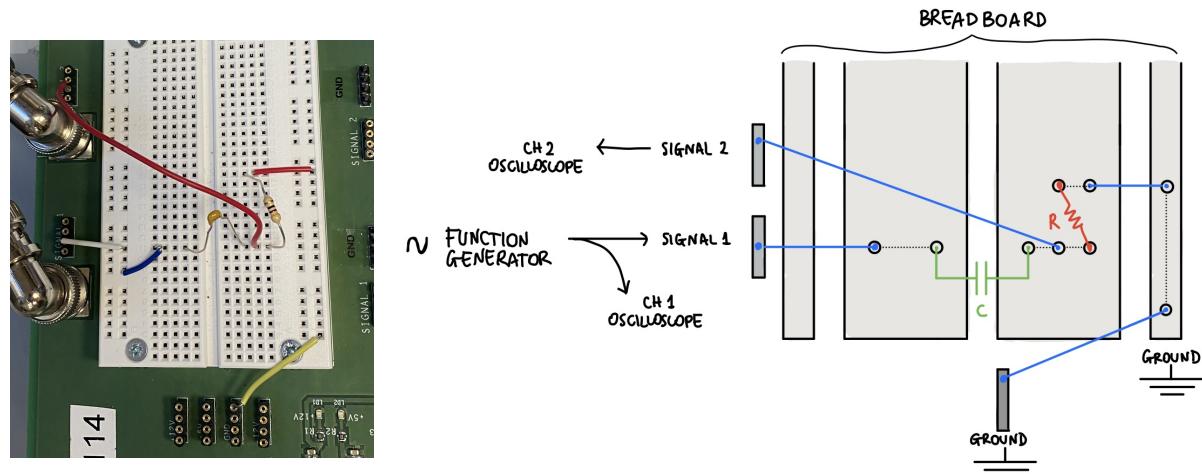


Figura 3: Schema e montaggio del circuito.

Le misure sono state tutte effettuate mediante l'oscilloscopio. Si è rilevata l'ampiezza picco-picco dei segnali in tensione in entrata ed uscita, e la differenza di tempo tra due massimi adiacenti dei segnali sinusoidali, poi convertiti in differenze di fase in gradi.

Resistenza e capacità sono state scelte accuratamente per ottenere una frequenza di taglio tra i 10 kHz e i 100 kHz, e poi misurate con il solito multimetro Keysight.

4.2 Dati sperimentali

Frequenza	Ingresso	Uscita	Δt Picchi
0.100 kHz	2.18 V	0.022 V	2480 μ s
1.000 kHz	2.16 V	0.168 V	228 μ s
5.000 kHz	1.84 V	0.625 V	37.0 μ s
8.000 kHz	1.64 V	0.775 V	20.6 μ s
9.000 kHz	1.59 V	0.805 V	17.0 μ s
10.50 kHz	1.52 V	0.845 V	14.6 μ s
12.00 kHz	1.46 V	0.875 V	11.6 μ s
12.50 kHz	1.36 V	0.880 V	11.2 μ s
12.80 kHz	1.35 V	0.885 V	11.0 μ s
13.10 kHz	1.33 V	0.885 V	10.6 μ s
14.00 kHz	1.32 V	0.895 V	9.4 μ s
15.00 kHz	1.29 V	0.910 V	8.4 μ s
15.50 kHz	1.28 V	0.915 V	8.0 μ s
16.00 kHz	1.26 V	0.920 V	7.6 μ s
20.00 kHz	1.20 V	0.945 V	5.8 μ s
30.00 kHz	1.11 V	0.970 V	2.7 μ s
50.00 kHz	1.05 V	0.990 V	0.98 μ s
100.00 kHz	1.02 V	1.01 V	0.26 μ s
1000.00 kHz	1.00 V	1.00 V	0.008 μ s

Tabella 2: Dati di tensione picco-picco e differenza di tempo tra picchi per il circuito CR passa-alto. Le incertezze relative associate a tutte le misure eseguite con l'oscilloscopio sono del 3%.

Si osserva che la tensione in ingresso cala all'aumentare della frequenza, fino a dimezzarsi ad alte frequenze. Il segnale in ingresso sinusoidale è stato mantenuto sempre a circa 2 V. Due teorie sono state elaborate nel tentativo di spiegare tale riduzione:

- Poiché, collegando il segnale direttamente all'oscilloscopio il segnale viene mantenuto costante, probabilmente è un componente interno alla breadboard, o la breadboard stessa, che ad alte frequenze taglia il segnale in entrata assorbendo del potenziale.
- Confrontandoci con altri gruppi, si è scoperto che tutti e soli coloro che hanno misurato l'ampiezza picco-picco automaticamente (noi compresi) e non con i cursori manuali hanno riscontrato la stessa riduzione.

Una risposta definitiva, tuttavia, ancora è mancante.

Riportiamo anche le misure delle componenti del circuito:

Quantità	Strumento	Valore	Errore
R (Ω)	Keysight multi	46.80	0.14
C (nF)	GW Instek multi	265.0	1.3

Tabella 3: Valori delle componenti del circuito, e incertezze (0.3% per Keysight e 0.5% per GW Instek multi).

4.3 Diagrammi di Bode e frequenza di taglio

Il valore atteso della frequenza di taglio del circuito è:

$$\hat{f}_T = \frac{1}{2\pi RC} = 12.833 \pm 0.075 \text{ kHz}$$

Ora misuriamo sperimentalmente la frequenza di taglio.

Riportiamo i diagrammi di Bode con modulo e fase della funzione di trasferimento opportunamente riscalate, con sovrapposti il fit eseguito sulle funzioni attese del modulo e della fase riportate in [modulo funzione di trasferimento](#) e [fase funzione di trasferimento](#):

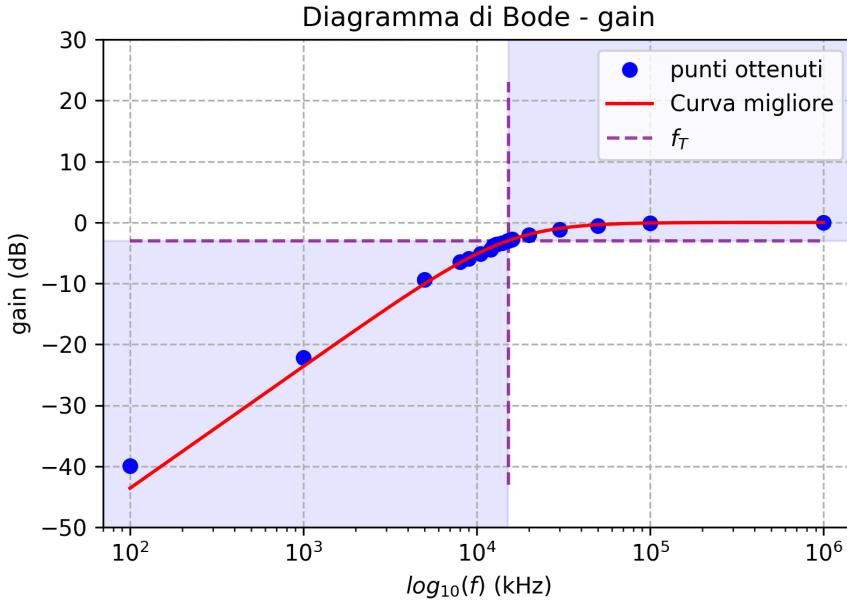


Figura 4: Modulo della funzione di trasferimento, in decibel su decadi. $\text{gain} = 20 \log_{10}|T(\omega)|$.

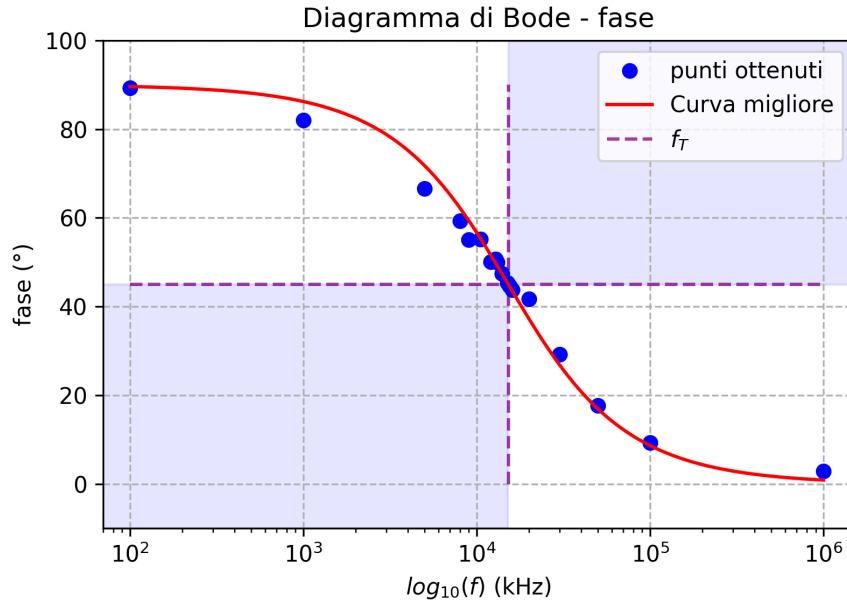


Figura 5: Schema e montaggio del circuito, in gradi su decadi. La formula utilizzata per la conversione in gradi è stata $\Delta\theta = 360 \Delta t f$.

$$|T(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau^2}}} \quad \text{modulo funzione trasferimento}$$

$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{1}{\omega \tau}\right) \quad \text{fase funzione trasferimento}$$

I valori della frequenza di taglio estrapolato dai parametri del fit sono:

$$f_T \text{ modulo} = (15.15 \pm 0.11)\text{kHz}$$

$$f_T \text{ fase} = (15.21 \pm 0.24)\text{kHz}$$

Si tratta di quantità relativamente lontane dalla frequenza di taglio attesa, considerando anche le incertezze. Tra le possibili cause della discrasia:

- Una notevole sottostima degli errori casuali è la causa più probabile. In particolare, le incertezze delle misure dell'oscilloscopio non sono state considerate nel calcolo.
- Una qualche presenza di resistenze in parallelo o di capacità in serie da noi trascuratae potrebbe avere come effetto l'aumento della frequenza di taglio. Essendo la resistenza molto bassa, anche piccole resistenze potrebbero deviare così tanto il valore.
- Potrebbe essere in gioco un qualche effetto sistematico che è causa di questa imprecisione nelle misure dei punti nevralgici della curva.
- La resistenza interna del generatore dovrebbe essere in serie, e di conseguenza considerando anche questa la frequenza di taglio dovrebbe aumentare, non diminuire.

5 Circuito R-diodo

Montando un circuito composto da un generatore di tensione continua, un resistore e un diodo al silicio si misura la corrente che scorre in quest'ultimo in funzione della differenza di potenziale ai suoi stessi capi. L'obiettivo è esplorare la curva caratteristica del diodo nelle regioni di conduzione e di interdizione, spingendosi anche a tensioni negative.

5.1 Procedura sperimentale

Dapprima, si è utilizzato il generatore di tensione continua GW Instek per stimolare il circuito. In seguito è stata scelta una opportuna resistenza - dell'ordine del $k\Omega$ - sufficientemente alta così da apprezzare con il multimetro Keysight la differenza di potenziale ai suoi stessi capi già per tensioni di ingresso molto basse, e per mantenere ridotta la corrente passante nel diodo al crescere di suddetta tensione.

Si sono eseguiti due set di misure di tensione (in seguito mediate - si veda [sottosezione 5.3](#)) ai capi della resistenza, per cercare di limitare gli effetti sistematici della risoluzione del generatore di tensione continua.

Infine, si è invertita la polarizzazione del diodo semplicemente capovolgendone i capi. Così, sempre usando il generatore in continua, si è potuto verificare con 3 diverse resistenze (da 10Ω , $1k\Omega$ e $1M\Omega$) che la tensione ai capi della resistenza è nulla (a meno di trascurabili fluttuazioni), e quindi nulla è la corrente che scorre nel circuito se il diodo è in interdizione, almeno fino a 16.1 V.

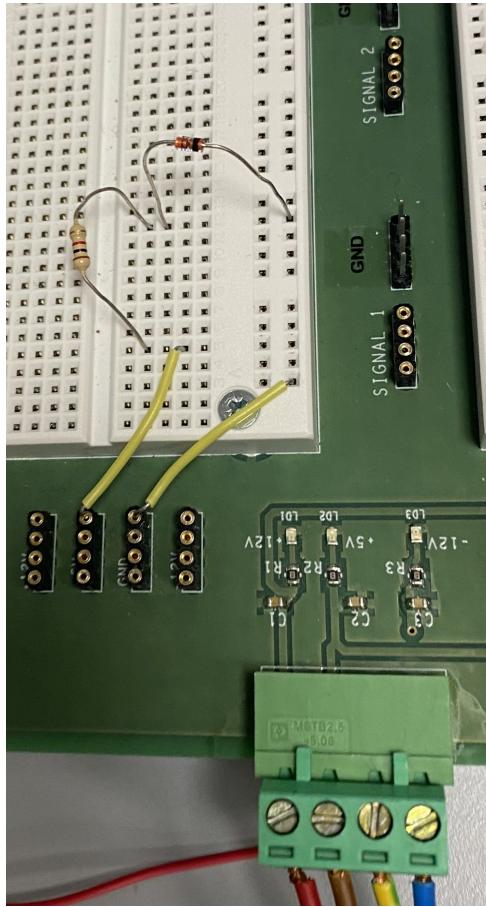


Figura 6: Schema e montaggio del circuito.

5.2 Dati sperimentali

Il valore della resistenza, misurata con il Keysight, è di $R = (0.9980 \pm 0.0030)\text{k}\Omega$.

Riportiamo in tabella i valori delle misure ai capi della resistenza.

Ingresso	Uscita #1	Uscita #2
0.0 V	0.000 mV	0.000 mV
0.1 V	0.042 mV	0.005 mV
0.2 V	0.087 mV	0.179 mV
0.3 V	0.66 mV	1.10 mV
0.4 V	7.82 mV	10.2 mV
0.5 V	18.4 mV	21.3 mV
0.6 V	108 mV	70.0 mV
0.7 V	136 mV	147 mV
0.8 V	266 mV	217 mV
0.9 V	295 mV	304 mV
1.0 V	388 mV	376 mV

Tabella 4: Dati sulla tensione ai capi della resistenza R . Gli errori di risoluzione della tensione di ingresso sono dominanti rispetto a quelli in uscita, e stimiamo che siano attorno a 0.03 V.

5.3 Analisi diodo

Dal valore della tensione ai capi delle resistenze si sono agevolmente calcolate le grandezze richieste:

$$V_d = V_{ing} - V_R \quad \text{tensione diodo}$$

$$I_d = \frac{V_R}{R} \quad \text{corrente diodo}$$

L'andamento teorico-sperimentale atteso per la corrente che scorre nel diodo invece è:

$$\hat{I}_d(V) = I_S \left(e^{\frac{V}{\eta V_T}} - 1 \right) \quad \text{corrente diodo}$$

$$\hat{I}_d^{dir}(V) = I_S e^{\frac{V}{\eta V_T}} \quad \text{corrente diodo pol. \color{green} diretta}$$

$$\hat{I}_d^{inv} = -I_S \quad \text{corrente diodo pol. \color{red} inversa}$$

con $V = V_d$ caduta di potenziale sul diodo, η tipicamente pari a 2 e $V_T = 25 \text{ mV}$. I_S invece è una quantità che si desidera inferire; essa costituisce la corrente di cui sono responsabili i portatori di carica minoritari, e che rimane unico contributo (sfortunatamente non apprezzabile dalla sensibilità degli strumenti a nostra disposizione, generalmente si tratta di $1 \text{ nA} \div 10 \text{ nA}$) in interdizione.

Riportiamo in figura i dati sperimentali e l'andamento della miglior curva di fit esponenziale per essi.

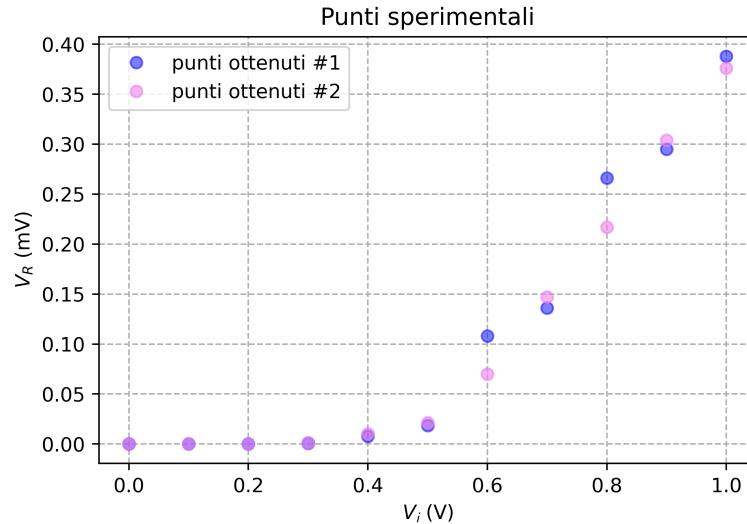


Figura 7: Punti sperimentali nelle due prese dati.

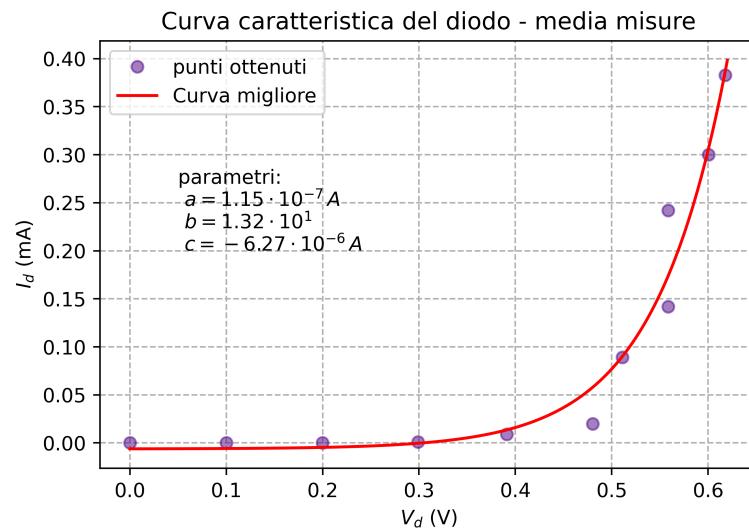
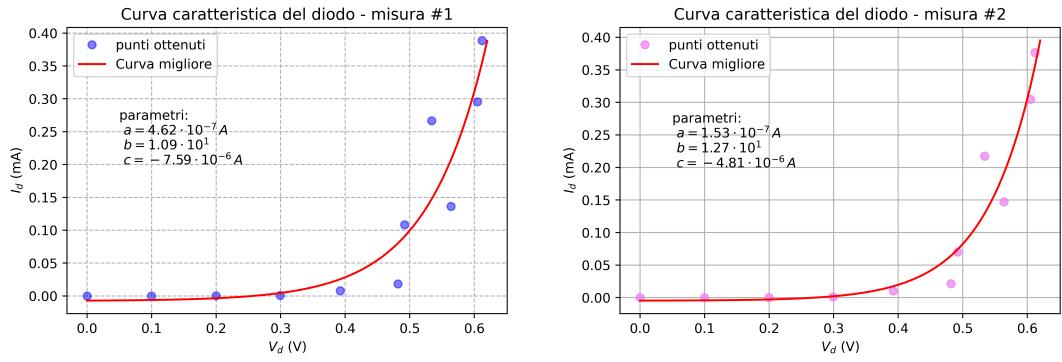


Figura 9: Fit esponenziale della curva $I = a e^{bV} + c$ sulla media delle due misure sperimentali.

Si osserva che i punti della seconda presa dati sono più accurati nell'ottica di un fit propriamente esponenziale, perché i parametri inferiti si avvicinano di molto a quelli della media, il che lascia suggerire che l'algoritmo usato (vale a dire la funzione `scipy.optimize.curve-fit` implementata su Python) abbia preferito la seconda misura in quanto a precisione e accuratezza (un aumento di quest'ultima lo si può vedere anche nei plot, [Figura 8b](#)). Tuttavia non va ignorato che:

- Non conosciamo veramente, e non è di grande interesse ai fini di quest'esperienza, come operi `curve-fit`.
- Ai fini di una considerazione di questo tipo, cioè sul discostamento dei punti sperimentali dalla curva teorica e tenuto conto della relativamente scarsa sensibilità del rotore con cui abbiamo variato la tensione generata dall'alimentatore, i punti - particolarmente nella zona $0.4\text{ V} \div 0.6\text{ V}$ - appaiono un po' pochi per trarre conclusioni circa la reale precisione delle misure.

Dei grafici si mette in evidenza, inoltre, lo zero della corrente in corrispondenza dello zero del potenziale, riprova del fatto che il diodo in interdizione non conduce corrente.

6 Conclusioni

Riassumendo i risultati ottenuti in laboratorio, si evince che:

- L'amplificazione nel partitore di tensione, misurata sia con l'oscilloscopio che con il multmetro è risultata essere compatibile con il valore atteso entro una sigma di incertezza.
- La riduzione della tensione di ingresso non è stata chiarita, e pertanto saranno necessari ulteriori analisi per comprenderne le cause.
- I diagrammi di Bode ottenuti per il modulo della funzione di trasferimento e per la fase nel circuito passa alto CR sono esattamente quelli aspettati.
- la frequenza di taglio ottenuta attraverso il fit lineare risulta essere non compatibile con il valore atteso, questa distanza notevole nelle misure è ben motivata nella relativa sezione.
- L'andamento della corrente nel diodo in polarizzazione diretta e inversa è perfettamente in linea con quello teorico.

Si auspica di poter fare future esperienze per correggere le discrepanze del filtro passa-alto, e l'esperienza necessita una maggiore attenzione alla trattazione delle incertezze.