# Laboratorio di Segnali e Sistemi - canale M-Z Relazione sulla terza esperienza di laboratorio

# Gruppo 29: L. Pietropaoli, S. Scacco, A. Scarpa

# 27 settembre 2024

# Indice

| 1 | Abstract   | 2             |
|---|--|---------------|
| 2 | Strumentazione 2.1 Discussione sulle incertezze  | <b>2</b><br>3 |
| 3 | Montaggio e polarizzazione del CE  | 3             |
| 4 | Risposta in frequenza del CE 4.1 Diagrammi di Bode                                     |               |
| 5 | Amplificazione in presenza di carico 5.1 Stima della resistenza in uscita del circuito | 12<br>13      |
| 6 | Conclusioni  | 14            |

#### 1 Abstract

Fulcro di questa esperienza è la realizzazione, la polarizzazione e lo studio della risposta in frequenza di un circuito CE con capacità di emettitore con fattore di amplificazione a vuoto richiesta pari a 50 per alte frequenze. Oltre a ciò, si è studiata la risposta ai capi di varie resistenze di carico a media frequenza, con lo scopo di misurare la resistenza in uscita del circuito.

### 2 Strumentazione

• Un transistor 2N2222A.

I parametri di un transistor di questo tipo sono fissi per tutte le case produttrici, e sono stati di conseguenza utilizzati per la progettazione senza ambiguità. Si riportano qui i valori dichiarati da tutti i costruttori che useremo nel calcolo delle varie grandezze di progetto:

$$h_{fe} = 50 \div 300$$

$$h_{ie} = 2 \div 8 \text{ k}\Omega$$

$$h_{re} = 50 \div 80 \Omega$$

$$h_{oe} = 30 \div 200 \text{ k}\Omega$$

- multimetro Keysight 34460A per le misure di resistenze e tensioni.
- generatore di funzioni arbitrarie GW Instek AFG-2225.
- oscilloscopio digitale Keysight DSOX1102G per le misure di tensioni.
- multimetro GW Instek LCR-819 per le misure di capacità.
- generatore di tensione continua GW Instek GPE-4323 per la tensione di ingresso nel circuito con il diodo
- condensatori elettrolitici (montati attentamente con il piedino più corto a tensione più bassa).
- cavi con connettori BNC.







Figura 1: Foto della strumentazione utilizzata: (da sinistra a destra) l'oscilloscopio, il multimetro (in alto), il generatore di funzioni e il generatore di tensione continua.

#### 2.1 Discussione sulle incertezze

Gli strumenti di laboratorio non hanno precisione infinita e sono soggetti sia ad errori casuali, che sistematici. Si utilizzeranno per i calcoli le seguenti stime delle incertezze:

- Per il multimetro Keysight 34460A, dal manuale dell'utente, si associa l'incertezza di lettura pari allo 0.018% per le misure di resistenza e 0.0115% per le misure di tensione continua.
- Per l'oscilloscopio, il datasheet comunica che l'incertezza dipende dalla scala delle misure realizzate. Per le scale usate sull'oscilloscopio, l'incertezza associata è quasi sempre pari al 3%. In un solo caso, vale a dire per la tensione di ingresso  $V_i$  nello studio ad alte frequenze del CE, la scala era tale da dover assegnare il 4% dell'incertezza.
- Per il multimetro GW Instek si dovrebbe associare una accuratezza dello 0.5%, tuttavia le fluttuazioni delle misure erano così grandi che si è ritenuto più pertinente assegnarle di volta in volta in base alla variabilità delle stesse. Su consiglio del professore, assegniamo 10 nF di incertezza ai capacitori elettrolitici e 1 nF sul capacitore  $C_E$ .
- Per il generatore di tensione continua GW Instek si associa un errore sistematico di circa 0.03 V.

Inoltre, in ogni calcolo effettuato si è eseguita la propagazione delle incertezze.

## 3 Montaggio e polarizzazione del CE

Le figure seguenti illustrano il montaggio del Common Emitter che si è realizzato in questa esperienza: la Figura 2 mostra uno zoom sulla breadboard mentre, sotto, la Figura 3 riproduce schematicamente il set-up circuitale. Nella scelta del montaggio da eseguire si è avuto un occhio per la compattezza delle dimensioni complessive. Un'alternativa che avrebbe permesso di ridurre ulteriormente - oltre alla brevità dei collegamenti sulla breadboard tra i componenti - l'impedenza complessiva del circuito sarebbe stata quella di implementare un montaggio speculare a quello in Figura 2 rispetto alla separazione verticale al centro. Ipotizzando di avere la precisione per apprezzare una tale differenza, si sarebbe potuto risparmiare sulla lunghezza dei cavi.

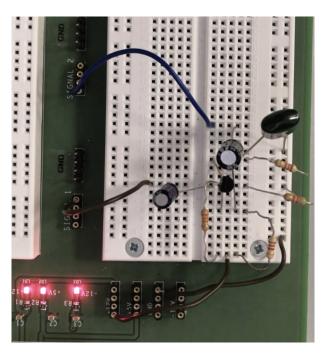


Figura 2: Schema circuitale del CE realizzato in laboratorio.

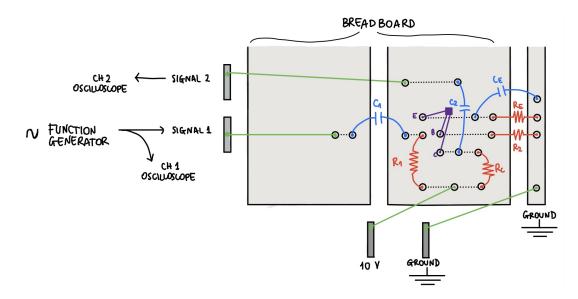


Figura 3: Schema circuitale del CE realizzato in laboratorio.

La costruzione del circuito è passata prima per il posizionamento dei vari componenti, e poi attraverso l'applicazione di una tensione di 12 V. Si riportano in Tabella 1 le quantità rilevanti per lo studio del circuito in continua:

| Componente | Valore                   | Incertezza               |  |
|------------|--------------------------|--------------------------|--|
| $R_1$      | $32.690\mathrm{k}\Omega$ | $0.006\mathrm{k}\Omega$  |  |
| $R_2$      | $8.1820\mathrm{k}\Omega$ | $0.0015\mathrm{k}\Omega$ |  |
| $R_E$      | $1.1870\mathrm{k}\Omega$ | $0.0002\mathrm{k}\Omega$ |  |
| $R_C$      | $1.1940\mathrm{k}\Omega$ | $0.0002\mathrm{k}\Omega$ |  |
| $C_1$      | $4.477\mathrm{\mu F}$    | $0.02\mathrm{\mu F}$     |  |
| $C_2$      | $32.45\mathrm{\mu F}$    | $0.01\mathrm{\mu F}$     |  |
| $C_E$      | $0.152\mathrm{nF}$       | $0.001\mu{ m F}$         |  |

Tabella 1: Componenti scelte del circuito.

I valori attesi delle grandezze fondamentali del circuito sono calcolati secondo:

$$R_{in} = R_B \parallel h_{fe} R_E \equiv R_1 \parallel R_2 \parallel h_{fe} R_E \approx R_1 \parallel R_2 \qquad \text{resistenza in ingresso al circuito}$$
 
$$R_{out} = \frac{1}{h_{oe}} \parallel R_C \approx R_C \qquad \text{resistenza in uscita al circuito - vedere sezione 5}$$
 
$$f_{T1} = \frac{1}{2\pi (R_{in} + R_s) C_1} \approx \frac{1}{2\pi R_B C_1} \qquad \text{frequenza di taglio filtro in entrata}$$
 
$$f_{T2} = \frac{1}{2\pi R_C C_2} \qquad \text{frequenza di taglio filtro in uscita}$$
 
$$f_{CE} = \frac{1}{2\pi r_e C_E} \qquad \text{frequenza di taglio filtro emettitore}$$
 
$$A_{vo}^H = -\frac{I_C R_C}{V_T} \qquad \text{amp. a vuoto (alte frequenze)}$$
 
$$A_{vo}^L = -\frac{R_C}{R_E} \qquad \text{amp. a vuoto (basse frequenze)}$$

Riportiamo in Tabella 2 i valori di tali grandezze e delle tensioni di polarizzazione del circuito:

| Grandezza | Valore atteso                | Valore misurato          |  |
|-----------|------------------------------|--------------------------|--|
| $V_B$     | 2.00 V                       | 1.942 V                  |  |
| $V_{BE}$  | $0.70\mathrm{V}$             | $0.638\mathrm{V}$        |  |
| $V_C$     | 8.80 V                       | 8.67 V                   |  |
| $V_{CE}$  | 7.60 V                       | 7.368 V                  |  |
| Grandezza | Valore misurato              | Incertezza               |  |
| $R_B$     | $6.5441\mathrm{k}\Omega$     | $0.0019\mathrm{k}\Omega$ |  |
| $R_{in}$  | $6.1601\mathrm{k}\Omega$     | $0.0024\mathrm{k}\Omega$ |  |
| $R_{out}$ | $1.1676\mathrm{k}\Omega$     | $0.0002\mathrm{k}\Omega$ |  |
| $f_{T1}$  | $5.782\mathrm{Hz}$           | $0.026\mathrm{Hz}$       |  |
| $f_{T2}$  | $4.202\mathrm{Hz}$           | $0.002\mathrm{Hz}$       |  |
| $f_{CE}$  | $13.1 \div 20.9  \text{kHz}$ | _                        |  |
| $A_v$     | -47.760                      | 0.010                    |  |
| $A_{v0}$  | -1.0059                      | 0.0003                   |  |

Tabella 2: Tensioni (misurate col multimetro), frequenze di taglio e amplificazione a vuoto ottenuti dal circuito utilizzando le componenti riportate in Tabella 1, misurate o calcolando le formule di cui sopra.

La frequenza attesa  $f_{CE}$  di taglio è riportata come un intervallo tra i due estremi dei valori dichiarati di  $h_{re} = r_e$ . Per stimarla correttamente è prima è necessario ottenere dall'amplificazione una buona stima di  $A_v$ . Il valore atteso per  $r_e$  è discusso nella sottosezione 4.2.

Osserviamo una leggera discrepanza tra i valori attesi ed i valori misurati con il multimetro. Il motivo è il semplice effetto di:

- > Misure di resistenza che non riflettono i valori ideali tabulati.
- > Modelli e approssimazioni lineari, che non riflettono la vera natura delle componenti.
- > Effetti sistematici ignoti nel circuito.

Si evince dalle tabelle che il punto di lavoro ha  $V_{CE} \approx 7.6 \, \text{V}$ , il che ci garantisce circa 2 V di cuscinetto prima che il transistor vada in saturazione.

Pertanto, se l'amplificazione attesa a frequenza alta è circa 50, potremmo - almeno in linea teorica - stimolare il circuito con un segnale sinusoidale  $v_S$  fino a  $40\,\mathrm{mV}$  picco-picco. Non essendo comunque saggio spingersi al limite della regione di lavoro del transistor, si è optato per un segnale di ampiezza circa pari a  $10\,\mathrm{mV}$  ( $20\,\mathrm{mV}$  picco-picco) in tale regione.

Al di fuori di questa regione, nelle basse frequenze dove l'amplificazione è circa 1, abbiamo aumentato il segnale in entrata, come visibile in Tabella 3.

## 4 Risposta in frequenza del CE

La misura della risposta in frequenza del circuito CE con capacità di emettitore è stata difficoltosa, a causa del segnale estremamente rumoroso sia in entrata che in uscita all'oscilloscopio, come testimoniato dalla Figura 4:

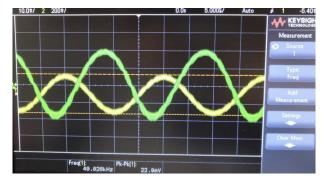


Figura 4: Foto del segnale osservato all'oscilloscopio. Si osservi la peculiare modulazione sovrapposta al segnale principale.

Sembra che in sovrapposizione al segnale principale vi sia un segnale modulato a frequenza piuttosto elevata (stimata essere circa 500 kHz), che va ad aumentare notevolmente il rumore. Poiché tale rumore è visibile sia nel segnale in entrata che in uscita dall'oscilloscopio, il circuito non ha sicuramente niente a che vedere con questo effetto sistematico.

Altri problemi (solo temporanei) osservati si sono riscontrati nella sovrapposizione di diversi segnali (solo a determinate frequenze), e nello spostamento verticale e continuo dell'uscita.

In relazione a tale ostacolo, il nostro gruppo ha eseguito le seuguenti procedure (rivelatesi tutte inefficaci):

- Si è rimontato daccapo il circuito, allontanando le varie componenti in modo da evitare induzioni e autoinduzioni sui piedini scoperti.
- Si è più volte cambiato transistor, non osservando alcun miglioramento del segnale.
- Si sono spenti e riaccesi l'oscilloscopio ed il generatore di segnale.
- Sono stati smontati e cambiati gli attacchi dei segnali e i cavi BNC sulla breadboard.

In fase di smontaggio del circuito, ad esperienza terminata, ci siamo accorti che l'attacco del cavo BNC al generatore di funzione (praticamente l'unico attacco che non era stato ricontrollato - è la legge di Murphy al lavoro), era allentato. Questo spiegherebbe sia come l'ondulazione "elicoidale" fosse presente in ingresso e in uscita, sia le frequenti interferenze con gli altri segnali e gli spostamenti verticali dell'uscita. Pertanto, adduciamo a ciò il rumore osservato.

Purtroppo, non avendo scoperto la causa del fenomeno durante la presa dati, si è optato per proseguire ugualmente con le misure. A causa dello spessore del segnale, la funzione di misura automatica dell'oscilloscopio si è rivelata inutile a causa dell'effetto del rumore, amplificato sistematicamente dal metodo di misura dello strumento.

Pertanto, si è preferito procedere manualmente attraverso l'uso dei cursori per i segnali di tensione (sia in entrata che in uscita). Per tentare di annullare l'effetto del rumore (che abbiamo pregato fosse solo casuale, pertanto a media mulla), i cursori sono stati posizionati attentamente sempre a "metà spessore". Questa scelta si è fortunatamente rivelata particolarmente azzeccata ed efficace, come mostrato in sottosezione 4.2.

Le misure manuali hanno richiesto molto più tempo del previsto, pertanto non si è potuto ripetere la misura della risposta in frequenza cambiando la  $C_E$ , per spostare la frequenza di taglio centrale e meglio apprezzare il plateau più elevato nel diagramma di Bode.

### 4.1 Diagrammi di Bode

Riportiamo in Tabella 3 i valori misurati dell'amplificazione in funzione della frequenza del segnale sinusoidale in input al circuito (abbiamo omesso il segno meno per non appesantire la tabella):

| Frequenza           | Ingresso           | Uscita             | Amplificazione    | Gain (dB)        |
|---------------------|--------------------|--------------------|-------------------|------------------|
| 0.0018 kHz          | 1010 mV            | 320.1 mV           | $0.317 \pm 0.013$ | $-9.98 \pm 0.37$ |
| $0.003\mathrm{kHz}$ | $1010\mathrm{mV}$  | $494.5\mathrm{mV}$ | $0.490 \pm 0.021$ | $-6.20 \pm 0.37$ |
| $0.004\mathrm{kHz}$ | $1000\mathrm{mV}$  | $610.2\mathrm{mV}$ | $0.610 \pm 0.026$ | $-4.30 \pm 0.37$ |
| $0.005\mathrm{kHz}$ | $1010\mathrm{mV}$  | $675.8\mathrm{mV}$ | $0.669 \pm 0.028$ | $-3.50 \pm 0.37$ |
| $0.007\mathrm{kHz}$ | $1000\mathrm{mV}$  | $805.2\mathrm{mV}$ | $0.805 \pm 0.034$ | $-1.88 \pm 0.37$ |
| $0.010\mathrm{kHz}$ | $1000\mathrm{mV}$  | 891.0 mV           | $0.891 \pm 0.038$ | $-1.00 \pm 0.37$ |
| $0.018\mathrm{kHz}$ | $1000\mathrm{mV}$  | $961.0\mathrm{mV}$ | $0.961 \pm 0.041$ | $-0.35 \pm 0.37$ |
| $0.030\mathrm{kHz}$ | $999.4\mathrm{mV}$ | $998.0\mathrm{mV}$ | $0.999 \pm 0.042$ | $-0.01 \pm 0.37$ |
| $0.050\mathrm{kHz}$ | $1000\mathrm{mV}$  | $1000\mathrm{mV}$  | $1.000 \pm 0.042$ | $0.00 \pm 0.37$  |
| $0.070\mathrm{kHz}$ | $1000\mathrm{mV}$  | $1000\mathrm{mV}$  | $1.000 \pm 0.042$ | $0.00 \pm 0.37$  |
| $0.100\mathrm{kHz}$ | $1000\mathrm{mV}$  | $1000\mathrm{mV}$  | $1.000 \pm 0.042$ | $0.00 \pm 0.37$  |
| $0.180\mathrm{kHz}$ | $1000\mathrm{mV}$  | $1020\mathrm{mV}$  | $1.020 \pm 0.043$ | $0.17 \pm 0.37$  |
| $0.300\mathrm{kHz}$ | $1000\mathrm{mV}$  | $1030\mathrm{mV}$  | $1.030 \pm 0.044$ | $0.26 \pm 0.37$  |
| $0.500\mathrm{kHz}$ | $400.2\mathrm{mV}$ | $456.8\mathrm{mV}$ | $1.141 \pm 0.048$ | $1.15 \pm 0.37$  |
| $0.700\mathrm{kHz}$ | $399.5\mathrm{mV}$ | $502.3\mathrm{mV}$ | $1.257 \pm 0.053$ | $1.99 \pm 0.37$  |
| $1.000\mathrm{kHz}$ | $401.7\mathrm{mV}$ | $602.0\mathrm{mV}$ | $1.499 \pm 0.064$ | $3.52 \pm 0.37$  |
| $1.800\mathrm{kHz}$ | $100.2\mathrm{mV}$ | $224.0\mathrm{mV}$ | $2.236 \pm 0.095$ | $6.99 \pm 0.37$  |
| $3.000\mathrm{kHz}$ | $101.3\mathrm{mV}$ | $351.0\mathrm{mV}$ | $3.47 \pm 0.15$   | $10.80 \pm 0.37$ |
| $5.000\mathrm{kHz}$ | 101.3 mV           | $553.9\mathrm{mV}$ | $5.47 \pm 0.23$   | $14.79 \pm 0.37$ |
| $7.000\mathrm{kHz}$ | 101.3 mV           | $770.6\mathrm{mV}$ | $7.61 \pm 0.32$   | $17.63 \pm 0.37$ |
| $10.00\mathrm{kHz}$ | $20.50\mathrm{mV}$ | $221.3\mathrm{mV}$ | $10.79 \pm 0.54$  | $20.66 \pm 0.43$ |
| $18.00\mathrm{kHz}$ | $20.50\mathrm{mV}$ | $383.3\mathrm{mV}$ | $18.70 \pm 0.93$  | $25.43 \pm 0.43$ |
| $30.00\mathrm{kHz}$ | $20.30\mathrm{mV}$ | $556.2\mathrm{mV}$ | $27.4 \pm 1.4$    | $27.40 \pm 0.43$ |
| $35.00\mathrm{kHz}$ | $20.38\mathrm{mV}$ | $617.5\mathrm{mV}$ | $30.3 \pm 1.5$    | $29.63 \pm 0.43$ |
| $40.00\mathrm{kHz}$ | $20.40\mathrm{mV}$ | $669.9\mathrm{mV}$ | $32.8 \pm 1.6$    | $30.33 \pm 0.43$ |
| $45.00\mathrm{kHz}$ | $20.55\mathrm{mV}$ | $701.4\mathrm{mV}$ | $34.1 \pm 1.7$    | $30.66 \pm 0.43$ |
| $50.00\mathrm{kHz}$ | $20.10\mathrm{mV}$ | $732.6\mathrm{mV}$ | $36.4 \pm 1.8$    | $31.23 \pm 0.43$ |
| $70.00\mathrm{kHz}$ | $20.20\mathrm{mV}$ | $837.0\mathrm{mV}$ | $41.4 \pm 2.1$    | $32.35 \pm 0.43$ |
| $100.0\mathrm{kHz}$ | $20.00\mathrm{mV}$ | $896.4\mathrm{mV}$ | $44.8 \pm 2.2$    | $33.03 \pm 0.43$ |
| $180.0\mathrm{kHz}$ | $20.00\mathrm{mV}$ | $948.5\mathrm{mV}$ | $47.4 \pm 2.4$    | $33.52 \pm 0.43$ |
| $300.0\mathrm{kHz}$ | $20.00\mathrm{mV}$ | 931.6 mV           | $46.6 \pm 2.3$    | $33.36 \pm 0.43$ |
| $500.0\mathrm{kHz}$ | $19.80\mathrm{mV}$ | $856.0\mathrm{mV}$ | $43.2 \pm 2.2$    | $32.72 \pm 0.43$ |
| $700.0\mathrm{kHz}$ | $19.80\mathrm{mV}$ | $778.6\mathrm{mV}$ | $39.3 \pm 2.0$    | $31.90 \pm 0.43$ |
| 850.0 kHz           | $19.25\mathrm{mV}$ | $705.3\mathrm{mV}$ | $36.6 \pm 1.8$    | $31.28 \pm 0.43$ |
| $1000\mathrm{kHz}$  | 13.41 III V        | $647.4\mathrm{mV}$ | $33.3 \pm 1.7$    | $30.43 \pm 0.43$ |
| 1100 kHz            | 19.18 mV           | 615.3 mV           | $32.1 \pm 1.6$    | $30.13 \pm 0.43$ |
| 1200 kHz            | 19.08 mV           | 579.7 mV           | $30.4 \pm 1.5$    | $29.65 \pm 0.43$ |
| 1500 kHz            | 18.88 mV           | 491.3 mV           | $26.0 \pm 1.3$    | $28.31 \pm 0.43$ |
| 1800 kHz            | 18.65 mV           | 426.8 mV           | $22.88 \pm 1.1$   | $27.19 \pm 0.43$ |
| 3000 kHz            | 18.90 mV           | 275.0 mV           | $14.55 \pm 0.73$  | $23.26 \pm 0.43$ |
| 5000 kHz            | $17.70\mathrm{mV}$ | 170.5 mV           | $9.63 \pm 0.48$   | $19.68 \pm 0.43$ |

Tabella 3: Risposta in frequenza del circuito CE. Si riporta sia il valore assoluto dell'amplificazione calcolata, sia il valore in dB. Si è infittito la presa dati nei pressi delle rispettive frequenze di taglio a bassa frequenza e alta frequenza. Gli errori relativi assegnati alle misure di tensione sono pari al 3% per le misure fino a 7 kHz e pari al 4% per le misure da 10kHz in poi. L'errore relativo assegnato all'amplificazione è 4.2% per f < 10 kHz dati e 5% per  $f \ge 10$  kHz.

In Figura 5 riportiamo quindi i dati sperimentali ottenuti:

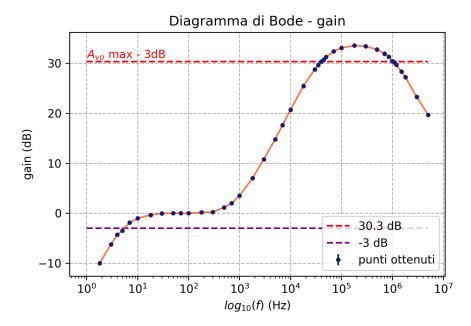


Figura 5: Diagramma di Bode dei dati sperimentali di amplificazione al variare della frequenza. Le incertezze sono riportate ma non si vedono (0.4 dB su 30 dB).

I risultati delle misure di frequenza di taglio si possono meglio apprezzare in Tabella 4 e Figura 6.

#### 4.2 Analisi risposta in frequenza

Amplificazione: Il primo plateau, di bassa amplificazione, è chiaramente più visibile del secondo, complice una sottostima della frequenza di taglio  $f_{CE}$ , dovuta ad una sovrastima di  $r_e$  fornita dal costruttore (visibile in sezione 2). Purtroppo, a causa dei problemi riscontrati in fase di presa dati (si veda sezione 3), non c'è stato il tempo di prendere un condensatore  $C_E$  con capacità più elevata per aumentare la banda di alta amplificazione.

Lavorando con ciò che abbiamo, possiamo stimare le due amplificazioni sperimentali ottenute:

- > Nel regime di bassa amplificazione, utilizziamo i punti da 30 Hz a 100 Hz per mediare l'amplificazione. Si ottiene  $A_{v0} = -0.999 \pm 0.021$ , contro un valore atteso di  $A_{v0} = -1.0059 \pm 0.0003$  ottenuto in fase di costruzione.
  - Il risultato sperimentale è perfettamente in linea, entro una  $\sigma$  con quello teorico previsto.
- > Nel regime di alta amplificazione, utilizziamo i punti da 100 kHz a 300 kHz per mediare l'amplificazione. Si ottiene  $A_v=-46.3\pm1.3$ , contro un valore atteso di  $A_v=-47.760\pm0.010$  ottenuto in fase di costruzione.
  - Il risultato sperimentale è precisamente ad una  $\sigma$  con quello teorico previsto. Molto probabilmente, allargando la banda di massima amplificazione, si sarebbe ottenuto un risultato ancor più compatibile, dando tempo al circuito di stabilizzarsi su valori di amplificazione simili a  $A_v = -47.5$ , come visibile a 180 kHz.

Valore atteso di  $f_{CE}$ : Dalle misure di amplificazione è inoltre possibile dare una stima della frequenza di taglio  $f_{CE}$  attesa. Invertendo la formula 3.1, utilizzando l' $A_v$  ottenuta in alta frequenza nella sottosezione 4.1, otteniamo la seguente stima della resistenza di emettitore, e conseguentemente della frequenza di taglio  $f_{CE}$ :

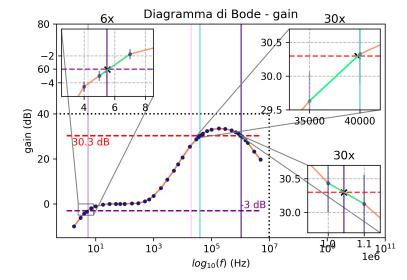
$$r_e \; = \; -\frac{R_C}{A_v} \; = \; 25.80 \pm 0.74 \; \Omega$$
 
$$f_{CE} \; = \; \frac{1}{2\pi \, r_e \, C_E} \; = \; 40.56 \pm 0.18 \; \mathrm{kHz}$$

Che giustifica come mai utilizzando le stime dei costruttori per  $r_e$  la frequenza di taglio progettata risulta essere meno della metà di quella ottenuta.

Sarebbe stato più congeniale, a questo punto, ripetere l'esperimento aumentando  $C_E$ , ma per i problemi sovracitati ciò non è stato possibile.

**Frequenze di taglio:** Le frequenze di taglio teoriche previste possono ora essere confrontate con le misure sperimentali eseguite sul diagramma di Bode. Il regime di crescita del *gain* tra due punti in frequenza sufficientemente vicini può essere considerato lineare, pertanto possiamo stimare le frequenze di taglio dei due filtri attraverso l'algoritmo di interpolazione lineare:

- > Per basse frequenze, abbiamo due frequenze di taglio dovute ai due filtri in ingresso e uscita  $C_1$  e  $C_2$ . In fase di progettazione, memori dell'errore dell'esperienza 2, si sono scelte capacità tali da ottenere due frequenze di taglio molto simili, così che ora si possa misurare la stessa frequenza nella stima con l'interpolazione.
  - Si è cercato l'intersezione  $f_{Tbasso}$  tra il diagramma e il gain  $20 \log A_{v0} 3.01 \, dB = -3.01 \, dB$ Si sono scelti due punti adiacenti, a 5 Hz e 7 Hz. Risultati visibili in Figura 6 e Tabella 4.
- > A medie frequenze, si è cercato l'intersezione  $f_{\rm CE}$  tra il diagramma e il gain  $20 \log A_v 3.01 \, {\rm dB1} = 30.29 \, {\rm dB}$  Si sono scelti due punti adiacenti, a  $35 \, {\rm Hz}$  e  $40 \, {\rm kHz}$ . Risultati visibili in Figura 6 e Tabella 4.
- > Ad alte frequenze, si è cercato l'intersezione  $f_{Talto}$  tra il diagramma e il gain  $20 \log A_v 3.01 \, \mathrm{dB} = 30.29 \, \mathrm{dB}$  Si sono scelti due punti adiacenti, a  $1.0 \, \mathrm{Hz}$  e  $1.1 \, \mathrm{MHz}$ . Risultati visibili in Figura 6 e Tabella 4.



Interpolazione (in verde): —  $m_l = (11.01 \pm 3.57) \, \mathrm{dB \, Hz^{-1}}$  $c_l = (-11.18 \pm 2.77) \, \mathrm{dB}$ 

 $m_m = (12.0 \pm 10.6) \,\mathrm{dB \, Hz^{-1}}$   $c_m = (-5.0 \pm 48.4) \,\mathrm{dB}$ 

 $m_h = (-7.5 \pm 14.8) \,\mathrm{dB \, Hz^{-1}}$  $c_h = (75.1 \pm 89.3) \,\mathrm{dB}$ 

Figura 6: Diagramma di Bode dell'amplificazione (punti con incertezza 3-4%). gain (dB) =  $20 \log_{10} A_v$ . Le rette verticali rappresentano le diverse frequenze di taglio calcolate per i filtri studiati. In violetto quella del passa-alto costituito dai due RC di uscita e di ingresso; nella regione destra del grafico invece si trova il cornering atteso per il passa-alto di emettitore: in rosa e in turchese rispettivamente il valore calcolato con l'ipotesi iniziale e, successivamente, con il valore inferito di  $r_e$ . Chiaramente, una stima a priori non è stata possibile per la frequenza di taglio del filtro PB interno al BJT. Le crocette **nere** indicano le frequenze di taglio misurate.

Utilizzando il metodo dell'interpolazione sopradescritto, otteniamo le frequenze di taglio, che riportiamo in Tabella 4 assieme ai loro valori attesi:

| Valori attesi                            |                                     |  |  |
|--|-------------------------------------|--|--|
| _  | _                                   |  |  |
| $f_{T1} = 5.782 \pm 0.026 \mathrm{Hz}$   | $\hat{A}_{vo} = -1.0059 \pm 0.0003$ |  |  |
| _  | _                                   |  |  |
| $f_{T2} = 4.2017 \pm 0.0015 \mathrm{Hz}$ | $\hat{A}_{vo} = -1.0059 \pm 0.0003$ |  |  |
| _  | _                                   |  |  |
| $f_{\rm CE} = 40.56 \pm 0.18  \rm kHz$   | $\hat{A}_v = -47.760 \pm 0.010$     |  |  |
| _  | _                                   |  |  |
| $f_{T \text{ alto}}$ non prevedibile     | $\hat{A}_v = -47.760 \pm 0.010$     |  |  |
| _  | _                                   |  |  |
| Risultati misure                         |                                     |  |  |

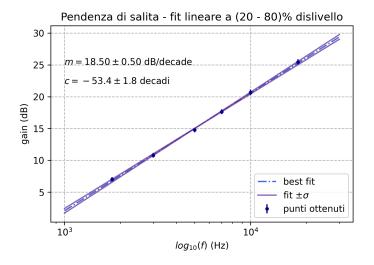
| _  | _                              |
|--|--------------------------------|
| $f_{T \text{ basso}} = 5.5 \pm 1.5 \text{ Hz}$     | $\hat{A}_v = -0.999 \pm 0.021$ |
| _  | _                              |
| $f_{\rm CE} = 39.8 \pm 2.2  {\rm kHz}$             | $\hat{A}_v = -46.3 \pm 1.3$    |
| _  | _                              |
| $f_{T \text{ alto}} = 1.044 \pm 0.013 \text{ MHz}$ | $\hat{A}_v = -46.3 \pm 1.3$    |
| _  | _                              |

Tabella 4: Risultati dei valori attesi e misurati delle frequenze di taglio. Per basse frequenze, abbiamo due frequenze di taglio teoriche dovute ai due filtri  $C_1$  e  $C_2$ , mentre le stime per alte frequenze non sono possibili a causa dell'ignoranza su  $C_{\mu}$  e  $C_{\pi}$  del transistor.

#### Veloci considerazioni sulla compatibilità:

- > La frequenza di **taglio basso** è compatibile a  $1\,\sigma$  col suo valore atteso grazie a un'incertezza relativa sulla misura non indifferente (quasi il 30%). D'altronde ciò è totalmente giustificato dal fatto che lavorando a frequenze molto basse si è avuto poco *room* per variare il segnale in ingresso al circuito, che ha quindi risentito di un'incertezza relativa piuttosto significativa (cfr. Tabella 3) in acquisizione nell'oscilloscopio.
- > La frequenza di **taglio del CE** è compatibile a  $1\sigma$  col suo valore atteso una volta stimata correttamente la  $r_e$ .
- > La frequenza di **taglio alto** non aveva una stima attesa in precedenza, non conoscendo  $C_{\mu}$  né  $C_{\pi}$  del transistor. Si tratta comunque di un ottimo transistor 2N222A, data la banda massima di 1 MHz.

Pendenza di salita: Si è deciso di fornire una stima della pendenza di salita del filtro passa-alto sulla maglia di emettitore. Ci si attende infatti una zona di crescita lineare del valore del guadagno contro la frequenza logaritmica con una slope di 20 dB/decade. Ecco cosa si ottiene:



| $(20\% - 80\%)  \Delta \hat{A_v}$ |                             |  |
|-----------------------------------|-----------------------------|--|
| Frequenza                         | Gain                        |  |
| 1.8 kHz                           | $6.99 \pm 0.37 \text{ dB}$  |  |
| 3 kHz                             | $10.80 \pm 0.37 \text{ dB}$ |  |
| 5 kHz                             | $14.79 \pm 0.37 \text{ dB}$ |  |
| 7 kHz                             | $17.63 \pm 0.37 \text{ dB}$ |  |
| 10 kHz                            | $20.66 \pm 0.43 \text{ dB}$ |  |
| 18 kHz                            | $25.43 \pm 0.43 \text{ dB}$ |  |

Figura 7: Sulla sinistra, il fit lineare realizzato con i punti in tabella a destra. Si è scelto di operare nell'intervallo di amplificazione  $\Delta \hat{A_v} \equiv |\hat{A_v^l} - \hat{A_v^h}| = 20\% - 80\%$ .

La pendenza ottenuta stimando la salita 20% - 80% tra i due plateau come lineare è pari a  $m = 18.50 \pm 0.50$  dB/decade, che è in accordo con i valori ipotizzati a lezione.

Banda: Ultime considerazioni sulle bande passanti del circuito:

- > A basse frequenze, abbiamo un plateau di bassa amplificazione a  $10\,\mathrm{Hz}$   $200\,\mathrm{Hz}$ , delimitato da una frequenza di taglio scelta da noi a  $5\,\mathrm{Hz}$ , e da una salita che inizia a circa  $200\,\mathrm{Hz}$ .
- > La pendenza della salita è pari a circa 18.5 dB/decade, il che significa che per passare da un gain di 0 dB ad un gain di 33 dB occorrono 1.8 decadi, cioè circa un fattore 60 di aumento di frequenza. In effetti, se la parte ripida della salita inizia a circa 500 Hz, è atteso che 33 dB si raggiunga a circa  $500 \times 60 = 30 \,\mathrm{kHz}$ .
- > Ad alte frequenze si manifesta un plateau di alta amplificazione a 50 kHz 500 kHz, ed è delimitata da due frequenze di taglio a 40 kHz e a 1 MHz. Si tratta quindi di un transistor con banda massima passante di 1 MHz, contro l'ampiezza di banda di 150 kHz del transistor usato nella precedente esperienza. Ciò potrebbe essere dovuto sia alla qualità del transistor scelto, sia a modifiche delle capacità interne del 2N2222A che naturalmente si verificano cambiando le componenti del circuito.

## 5 Amplificazione in presenza di carico

Infine, si sono effettuate misure di tensione ai capi di un carico  $R_L$  posto in serie al circuito CE, realizzando così un partitore di tensione. In questa sezione, il fine è la misura sperimentale della resistenza in uscita del circuito (che in sezione 3 si vede essere proprio  $R_{out} = R_C$ ), dalla quale dipende la tensione che andiamo a misurare.

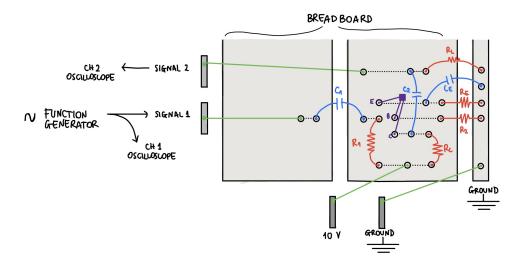


Figura 8: Schema circuitale del CE in presenza di carico  $R_L$ .

L'amplificazione del segnale iniziale ai capi di  $R_L$  può essere calcolata teoricamente:

$$A_{vs} = -\frac{R_{in}}{R_{in} + R_S} \frac{R_C \parallel R_L}{R_E} K(f)$$

$$\approx A_v \frac{R_L}{R_C + R_L} K(f)$$
(5.1)

Dove  $R_S$  è la resistenza interna del generatore di tensione, trascurabile, e K(f) è un fattore di smorzamento dovuto ai filtri capacitivi.

Conviene allora lavorare alla frequenza di 180 kHz. In questo modo, sappiamo che l'amplificazione a vuoto è proprio il valore misurato a quella frequenza di  $A_v(180 \,\mathrm{kHz}) = -47.43$ , e K(f) = 1. A questo punto, basta invertire la Equazione 5.1:

$$R_C = R_L \left( \frac{A_v}{A_{vs}} - 1 \right) \tag{5.2}$$

Pertanto, si è deciso di lavorare a frequenza fissa prendendo in esame più resistenze  $R_L$  da mettere in parallelo all'uscita, che fossero comparabili con la resistenza di uscita del circuito stesso (pari a  $R_C$ ).

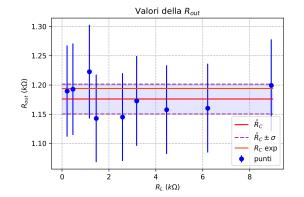
#### 5.1 Stima della resistenza in uscita del circuito

Riportiamo in Tabella 5 i risultati della tensione ai capi di  $R_L$  al variare di  $R_L$  stesso.

| Ingresso $V_{in} = (0.0203 \pm 0.0006) \text{ V}$ |                        |                         |                            |  |
|---|------------------------|-------------------------|----------------------------|--|
| Carico $R_L$ (k $\Omega$ )                        | Tensione $V_{out}$ (V) | Amplificazione $A_{vs}$ | Uscita $R_C$ (k $\Omega$ ) |  |
| $0.215 \pm 0.001$                                 | $0.147 \pm 0.004$      | $7.36 \pm 0.36$         | $1.143 \pm 0.849$          |  |
| $0.465 \pm 0.001$                                 | $0.269 \pm 0.008$      | $13.30 \pm 0.67$        | $1.138 \pm 0.084$          |  |
| $1.167 \pm 0.001$                                 | $0.469 \pm 0.014$      | $23.2 \pm 1.2$          | $1.144 \pm 0.080$          |  |
| $1.457 \pm 0.001$                                 | $0.538 \pm 0.016$      | $26.6 \pm 1.3$          | $1.057 \pm 0.081$          |  |
| $2.578 \pm 0.001$                                 | $0.665 \pm 0.020$      | $32.8 \pm 1.6$          | $1.022 \pm 0.081$          |  |
| $3.183 \pm 0.001$                                 | $0.702 \pm 0.021$      | $34.7 \pm 1.7$          | $1.029 \pm 0.083$          |  |
| $4.464 \pm 0.001$                                 | $0.763 \pm 0.023$      | $37.7 \pm 1.9$          | $0.972 \pm 0.082$          |  |
| $6.212 \pm 0.001$                                 | $0.809 \pm 0.024$      | $40.0 \pm 2.0$          | $0.917 \pm 0.082$          |  |
| $8.926 \pm 0.002$                                 | $0.847 \pm 0.025$      | $41.8 \pm 2.1$          | $0.865 \pm 0.084$          |  |

Tabella 5: Dati di tensione, amplificazione in presenza di carico  $R_L$  e stima della  $R_C$  secondo Equazione 5.2, a frequenza 180 kHz.Le incertezze sono state trattate come visto in sottosezione 2.1: 0.018% per le resistenze, 3-4% per le tensioni, 4-5% per l'amplificazione (propagazione incertezze di due tensioni) e 7.1% per la  $R_C$  (propagazione incertezze di due amplificazioni).

La miglior stima di  $R_{out}$ , ottenuta a facendo la media sui valori di  $R_C$  ottenuti utilizzando l'Equazione 5.2, risulta essere:



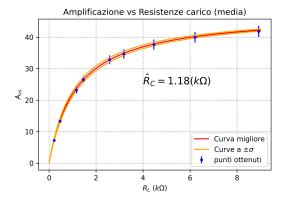


Figura 9: Sulla sinistra, i valori  $R_{out}$  con le rispettive incertezze relative del 7.1%, con media ed errore sulla media. Si noti la compatibilità col valore di  $R_C$  misurato.

A destra, grafico dell'amplificazione in funzione della resistenza di carico  $R_L$  realizzato usando la media empirica trovata.

$$R_{out} = (1.176 \pm 0.025) \text{ k}\Omega$$

Il valore misurato di  $R_{out}$  è compatibile entro  $1\sigma$  con il valore di  $R_C$  scelto di  $1.194\,\mathrm{k}\Omega$ .

L'andamento è esattamente quello aspettato, otteniamo una perfetta sovrapposizione con i dati sperimentali.

#### 6 Conclusioni

Riassumendo i risultati ottenuti, si evince che le stime dell'amplificazione, delle frequenze di taglio e della resistenza in uscita del circuito sono tutte perfettamente compatibili con i valori attesi. Nel complesso quindi l'esperienza si è rivelata un successo. Tuttavia è necessario compiere due critiche al modus operandi adottato in laboratorio:

- Il rumore che è stato osservato era sicuramente dovuto al connettore BNC che non era ben attaccato al generatore di funzioni. Era da escludere a priori l'ipotesi che si trattasse di un problema del circuito stesso in quanto il rumore era presente sia nel segnale in ingresso che in uscita: ricontrollando per primo il generatore di funzione si sarebbe trovato subito il problema e risparmiato tempo prezioso.
- Dato che il rumore non ha inficiato sull'efficacia della presa dati, sarebbe stato più ragionevole utilizzare il tempo a disposizione per cambiare la capacità di emettitore in modo da ottenere un plateau più esteso nel diagramma di Bode.

Riconosciamo che è facile ragionare con il senno di poi, mentre è più difficile in laboratorio, nel fermento dell'azione, riuscire a mantenere la mente lucida. Comunque, ci auguriamo in futuro di lavorare con più efficienza e di non ripetere più gli errori commessi in questa esperienza.