



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

## Studio dell'oscillazione di sapore nei mesoni neutri

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali  
Laurea in Fisica

**Lorenzo Pietropaoli**  
Matricola 1917791

Relatore  
Prof. Shahram Rahatlou

Controrelatori  
Prof. Gianluca Cavoto  
Prof. Piero Rapagnani

Anno Accademico 2022/2023

Tesi discussa il 16 novembre 2023  
di fronte a una commissione esaminatrice composta da:  
Prof. Angelo Vulpiani (presidente)  
Prof. Federico Bordi  
Prof. Silvia Masi  
Prof. Lorenzo Rovigatti  
Prof. Angelo Esposito  
Prof. Edoardo Milanetti  
Prof. Claudia Fasolato

---

**Studio dell'oscillazione di sapore nei mesoni neutri**

Tesi di Laurea. Sapienza Università di Roma

© 2023 Lorenzo Pietropaoli. Tutti i diritti riservati

Questa tesi è stata composta con  $\text{\LaTeX}$  e la classe Sapthesis.

Email dell'autore: [lorenzo.pietropaoli@gmail.com](mailto:lorenzo.pietropaoli@gmail.com)

*A tutti coloro che hanno avuto  
una parte in questo viaggio*



# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Particelle e antiparticelle</b>	<b>3</b>
2.1	Scoperta delle prime antiparticelle . . . . .	3
2.2	Modello Standard . . . . .	3
2.3	Mescolamento dei quark . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Oscillazione di sapore nei mesoni neutri</b>	<b>7</b>
3.1	Mesoni neutri $P^0$ . . . . .	7
3.2	Studio di un sistema $P^0 - \overline{P}^0$ . . . . .	8
3.3	Differenze tra i sistemi di mesoni neutri . . . . .	9
3.4	Evoluzione temporale . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Osservazione sperimentale dell'oscillazione di sapore</b>	<b>13</b>
4.1	Decadimenti e <i>flavor tagging</i> . . . . .	13
4.2	Classificazione degli eventi . . . . .	14
4.3	Misure di oscillazione nell'esperimento BaBar . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>21</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>23</b>



# Capitolo 1

## Introduzione

In questa dissertazione si spiegherà il fenomeno dell'oscillazione di sapore all'interno dei sistemi di mesoni neutri. Questo fenomeno, in primo luogo, verrà descritto in generale per coppie particella-antiparticella di mesoni neutri  $P^0 - \overline{P}^0$ , per poi prendere in esame più da vicino il caso dei mesoni  $B$ .

Quando una coppia  $P^0 - \overline{P}^0$  viene prodotta in laboratorio, lo studio della dinamica rivela che essi decadono oscillando tra gli stati di particella e antiparticella a causa del mescolamento tra i quark che li compongono. L'evoluzione temporale di mesoni neutri può quindi essere vista come la "combinazione" di due fenomeni:

1. l'oscillazione al variare del tempo della probabilità che una delle due particelle sia  $P^0$  (o, equivalentemente,  $\overline{P}^0$ );
2. il decadimento delle particelle, che nel caso di mesoni neutri  $K$ ,  $D$  e  $B$ , che saranno oggetto di questo studio, avviene a causa dell'interazione debole.

Questa trattazione fornirà in primo luogo un quadro generale sulla relazione tra particelle e antiparticelle. Sarà introdotto il Modello Standard delle particelle elementari, dando una breve descrizione degli aspetti di questa teoria che spiegano l'origine dell'oscillazione di sapore, come il meccanismo di mescolamento dei quark.

Si parlerà successivamente di sistemi particella-antiparticella di mesoni neutri. In particolare se ne studierà l'evoluzione temporale sotto l'effetto dell'interazione debole, che media i processi di decadimento nei sistemi di mesoni su cui si concentra la dissertazione.

Nell'ultimo capitolo si parlerà dello studio sperimentale dell'oscillazione di sapore, con particolare riferimento al sistema  $B^0 - \overline{B}^0$ . Si concluderà mostrando una misura di oscillazione condotta nell'ambito dell'esperimento BaBar allo Stanford Linear Accelerator Center.





## Capitolo 2

# Particelle e antiparticelle

Ad ogni tipo di particella si può associare una antiparticella, che ha la sua stessa massa ma carica elettrica opposta. In generale, una particella e la sua antiparticella differiscono per il valore di altri numeri quantici (o cariche fisiche) oltre alla carica elettrica: il numero barionico, il numero leptonico, l'isospin e via dicendo. L'antiparticella di alcune particelle è se stessa, come per esempio per il pione neutro.

### 2.1 Scoperta delle prime antiparticelle

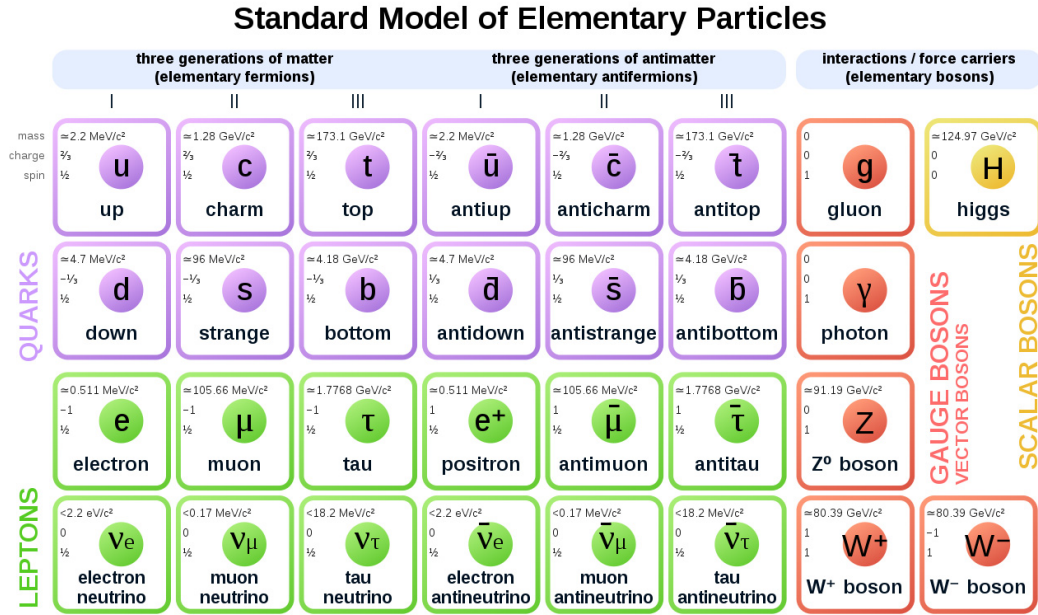
La scoperta della prima antiparticella risale alla prima metà del Novecento. All'inizio degli anni '30, dopo la prima osservazione del neutrone (Chadwick, 1931), si sapeva che la materia fosse costituita da almeno tre particelle che interagivano tra loro, vale a dire protoni, neutroni ed elettroni.

Gli sviluppi teorici guidati da Dirac, grazie anche al contributo di Oppenheimer [1], mostrarono che l'equazione relativistica originariamente elaborata dallo stesso Dirac (1928) per descrivere la dinamica ondulatoria degli elettroni possedeva due soluzioni distinte. Entrambe avevano la massa dell'elettrone e la carica elettrica in modulo uguale a quella dell'elettrone, ma una negativa e una positiva. Da qui si fece strada la stravolgente ipotesi che la seconda soluzione fosse una *antiparticella* dell'elettrone. Ciò venne confermato dagli esperimenti pochi anni dopo.

Nel 1932, infatti, analizzando raggi cosmici in una camera a nebbia, Anderson osservò per la prima volta il positrone, una particella che aveva la stessa massa dell'elettrone e carica elettrica opposta.

### 2.2 Modello Standard

Gli sviluppi della Fisica delle particelle nei decenni successivi alla scoperta del positrone contribuirono alla nascita e alla progressiva espansione del Modello Standard delle particelle elementari, di cui uno schema è visibile in Figura 2.1. Esso caratterizza le particelle elementari e le forze con cui esse interagiscono fra loro.



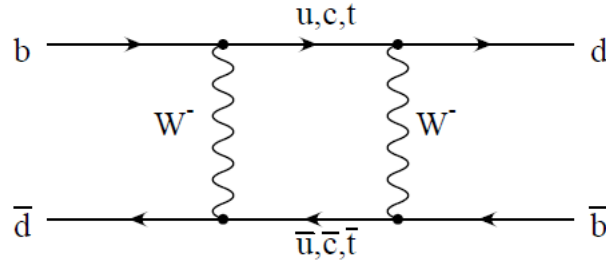
**Figura 2.1.** Modello Standard [3]. Le particelle elementari sono raggruppate in tre generazioni (similmente le relative antiparticelle) di quark e leptoni. Le interazioni fondamentali sono mediate da cinque bosoni di gauge vettoriali e un bosone scalare, il bosone di Higgs. La differenza tra una particella elementare e la sua antiparticella consiste nel segno della carica elettrica e nel valore di altri numeri quantici ad essa associati.

Per *particella elementare* (o *puntiforme*) si intende una particella cui è possibile imprimere una variazione di energia esclusivamente sotto forma di energia cinetica: questo perché essa non mostra struttura interna, o in altre parole non è divisibile in particelle di dimensioni inferiori.

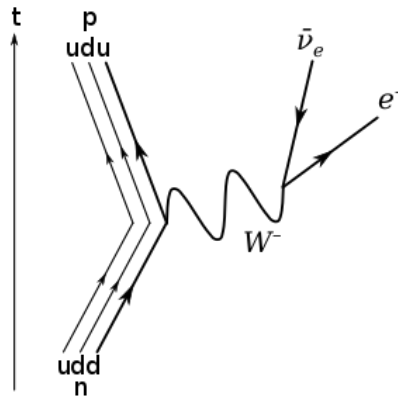
Nel Modello Standard le particelle elementari che compongono la materia sono *quark* e *leptoni*, e si possono classificare in tre famiglie, o generazioni. Ogni famiglia è composta da due sapori di quark con carica<sup>(1)</sup>  $2/3$ ,  $-1/3$  (ciascuno dei quali esiste in tre stati di colore) e una coppia di leptoni; per la prima famiglia  $u$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $\nu_e$  (quark *up*, *down*, elettrone e neutrino elettronico) [2]. Le interazioni che avvengono tra le particelle elementari sono di quattro tipi: nucleare forte, nucleare debole, elettromagnetica e gravitazionale.

Due o più quark possono formare particelle non elementari che chiamiamo *mesoni*, se composte da un quark e un antiquark ( $\pi$ ,  $K$ , ecc.), o *barioni*, se composte da tre quark o da tre antiquark (protone, neutrone, ecc.). Mesoni e barioni sono detti *adroni*. Storicamente, le denominazioni leptoni, mesoni e barioni si riferiscono alla scala delle masse delle particelle che furono osservate per prime (leggera, intermedia, pesanti) [4].

<sup>(1)</sup>In unità atomiche.



**Figura 2.2.** Diagramma di Feynman al secondo ordine che mostra l'interazione debole responsabile dell'oscillazione  $B^0 \rightarrow \bar{B}^0$  [5].



**Figura 2.3.** Decadimento beta del neutrone [6]. L'interazione nel vertice  $d \rightarrow u + W_-$  è modificata dall'elemento di matrice CKM  $V_{ud}$ .

## 2.3 Mescolamento dei quark

Il Modello Standard descrive anche il mescolamento dei quark, una teoria che è utile introdurre in quanto alla base del meccanismo di oscillazione di sapore che si manifesta nei sistemi di mesoni neutri.

Il fenomeno del mescolamento dei quark consiste nel fatto che le interazioni deboli, cioè quelle che hanno luogo tra i quark di tipo  $u$  e di tipo  $d$ , non sono diagonali nella base che corrisponde agli autostati di massa, rispettivamente  $u, c, t$  e  $d, s, b$  [2]. Il mescolamento dei quark è descritto da una matrice unitaria,  $\mathbf{V}$ , detta matrice CKM:

$$\mathbf{V} \equiv \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} . \quad (2.1)$$

L'interpretazione fisica degli elementi di matrice della (2.1) è la seguente: la costante di accoppiamento per la transizione  $d \rightarrow u + W_-$  (il primo passo del decadimento beta, Figura 2.3) è proporzionale a  $V_{ud}$ , e analogamente per le altre possibili transizioni. Le interazioni deboli regolano il decadimento di alcuni mesoni neutri, come i  $B^0$ , e mediano il fenomeno dell'oscillazione di sapore (Figura 2.2).



## Capitolo 3

# Oscillazione di sapore nei mesoni neutri

I mesoni sono particelle composte da un quark e un antiquark, omogenei o di tipo diverso, legati dall'interazione forte.

Storicamente, il termine mesone nacque per indicare una particella con massa intermedia tra l'elettrone e il protone. Il primo mesone osservato fu il pione, la cui massa ha un valore "a metà strada" tra quella dell'elettrone e del protone ( $\pi^\pm$  hanno massa a riposo di  $140 \text{ MeV}/c^2$ ). Come si vede in Tabella 3.1, le masse dei mesoni conosciuti vanno dalle poche centinaia di  $\text{MeV}/c^2$  a più di  $5 \text{ GeV}/c^2$ , ben oltre la massa del protone che è circa  $938 \text{ MeV}/c^2$ .

L'ordine di grandezza della vita media di una particella, assieme ai suoi prodotti di decadimento, dà indicazioni sul tipo di interazione che domina il processo di decadimento. Ad esempio, il mesone  $\pi^0$  ha una vita media dell'ordine di  $10^{-17} \text{ s}$  e decade principalmente in due fotoni. Il fatto che i fotoni facciano solo interazione elettromagnetica e non forte, insieme all'ordine di grandezza della vita media, suggerisce che il decadimento è dominato dall'interazione elettromagnetica. Il  $\pi^+$  invece ha una vita media dell'ordine di  $10^{-8} \text{ s}$  e decade principalmente in un tau e un neutrino. Un tempo di decadimento di questo ordine di grandezza, assieme al fatto che i neutrini hanno solo "carica" debole, suggerisce un decadimento per interazione debole [7]. I mesoni neutri  $K$ ,  $B$  e  $D$  decadono debolmente.

### 3.1 Mesoni neutri $P^0$

In questo capitolo si descriverà il fenomeno dell'oscillazione di sapore in un sistema di tipo  $P^0 - \overline{P^0}$ , ove questa notazione può indicare una coppia di mesoni neutri tra  $K^0 - \overline{K^0}$ ,  $D^0 - \overline{D^0}$ ,  $B_d^0 - \overline{B_d^0}$  e  $B_s^0 - \overline{B_s^0}$ . Le coppie  $P^0 - \overline{P^0}$  hanno massa comune  $m_0$  e sono composte da quark di sapore opposto: per esempio,  $K^0 \equiv d\bar{s}$  e  $\overline{K^0} \equiv \bar{d}s$ .

Interpretandoli con il formalismo quantistico,  $|P^0\rangle$  e  $|\overline{P^0}\rangle$  sono autostati delle interazioni forte ed elettromagnetica.  $\langle P^0|\overline{P^0}\rangle = 0$ , poiché il sapore è conservato nelle interazioni forte ed elettromagnetica. Se esistessero solo questi due tipi di interazione - e in particolare se non esistesse l'interazione debole -  $P^0$  e  $\overline{P^0}$  sarebbero una coppia di mesoni stabili, ossia non decadrebbero [9]. A causa dell'interazione debole  $P^0$

**Tabella 3.1.** Alcuni mesoni [8].  $B^0$  è anche indicato come  $B_d^0$  per distinguerlo dal  $B$  *strange* ( $B_s^0$ ). La vita media del  $K^0$  è definita tramite quella degli autostati dell'Hamiltoniana di interazione debole,  $K_L^0$  (*long*) e  $K_S^0$  (*short*), che come si vede in tabella sono la combinazione simmetrica e antisimmetrica di  $K^0$  e  $\bar{K}^0$ . Si noti che queste problematiche sussistono anche negli altri mesoni neutri, tuttavia i  $K$  sono gli unici per i quali è possibile osservare distintamente in laboratorio i due autostati dell'interazione debole a causa delle loro vite medie significativamente differenti. Si veda anche la sezione 3.3.

Particella	Comp.	Antiparticella	Massa (MeV/c <sup>2</sup> )	Vita media (s)
$\pi^+$	$u\bar{d}$	$\pi^-$	140	$2.60 \times 10^{-8}$
$\pi^0$	$\frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	se stessa	135	$8.52 \times 10^{-17}$
$K^+$	$u\bar{s}$	$K^-$	494	$1.24 \times 10^{-8}$
$K^0$	$d\bar{s}$	$\bar{K}^0$	498	-
$K_S^0$	$\frac{d\bar{s}+s\bar{d}}{\sqrt{2}}$	se stessa	498	$8.95 \times 10^{-11}$
$K_L^0$	$\frac{d\bar{s}-s\bar{d}}{\sqrt{2}}$	se stessa	498	$5.12 \times 10^{-8}$
$D^+$	$c\bar{d}$	$D^-$	1870	$1.04 \times 10^{-12}$
$D^0$	$c\bar{u}$	$\bar{D}^0$	1865	$4.10 \times 10^{-12}$
$B^+$	$u\bar{b}$	$B^-$	5280	$1.64 \times 10^{-12}$
$B^0$	$d\bar{b}$	$\bar{B}^0$	5280	$1.53 \times 10^{-12}$
$B_s^0$	$s\bar{b}$	$\bar{B}_s^0$	5366	$1.47 \times 10^{-12}$

e  $\bar{P}^0$  decadono. Inoltre,  $P^0$  e  $\bar{P}^0$  possono effettuare transizioni verso stati comuni. Questo accade poiché essi, prima di decadere, oscillano tra lo stato di particella e quello di antiparticella.

### 3.2 Studio di un sistema $P^0 - \bar{P}^0$

In questa sezione si metteranno le basi per lo studio dell'oscillazione  $P^0 - \bar{P}^0$ . Per fare ciò è necessario studiare uno stato dato dalla sovrapposizione lineare di  $P^0$  e  $\bar{P}^0$ , e caratterizzare l'Hamiltoniana responsabile del decadimento di  $P^0$  e  $\bar{P}^0$ .

Idealmente si vorrebbe studiare l'evoluzione di uno stato del tipo

$$a(t)|P^0\rangle + b(t)|\bar{P}^0\rangle + c_1(t)|n_1\rangle + c_2(t)|n_2\rangle + c_3(t)|n_3\rangle + \dots, \quad (3.1)$$

che risulta il più generale possibile in quanto  $n_1$ ,  $n_2$  e così via sono stati in cui  $P^0$  o  $\bar{P}^0$  possono entrambi decadere, e  $t$  è il tempo misurato nel sistema di riferimento a riposo [9]. L'evoluzione di uno stato simile è in generale complicata. Se, tuttavia:

- a  $t = 0$  solo  $a(t)$  e  $b(t)$  sono diversi da 0, mentre tutti i  $c_i(0) = 0$ ,
- vogliamo computare solo i valori di  $a(t)$  e  $b(t)$ , non i valori dei  $c_i(t)$ ,
- i tempi  $t$  a cui siamo interessati sono molto più lunghi della scala temporale tipica dell'interazione forte,

si ottiene una grande semplificazione, come mostrato per la prima volta da Weisskopf e Wigner (1930). Nell'approssimazione di Wigner-Weisskopf, un fascio di mesoni

neutri oscillanti che decadono è ben descritto, nel suo sistema di riferimento a riposo, dalla funzione d'onda

$$|\psi(t)\rangle = \psi_1(t)|P^0\rangle + \psi_2(t)|\overline{P^0}\rangle \quad , \quad (3.2)$$

che è ora ridotta a due sole componenti, in cui  $t$  è il tempo proprio. La funzione d'onda evolve secondo l'equazione di Schrödinger

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \quad , \quad (3.3)$$

ove la matrice

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

non è Hermitiana (o altrimenti i mesoni oscillerebbero senza decadere). Si può scrivere

$$\mathbf{R} = \mathbf{M} - \frac{i}{2}\mathbf{\Gamma} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{pmatrix} \quad , \quad (3.5)$$

con  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{\Gamma}$  Hermitiane ( $\mathbf{M}^\dagger = \mathbf{M}$ ,  $\mathbf{\Gamma}^\dagger = \mathbf{\Gamma}$ ). Gli elementi delle matrici  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{\Gamma}$  sono, in teoria delle perturbazioni al secondo ordine, somme di contributi dati dalla Hamiltoniana debole  $\mathcal{H}_W$  valutata su  $n$  stati intermedi. In particolare, ad  $\mathbf{M}$  contribuiscono stati virtuali e a  $\mathbf{\Gamma}$  stati fisici verso cui possono decadere  $|P^0\rangle$  e  $|\overline{P^0}\rangle$  [9].

Questi ultimi stati possono essere raggruppati in canali di decadimento per i quali gli elementi di matrice di  $\mathcal{H}_W$  sono gli stessi per definizione. Un singolo canale raggruppa, per esempio, stati con gli stessi numeri quantici ma con prodotti di decadimento sparati in direzioni diverse. Dall'eq. (3.3) e dall'Hermitianità di  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{\Gamma}$  segue inoltre che  $\mathbf{\Gamma}$  è definita positiva.

Poiché  $\mathbf{R}$  non è Hermitiana, ha autovalori complessi

$$\begin{aligned} \mu_a &= m_a - \frac{i}{2}\Gamma_a \\ \mu_b &= m_b - \frac{i}{2}\Gamma_b \end{aligned} \quad , \quad (3.6)$$

ove  $m_a$  e  $m_b$  sono le masse e  $\Gamma_a$  e  $\Gamma_b$  le larghezze di decadimento degli autostati di  $\mathbf{R}$   $P_a$  e  $P_b$ ; essi sono anche chiamati *autostati di massa*.

È utile definire le quantità  $\Delta m \equiv m_a - m_b$  e  $\Delta \Gamma \equiv \Gamma_a - \Gamma_b$ . Il loro segno non è fisicamente rilevante, mentre lo è il loro segno relativo ai fini di identificare, per esempio, l'autostato più pesante tra i due, oppure quello che ha una vita media  $\tau = 1/\Gamma$  più lunga o più breve [9].

Nello studio dei sistemi di mesoni neutri, i valori di masse e vite medie degli autostati di  $\mathbf{R}$  costituiscono un importante discriminante che giustifica approssimazioni diverse a seconda del sistema che si sta studiando.

### 3.3 Differenze tra i sistemi di mesoni neutri

Nel prossimo capitolo si presenteranno tecniche di osservazione dell'oscillazione di sapore nel sistema  $B^0 - \overline{B^0}$ . Questi mesoni sono detti "pesanti", come anche i mesoni

$D$ , al contrario dei kaoni che sono detti "leggeri". Nei diversi sistemi di mesoni neutri, infatti,  $\Delta m$  e  $\Delta\Gamma$  hanno differenti ordini di grandezza, e quindi inducono scelte di approssimazione diverse.

Per esempio, nei sistemi di kaoni gli autostati  $K_a$  e  $K_b$  vengono chiamati  $K_S$  ( $K$ -short) e  $K_L$  ( $K$ -long) a causa della sostanziale differenza tra le vite medie (si veda anche Tabella 3.1). Si descrive quindi il sistema usando le singole larghezze di decadimento  $\Gamma_S$  e  $\Gamma_L$  al posto di  $\Delta\Gamma$  poiché è possibile isolare le due componenti: se si lascia evolvere una miscela di  $K_L$  e  $K_S$ , la componente  $K_S$  scompare molto prima della componente  $K_L$ . Al contrario, in sistemi di mesoni  $B$  o  $D$  le larghezze di decadimento sono molto simili e conviene usare il valor medio

$$\Gamma = \frac{\Gamma_a + \Gamma_b}{2} , \quad (3.7)$$

con una piccola modulazione dipendente da  $\Delta\Gamma$ . Introduciamo anche il valor medio della massa

$$M = \frac{m_a + m_b}{2} . \quad (3.8)$$

Le quantità adimensionali

$$x = \frac{\Delta m}{\Gamma}, \quad y = \frac{\Delta\Gamma}{2\Gamma}, \quad u = -\frac{y}{x} \quad (3.9)$$

sono parametri di misura utili alla caratterizzazione di un sistema di mesoni  $P^0 - \overline{P}^0$ . La quantità  $y$  va da  $-1$  a  $1$ , e si avvicina agli estremi quando una delle due larghezze di decadimento è molto più grande dell'altra, come nel caso dei kaoni.  $x$ , invece, è una quantità definita positiva. Il parametro  $u$  è molto vicino a  $1$  nei sistemi di kaoni [9].

### 3.4 Evoluzione temporale

Affronteremo ora l'evoluzione temporale dei mesoni neutri pesanti, come i  $B$  e i  $D$ . Come è visibile in Tabella 3.1,  $D^0 = c\bar{u}$ ,  $B_d^0 = d\bar{b}$  e  $B_s^0 = s\bar{b}$ . Chiameremo  $Q$  il quark (o l'antiquark) pesante e  $q$  il quark (antiquark) leggero che compongono il mesone.

In particolare, se  $P^0$  e  $\overline{P}^0$  non sono mesoni  $K$ , le basi in cui è interessante lavorare sono  $\{|P^0\rangle, |\overline{P}^0\rangle\}$ , base degli autostati di sapore, e  $\{|P_L\rangle, |P_H\rangle\}$ , base degli autostati di massa  $P$ -light e  $P$ -heavy. Per sistemi di mesoni come i  $B$  e i  $D$  è, infatti, più conveniente etichettare  $P_a$  e  $P_b$  in base alla loro massa. Questo perché la loro vita media è molto simile ( $\Delta\Gamma/\Gamma \leq \mathcal{O}(10^{-2})$  [5]), il che fa sì che in una miscela di  $P_L$  e  $P_H$  le due componenti siano praticamente indistinguibili.

Gli autostati di massa possono essere scritti [9] come

$$\begin{aligned} |P_L\rangle &= p|P^0\rangle + q|\overline{P}^0\rangle \\ |P_H\rangle &= p|P^0\rangle - q|\overline{P}^0\rangle \end{aligned} \quad (1), \quad (3.10)$$



dove  $q$  e  $p$  sono legati agli elementi di matrice di  $\mathbf{R}$  [5]. Segue che

$$\begin{aligned} |P^0\rangle &= \frac{1}{2p} (|P_L\rangle + |P_H\rangle) \\ |\overline{P^0}\rangle &= \frac{1}{2q} (|P_L\rangle - |P_H\rangle) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Trascurando la differenza tra le vite medie<sup>(2)</sup> e tra le larghezze di decadimento degli autostati di massa ( $\Delta\Gamma/\Gamma \ll 1$ ), gli autovalori associati a  $|P_L\rangle$  e  $|P_H\rangle$  (che si erano già ricavati in sezione 3.2) possono essere riscritti come segue:

$$\begin{aligned} \mu_L &= M - i\frac{\Gamma}{2} - |M_{12}| \\ \mu_H &= M - i\frac{\Gamma}{2} + |M_{12}| \end{aligned} \quad (3.12)$$

con

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{\Gamma_L + \Gamma_H}{2} \\ M &= \frac{m_L + m_H}{2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

e quindi  $m_L = M - |M_{12}|$ ,  $m_H = M + |M_{12}|$  e  $\Delta m = m_H - m_L = 2|M_{12}|$ .  $M_{12}$  è l'elemento fuori diagonale della matrice  $\mathbf{M}$ , Hermitiana, ed esprime l'accoppiamento di massa tra i due autostati. L'evoluzione temporale degli autostati di massa è, semplicemente,

$$\begin{aligned} |P_L(t)\rangle &= e^{-i(M - \frac{\Delta m}{2} - i\frac{\Gamma}{2})t} |P_L\rangle \\ |P_H(t)\rangle &= e^{-i(M + \frac{\Delta m}{2} - i\frac{\Gamma}{2})t} |P_H\rangle \end{aligned} \quad (3.14)$$

Non potendo distinguere in una miscela l'autostato pesante da quello leggero a causa della loro vita media molto simile, è utile ricavare l'evoluzione temporale di stati che si chiameranno  $|P_{\text{phys}}^0(t)\rangle$  e  $|\overline{P^0}_{\text{phys}}(t)\rangle$ , cioè gli stati fisici che evolvono rispettivamente da  $|P^0\rangle$  e  $|\overline{P^0}\rangle$ . Essi si scriveranno

$$\begin{aligned} |P_{\text{phys}}^0(t)\rangle &= g_+(t)|P^0\rangle + \frac{q}{p}g_-(t)|\overline{P^0}\rangle \\ |\overline{P^0}_{\text{phys}}(t)\rangle &= \frac{p}{q}g_-(t)|P^0\rangle + g_+(t)|\overline{P^0}\rangle \end{aligned} \quad (3.15)$$

ove

$$\begin{aligned} g_+(t) &= e^{-(\frac{\Gamma}{2} + iM)t} \cos\left(\frac{\Delta m}{2}t\right) \\ g_-(t) &= ie^{-(\frac{\Gamma}{2} + iM)t} \sin\left(\frac{\Delta m}{2}t\right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

<sup>(1)</sup>Questo è vero assumendo che non sia possibile violare la simmetria CPT, che è considerata l'unica simmetria esatta in natura. Se si considera la violazione di CPT le costanti di accoppiamento sono quattro anziché due.

<sup>(2)</sup>Per i mesoni  $B$ , ad esempio, la differenza tra le vite medie può essere trascurata nel caso dei  $B_d^0$ , ma non nel caso dei  $B_s^0$ .

In questo modo si vede come uno stato che al tempo  $t = 0$  si trova puramente nello stato  $|P^0\rangle$  evolverà oscillando tra se stesso e  $|\overline{P^0}\rangle$ , e viceversa:

$$\begin{aligned} \text{Prob}[P^0(t) = P^0] &= |g_+(t)|^2 = \frac{1}{2}e^{-\Gamma t} [1 + \cos(\Delta mt)] \\ \text{Prob}[P^0(t) = \overline{P^0}] &= \left|\frac{q}{p}\right|^2 |g_-(t)|^2 = \left|\frac{q}{p}\right|^2 \frac{1}{2}e^{-\Gamma t} [1 - \cos(\Delta mt)] \end{aligned} \quad (3.17)$$

Il fenomeno dell'oscillazione di sapore è dovuto all'esistenza di stati comuni a cui sia  $P^0$  che  $\overline{P^0}$  possono accoppiarsi. Gli autostati di massa  $|P_L\rangle$  e  $|P_H\rangle$  contengono ambedue le componenti  $|P^0\rangle$  e  $|\overline{P^0}\rangle$ : una conseguenza di questo meccanismo è che, nonostante esistano canali di decadimento "preferiti" da  $P^0$  (ad esempio  $B^0 \rightarrow \overline{D}\pi$ ) e canali preferiti da  $\overline{P^0}$  (ad esempio  $\overline{B^0} \rightarrow D\pi$ ), esistono anche canali verso cui decadono entrambi ( $[B^0, \overline{B^0}] \rightarrow D\overline{D}$ ). Il contenuto delle eq.ni (3.15) e (3.16) si può interpretare dicendo che uno stato che in partenza è  $P^0$  farà decadimenti esponenzialmente soppressi dal termine  $e^{-\Gamma t}$ , con il decadimento "giusto" modulato da  $\cos^2(\frac{\Delta m}{2}t)$  e quello "sbagliato" modulato da  $\sin^2(\frac{\Delta m}{2}t)$  [10].

## Capitolo 4

# Osservazione sperimentale dell'oscillazione di sapore

Questo capitolo è rivolto all'osservazione sperimentale dell'oscillazione di sapore nei mesoni neutri. Si spiegherà come lo studio del decadimento è fondamentale per osservare e misurare l'oscillazione, secondo metodi che verranno introdotti nelle prossime sezioni. Si concluderà il capitolo, e con esso questa trattazione, presentando delle misure di oscillazione nel sistema  $B^0 - \bar{B}^0$  effettuate nell'ambito dell'esperimento BaBar allo Stanford Linear Accelerator Center.

### 4.1 Decadimenti e *flavor tagging*

Per misurare l'oscillazione di sapore nei sistemi di mesoni neutri è fondamentale studiare i loro decadimenti. Caratterizzare i prodotti di decadimento dei mesoni permette di risalire al sapore delle particelle madri, tramite il metodo del *flavor tagging*, e quindi di misurare i rate di eventi in cui è avvenuta o non è avvenuta l'oscillazione di sapore.

I mesoni neutri vengono studiati in laboratorio sfruttando le produzioni associate, ossia quelle in cui nello stato finale è presente una coppia particella-antiparticella.

Il flavor tagging, o etichettamento di sapore, si rende necessario in quanto le coppie di mesoni prodotte in processi come  $e^+e^- \rightarrow \Phi \rightarrow K^0\bar{K}^0$  oppure  $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$  sono stati coerenti, e quindi godono di un grado di indeterminazione quantistica che risulta ineliminabile fino al momento in cui una delle due particelle della coppia decade.

Nello specifico, la produzione di mesoni è dominata dalle interazioni forte ed elettromagnetica, che conservano entrambe il sapore, quindi un quark  $Q$  è sempre prodotto assieme al relativo antiquark  $\bar{Q}$  [11].

Il ragionamento alla base del flavor tagging è dunque il seguente: se rileviamo un quark  $Q$  in una certa regione del detector, sappiamo che il quark nella regione opposta è un  $\bar{Q}$ .

Prendiamo l'esempio dei processi  $p\bar{p} \rightarrow K^0 K^- \pi^+$  e  $p\bar{p} \rightarrow \bar{K}^0 K^+ \pi^-$ . Quando un mesone carico contenente il quark  $Q$  viene osservato, a un qualsiasi istante di tempo  $t$ , in una regione del rivelatore sappiamo che il mesone neutro prodotto nella regione opposta contiene il quark  $\bar{Q}$ . Il flavor tagging in questi casi è chiamato *a singolo mesone*.

D'altro canto, dopo la produzione di una coppia di mesoni neutri, entrambi oscillano. Determinare il sapore di uno dei due all'istante di tempo in cui esso decade ci dice - a quello stesso istante - il sapore dell'altro mesone, ma non ci dà informazioni circa il sapore all'istante della sua produzione.

Se tuttavia la coppia di mesoni è prodotta tramite uno stato intermedio di risonanza che ha momento angolare orbitale *dispari*, come nel caso di  $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B^0 \bar{B}^0$ , la correlazione tra i mesoni può essere espressa in una funzione d'onda antisimmetrica. L'antisimmetria della funzione d'onda fa sì che la sua dipendenza dalla differenza temporale  $t_- \equiv t_1 - t_2$  tra gli istanti di decadimento  $t_1$  e  $t_2$  dei due mesoni è la stessa dipendenza temporale che si osserva nel caso del flavor tagging a singolo mesone [11].

Per questo motivo, negli esperimenti con i mesoni  $B$  alla risonanza  $\Upsilon(4S)$  viene ignorata la correlazione nella produzione dei mesoni, i cui tassi di decadimento vengono trattati come nel caso di flavor tagging a singolo mesone.

## 4.2 Classificazione degli eventi

Il passo successivo al flavor tagging è la classificazione degli eventi prodotti come

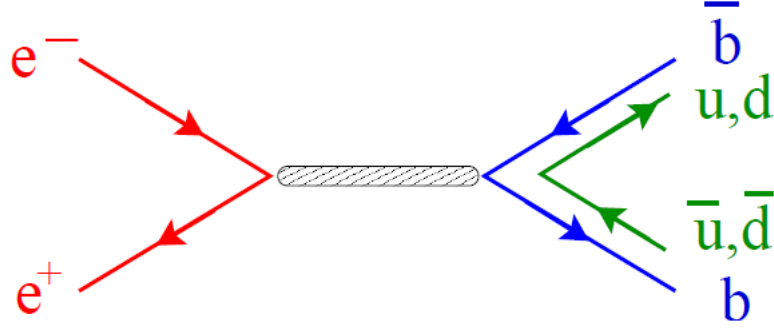
- eventi **non mescolati** (*unmixed*), se i prodotti del decadimento provengono da una coppia  $B^0 \bar{B}^0$  o  $\bar{B}^0 B^0$ , oppure
- eventi **mescolati** (*mixed*) se provengono da una coppia  $B^0 B^0$  o  $\bar{B}^0 \bar{B}^0$ .

La prima categoria descrive eventi in cui non è avvenuta l'oscillazione di sapore, mentre la seconda descrive eventi in cui è avvenuta. La prima evidenza di oscillazioni di sapore per i mesoni  $B^0$  si è avuta nel 1987 dall'esperimento ARGUS all'acceleratore  $e^+e^-$  DORIS (Amburgo) in modo "integrato sul tempo"<sup>(1)</sup>. Si osservarono per la prima volta eventi con due leptoni di uguale carica, uno stato finale raggiungibile dal decadimento di una coppia  $B^0 B^0$  o  $\bar{B}^0 \bar{B}^0$  ma non da  $B^0 \bar{B}^0$  o  $\bar{B}^0 B^0$  (quindi eventi mescolati).

## 4.3 Misure di oscillazione nell'esperimento BaBar

L'esperimento BaBar allo Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) è stato una delle principali collaborazioni attive nella ricerca sui mesoni  $B$  neutri. In particolare, nei primi anni Duemila sono stati condotti presso il collisore PEP-II esperimenti i cui risultati hanno costituito un'importante verifica del meccanismo di Kobayashi-Maskawa

<sup>(1)</sup>In ARGUS non era ancora tecnologicamente possibile, infatti, lo studio tempo-dipendente del decadimento dei mesoni, una caratteristica per cui si distingue invece l'esperimento BaBar.



**Figura 4.1.** Produzione di coppie  $B\bar{B}$  nel decadimento di  $\Upsilon(4S)$  [5].

di violazione della simmetria CP. Un'importante componente degli esperimenti condotti in BaBar è la misura dell'oscillazione di sapore nelle coppie di mesoni  $B$  neutri prodotte in seguito alla reazione

$$e^+e^- \longrightarrow \Upsilon(4S) \longrightarrow B\bar{B} \quad . \quad (4.1)$$

Questa reazione (Figura 4.1) produce pressoché uguali quantità di coppie  $B^+B^-$  e  $B^0\bar{B}^0$ . In particolare, i decadimenti della risonanza  $\Upsilon(4S)$  avevano luogo al PEP-II in seguito a collisioni asimmetriche tra fasci di elettroni e fasci di positroni accelerati con impulso di verso opposto. Tra il 1999 e il 2002, le collisioni avvenivano tra fasci di elettroni di impulso medio pari a 9 GeV e fasci di positroni di impulso medio pari a 3.1 GeV [5].

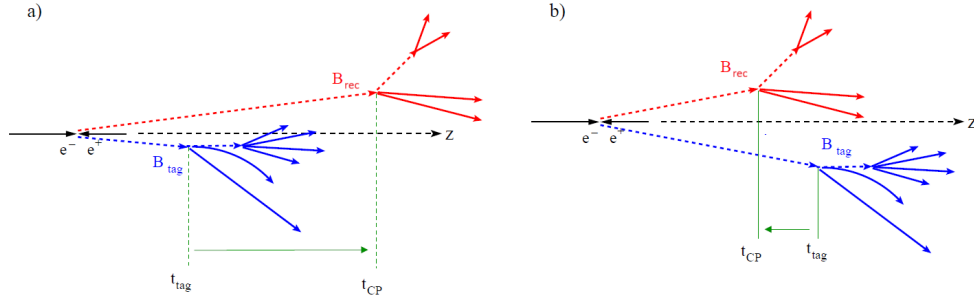
Negli esperimenti, un mesone  $B$  è completamente ricostruito in un autostato di sapore ( $B_{\text{rec}}$ ), e il sapore dell'altro mesone ( $B_{\text{tag}}$ ) è determinato a partire dai suoi prodotti di decadimento (Figura 4.2): questi eventi sono impiegati per misurare la frequenza di oscillazione  $B^0\bar{B}^0$ . Se  $B_{\text{rec}}$  e  $B_{\text{tag}}$  sono entrambi  $B^0$  o entrambi  $\bar{B}^0$  si ha un evento mescolato, se hanno invece sapore diverso si ha un evento non mescolato.

Il numero di eventi in ciascuna categoria dipende dall'intervallo temporale  $\Delta t = t_{\text{rec}} - t_{\text{tag}}$  che intercorre tra il decadimento di un  $B_{\text{rec}}$  verso un autostato di sapore al tempo  $t_{\text{rec}}$  e il decadimento di  $B_{\text{tag}}$  al tempo  $t_{\text{tag}}$ .

Le frequenze tempo-dipendenti degli eventi mescolati e non mescolati sono date da [5]

$$\begin{aligned} f_{\text{unmix}} &\propto e^{-\Gamma|\Delta t|} [1 + \cos(\Delta m_d \Delta t)] \\ f_{\text{mix}} &\propto e^{-\Gamma|\Delta t|} [1 - \cos(\Delta m_d \Delta t)] \end{aligned} \quad , \quad (4.2)$$

e sono visibili in Figura 4.3. La frequenza di oscillazione  $\Delta m_d$  è la differenza tra le masse  $m_H$  e  $m_L$  degli autostati di massa ed è stata introdotta in sezione 3.4. A  $t = 0$  tutti gli eventi sono non mescolati. Il valore di  $\Delta m_d = 0.489 \pm 0.008 \text{ ps}^{-1}$  è piccolo in confronto alla vita media di  $B^0$   $\tau_{B^0} = 1.542 \pm 0.016 \text{ ps}$ , fatto che permette l'osservazione sperimentale dell'oscillazione. La probabilità di oscillazione è data



**Figura 4.2.** Topologia dei decadimenti  $\Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$  studiati in BaBar, dove  $\Upsilon(4S)$  ha boost di Lorentz nel laboratorio [5]. Il segno di  $\Delta t = t_{\text{rec}} - t_{\text{tag}}$  può essere a) positivo o b) negativo, a seconda dell'ordine in cui le particelle decadono.

dalla funzione di asimmetria

$$\mathcal{A}_{\text{mix}}(\Delta t) = \frac{f_{\text{unmix}} - f_{\text{mix}}}{f_{\text{unmix}} + f_{\text{mix}}} \quad , \quad (4.3)$$

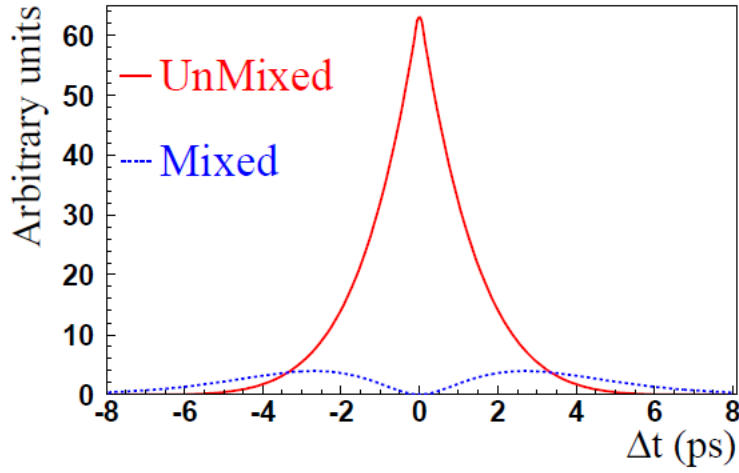
illustrata in Figura 4.4.

In questi esperimenti è fondamentale la tecnica del flavor tagging. Essa viene impiegata, in BaBar, nell'ambito di decadimenti adronici (in cui nello stato finale sono presenti adroni) e semileptonici (in cui nello stato finale sono presenti un leptone e il suo neutrino) dei mesoni  $B$ . La carica dei leptoni ottenuti nei decadimenti semileptonici è correlata al contenuto in quark del mesone  $B$  che decade. Il numero e la carica dei kaoni negli stati finali dei decadimenti adronici, invece, sono usati per determinare il sapore dei  $B$  attraverso la catena di decadimenti  $b \rightarrow c \rightarrow s$  [5].

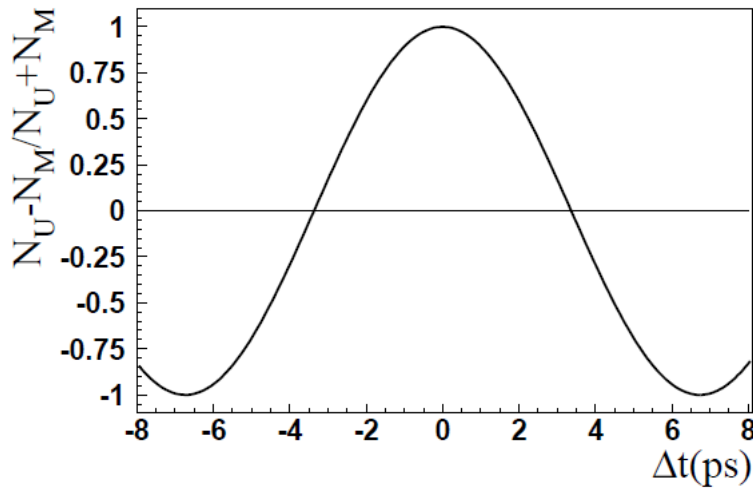
L'algoritmo di flavor tagging usato in BaBar è basato sulle correlazioni tra il sapore dei mesoni  $B$  neutri e la carica di leptoni, kaoni e pioni negli stati finali dei decadimenti. In particolare,

- nei **decadimenti semileptonici**, che costituiscono circa il 20% di tutti i canali di decadimento dei mesoni  $B$  [5], sono presenti nello stato finale un leptone e il suo neutrino (Figura 4.5). La carica dei leptoni è correlata al sapore dei quark del mesone  $B$  che decade. In generale, infatti, la carica del leptone nello stato finale di un decadimento semileptonico ha lo stesso segno del quark pesante che decade, secondo la regola  $\Delta B = \Delta Q$  (ove  $B$  è il numero barionico) [9];
- nei **decadimenti adronici** il sapore del mesone  $B$  che decade è stabilito in correlazione al segno dei kaoni e dei pioni prodotti (Figura 4.6 e Figura 4.7).

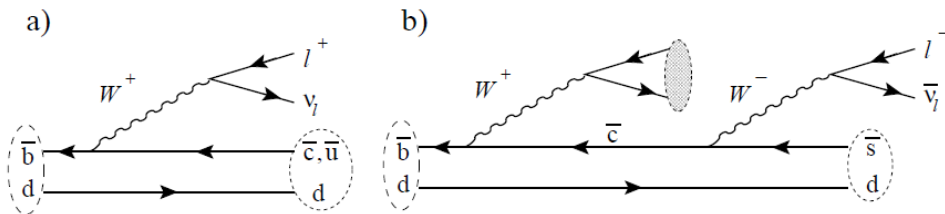
La separazione tra i vertici di decadimento di  $B_{\text{rec}}$  e  $B_{\text{tag}}$  permette di calcolare il tempo  $\Delta t = t_{\text{rec}} - t_{\text{tag}}$  che intercorre tra i due decadimenti. L'utilizzo di un collisore asimmetrico (in cui il centro di massa delle particelle madri ha boost di Lorentz nel laboratorio) risulta, a tal proposito, particolarmente vantaggioso. Nelle collisioni prodotte in BaBar tra il 1999 e il 2002, i mesoni  $B$  possedevano una separazione



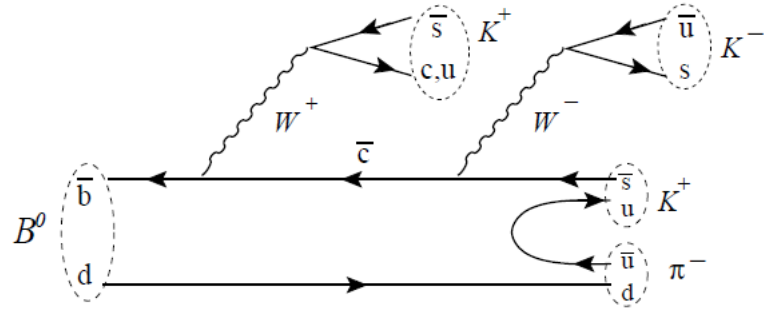
**Figura 4.3.** Frequenze di osservazione di eventi mescolati e non mescolati in funzione di  $\Delta t = t_{\text{rec}} - t_{\text{tag}}$  [5].



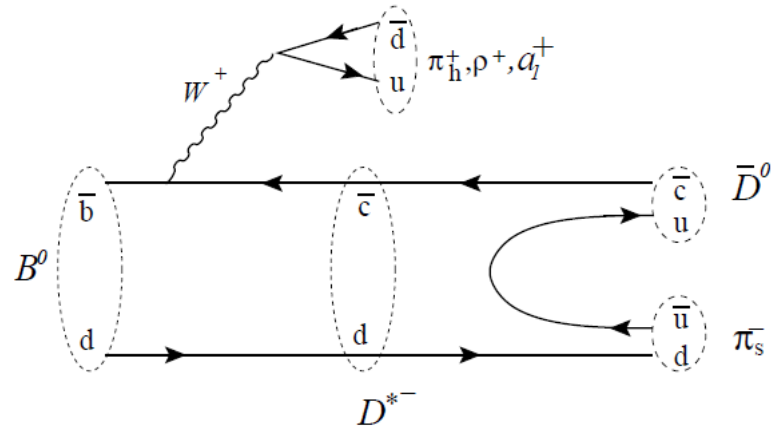
**Figura 4.4.** Asimmetria tra il numero di eventi mescolati e non mescolati in funzione di  $\Delta t = t_{\text{rec}} - t_{\text{tag}}$  [5].



**Figura 4.5.** Leptoni primari dai decadimenti di  $B$  in a), e leptoni secondari con carica opposta nei decadimenti a cascata  $b \rightarrow c \rightarrow s$  in b) [5].

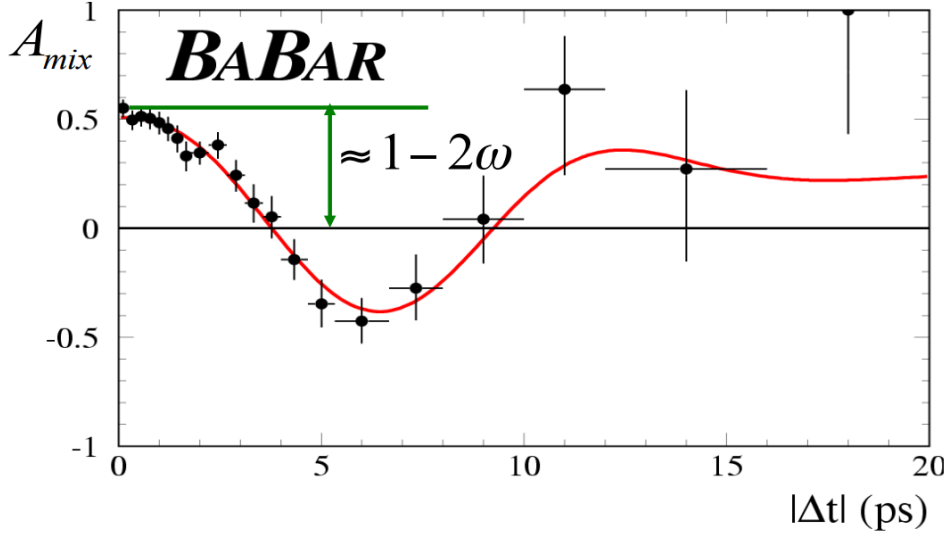


**Figura 4.6.** Fonti di kaoni carichi nel decadimento di un  $B^0$  [5].



**Figura 4.7.** Il decadimento  $B^0 \rightarrow D^{*-} \pi^+, \rho^+, a_1^+$  [5]. La carica dei pioni  $\pi_s$  e  $\pi_h$  è correlata al sapore del mesone  $B$  neutro.





**Figura 4.8.** Asimmetria che misura l'oscillazione  $B^0 - \overline{B}^0$ , tenendo conto dell'errore commesso nel *mistag* di una frazione  $\omega$  di eventi [12]. Si può osservare come il  $B^0$  oscilla completamente in circa 4 vite medie.

media di  $30 \mu\text{m}$  nel sistema di riferimento solidale con  $\Upsilon(4S)$  e di  $250 \mu\text{m}$  nel sistema di riferimento solidale con il laboratorio (in cui  $\Upsilon(4S)$  ha boost  $\beta\gamma = 0.55$ ). Per questo in un collisore come quello adoperato in BaBar la separazione poteva essere misurata con una precisione sufficiente per effettuare un'analisi dei decadimenti in funzione del tempo [5], a differenza dell'esperimento ARGUS.

È importante notare che il flavor tagging non assegna il sapore giusto nella totalità dei casi. L'errore nell'etichettatura, se avviene in una frazione  $\omega$  di tutti gli eventi, introduce una diluizione nella misura in quanto riduce l'ampiezza dell'asimmetria osservata [12]. Tenendo conto della diluizione si ha

$$\mathcal{A}_{\text{mix}}(\Delta t) = \frac{f_{\text{unmix}} - f_{\text{mix}}}{f_{\text{unmix}} + f_{\text{mix}}} = (1 - 2\omega) \cos(\Delta mt) = D \cos(\Delta mt) \quad , \quad (4.4)$$

ove  $D = 1 - 2\omega$  è il fattore di diluizione dovuto all'errore nell'etichettatura (*mistag*). In Figura 4.8 si può osservare l'andamento sperimentale dell'asimmetria in eq.(4.4).



## Capitolo 5

# Conclusioni

L'oscillazione di sapore nei sistemi di mesoni neutri è un fenomeno di relativamente semplice descrizione, in quanto emerge spontaneamente, nell'approssimazione di Wigner-Weisskopf, dall'evoluzione temporale di mesoni neutri  $P^0 - \overline{P}^0$  sotto l'effetto dell'interazione debole: una volta prodotto,  $P^0$  vive oscillando tra lo stato di particella e quello di antiparticella, che ha sapore opposto, fino all'istante in cui decade.

L'origine dell'oscillazione risiede nel meccanismo di mescolamento tra quark, previsto dal Modello Standard e quantificato dagli elementi della matrice CKM, che modificano l'intensità di transizione tra i quark di diverso sapore nelle interazioni deboli.

L'oscillazione di sapore può essere misurata studiando la produzione di coppie di mesoni neutri, come ad esempio  $B^0 - \overline{B}^0$ . Grazie alla tecnica del flavor tagging, in esperimenti come BaBar è possibile determinare il sapore di entrambi i mesoni prodotti solo dopo che la coerenza quantistica del sistema è stata rotta dal decadimento di uno dei due. Un metodo per osservare l'oscillazione in laboratorio è, per esempio, tramite una funzione che esprima il rapporto tra coppie in cui è avvenuta e coppie in cui non è avvenuta l'oscillazione.



# Bibliografia

- [1] R. Cahn and G. Goldhaber, *The Experimental Foundations of Particle Physics*. Cambridge University Press, 1989, ch. 1.
- [2] N. Cabibbo, “Mescolamento dei quark.” [Online]. Available: <https://chimera.roma1.infn.it/OMAR/gauge/2009/Mixing.pdf>
- [3] Wikipedia, “Modello standard,” ultima modifica 12 lug 2023. [Online]. Available: [https://it.wikipedia.org/wiki/Modello\\_standard](https://it.wikipedia.org/wiki/Modello_standard)
- [4] G. Mancarella, “I quark e l’interazione forte.” [Online]. Available: <http://www.dmf.unisalento.it/~manca/fns/stint.pdf>
- [5] S. Rahatlou, “Observation of matter–antimatter asymmetry in the  $B^0$  meson system,” Ph.D. dissertation, University of California, San Diego, 2002.
- [6] Wikipedia, “List of mesons.” [Online]. Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_mesons](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_mesons)
- [7] G. Fiorentini, “Processi di decadimento.” [Online]. Available: <https://www.fe.infn.it/radioactivity/fiorentini/materials/courses/subatomica/7-processi%20di%20decadimento.pdf>
- [8] Wikipedia, “List of feynman diagrams.” [Online]. Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_Feynman\\_diagrams](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Feynman_diagrams)
- [9] G. C. Branco, L. Lavoura, and J. P. Silva, *CP Violation*. Oxford Clarendon Press, 1999, ch. 6.
- [10] R. Cahn and G. Goldhaber, *The Experimental Foundations of Particle Physics*. Cambridge University Press, 1989, ch. 15.
- [11] G. C. Branco, L. Lavoura, and J. P. Silva, *CP Violation*. Oxford Clarendon Press, 1999, ch. 9.
- [12] M. Calvi, “Le oscillazioni dei mesoni neutri  $B$ .” [Online]. Available: <https://virgilio.mib.infn.it/~calvi/P3/8.OscillazioniB.pdf>