ALGORYTMY KWANTOWE
Lista nr 3

1. Niech $\varphi : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ będzie przekształceniem liniowym. Niech $\mathcal{B} = \{v_1, v_2\}$ będzie bazą $\mathbb{C}^2$. Wyznacz macierz przekszcałcenia φ w bazie $\mathcal{B}$, gdzie
   (a) $\varphi([\alpha, \beta]^T) = [\alpha, i\beta]^T$, $v_1 = [1, 0]^T$, $v_2 = [0, 1]^T$.
   (b) $\varphi([\alpha, \beta]^T) = [i\beta, -i\alpha]^T$, $v_1 = [\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}]^T$, $v_2 = [\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}]^T$.

2. Niech $\varphi : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ będzie przekształceniem liniowym. Niech M będzie macierza przekszcałcenia φ w bazie $\mathcal{B} = \{v_1, v_2\}$. Wyznacz $\varphi([\alpha, \beta]^T)$, gdzie
   (a) $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{bmatrix}$, $v_1 = [1, 0]^T$, $v_2 = [0, 1]^T$
   (b) $M = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$, $v_1 = [1, 0]^T$, $v_2 = [0, 1]^T$

3. Sprawdź, czy macierz M jest unitarna, gdzie
   (a) $M = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$,
   (b) $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\pi}{4}} \end{bmatrix}$
   (c) $M = \begin{bmatrix} \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} \\ \frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2} \end{bmatrix}$

4. Zaimplementuj obiekt `Qubit`, który:
   (a) posiada konstruktory: losowy qubit (losowe α, β), ustalony qubit (dane α, β)
   (b) posiada metody - bramki unarne, $H, X, Y, Z, S, S^\dagger, T, T^\dagger$ - zwracające qubit i aktualizuje stan qubitu
   (c) wypisuje aktualny stan qubitu