

ALGORYTMY KWANTOWE

Lista nr 2

1. Niech $V = \mathbb{C}^4$ Niech $v = [2 + 3i, -2i, 5, i]$, $w = [-i, -1, 3 - i, -1 - i]$. Oblicz

- (a) $\langle v|w \rangle$
- (b) $\langle w|v \rangle$
- (c) $\langle v|v \rangle$
- (d) $\langle w|w \rangle$
- (e) $\|v\|, \|w\|$

2. Sprawdź, czy dane wektory tworzą bazę ortonormalną przestrzeni V :

- (a) $V = \mathbb{C}^4$, $v_1 = [i, 0, 0, 0]$, $v_2 = [0, i, 0, 0]$, $v_3 = [0, 0, i, 0]$, $v_4 = [0, 0, 0, i]$
- (b) $V = \mathbb{C}^2$, $v_1 = [\frac{i}{\sqrt{2}}, 0]$, $v_2 = [0, \frac{-1}{\sqrt{2}}]$
- (c) $V = \mathbb{C}^2$, $v_1 = [\frac{1+i}{2}, 0]$, $v_2 = [0, \frac{1-i}{2}]$
- (d) $V = \mathbb{C}^4$, $v_1 = [e^{2\pi i}, 0, 0, 0]$, $v_2 = [0, e^{\pi i}, 0, 0]$, $v_3 = [0, 0, e^{\frac{2}{3}\pi i}, 0]$, $v_4 = [0, 0, 0, e^{\frac{\pi}{2}i}]$

3. Niech V będzie przestrzenią unitarną. Udowodnij, że dla każdego $v, w_1, w_2 \in V$ prawdziwa jest równość

$$\langle v|w_1 + w_2 \rangle = \langle v|w_1 \rangle + \langle v|w_2 \rangle.$$

4. Niech V będzie przestrzenią unitarną nad K . Udowodnij, że dla każdego $v, w \in V$, $\alpha \in K$ prawdziwa jest równość

$$\langle v|\alpha w \rangle = \overline{\alpha} \langle v|w \rangle.$$

5. Niech V będzie przestrzenią unitarną. Udowodnij, że dla każdego $v, w \in V$ prawdziwa jest nierówność

$$\|v + w\| \leq \|v\| + \|w\|$$

6. Niech V będzie przestrzenią unitarną. Udowodnij, że dla każdego $v, w \in V$ prawdziwa jest nierówność

$$|\langle v|w \rangle| \leq \|v\| \|w\|.$$

7. Zaimplementuj obiekt **Wektor**, który ma rozmiar n i współrzędne będące liczbami zespolonymi. Obiekt ma posiadać metody:

- (a) suma wektorów - zwracającą obiekt klasy **Wektor**
- (b) mnożenie wektora przez skalar zwracającą obiekt klasy **Wektor**
- (c) iloczyn skalarny - zwracającą liczbę zespoloną
- (d) norma wektora - zwracającą liczbę zespoloną