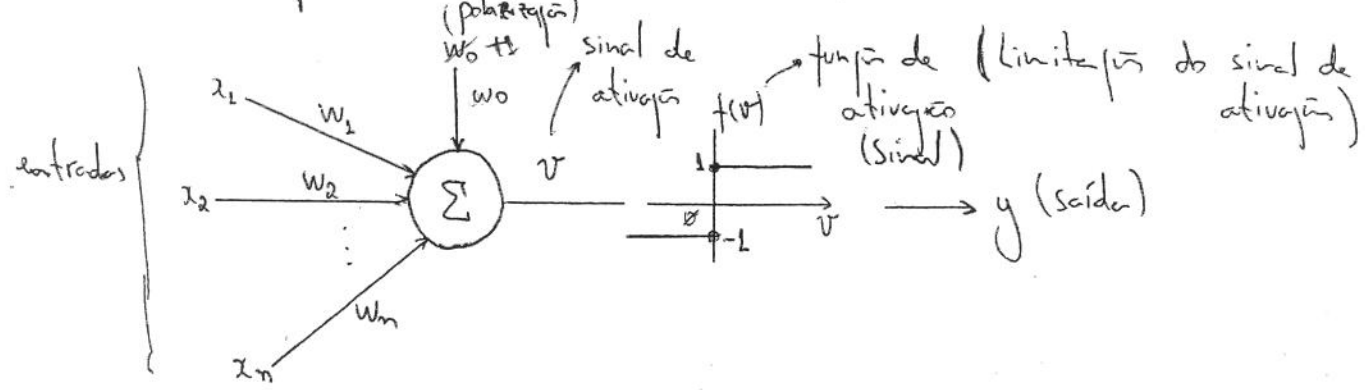
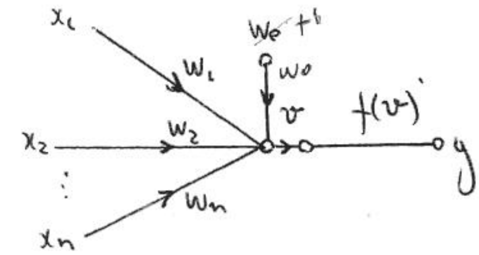
Modelo Perceptron e o Problema da Separabilidade Linear

Frank Rosenblatt → 1958

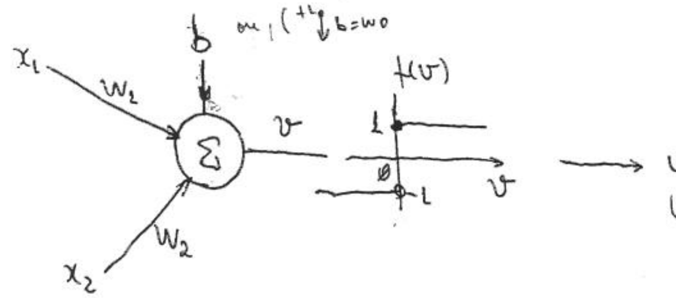
Introdução do conceito de aprendizado supervisionado em RNAs para padrões linearmente separáveis.



↓ Representação em grafo de fluxo de sinal



Classificador de Padrões para o caso de 2 entradas x_1 e x_2



$$v = W_1 \cdot x_1 + W_2 \cdot x_2 + b$$

$$y = \begin{cases} +1 & \text{se } \sum (W_i x_i) + b \geq 0 \\ -1 & \text{se } \sum (W_i x_i) + b < 0 \end{cases}$$

Separação do hiperplano fronteira de decisão

$\therefore \; W_1 x_1 + W_2 x_2 + b = 0$

↘

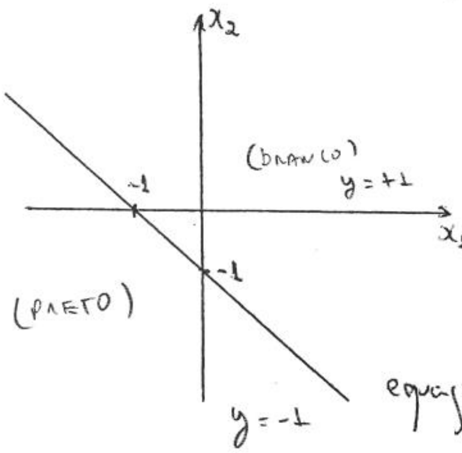
$$x_2 = -\frac{W_1}{W_2} \cdot x_1 - \frac{b}{W_2} = m x_1 + q \quad \text{(Equação da reta)}$$

Separador linear → classifica o conjunto de estímulos externos x_1, x_2 em uma de duas classes.

Apresentar Demos do Toolbox de Redes Neurais do Matlab 6.0.

- <u>Decisión Boundaries:</u> (Classes branco e preto)

(1)



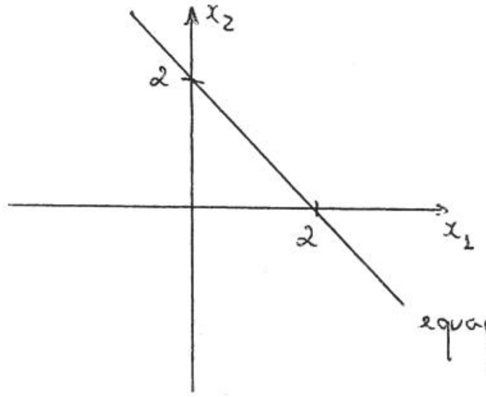
FAZER (1) e (2) NO MATLAB: DEMO DECISIÓN BOUNDARIES

equação da reta $x_2 = -x_1 - 1$

$$\therefore \frac{W_1}{W_2} = 1 \quad e \quad \frac{b}{W_2} = 1$$

condição obtida com $W_1 = W_2 = b = \sqrt{2}$ (exemplo)

(2)



equação da reta $x_2 = -x_1 + 2$

condição obtida com $W_1 = W_2 = \sqrt{2}$ e $b = -2\sqrt{2}$

• Perceptron Learning Rule. (Não apresentar o Teorema de Convergência do Perceptron) Só Pós-Gra

O problema da Separabilidade Linear (Marvin Minsky e Seymore Papert 1969) M

Problema do Ou-Exclusivo

$y = Xor(x_1, x_2)$

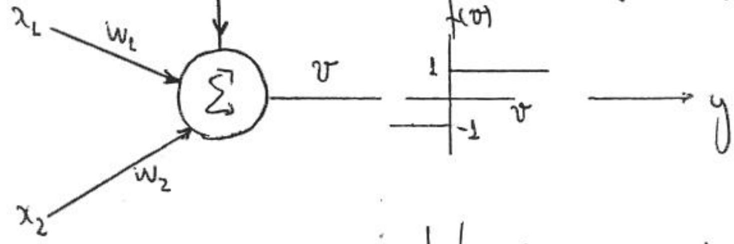
-1 equivale a ∅
+1 equivale a 1

x_1	x_2	y
1	1	-1
1	-1	1
-1	1	1
-1	-1	-1

x_1	x_2	y
1	1	0
1	0	1
0	1	1
∅	0	0

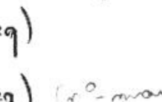
1º Caso) Implementação dessa função através da seguinte arquitetura (Perceptron)

$-w_0$ (Utilizado por Minsky e Papert) Nomenclatura



$$y = \text{sinal}\left(w_1 x_1 + w_2 x_2 - w_0\right)$$

x_1	x_2	y	condição para y
1	1	-1	$1 \cdot w_1 + 1 \cdot w_2 - w_0 < 0$ 1ª ineq)
1	-1	1	$1 w_1 - 1 \cdot w_2 - w_0 > 0$ 2ª ineq)
-1	1	1	$-1 \cdot w_1 + 1 \cdot w_2 - w_0 > 0$ 3ª ineq)
-1	-1	-1	$-1 \cdot w_1 - 1 \cdot w_2 - w_0 < 0$ 4ª ineq)



impossível satisfazer as 4 condições com os 3 parâmetros w_1, w_2 e w_0 ajustáveis

1ª inequação) $w_1 + w_2 - w_0 < 0$

$w_0 > w_1 + w_2$

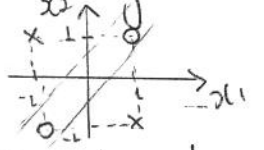
4ª inequação) $-w_1 - w_2 - w_0 < 0$

$\cancel{W_0 > -W_1 - W_2}$ $\rightarrow$ $W_1 + W_2 > -W_0$

ou seja p/ W_0 qualquer, as condições não são satisfeitas simultaneamente

+ fácil → verificação 1^a ineq $-$ 2^a ineq $\rightarrow$ $2W_2 < 0$ | 3^a ineq $-$ 4^a ineq $\rightarrow$ $2W_2 > 0$

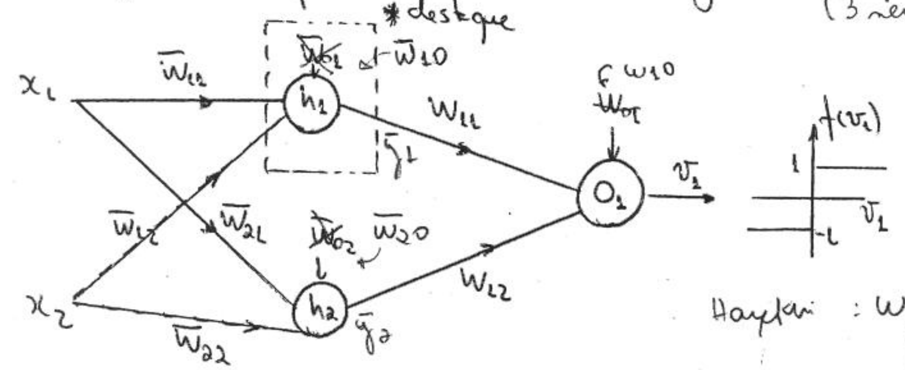
O problema Xor é um problema chamado linearmente independente, pois não há como dividir o espaço das variáveis de entrada em regiões de saídas iguais por uma simples condição linear.



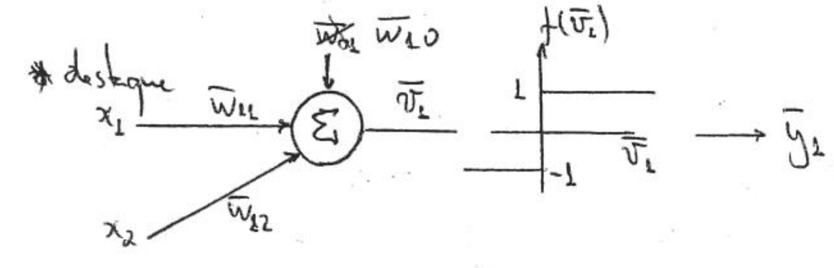
$O \equiv -1$ (Branco)
$x = 1$ (Preto)

∄ uma única reta que permita separar as 2 classes. Precisa pelo menos de duas retas

2^o Caso) Implementação através da seguinte arquitetura: (3 neurônios)



Haykin : $w_{\gamma\lambda}$ → entrada ou saída do
→ neurônio anterior



Equações da rede: camada escondida $\overline{y}_j = \text{sinal}(\overline{v}_j) = \text{sinal}\left(\sum_{p=1}^{2} \overline{w}_{jp}\, x_p + \overline{w}_{j0}\right)$, $j=1,2$

Camada de saída $y_k = \text{sinal}(v_k) = \text{sinal}\left(\sum_{j=1}^{2} w_{kj} \cdot \overline{y}_j + w_{k0}\right)$, k

considerando $\overline{W}_{11} = \overline{W}_{12} = \overline{W}_{21} = \overline{W}_{22} = W$

$\cancel{\overline{W}_{01}}$ $\overline{w}_{10} = -W$

$\cancel{\overline{W}_{02}}$ $\overline{w}_{20} = W$

com $\boxed{W \in \mathbb{R}_+}$

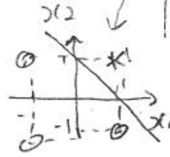
$W_{11} = -2W$

$W_{12} = W$

$\cancel{W_{01}}$ $W_{10} = -2W$

Verificação

x_1	x_2	y_1	$\bar{v}_1$	$\bar{v}_2$	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	v_1	y_1
1	1	-1	$W+W-W=W$	$W+W+W=3W$	1	1	$-3w$	-1
1	-1	1	$W-W-W=-W$	w	-1	1	w	1
-1	1	1	$-W+W-W=-W$	w	-1	1	w	1
-1	-1	-1	$-W-W-W=-3W$	$-w$	-1	-1	$-w$	-1
					E (x_1x_2)	OR (x_1+x_2)		ExOR



LINEARMENTE SEPARÁVEIS

$\overline{x_1x_2} * (x_1+x_2)$ OK!

Como determinar w? → Próximas aulas.