

Escola de Engenharia Mauá

*ECM511 – Teoria dos Grafos, Pesquisa Operacional e ~Métodos de
Otimização*

Prof. Joyce M Zampirolli

joyce.zampirolli@maua.br

Solução gráfica de PPL e Excel

Esta apresentação é complementada pelo material didático indicado na apostila da disciplina EPM101.

Atenção: o estudo desta apresentação não substitui o acompanhamento das aulas!

Exemplo

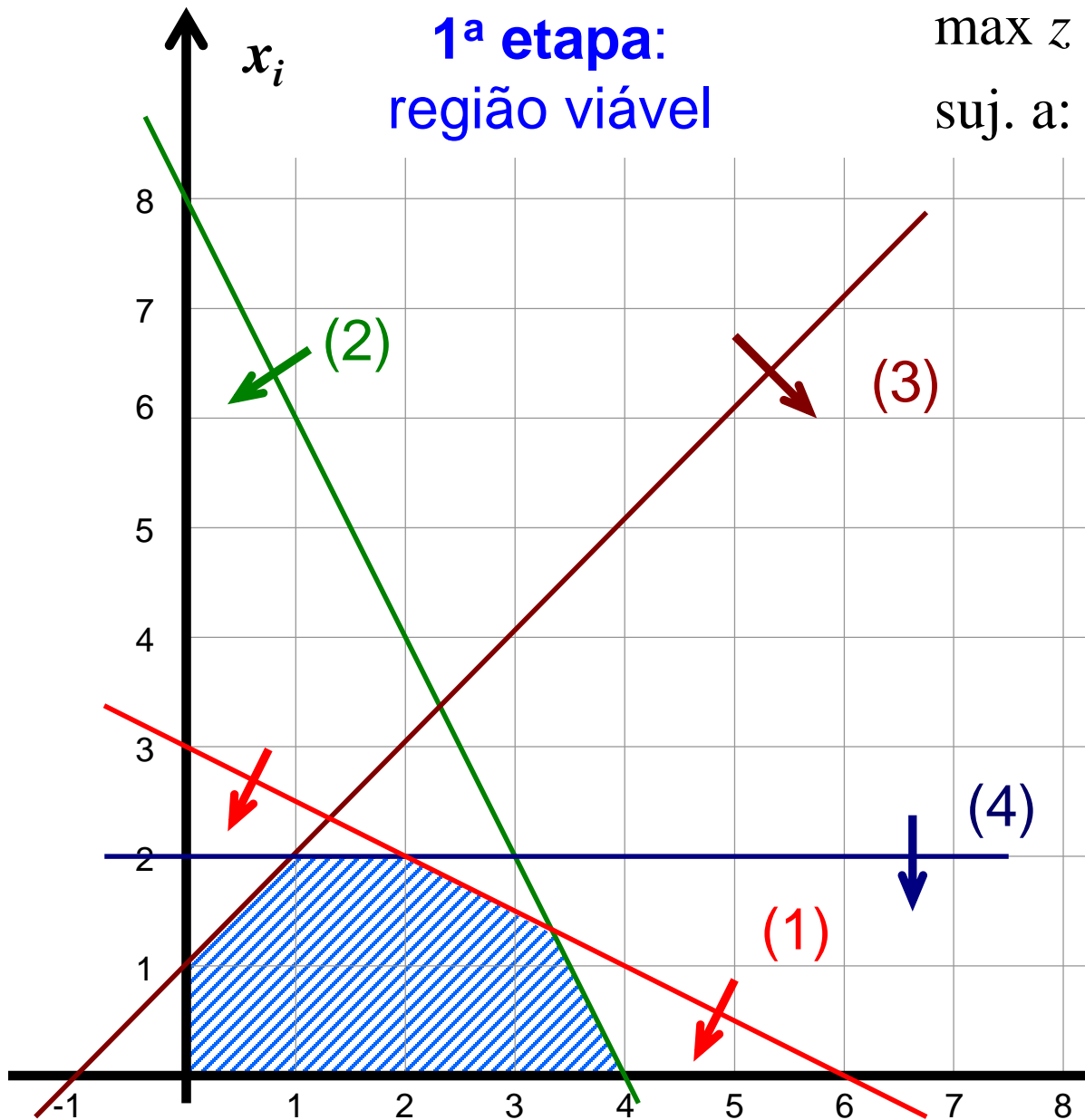
1) Uma fábrica produz tintas para interiores e exteriores, usando como insumos dois tipos de materiais (A e B). As disponibilidades diárias dos materiais e as quantidades utilizadas por tonelada de tinta produzida estão relacionadas na Tabela 1.1.

Tabela 1.1 - Informações sobre o consumo de materiais

	Consumo de material (t) por 1 t de tinta		Disponibilidade máxima (t)
	Exterior	Interior	
Material A	1	2	6
Material B	2	1	8

Uma pesquisa de mercado estabeleceu que a venda diária de tintas para interiores não pode exceder a de tintas para exteriores em mais de uma tonelada. A demanda máxima de tintas para interiores é limitada em 2 toneladas por dia. O preço de venda das tintas para exteriores e interiores é de R\$ 3.000,00 e R\$ 2.000,00 por tonelada, respectivamente.

Exemplo



$$\max z = 3x_e + 2x_i$$

$$\text{sujeito a: } x_e + 2x_i \leq 6 \quad (1)$$

$$2x_e + x_i \leq 8 \quad (2)$$

$$x_i - x_e \leq 1 \quad (3)$$

$$x_i \leq 2 \quad (4)$$

$$x_e, x_i \geq 0 \quad (5)$$

Para cada restrição:

1) Determine a fronteira

Restr. 1: $x_e + 2x_i = 6$

2) Região de interesse?

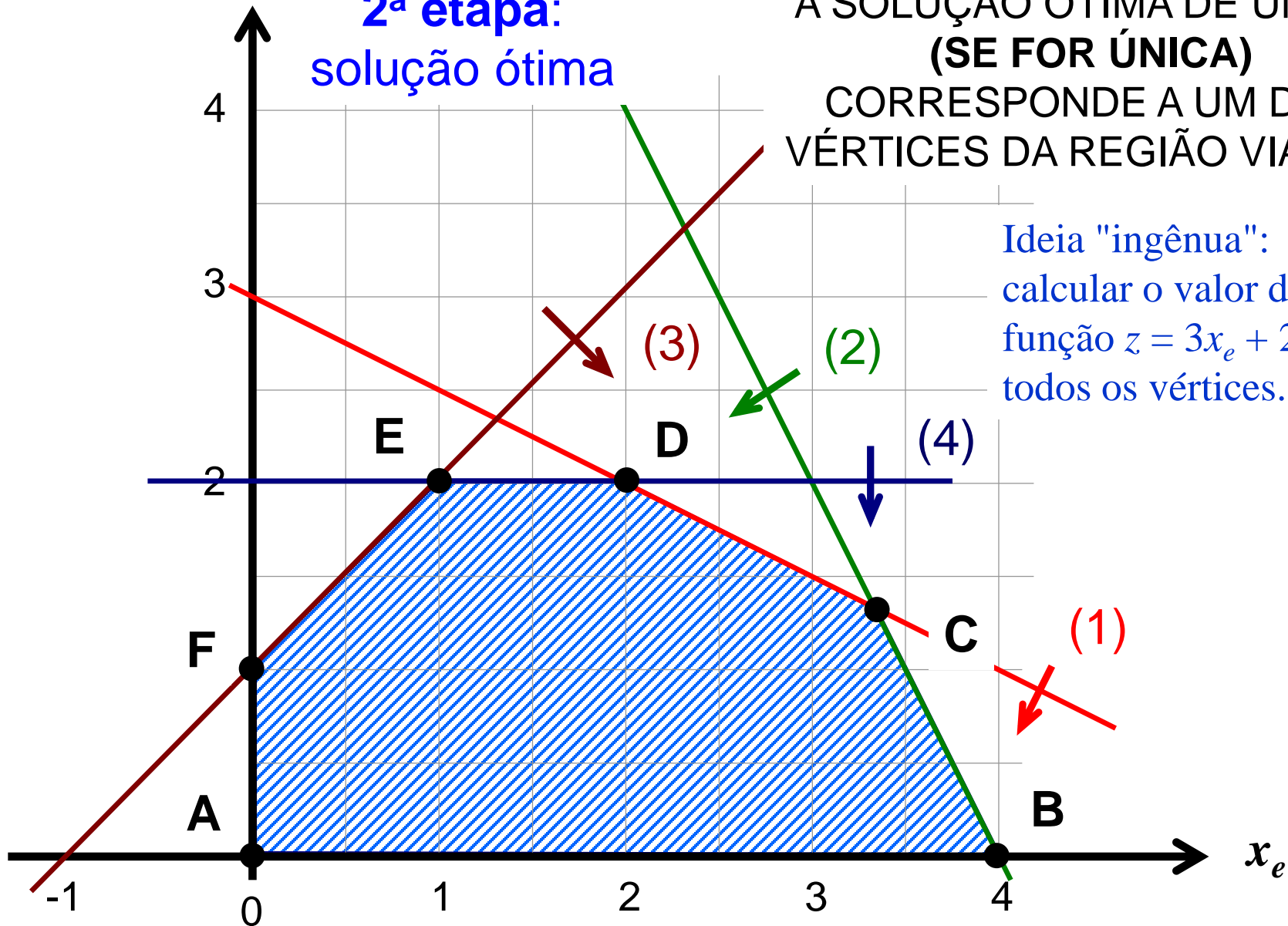
Teste um ponto **que não esteja** na fronteira.

Região viável

2ª etapa:
solução ótima

"A SOLUÇÃO ÓTIMA DE UM PPL
(SE FOR ÚNICA)
CORRESPONDE A UM DOS
VÉRTICES DA REGIÃO VIÁVEL"

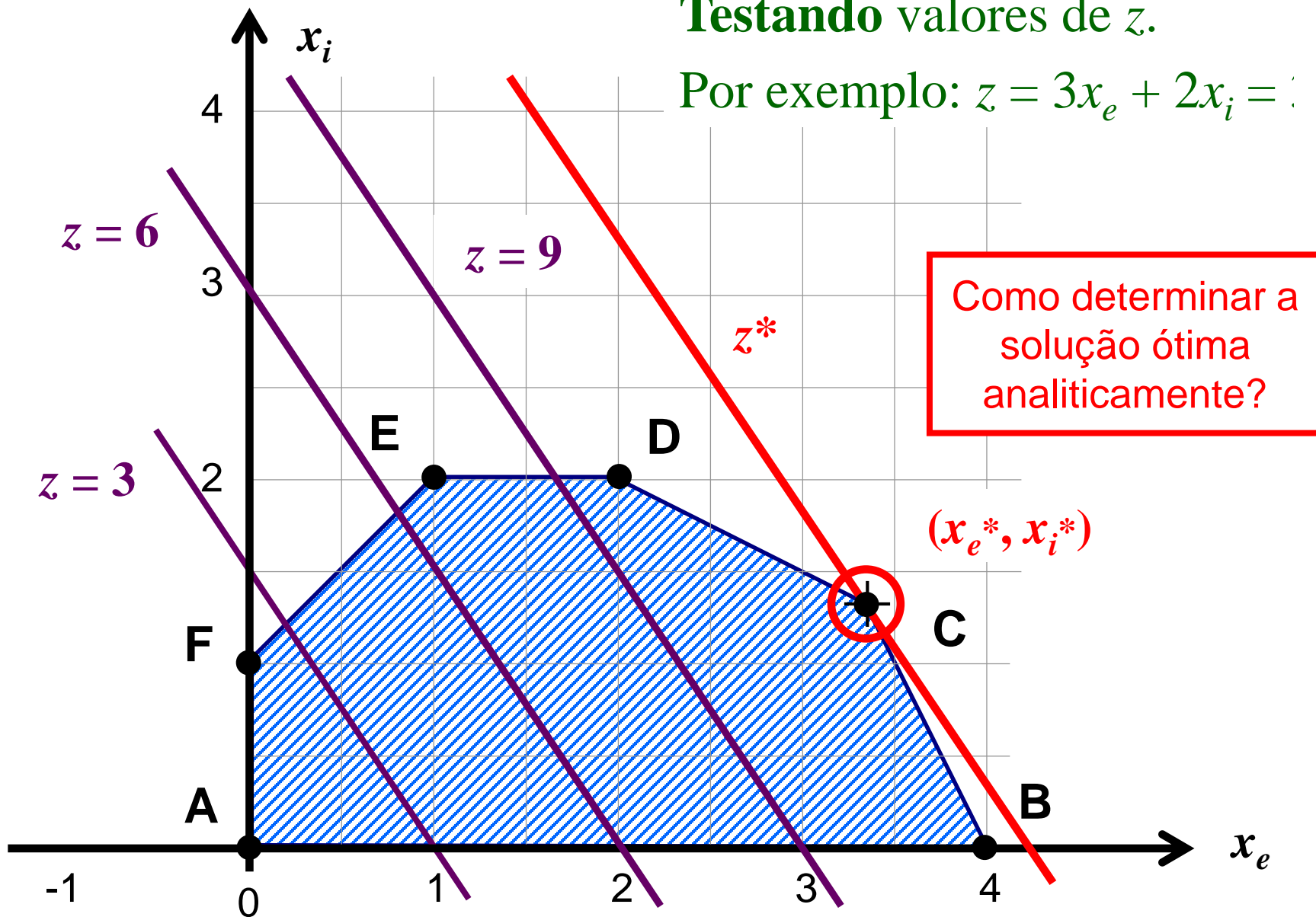
Ideia "ingênua":
calcular o valor da
função $z = 3x_e + 2x_i$ em
todos os vértices.



Solução ótima

Testando valores de z .

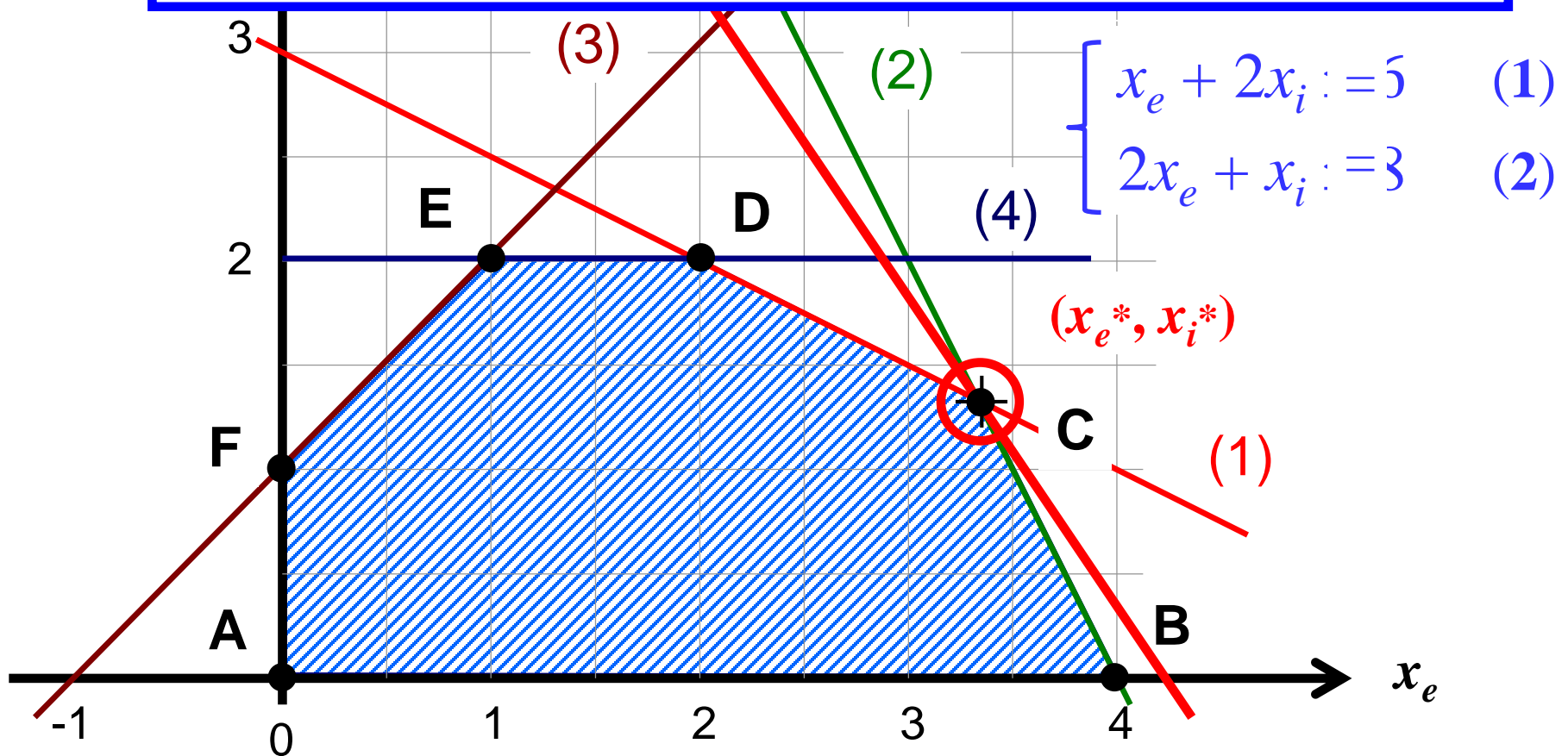
Por exemplo: $z = 3x_e + 2x_i = 6$



Restrições atuantes

As coordenadas de um vértice dependem de quais restrições são **atuantes** neste ponto. Uma restrição é **atuante em um ponto** quando:

lado esquerdo da restrição = lado direito



Solução ótima: processo gráfico

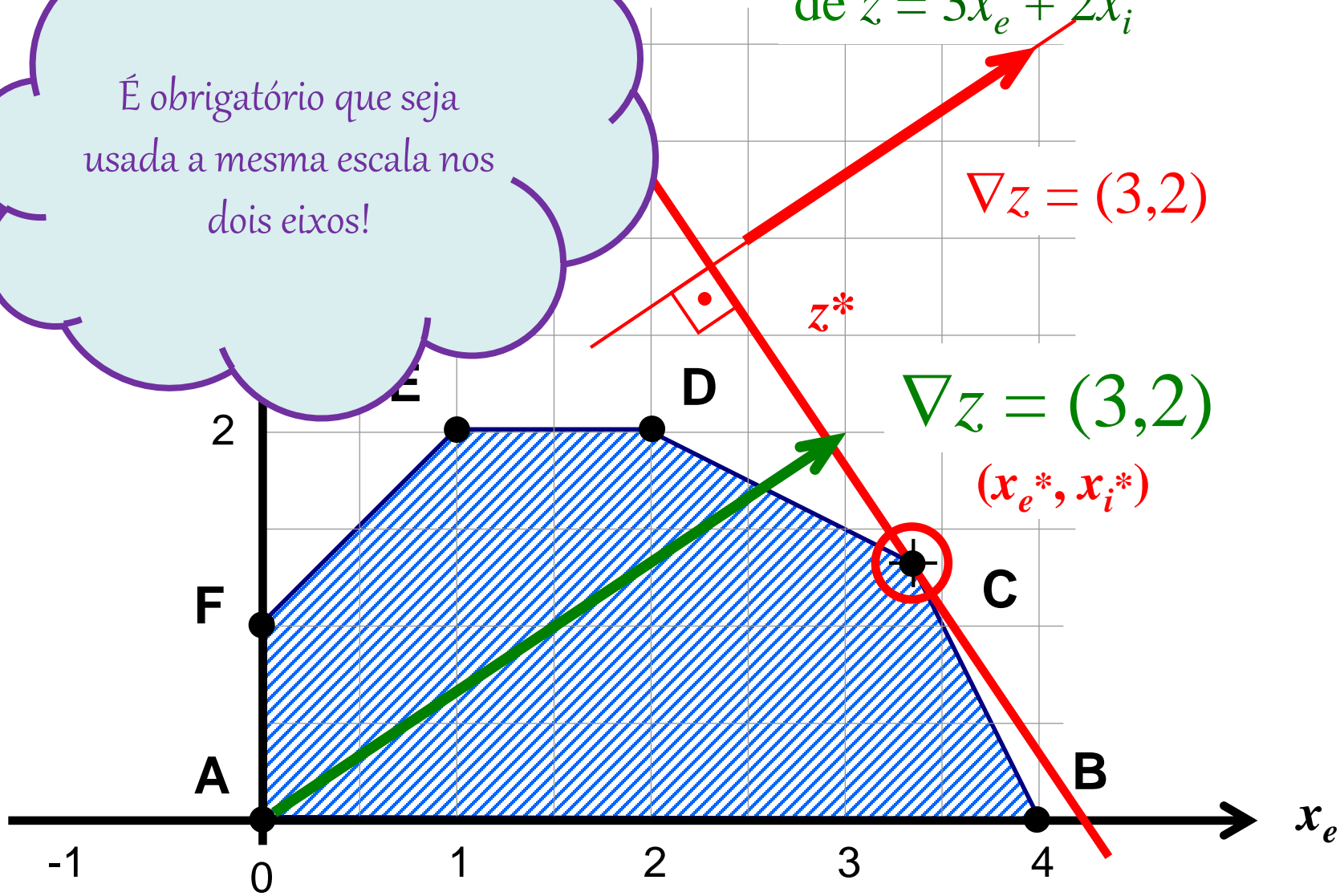
É obrigatório que seja usada a mesma escala nos dois eixos!

Calculando o vetor gradiente de $z = 3x_e + 2x_i$

$$\nabla z = (3, 2)$$

$$\nabla z = (3, 2)$$

$$(x_e^*, x_i^*)$$



Solução gráfica: fatos



Em problemas de programação linear:

1. A direção em que uma função (como a função objetivo, por exemplo) cresce com a máxima taxa possível é dada por seu **vetor gradiente**.

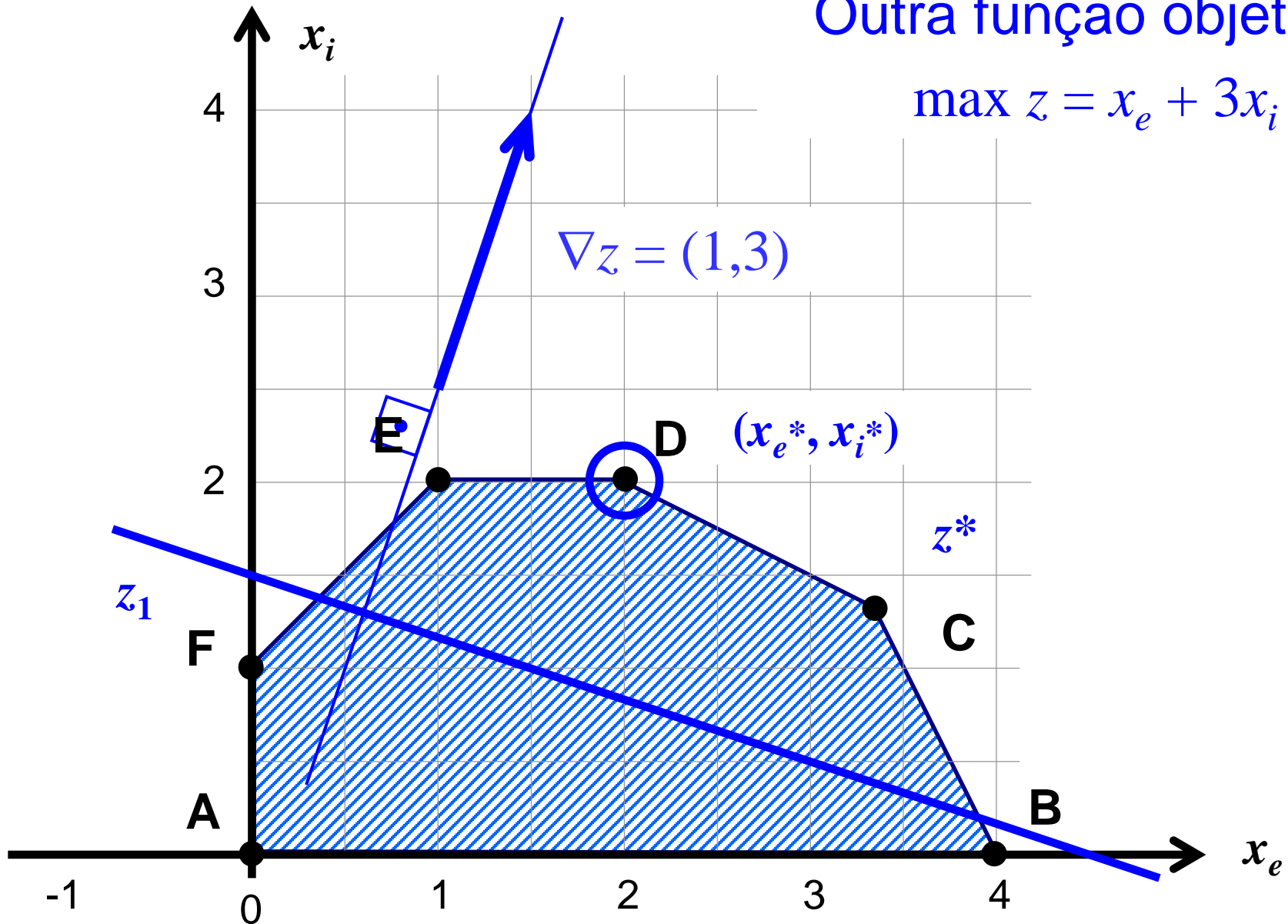
2. A solução ótima de um PPL (se for única) corresponde a um **vértice** da região viável.

3. A curva (z^*) que representa a solução ótima de um PPL é **perpendicular** à direção do vetor gradiente de z .

Solução gráfica: elementos

Outra função objetivo:

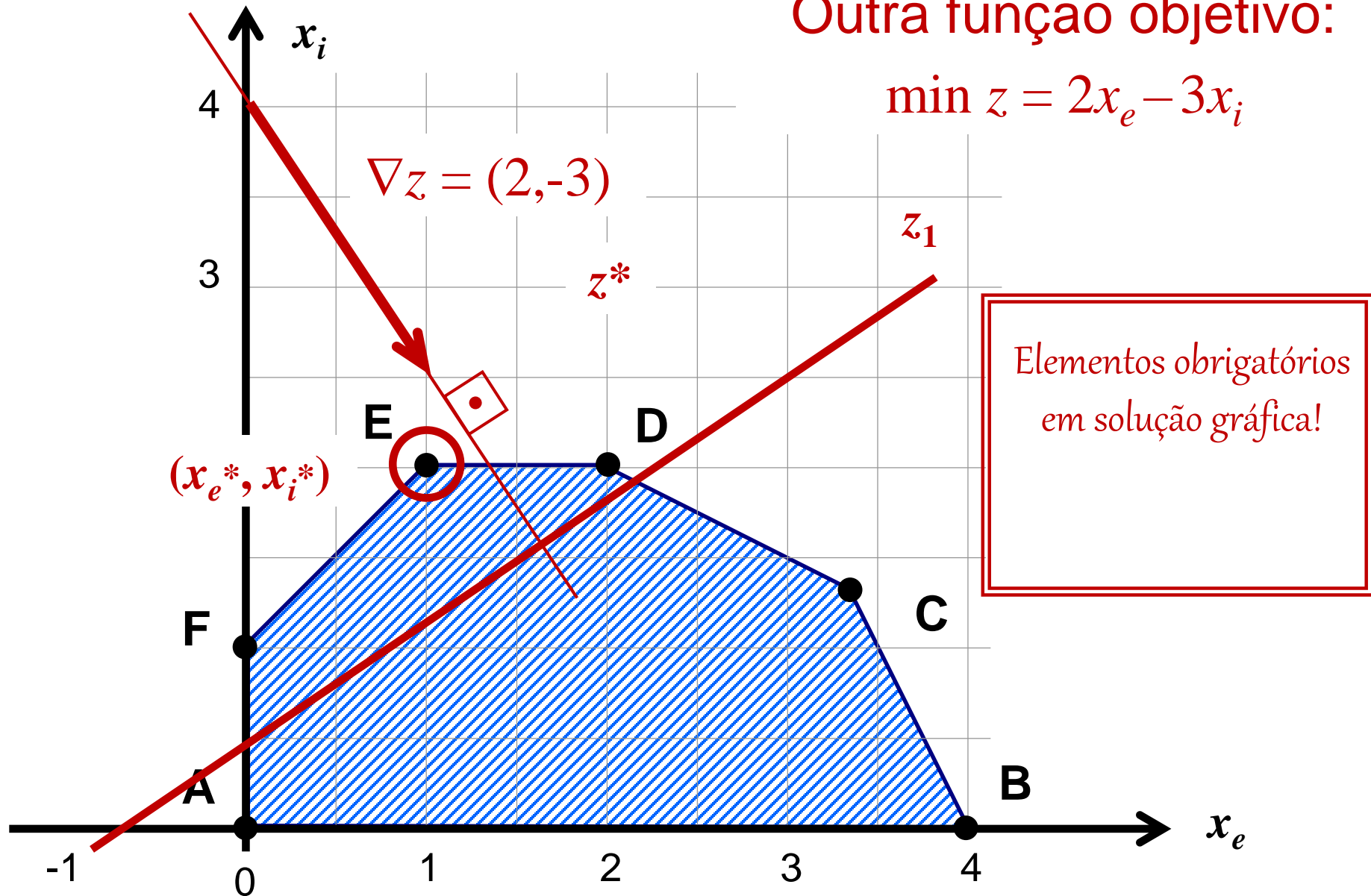
$$\max z = x_e + 3x_i$$



Solução gráfica: elementos

Outra função objetivo:

$$\min z = 2x_e - 3x_i$$



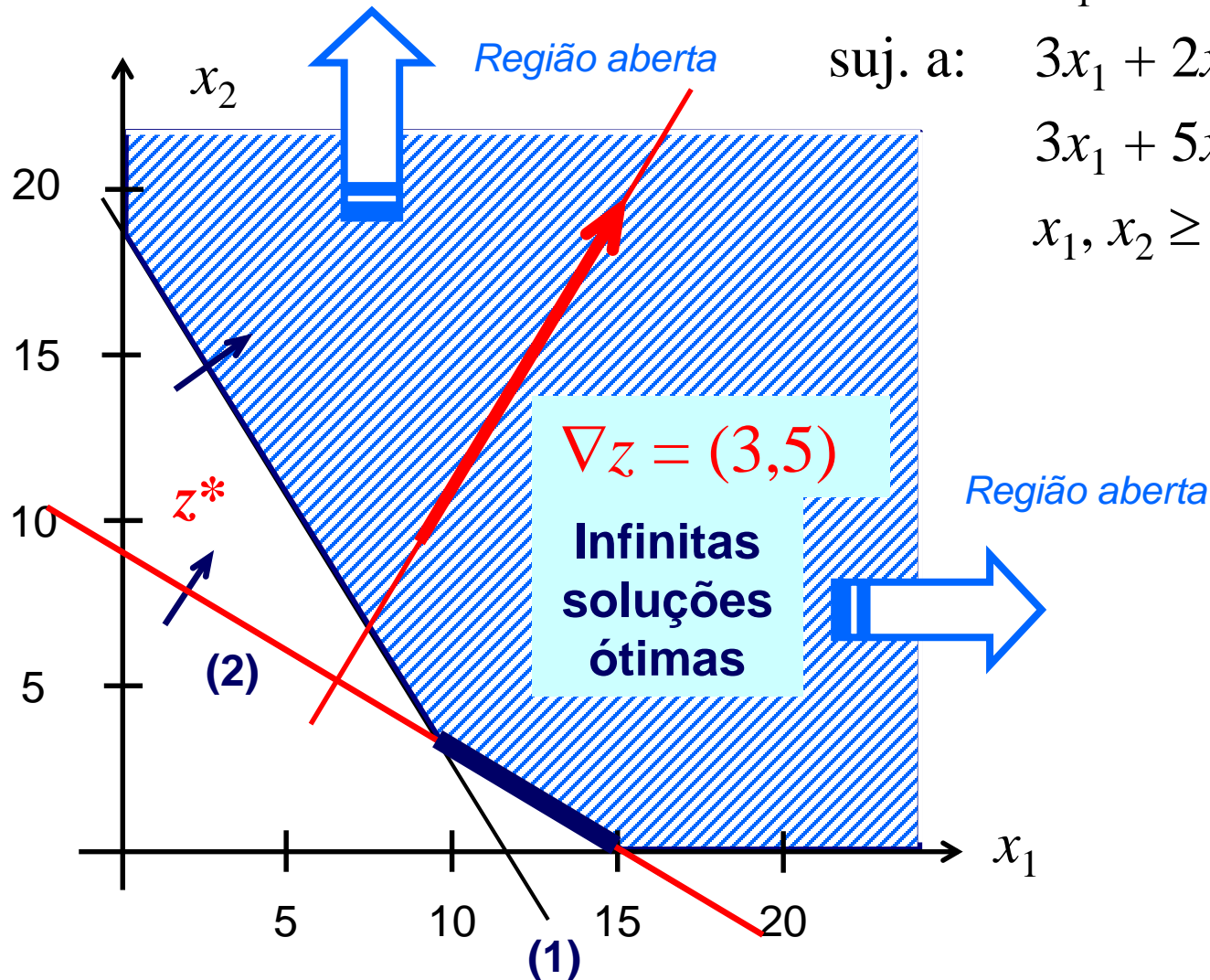
Exercício 2

a) $\min z = 3x_1 + 5x_2$

sujeito a: $3x_1 + 2x_2 \geq 36$ (1)

$3x_1 + 5x_2 \geq 45$ (2)

$x_1, x_2 \geq 0$ (3-4)



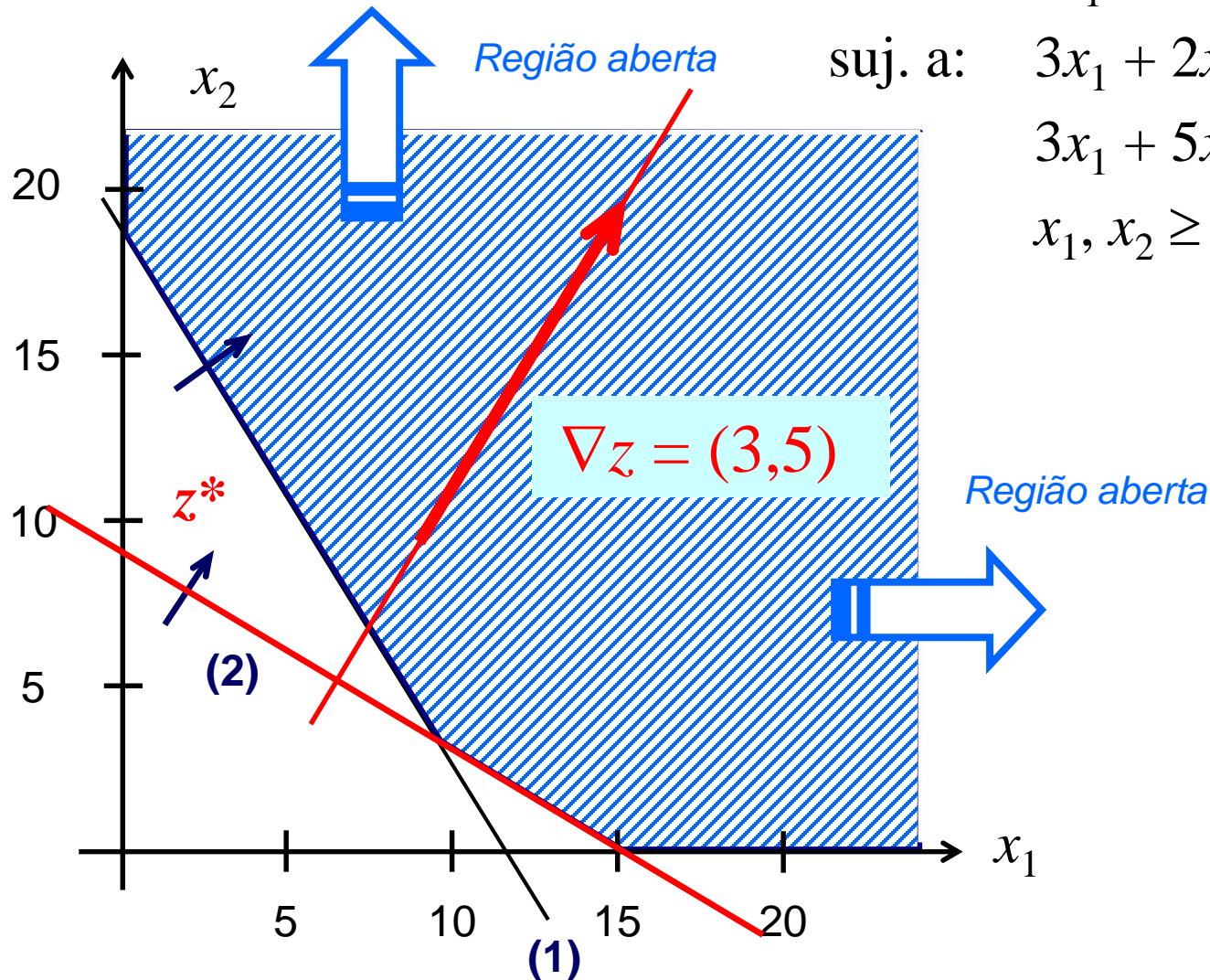
Exercício 2

a) $\max z = 3x_1 + 5x_2$

sujeito a: $3x_1 + 2x_2 \geq 36$ (1)

$3x_1 + 5x_2 \geq 45$ (2)

$x_1, x_2 \geq 0$ (3-4)



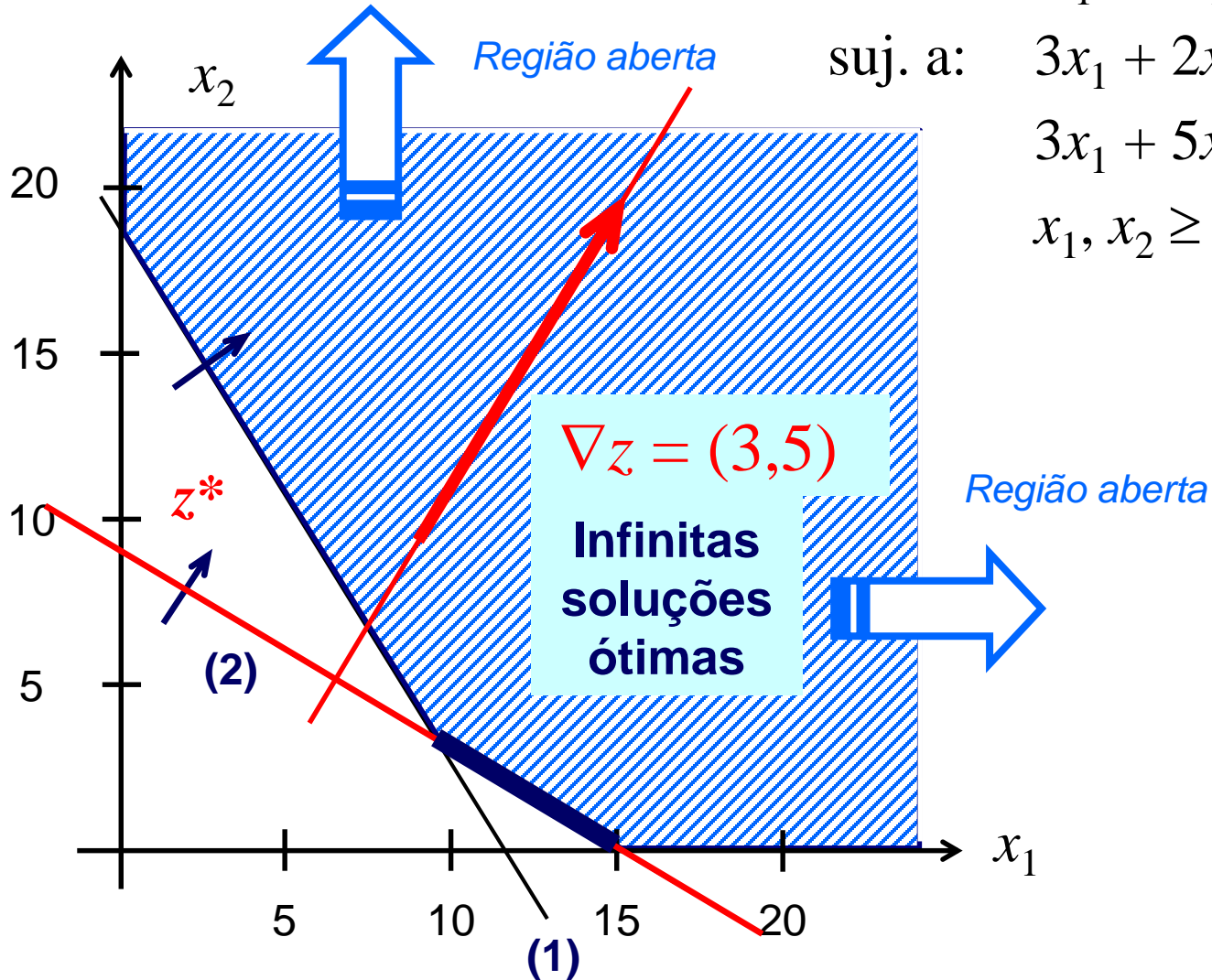
Exercício 2

a) $\min z = 3x_1 + 5x_2$

$$\text{subj. a: } 3x_1 + 2x_2 \geq 36 \quad (1)$$

$$3x_1 + 5x_2 \geq 45 \quad (2)$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (3-4)$$



Excel

Resolver no Excel os exemplos da aula anterior (Dia 20/08)