

第 14 章 稳恒电流的磁场

一、选择题

1(B), 2(B), 3(B), 4(C), 5(A)

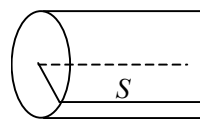
二、填空题

- (1). 最大磁力矩, 磁矩 ; (2). $\pi R^2 c$;
 (3). $\mu_0 i$, 沿轴线方向朝右. ; (4). $mg/(lB)$; (5). 正, 负.

三 计算题

1. 一根很长的圆柱形铜导线均匀载有 10 A 电流, 在导线内部作一平面 S , S 的一个边是导线的中心轴线, 另一边是 S 平面与导线表面的交线, 如图所示. 试计算通过沿导线长度方向长为 1m 的一段 S 平面的磁通量.

(真空的磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$, 铜的相对磁导率 $\mu_r \approx 1$)



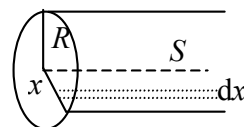
解: 在距离导线中心轴线为 x 与 $x + dx$ 处, 作一个单位长窄条, 其面积为 $dS = 1 \cdot dx$. 窄条处的磁感强度

$$B = \frac{\mu_r \mu_0}{2\pi} \frac{Ix}{R^2}$$

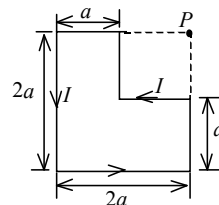
所以通过 dS 的磁通量为 $d\Phi = B dS = \frac{\mu_r \mu_0}{2\pi} \frac{Ix}{R^2} dx$

通过 1 m 长的一段 S 平面的磁通量为

$$\Phi = \int_0^R \frac{\mu_r \mu_0}{2\pi} \frac{Ix}{R^2} dx = \frac{\mu_r \mu_0 I}{4\pi} = 10^{-6} \text{ Wb}$$



2. 计算如图所示的平面载流线圈在 P 点产生的磁感强度, 设线圈中的电流强度为 I .



解: 如图, CD 、 AF 在 P 点产生的 $B = 0$

$$\vec{B} = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{DE} + \vec{B}_{EF}$$

$$B_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1), \quad \text{方向} \otimes$$

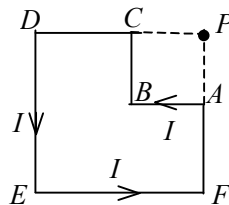
其中 $\sin \beta_2 = a/(\sqrt{2}a) = 1/\sqrt{2}$, $\sin \beta_1 = 0$

$$\therefore B_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\sqrt{2}\pi a}, \quad \text{同理, } B_{BC} = \frac{\mu_0 I}{4\sqrt{2}\pi a}, \quad \text{方向} \otimes.$$

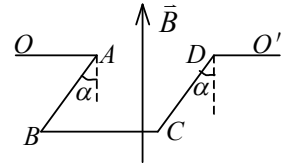
同样 $B_{DE} = B_{EF} = \mu_0 I/(8\sqrt{2}\pi a)$, 方向 \odot .

$$\therefore B = \frac{2\mu_0 I}{4\sqrt{2}\pi a} - \frac{\mu_0 I}{4\sqrt{2}\pi a} = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{8\pi a}$$

方向 \otimes .



3. 如图所示线框, 铜线横截面积 $S=2.0 \text{ mm}^2$, 其中 OA 和 DO' 两段保持水平不动, $ABCD$ 段是边长为 a 的正方形的三边, 它可绕 OO' 轴无摩擦转动. 整个导线放在匀强磁场 \vec{B} 中, \vec{B} 的方向竖直向上. 已知铜的密度 $\rho=8.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 当铜线中的电流 $I=10 \text{ A}$ 时, 导线处于平衡状态, AB 段和 CD 段与竖直方向的夹角 $\alpha=15^\circ$. 求磁感强度 \vec{B} 的大小.



解: 在平衡的情况下, 必须满足线框的重力矩与线框所受的磁力矩平衡(对 OO' 轴而言).

$$\begin{aligned} \text{重力矩} \quad M_1 &= 2a\rho gS \cdot \frac{1}{2}a \sin \alpha + a\rho gSa \sin \alpha \\ &= 2Sa^2 \rho g \sin \alpha \end{aligned}$$

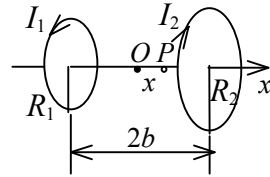
$$\text{磁力矩} \quad M_2 = BIa^2 \sin\left(\frac{1}{2}\pi - \alpha\right) = Ia^2 B \cos \alpha$$

$$\text{平衡时} \quad M_1 = M_2$$

$$\text{所以} \quad 2Sa^2 \rho g \sin \alpha = Ia^2 B \cos \alpha$$

$$B = 2S\rho g \tan \alpha / I \approx 9.35 \times 10^{-3} \text{ T}$$

4. 如图两共轴线圈, 半径分别为 R_1 、 R_2 , 电流为 I_1 、 I_2 . 电流的方向相反, 求轴线上相距中点 O 为 x 处的 P 点的磁感强度.



解: 取 x 轴向右, 那么有

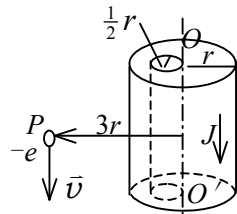
$$B_1 = \frac{\mu_0 R_1^2 I_1}{2[R_1^2 + (b+x)^2]^{3/2}} \quad \text{沿 } x \text{ 轴正方向}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 R_2^2 I_2}{2[R_2^2 + (b-x)^2]^{3/2}} \quad \text{沿 } x \text{ 轴负方向}$$

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0}{2} \left[\frac{\mu_0 R_1^2 I_1}{[R_1^2 + (b+x)^2]^{3/2}} - \frac{\mu_0 R_2^2 I_2}{[R_2^2 + (b-x)^2]^{3/2}} \right]$$

若 $B > 0$, 则 \vec{B} 方向为沿 x 轴正方向. 若 $B < 0$, 则 \vec{B} 的方向为沿 x 轴负方向.

5. 空气中有一半径为 r 的“无限长”直圆柱金属导体, 竖直线 OO' 为其中心轴线. 在圆柱体内挖一个直径为 $\frac{1}{2}r$ 的圆柱空洞, 空洞侧面与 OO' 相切, 在未挖洞部分通以均匀分布的电流 I , 方向沿 OO' 向下, 如图所示. 在距轴线 $3r$ 处有一电子(电荷为 $-e$)沿平行于 OO' 轴方向, 在中心轴线 OO' 和空洞轴线所决定的平面内, 向下以速度 \vec{v} 飞经 P 点. 求电子经 P 时, 所受的磁场力.



$$\text{解: 导体柱中电流密度} \quad J = \frac{I}{\pi r^2 - \pi(r/4)^2} = \frac{16I}{15\pi r^2}$$

用补偿法来求 P 处的磁感强度. 用同样的电流密度把空洞补上, 由安培环路定律, 这时圆

柱电流在 P 处产生的磁感强度为 $B_1 = \frac{\mu_0 J r}{6}$, 方向为 \otimes

再考虑空洞区流过同样电流密度的反向电流, 它在 P 处产生的磁感强度为 $B_2 = \frac{\mu_0 J r}{88}$, 方向为 \odot

$\therefore P$ 处磁感强度 $B = B_1 - B_2 = 41\mu_0 J r / 264$ 方向为 \otimes

电子受到的洛伦兹力为 $\vec{f}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = -e\vec{v} \times \vec{B}$

$$f_m = evB = \frac{41}{264} \mu_0 J r e v = \frac{82}{495} \frac{\mu_0 I e v}{\pi r} \quad \text{方向向左}$$

四 研讨题

1. 将磁场的高斯定理与电场的高斯定理相比, 两者有着本质上的区别。从类比的角度可作何联想?

参考解答:

磁场的高斯定理与电场的高斯定理:

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \quad \oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q$$

作为类比, 反映自然界中没有与电荷相对应“磁荷”(或叫单独的磁极)的存在。但是狄拉克 1931 年在理论上指出, 允许有磁单极子的存在, 提出:

$$q \cdot q_m = \frac{n}{2}$$

式中 q 是电荷、 q_m 是磁荷。电荷量子化已被实验证明了。然而迄今为止, 人们还没有发现可以确定磁单极子存在可重复的直接实验证据。如果实验上找到了磁单极子, 那么磁场的高斯定理以至整个电磁理论都将作重大修改。

1982 年, 美国斯坦福大学曾报告, 用直径为 5cm 的超导线圈放入直径 20cm 的超导铅筒, 由于迈斯纳效应屏蔽外磁场干扰, 只有磁单极子进入才会引起磁通变化。运行 151 天, 记录到一次磁通变化, 但此结果未能重复。

据查阅科学出版社 1994 年出版的, 由美国引力、宇宙学和宇宙线物理专门小组撰写的《90 年代物理学》有关分册, 目前已经用超导线圈, 游离探测器和闪烁探测器来寻找磁单极子。在前一种情况, 一个磁单极子通过线圈会感应出一个阶跃电流, 它能被一个复杂装置探测出来, 但这种方法的探测面积受到线圈大小的限制。游离探测器和闪烁探测器能做成大面积的, 但对磁单极子不敏感。现在物理学家们仍坚持扩大对磁单极子的研究, 建造闪烁体或正比计数器探测器, 相应面积至少为 1000m^2 。并建造较大的, 面积为 100m^2 量级的环状流强探测器, 同时加强寻找陷落在陨石或磁铁矿中的磁单极子的工作。

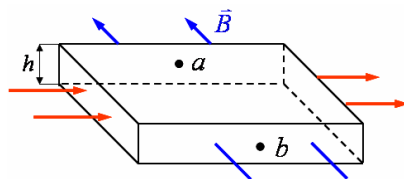
2. 当带电粒子由弱磁场区向强磁场区做螺旋运动时, 平行于磁场方向的速度分量如何变化? 动能如何变化? 垂直于磁场方向的速度分量如何变化?

参考解答：

当带电粒子由弱磁场区向强磁场区做螺旋运动时，它所受到的磁场力有一个和前进方向相反的分量，这个分量将使平行于磁场方向的速度分量减小，甚至可使此速度分量减小到零，然后使粒子向相反方向运动（这就是磁镜的原理）。

当带电粒子由弱磁场区向强磁场区做螺旋运动时，由于平行于磁场方向的速度分量减小，因而与这个速度分量相关的动能也减小。然而磁力对带电粒子是不做功的，粒子的总动能不会改变，因此，与垂直于磁场方向的速度分量相关的动能在此运动过程中将会增大，垂直于磁场方向的速度分量也相应地增大。

3. 电磁流量计是一种场效应型传感器，如图所示：截面矩形的非磁性管，其宽度为 d 、高度为 h ，管内有导电液体自左向右流动，在垂直液面流动的方向加一指向纸面内的匀强磁场，当磁感应强度为 B 时，测得液体上表面的 a 与下表面的 b 两点间的电势差为 U ，求管内导电液体的流量。



参考解答：

导电液体自左向右在非磁性管道内流动时，在洛伦兹力作用下，其中的正离子积累于上表面，负离子积累于下表面，于是在管道中又形成了从上到下方向的匀强霍尔电场 E ，它同匀强磁场 B 一起构成了速度选择器。因此在稳定平衡的条件下，对于以速度 v 匀速流动的导电液体，无论是对其中的正离子还是负离子，都有

$$qE = q \frac{U}{d} = qvB$$

$$\therefore \text{流速 } v = \frac{U}{Bd}, \text{ 液体流量 } Q = vhd = \frac{Uh}{B}.$$

如果截面园形的非磁性管， B —磁感应强度； D —测量管内径； U —流量信号（电动势）； v —液体平均轴向流速， L —测量电极之间距离。

霍尔电势 U_e

$$U_e = kBLv \quad (1) \quad k \text{（无量纲）的常数，}$$

在圆形管道中，体积流量是：

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} v \quad (2)$$

把方程(1)、(2) 合并得：液体流量 $Q = \frac{\pi D^2}{4kL} \cdot \frac{U}{B}$

或者 $Q = K \frac{U}{B}$ ， K 校准系数，通常是靠湿式校准来得到。

