第 17 章 量子物理学基础

一、选择题

1(C)，2(A)，3(C)，4(A)，5(C)

二、填空题

(1). hc/λ，h/λ，$h/(c\lambda)$． (2). π，0． (3). 1， 2.

(4). 粒子在 t 时刻在(x，y，z)处出现的概率密度. 单值、有限、连续.

$\iiint |\Psi|^2 \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z = 1$； (5). 泡利不相容， 能量最小.

三 计算题

1. 用辐射高温计测得炼钢炉口的辐射出射度为 22.8 W · cm^{-2}，试求炉内温度.
（斯特藩常量σ = 5.67×10^{-8} W/(m^2 · K^4) ）

解：炼钢炉口可视作绝对黑体，其辐射出射度为

$$M_B(T) = 22.8\ \mathrm{W \cdot cm^{-2}} = 22.8\times10^4\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$$

由斯特藩——玻尔兹曼定律

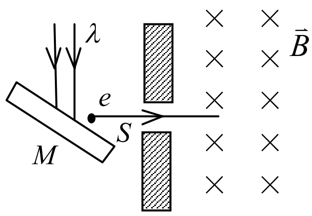
$$M_B(T) = \sigma T^4$$

∴ $$T = 1.42\times10^3\ \mathrm{K}$$

2. 波长为λ的单色光照射某金属 M 表面发生光电效应，发射的光电子(电荷绝对值为 e，质量为 m)经狭缝 S 后垂直进入磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场(如图示)，今已测出电子在该磁场中作圆运动的最大半径为 R．求

(1) 金属材料的逸出功 A；

(2) 遏止电势差 U_a.



解：(1) 由 $eB\upsilon = m\upsilon^2/R$ 得 $\upsilon = (ReB)/m$，

代入 $$h\nu = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + A$$

可得 $$A = \frac{hc}{\lambda} - \frac{1}{2}\cdot\frac{mR^2e^2B^2}{m^2} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{R^2e^2B^2}{2m}$$

(2) $$e|U_a| = \frac{1}{2}m\upsilon^2, \qquad |U_a| = \frac{m\upsilon^2}{2e} = \frac{R^2eB^2}{2m}.$$

3．α粒子在磁感应强度为 B = 0.025 T 的均匀磁场中沿半径为 R =0.83 cm 的圆形轨道运动.

(1) 试计算其德布罗意波长.

(2) 若使质量 m = 0.1 g 的小球以与α粒子相同的速率运动．则其波长为多少？

(α粒子的质量 m_α =6.64×10^{-27} kg，普朗克常量 h =6.63×10^{-34} J · s，基本电荷 e =1.60×10^{-19} C)

解：(1) 德布罗意公式：$\lambda = h/(m\upsilon)$

由题可知α 粒子受磁场力作用作圆周运动

$$q\upsilon B = m_\alpha\upsilon^2/R, \quad m_\alpha\upsilon = qRB$$

又 $q = 2e$ 则 $m_\alpha\upsilon = 2eRB$

故 $$\lambda_\alpha = h/(2eRB) = 1.00\times10^{-11}\ \mathrm{m} = 1.00\times10^{-2}\ \mathrm{nm}$$

(2) 由上一问可得 $\upsilon = 2eRB/m_\alpha$

对于质量为 m 的小球

$$\lambda = \frac{h}{m\upsilon} = \frac{h}{2eRB}\cdot\frac{m_\alpha}{m} = \frac{m_\alpha}{m}\cdot\lambda_\alpha = 6.64\times10^{-34}\ \text{m}$$

4. 光子的波长为 λ =3000 Å，如果确定此波长的精确度 $\Delta\lambda/\lambda=10^{-6}$，试求此光子位置的不确定量.

解：光子动量 $p = h/\lambda$

按题意，动量的不确定量为

$$\Delta p = \left|-h/\lambda^2\right|\Delta\lambda = (h/\lambda)(\Delta\lambda/\lambda)$$

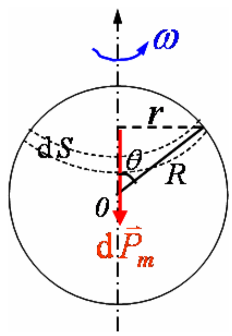
根据测不准关系式得： $\Delta x \geqslant h/(2\pi\Delta p) = \dfrac{h\lambda}{2\pi h(\Delta\lambda/\lambda)} = \dfrac{\lambda}{2\pi(\Delta\lambda/\lambda)}$

故 $\Delta x \geqslant 0.048\ \text{m} = 48\ \text{mm}$

5. 已知电子具有内禀的自旋磁矩 $\mu_{\text{m}} = 0.928\times10^{-23}\ \text{J/T}$. 如果采用下述经典模型：电子是一均匀带电的球壳，半径为 R，总电量为 e，以角速度 ω 绕过其中心的直径旋转，已知电子的半径不大于 10^{-18} m，按此估算，电子要具有上述磁矩值，相应的“赤道”线速度应多大？由此判断经典模型是否合理.

参考解答：

分析：带电球面旋转，形成分布于球面的环形电流，利用磁矩定义可计算求解.



解题：设球面上电荷密度为 σ，在球面上截取宽度为 ds 的球带，球带相当于一半径为 r 的载流圆线圈，其电流为 $\mathrm{d}I = \sigma\,\mathrm{d}s\,\omega r$，相应的磁矩为

$$\mathrm{d}P_m = \mathrm{d}I\,\pi r^2$$

由图可见，式中 $r=R\sin\theta$，ds=Rdθ，因而

$$\mathrm{d}P_m = \sigma\omega\pi R^4\sin^3\theta\,\mathrm{d}\theta$$

各球带的 dP_m 的方向相同，故整个自旋电子的磁矩为

$$P_m = \int_0^\pi \sigma\omega\pi R^4\sin^3\theta\,\mathrm{d}\theta = \sigma\omega\pi R^4\int_0^\pi\sin^3\theta\,\mathrm{d}\theta = \frac{4\sigma\omega\pi R^4}{3}$$

式中 $\sigma = \dfrac{e}{4\pi R^2}$，代入上式得：$P_m = \dfrac{4\omega\pi R^4}{3}\cdot\dfrac{e}{4\pi R^2} = \dfrac{\omega R^2 e}{3}$.

取 $R\approx10^{-18}$ m，并令 $P_m = \mu_m = 0.928\times10^{-23}$ J/T，则赤道的线速度

$$\upsilon = \omega R = \frac{3P_m}{eR} = \frac{3\times0.928\times10^{-23}}{1.6\times10^{-19}\times10^{-18}} = 1.7\times10^{14}\,(\text{m/s})$$

这个数值远大于真空中的光速，这是不可能的，因而，不可能将电子看成一个绕中心轴

自转的带电小球.

四 研讨题

1. 人体也向外发出热辐射，为什么在黑暗中还是看不见人？

参考解答：

人体辐射频率太低，远离可见光波段。如果设人体表面的温度为 36°C，则由维恩位移定律

$$\lambda_m T = b，\quad b = 2.897\times10^{-3}\ \mathrm{m\cdot K}$$

算出 $\lambda_m = 9.375\times10^{-6}$ m, 在远红外波段，为非可见光，所以是看不到人体辐射的，在黑暗中也如此。

2. 在彩色电视研制过程中，曾面临一个技术问题：用于红色部分的摄像管的设计技术要比绿、蓝部分困难，你能说明其原因吗？

参考解答：

由于红光的频率比绿光、蓝光的频率小，故当光照射到金属表面上时，光电子从金属表面逸出时的最大初动能也小，这样回路中形成的光电流就比较小，甚至还有可能就没有光电子从金属表面逸出，回路中没有光电流.

3. 用可见光能产生康普顿效应吗？能观察到吗？

参考解答：

可以从下面两个角度来理解。

(1) 可见光的光子能量相对于 X 射线中的光子能量来说太小，与原子中的电子碰撞时，电子不能被认为是自由的，而是束缚在原子内，光子此时与整个原子碰撞，原子质量 M 很大，相应的波长改变量

$$\lambda_c = \frac{h}{Mc}$$

比康普顿波长要小得多，所以可见光波长的变化太小而观察不到。

(2) 假设可见光的光子可以与固体中的自由电子发生散射，波长的改变量$\Delta\lambda$还是应该与康普顿效应中的相同，是康普顿波长

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2.43\times10^{-3}\ \mathrm{nm}$$

它是10^{-3} nm 的数量级。但由于可见光的波长很长，是 10^2nm 的数量级，可算出波长的改变量 $\Delta\lambda/\lambda$ 为10^{-5} 的量级，故不容易观察到。