第 16 章 电磁场

一、选择题

1(A)，2(C)，3(D)，4(B)，5(D)

二、填空题

(1). $\varepsilon = NbB\,\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = NbB\omega A\cos(\omega t+\pi/2)$ 或 $\varepsilon = NBbA\omega\sin\omega t$.

(2). πBnR^2, O .　　　　(3). 9.6 J.

(4). $\iint\limits_S \frac{\partial}{\partial t}\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$ 或 $\mathrm{d}\Phi_D/\mathrm{d}t$ ，　$-\iint\limits_S \frac{\partial}{\partial t}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$ 或 $-\mathrm{d}\Phi_m/\mathrm{d}t$.

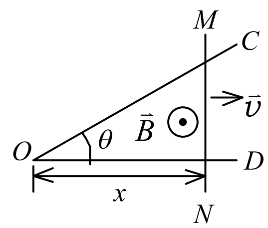
(5). $\dfrac{\pi r^2\varepsilon_0 E_0}{RC}\mathrm{e}^{-t/RC}$， 相反

三 计算题

1. 如图所示，有一弯成θ角的金属架 COD 放在磁场中，磁感强度 $\vec{B}$ 的方向垂直于金属架 COD 所在平面. 一导体杆 MN 垂直于 OD 边，并在金属架上以恒定速度$\vec{v}$ 向右滑动，$\vec{v}$ 与 MN 垂直. 设 $t=0$ 时，$x=0$．求下列两情形，框架内的感应电动势$\mathcal{E}_i$.

(1) 磁场分布均匀，且 $\vec{B}$ 不随时间改变.

(2) 非均匀的时变磁场 $B = Kx\cos\omega t$.



解：(1) 由法拉第电磁感应定律：

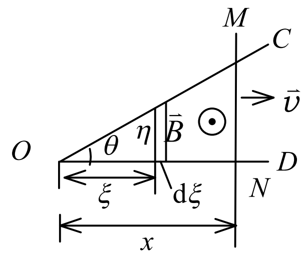
$$\Phi = B\frac{1}{2}xy \qquad y = \mathrm{tg}\theta\ x \qquad x = vt$$

$$\mathcal{E}_i = -\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\frac{1}{2}B\,\mathrm{tg}\theta\, x^2) = -\frac{1}{2}B\,\mathrm{tg}\theta 2x\,\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = B\,\mathrm{tg}\theta\, v^2 t$$

在导体 MN 内$\mathcal{E}_i$方向由 M 向 N.

(2) 对于非均匀时变磁场　　$B = Kx\cos\omega t$

取回路绕行的正向为 $O\to N\to M\to$O，则



$$\mathrm{d}\Phi = B\,\mathrm{d}S = B\eta\,\mathrm{d}\xi \qquad \eta = \xi\,\mathrm{tg}\theta$$

$$\mathrm{d}\Phi = B\xi\,\mathrm{tg}\theta\,\mathrm{d}\xi = K\xi^2\cos\omega t\,\mathrm{tg}\theta\,\mathrm{d}\xi$$

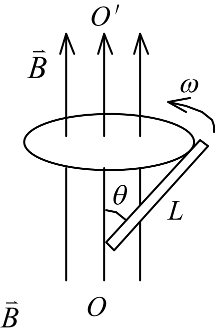
$$\Phi = \int\mathrm{d}\Phi = \int_0^x K\xi^2\cos\omega t\,\mathrm{tg}\theta\,\mathrm{d}\xi = \frac{1}{3}Kx^3\cos\omega t\,\mathrm{tg}\theta$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{3}K\omega x^3\sin\omega t\,\mathrm{tg}\theta - Kx^2 v\cos\omega t\,\mathrm{tg}\theta$$

$$= Kv^3\,\mathrm{tg}\theta(\frac{1}{3}\omega t^3\sin\omega t - t^2\cos\omega t)$$

$\mathcal{E}_i>0$，则$\mathcal{E}_i$方向与所设绕行正向一致，$\mathcal{E}_i<0$，则$\mathcal{E}_i$方向与所设绕行正向相反.

2. 求长度为 L 的金属杆在均匀磁场 $\vec{B}$ 中绕平行于磁场方向的定轴 OO' 转动时的动生电动势．已知杆相对于均匀磁场 $\vec{B}$ 的方位角为θ，杆的角速度为ω，转向如图所示．



解：在距 O 点为 l 处的 $\mathrm{d}l$ 线元中的动生电动势为

$$\mathrm{d}\mathcal{E}=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

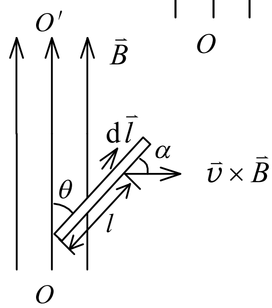
$$v=\omega l\sin\theta$$

$$\therefore\quad \mathcal{E}=\int_L(\vec{\mathrm{v}}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_{\mathrm{L}}\mathrm{v}B\sin(\frac{1}{2}\pi)\cos\alpha\,\mathrm{d}\,l$$

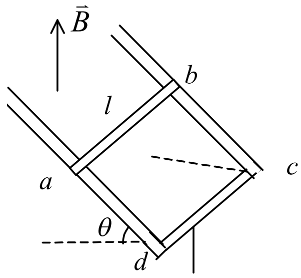
$$=\int_{\Lambda}\omega lB\sin\theta\,\mathrm{d}\,l\sin\theta=\omega B\sin^2\theta\int_0^L l\,\mathrm{d}\,l$$

$$=\frac{1}{2}\omega BL^2\sin^2\theta$$

$\mathcal{E}$的方向沿着杆指向上端



3. 一根长为 l，质量为 m，电阻为 R 的导线 ab 沿两平行的导电轨道无摩擦下滑，如图所示．轨道平面的倾角为θ，导线 ab 与轨道组成矩形闭合导电回路 $abdc$．整个系统处在竖直向上的均匀磁场 $\vec{B}$ 中，忽略轨道电阻．求 ab 导线下滑所达到的稳定速度．



解∶动生电动势$\mathcal{E}_i=vBl\cos\theta$

$$I=\frac{\mathcal{E}_i}{R}=\frac{vBl\cos\theta}{R}$$

导线受到的安培力

$$f_m=I\,lB$$

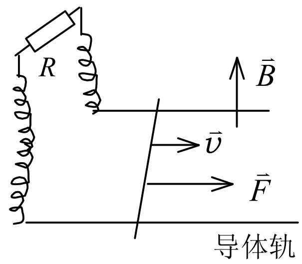
ab 导线下滑达到稳定速度时重力和磁力在导轨方向的分力相平衡

$$mg\sin\theta=f_m\cos\theta$$

$$mg\sin\theta=\frac{vBl\cos\theta}{R}lB\cos\theta$$

$$\therefore\quad v=\frac{mgR\sin\theta}{B^2l^2\cos^2\theta}$$

4. 如图所示，一个恒力 $\vec{F}$ 作用在质量为 m，长为 l 垂直于导轨滑动的裸导线上，该导线两端通过导体轨与电阻 R 相通(导线电阻也计入 R)．导线从静止开始，在均匀磁场 $\vec{B}$ 中运动，其速度$\vec{v}$ 的方向与 $\vec{B}$ 和导线皆垂直，假定滑动是无摩擦的且忽略导线与电阻 R 形成的回路的自感，试求导线的速度与时间的关系式．



解：在均匀磁场中运动导线切割磁力线，在导线上产生的动生电动势：$\mathcal{E}=vBl$．式中 l 为导线的长度，v 为其运动的速度．

导线中电流为：　　　$I=\mathcal{E}/R=vBl/R$

根据安培力公式，导线受磁力　　$f=I\,lB=vB^2l^2/R$

$\vec{f}$ 和 $\vec{F}$ 方向相反．

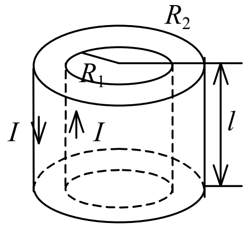
导线运动的微分方程为：　　$$m\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} = F - \frac{B^2l^2}{R}\upsilon$$

其解为：　　$$\upsilon(t) = \frac{RF}{B^2l^2} + G\cdot\exp(-\frac{B^2l^2}{mR}t)$$

其中　$\exp(x) = e^x$,　G 为待定常量．当 t =0，υ =0，求得 $G = -RF/(B^2l^2)$，故

$$\upsilon(t) = \frac{RF}{B^2l^2}[1 - \exp(-\frac{B^2l^2}{mR}t)]$$

5. 一根电缆由半径为 R_1 和 R_2 的两个薄圆筒形导体组成，在两圆筒中间填充磁导率为 μ 的均匀磁介质．电缆内层导体通电流 I，外层导体作为电流返回路径，如图所示．求长度为 l 的一段电缆内的磁场储存的能量．



解：　$$\oint \vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \sum I_i, \qquad 2\pi rH = I \quad (R_1 < r < R_2)$$

$$H = \frac{I}{2\pi r}, \qquad B = \mu H = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{\mu^2 I^2}{2\mu(2\pi r)^2}$$

$$\mathrm{d}W_m = w_m\,\mathrm{d}V = w_m 2\pi r\,\mathrm{d}r\cdot l = \frac{\mu I^2}{2(2\pi r)^2}2\pi r l\,\mathrm{d}r$$

∴　$$W_m = \int_{R_1}^{R_2}\mathrm{d}W_m = \frac{\mu I^2 l}{4\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\mu I^2 l}{4\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

四 研讨题

2. 变压器的铁心为什么总做成片状的，而且涂上绝缘漆相互隔开？铁片放置的方向应和线圈中磁场的方向有什么关系？

参考解答：

变压器的铁心由高导磁材料硅钢片制成，它的导磁系数 μ 约为空气的导磁系数的 2000 倍以上。大部分磁通都在铁心中流动，主磁通约占总磁通的 99%以上，而漏磁通占总磁通的 1%以下。也就是说没有铁心，变压器的效率会很低。

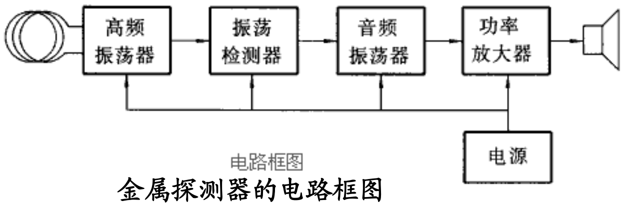
变压器的铁心做成片状并涂上绝缘漆相互隔开，是为了阻断铁心中涡流的通路，以减少铁心中的涡流发热。铁片放置的方向应沿着线圈中磁场的方向，绝不可以使铁片与磁场的方向垂直，否则铁心中的涡流仍将很大。

2. 金属探测器的探头内通入脉冲电流，才能测到埋在地下的金属物品发回的电磁信号。能否用恒定电流来探测？埋在地下的金属为什么能发回电磁信号？

参考解答：

当金属探测器的探头内通入脉冲电流（变化电流）时，它就会产生变化的磁场，从而使位于地下的金属物品中产生感应电流。这个感应电流是随时间变化的电流，变化的电流又可以产生变化的磁场，因而金属物品可以发回电磁信号，这样就能探测到埋在地下的金属物品。

如果探头内通入的是恒定电流，金属物品中就不会有感应电流，不能发回电磁信号，也就无法探测到地下的金属物品。因此，探头中不能通入恒定电流。



金属探测器的电路框图