花蓮縣第 62 屆國民中小學科學展覽會 作品說明書

科別:生活與應用科學(一)

組別:國中組

作品名稱:五連方萬年曆狂想曲

關鍵字:五連方、萬年曆、演算法

編號:





目錄

摘要	1
壹、研究目的	1
貳、研究器材	1
參、名詞定義與文獻探討	1
肆、假設	3
伍、研究過程或方法	4
陸、研究結果	7
柒、未來展望	8
捌、參考文獻	8

摘要

我設計了一個五連方萬年曆的桌遊,並嘗試利用程式語言求出所有解,共107,032組解。我發現每個日子都會有可行解,難度也會因為日子的不同而有所差異,例如:第三週的9號只有950組解,為最少解;第四週的28號有4,675組解,為最多解。另外,我也利用3D列印及雷射切割等方法製作出實體的五連方萬年曆桌遊,自娛娛人。還藉由所有解的分佈情形做了解題策略表,讓玩家可以更方便解題。

壹、研究目的

- 一、透過C程式語言求出五連方萬年曆的所有解,並分析每個日子的難度。
- 二、透過Python程式語言的OpenCV模組、Microsoft Excel iWork Keynote繪製每個日子的可行解數量分佈圖、積木機率分佈圖。
- 三、利用積木機率分佈的情形製作解題策略表。

貳、研究器材

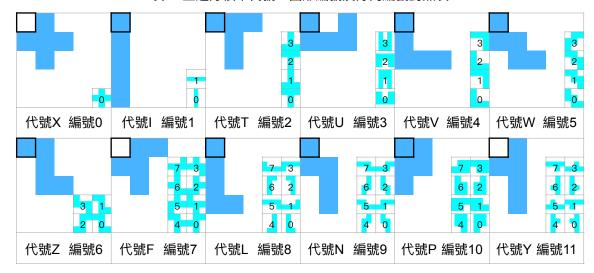
- 一、自製的五連方萬年曆桌遊
- 二、硬體設備:電腦、3D列印機、雷射切割機
- 三、程式語言:C、Python

四、應用軟體: Visual Studio Code、Microsoft Excel、iWork Keynote

參、名詞定義與文獻探討

- 一、**五連方**,又稱五格骨牌(Pentomino),是由五個全等正方形**方塊**拼出的**積木**,每個積木的形狀皆不相同(旋轉、反轉視為同一種),總共有12種積木,所以有5×12=60個方塊。
- 二、五連方積木的代號定義:利用英文字母作為**代號**,並以其外觀作為定義依據。五連方與 其對應的英文代號及圖形編號如表一,每個積木的右下角為其積木的所有方向及方向編 號,**!**注意:每個積木的左上角(黑色外框處)為紀錄積木位置用的座標點。

表一 五連方積木代號、圖形編號及方向編號對照表

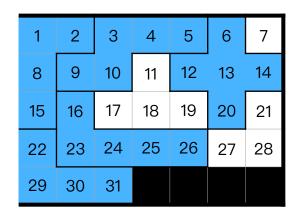


三、**萬年曆**可以利用同一個月曆讓每個月的每個日子都能對應到正確的星期。萬年曆包含 5×13=65個格子,其中有57個格子為有數字的日子(圖一)。

y\x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	30	31					1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
3	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
4	23	24	25	26	27	28	29	30	31				

圖一 萬年曆及座標

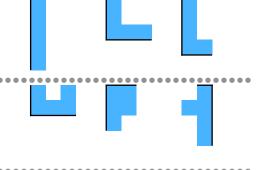
- 四、如果將萬年曆與五連方結合,並移除右下角的四個格子(9,4)、(10,4)、(11,4)、(12,4), 剩下的65-4=61個格子,將遊玩當日放下一個1×1的透明積木,就能變成一個每日小遊 戲,我稱它為**五連方萬年曆桌遊**。
- 五、封閉空間是指積木和萬年曆邊界或其他積木之間圍成尚未放入積木的封閉格子,封閉空間格數至少為1。以圖二為例,可以看出產生了3組封閉空間分別為:日期7,其封閉空間格數為1;日期11、17、18、19,其封閉空間格數為4;日期21、27、28,其封閉空間格數為3。



圖二 封閉空間示意圖

肆、假設

- 一、每個日子都至少有一組可行解。
- 二、如果將代號X或代號I的積木放在某些特定的位置時,可行解會很少解很少,甚至完全沒有可行解。
- 三、每個積木的形狀不同,所以它們的位置分佈機率也會有所差異。依據直角延伸最多邊數 進行分類,並預測適合的擺放位置,如下所示。
 - (一) 直角延伸最多邊數為6邊的圖形有:
 I、V、L, 適合放在角落。
 - (二) 直角延伸最多邊數為5邊的圖形有: U、P、Y, 適合放在邊線。
 - (三) 直角延伸最多邊數為4邊的圖形有: T、N,在各個位置的分佈差異不大。
 - (四) 直角延伸最多邊數為3邊的圖形有: W、Z、F,較不適合碰到邊線。
 - (五) 直角延伸最多邊數為O邊的圖形有: X,最不適合碰到邊線。







伍、研究過程或方法

一、規劃進度

- (一)建立五連方積木程式陣列及萬年曆程式陣列。
- (二)建立函數Add將一個積木成功放進萬年曆,此函數需要帶入4個值(int),分別為 積木放置時的x座標、y座標、圖形編號、方向編號。
- (三) 透過for迴圈將多個積木放進萬年曆,直到放不下其他積木。
- (四)透過蜂巢for迴圈及遞迴將積木旋轉、翻轉、移動並依序放進萬年曆,如果積木無 法成功放進萬年曆,就旋轉、翻轉及移動該積木,直到成功放進萬年曆後,再嘗試 放置下一片積木,直到將所有的12個積木成功放進萬年曆。
- (五)經過計算發現約需300兆年程式才能執行完,因此需要尋找加快演算法的方法優化程式,才能有效率的求出所有解。
- (六)為了避免程式的邏輯錯誤,造成有些解的遺漏而影響實驗結果,所以透過網路上的求解器求出所有解的數量[1],並與本程式所有解的數量核對,加以驗證。
- (七)為了讓程式修改及維護更加容易,所以需要為萬年曆的欄數與列數分別定義變數,爾後如果欄數或列數有所更動時,就能快速更改,還能避免修改錯誤。
- (八) 分析所有解
 - 1.利用Python程式語言的OpenCV模組分析積木的分佈情形,並利用iWork Keynote製作每個日子的可行解數量分佈圖及積木機率分佈圖。
 - 2.利用Microsoft Excel對積木分佈情形加以分析,並製作解題策略表。
- (九) 利用3D列印及雷射切割等工具將五連方萬年曆製作成實體的桌遊,就能讓更多人遊玩。

二、程式撰寫

為了方便管理程式,使用函數撰寫程式是很重要的,因此我建立了Add、addToMap及clearText等3個函數。

(一) Add 函數

這是一個將積木放進萬年曆的函數,總共需要帶入4個值(int),分別為積木 放置時的x座標、y座標、圖形編號、方向編號。透過Add函數就能輕鬆將指定積木 及其方向放置到指定的位置。另外,放進積木後,會紀錄其積木的座標點、圖形編號及方向編號^[2],以便作為爾後清除此積木的依據。

(二) addToMap函數

這是整個程式最重要的函數,其中含了巢狀迴圈及遞迴,因次也是最花時間運行的部分。

如附件一可以看到這個函數的流程圖,由此流程圖可以得知總共會執行 $61^{12}\times1^{1}\times2^{1}\times4^{5}\times8^{5}=3,403,416,653,071,307,387,090,421,940,224次 (約為 <math>3.4\times10^{30}$ 次),以一台cpu時脈為3.6GHz的電腦,每秒可以執行3.6億次計算,總共需要 $9,453,935,147,420,299,034,624秒 (約為<math>9.5\times10^{21}$ 秒) 才能執行完,也就是需要299,782,316,952,698年才能執行完(約為300兆年),因此需要在某些情況下停止執行部分的迴圈。

(三) clearText函數

當積木放置的位置不可行(萬年曆放不下其他積木),可以利用此函數將萬年曆上的指定積木移除。

三、程式演算法優化歷程

(一) 優化目的

因為程式的運行時間大約需要300兆年,因此必須在某些情況下停止執行部分的迴圈以減少運行時間,才能有效率的求出所有解。

(二) checkClose函數

透過遊玩五連方遊戲尋找停止執行部分迴圈的時機,我發現至少有以下兩個情況就可以停止執行部分迴圈:

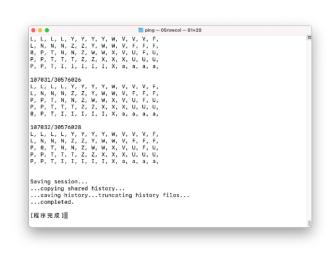
- 1.有兩組封閉空間格數為1的情況下,該組解就不可行。
- 2.有一組封閉空間格數除以5的餘數大於等於2並且小於等於4的情況下,該組解就 不可行。

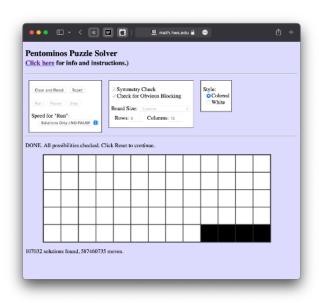
(三)優化後的程式

我已經將此程式放在GitHub上了,你可以到https://github.com/piinng/pentomino取得程式碼。另外,程式的流程圖請參考附件二。

(四) 與網路上的求解器[1]驗算結果數量

圖三是我使用本程式執行的結果,圖四是我使用網路上的求解器^[1]執行的結果,兩個解的數量相同,均為107,032個解,因此可以支持本程式有效。





圖三 本程式輸出結果

圖四 網路上的求解器輸出結果

(五)優化後的執行速度

網路上的求解器是利用該大學的伺服器執行的,運算速度遠大於我的個人電腦,但是我的程式碼只花了1個小時就執行完畢,網路上的求解器卻花了快要3個小時才執行完畢,顯示我的演算法經過優化後,可以大幅縮減運算速度。另外,也可以從圖三及圖四中發現,我的程式碼移動步數大約為3.1×10⁷步(圖三),求解器的移動步數大約為5.9×10⁸步(圖四),由此可見執行效率差了將近20倍(587,460,735/30,576,028≈19.2)。

四、利用雷射切割及3D列印製作五連方萬年曆桌遊(圖五至七)



圖五 利用廢棄的杜邦線製作成的 萬年曆



圖六 擺出第一週6號的圖形



圖七 放上最上層的蓋板,即可看 到每個日子對應的星期

陸、研究結果

一、圖八為每個日子的可行解數量分佈圖,從此圖可以得知總共有107,032組可行解,並且 每個日子都至少有一組可行解,第三週的9號只有950組解、第一週的6號只有970組 解,這兩個日子的解較少,難度也最高;第四週的28號有4,675組解、第五週的23號有 4,100組解,這兩個日子的解最多,難度也較低。

3732	2038	1133	1663	1671	1803	2026	1387	1758	2703	1636	970	3693
34.9‰	19.0‰	10.6‰	15.5‰	15.6‰	16.8‰	18.9‰	13.0‰	16.4‰	25.3‰	15.3‰	9.1‰	34.5‰
1958	1786	1541	1334	1914	1503	1657	1233	1638	1300	1871	1313	1404
18.3‰	16.7‰	14.4‰	12.5‰	17.9‰	14.0‰	15.5‰	11.5‰	15.3‰	12.1‰	17.5‰	12.3‰	13.1‰
950	1542	1525	1180	1428	1440	1329	1524	1264	1606	1449	1717	1638
8.9‰	14.4‰	14.2‰	11.0‰	13.3‰	13.5‰	12.4‰	14.2‰	11.8‰	15.0‰	13.5‰	16.0‰	15.3‰
1791	1885	1607	1335	1655	1423	1438	1503	1020	2169	1562	1045	4675
16.7‰	17.6‰	15.0‰	12.5‰	15.5‰	13.3‰	13.4‰	14.0‰	9.5‰	20.3‰	14.6‰	9.8‰	43.7‰
4100	2054	1264	1639	1658	1642	1472	1946	2892				
38.3‰	19.2‰	11.8‰	15.3‰	15.5‰	15.3‰	13.8‰	18.2‰	27.0‰				

圖八 每個日子的可行解數量分佈圖

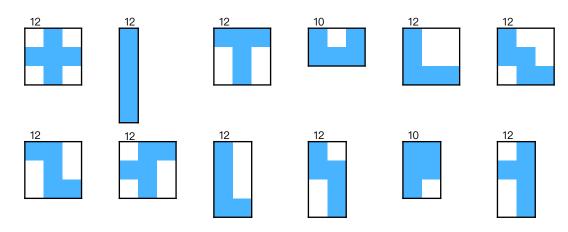
- 二、附件三為積木機率分佈圖,從此圖可以看出,積木X在萬年曆邊緣的機率很低。另外, 我也意外發現積木X放在座標(7,2)的機率非常高;積木I幾乎都是放在萬年曆的邊緣,甚 至在萬年曆邊緣以外的某些日子根本不能放(1,2)、(2,2)、(12,1)、(12,2)。
- 三、積木機率分佈圖(附件三)和假設之間的比較

積木位置分佈	研究假設	研究結果
適合放在角落	I 、 <u>V</u> 、 <u>L</u>	<u>V</u> , <u>L</u>
適合放在邊線	U \ P \ <u>Y</u>	I \ <u>Y</u>
分佈較均勻	<u>T</u> \ <u>N</u>	<u>T</u> \ U \ <u>N</u> \ P
不適合碰到邊線	<u>X \ W \ Z \ F</u>	$\underline{X} \cdot \underline{W} \cdot \underline{Z} \cdot \underline{F}$

結果有9個積木(V、L、Y、T、N、X、W、Z、F)支持假設,3個積木(I、U、P)不支持假設。

結果顯示積木I在角落的次數也不少,但是在邊緣的次數比較多,可能和積木I的最長邊=5,為所有積木最大值有關;積木U跟P分佈較均勻,可能是外框矩形周長(表二)最小所致。

表二 各積木外框矩形周長示意表



四、附件四是根據積木分佈情形製作的解題策略表,目的是讓玩家更容易解題,但對「專家」和「菜鳥」來說,竟然出現了完全相反的回饋。雖然只是初步調查,但也可作為後續研究的參考。

使用解題策略表當作提示,並給一些同學遊玩五連方萬年曆桌遊,遊完後經初步訪談發現:經常遊玩益智遊戲的「專家」解題時間有較為縮短的趨勢,例如:林同學剛開始解一題需要將近1小時,在有解題策略表的情況之下,解題時間有機會縮短至10分鐘以內,這些「專家」也認為解題策略表能幫助解題;不常遊玩益智遊戲的「菜鳥」幾乎無法解開任何一題,即使有了解題策略表也還是解不開,這些「菜鳥」抱怨解題策略表根本沒有用,還可能增加了解題困擾。

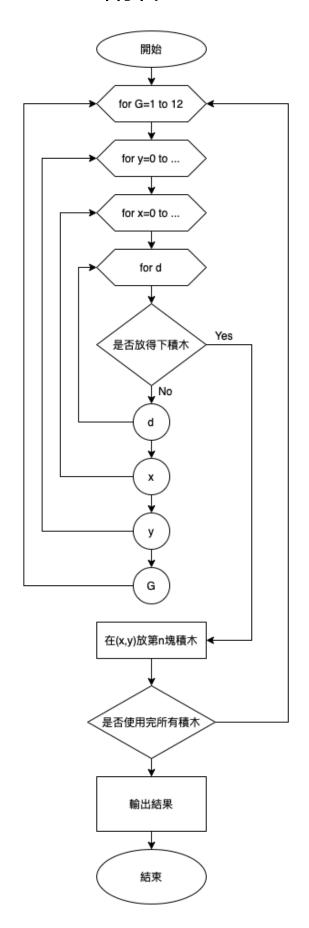
柒、未來展望

- 一、製作五連方萬年曆APP,讓玩家在任何地方都能遊玩此桌遊。
- 二、製作每個日子的解題策略。

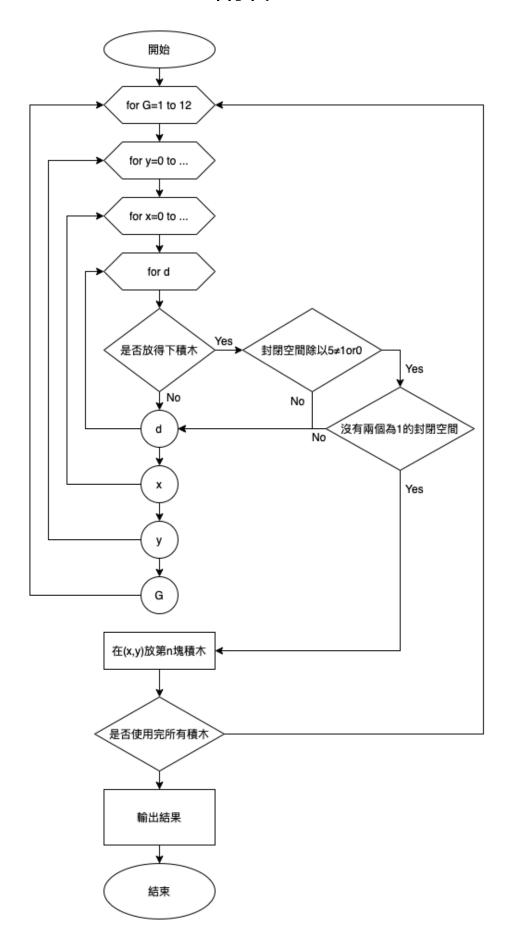
捌、參考文獻

- 霍巴特和威廉史密斯學院數學與計算機科學系五連方求解器 取自https://math.hws.edu/eck/js/pentominos/pentominos.html
- 2. C. B. Haselgrove; Jenifer Haselgrove. A Computer Program for Pentominoes. Eureka. October 1960, 23: 16—18.

附件—



附件二



附件三

0 • •						vis						
0.0‰	725	4491	3468	3043	3498	3557	3405	3338	3837	5605	1375	O
	1.4‰	8.4‰	6.5‰	5.7‰	6.5‰	6.6‰	6.4‰	6.2‰	7.2‰	10.5‰	2.6‰	0.0‰
725 1.4‰	8650	11688	14292	13713	13143	12914	15504	12952	15637	18824	8718	1375
	16.2‰	21.8‰	26.7‰	25.6‰	24.6‰	24.1‰	29.0‰	24.2‰	29.2‰	35.2‰	16.3‰	2.6‰
3434	7936	18876	17097	15437	16086	18438	13854	25954	17073	18207	11120	1738
6.4‰	14.8‰	35.3‰	31.9‰	28.8‰	30.1‰	34.5‰	25.9‰	48.5‰	31.9‰	34.0‰	20.8‰	3.2‰
773	8864	12065	13933	13075	12963	10436	21984	14974	15040	8007	1738	0
1.4‰	16.6‰	22.5‰	26.0‰	24.4‰	24.2‰	19.5‰	41.1‰	28.0‰	28.1‰	15.0‰	3.2‰	0.0‰
0 0.0‰	773 1.4‰	4657 8.7‰	3631 6.8‰	2355 4.4‰	3385 6.3‰	4178 7.8‰	419 0.8‰	12183 22.8‰				X

0.00						vis						
25388	17226	20292	25603	33055	27115	25511	25055	28504	20416	14411	10594	8036
47.4‰	32.2‰	37.9‰	47.8‰	61.8‰	50.7‰	47.7‰	46.8‰	53.3‰	38.1‰	26.9‰	19.8‰	15.0‰
13471 25.2‰	32 0.1‰	57 0.1‰	310 0.6‰	394 0.7‰	373 0.7‰	236 0.4‰	285 0.5‰	756 1.4‰	36 0.1‰	29 0.1‰	22 0.0‰	0.0‰
13471	0	0	248	316	296	191	266	742	38	30	23	0
25.2‰	0.0‰	0.0‰	0.5‰	0.6‰	0.6‰	0.4‰	0.5‰	1.4‰	0.1‰	0.1‰	0.0‰	0.0‰
13471	53	62	318	386	361	309	743	4046	3342	3339	3226	2835
25.2‰	0.1‰	0.1‰	0.6‰	0.7‰	0.7‰	0.6‰	1.4‰	7.6‰	6.2‰	6.2‰	6.0‰	5.3‰
25544 47.7‰	17432 32.6‰	19873 37.1‰	27036 50.5‰	35198 65.8‰	23097 43.2‰	17626 32.9‰	15237 28.5‰	8798 16.4‰				

0.0						wie						
8630	7383	9010	8613	8612	8705	7739	9609	8409	6802	8759	7074	6983
16.1‰	13.8‰	16.8‰	16.1‰	16.1‰	16.3‰	14.5‰	18.0‰	15.7‰	12.7‰	16.4‰	13.2‰	13.0‰
5428	13168	11278	8421	9874	8492	9634	9101	9827	68 7 1	5165	13962	1748
10.1‰	24.6‰	21.1‰	15.7‰	18.5‰	15.9‰	18.0‰	17.0‰	18.4‰	12.8‰	9.7‰	26.1‰	3.3‰
7923	13760	8320	10332	12464	10314	9621	11878	13058	5666	4068	13180	1748
14.8‰	25.7‰	15.5‰	19.3‰	23.3‰	19.3‰	18.0‰	22.2‰	24.4‰	10.6‰	7.6‰	24.6‰	3.3‰
5153	12291	11082	8614	9926	8579	9129	9881	8411	8155	12122	7148 13.4‰	6605
9.6‰	23.0‰	20.7‰	16.1‰	18.5‰	16.0‰	17.1‰	18.5‰	15.7‰	15.2‰	22.7‰		12.3‰
7794 14.6‰	7245 13.5‰	8286 15.5‰	8803 16.4‰	8145 15.2‰	10080 18.8‰	9220 17.2‰	7375 13.8‰	9487 17.7‰				

0.0						win						
8028	11168	8577	4353	4306	5501	5603	4248	3988	7179	12685	15974	10085
15.0‰	20.9‰	16.0‰	8.1‰	8.0‰	10.3‰	10.5‰	7.9‰	7.5‰	13.4‰	23.7‰	29.8‰	18.8‰
10600	7965	10260	7120	6164	7455	7521	6399	4689	9013	10647	17337	18508
19.8‰	14.9‰	19.2‰	13.3‰	11.5‰	13.9‰	14.1‰	12.0‰	8.8‰	16.8‰	19.9‰	32.4‰	34.6‰
11306	14786	8453	7887	7089	9021	7726	9952	5208	7929	10686	13658	18336
21.1‰	27.6‰	15.8‰	14.7‰	13.2‰	16.9‰	14.4‰	18.6‰	9.7‰	14.8‰	20.0‰	25.5‰	34.3‰
10711	8338	10649	7304	6091	6716	9346	5158	5068	5476	11255	17639	12294
20.0‰	15.6‰	19.9‰	13.6‰	11.4‰	12.5‰	17.5‰	9.6‰	9.5‰	10.2‰	21.0‰	33.0‰	23.0‰
8198 15.3‰	11485 21.5‰	9051 16.9‰	4360 8.1‰	3753 7.0‰	4458 8.3‰	8081 15.1‰	8171 15.3‰	4148 7.8‰				U

0 • •						vis						
10856	13803	14597	5140	3148	3661	4696	5179	4649	5902	23491	22868	19894
20.3‰	25.8‰	27.3‰	9.6‰	5.9‰	6.8‰	8.8‰	9.7‰	8.7‰	11.0‰	43.9‰	42.7‰	37.2‰
15638	5276	4562	4100	3070	3031	3658	3348	3254	5256	3577	3850	41538
29.2‰	9.9‰	8.5‰	7.7‰	5.7‰	5.7‰	6.8‰	6.3‰	6.1‰	9.8‰	6.7‰	7.2‰	77.6‰
25864	509 1	2906	5397	3771	4099	4781	3587	4709	4940	2475	2650	41538
48.3‰	9.5‰	5.4‰	10.1‰	7.0‰	7.7‰	8.9‰	6.7‰	8.8‰	9.2‰	4.6‰	5.0‰	77.6‰
15496	5506	4683	3828	3179	3431	3274	2016	3400	3003	23813	23192	22633
29.0‰	10.3‰	8.8‰	7.2‰	5.9‰	6.4‰	6.1‰	3.8‰	6.4‰	5.6‰	44.5‰	43.3‰	42.3‰
10718 20.0‰	13656 25.5‰	14407 26.9‰	5061 9.5‰	3163 5.9‰	4556 8.5‰	6949 13.0‰	5733 10.7‰	3613 6.8‰				V

0 • •						vie						
3755	3165	2774	5784	6963	6576	5675	6112	8901	5863	2130	2501	2610
7.0‰	5.9‰	5.2‰	10.8‰	13.0‰	12.3‰	10.6‰	11.4‰	16.6‰	11.0‰	4.0‰	4.7‰	4.9‰
3560	7571	11109	12027	11456	13333	12643	13187	14258	11703	10393	5130	1447
6.7‰	14.1‰	20.8‰	22.5‰	21.4‰	24.9‰	23.6‰	24.6‰	26.6‰	21.9‰	19.4‰	9.6‰	2.7‰
1482	11134	20876	15317	14579	16915	20825	16613	7955	17963	18126	5284	969
2.8‰	20.8‰	39.0‰	28.6‰	27.2‰	31.6‰	38.9‰	31.0‰	14.9‰	33.6‰	33.9‰	9.9‰	1.8‰
3736	7829	10874	11536	11875	13355	15422	11948	12904	11144 20.8‰	5745	3065	2045
7.0‰	14.6‰	20.3‰	21.6‰	22.2‰	25.0‰	28.8‰	22.3‰	24.1‰		10.7‰	5.7‰	3.8‰
3999 7.5‰	3289 6.1‰	2913 5.4‰	5918 11.1‰	6591 12.3‰	6055 11.3‰	5243 9.8‰	9457 17.7‰	11553 21.6‰				W

0.00						vir						
3792	3326	1740	4212	5088	4707	4805	5472	6027	6272	1887	7931	8936
7.1‰	6.2‰	3.3‰	7.9‰	9.5‰	8.8‰	9.0‰	10.2‰	11.3‰	11.7‰	3.5‰	14.8‰	16.7‰
4279	11325	10511	9882	9720	9789	9311	11267	10509	11489	16683	22437	1589
8.0‰	21.2‰	19.6‰	18.5‰	18.2‰	18.3‰	17.4‰	21.1‰	19.6‰	21.5‰	31.2‰	41.9‰	3.0‰
707	12498	16285	15491	14870	15299	14687	12584	13195	14408	20029	22666	936
1.3‰	23.4‰	30.4‰	28.9‰	27.8‰	28.6‰	27.4‰	23.5‰	24.7‰	26.9‰	37.4‰	42.4‰	1.7‰
3870	10959	10263	10054	10491	9882	10634	10307	10022	8582	3942	9362	8229
7.2‰	20.5‰	19.2‰	18.8‰	19.6‰	18.5‰	19.9‰	19.3‰	18.7‰	16.0‰	7.4‰	17.5‰	15.4‰
3441 6.4‰	3198 6.0‰	1696 3.2‰	4056 7.6‰	5285 9.9‰	5462 10.2‰	4682 8.7‰	7391 13.8‰	6711 12.5‰				Z

••						vis						
2592	3391	3108	4789	4983	5996	5332	5312	4483	7343	3820	3091	4259 8.0‰
4.8‰	6.3‰	5.8‰	8.9‰	9.3‰	11.2‰	10.0‰	9.9‰	8.4‰	13.7‰	7.1‰	5.8‰	
2731	8279	11730	12361	13762	13417	12521	11748	15360	10833	14359	10450	1757
5.1‰	15.5‰	21.9‰	23.1‰	25.7‰	25.1‰	23.4‰	22.0‰	28.7‰	20.2‰	26.8‰	19.5‰	3.3‰
2281	11268	13929	15189	17803	15478	13153	18156	17694	12879	12156	11221	1329
4.3‰	21.1‰	26.0‰	28.4‰	33.3‰	28.9‰	24.6‰	33.9‰	33.1‰	24.1‰	22.7‰	21.0‰	2.5‰
2629	797 1	11375	12982	13518	12055	12609	12314	13757	14862	6328	3500	2891
4.9‰	14.9‰	21.3‰	24.3‰	25.3‰	22.5‰	23.6‰	23.0‰	25.7‰	27.8‰	11.8‰	6.5‰	5.4‰
2331 4.4‰	3130 5.8‰	3493 6.5‰	4760 8.9‰	4730 8.8‰	5602 10.5‰	3772 7.0‰	7842 14.7‰	12366 23.1‰				F

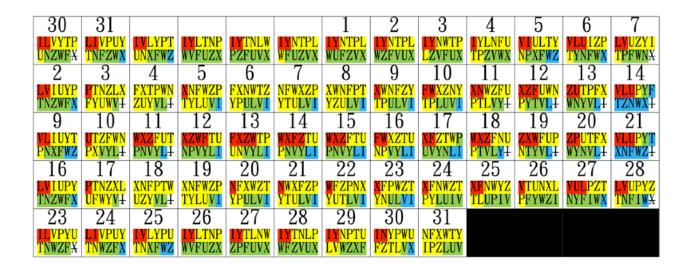
0.00						wis						
16260	17664	12422	13019	7490	6680	7176	6609	6638	10951	9148	15992	24957
30.4‰	33.0‰	23.2‰	24.3‰	14.0‰	12.5‰	13.4‰	12.3‰	12.4‰	20.5‰	17.1‰	29.9‰	46.6‰
23912	8663	3973	7152	5519	4238	5127	4122	4866	6866	1608	1510	20768
44.7‰	16.2‰	7.4‰	13.4‰	10.3‰	7.9‰	9.6‰	7.7‰	9.1‰	12.8‰	3.0‰	2.8‰	38.8‰
17940	2885	1207	3199	2435	1916	1794	1872	2101	4455	441	805	20890
33.5‰	5.4‰	2.3‰	6.0‰	4.6‰	3.6‰	3.4‰	3.5‰	3.9‰	8.3‰	0.8‰	1.5‰	39.0‰
24017	8771	4293	7403	5671	5195	3438	3167 5.9‰	5123	8105	7557	17307	24171
44.9‰	16.4‰	8.0‰	13.8‰	10.6‰	9.7‰	6.4‰		9.6‰	15.1‰	14.1‰	32.3‰	45.2‰
16908 31.6‰	17820 33.3‰	12443 23.3‰	12978 24.3‰	7837 14.6‰	8523 15.9‰	7645 14.3‰	6730 12.6‰	4788 8.9‰				

0 • •						win						
6172	6079	7206	7695	8370	9916	9967	10733	8969	9147	8508	5078	2400
11.5‰	11.4‰	13.5‰	14.4‰	15.6‰	18.5‰	18.6‰	20.1‰	16.8‰	17.1‰	15.9‰	9.5‰	4.5‰
4990	11448	10968	12773	13646	13853	12540	12493	10307	14609	9420	4844	1585
9.3‰	21.4‰	20.5‰	23.9‰	25.5‰	25.9‰	23.4‰	23.3‰	19.3‰	27.3‰	17.6‰	9.1‰	3.0‰
4313	10871	5929	6267	7084	6219	5772	6718	4300	10491	8114	4702	1493
8.1‰	20.3‰	11.1‰	11.7‰	13.2‰	11.6‰	10.8‰	12.6‰	8.0‰	19.6‰	15.2‰	8.8‰	
4886	11377	115 11	13167	14243	14694	10533	6675	13513	13147	10252	5314	3088
9.1‰	21.3‰	21.5‰	24.6‰	26.6‰	27.5‰	19.7‰	12.5‰	25.3‰	24.6‰	19.2‰	9.9‰	5.8‰
6253 11.7‰	6605 12.3‰	7856 14.7‰	7257 13.6‰	7487 14.0‰	8623 16.1‰	13607 25.4‰	15124 28.3‰	13959 26.1‰				N

0 • •						win						
8241	11605	9862	6927	5686	7048	7417 13.9‰	7201	6759	6704	6212	7560	6269
15.4‰	21.7‰	18.4‰	12.9‰	10.6‰	13.2‰		13.5‰	12.6‰	12.5‰	11.6‰	14.1‰	11.7‰
9688	14797	11141	8840	8755	9607	9824	8474	8632	8574	9192	12737	10051
18.1‰	27.6‰	20.8‰	16.5‰	16.4‰	18.0‰	18.4‰	15.8‰	16.1‰	16.0‰	17.2‰	23.8‰	18.8‰
7912	10392	6003	6099	7196	6739	5800	6712	6163	7403	8306	15126	11261
14.8‰	19.4‰	11.2‰	11.4‰	13.4‰	12.6‰	10.8‰	12.5‰	11.5‰	13.8‰	15.5‰	28.3‰	21.0‰
10535	15460	11142	8687	8029	9235	10533	12036	8266	5171	6869	10032	8806
19.7‰	28.9‰	20.8‰	16.2‰	15.0‰	17.3‰	19.7‰	22.5‰	15.4‰	9.7‰	12.8‰	18.7‰	16.5‰
9048 16.9‰	12266 22.9‰	10112 18.9‰	6713 12.5‰	5250 9.8‰	7052 13.2‰	9493 17.7‰	10244 19.1‰	7266 13.6‰				P

0.00						wie						
9586	9459	11820	15766	14617	15826	17528	16710	14609	13913	8740	6024	8910
17.9‰	17.7‰	22.1‰	29.5‰	27.3‰	29.6‰	32.8‰	31.2‰	27.3‰	26.0‰	16.3‰	11.3‰	16.6‰
10052	8072	8214	8420	9045	8798	9446	9871	9984	4845	5264	4722	5262
18.8‰	15.1‰	15.3‰	15.7‰	16.9‰	16.4‰	17.7‰	18.4‰	18.7‰	9.1‰	9.8‰	8.8‰	9.8‰
9449	4869	2723	3329	2560	3210	2915	3316	4689	2181	2945	4880	5156
17.7‰	9.1‰	5.1‰	6.2‰	4.8‰	6.0‰	5.4‰	6.2‰	8.8‰	4.1‰	5.5‰	9.1‰	9.6‰
9964	7728	7426	7871	8893	9143	9931	9300	6528	8836	6241	4464	8760
18.6‰	14.4‰	13.9‰	14.7‰	16.6‰	17.1‰	18.6‰	17.4‰	12.2‰	16.5‰	11.7‰	8.3‰	16.4‰
8698 16.3‰	8079 15.1‰	10981 20.5‰	14820 27.7‰	15580 29.1‰	18497 34.6‰	15064 28.1‰	11363 21.2‰	9268 17.3‰				Y

附件四



註:

- 出現14000~42000次
- 出現6500~14000次
- 出現2200~6500次
- 出現100~2200次
- --出現0~100次