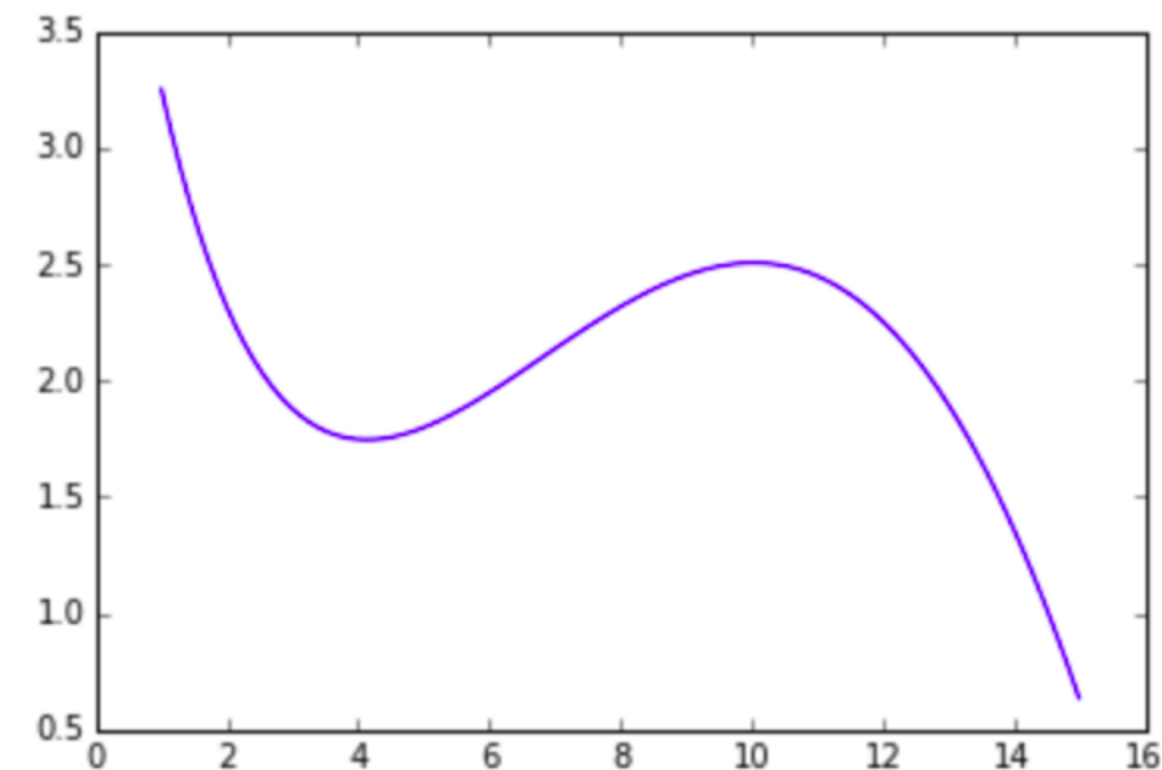


## Задача 2: аппроксимация функции

Рассмотрим сложную математическую функцию на отрезке  $[1, 15]$ :

$$f(x) = \sin(x / 5) * \exp(x / 10) + 5 * \exp(-x / 2)$$



Она может описывать, например, зависимость оценок, которые выставляют определенному сорту вина эксперты, в зависимости от возраста этого вина. По сути, задача машинного обучения состоит в том, чтобы приблизить сложную зависимость с помощью функции из определенного семейства. В этом задании мы будем приближать указанную функцию с помощью многочленов.

Как известно, многочлен степени  $n$  (то есть  $w_0 + w_1 x + w_2 x^2 + \dots + w_n x^n$ ) однозначно определяется любыми  $n + 1$  различными точками, через которые он проходит. Это значит, что его коэффициенты  $w_0, \dots, w_n$  можно определить из следующей системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_1^2 + \dots + w_n x_1^n = f(x_1) \\ \dots \\ w_0 + w_1 x_{n+1} + w_2 x_{n+1}^2 + \dots + w_n x_{n+1}^n = f(x_{n+1}) \end{cases}$$

где через  $x_1, \dots, x_n, x_{n+1}$  обозначены точки, через которые проходит многочлен, а через  $f(x_1), \dots, f(x_n), f(x_{n+1})$  — значения, которые он должен принимать в этих точках.

Воспользуемся описанным свойством, и будем находить приближение функции многочленом, решая систему линейных уравнений.

1. Сформируйте систему линейных уравнений (то есть задайте матрицу коэффициентов  $A$  и свободный вектор  $b$ ) для многочлена первой степени, который должен совпадать с функцией  $f$  в точках 1 и 15. Решите данную систему с помощью функции `scipy.linalg.solve`. Нарисуйте функцию  $f$  и полученный многочлен. Хорошо ли он приближает исходную функцию?
2. Повторите те же шаги для многочлена второй степени, который совпадает с функцией  $f$  в точках 1, 8 и 15. Улучшилось ли качество аппроксимации?
3. Повторите те же шаги для многочлена третьей степени, который совпадает с функцией  $f$  в точках 1, 4, 10 и 15. Хорошо ли он аппроксимирует функцию?  
Коэффициенты данного многочлена (четыре числа в следующем порядке:  $w_0, w_1, w_2, w_3$ ) являются ответом на задачу. Округлять коэффициенты не обязательно, но при желании можете произвести округление до второго знака (т.е. до числа вида 0.42)

4. Запишите полученные числа в файл, разделив пробелами. Обратите внимание, что файл должен состоять из одной строки, в конце которой не должно быть переноса. Пример файла с решением вы можете найти в конце задания (submission-2.txt).

submission-2.txt

submission-1.txt