PEC 1

Presentación

Esta PEC corresponde al módulo de *Óptica y Fotónica*.

Competencias

Competencias Generales

11 Capacidad de utilizar los fundamentos matemáticos, estadísticos y físicos para comprender los sistemas TIC.

12 Capacidad de analizar un problema en el nivel de abstracción adecuado a cada situación y aplicar las habilidades y conocimientos adquiridos para abordarlo y resolverlo.

Competencias Específicas

- Saber qué son las ondas electromagnéticas para saber trabajar con los dispositivos que las utilizan.
- Conocer el espectro electromagnético para saber utilizar el rango de frecuencias más adecuado a cada situación.
- Conocer y comprender los fundamentos de la fotónica.

Objetivos

- Tener claro que la luz es una onda electromagnética y saber donde se sitúa dentro de la totalidad del espectro electromagnético.
- Entender las dos descripciones básicas de los fenómenos lumínicos.
- Conocer las bases de la óptica geométrica y cómo dan lugar a las leyes básicas de la reflexión y la refracción.

- Entender la óptica geométrica como primera aproximación en el estudio de la luz y saber cómo superar sus limitaciones con la óptica ondulatoria clásica y la óptica cuántica.
- Conocer cualitativamente los principios básicos de la óptica cuántica.
- Saber los procesos básicos de interacción entre luz y materia tal y como se describen en óptica cuántica.

Descripción de la PEC a realizar

La PEC está dividida en dos partes: un cuestionario que encontraréis en el Moodle de la asignatura y este documento, que está compuesto por seis cuestiones cortas y un problema.

Recursos

Recursos Básicos

Materiales de la asignatura, módulo de *Óptica y Fotónica*.

Recursos Complementarios

En el aula encontraréis información sobre recursos adicionales, así como PEC resueltas de semestres anteriores. Por otro lado, al final de cada módulo encontraréis una bibliografía recomendada.

Criterios de valoración

20 % Cuestionario de Moodle
60 % Cuestiones cortas
20 % Problema

Excepto en el Cuestionario de Moodle, todas las respuestas se tienen que justificar adecuadamente.

Formato y fecha de entrega

La PEC1 se tiene que entregar antes del **08/03/2022 a las 23:59h** a través del **REC** (Registro de Evaluación Continua). Hay que hacer la entrega en **un único fichero PDF** con todas las respuestas (excepto el cuestionario de Moodle). En caso de que esto no pueda ser por algún motivo justificado, se podrán aceptar otros formatos habituales como por ejemplo Microsoft Office (.DOC, .DOCX), OpenOffice (.ODT), ficheros de texto (.TXT, .RTF) o LaTeX(.TEX).

El cuestionario de Moodle se tiene que realizar en línea conectándoos al Moodle del aula de Fundamentos Físicos de la Informática. La fecha límite es la misma que la de la PAC1 puesto que forma parte de la misma.

En el documento de entrega habrá que añadir el siguiente texto: "Certifico que he hecho esta PEC de forma completamente individual y solo con la ayuda que lo PDC ha considerado oportuna."

Enunciados

CUESTIONARIO MOODLE

Conectaos al Moodle de la asignatura y responded el cuestionario correspondiente a la PEC1. Este cuestionario constará de una serie de preguntas tomadas **al azar** de entre los cuestionarios de cada semana. Dispondréis de hasta 2 intentos para realizarlo y la nota final será siempre la **más alta** de entre las obtenidas en cada intento.

Os recordamos que disponéis de los cuestionarios no evaluables correspondientes al temario de cada semana, con los cuales podéis practicar tantas veces como queráis sin penalización.

CUESTIONES

Cuestión 1

Una onda luminosa armónica se propaga por un medio material con índice de refracción n. Está definida por la siguiente expresión de su campo eléctrico:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \sin(kz - \omega t)\,\vec{i} \tag{1}$$

donde $E_0 = 25\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$, $k = 4\pi \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{m}}$ y $\omega = 9\pi \cdot 10^{14}\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

Calculad la velocidad de propagación de esta onda e identificad de qué medio material se trata.

Solución:

Tal y como nos han indicado en el apartado 1.1.4 del módulo de *Óptica y fotónica*, la velocidad de propagación de una onda armónica está dada por la ecuación (9), que reproducimos aquí por comodidad:

$$v = \frac{\omega}{k} \tag{2}$$

Si sustituimos los datos numéricos que proporciona el enunciado, obtenemos:

$$v = \frac{9\pi \cdot 10^{14}\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}}{4\pi \cdot 10^{6}\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{m}}} = 2{,}25 \cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{3}$$

Por otra parte, tal y como se explica en el apartado 2.2.2 del módulo de *Óptica y fotónica*, el índice de refracción de un medio, n, es igual al cociente entre la velocidad de propagación de la luz en el vacío, c, y la velocidad de propagación de la luz en ese medio, v. Es decir:

$$n = \frac{c}{v} \tag{4}$$

Si sustituimos los datos numéricos, resulta:

$$n = \frac{3 \cdot 10^8 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2{,}25 \cdot 10^8 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 1{,}33 \tag{5}$$

Si consultáis la tabla que aparece en el mismo apartado 2.2.2 del módulo de *Óptica y fotónica*, este índice de refracción se corresponde con **agua a** 20^o C.

Cuestión 2

Un rayo de luz pasa del agua ($n_1 = 1{,}33$) al aire ($n_2 = 1$), tal y como puede ver en la Figura 1. ¿Cuál es el mayor ángulo de incidencia por el que la luz se propaga hacia el aire? ¿Cómo se llama a este fenómeno? ¿Podría producirse si la onda pasara del aire en el agua?

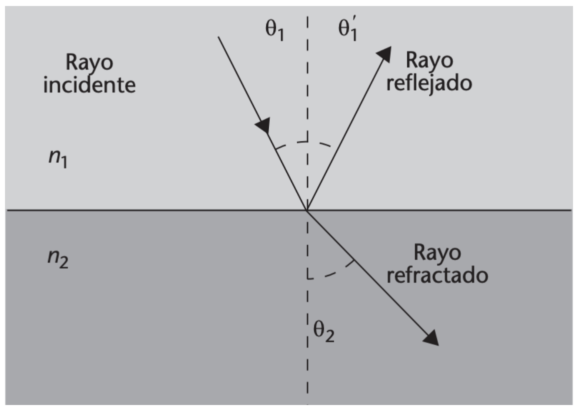

Figura 1: Rayo de luz de la Cuestión 2.

Solución:

En el apartado 2.3.2 del módulo de *Óptica y fotónica* tenemos explicada la ley de Snell, o ley de la refracción, según la cual la relación entre el ángulo de incidencia y el de refracción es la siguiente:

$$n_1 \cdot \sin\theta_1 = n_2 \cdot \sin\theta_2 \tag{6}$$

En este mismo apartado de los materiales, se explica que cuando la luz pasa de un medio de índice mayor a otro menor, el rayo refractado se aleja de la normal. De este modo, si se aumenta paulatinamente el ángulo de incidencia, llega un momento en que el ángulo refractado es de 90^o. En el apartado 2.4 del módulo de *Óptica y fotónica* se explica que a partir de ese momento ya no hay refracción y sólo se produce reflexión. Se produce así el fenómeno llamado **reflexión interna total**. El ángulo que nos piden en esta cuestión es el llamado **ángulo crítico**, que es justamente el ángulo de incidencia mayor por el que existe refracción. Por aplicación directa de la ecuación (6) con $\theta_2 = 90^o$, podemos determinar este ángulo crítico:

$$n_1 \cdot \sin\theta_1 = n_2 \cdot \sin 90^o \to \theta_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{1{,}33}\right) = \arcsin 0{,}752 = 48{,}8^o = 0{,}852 \text{ rad} \tag{7}$$

Si en lugar de pasar del agua al aire, se pasara del aire al agua, la dirección del rayo de luz se acercaría a la normal, por lo que este fenómeno no podría producirse.

Cuestión 3

Una fibra óptica tiene un núcleo de vidrio óptico ($n_{vidrio} = 1{,}52$) y se encuentra rodeada de aire ($n_{aire} = 1$). El ángulo crítico núcleo-revestimiento es de $\theta_c = 70^o$. ¿Cuál es el ángulo de incidencia aire-núcleo, que es precisamente el ángulo máximo de incidencia? Calcula también la apertura numérica de esa fibra y el índice de refracción del revestimiento.

Solución:

Si representamos esquemáticamente la situación propuesta, obtenemos la Figura 2.

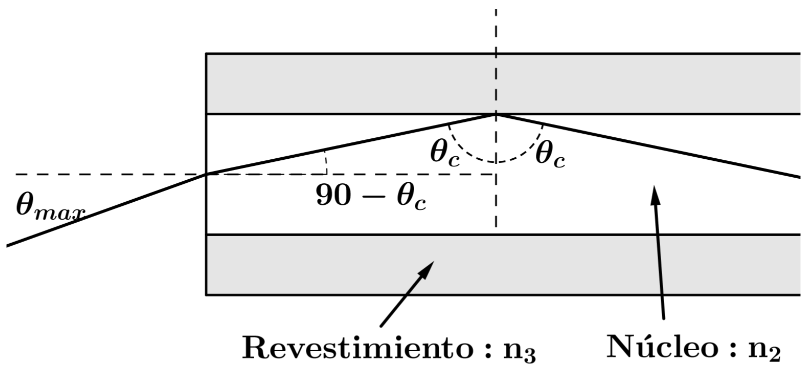

Figura 2: Esquema de la reflexión total interna de la cuestión 3.

A partir de esta figura podemos encontrar el ángulo del rayo refractado en el cambio de medio aire-núcleo:

$$\theta_2 = 90^o - \theta_c = 90^o - 70^o = 20^o \tag{8}$$

En el apartado 2.3.2 del módulo de *Óptica y fotónica* tenemos explicada la ley de Snell. Si lo aplicamos al cambio de medio aire-núcleo, tenemos:

$$n_1 \cdot \sin\theta_{max} = n_2 \cdot \sin\theta_2 \rightarrow \sin\theta_{max} = \frac{n_2 \cdot \sin\theta_2}{n_1} \tag{9}$$

Si sustituimos los datos numéricos, podemos calcular el ángulo pedido:

$$\sin\theta_{max} = \frac{1{,}52 \cdot \sin 20^o}{1} \rightarrow \theta_{max} = \arcsin\left(1{,}52 \cdot \sin 20^o\right) = 31{,}3^o = 0{,}546 \text{ rad} \tag{10}$$

En el apartado 2.4 del módulo de *Óptica y fotónica* se define la **apertura numérica** como el seno de este ángulo:

$$\sin\theta_{max} = \sin 31{,}3^o = 0{,}5198 \approx 0{,}52 \tag{11}$$

Si aplicamos la ley de Snell en el cambio de medio núcleo-revestimiento, podemos obtener finalmente el índice de refracción del revestimiento:

$$n_2 \cdot \sin\theta_c = n_3 \cdot \sin 90^o \rightarrow n_3 = 1{,}52 \cdot sin 70^o = 1{,}428 \tag{12}$$

Cuestión 4

Se superponen dos ondas con intensidades $I_1 = 5$ mW/m^2 y $I_2 = 20$ mW/m^2 y la misma longitud de onda, correspondiente a luz verde (540 nm). ¿Cuál es la diferencia de camino óptico si la intensidad total es $I = 15$ mW/m^2?

Solución:

Como se explica en los materiales del módulo de *Óptica y fotónica*, el principio de superposición afirma que cuando dos o más ondas se encuentran en un punto del espacio, la onda resultante es la suma vectorial de las ondas individuales. En particular, en el apartado 3.1.1 encontraremos que la expresión que nos permite cuantificar la intensidad total de la superposición de dos ondas es (expresión (61) de los materiales del módulo 1):

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta \tag{13}$$

de donde conocemos los valores I_1, I_2 y I, lo que nos permite aislar el valor de $\cos\delta$:

$$\cos\delta = \frac{I - I_1 - I_2}{2\sqrt{I_1 I_2}} \tag{14}$$

Si sustituimos los datos que proporciona el enunciado en la ecuación anterior obtenemos:

$$\cos\delta = \frac{15 - 5 - 20}{2\sqrt{5 \cdot 20}} = \frac{-10}{20} = \frac{-1}{2} \tag{15}$$

Esto nos permite calcular la diferencia de fase δ:

$$\delta = \arccos\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3} \tag{16}$$

A su vez, la diferencia de fase δ puede cuantificarse, a partir de la expresión (74) de los materiales del módulo de *Óptica y fotónica*, a partir de la longitud de onda (*lambda*) y la diferencia de camino óptico (Δr), que reproducimos aquí por comodidad:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r = \frac{2\pi}{3} \tag{17}$$

Si la igualamos con el valor dado por (16), podemos encontrar finalmente la diferencia de camino óptico Δr:

$$\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r = \frac{2\pi}{3} \rightarrow \Delta r = \frac{\lambda}{3} \tag{18}$$

Si sustituimos los datos numéricos del enunciado, obtenemos finalmente:

$$\Delta r = \frac{540 \text{ nm}}{3} = 180 \text{ nm} \tag{19}$$

Cuestión 5

Queremos realizar un experimento de doble resquicio como el que se muestra esquemáticamente en la Figura 3. Para ello disponemos de una reja con los agujeros separados $d = 200\ \mu$m, una pantalla lo suficientemente grande y un láser de Helio-Neón, que hace una luz monocromática de color rojo (633 nm de longitud de onda). Calcule en qué separación se debe poner la rendija de la pantalla si la separación entre máximos debe ser 1 cm. **Indicación**: utilice la aproximación de los ángulos pequeños para resolver el problema.

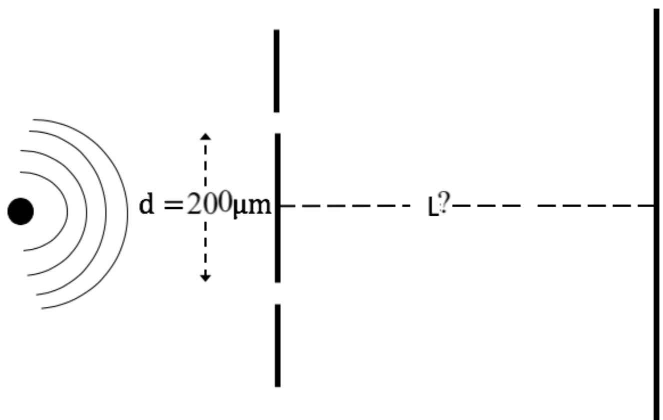

Figura 3: Experimento de la doble rendija de Young.

Solución:

En el apartado 3.4.1 del módulo de *Óptica y Fotónica* hemos visto el experimento de la doble rendija. En este mismo apartado hemos visto, utilizando la aproximación de los pequeños ángulos, que podemos calcular la posición de los máximos del patrón resultante. Con la ayuda de estas fórmulas encontraremos la respuesta a la cuestión planteada.

En el enunciado nos dicen que la distancia entre los dos primeros máximos es 1 cm. En la expresión (85) del módulo de *Óptica y Fotónica* podemos ver cómo calcular los máximos del experimento de Young:

$$y_m = m\frac{\lambda L}{d} \;, m = 0{,}1{,}2{,}3{,}4... \tag{20}$$

La distancia entre dos máximos consecutivos es:

$$\Delta y = y_m - y_{m-1} = m\frac{\lambda L}{d} - (m-1)\frac{\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d} \;, m \geq 1 \tag{21}$$

Si sustituimos en la ecuación (21) los valores que nos dan en el enunciado, obtenemos una expresión que nos permite despejar L:

$$\frac{633 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m} \cdot L}{2 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}} = 10^{-2}\ \mathrm{m} \rightarrow L = \frac{10^{-2}\ \mathrm{m} \cdot 2 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}}{633 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} = 3{,}2\ \mathrm{m} \tag{22}$$

Cuestión 6

Un haz de luz monocromática, con una longitud de onda $\lambda = 750$ nm, viaja en el agua (índice de refracción $n = 1{,}33$) e incide en un detector de fotones. ¿Cuántos fotones han incidido si la energía total medida es $E_T = 0{,}75$ J?

Solución:

Podemos expresar la frecuencia en función de la velocidad, v, y de la longitud de onda, λ, tal y como hemos visto en la ecuación (8) de los materiales de estudio del módulo de *Óptica y Fotónica*, y que reproducimos aquí por comodidad:

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \tag{23}$$

Por otra parte, podemos calcular la velocidad en un medio a partir del índice de refracción y la velocidad en el vacío, tal y como hemos visto en la ecuación (10) de los materiales de estudio del módulo de *Óptica y Fotónica*:

$$n = \frac{v_o}{v} \rightarrow v = \frac{v_o}{n} = \frac{c}{n} \tag{24}$$

Si combinamos las ecuaciones (23) y (24), obtenemos la siguiente expresión por la frecuencia:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{\frac{c}{n}}{\lambda} = \frac{c}{n \cdot \lambda} \tag{25}$$

Si sustituimos los datos numéricos, obtenemos el siguiente valor para la frecuencia:

$$f = \frac{3 \cdot 10^8 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}33 \cdot 750 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3{,}00 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \tag{26}$$

La energía de un fotón se calcula mediante la expresión (88) del módulo de *Óptica y Fotónica*:

$$E = hf \tag{27}$$

donde h es la constante de Planck. Si aplicamos esta fórmula, obtenemos la energía correspondiente a un fotón:

$$E = hf = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{14} = 1{,}99 \cdot 10^{-19} \text{ J} \tag{28}$$

La energía de todos los fotones se calcula multiplicando la energía de un fotón, E, por el número de fotones detectados, N. Esta energía total nos la da el enunciado. Si sustituimos los datos numéricos, podemos despejar el número de fotones:

$$E_T = E \cdot N = 1{,}99{,}73 \cdot 10^{-19} \cdot N = 0{,}75 \rightarrow N = \frac{0{,}75}{1{,}99 \cdot 10^{-19}} = 3{,}8 \cdot 10^{18} \text{ fotones} \tag{29}$$

Problema

Disponemos de una piscina vacía que tiene un foco de luz en el fondo, que supondremos puntual. Colocamos sobre el foco un disco de madera circular de radio $R = 85$ cm tal y como se muestra en la Figura 4. Encendemos el foco y no vemos ninguna luz porque lo tapa el disco de madera.

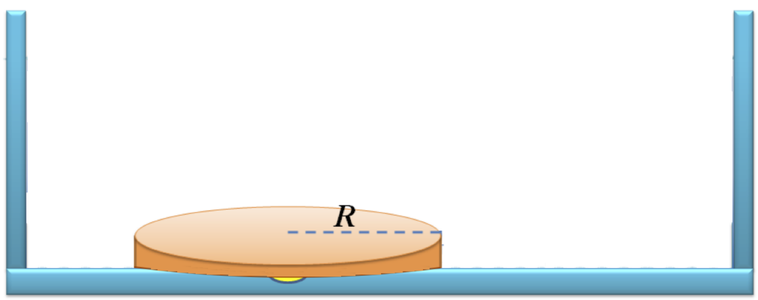

Figura 4: Disco de madera colocado sobre el foco de luz en la piscina vacía.

Entonces, vertemos lentamente un cierto líquido en la piscina de modo que la madera no se desplaza lateralmente sino sólo en la dirección vertical al foco. Nos estiremos mirando en dirección al disco flotando sobre el líquido. No vemos ninguna luz hasta que el agua tiene una profundidad $h = 75$ cm. Se pide:

(a) Calculad el índice de refracción del líquido. ¿De qué líquido se trata?

(b) Ahora sacamos una buena cantidad de líquido de la piscina hasta tener sólo 25 cm de profundidad. Llega el invierno y se congela todo el líquido de la piscina. ¿A qué radio R_2 debemos reducir el disco de madera para seguir viendo el foco de luz cuando estamos estirados? *Dato*: el índice de refracción del líquido congelado es 1,31.

Solución:

(a) Para calcular el índice de refracción del líquido primero necesitamos calcular el ángulo crítico θ_c o ángulo a partir del cual no existe onda transmitida de un medio a otro (ver apartado

2.4 del Módulo de Óptica y Fotónica). Utilizaremos el radio R del disco y el ángulo que hay entre la línea vertical del foco de luz y el rayo que va a parar en el extremo del disco (para ir de aquí a los ojos del observador).

En el extremo de este disco, la luz sale del líquido con un ángulo de $\theta_2 = 90^o$ con la vertical perpendicular a la superficie de la piscina. Esto indica que el ángulo de refracción en la superficie líquido-aire es el ángulo crítico de refracción total θ_c, tal y como está representado en la Figura 5. Recuerde (apartado 2.4 del Módulo de Óptica y Fotónica) que el ángulo crítico es aquel ángulo de incidencia por el que el ángulo de refracción es 90^o, es decir, a partir del cual no habrá rayo refractado (no habrá onda transmitida).

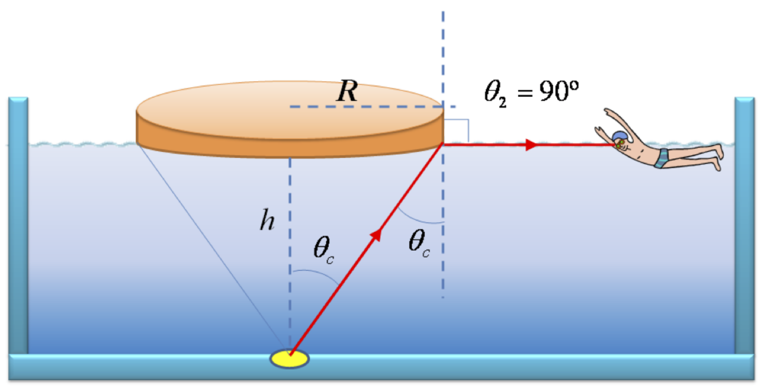

Figura 5: Esquema de la piscina y elementos implicados por el apartado (a).

De esta figura podemos deducir que la profundidad h está relacionada con el radio R mediante la tangente del ángulo crítico:

$$\tan\theta_c = \frac{R}{h} = \frac{85 \text{ cm}}{75 \text{ cm}} = 1{,}1333 \tag{30}$$

Si aíslamos θ_c de la ecuación (30) obtenemos:

$$\theta_c = \arctan(1{,}1333) = 48{,}58^o \tag{31}$$

La ley de Snell de la refracción dice (ecuación (12) del Módulo de Óptica y Fotónica):

$$n_1 \cdot \sin\theta_i = n_2 \cdot \sin\theta_t \tag{32}$$

Utilizando esta ley en nuestro problema tenemos:

$$n_{liquido} \cdot \sin\theta_c = n_{aire} \cdot \sin\theta_2 \tag{33}$$

de la que podemos despejar el índice de refracción del líquido estudiado y sustituir los datos que tenemos:

$$n_{liquido} = \frac{n_{aire} \cdot \sin\theta_2}{\sin\theta_c} = \frac{1 \cdot \sin 90^o}{\sin 48{,}58^o} = 1{,}33 \tag{34}$$

Si buscamos este índice de refracción en cualquier tabla típica (también puede navegar por internet), nos saldrá que el líquido estudiado se corresponde con el agua, como debe ser por una piscina normal de uso público.

(b) Procederemos de forma análoga al apartado anterior pero invertiremos el orden de aplicación de las fórmulas. Podemos observar los elementos de esta nueva situación en la Figura 6.

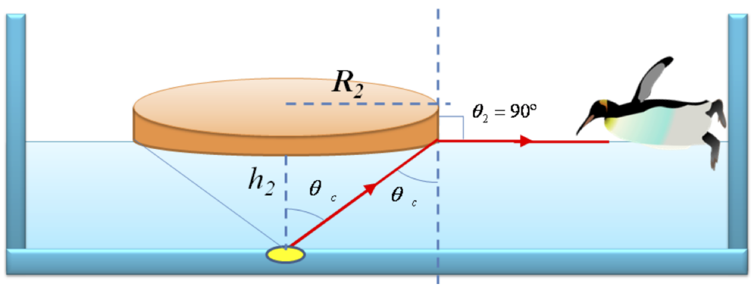

Figura 6: Esquema de la piscina congelada y elementos implicados para el apartado (b).

Empecemos por utilizar la ley de Snell (ecuación (32)) de donde aislamos el seno del ángulo crítico para obtener el nuevo ángulo crítico θ_{c_2}:

$$n_{liquido-hielo} \cdot \sin\theta_{c_2} = n_{aire} \cdot \sin\theta_2 \quad \longrightarrow \tag{35}$$

$$\sin\theta_{c_2} = \frac{n_{aire} \cdot \sin\theta_2}{n_{liquido-hielo}} = \frac{1 \cdot \sin 90^o}{1{,}31} = 0{,}76 \quad \longrightarrow \tag{36}$$

$$\theta c_2 = 49{,}76^o \tag{37}$$

De la Figura 6 podemos deducir que la profundidad h_2 está relacionada con el radio R_2 mediante la tangente del ángulo crítico:

$$\tan\theta_{c_2} = \frac{R_2}{h_2} \tag{38}$$

Despejamos el radio para obtener el resultado pedido:

$$R_2 = h_2 \cdot \tan\theta_{c_2} = 25\ \text{cm} \cdot \tan(49{,}76^o) = 29{,}54\ \text{cm} \tag{39}$$

que es un radio mucho menor que el que teníamos inicialmente.