

5-1

$(a, b)$  は  $xy$  平面上の点とする. 点  $(a, b)$  から曲線  $y = x^3 - x$  に接線がちょうど 2 本だけひけ、この 2 本の接線が直交するものとする. このときの  $(a, b)$  を求めよ.

5-2

関数  $f(x)$  が

$$f(x) = x^2 - x \int_0^2 |f(x)| dx$$

を満たしているとする. このとき、 $f(x)$  を求めよ.

5-3

関数  $f(x) = x^4 - 2x^2 + x$  について、次の問いに答えよ.

(1) 曲線  $y = f(x)$  と 2 点で接する直線の方程式を求めよ.

(2) 曲線  $y = f(x)$  と (1) で求めた直線で囲まれた領域の面積を求めよ.

5-4

$0 \leq k \leq 1$  を満たす実数  $k$  に対して、 $xy$  平面上に次の連立不等式で表される 3 つの領域  $D$ 、 $E$ 、 $F$  を考える.

$D$  は連立不等式  $y \geq x^2$ 、 $y \leq kx$  で表される領域

$E$  は連立不等式  $y \leq x^2$ 、 $y \geq kx$  で表される領域

$F$  は連立不等式  $y \leq -x^2 + 2x$ 、 $y \geq kx$  で表される領域

(1) 領域  $D \cup (E \cap F)$  の面積  $m(k)$  を求めよ.

(2) (1) で求めた面積  $m(k)$  を最小にする  $k$  の値と、最小値を求めよ.