

3-1

$n$  を 2 以上の自然数とする。 $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n$  は

$$x_1 > x_2 > \dots > x_n, y_1 > y_2 > \dots > y_n$$

を満たす実数とする。 $z_1, \dots, z_n$  は  $y_1, \dots, y_n$  を任意に並べ替えたものとするとき、

$$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \leq \sum_{i=1}^n (x_i - z_i)^2$$

が成り立つことを示せ。また、等号が成立するのはどのようなときか答えよ。

3-2

$P$  は  $x$  軸上の点で  $x$  座標が正であり、 $Q$  は  $y$  軸上の点で  $y$  座標が正である。直線  $PQ$  は原点  $O$  を中心とする半径 1 の円に接している。

また、 $a, b$  は正の定数とする。 $P, Q$  を動かすとき、 $aOP^2 + bOQ^2$  の最小値を  $a, b$  で表せ。

3-3

$-2 \leq x \leq 2$  の範囲で、関数  $f(x) = x^2 + 2x - 2$ ,  $g(x) = -x^2 + 2x + a + 1$ について、次の条件を満たす  $a$  の値の範囲をそれぞれ求めよ。

- (1) すべての  $x$  に対して、 $f(x) < g(x)$
- (2) ある  $x$  に対して、 $f(x) < g(x)$
- (3) すべての  $x_1, x_2$  に対して、 $f(x_1) < g(x_2)$
- (4) ある組  $x_1, x_2$  に対して、 $f(x_1) < g(x_2)$

3-4

$(2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13)^{10}$  の 10 進法での桁数を求めよ。