

3-1

n を 2 以上の自然数とする. $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n$ は

$$x_1 > x_2 > \dots > x_n, y_1 > y_2 > \dots > y_n$$

を満たす実数とする. z_1, \dots, z_n は y_1, \dots, y_n を任意に並べ替えたものとするとき、

$$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \leq \sum_{i=1}^n (x_i - z_i)^2$$

が成り立つことを示せ. また、等号が成立するのはどのようなときか答えよ.

3-2

P は x 軸上の点で x 座標が正であり、 Q は y 軸上の点で y 座標が正である. 直線 PQ は原点 O を中心とする半径 1 の円に接している.

また、 a, b は正の定数とする. P, Q を動かすとき、 $aOP^2 + bOQ^2$ の最小値を a, b で表せ.

3-3

$-2 \leq 2$ の範囲で、関数 $f(x) = x^2 + 2x - 2$ 、 $g(x) = -x^2 + 2x + a + 1$ について、次の条件を満たす a の値の範囲をそれぞれ求めよ.

- (1) すべての x に対して、 $f(x) < g(x)$
- (2) ある x に対して、 $f(x) < g(x)$
- (3) すべての x_1, x_2 に対して、 $f(x_1) < g(x_2)$
- (4) ある組 x_1, x_2 に対して、 $f(x_1) < g(x_2)$

3-4

$(2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13)^{10}$ の 10 進法での桁数を求めよ.