

5-1

(a, b) は xy 平面上の点とする. 点 (a, b) から曲線 $y = x^3 - x$ に接線がちょうど 2 本だけひけ、この 2 本の接線が直交するものとする. このときの (a, b) を求めよ.

5-2

関数 $f(x)$ が

$$f(x) = x^2 - x \int_0^2 |f(x)| dx$$

を満たしているとする. このとき、 $f(x)$ を求めよ.

5-3

関数 $f(x) = x^4 - 2x^2 + x$ について、次の問いに答えよ.

(1) 曲線 $y = f(x)$ と 2 点で接する直線の方程式を求めよ.

(2) 曲線 $y = f(x)$ と (1) で求めた直線で囲まれた領域の面積を求めよ.

5-4

$0 \leq k \leq 1$ を満たす実数 k に対して、 xy 平面上に次の連立不等式で表される 3 つの領域 D, E, F を考える.

D は連立不等式 $y \geq x^2, y \leq kx$ で表される領域

E は連立不等式 $y \leq x^2, y \geq kx$ で表される領域

F は連立不等式 $y \leq -x^2 + 2x, y \geq kx$ で表される領域

(1) 領域 $D \cup (E \cap F)$ の面積 $m(k)$ を求めよ.

(2)(1) で求めた面積 $m(k)$ を最小にする k の値と、最小値を求めよ.