

# リーマンゼータ関数のだね例

## 1 チェビシェフ多項式

1-1

(1)  $\cos 5\theta = f(\cos \theta)$  を満たす多項式  $f(x)$  を求めよ.

(2)  $\cos \frac{\pi}{10} \cos \frac{3\pi}{10} \cos \frac{7\pi}{10} \cos \frac{9\pi}{10} = \frac{5}{16}$

(京都大)

解答

加法定理から、 $\cos 5\theta = \cos(3\theta + 2\theta)$

$s > 1$  において級数

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} \quad (1)$$

は収束する.  $\zeta(s)$  を **リーマンのゼータ関数** と呼ぶ.

オイラーは

$$\zeta(2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \quad (2)$$

であることを発見した.