Ensambles de Clasificadores

# **Stacking**

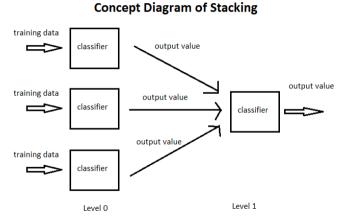
ntroducción

Ensambles de Clasificadores

Algoritmos

ivias Conceptos

Comentarios Finales



### **Stacking**

- Stacking construye un conjunto de modelos usando diferentes algoritmos de aprendizaje.
- Una forma de combinar los clasificadores es usando voto mayoritario, sin embargo, esto hace sentido cuando los clasificadores se desempeñan en forma parecida.
- Para producir una clasificación utiliza un meta-algoritmo (meta learner) que aprende de acuerdo a las salidas de los clasificadores base (en lugar de voto mayoritario).
- En resumen, se construyen N clasificadores a partir de los datos usando algoritmos diferentes. Las salidas de los clasificadores se usan como atributos (por lo que se tienen tantos atributos para el meta-clasificador como clasificadores) de un nuevo clasificador.

### Stacking

- Se puede estimar el desempeño de cada clasificador usando un conjunto de ejemplos de prueba y haciendo validación cruzada (n-fold cross validation o leave-one-out cross validation)
- Otra posibilidad es utilizar el valor de la probabilidad má alta de cada clasificador.
- Como meta-clasificador normalmente se utiliza algo simple.

### **Ensambles de Clasificadores**

<u>ntroducción</u>

Ensambles de Clasificadores

<u>Algoritmos</u>

Conceptos

Las técnicas desarrolladas para ensambles de clasificadores las podemos dividir por:

- 1 Su arquitectura o topología
- El ensamble de clasificadores; el tipo y número de clasificadores base
- 3 La forma de combinar los resultados

### **Arquitectura de Ensambles**

Ensambles de

Algoritmos

Méo

Comentario Finales

- Paralela: Múltiples clasificadores operan en paralelo y se usa una función de combinación para la salida de cada clasificador (e.g., Bagging)
- ② Serial o Condicional: Los clasificadores se aplican en sucesión y cada clasificador produce un conjunto reducido de posibles clases (e.g., Boosting)
- 3 Híbridos: Por ejemplo, varios clasificadores en serie

### Tipo de Clasificadores

ntroducción

<u>Ensambles de</u> <u>Clasificadores</u>

Algoritmos

Comentario Finales Los ensambles de clasificadores se pueden dividir por los que:

- 1 Usan el mismo clasificador (la mayoría)
- 2 Combinan diferentes clasificadores (Stacking)

En general se prefieren clasificadores que den resultados probabilístas

### Regla de Combinación

Encambles de

......

Ngoriumos

Comentarios Finales

- Función de integración (fusión): Todos los clasificadores contribuyen a la decisión final (clasificadores competitivos)
- 2 Función de selección: Se selecciona sólo un clasificador (o subconjunto) para la decisión final (clasificadores complementarios)
- Se puede hacer una combinación de selección e integración

### **Ensambles de Clasificadores**

Ensambles de Clasificadores

Algoritmos

Conceptos

Comentario

Finales

Las técnicas desarrolladas de clasificación por votación o conjunta, las podemos dividir en tres grupos:

- Los que cambian la distribución de los ejemplos de entrenamiento (Boosting),
- Los que no cambian la distribución de los ejemplos (Bagging)
- 3 Los que combinan diferentes clasificadores (Stacking)

### Combinación de Clasificadores

- ntroduccion
- Ensambles de Clasificadores
- Algoritmos
- Conceptos

  Comentario

- 1 Voto mayoritario
- 2 Voto Bayesiano
- 3 Por "ranqueo"
- 4 Combinación lineal
- 6 Por producto
- 6 Pesada
- Stacking
- 8 Seleccionador de regiones/clasificadores

### **Voto Bayesiano**

 Desde el punto de vista bayesiano, lo que se quiere es tener la hipótesis más probable dado los datos:

$$P(h \mid D) = \frac{P(D \mid h)P(h)}{P(D)}$$

 Cuando tenemos muchas hipótesis, podemos combinar esas hipótesis:

$$P(v_j \mid D) = \sum_{h_i \in H} P(v_j \mid h_i) P(h_i \mid D)$$

 Esto es, las probabilidades sobre cada valor que nos da cada hipótesis pesada por la probabilidad posterior que nos da la hipótesis dado los datos

### **Voto Bayesiano**

 Esto es, por Bayes, proporcional a la probabilidad de los datos dada la hipótesis por la probabilidad de la hipótesis:

$$P(h \mid D) \propto P(D \mid h)P(h)$$

- Podriamos tener un enfoque completo bayesiano si pudieramos evaluar las expresiones anteriores para todas las posibles hipótesis
- Los ensambles se pueden ver como una aproximación tomando en cuenta las hipótesis "más probables"

Algoritmos

Conceptos

Comentari

### **Voto Bayesiano**

- Por lo que una forma de construir ensambles es generar varias hipótesis y combinarlas desde un enfoque bayesiano
- La parte más idealizada del enfoque es P(h) ya que muchas veces tanto el espacio de hipótesis (H) como P(h) se seleccionan por razones computacionales

### Combinación por "Ranqueo"

ntroducción

Ensambles de Clasificadores

Algoritmos

Conceptos

Comentari

- 1 Transformar las salidas en un orden
- 2 Combinar usando por ejemplo el método de conteo de Borda

Valor	Clasif. 1	Clasif. 2	Clasif. 3
4	С	а	b
3	b	b	а
2	d	d	С
1	а	С	d

### Combinación por "Rangueo"

1 Lo que tenemos entonces es:  $r_a = r_a^1 + r_a^2 + r_a^3 = 1 + 4 + 3 = 8$   $r_b = r_b^1 + r_b^2 + r_b^3 = 3 + 3 + 4 = 10$   $r_c = r_c^1 + r_c^2 + r_c^3 = 4 + 1 + 2 = 7$   $r_d = r_d^1 + r_d^2 + r_d^3 = 2 + 2 + 1 = 5$ 

$$r_c = r_c^1 + r_c^2 + r_c^3 = 4 + 1 + 2 = 7$$
  
 $r_d = r_d^1 + r_d^2 + r_d^3 = 2 + 2 + 1 = 5$ 

- 2 La clase ganadora es entonces b
- útiles con muchas clases, al combinar varios clasificadores, pero dependen de los números asociados

### Otros Esquemas de Combinación

- El promedio simple es la mejor opción con clasificadores con el mismo desempeno y misma correlación entre ellos
- 2 La combinación lineal:

$$p(x) = \sum_{i=1}^{n} w_i p_i(x)$$

3 Producto:

$$p(x) = \bigvee_{i=1}^{\gamma_n} p_i(x)$$

- 4 Otros esquemas: el máximo, el mínimo, la media
- Esquemas pesados asociados al desempeño del clasificador, a la clase, tomados de la matriz de confusión, etc.

Ensambles de Clasificadores

# Combinación por Selección

ntroducción

Ensambles de Clasificadores

Algoritmos

Conceptos

Comentario

- Seleccionar el mejor clasificador
- 2 Definir regiones "de dominio": Por clustering o basadas en desempeños locales
- 3 Seleccionar al clasificador

### Ensambles de Clasificadores

#### Introducción

Ensambles de

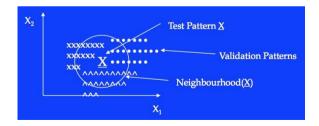
<u>Algoritmos</u>

<u>പട</u> onceptos

Comentarios Finales

# Combinación por Selección





### **Esquemas de Ensambles**

ntroduccion

Ensambles de Clasificadores

Algoritmos

Comentario

Algunos esquemas generales para construir ensambles son:

- 1 Usando conocimiento del dominio
- 2 Manipulando los ejemplos de entrenamiento
- Manipulando los atributos
- 4 Inyectando aleatoriedad
- Manipulando las salidas

# Manipulando los ejemplos de entrenamiento

- Ya vimos como una forma de construir ensambles es manipulando los ejemplos de entrenamiento para generar múltiples hipótesis
- Esto funciona cuando tenemos clasificadores inestables, esto es, algoritmos que pueden tener grandes cambios en sus resultados con pequenos cambios en los datos
- áboles de decisión, redes neuronales y reglas de clasificación son inestables; Regresiones lineales y vecinos más cercanos tienden a ser estables

Ensambles de Clasificadores

# Manipulando los ejemplos de entrenamiento

ntroducción

Ensambles de Clasificadores

Algoritmos

Comentario Finales Las formas más fáciles de manipular los ejemplos de entrenamiento son:

- 1 Muestreando con reemplazo los datos (Bagging)
- Creando muestras disjuntas (cross-validated committees)
- 3 Pesando los datos (AbaBoost)

### **Manipulando los Atributos**

- Ensambles de Clasificadores
- Algoritmos
- Mas Concepto
- . <u>Comentario</u> <u>Finales</u>

- Otra forma de crear ensambles o clasificadores múltiples, es cambiando los atributos de entrada (Random Subspace Method).
- Esto funciona mejor cuando se tienen atributos redundantes
- Se puede hacer una selección aleatoria entre todos o entre los mejores N atributos (hay que definir N)
- Se pueden hacer transformaciones (e.g., aplicando Kernels)

### Inyectando Aleatoriedad

- Finalmente, se puede introducir aleatoriedad a los algoritmos, esto es fácil en árboles de decisión en donde en lugar de seleccionar el mejor atributo en cada paso, se selecciona uno aleatoriamente dentro de los primeros N
- Otra posibilidad es seleccionar el mejor atributo dentro de un subconjunto aleatorio de atributos. Usando bagging, con esto se pueden construir varios árboles. Esto es lo que hace Random Forest
- Para determinar el número de atributos a seleccionar, muchas veces se usa problemas de regresión p/3 con un mínimo de 5

### Out of Bag (OOB) Score

- Sirve para validar el modelo producido por Random Forest cuando se tienen pocos ejemplos
- Al estar haciendo Bagging cada árbol se entrena con un subconjunto de los ejemplos, quedando otros ejemplos sin ver
- Cada ejemplo no visto por N clasificadores, se prueba en ellos y se clasifica usando voto mayoritario (de esos clasificadores)
- El promedio de clasificaciones correctos de todos los ejemplos no vistos por los árboles es el OOB score

Algoritmos

Comentarios Finales

### Inyectando Aleatoriedad

- La aleatoriedad se puede introducir en los datos o en los clasificadores.
- Wagging (Weight Aggregation) funciona como Bagging pero introduce un ruido Gaussiano con media cero a cada peso de los ejemplos.
- Algunos algoritmos ya tienen incorporado un componente aleatorio, por ejemplo, la asignación inicial en las redes neuronales, por lo que se pueden hacer varias asignaciones iniciales y combinar los resultados usango bagging

### Manipulando las Salidas

ntroducción

Ensambles de Clasificadores

Algoritmos

Comentario

- Otra forma de crear ensambles es manipulando las salidas
- Lo más común es usar error-correcting codes, en donde un problema multiclase, se convierte en una combinación de muchos clasificadores binarios con una salida cambiada

# **Error-correcting output codes**

ntroduccion

Ensambles de Clasificadores

Algoritmos

Comentario

- Se utilizan para mejorar el desempeño de clasificadores con clases múltiples
- Existen clasificadores que solo funcionan con clases binarias, como era originalmente con las máquinas de soporte vectorial (support vector machines)
- Para aplicarlos a más clases, se dividen los datos en conjuntos independientes de datos con dos clases

# **Error-correcting output codes**

- Se puede hacer como sigue, crear un clasificador binario para cada clase, e.g., pertenece a una clase o no. Para 4 clases, tendríamos 4 clasificadores. Al final nos quedamos con el de la clase má probable.
- El riesgo es que un clasificador que tenga una probabilidad alta se puede "comer" a los demás.
- Otra forma de hacerlo es generar n(n-1)/2 clasificadores para todos los pares de clases y quedarse con la clase mayoritaria.

Algoritmos

Concep

Comentarion

### **Error-correcting output codes**

- Las técnicas de corrección de errores basados en códigos de salida generan una codificación para cada clase que permita fácilmente identificar errores en un clasificador.
- Se corre el algoritmo en cada una y los resultados se combinan
- El método funciona en general bien, tanto, que a veces se usa aunque los clasificadores funcionen bien con múltiples clases

# **Error-correcting output codes**

 Por ejemplo, si tenemos 4 clases podemos generar los siguientes códigos:

Clase	Código
а	1111111
b	0000111
С	0011001
d	0101010

- El primer clasificador me predice 1 si la clase es a y 0 si es b, c o d . El segundo clasificador me predice 1 si la clase es a o d y 0 si es b o c, etc.
- Aqúi en lugar de generar 4 clasificadores, uno para cada clase, se generan 7 clasificadores

### **Error-correcting output codes**

- Cuando tengo un nuevo ejemplo me fijo a qué código se parece más usando distancia *Hamming*. Por ejemplo, si la salida de los 7 clasificadores con un nuevo ejemplo es: 1011111, es claro que el clasificador 2 fué el que se equivocó.
- Lo importante es que exista la mayor distancia Hamming entre cada renglón.
- Para k clases, cada código va a tener 2<sup>k-1</sup> -1 bits. La primera clase se contruye con puros 1's. La segunda con 2<sup>k-2</sup> 0's seguida de 2<sup>k-2</sup> -1, 1's. La tercera, 2<sup>k-3</sup>, 0's seguida de 2<sup>k-3</sup>, 1's, seguida de 2<sup>k-3</sup>, 0's, seguida de 2<sup>k-3</sup> -1, 1's, así sucesivamente hasta el código de la última que tiene 0's y 1's alternados.

Algoritmos

Conceptos

Comentarios

#### **Variantes**

- Option trees: En lugar de producir muchos árboles, los árboles con opciones generan una sola estructura que representa en forma compacta varios árboles de decisión.
- Los árboles de opciones tienen dos tipos de nodos, los nodos de decisión y los nodos de opción
- En un nodo de decisión se sigue un camino, en un nodo de opción se siguen todos, por lo que los ejemplos ahora terminan en varias hojas
- · Al final se combinan los resultados de cada hoja.

### **Variantes**

Ensambles de

Algoritmos

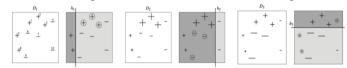
...

Comentario

- Una forma de crearlos es generar nodos de opción cada vez que se tienen medidas "parecidas" en ganancia de información. Para podar se toman los errores promedios de los nodos de opción.
- Otra forma de construirlos es ir anadiendo nodos, que se hace normalmente al hacer boosting, aqúi los árboles se llaman alternating decision trees, los nodos de decisión, splitter nodes y los nodos de opción se llaman prediction nodes.

### **Gradient Boosting Machines**

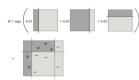
Gradient Boosting = Gradient descent + Boosting



- En Adaboost se aproxima un modelo como una suma de modelos parciales pesados ( $H(x) = \sum_{t} \alpha_{t} h_{t}(x)$ )
- · En cada paso se anade un clasificador débil que busca compensar las deficiencias de los modelos existentes
- Estas deficiencias son ejemplos con altos pesos

Comentario Finales

### **Gradient Boosting Machines**



- En Gradient Boosting se hace el mismo proceso, pero las deficiencias se identifican por los gradientes
- La idea es construir árboles de regresión (CART) que aproximen las diferencias entre las salidas reales y las salidas del model actual
- Si F(x) es una función inicial, que con diferentes datos tiene algunos errores e(x) tales que F(x<sub>i</sub>) + e(x<sub>i</sub>) = v<sub>i</sub> ∀ i ∈ N
- Lo que nos gustaría es generar una función h(x) tal que
  - h(x) = y F(x)

### **Gradient Boosting Machines**

ntroducción

Ensambles de Clasificadores

Algoritmos

....

Comentario Finales

- Para esto podemos ajustar un árbol de regresión con los siguientes datos de entrenaminto:
   (x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub> - F(x<sub>1</sub>)), (x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub> - F(x<sub>2</sub>)), ..., (x<sub>N</sub>, y<sub>N</sub> - F(x<sub>N</sub>))
- Los  $y_i F(x_i)$  se llaman *residuos* (donde no le va bien al modelo actual)
- Si al modelo resultante todavía no le va bien, anade otra función (árbol de regresión)

### **Gradient Boosting Machines**

- Cuando queremos ajustar una función muchas veces podemos usar el gradiente de una función de pérdida (e.g., error cuadrático medio)
- Si la función de pérdida es:  $L(y, F(x)) = (y F(x))^2$
- Lo que queremos minimizar es:  $J = \sum_{i} L(y_i, F(x_i))$

$$\frac{\partial J}{\partial F(x_i)} = \frac{\partial^{\sum} {}_{i} L(y_i, F(x_i))}{\partial F(x_i)} = F(x_i) - y$$

 Por lo que los residuos los podemos interpretar como gradientes negativos

$$y_i - F(x_i) = -\frac{\partial J}{\partial F(x_i)}$$

# **Gradient Boosting Machines**

Introducción

Ensambles de Clasificadores

Algoritmos

Competerio

$$F(x_i) = F(x_i) + h(x_i)$$

$$= F(x_i) + y_i - F(x_i)$$

$$= F(x_i) - \frac{\partial J}{\partial F(x_i)}$$

$$\Theta_i = \Theta_i - \alpha \frac{\partial J}{\partial \Theta_i} X$$

Entonces actualizamos nuestro modelo con los gradientes!

#### ntroducción

Ensambles de Clasificadores

#### Algoritmos

<u>Conceptos</u> <u>Comentario</u>

# Algoritmo genérico

$$-g(x_i) = -\frac{\partial L(y_i, F(x_i))}{\partial F(x_i)} = y_i - F(x_i)$$

Inicia con un modelo, e.g.,  $F(x) = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_{i}}{N}$ Mientras no haya convergencia:

Calcula los gradientes negativos  $-g(x) = -\frac{\partial L(y_i, F(x_i))}{\partial F(x_i)}$ Ajusta un árbol de regresión h a estos valores  $-g(x_i)$  $F = F + \alpha h$ 

$$F = F + \alpha h$$

# Algoritmo Genérico

- Lo importante de la formulación es que podemos usar otras funciones de pérdida sin cambiar el esquema general
- L(y, F(x)) = |y F(x)|, su gradiente es:  $-g(x_i) = \text{signo}(y_i - F(x_i))$
- · Huber loss:

$$L(y, F(x)) = \begin{cases} \frac{1}{2}(y - F(x))^2 & \text{si } |y - F(x)| \le \delta \\ \delta(|y - F(x))| - \frac{\delta}{2} & \text{si } |y - F(x)| > \delta \end{cases}$$

Su gradiente es:

$$-g(x) = \begin{cases} y_i - F(x) & \text{si } |y - F(x)| \le \delta \\ \delta(\text{signo}(y - F(x))) & \text{si } |y - F(x)| > \delta \end{cases}$$

#### Resumiendo

ntroducción

Ensambles de Clasificadores

Algoritmo

Conceptos

Comentario

- · Ajusta un modelo aditivo por pasos
- En cada paso añade un árbol de regresión para compensar las deficiencias del modelo actual
- Ahora las deficiencias son los gradientes negativos de una función de pérdida
- · Se puede usar cualquier función de pérdida

Algoritmos

<u>Mas</u> Conceptos

Comentarios Finales

# GBM para Clasificación

 Si en lugar de una salida contínua queremos clasificar N clases, los GBM generan N funciones, una por cada clase:

$$P_{C1}(x) = \frac{e^{F_{C1}(x)}}{\sum_{i=1}^{N} e^{F_{Ci}(x)}}$$

$$P_{C2}(x) = \frac{e^{F_{C2}(x)}}{\sum_{i=1}^{N} e^{F_{Ci}(x)}}$$
...
$$P_{CN}(x) = \frac{e^{F_{CN}(x)}}{\sum_{i=1}^{N} e^{F_{Ci}(x)}}$$

y se predice la clase más probable

# Pasos del Algoritmo

- ① Convierte la etiqueta de cada ejemplo en una distribución de probabilidad (e.g., Si el ejemplo 4 es de la clase 3 y hay 5 clases,  $y_{C1}(x_4) = 0$ ,  $y_{C2}(x_4) = 0$ ,  $y_{C3}(x_4) = 1$ ,  $y_{C4}(x_4) = 0$ ,  $y_{C5}(x_4) = 0$
- 2 Calcula la distribución de probabilidad del modelo (inicialmente se puede tener una distribución uniform
- 3 Calcula las diferencias entre distribuciones, por ejemplo, usando la divergencia de Kullbak-Leibler (KL)
- 4 La meta es minimizar la función de pérdida, en este caso KL (de nuevo se obtiene su gradiente y se itera)

Comentario

# **GBM** para clasificar

- Ahora en lugar de una columna de parámetros que queremos optimizar del tamaño de los ejemplos, tenemos una matriz de parámetros de n clases y m ejemplos con sus respetivos gradientes
- Lo que se hace es ajustar n funciones de distribución, una por cada clase

#### ntroducción

Ensambles de Clasificadores

<u> Algoritmos</u>

Conceptos

Comentario

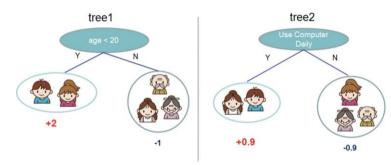
# XGBoost (un GBM optimizado)

 Con n ejemplos, m atributos y D = {(xi, yi)} datos, se construye un ensamble de K árboles de regresión (CART)

$$\hat{\mathbf{y}}_i = \phi(\vec{\mathbf{x}}_i) = \sum_{k=1}^K f_k(\vec{\mathbf{x}}_i), f_k \in \mathcal{F}$$

donde F es el espacio de posibles árboles de regresión

 En un ensamble de árboles de regresión (CART) la predicción se obtiene sumando los valores de cada árbol



$$) = 2 + 0.9 = 2.9$$

 Actualmente es común usar una función de perdida con un regularizador que penaliza los modelos complejos:

$$L(\varphi) = \sum_{i} I(y_i, \hat{y}_i) + \Omega_k(f_k)$$

donde *l* es una función de pérdida diferenciable que mide la diferencia entre el valor predicho y el real

•  $\Omega$  mide la complejidad del modelo:

$$\Omega(f) = \gamma T + \frac{1}{2} \lambda ||w||^2$$

donde T es el número de hojas en el árbol y w son sus pesos

Algoritmos

Conceptos

Comentario

### **XGBoost**

 Lo que hace Boosting es que anade incrementalmente un nuevo modelo f<sub>t</sub>:

$$y_{i}^{(0)} = 0 
y_{i}^{(1)} = f_{1}(x_{i}) = \hat{y}_{i}^{(0)} + f_{1}(x_{i}) 
y_{i}^{(2)} = f_{1}(x_{i}) + f_{2}(x_{i}) = \hat{y}_{i}^{(1)} + f_{2}(x_{i}) 
\dots 
\hat{y}_{i}^{(t)} = \sum_{k=1}^{t} f_{k}(x_{i}) = \hat{y}_{i}^{(t-1)} + f_{t}(x_{i})$$

 Para saber qué nuevo árbol anadir en cada paso, lo que buscamos es aquel que nos minimice la función de pérdida junto con el regularizador:

$$\mathsf{L}^{(t)} = \sum_{i=1}^{n} \mathsf{I}(y_{i}, \hat{y}_{i}^{(t-1)} + f_{t}(\mathbf{x})) + \Omega_{k}(f_{t})$$

Ensambles de Clasificadores

#### Algoritmos

Conceptos

Comentarios Finales

### **XGBoost**

 Si pensamos como función de pérdida en el error cuadrático medio:

$$\mathcal{L}^{(t)} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - (\hat{y}_i^{(t-1)} + f_t(\vec{x}_i)))^2 + \sum_{i=1}^{t} \Omega_k(f_t)$$

 Abusando de notación, expandiendo (y<sub>i</sub> - (ŷ<sub>i</sub><sup>(t-1)</sup> + f<sub>i</sub>(x̄<sub>i</sub>)))² nos da:

$$= y^{2} - y\hat{y} - yf - y\hat{y} + \hat{y}^{2} + \hat{y}f - yf + \hat{y}f + f^{2}$$

$$= y^{2} - 2y\hat{y} + \hat{y}^{2} + 2(\hat{y} - y)f + f^{2}$$

Lo que nos da:

$$\mathcal{L}^{(t)} = \sum_{i=1}^{n} 2(\hat{y}_{i}^{(t-1)} - y_{i})f_{t}(\vec{x}_{i})) + f_{t}(\vec{x}_{i})^{2} + \Omega(f_{t}) + cte$$

<u>Algoritmos</u>

<u>Más</u> Conceptos

Comentarios Finales

### **XGBoost**

 En general, no con todas las funciones de pérdida salen expresiones sencillas, por lo que se aproximan con una serie de Taylor de segundo orden:

$$\mathcal{L}^{(t)} \simeq \sum_{i=1}^n \textit{I}(y_i, \hat{y}_i^{(t-1)}) + g_i \textit{f}_t(\vec{x}_i) + \frac{1}{2} \textit{h}_i \textit{f}_t^2(\vec{x}_i)) + \Omega_k(\textit{f}_t) + \textit{cte}$$

donde:

$$g_i = \partial_{\hat{\mathbf{y}}^{(t-1)}} I(\mathbf{y}_i, \hat{\mathbf{y}}_i^{(t-1)})$$

У

$$h_i = \partial_{\hat{y}^{(t-1)}}^2 I(y_i, \hat{y}_i^{(t-1)})$$

· Quitando constantes podemos simplificar a:

$$\tilde{\mathcal{L}}^{(t)} = \sum_{i=1}^{n} [g_i f_t(\vec{x}_i) + \frac{1}{2} h_i f_t^2(\vec{x}_i)] + \Omega_k(f_t)$$

- La ventaja de esta forma es que depende de g<sub>i</sub> y h<sub>i</sub> y podemos usar cualquier función de pérdida
- Para el regularizador, definimos la definición de la función del árbol como:  $f_t(x) = w_{q-(x)}$ , donde w es un vector con los valores de las hojas y q(x) es una función que asigna cada dato a la hoja correspondiente.
- Considerando la definición de  $f_t(x)$  y la definición de  $\Omega$  la expresión anterior nos queda:

$$\begin{split} \tilde{\mathsf{L}}^{(t)} &= \sum_{i=1}^{n} [g_{i} w_{q(x)} + \frac{1}{2} h_{i} w_{q(x)}^{2} + \gamma T + \frac{1}{2} \lambda \sum_{j=1}^{T} w_{j}^{2} \\ &= \sum_{j=1}^{T} [(\sum_{i \in I_{j}}^{} g_{i}) w_{j} + \frac{1}{2} (\sum_{i \in I_{j}}^{} h_{i} + \lambda) w_{j}^{2}] + \gamma T \end{split}$$

donde  $I_j = \{i | q(x_i) = j\}$  es el conjunto de instancias en la hoja j

#### ntroducción

<u>Ensambles de</u> Clasificadores

#### Algoritmos

<u>Más</u> Conceptos

Comentarios

## **XGBoost**

• Definiendo  $G_j = \sum_{i \in I_j} g_i$  y  $H_j = \sum_{i \in I_j} h_i$ , lo anterior nos queda:

$$L^{(t)} = \sum_{j=1}^{T} [G_{j}w_{j} + \frac{1}{2}(H_{j} + \lambda)w_{j}^{2}] + \gamma T$$

• Para una estructura fija (árbol  $q(\vec{x})$ ) se puede calcular el peso óptimo de la hoja j como:

$$w_j^* = -\frac{G_j}{H_j + \lambda}$$

y calcular el valor óptimo correspondiente:

$$L^* = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{T} \frac{G_j^2}{H_j + \lambda} + \gamma T$$

#### Instance index

#### gradient statistics



g1, h1



g2, h2





g3, h3

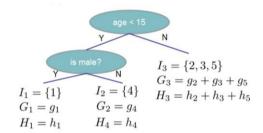




q4, h4



g5, h5



$$Obj = -\sum_{j} \frac{G_{j}^{2}}{H_{j} + \lambda} + 3\gamma$$

The smaller the score is, the better the structure is

- Esto se puede usar como una función para medir la calidad del árbol
- Cómo no se pueden enumerar todos los árboles y evaluar cuáes mejor, se usa una estrategia greedy que evalúa cada nodo a la vez y anade ramas a los árboles.
- Si I y D son las instancias en la rama izquierda y derecha respectivamente, la reducción en la función de pérdida (equivalente a contenido de información) después de dividir el nodo es:

Ganancia = 
$$\frac{1}{2} \frac{G_I^2}{H_I + \lambda} + \frac{G_D^2}{H_D + \lambda} - \frac{(G_I + G_D)^2}{H_I + H_D + \lambda} - \gamma$$

Si la ganancia es menor que γ no se incluye

- Con atributos contínuos, se ordenan los datos (como en C4.5) y se busca el mejor corte
- Para acelerar el proceso, XGBoost usa un subconjunto aleatorio de atributos (ya sea de forma global o local), guarda información de los atributos ordenados, guarda estadísticas de cada atributo y paraleliza
- También comprimen y descomprimen datos y particionan los datos de forma horizontal (shard)
- Puede usar distintas funciones de costo y diferentes métricas de evaluación
- Sirve para regresión y para clasificación

# Problemas generales de los ensambles

ntroducción

Ensambles de Clasificadores

Algoritmos

Comentario

- Tratar adecuadamente el ruido para no compensar demasiado ejemplos erroneos.
- Se requiere más cómputo y memoria y métodos para eliminar redundancia y paralelizar.
- · Obscurecen las decisiones tomadas.

#### **Comentarios Finales**

- Si el clasificador es inestable (e.g., árboles de decisión) entonces usar Bagging.
- Si el clasificador es estable y simple (e.g., Naive Bayes) entonces usar *Boosting*.
- Si el clasificador es estable y complejo (e.g., Redes Neuronales) entonces inyectar aleatoriedad
- Si se tienen muchas clases con clasificación binaria, entonces usar códigos de corrección de errores

#### **Comentarios Finales**

- Bagging y crear aleatoriedad ayudan a muestrear el espacio de hipótesis con un sesgo hacia buenos clasificadores
- Boosting ataca el problema de la representación, pero aumenta la posibilidad de realizar sobreajustes (con poco ruido AdaBoost tiene un buen desempeno, pero con mucho ruido puede sobreajustar mucho)
- Las razones por las cuales AdaBoost no sobreajusta de más todo el tiempo, tiene que ver con la forma en que se realiza, ya que el ajuste de pesos es uno a la vez.

#### **Comentarios Finales**

- Para bases de datos grandes, introducir aleatoriedad puede tener mejores resultados que Bagging, ya que con muchos datos es más probable que los conjuntos de entrenamiento de Bagging sean muy parecidos y por lo tanto los resultados también.
- Por otro lado, introducir aleatoriedad crea diversidad bajo cualquier condición, con el riesgo de crear clasificadores de baja calidad.
- Actualmente el área está dominada por Random Forest y XGBoost