



Licenciatura em  
Engenharia Informática

## Programação I

Recursividade

*Estrela Ferreira Cruz*

1

### Objetivos aula

---

- **Recursividade:**
  - Apresentação do conceito: definição de recursividade
  - Critério de paragem e passo recursivo
  - Tipo de recursividade: direta e indireta
  - Método iterativo versus método recursivo
  - Vantagens/desvantagens do uso de recursividade
  - Apresentação de exemplos práticos

2

2

## Recursividade

---

Existem dois métodos essenciais para a conceção e desenvolvimento de algoritmos: método iterativo e o método recursivo.

- **Método iterativo** – Este método de desenvolvimento de algoritmos tem por base a **divisão do problema principal em sub-problemas**. Determinados sub-problemas e respetivas tarefas têm um padrão de **comportamento repetitivo** o que leva à utilização de **estruturas cíclicas de controlo do problema**.
- **Método recursivo** – A recursividade é uma característica fundamental para a conceção e construção de algoritmos. Esta característica é interpretada como a **capacidade de uma função (ou método) se invocar a si própria**.

3

3

## Recursividade

---

### Método recursivo

Para se aplicar a **recursividade** a um determinado problema, é necessário considerar:

- **O caso base (de paragem)** – existência de um, ou mais casos que não necessitam de operações significativas de computação.
- **O passo recursivo** – representação dos diferentes subprogramas que recursivamente chegarão ao caso base.

4

4

## Recursividade

---

A Recursividade pode ser descrita como uma abordagem algorítmica em que uma função se invoca a ela própria.

A recursividade pode ser de dois tipos:

- Direta - Quando uma função se invoca a ela mesma no seu corpo da função.
- Indireta - Quando uma função  $f$  invoca uma outra função  $g$  que por sua vez volta a invocar a função  $f$ .

5

5

## Recursividade

---

Existem algumas **regras** que devem ser seguidas para ser conseguida uma boa programação, usando recursividade:

- A primeira instrução de uma função recursiva deve ser o critério de paragem, isto é, a ou as condições que se devem verificar para a função parar de se invocar a ela própria;
- Só depois deve ser escrita a chamada recursiva, sempre relativa a um subconjunto.

6

6

## Recursividade

### Exemplo 1: Fatorial

O fatorial de um número  $n$  pode ser definido como

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$$

ou

$$n! = n \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

E também pode ser definido por recorrência, ou seja, **recursivamente** através das seguintes duas regras:

se  $n = 0$  então  $n! = 1$

Senão  $n! = n \times (n-1)!$

Neste caso, definimos a função fatorial em termos da própria função fatorial.

7

7

## Recursividade

**Exemplo:** O próximo programa calcula o fatorial de um numero, de uma forma iterativa:

```
long fatorial( int n ) {
    int i,res=1;
    for( i=n; i>1; i-- ) {
        res = res * i;
    }
    return res;
}
int main() {
    int n=0;
    long result=0;
    printf("introduza um numero para calcular o fatorial\n");
    scanf("%d",&n);
    result=fatorial(n);
    printf("o fatorial de %d é %ld\n",n, result);
    return 0;
}
```

8

8

## Recursividade

**Exemplo:** A função fatorial também poderia ser implementada de uma forma recursiva, como se pode ver no exemplo seguinte:

```
long factorial( int n ) {
    if (n<=0) return 1;
    return n* factorial(n-1);
}

int main() {
    int n=0;
    long result=0;
    printf("introduza um numero para calcular o fatorial\n");
    scanf("%d",&n);
    result=fatorial(n);
    printf("o fatorial de %d é %ld\n",n, result);
    return 0;
}
```

9

9

## Recursividade

**Exemplo 2:** O próximo programa calcula o somatório dos números inteiros positivos até ao número n:

```
int soma( int n ) {
    int i,tot=0;
    for( i=1; i<=n; i++ ) {
        tot = tot + i;
    }
    return tot;
}

int main(){
    int n, result=0;
    printf("introduza um numero inteiro\n");
    scanf("%d",&n);
    result=soma(n);
    printf("A soma dos nº até %d é %ld\n",n, result);
    return 0;
}
```

10

10

## Recursividade

**Exemplo 2:** A função `soma()` também pode ser implementada usando recursividade, da seguinte forma:

```
int soma( int n ) {
    if (n==0) return 0;
    return n + soma(n-1);
}

int main(){
    int n, result=0;
    printf("introduza um numero inteiro\n");
    scanf("%d",&n);
    result=soma(n);
    printf("A soma dos nº até %d é %ld\n",n, result);
    return 0;
}
```

11

11

## Recursividade

**NOTA:** É necessário ter muito cuidado na construção de funções recursivas.

Assim:

- É absolutamente necessário assegurar que existe um critério de paragem.
- Este vai determinar quando a função deve parar de se invocar a ela própria.
- Isto impede que a função se chame infinitas vezes, ou seja, impede que a função seja “infinita”.

12

12

## Recursividade

### Exemplo 3: A sucessão de *Fibonacci*

Os números da sucessão de Fibonacci são definidos da seguinte forma:

- O primeiro número é 1.
- O segundo também é 1.
- O  $n$ -ésimo número é definido como sendo a soma dos dois números anteriores.

Ou seja:

se  $n=1$  então  $\text{fib}(n) = 1$

Senão

se  $n=2$  então  $\text{fib}(n) = 1$

Senão

$\text{fib}(n) = \text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2)$

13

13

## Recursividade

**Exemplo 3:** A implementação recursiva é uma tradução direta da definição da sucessão de Fibonacci, como se pode ver no exemplo seguinte:

```
long fib( int n ) {
    if( n<=2 ) return 1;
    return fib(n-1) + fib(n-2);
}
```

14

14

## Recursividade

### Exemplo 3:

A função iterativa que implementa a sucessão de fibonacci.

```
long fibIt( int n ) {
    int f=0, i=0, fAnt=1, f2Ant=1;

    for (i=3; i<=n; i++){
        f = fAnt + f2Ant;
        f2Ant = fAnt;
        fAnt = f;
    }
    return f;
}
```

15

15

## Recursividade

**Exemplo 3:** Compare o tempo de resposta das duas funções anteriores (iterativa e recursiva). Aumento numero até ....

```
int main(){
    int n;
    long result=0;

    printf("introduza um numero inteiro\n");
    scanf("%d",&n);
    result=fibIt(n);
    printf("O nº %d da sucessão de fibonacci iterativo = %ld\n",n, result);
    result=fib(n);
    printf("O nº %d da sucessão de fibonacci recursivo = %ld\n",n, result);
    return 0;
}
```

16

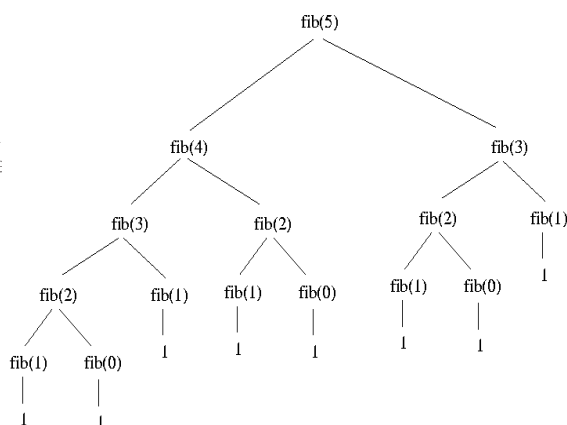
16



## Recursividade

A solução recursiva é mais simples de programar do que a versão iterativa. Mas é muito ineficiente porque de cada vez que a função `fib()` é chamada, a dimensão do problema reduz-se apenas de uma unidade (de  $n$  para  $n-1$ ), mas são feitas duas chamadas recursivas.

Isto dá origem a uma explosão combinatória e o computador acaba por efetuar os mesmos cálculos várias vezes.



17

17

## Recursividade

### Exemplo 3: A sucessão de *Fibonacci*

Para calcular `fib(5)` temos de calcular `fib(4)` e `fib(3)`.

Para calcular `fib(4)` temos de calcular `fib(3)` e `fib(2)`.

Para calcular `fib(3)` temos de calcular `fib(2)` e `fib(1)`.

.....

Este tipo de processamento é ineficiente porque obrigamos o computador a fazer trabalho “desnecessário”.

- No exemplo concreto, para calcular `fib(5)` temos de calcular: `fib(4)` 1 vez; `fib(3)` 2 vezes; `fib(2)` 3 vezes; `fib(1)` 5 vezes; `fib(0)` 3 vezes.
- Numa implementação iterativa, apenas era necessário calcular `fib(5)`, `fib(4)`, `fib(3)`, `fib(2)`, `fib(1)` e `fib(0)` 1 vez.

18

18

## Recursividade

---

Para todo algoritmo recursivo existe um outro correspondente iterativo, que executa a mesma tarefa.

- Em muitos casos a implementação iterativa é mais eficiente que a respetiva implementação recursiva.
- Contudo, existem implementações recursivas que são igualmente eficientes.
- Muitas vezes, é evidente a natureza recursiva do problema a ser resolvido. Por isso, a implementação recursiva pode ser muito mais simples que a correspondente implementação iterativa.
- Em geral, os algoritmos recursivos possuem código mais claro (legível) e mais compacto do que os correspondentes iterativos.

19

19

## Recursividade

---

Existem, no entanto, algumas desvantagens:

- Os algoritmos recursivos quase sempre consomem mais recursos do computador, como memória, etc.
- Os algoritmos recursivos tendem a apresentar um desempenho inferior aos iterativos;
- Algoritmos recursivos são mais difíceis de serem depurados, especialmente quando a profundidade de recursão é elevada, ou seja, quando o número máximo de chamadas simultâneas é alto.

20

20

## Recursividade

Quando devemos usar recursividade?

Devemos usar recursividade sempre que:

- O problema é de natureza recursiva. Neste caso, a solução recursiva é mais natural e fácil de implementar dando origem a um algoritmo mais simples, elegante e fácil de compreender;
- A solução recursiva não implica uma excessiva repetição do cálculo dos mesmos valores.
- A solução iterativa equivalente é muito complexa, aumentando assim a probabilidade de ocorrência de erros.

21

21

## Recursividade

### Exercícios:

1. Desenvolver um programa que, dando o valor de  $x$  e  $y$  calcule  $x^y$  recorrendo ao uso da recursividade. Desrecursive a função implementada anteriormente.
2. Implementar um programa que leia do teclado um número inteiro positivo e escreva para o ecrã o respetivo **número quadrático**. Desrecursive a função implementada anteriormente. Os números quadráticos são definidos pela seguinte relação de recorrência:

$$\begin{cases} \text{Se } n=1, Q(n)=1 \\ \text{Se } n>1, Q(n)=Q(n-1) + 2n-1 \end{cases}$$

3. Implementar uma função recursiva que calcule o somatório de um array de inteiros. Os números do array deverão ser introduzidos pelo utilizador.

22

22

## Bibliografia

---

- Programação Avançada Usando C, António Manuel Adrego da Rocha, ISBN: 978-978-722-546-0.
- Schildt, Herbert: C the complete Reference, McGraw-Hill, 1998.
- Algoritmia e Estruturas de Dados, José Braga de Vasconcelos, João Vidal de Carvalho, ISBN: 989-615-012-5.
- Linguagem C, Luís Manuel Dias Damas, ISBN: 972-722-156-4.
- Elementos de Programação com C - Pedro João Valente D. Guerreiro, 3ª edição, ISBN: 972-722-510-1.
- Introdução à Programação Usando C, António Manuel Adrego da Rocha, ISBN: 972-722-524-1.

23