

1. Seja $C = \text{"está a chover"}$, $p(x) = \text{"x é um pássaro"}$, $a(x) = \text{"x é azul"}$, $c(x) = \text{"x come insetos"}$ e $x \in$ ao universo de todos os animais.

Escreva em linguagem da Lógica de Predicados as afirmações seguintes:

- Todos os animais são pássaros.
- Existem animais que são pássaros.
- Nem todos os animais são pássaros.
- Nenhum animal é um pássaro.
- Qualquer animal é um pássaro azul.
- Todos os pássaros são azuis.
- Existem pássaros azuis.
- Nenhum pássaro é azul.
- Alguns pássaros não são azuis.
- Está a chover e alguns pássaros comem insetos.
- Se está a chover, então todos os pássaros estão a comer insetos.
- Todos os pássaros azuis estão a comer insetos.
- Alguns pássaros azuis não estão a comer insetos.
- Não é verdade que alguns pássaros azuis estão a comer insetos.
- Se nada é azul, então não existem pássaros azuis.

2. Seja $g(x) = \text{"x é um gato"}$, $c(x) = \text{"x caça ratos"}$, $b(x) = \text{"x é bravo"}$, $p(x) = \text{"x é persa"}$, $E = \text{"É de noite"}$ e $x \in$ ao universo de todos os animais.

Traduza para a linguagem natural, as frases seguintes da Lógica de Predicados.

- $(\forall x) ((g(x) \wedge b(x)) \rightarrow c(x))$
- $E \vee ((\forall x)(\neg b(x)))$
- $\neg(\exists x)(g(x) \wedge p(x))$
- $(\exists x) (\neg(g(x) \wedge p(x)))$

(exame da época normal 2010/2011)

3. Seja $i(x) = \text{"é um inseto"}$, $v(x) = \text{"x é voador"}$, $n(x) = \text{"x é necrófago"}$, $E = \text{"É de noite"}$ e $x \in$ ao universo de todos os seres vivos.

- a. Traduza as seguintes fórmulas da Lógica de Predicados para linguagem natural:

- $\neg(\exists x)(i(x) \wedge n(x))$
- $E \vee \neg(\forall x)(v(x))$

- b. Traduza para a Lógica de Predicados as frases seguintes:

- Alguns insetos não são voadores nem necrófagos.
- Todos os insetos necrófagos não são voadores.

(exame da época de recurso 2010/2011)

4. Considere o universo $U = \{a, b, c\}$. Para os elementos de U define-se o predicado $p(x, y)$ cujos valores lógicos são dados pelo quadro-tabela seguinte:

	a	b	c
a	V	F	V
b	F	V	V
c	F	V	V

Indique o valor lógico das seguintes frases:

- $(\forall x)(\exists y) p(x, y)$
- $(\forall y) p(y, b)$
- $(\forall y) p(y, y)$
- $(\exists x) \neg p(a, x)$
- $(\forall y) p(b, y)$
- $(\exists y)(\forall x) p(x, y)$
- $(\forall y) p(y, y) \wedge (\forall x)(\exists y) p(x, y)$
- $(\forall y) p(y, b) \rightarrow (\exists x) (\neg p(x, c))$

5. Seja I uma interpretação sobre o domínio U dos números reais \mathbb{R} tal que:

$$I[a] = 3, I[b] = 15, I[x] = 10, I[y] = 4, I[f] = ' * ' \text{ e } I[t] = ' \leq '.$$

- Interprete as fórmulas:
 - $G = (\forall x)(\exists y) t(x, y) \rightarrow t(f(b, a), b)$
 - $H = (\forall x)((\exists y) t(x, y) \rightarrow t(x, y))$
- Considere a fórmula G do exercício anterior.
 - G é uma fórmula fechada?
 - Dê um exemplo de um símbolo livre de G que não seja um termo.

(adaptado do exame da época de recurso 2009/2010)

6. Seja a fórmula $G = (\exists x) t(x, y) \wedge (\neg(\forall y)r(h(y, b), x))$.

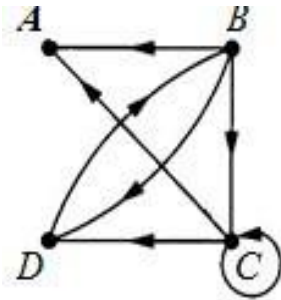
- Interprete G segundo I , definida como sendo uma interpretação no domínio dos números reais, tal que:

$$I[b] = 1, I[x] = 2, I[y] = 7, I[h] = ' * ' \text{ e } I[t] = ' \text{ é múltiplo de } ' \text{ e } I[r] = ' > '.$$

- Identifique os símbolos livres de G , especificando para cada caso se se trata de um termo ou de um átomo.

(exame da época de recurso 2012/2013)

7. Considere a interpretação I sobre o domínio $U = \{A, B, C, D\}$, tal que
 $I[q(r, s)] = V \leftrightarrow \text{Existe uma seta de } r \text{ para } s, \text{ definida pelo diagrama seguinte.}$

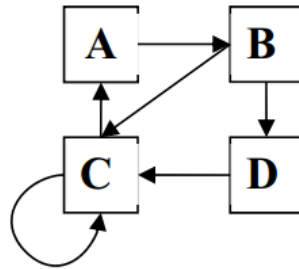


- a. Construa a tabela relativa à interpretação do predicado q segundo I .
 b. Indique o valor lógico das seguintes fórmulas:

- i. $\neg(\forall x)(q(x, A)) \vee (\exists x)\neg q(A, x)$
 ii. $\neg(\exists x)(\neg q(D, x))$
 iii. $(\forall x)(\exists y) q(x, y) \rightarrow (\forall y) q(y, y)$

(exame da época de recurso 2012/2013)

8. Considere a fórmula $E = (\forall x)(\exists y) q(x, y) \wedge (\exists y)(\forall x) q(x, y)$ e a interpretação I sobre o domínio $U = \{A, B, C, D\}$, tal que $I[q(r, s)] = V \leftrightarrow \text{Existe uma seta de } r \text{ para } s, \text{ definida pelo diagrama seguinte.}$



- a. Interprete E segundo I .
 b. Altere o diagrama de modo que a interpretação da fórmula E tenha um valor lógico diferente. Justifique convenientemente a sua escolha.
 c. Caso seja possível, indique os símbolos livres de E que não são átomos.

(1ª frequência 2010/2011)

9. Mostre que as fórmulas seguintes são equivalentes:

- a. $E_1 = (\forall x)(p(x) \rightarrow g(x))$ e $E_2 = (\exists x)p(x) \rightarrow (\forall x)g(x)$.
 b. $E_1 = (\exists x)(s(x) \rightarrow r(x))$ e $E_2 = (\forall x)s(x) \rightarrow (\exists x)r(x)$.