REV	DATA	ZMIANY
0.1	13.01.2023	*Wiktor Pantak (wpantak@agh.edu.pl)*
0.2	14.01.2023	*Wiktor Pantak (wpantak@agh.edu.pl)*
0.3	18.01.2023	*Wiktor Pantak (wpantak@agh.edu.pl)*
0.4	22.01.2023	*Wiktor Pantak (wpantak@agh.edu.pl)*

Symboliczne Obliczanie Pochodnych Wyrażenia

Języki Programowania Obiektowego

Autor: Wiktor Pantak
Akademia Górniczo-Hutnicza

Kraków 2023

Spis treści

Spis treści

Lista oznaczeń

CLI	Command-Line Interface
sin()	sinus
cos()	cosinus
tg()	tangens
x^n	x podniesione do potęgi n
ln()	logarytm naturalny
$\log_a()$	logarytm o podstawie a
UML	Unified Model Language

Tabela 1 Lista oznaczeń

1. Wstęp:

Dokument obejmuje opracowanie systemu symbolicznego obliczania pochodnych wyrażeń jednej zmiennej. Celem tego projektu jest umożliwienie użytkownikowi obliczenia podanych przez niego wyrażeń jednej zmiennej.

2. Podstawowe założenia projektu:

- Wykorzystanie tablic matematycznych dotyczących pochodnych funkcji elementarnych.
- Komunikacja programu z użytkownikiem poprzez CLI.
- Opracowanie modułu wykonującego obliczenie pochodnej wyrażeń podanych przez użytkownika, gdzie niewiadomą jest “x”.
- Wykorzystanie języka C++, do stworzenia programu.

3. Funkcjonalność:

Przewidzianą funkcjonalnością programu jest obliczanie pochodnej wyrażenia z zmienną “x”, podanej przez użytkownia w formie tekstu oraz wyświetlenie wyniku również w formie tesktowej w CLI. W późniejszych wersjach programu, planowane jest wprowadzenie obliczanie wartości pochodnej dla podanej przez użytkownika wartości argumentu.

4. Analiza problemu:

Załóżmy, że istnieje dana funkcja f(x) oraz argument x_0, który jest określony w otoczeniu f(x). Oznaczenie pochodnej przyjmujemy jako:

$$f'(x)$$

Wtedy pochodną definiujemy jako granicę:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Zwaną jako ilorazem różnicowym, czyli przyrostem wartości funkcji względem przyrostu argumentu funkcji. Można wykorzystać tą zależność do wyznaczenia współczynnika kierunkowego funkcji.

Przykładowe wyznaczenie pochodnej funkcji f(x)=x:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{x_0 + h - x_0}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{h}{h} = 1$$

W celu wyliczenia pochodnych wyrażeń jednego argumentu (zmiennej) można wykorzystać wyznaczone wzory pochodnych funkcji elementarnych oraz podstawowe wzory zależności różniczkowanych funkcji.

Zakładając zatem f, g, h: **R→R** będą różniczkowalne na zbiorze otwartym **U**, gdzie c jest stałą, można wykorzystać wtedy podane wzory:

Funkcja	**Pochodna**	**Uwagi**
f ± g	f ' ± g '	
c·f	c·f '	
f·g	f '·g + f·g'	
f·g·h	f '·g·h + f·g'·h + f·g·h'	
$\frac{f}{g}$	$\frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$	g(x)≠0
ln(f)	$\frac{f'}{f}$	
g(f)	g'(f)·f '	

Tabela 2 Podstawowe wzory.

Pochodne funkcji elementarnych, w podanej tabelce x jest zmienną, a wszystkie pozostały litery są stałymi:

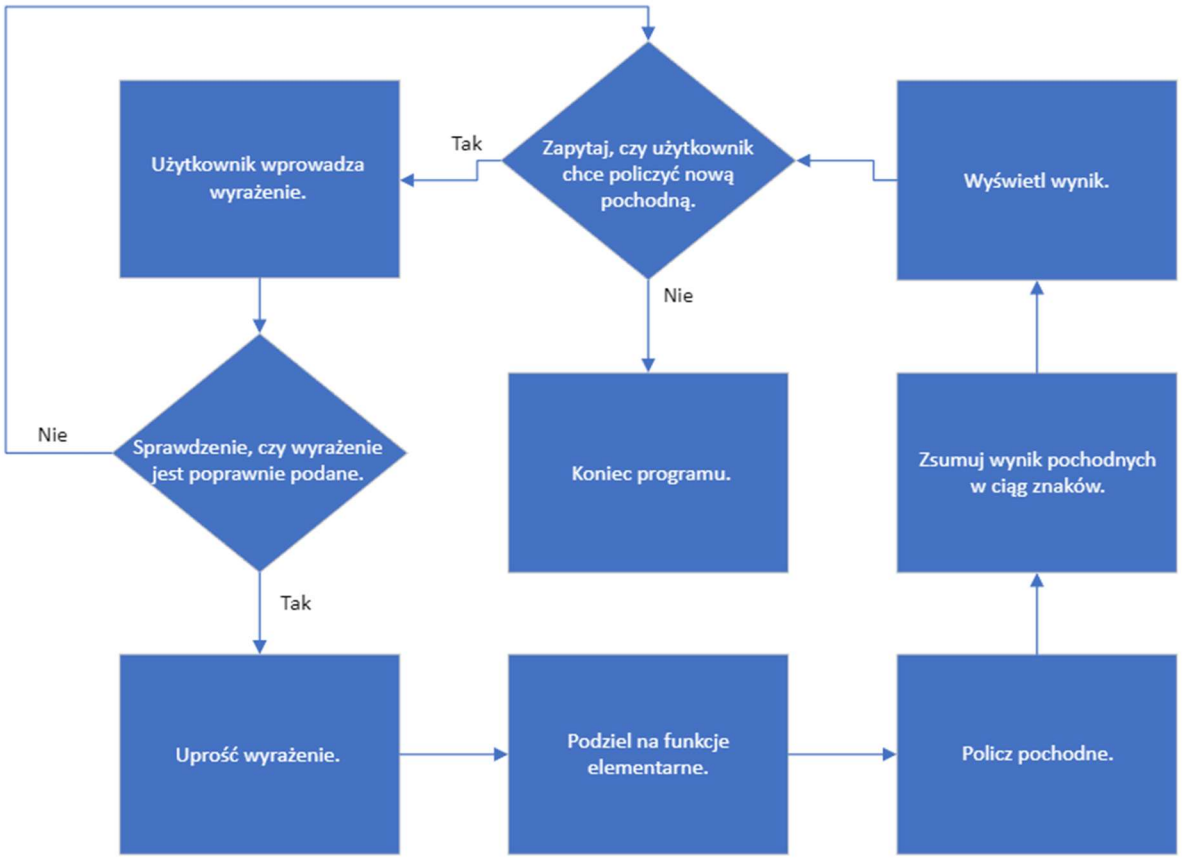
Funkcja	**Pochodna**	**Uwagi**
c	0	
x	1	
x^n	nx^{n-1}	
ax+b	**a**	
ax^2+bx+c	2ax+b	
ax^{-1}	$-ax^{-2}$	x≠0
sin(x)	cos(x)	
cos(x)	-sin(x)	
tg(x)	$\frac{1}{cos^2(x)}$	x≠π/2+kπ,k∈ **Z**
e^x	e^x	
a^x	$a^x\ln(a)$	a>0
x^x	$x^x(1+\ln(x))$	x>0
$\ln_a(x)$	$\frac{1}{x}$	x>0
$\log_a(x)$	$\frac{1}{(x \cdot \ln(a))}$	

Tabela 3 Pochodne funkcji elementarnych, które są planowane do zaimplementowania w programie.

Celem programu jest podzielenie podanego przez użytkownika wyrażenia na mniejsze części, aby móc wykorzystać wyżej podane pochodne wyrażeń podstawowych, a następnie wyświetlić otrzymany wynik. Dla podanego wyrażenia: "2x^3+$\log_{10}$(3x)" będziemy chcieli podzielić je na 2 wyrazy: "2x^3" oraz "$\log_{10}$(3x)" policzyć z nich pochodne, połączyć je i wyświetlić wynik: "$6x\text{^}2 + \frac{3}{(3x \cdot \ln(10))}$".

5. Projekt techniczny:

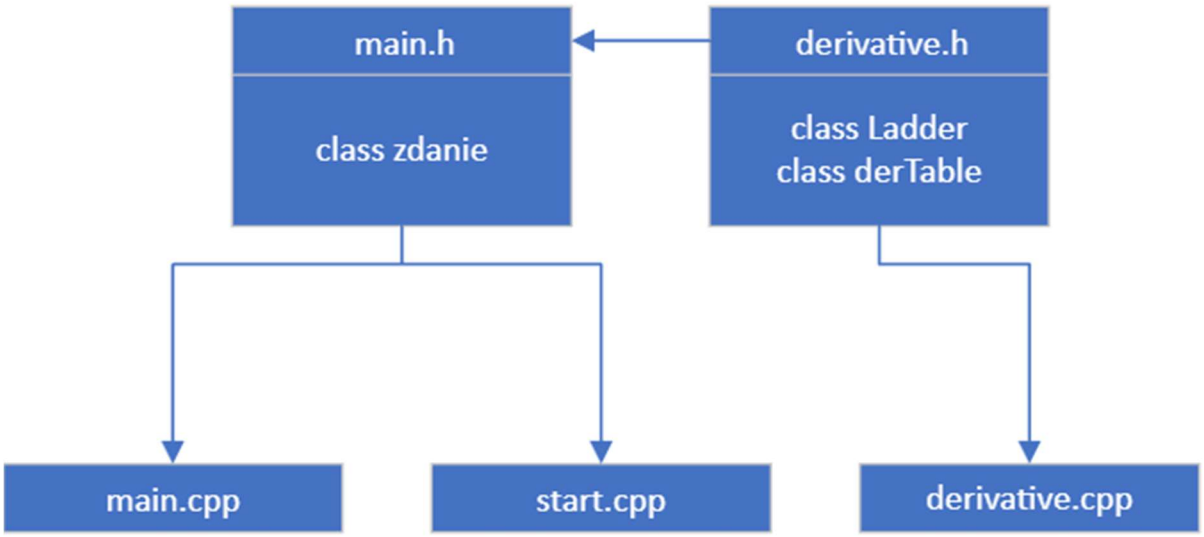
Schemat działania programu:



Rysunek 1 UML schematu działania programu.

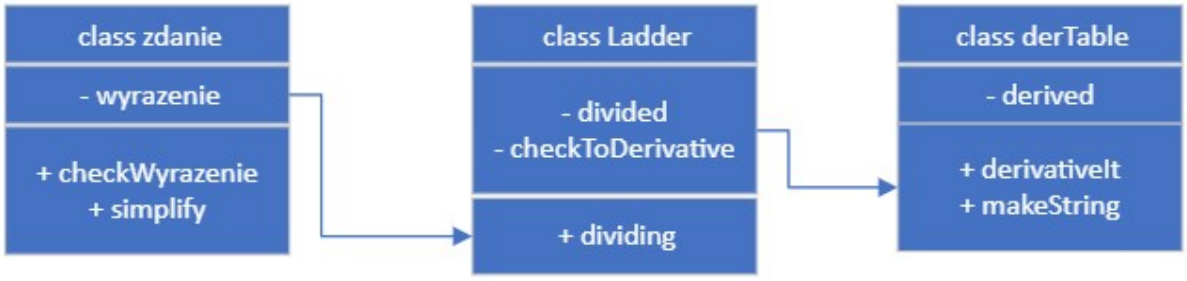
Przy uruchomieniu programu, użytkownik zostanie poproszony o podanie wyrażenia. Jeżeli wyrażenie zostało wprowadzone poprawnie wykona się policzenie pochodnej, a następnie wyświetli się otrzymany wynik. W innym przypadku użytkownik zostanie poinformowany o błędzie w wprowadzonym wyrażeniu I zostanie zapytany, czy chce wprowadzić kolejne.

Relacja bibliotek i plików źródłowych:



Rysunek 2 UML zależności bibliotek oraz plików źródłowych.

Hierarchia klas:



Rysunek 3 UML hierarchi klas projektu.

Do klasy Ladder wysyła się poprzez getter wyrazenie z klasy zdanie, a zmienne divided oraz checkToDerivative z klasy Ladder do klasy derTable, gdzie fragmenty wyrażenia są różniczkowane. Wyrazenie jest uzupełniane w funkcji loop(), która jest zadeklarowana w main.h i opisana w pliku start.cpp .

6. Opis realizacji:

Kod przygotowano w środowisku Microsoft Visual Studio Community 2022 ver. 17.4.4 oparty na języku C++20. Wykorzystano kompilator Microsoft® C/C++ ver. Kompilatora optymalizującego 19.33.31630 dla x64.

Program był testowany wykorzystując CLI MicrosoftPowerShell, na komputerze o parametrach:
- system: Windows 11 Home ver. 22H2
- processor: Intel Core i5-9300 CPU 2,40GHz
- 8GB RAM

Wykorzystano github jako system kontroli źródeł: https://github.com/piktorwa/JPO .
Do budowy projektu wykorzystano CMake ver. 3.24.2 .

7. Opis wykonanych testów – lista bugów, uzupełnień, itp.:

Funkcja	Uwagi
zdanie::checkWyrazenie()	Poprawnie usuwa spacje z wyrażenia oraz ujednolica liczby zmienno przecinkowe (zamienia przecinki na kropki). Poprawnie sprawdza ilość nawiasów, nie sprawdza czy nawiasy są podane w odpowiedniej kolejności.
zdanie::simplify()	Poprawnie wymnaża 2 liczby oddzielone znakiem mnożenia “*” oraz zmienną “x”. Nie wprowadzono sumy oraz odejmowania dwóch liczb obok siebie. Nie sprawdza się, czy w wyrażeniu znajdują się inne możliwe kombinacje do uproszczenia oprócz dwóch zachodzących po sobie liczbach.
Ladder::dividing()	Wprowadzono rozdzielanie sumy, różnicy oraz iloczynu pochodnych. Nie wprowadzono rozdzielania ilorazu oraz ln(). Nie przeprowadzono żadnych testów w celu sprawdzenia poprawności zaimplementowanych rozwiązań
Ladder::makeString()	Wprowadzono sumowanie vector <string> do string, aby następnie zwrócić stworzoną zmienną typu string, jako wynik wyliczonej pochodnej. Nie wykonano testów.
derTable::derivativeIt()	Stworzono funkcję. Nie wprowadzono żadnej funkcji elementarnej, przez co nie możliwe jest policzenie żadnej pochodnej wprowadzonej przez użytkownika.

Tabela 4 Stworzone funkcje w projekcie wraz z uwagami.

8. Podręcznik użytkownika:

Sposób wpisywania danych:

Funkcja	CLI	Uwagi
+	+	
-	-	
·	*	
÷	/	
potęga	^	
,	.	Można stosować zamiennie przecinka i kropki, gdyż program podmienia wszystkie przecinki na kropki.
c	liczba z przedziału 0<=c<=9	
x	x	
x^n	x^n	
ax+b	**ax+b**	Można wykorzystać znak mnożenia *.
ax^2+bx+c	ax^2+bx+c	Można wykorzystać znak mnożenia *.
ax^{-1}	ax^(-1)	Można wykorzystać znak mnożenia *.
sin(x)	sin(x)	
cos(x)	cos(x)	
tg(x)	tg(x)	
e^x	e^x	
a^x	a^x	
x^x	x^x	
ln(x)	ln(x)	
$\log_a(x)$	loga(x)	

Tabela 5 Schemat wpisywania wyrażeń porzez CLI.

Po uruchomieniu programu, użytkownik zostanie poproszony o podanie wyrażenia, następnie jeżeli wyrażenie zostało podane poprawnie, zostanie policzona pochodna i wyświetlona. Przykładowe wyrażenie wpisane w CLI, według składni podanej w tabelce 5:

"3x^2+sin(x)+cos(x^2*ln(x))"

Kolejnym krokiem programu będzie zapytanie uzytkownika, czy chce podać nowe wyrażenie:

```
Czy chcesz podac nowe wyrazenie? (t/n)
```

Jeżeli użytkownik wpisze n, program zamknie się po 1 sekundzie. W przypadku wpisania jakiekokolwiek innego znaku, będzie wyświetlona prośba o podanie nowego wyrażenia, a następnie będzie wykonana operacja opisana w pierszym akapicie tego punktu.

9. Metodologia rozwoju i utrzymania system:

Głównym celem rozwoju i utrzymania systemu jest dokończenie programu, aby osiągnąć cel postawiony na samym początku projektu, czyli obliczanie pochodnej wyrażenia jednej zmiennej. Następnym krokiem może być rozszerzenie projektu o wyliczanie wartości pochodnej wyrażenia dla argumentu podanego przez użytkownika.

W kolejnych rozszerzeniach można stworzyć obliczanie pochodnych wielu zmiennych lub wykorzystać otrzymany już kod w stworzeniu systemu obliczania pochodnych cząstkowych.

10. Bibliografia:

1. Cyganek B. : Introduction to programming with C++ for engineers, Wiley, 2021.
2. https://pl.wikisource.org/wiki/Tablica_pochodnych
3. https://www.cs.csustan.edu/~john/Classes/Previous_Semesters/CS3100_DataStructures/2003_04_Fall/Asg04/DiffAsg.html
4. https://www.geeksforgeeks.org/
5. https://cplusplus.com/
6. https://www.matemaks.pl/pochodne.html