

Simulación, control y selección de accionamiento para un mecanismo de dos eslabones

Samaniego, Pilar
Máster en Ingeniería Mecatrónica
Universidad de Oviedo
Gijón, España
pilar.samaniego@eu4m.eu

Resumen—En este trabajo se presenta el modelado, simulación y control de un mecanismo de dos eslabones, un bloque unido a una masa mediante un par R, la cual tiene su centro de gravedad desplazado. En primer lugar, se realiza el modelado de la cinemática del mecanismo, junto con el cálculo de la dinámica reducida mediante la obtención de la masa y la fuerza reducida. Esta dinámica es programada en Matlab, y posteriormente se obtiene un modelo linealizado del sistema, al cual se le aplica un controlador PID. Con el controlador diseñado, se selecciona un actuador comercial adecuado, al cual se lo modela y controla en un segundo lazo de control de Fuerza.

Palabras Clave—mecanismo, eslabón, Matlab, actuador, linealización, control, cinemática, dinámica.

I. INTRODUCCIÓN

El modelado de un mecanismo constituye la base para su posterior control, es preciso hallar ecuaciones matemáticas que describan correctamente el modelo. El problema dinámico directo conoce las acciones externas sobre el mecanismo y pretende determinar cuál será el movimiento a lo largo del tiempo. Del mismo, se obtendrán las ecuaciones diferenciales del movimiento del sistema, ecuaciones que se integran a partir de unas condiciones iniciales y luego sirven para determinar las posiciones, velocidades, aceleraciones y fuerzas en función del tiempo. En este caso al ser un sistema de 1 grado de libertad, por facilidad de la resolución del problema dinámico directo, es aplicable la reducción dinámica, esta reducción se basa en el principio de la conservación de la energía [1].

Una vez obtenido el modelo en ecuaciones de un sistema, que serán lo suficientemente sencillas como para poder interpretarlas, pero lo suficientemente complejas para dar una simulación aceptable, se procede a determinar los estados del sistema que caracterizan por completo el sistema; las entradas que serán aquellas que podremos manipular y las salidas que son las variables de interés para el control [2]. En este mecanismo los estados son la distancia que se desplaza y la velocidad lineal; considerando que la entrada será una fuerza externa.

En base a lo anterior, se simula la dinámica en MATLAB y se busca realizar una acción de control en base a unas especificaciones de diseño para lograr que el sistema sea estable una vez controlado, que la salida tome un comportamiento igual o similar a la referencia, minimizar el efecto de perturbaciones, etc. Con el control, se selecciona el actuador, lo cual se realizará en base a la simulación, se buscará el mejor actuador que cumpla con los parámetros deseados, considerando aspectos técnicos, administrativos, compatibilidad con la electrónica, alimentación existente, precio, entre otros.

Con lo mencionado el objetivo de este trabajo es modelar, simular, controlar un mecanismo de dos eslabones, uno de ellos con desplazamiento lineal y otro rotativo, unidos entre sí

mediante un par R; y finalmente seleccionar un actuador adecuado para que lleve a cabo las especificaciones requeridas.

La organización de este trabajo es la siguiente. En la sección II se indican los parámetros iniciales y se desarrolla la cinemática del sistema a controlar. En la sección III se obtiene la Dinámica del mecanismo, luego en el apartado IV se muestra la implementación en MATLAB. En la sección V, se diseña el regulador PID, en VI se selecciona el actuador y finalmente en VII se realiza el Control del Fuerza aplicado al mecanismo.

II. CINEMÁTICA DEL MECANISMO

A. Descripción del movimiento del mecanismo.

Se tiene dos eslabones como se muestra en la Fig. 1. El eslabón 2 puede deslizarse sin fricción por el plano inclinado. En el punto A hay un par R entre el eslabón 2 y el eslabón 3, que permite un giro relativo entre ambos. Entre el eslabón 3 y el plano inclinado hay una rodadura sin deslizamiento. Como consecuencia, el mecanismo resultante sólo tiene una coordenada independiente y un grado de libertad [3].

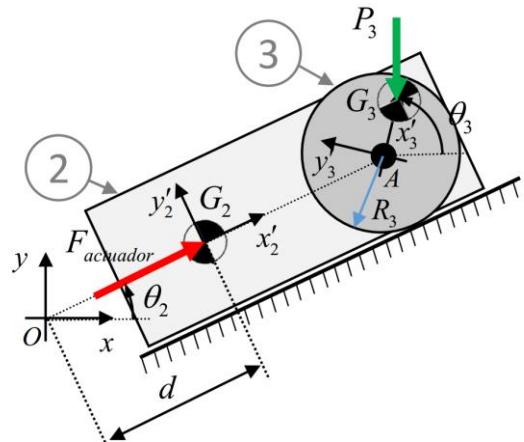


Fig. 1. Mecanismo para modelar.

Se escogerá como coordenada independiente, la distancia d entre los puntos O (en el bastidor) y G_2 (CDG del eslabón 2). Entre dichos puntos, se colocará un actuador que deberá realizar la fuerza necesaria para que el mecanismo se mueva hasta alcanzar una posición final de referencia d_{final} en el menor tiempo posible con un overshoot por debajo de 0.01 m. Para conseguir esto, se diseña y aplica un control a dicho actuador [3].

B. Parámetros y condiciones Iniciales

Se detallan a continuación en las tablas I Y II las especificaciones técnicas deseadas para el mecanismo.

TABLA I. ESPECIFICACIÓN DE LAS DIMENSIONES

L_{AG_2}	0.5 m
L_{AG_3}	0.3 m
R_3	0.8 m
θ_2	0.55 rad

TABLA II. ESPECIFICACIONES DE GEOMETRÍA

m_2	1 kg
m_3	0.5 kg
I_{G_3}	$3e^{-5} \text{ kg.m}^2$
\vec{g}	$[0, -9.81] \text{ m/s}^2$

Se detalla en la Tabla III las condiciones iniciales de las variables.

TABLA III. PARÁMETROS INICIALES

d_0	0.2 m
$\theta_{3,0}$	0 rad
\dot{d}_0	0.5 m/s
θ_2	0.55 rad

C. Ecuaciones de la cinemática

El giro absoluto del eslabón 3 está definido por la siguiente expresión:

$$\theta_3 = \theta_{3,0} - \frac{d}{R_3} \text{ rad} \quad (1)$$

Sabiendo que el ángulo del plano inclinado es conocido se puede obtener el valor de las posiciones del eslabón 2.

$$\begin{cases} X_{G_2} = d \cos \theta_2 \\ Y_{G_2} = d \sin \theta_2 \end{cases} \quad (2)$$

Con este mismo ángulo, se pueden hallar las coordenadas del punto A.

$$\begin{cases} X_A = X_{G_2} + L_{AG_2} \cos \theta_2 \\ Y_A = Y_{G_2} + L_{AG_2} \sin \theta_2 \end{cases} \quad (3)$$

En base a las coordenadas del eslabón 2 y de la posición del punto A, se determina finalmente el valor de la posición del eslabón 3 en su centro de gravedad G_3 .

$$\begin{cases} X_{G_3} = X_A + L_{AG_3} \cos \theta_3 \\ Y_{G_3} = Y_A + L_{AG_3} \sin \theta_3 \end{cases} \quad (4)$$

Reemplazando en (4), la ecuación (3), para tener en función de las variables de interés, las posiciones de G_3 .

$$\begin{cases} X_{G_3} = X_{G_2} + L_{AG_2} \cos \theta_2 + L_{AG_3} \cos \theta_3 \\ Y_{G_3} = Y_{G_2} + L_{AG_2} \sin \theta_2 + L_{AG_3} \sin \theta_3 \end{cases} \quad (5)$$

Una vez calculadas las posiciones en (1), (2), (3) y (5), se procede al cálculo de las velocidades. A continuación, las velocidades en x y y para el eslabón 2.

$$\begin{cases} \dot{X}_{G_2} = \dot{d} \cos \theta_2 \\ \dot{Y}_{G_2} = \dot{d} \sin \theta_2 \end{cases} \quad (6)$$

Para el punto A, dado que se desplaza con el eslabón 2 su velocidad será igual a la del eslabón 2.

$$\begin{cases} \dot{X}_A = \dot{X}_{G_2} \\ \dot{Y}_A = \dot{Y}_{G_2} \end{cases} \quad (7)$$

Para el eslabón 3.

$$\begin{cases} \dot{X}_{G_3} = \dot{X}_{G_2} - L_{AG_3} \sin \theta_3 \dot{\theta}_3 \\ \dot{Y}_{G_3} = \dot{Y}_{G_2} + L_{AG_3} \cos \theta_3 \dot{\theta}_3 \end{cases} \quad (8)$$

Finalmente se deja expresado en función de vectores las posiciones y velocidades de los eslabones 2 y 3.

$$\vec{p}_{G_2} = \begin{bmatrix} X_{G_2} \\ Y_{G_2} \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{p}_{G_3} = \begin{bmatrix} X_{G_3} \\ Y_{G_3} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\vec{v}_{G_2} = \begin{bmatrix} \dot{X}_{G_2} \\ \dot{Y}_{G_2} \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{v}_{G_3} = \begin{bmatrix} \dot{X}_{G_3} \\ \dot{Y}_{G_3} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

De (9) y (10) se obtiene que:

$$|\vec{p}_{G_2}| = d = \sqrt{X_{G_2}^2 + Y_{G_2}^2}, |\vec{p}_{G_3}| = \sqrt{X_{G_3}^2 + Y_{G_3}^2} \quad (11)$$

$$|\vec{v}_{G_2}| = \dot{d} = \sqrt{\dot{X}_{G_2}^2 + \dot{Y}_{G_2}^2}, |\vec{v}_{G_3}| = \sqrt{\dot{X}_{G_3}^2 + \dot{Y}_{G_3}^2} \quad (12)$$

III. DINÁMICA DEL MECANISMO

El análisis dinámico directo se plantea sustituyendo el mecanismo por un modelo más sencillo que sea dinámicamente equivalente. En el caso del presente trabajo la reducción se la realizará a un punto y no a un eje, ya que se trata de desplazamiento de un mecanismo y no de un giro [1], Fig. 2. Se elige un punto de reducción que en este caso es G_2 , y se reducirá a él, sustituyéndolo por una única masa puntual ubicada en dicho punto.

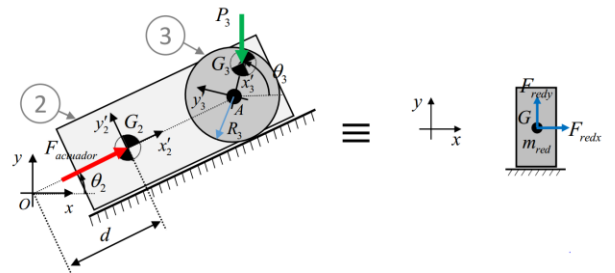


Fig. 2. Reducción Dinámica.

Para que el modelo reducido sea dinámicamente equivalente al mecanismo real, se deben cumplir las siguientes condiciones [1]:

- La masa puntual se moverá con a la misma velocidad \vec{v}_{G_2} o \dot{d} (considerando la dirección del movimiento del mecanismo) que el punto de reducción.
- La masa puntual tendrá una masa, conocida como masa reducida m_{G_2red} en el punto G_2 que aglutinará a toda la masa del mecanismo. Para ello la energía cinética de la masa puntual ha de ser igual a la de todo el mecanismo.
- Sobre la masa puntual actuará una fuerza en la dirección de \vec{v}_{G_2} (llamada fuerza total reducida \vec{F}_{G_2red} en G_2), que es consecuencia de todas las acciones exteriores que actúen sobre el mecanismo. Para hacer la reducción y que las acciones exteriores se puedan sustituir por una fuerza aplicada en la masa reducida, es necesario que \vec{F}_{G_2red} desarrolle la misma potencia que las acciones exteriores.

A. Masa reducida del mecanismo

Se plantea la ecuación de la energía cinética de la masa puntual reducida.

$$E_{ctotal} = \frac{1}{2} m_{red_G_2} |\vec{V}_{red_G_2}|^2 \quad (13)$$

La velocidad de la masa reducida se conoce que es igual a la velocidad del eslabón 2, y se puede expresar en función de (12) como:

$$|\vec{V}_{red_G_2}| = |\vec{v}_{G_2}| = \dot{d} \quad (14)$$

Por otro lado, siendo i el n -ésimo eslabón, la energía cinética de todo el mecanismo será:

$$E_{ctotal} = \sum_i E_{ci} = \sum_{i=2}^n \left(\frac{1}{2} m_i |\vec{v}_{Gi}|^2 + \frac{1}{2} I_{Gi} |\vec{\omega}_{Gi}|^2 \right) \quad (15)$$

Con lo anterior, reemplazando (14) en (13), igualando (13) y (15), y aplicando a nuestro mecanismo se tiene:

$$\frac{1}{2} m_{red_G_2} \dot{d}^2 = \frac{1}{2} m_2 \dot{d}^2 + \frac{1}{2} m_3 |\vec{v}_{G_3}|^2 + \frac{1}{2} I_{G_3} \dot{\theta}_3^2 \quad (16)$$

De la cual, el valor de $\dot{\theta}_3$ se obtiene derivando la ecuación (1) y tendrá el siguiente valor:

$$\dot{\theta}_3 = \frac{\dot{d}}{R_3} \quad (17)$$

Se simplifica (13) para obtener la masa reducida y se tiene:

$$m_{red_G_2} = m_2 + m_3 \frac{|\vec{v}_{G_3}|^2}{\dot{d}^2} + I_{G_3} \frac{\dot{\theta}_3^2}{\dot{d}^2} \quad (18)$$

Tomando de (12) $|\vec{v}_{G_3}|$, reemplazando y simplificando en (18), se tiene finalmente el valor de la masa reducida.

$$m_{red_G_2} = m_2 + m_3 \frac{X_{G_3}^2 + Y_{G_3}^2}{\dot{d}^2} + I_{G_3} \frac{\dot{\theta}_3^2}{\dot{d}^2} \quad (19)$$

B. Fuerza reducida del mecanismo

La potencia que desarrolla la fuerza total reducida en G_2 será el producto de su fuerza por la velocidad.

$$\vec{F}_{G_2red} \cdot \vec{V}_{red_G_2} \quad (20)$$

Y esta será igual a la potencia desarrollada por las acciones exteriores:

$$\vec{F}_{G_2red} \cdot \vec{V}_{red_G_2} = \sum_i^n \vec{F}_i \cdot \vec{v}_{Gi} + \sum_i^n \vec{M}_i \cdot \vec{\omega}_{Gi} \quad (21)$$

De (21), \vec{F}_i , son las fuerzas, \vec{M}_i los momentos y $\vec{\omega}_{Gi}$ son las velocidades angulares de cada eslabón. Entonces aplicando a nuestro mecanismo nos queda.

$$\vec{F}_{G_2red} \cdot \vec{V}_{red_G_2} = \vec{P}_2 \vec{v}_{G_2} + \vec{P}_3 \vec{v}_{G_3} + \vec{F}_{act} \cdot \vec{v}_{act} \quad (22)$$

Se define \vec{P}_2 y \vec{P}_3 como los pesos de cada eslabón, \vec{F}_{act} y \vec{v}_{act} son la velocidad y fuerza que realizará el actuador, y están definidos como:

$$\vec{P}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ m_2 g \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{P}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ m_3 g \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\vec{F}_{act} = \begin{bmatrix} F_{act,x} \\ F_{act,y} \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{v}_{act} = \begin{bmatrix} v_{act,x} \\ v_{act,y} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Sin embargo, se considerará todos los vectores en el sentido de desplazamiento del mecanismo, incluso la dirección de la fuerza del actuador y que $|\vec{v}_{act}| = |\vec{v}_{G_2}| = \dot{d}$, entonces se tiene:

$$F_{G_2red} \cdot \dot{d} = m_2 g \dot{Y}_{G_2} + m_3 g \dot{Y}_{G_3} + F_{act} \cdot \dot{d} \quad (25)$$

Desarrollando (25), se obtiene que la fuerza resultante reducida es:

$$F_{G_2red} = m_2 g \frac{Y_{G_2}}{\dot{d}} + m_3 g \frac{Y_{G_3}}{\dot{d}} + F_{act} \quad (26)$$

C. Análisis dinámico directo - ecuación de Erksergian

Para el análisis dinámico directo, se aplica el teorema de las fuerzas vivas al modelo reducido del mecanismo entre dos posiciones muy próximas, tan próximas que pasan al campo diferencial, para así obtener la ecuación diferencial de movimiento (ecuación de Erksergian). Para una ampliación matemática del desarrollo de la ecuación se puede ver en [1]. Dicha ecuación aplicada al mecanismo planteado es la siguiente:

$$F_{G_2red} = m_{red_G_2} \cdot \ddot{d} + \frac{1}{2} \frac{dm_{red_G_2}}{dd} \cdot \dot{d}^2 + \frac{dE_p}{dt} \quad (27)$$

De (27) se puede despreciar el termino $\frac{dE_p}{dt}$, quedando la ecuación de Erksrgian como:

$$F_{G_{2red}} = m_{red_G_2} \cdot \ddot{d} + \frac{1}{2} \frac{dm_{red_G_2}}{dd} \cdot \dot{d}^2 \quad (28)$$

Y una vez se tiene la ecuación, se necesita la función a integrar, que se obtendrá mediante un método numérico que consiste en calcular progresivamente los valores de t, (pasando de la iteración i a la i+1 [1].

Esta función aplicada a nuestro mecanismo en la dirección de desplazamiento es la siguiente:

$$\frac{dm_{red_G_2}}{dd} = \lim_{\Delta d \rightarrow 0} \frac{m_{red_G_2}(d+\Delta d) - m_{red_G_2}(d-\Delta d)}{2\Delta d} \quad (29)$$

$$\frac{dm_{red_G_2}}{dd} \cong \frac{m_{red_G_2}(d+\Delta d) - m_{red_G_2}(d-\Delta d)}{2\Delta d} \quad (30)$$

IV. IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB

Para ver cuál es la respuesta de nuestro mecanismo, se ha realizado la simulación, programando todas las ecuaciones en funciones en MATLAB, y utilizando un integrador de tipo ode23tb, que resuelve las ecuaciones diferenciales rígidas con un método de orden bajo el cual se ajusta muy bien a la dinámica de este mecanismo, ya que es adecuado para problemas con altas rigideces, y este mecanismo sin una fuerza actuante cae libremente llega a velocidades muy altas con el paso del tiempo, y un integrador explícito de paso simple para problemas sin rigideces elevadas no lo podría resolver; por ejemplo ode45[4]. Esto se determinó mediante pruebas de simulación. A continuación, en la Fig. 3 se muestra un breve diagrama de flujo del programa implementado en funciones de Matlab (Anexo. 1).

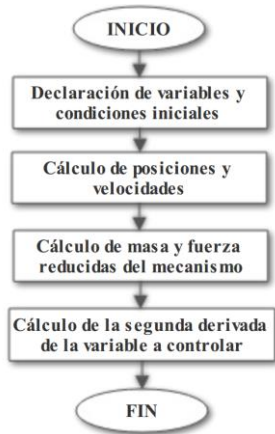


Fig. 3. Diagrama de Flujo- Implementación Matlab.

A. Respuesta del Sistema sin Fuerza del actuador

De lo anterior se obtiene en Matlab la siguiente curva de respuesta del mecanismo para la distancia, Fig. 4:

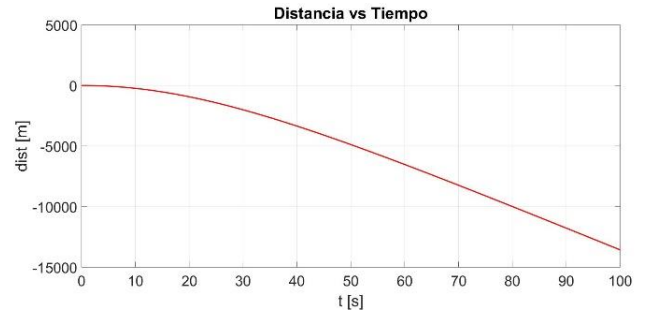


Fig. 4. Distancia vs Tiempo – Sin fuerza del actuador.

Se observa que la distancia crece a lo largo del tiempo, que es lo esperado en este mecanismo. En Fig.5, la curva de la velocidad del mecanismo sin fuerza del actuador.

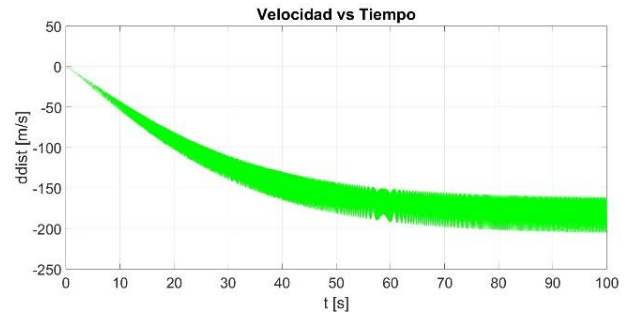


Fig. 5. Velocidad vs Tiempo – Sin fuerza del actuador.

La respuesta es lo esperado, la velocidad crece a lo largo del tiempo hasta que en un cierto punto llega de cierta forma a estabilizarse, o a variar en un rango de velocidades constante. Esto es porque el mecanismo cae y va acelerando hasta un punto en el que la fuerza de resistencia del aire llega a igualar las fuerzas gravitacionales y empieza a caer con velocidad constante llamada velocidad terminal [5].

B. Modelo linealizado del Sistema

Para la linealización del sistema, se realizará en base a la misma programación anterior, pero ahora utilizando SIMULINK y su herramienta de Linear Analysis, la cual nos permite obtener un modelo lineal de un modelo no lineal, y permite linealizar interactivamente en varios puntos de operación [6].

Para utilizar esta herramienta, debemos en Simulink, en el diagrama de bloques indicar la entrada y la salida del sistema a linealizar, Fig. 6, entonces con la misma estructura anterior de programación se procede a pasar el código a una S-función (Anexo. 2), ya no utilizando directamente el integrador ode23 y un lazo for (Anexo. 1), si no configurando este integrador en las herramientas de Simulink, esta S-función nos permitirá hacer el cálculo de las derivadas, a la cual se le indica las condiciones iniciales, se le da una entrada y se indica el nombre del fichero que contiene las ecuaciones a resolver. Con todo lo anterior se tiene un modelo inicial en Simulink como el siguiente que tiene las mismas respuestas de las Fig. 4 y Fig. 5 (Anexo. 2).

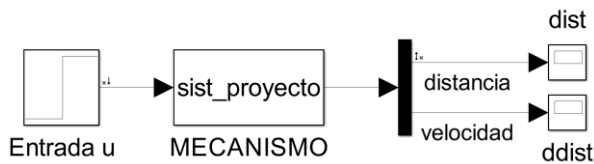


Fig. 6. Sistema sin Control en Simulink.

El objetivo de esta linealización es poder obtener una función de transferencia, que se aproxime linealmente a las ecuaciones cinemáticas y dinámicas no lineales anteriores. De este modelo, el sistema linealizado obtenido tiene la siguiente función de transferencia (Anexo. 2):

$$G_{\text{Sistema}} = \frac{0.7684}{s^2 - 0.1255s + 1.609} \quad (31)$$

La respuesta es inestable ante una entrada paso como se puede ver en la Fig. 7. Sin embargo, que sea inestable, no quiere decir que no sea controlable.

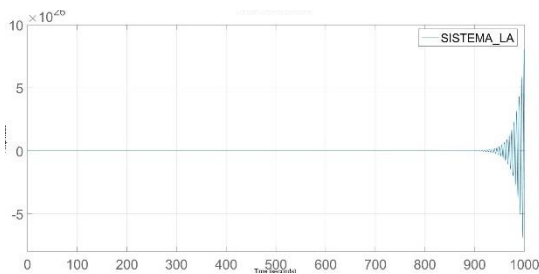


Fig. 7. Respuesta del Sistema Linealizado

V. DISEÑO DEL REGULADOR PID

Dentro de las fases de modelado para control, al diseñar un sistema de control necesitamos desarrollar un modelo mecánico mediante sus ecuaciones diferenciales, el cual se ha realizado en todas las secciones anteriores. Ahora al tener la función de transferencia del sistema linealizado, es posible llevar a cabo su control mediante la ayuda de la herramienta de MATLAB-Sisotool. Al ingresar la función de transferencia a Sisotool, lo primero que debemos analizar es el diagrama de polos y ceros, en el cuál brevemente se determina si el sistema es estable o inestable. Para este mecanismo el diagrama se observa en Fig. 8.

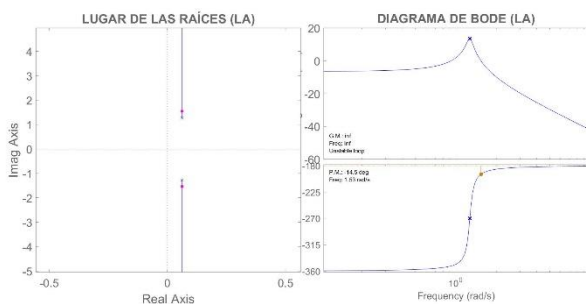


Fig. 8. Lugar de las raíces y Diagrama de Bode – Sistema Linealizado

Claramente tanto en el diagrama de Bode como en el LGR, el sistema es inestable. En el LGR, los polos del sistema son imaginarios y están en el semiplano derecho del eje real.

Entonces para poder llevar a cabo una acción de control se seguirá el siguiente procedimiento:

- Añadir un integrador o polo en el origen para asegurar que el error de posición sea cero.
- Añadir dos ceros que nos darán la acción derivativa, y que permiten contrarrestar la inestabilidad de los dos polos del semiplano derecho
- Añadir un polo alejado en el semiplano izquierdo real, el que de alguna forma compensa lo anterior.
- Ajustar la ganancia proporcional para mejorar la respuesta del sistema

Se puede ver en la siguiente figura una captura del compensador ingresado

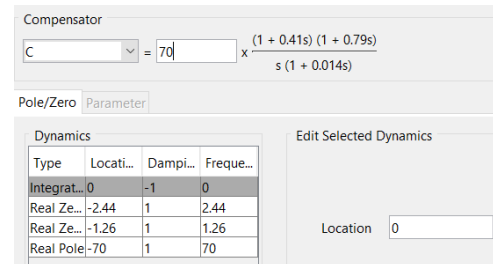


Fig. 9. Parámetros - Primer Control

El sistema llega a controlarse mostrando un LGR como en la Fig. 10.

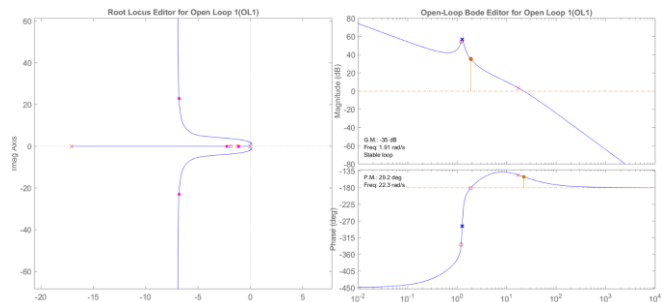


Fig. 10. LGR - Control

Y una respuesta paso en Fig. 11 con un sobrepico muy elevado.

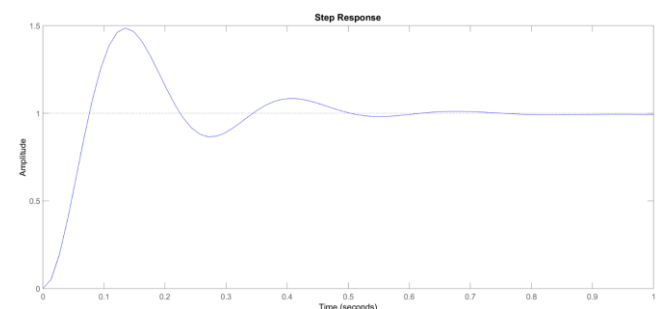


Fig. 11. Respuesta Step - Control

Para mejorar este sobrepico, se añade una prealimentación al sistema, esto se realiza para la estructura de control mostrada en la siguiente figura, modificando la función de transferencia de F, dentro de Sisotool.

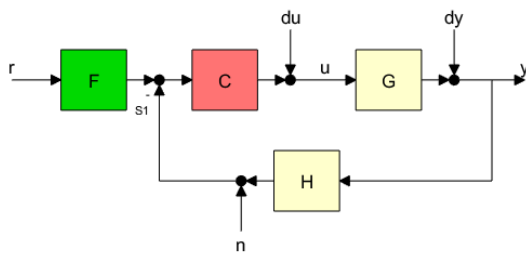


Fig. 12. Estructura de Control utilizada en Sisotool

Se analiza a continuación en la Fig. 13 y Fig. 14 que, al agregar un polo como pre-alimentación, la respuesta mejora totalmente, ya no tiene sobrepico.

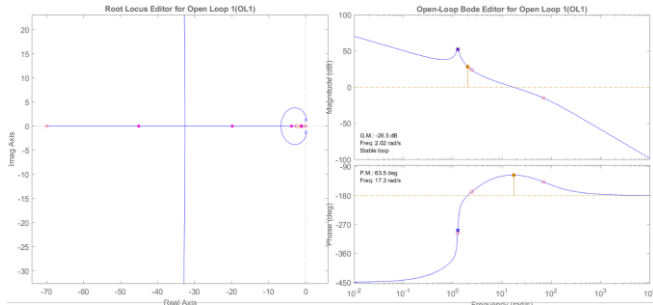


Fig. 13. LGR - Control + Pre-alimentación

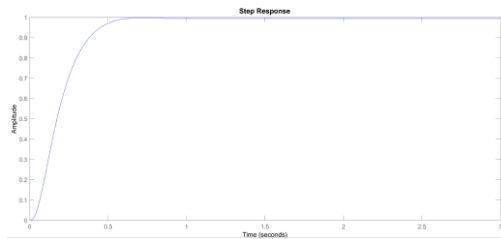


Fig. 14. Respuesta Step - Control + Pre-alimentación

Finalmente, con la respuesta deseada, se obtiene las funciones de transferencia de C y F para poder llevarlas a Simulink y probarlas con el modelo del mecanismo, C y F se detallan a continuación.

$$Control = C = \frac{3404.2 \cdot (s+2.446) \cdot (s+1.261)}{s \cdot (s+70)} \quad (32)$$

$$F = \frac{5}{(s+5)} \quad (33)$$

La estructura del controlador en Simulink, se presenta en Fig. 15, se puede observar que tiene un bloque de tipo LTI System, que toma directamente el valor de la variable almacenada en el workspace de Matlab del Regulador C, guardada en este caso como CONTROL (Anexo. 2). Y por otro lado tiene su pre-alimentación, que por facilidad se la ha ingresado como función de transferencia.

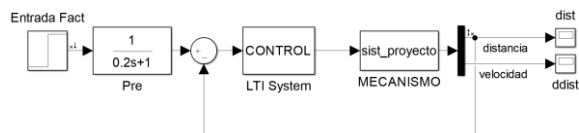


Fig. 15. Mecanismo con un lazo de Control PID.

Para este controlador, con un step al tiempo de 1 segundo, el modelo del mecanismo responde según se esperaba, como se muestra en la Fig. 15. La distancia alcanza la referencia con un tiempo de establecimiento 1.75 segundos y sin sobrepicos.

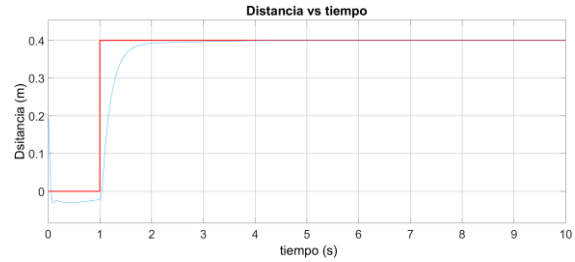


Fig. 16. Respuesta de la distancia con Control y Pre-alimentación

Por otro lado, se observa que la velocidad en Fig. 17, tiene un sobrepico inicial elevado de 1.86 m/s, entonces considerando que la aplicación de dicho mecanismo maneja velocidades en torno a 0.5 m/s, existen dos opciones a seguir.

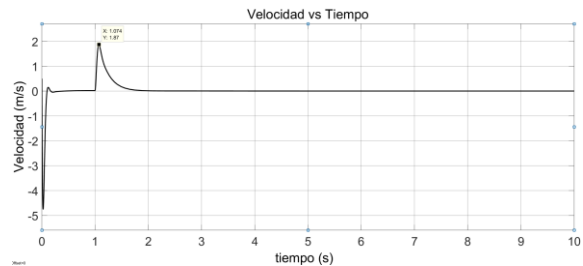


Fig. 17. Respuesta de la velocidad con Control y Pre-alimentación

Una opción es diseñar un controlador más lento, para evitar velocidades bruscas o la otra opción, implementada en este trabajo; es suavizar la entrada y limitar la fuerza entregada por el control, en la que se pide que el sistema llegue a una posición deseada mediante una rampa, y con un cierto tiempo y con una fuerza no mayor a un valor de 100 N, ya que, en el primer pico por las condiciones iniciales, existe una fuerza superior a 100 N.

La entrada entonces definida para la distancia es una rampa que hará que el mecanismo alcance la posición 0.4 m en un tiempo de 1 segundo, se repite el ciclo en la segunda señal, únicamente para visualización en estado estable.

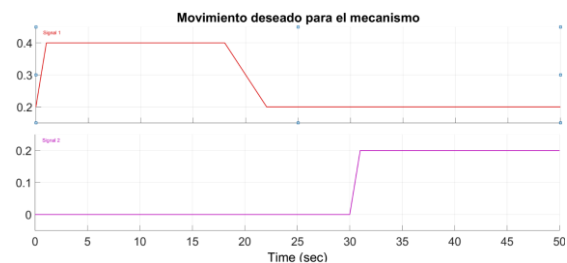


Fig. 18. Referencia - Movimiento deseado

Con esta entrada, se logra disminuir la magnitud de la velocidad, obteniendo las siguientes respuestas tanto de la distancia como de la velocidad Fig. 19 y Fig. 20. El tiempo de establecimiento en la Fig. 19 en el arranque se puede observar que está alrededor de los 3 segundos, sin embargo, si se

considera el sistema estable, en el segundo ciclo el tiempo de establecimiento es de 1.5 segundos. Se puede ver que no existen sobrepicos.

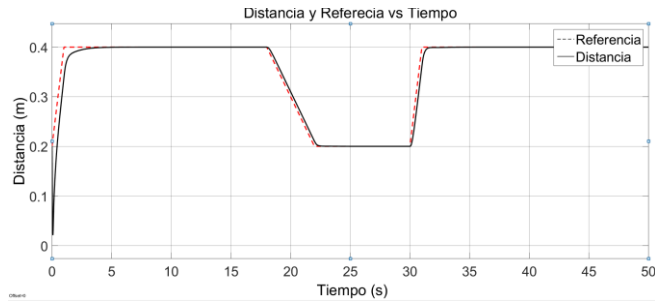


Fig. 19. Respuesta de la distancia con Entrada rampa

La velocidad mostrada en la Fig. 19 en relación con la obtenida en la Fig. 17 disminuyó su valor a **0.67 m/s**. Con esta nueva respuesta se pueden ya analizar los parámetros más importantes que se analizan en sección VI, para poder determinar un actuador adecuado.

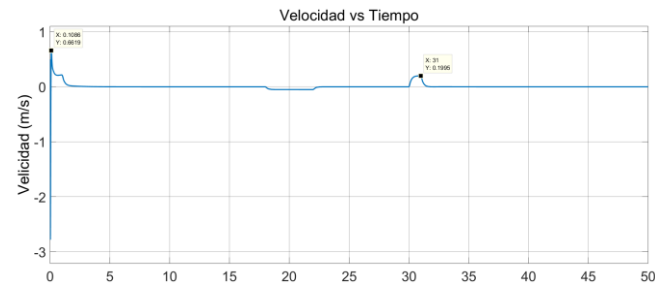


Fig. 20. Respuesta de la velocidad con Entrada rampa

VI. SELECCIÓN DE UN ACTUADOR

En base al controlador anterior, ya es posible determinar parámetros de interés de la simulación que nos permitan seleccionar un actuador que realice el movimiento requerido para este mecanismo. En este sistema en primer lugar, nuestro actuador será un actuador lineal, o a su vez un rotativo, pero con un sistema de transmisión de tipo Circular – Lineal.

A. Parámetros de interés

Se analiza a continuación los parámetros necesarios para la selección del actuador. En primer lugar, se han de cumplir con las condiciones iniciales es decir nuestro actuador será capaz de soportar la velocidad de la condición inicial, en el caso de este mecanismo **0.5 m/s**, y de la Fig.20, además para el arranque se deberá soportar una máxima velocidad de 0.67 m/s.

Adicionalmente, inicia desde una posición inicial en 0.2 m sobre el plano inclinado, sin embargo, el punto de partida, o lugar donde estará montado el actuador es en el sistema de coordenadas O que se muestra en la Fig. 1. Entonces, estando en las coordenadas [0, 0]; y con una posición inicial en 0.2 m del vástago sobre el plano inclinado, que es lo que se indica en las especificaciones, se controlará para llegar a la posición de 0.4 m.

Entonces, la carrera del actuador en total será 0.2 m para alcanzar la posición inicial y otros 0.2 m para llegar a la posición deseada. En total la carrera a considerar es de **0.4 m**, y se escoge de un valor un poco más grande por si existiera en

la realidad un sobrepico, o simplemente como factor de seguridad, por versatilidad y ergonomía del mecanismo.

Luego se analiza los parámetros de interés en Simulink, como la fuerza, la potencia, y la velocidad tal como se indica en el diagrama de bloques de la Fig. 21.

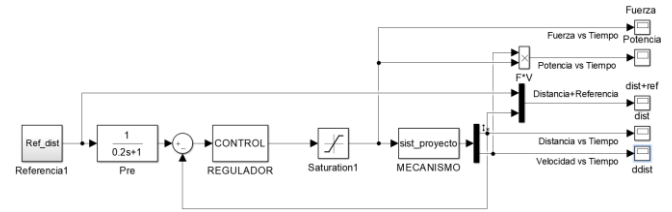


Fig. 21. Diagrama de bloques para obtención de parámetros.

La carrera será mayor a 0.4 m y la velocidad máxima será de 0.67 m/s. A continuación, en la Fig. 22, se muestra la respuesta de Fuerza para el actuador.

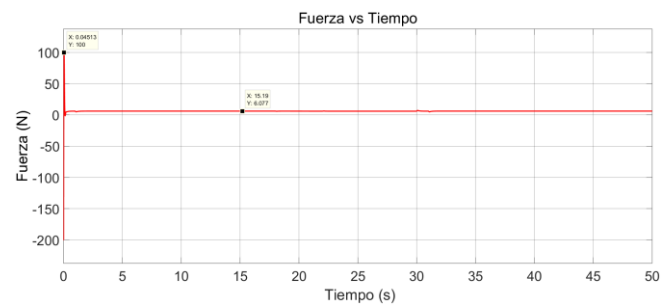


Fig. 22. Fuerza en función del tiempo

Y la potencia, que se observa en la Fig. 22, con un valor que oscila en los 380 W.

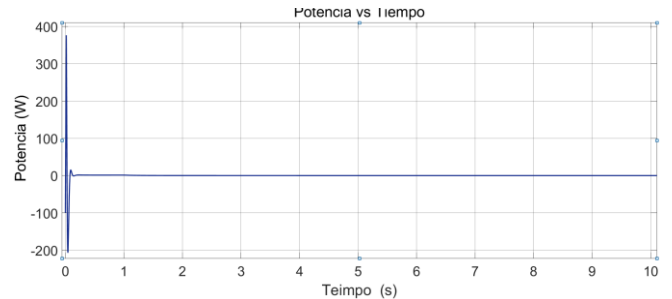


Fig. 23. Potencia en función del tiempo

Se resume en la siguiente tabla los parámetros para la selección del actuador:

TABLA IV. ESPECIFICACIONES PARA SELECCIÓN DEL ACTUADOR

d_{min}	0.2 m
d_{max}	0.45 m
\dot{d}_{min}	0.5 m/s
\dot{d}_{max}	0.67 m/s
$F_{act,min}$	6.077 N
$F_{act,max}$	100 N

Se hace primero un análisis de varias posibilidades en función de los requerimientos. El actuador va a trabajar a una

velocidad relativamente alta para hablar de mecanismos pequeños, pero requiere de una precisión de 0.01 m ya que se dice que el máximo sobrepico será de este valor.

Además, se analizan las características del lugar de trabajo, y de los parámetros máximos y mínimos de la Tabla IV y considerando que se debe plantear una acorde también con el tema económico y administrativo, se plantean dos soluciones y se selecciona una de ellas.

La primera solución es poner un motor en la parte superior del plano inclinado el cuál mediante un sistema de transmisión por cable y un tambor acoplado al motor suba el mecanismo a la posición deseada. Se considera que, al tener una masa relativamente pequeña de 1,5 Kg total, este sistema no sería adecuado, pero en caso de que el costo deba ser relativamente bajo esta sería la solución que mejor se adapte, y necesitaría de un freno adicional para evitar oscilaciones.

La segunda solución es adaptar directamente un actuador lineal que puede estar comandado ya sea por un motor rotativo y sistema de transmisión lineal o un motor lineal directamente. Entonces, se selecciona la segunda opción por el hecho de que es la que se ajusta mejor a los requerimientos, y cumple con ellos que es lo que se pretende.

Se busca entre los catálogos de varios motores lineales, encontrando desde Fabricantes conocidos como FESTO, con cilindros eléctricos de la gama EPCO de velocidades máximas de hasta 500 mm/s; LINMOT no muy conocido con motores lineales de muy alta velocidad hasta los 7.5 m/s, y entre otros catálogos FAIZEAL de China también de motores de alta velocidad. De estos **LINMOT** es el que tiene mejores prestaciones, sus precios no son públicos porque son motores no distribuidos típicamente. Se encuentra entonces en el catálogo mostrado en la Fig. 24, y el motor que cumple con nuestros requerimientos es el P01-48x240 / 300x450 [7]:

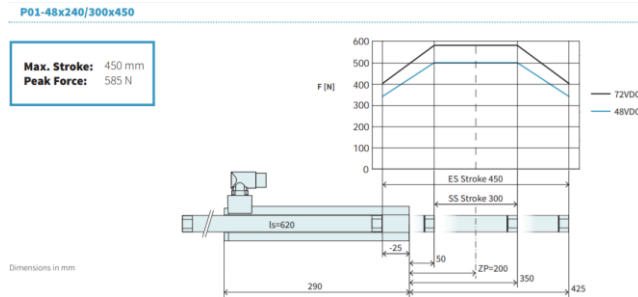


Fig. 24. Actuador seleccionado

Se muestra en la Tabla V y Tabla VI los parámetros más importantes que nos entrega el fabricante en el catálogo de este motor, para ampliación consultar [7].

TABLA V. ESPECIFICACIONES DEL ACTUADOR SELECCIONADO

$Carrera_{max}$	450 mm
$F_{max} - 48 V_{DC}$	497 N
$v_{max} - 48 V_{DC}$	1.1 m/s
$I_{max} - 48 V_{DC}$	12.6 A
Resistencia - 25°C	3.1 Ω
Inductancia	3 mH
Cte_{Fuerza}	39 N/A

TABLA VI. DIMENSIONES DEL ACTUADOR SELECCIONADO

Diámetro - Estator	48 mm
Longitud - Estator	289.5 mm
Masa del estator	1930 g
Diámetro - Deslizador	28 mm
Longitud - Deslizador	620 mm
Masa del Deslizador	2720 g

Con estos parámetros del actuador seleccionado, se grafica las fuerzas en la Fig. 25 y se observa que la fuerza requerida por nuestro mecanismo está por debajo de lo que nuestro actuador puede soportar.

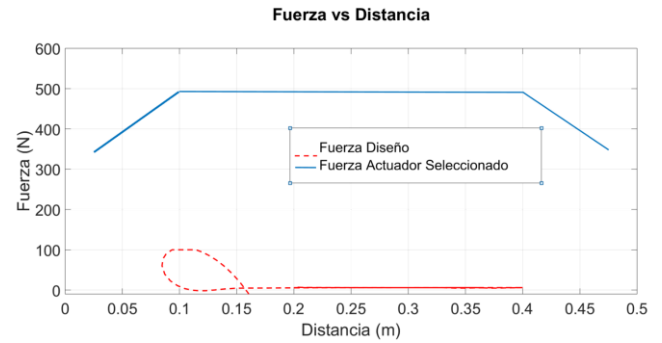


Fig. 25. Fuerza vs Distancia

En base a todo lo anterior en la siguiente sección se realizará un lazo de control adicional para la fuerza.

VII. CONTROL DE FUERZA PARA EL ACTUADOR

Con los parámetros del motor que se encuentran en la Tabla V, se implementa el modelo eléctrico del motor en Simulink (Anexo. 2), al mismo que se le aplica un nuevo control de fuerza. El modelo del motor lineal se muestra en la Fig. 26, y el desarrollo de su modelo matemático se lo encuentra en [8].

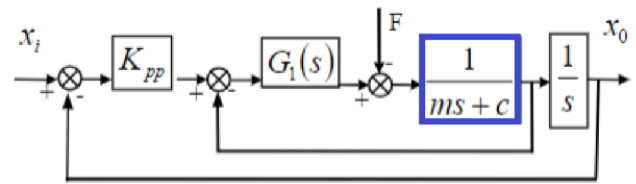


Fig. 26. Modelo Motor Lineal DC de alta velocidad [8].

El modelo queda como un modelo normal de un motor rotativo DC, pero con la diferencia que se debe añadir la constante de par en este caso será constante de Fuerza, Tabla V, que también viene en el catálogo del fabricante del actuador escogido.

Con el modelo anterior el diagrama de bloques del sistema original junto con el modelo del motor queda como la Fig. 27 (Anexo. 2):

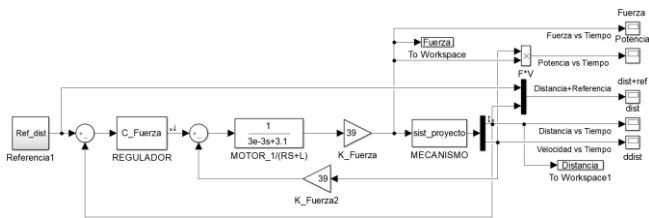


Fig. 27. Diagrama control del Fuerza

Se linealiza este sistema en el que ya se incluye el modelo del motor, y se muestra en la Fig. 28 la respuesta linealizada para este nuevo modelo, en la cual se puede observar que el sistema es estable y no presenta sobre picos, pero tiene un elevado tiempo de establecimiento.

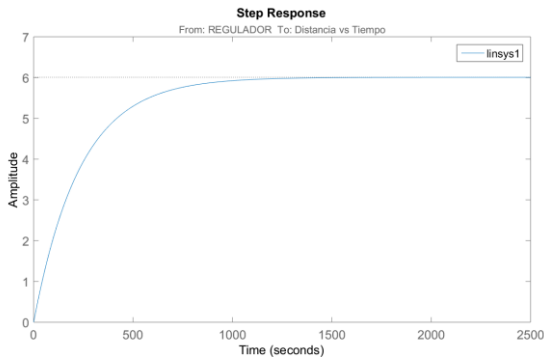


Fig. 28. Respuesta Paso – Sistema Linealizado con el modelo del motor

La respuesta de la Fig. 28 tiene la siguiente función de transferencia.

$$G_{con_motor} = \frac{9990}{s^3 + 1033s^2 - 3.895e^5 * s + 1663} \quad (34)$$

El lugar de las raíces se muestra en la Fig. 29, nos indica de igual forma la estabilidad del sistema linealizado, ya que tiene todos sus polos en el semiplano izquierdo.

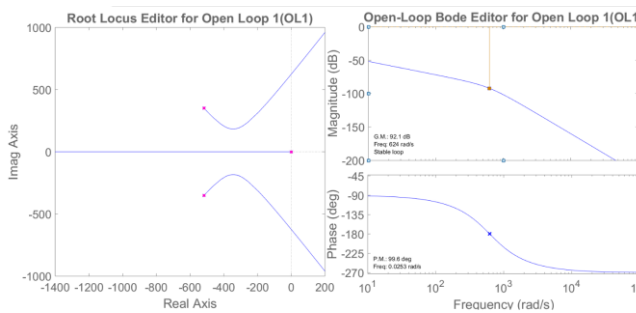


Fig. 29. LGR – Sistema Linealizado con el modelo del motor

Ahora, se diseña el controlador en Sisotool, en primer lugar, agregando un integrador para asegurar la eliminación del error, luego se ha añadido un cero cercano al polo del sistema, para con esto tratar de crear una elipse en el LGR hacia la izquierda, que se puede ver en la Fig. 30, y por último se ajusta la ganancia y se obtiene la función de transferencia del controlador.

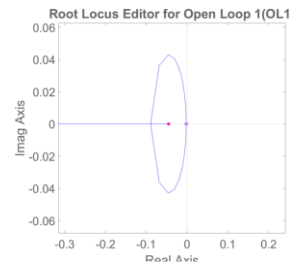


Fig. 30. LGR – Ajuste para el Control de Fuerza

La función de transferencia para el controlador de fuerza se detalla en (35).

$$C_{fuerza} = \frac{1108.2 * (s + 0.04512)}{s} \quad (35)$$

Para este controlador, aplicado al modelo linealizado con el modelo del motor, en la Fig. 31 se muestra el lugar de las raíces.

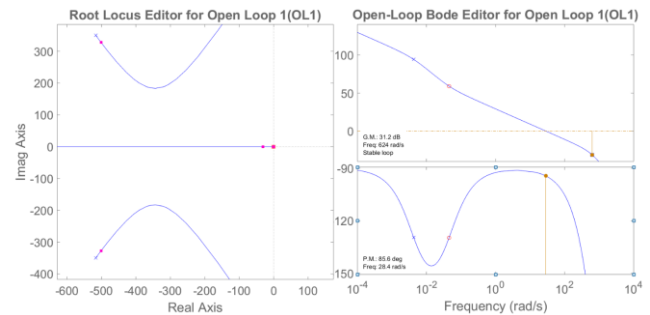


Fig. 31. LGR – Sistema Linealizado con Motor + Control de Fuerza

Se observa en la Fig. 32 la respuesta paso del sistema linealizado con motor con este controlador y se observa que ya no hay picos de fuerza y el tiempo de establecimiento redujo notablemente.

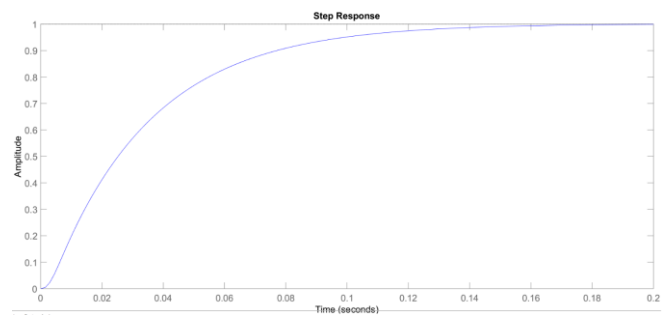


Fig. 32. Respuesta – Sistema Linealizado con Motor + Control de Fuerza

Se incluye el nuevo controlador en Simulink con el diagrama de Bloques de la Fig.27, con el sistema del mecanismo y con el modelo del motor. La respuesta con el nuevo control de fuerza se observa en la Fig. 33, y mejoró en relación con el primer control PID. No tiene sobrepicos, cuenta con tiempo de establecimiento menor a un segundo, el anterior control tenía tiempo de 1.75 segundos y el error de posición es cero.

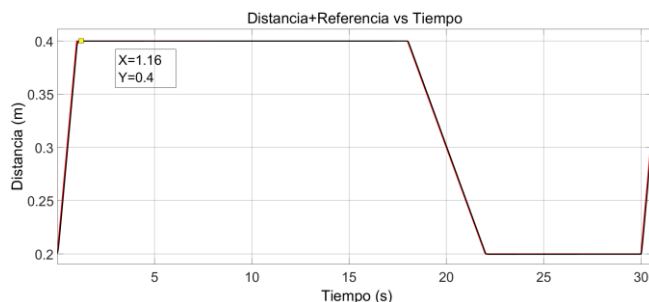


Fig. 33. Distancia vs Tiempo – Sistema Linealizado con Motor + Control de Fuerza

La velocidad en la Fig. 34 ya no tiene el primer pico de 0.67 m/s, que era superior a la condición inicial de 0.5 m/s, es mucho más estable, y su valor disminuyó a **0.2 m/s**.

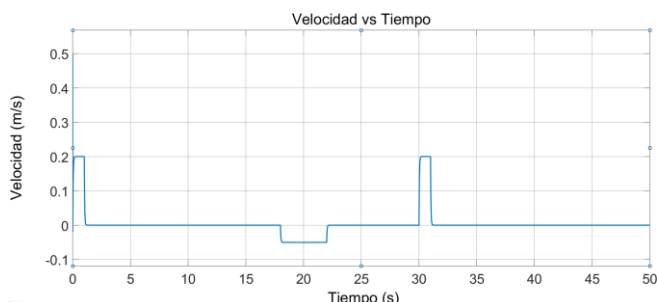
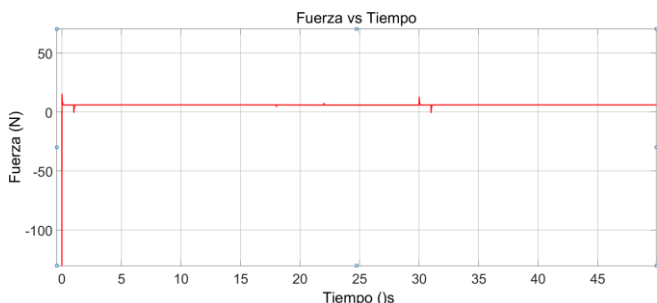


Fig. 34. Velocidad vs Tiempo – Sistema Linealizado con Motor + Control de Fuerza

En la fuerza hay sobrepicos mínimos en relación con las especificaciones que soporta nuestro actuador, que son alrededor de los 497 N por lo que no se agrega prealimentación, ni saturador. El máximo valor del pico más grande de fuerza está en 15 N.



VIII. CONCLUSIONES

- El modelado dinámico de sistemas requiere identificar que eslabón se reducirá el sistema, en este caso la reducción fue a un punto y no a un eje, debido a que el movimiento es lineal.
- La elección de un integrador que se ajuste a la dinámica del sistema es importante, ya que inicialmente se tenía respuestas erróneas en el comportamiento del sistema, lo cual se debía a que la dinámica de este mecanismo es compleja, y las ecuaciones diferenciales ordinarias son de tipo rígido, por lo cual con la utilización de un integrador adaptado para estas características se obtuvo la respuesta deseada.
- En el diseño del control PID, la velocidad de respuesta del controlador dependió de los polos del sistema,

cuanto más alejados del origen, más lento el sistema y viceversa.

- De las dos linealizaciones realizadas en este trabajo, si los polos del sistema son negativos indica que el sistema es estable y sus variaciones son exponencialmente decrecientes.
- En el mecanismo inicialmente el LGR mostraba un sistema inestable con los polos complejos positivos, sin embargo, este trabajo permite demostrar que cuando un sistema es inestable en lazo abierto no significa que sea inestable en lazo cerrado.
- El control de Fuerza en relación con un control normal PID sin el modelo del actuador, tiene mejores resultados para el sistema controlado, permite brindar más estabilidad, y al tener mayor control sobre las variables los resultados mejoran notablemente, ya que en el caso del segundo controlador, se eliminó el pico de fuerza en el arranque de 100 N y bajó a 15 N, la velocidad bajó de 0.67 m/s a 0.2 m/s, y el tiempo de establecimiento de 1.75 s a 1 s.

RECONOCIMIENTO

Se agradece el apoyo proporcionado a la Universidad de Oviedo para el desarrollo de este trabajo, sobre todo a los docentes de esta asignatura “Sistemas mecatrónicos de 1 grado de libertad” que nos han dedicado su tiempo y dedicación para poder llegar a terminarlo con éxito.

REFERENCIAS

- [1] Universidad de Oviedo, “Reducción dinámica de mecanismos de 1 GDL”, - Volantes de inercia. Disponible en: Campus Virtual EU4M – SM1GDL – Material Complementario, pp.5-17.
- [2] D. Álvarez, “Movimiento en sistemas mecánicos sencillos: Modelos para control”, EU4M Master in Mechatronic and Micro-Mechatronic Systems, Diap.1-5.
- [3] D. Álvarez, A. Noriega, “Propuesta de trabajo grupal”, Sistemas mecatrónicos de 1 grado de libertad, 2018, pp.1-6.
- [4] A. Noriega, “Análisis dinámico directo de mecanismos reducidos”, Sistemas mecatrónicos de 1 grado de libertad- Material Complementario, 2018, pp.5-11.
- [5] A. Torres, “Un caso particular del M.R.U.V.: La caída libre”, 2005, Disponible en: <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/14700444/helvia/aula/archivos/repositorio/0/12/html/caidailibre.htm>
- [6] Mathworks, “Linear Analysis Tool”, 2018, Disponible en: <https://es.mathworks.com/help/slcontrol/ug/linearanalysistool-app.html>
- [7] LINMOT, “Linear Motors PS01-48x240-C”, Disponible en: http://shop.linmot.com/data/import/Dokumente/0185-1004-E_1V0_DS_Linear_Motors_P01-48x240.pdf
- [8] Z. Yang, L. Libing, W. Zuojie, X. Quanyang, “Static and Dynamic Characteristic Simulation of Feed System Driven by Linear Motor in High Speed Computer Numerical Control Lathe”, 2013, Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/269924111_Static_and_Dynamic_Characteristic_Simulation_of_Feed_System_Driven_by_Linear_Motor_in_High_Speed_Computer_Numerical_Control_Lathe

ANEXOS

ANEXO. 1: MODELO IMPLEMENTADO EN FUNCIONES

- simulador_proyecto.m
- f.m
- calc_pos_vel.m

- calc_Fact.m
- Resultados_Proyecto.mat

ANEXO. 2: MODELO Y CONTROLADORES IMPLEMENTADO EN SIMULINK

- Sist_proyecto.m
- calc_pos_vel.m
- Modelo_sin_control.slx
- Modelo_con_Control_de_Posicion.slx
- Modelo_con_Control_de_Posicion_y_signal_y_saturador.slx
- Modelo_ControlPID_y_Control_De_Fuerza.slx
- CARGAR_SISTEMAS_Y_CONTROLADORES.mat

ANEXO. 3: BIBLIOGRAFÍA

- MOTOR_LINEAL_Static_and_Dynamic_Characteristic_Simulation.pdf
- LINMOT_0185-1004-E_1V0_DS_Linear_Motors_P01-48x240.pdf

-