

- ② a) Falls ein Feld 0 ist sind automatisch durch die Wirkweise des Algorithmus alle Vielfachen auch schon auf 0 gesetzt. Variante 1 ignoriert das und setzt sie einfach nochmal alle auf 0, Variante 2 prüft es und überspringt das 0 setzen ggf.

$$b) H_1 = \sum_{k \leq N} \frac{N}{k} = N \cdot \sum_{k \leq N} \frac{1}{k} \Rightarrow f_1(N) \in O(N \ln(N))$$

Die Summe kommt durch die äußere Schleife, der Bruch durch die innere.

$$c) H_2 = \sum_{p \leq N} \frac{N}{p} = N \cdot \sum_{p \leq N} \frac{1}{p} \Rightarrow f_2(N) \in O(N \cdot \ln(\ln(N)))$$

d) Bsp.:
$$\begin{array}{cccccccc} & p & p & 2 \cdot 2 & p & 3 \cdot 2 & p & 4 \cdot 2 & 3 \cdot 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ & & \uparrow & & & & & & \\ & & 7 & & & & & & \end{array}$$

Anhand dieses Beispiels sieht man, dass es ausreicht, da man zum Streichen nur die Primzahlen bis \sqrt{N} benötigt, da die Vielfachen der Primzahlen $> \sqrt{N}$ größer N sind und somit zum Streichen irrelevant.

An der Komplexität ändert sich nichts, nur die Summen werden kleiner, da nun gilt k bzw. $p \leq \sqrt{N}$.