

Procesamiento Digital de Imágenes II

Universidad Nacional de Asunción

M. Sc. José Luis Vázquez Noguera

jl vazquez@pol.una.py

1era Clase: Teórica – Práctica

Capítulo 1

Morfología matemática

Contenido

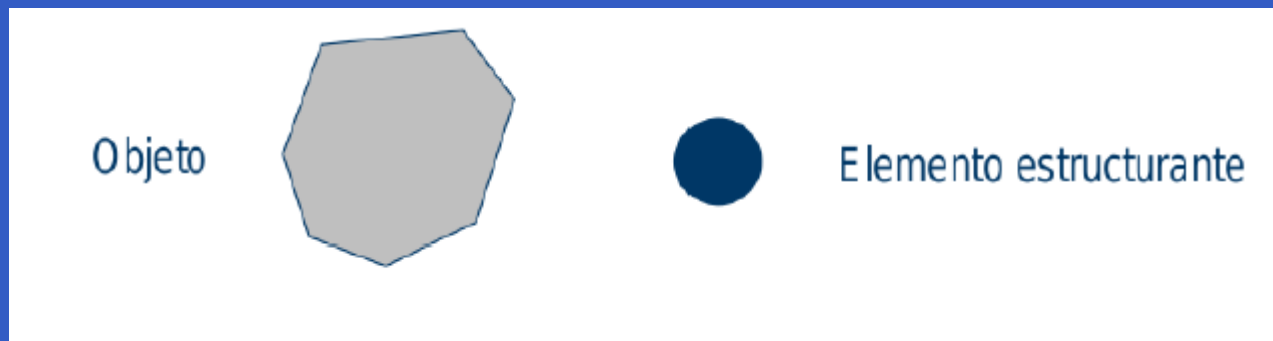
- Introducción
- Preliminares
- Dilatación y Erosión
- Combinación Dilatación y Erosión

Introducción

La palabra morfología significa forma y estructura de un objeto.

La Morfología Matemática es una técnica no lineal de procesamiento de imágenes basada en operaciones de conjuntos.

Desde un punto de vista geométrico la morfología matemática consiste en comparar los objetos a analizar con otro tipo de objeto de forma conocida, denominado elemento estructurante.



Extraído de una presentación de:

Preliminares

Sea Z un conjunto de enteros, donde $Z: \{1,2,\dots,n\}$. Una imagen es una función $f: Z^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Cada par de (x,y) se le conoce como coordenada espacial, y el valor real para dicha coordenada como intensidad de la imagen

Sea A un conjunto en Z^2 . Para cada w del conjunto A , si w es un elemento de A , entonces escribimos

$$w \in A$$

Si w no pertenece a A , entonces escribimos

$$w \notin A$$

Preliminares

Un conjunto B de coordenadas de pixeles que satisfacen una condición particular se escribe como

$$B = \{w \mid \text{condición}\}$$

Por ejemplo, el conjunto de todas las coordenadas de pixeles que no pertenecen al conjunto A , denotado por A^c , está dado por

$$A^c = \{w \mid w \notin A\}$$

Este conjunto se conoce como el complemento de A

La unión de dos conjuntos es denotado por $C = A \cup B$ es el conjunto de elementos que pertenecen tanto a A como B

Preliminares

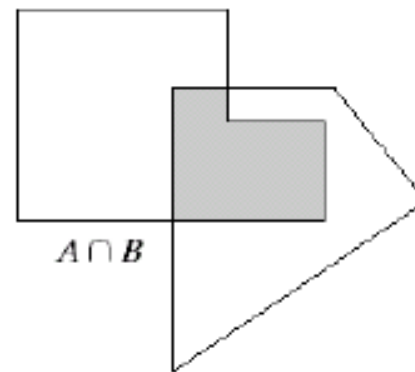
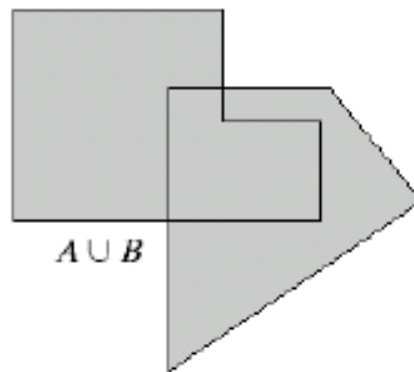
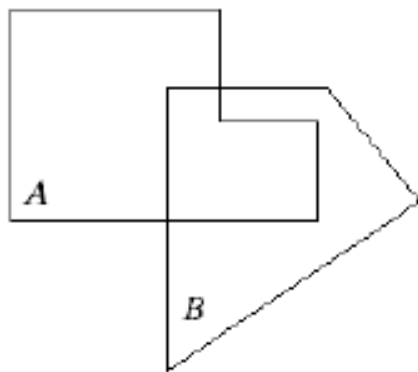
La intersección de dos conjuntos A y B es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a ambos conjuntos, denotados por

$$C = A \cap B$$

La diferencia de conjuntos A y B , denotada por $A - B$, es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a A pero no a B

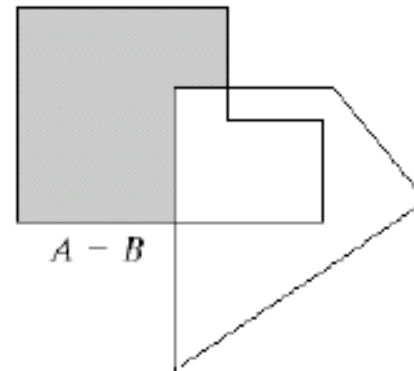
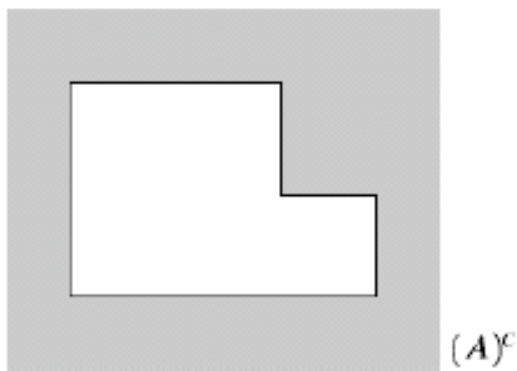
$$A - B = \{w | w \in A, w \notin B\}$$

Preliminares



a	b	c
d	e	

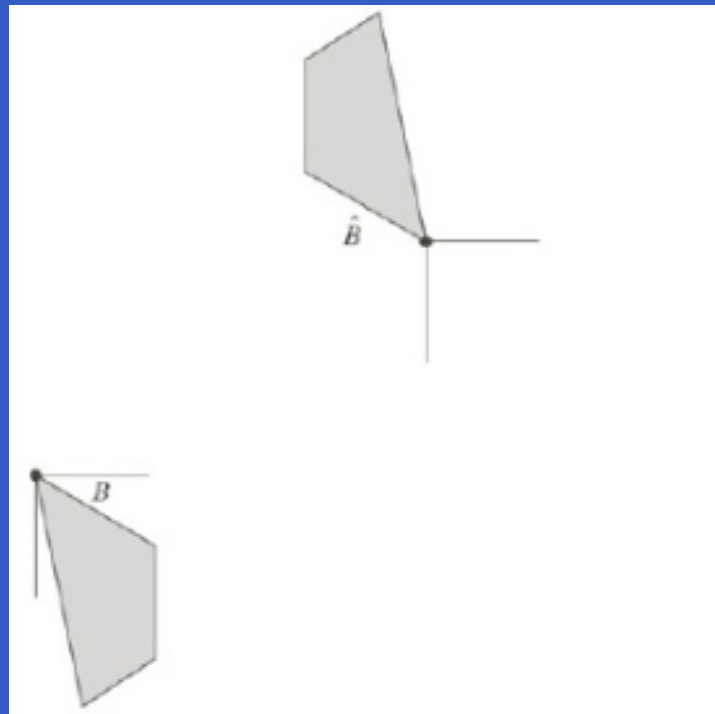
(a) Two sets A and B . (b) The union of A and B . (c) The intersection of A and B . (d) The complement of A . (e) The difference between A and B .



Preliminares

La reflexión del conjunto B es definida como:

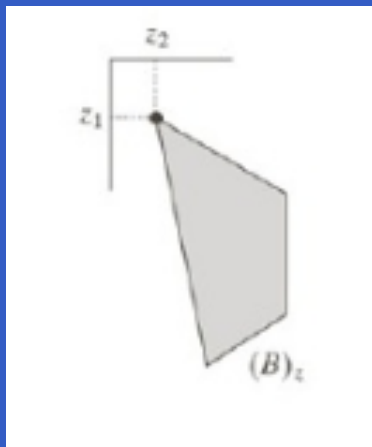
$$\hat{B} = \{w \mid w = -b, \text{ para } b \in B\}$$



Preliminares

La traslación del conjunto A por el punto $z = (z_1, z_2)$ es definido por:

$$(A)_z = \{c / c = a + z, \text{ para } a \in A\}$$



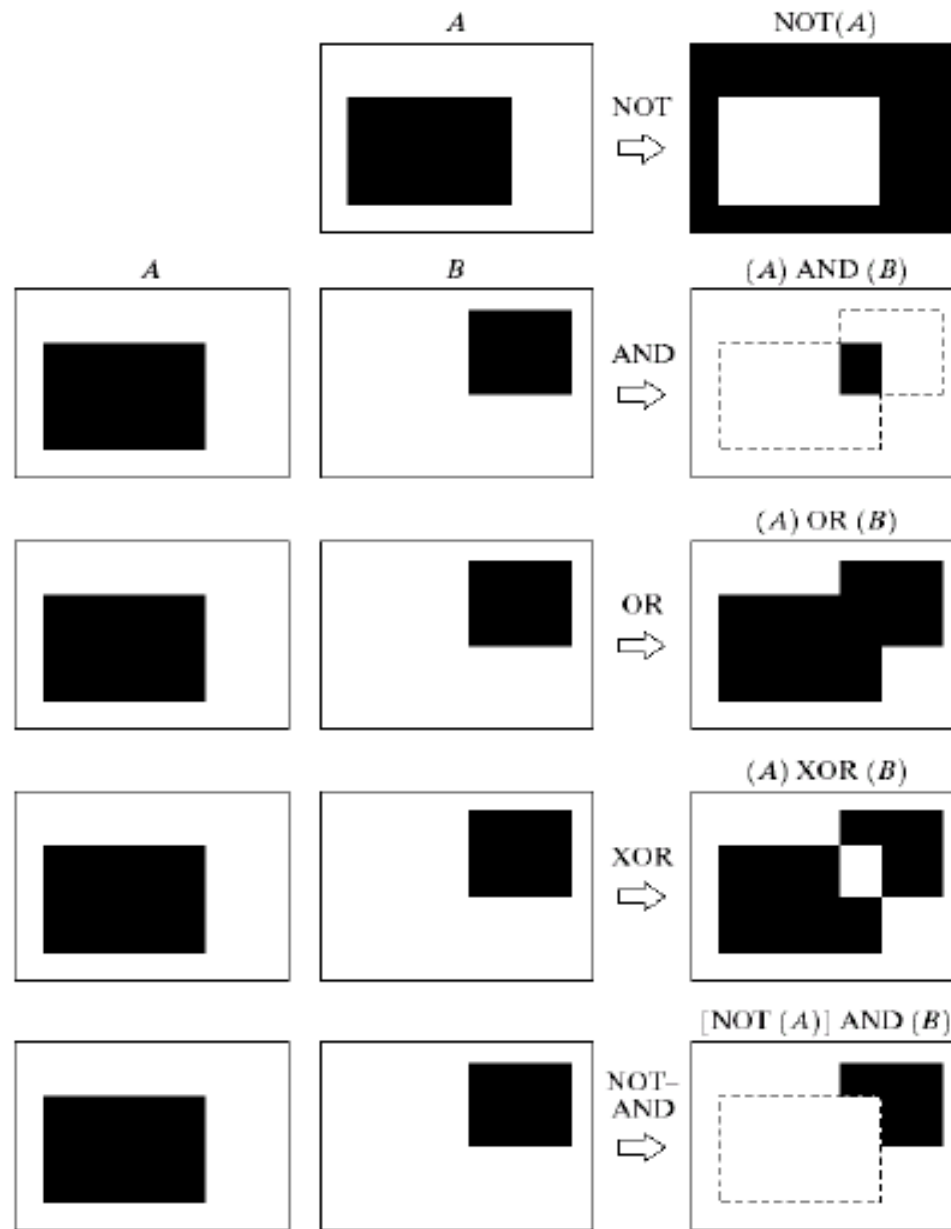
Preliminares

Para imágenes binarias las operaciones lógicas básicas están definidas como se muestra en la tabla.

The three basic
logical operations.

p	q	p AND q (also $p \cdot q$)	p OR q (also $p + q$)	NOT (p) (also \bar{p})
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0

Preliminaries



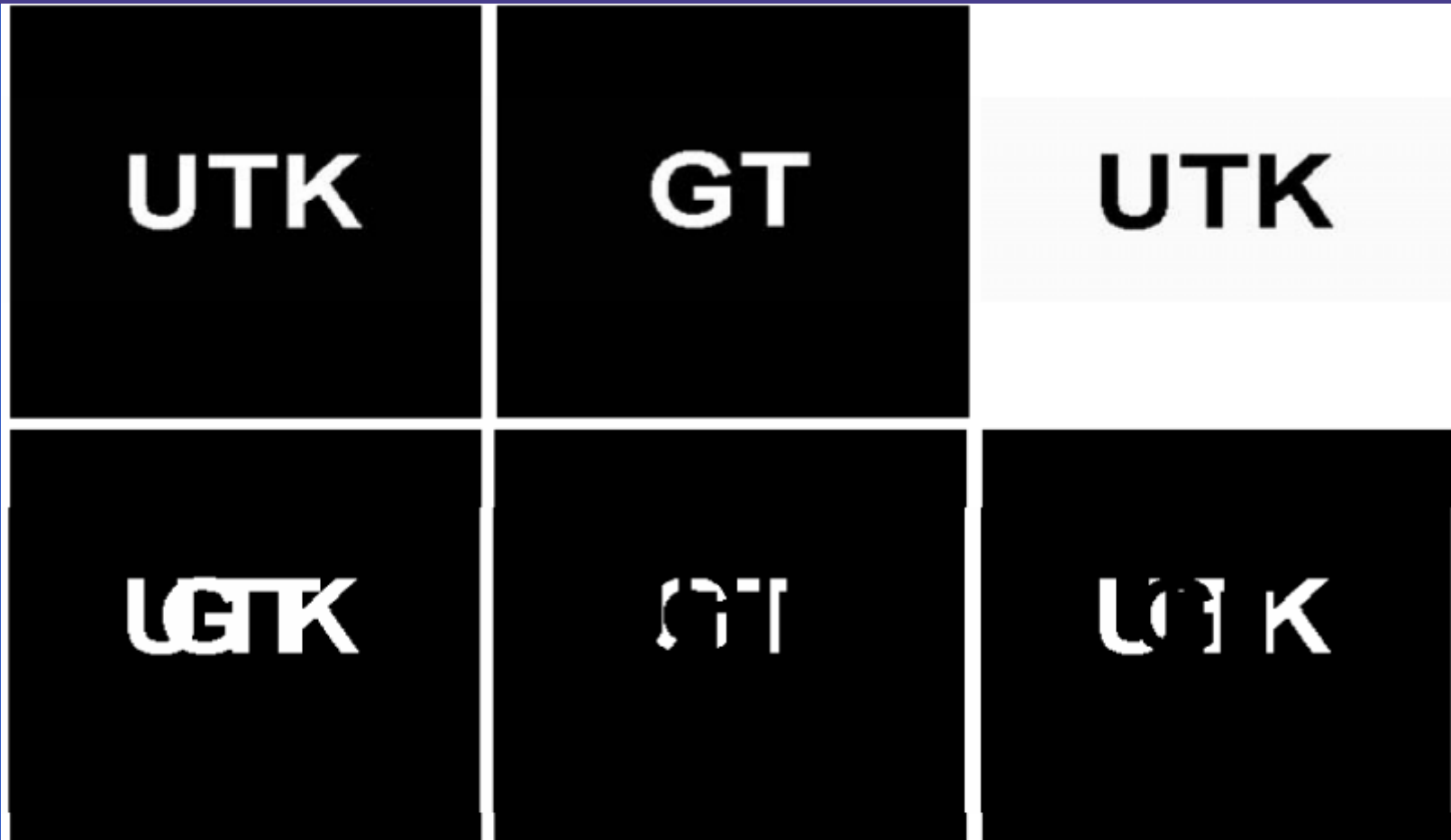
Some logic operations between binary images. Black represents binary 1s and white binary 0s in this example.

Preliminaries

Set Operation	MATLAB Expression for Binary Images	Name
$A \cap B$	$A \& B$	AND
$A \cup B$	$A B$	OR
A^c	$\sim A$	NOT
$A - B$	$A \& \sim B$	DIFFERENCE

Using logical expressions in MATLAB to perform set operations on binary images.

Preliminares



a b c
d e f

FIGURE 1. (a) Binary image A. (b) Binary image B. (c) Complement $\sim A$. (d) Union $A \cup B$. (e) Intersection $A \cap B$. (f) Set difference $A \setminus B$.

Dilatación y Erosión

Las operaciones de dilatación y erosión son fundamentales para el procesamiento morfológico de la imagen.

La dilatación es una operación que "engrosa" objetos en una imagen binaria. La manera específica y el alcance de este engrosamiento se controla mediante una forma conocida como un elemento estructurante.

Para A y B conjuntos en Z^2 , la dilatación de A por B , denotada por $A \oplus B$, está definida como:

$$A \oplus B = \{z | (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$$

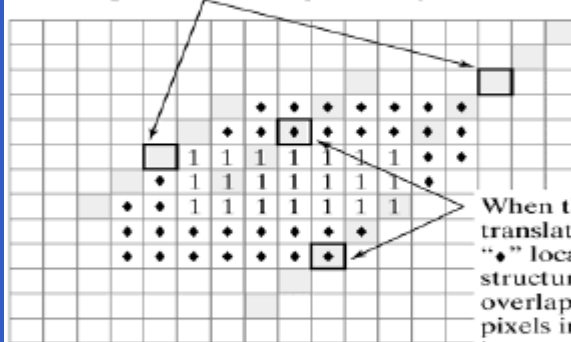
Dilatación

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

```

The structuring element translated to these locations does not overlap any 1-valued pixels in the original image.



```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

```

```

      1
     1
    1
   1
  1

```

```

a b
c
d

```

FIGURE

Illustration of dilation.

(a) Original image with rectangular object.

(b) Structuring element with five pixels arranged in a diagonal line.

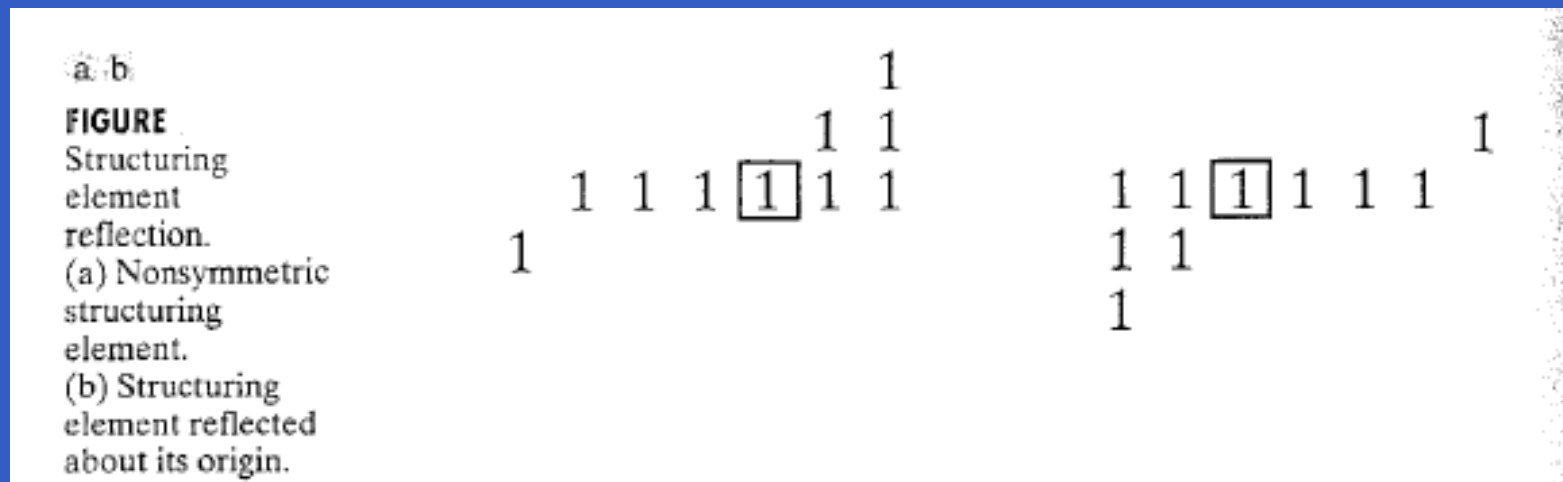
The origin of the structuring element is shown with a dark border.

(c) Structuring element translated to several locations on the image.

(d) Output image.

Dilatación

El ejemplo anterior no muestra la reflexión del elemento estructurante explícitamente debido a que el elemento estructurante es simétrico respecto a su origen. La Figura de abajo muestra un elemento estructurante no simétrico y su reflexión.



Dilatación. Ejercicio 1

```
B = zeros(4,4) matriz 4x4  
de ceros
```

```
B =  0    0    0    0  
      0    0    0    0  
      0    0    0    0  
      0    0    0    0
```

```
B([4, 5, 6, 7, 11]) = 1 al  
índice 4,5,6,7 y 11 le  
agregas 1
```

```
B =  0    1    0    0  
      0    1    0    0  
      0    1    1    0  
      1    0    0    0
```

```
S = [1 1] matriz 1 x 2
```

```
S =  1    1
```

```
D = imdilate(B, S)  
función dilatar
```

```
D =  0    1    1    0  
      0    1    1    0  
      0    1    1    1  
      1    1    0    0
```

Dilatación. Ejercicio 2

```
A = imread('broken_text.tif');  
B = [0 1 0; 1 1 1; 0 1 0];  
A2 = imdilate(A, B);  
imshow(A2)
```

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

a b

FIGURE

A simple example of dilation.

(a) Input image containing broken text. (b) Dilated image.

Dilatación

La dilatación es asociativa, esto es

$$A \oplus (B \oplus C) = (A \oplus B) \oplus C$$

La dilatación es conmutativa,

$$A \oplus B = B \oplus A$$

La dilatación es creciente

$$A \subseteq B \text{ implica } A \oplus D \subseteq B \oplus D$$

Elemento estructurante

```
SE = strel(shape, parameters)
SE = strel('arbitrary', NHOOD)
SE = strel('arbitrary', NHOOD, HEIGHT)
SE = strel('ball', R, H, N)
SE = strel('diamond', R)
SE = strel('disk', R, N)
SE = strel('line', LEN, DEG)
SE = strel('octagon', R)
SE = strel('pair', OFFSET)
SE = strel('periodicline', P, V)
SE = strel('rectangle', MN)
SE = strel('square', W)
```

Flat Structuring Elements

'arbitrary'	'pair'
'diamond'	'periodicline'
'disk'	'rectangle'
'line'	'square'
'octagon'	

Nonflat Structuring Elements

'arbitrary'	'ball'
-------------	--------

Erosión

La erosión reduce o adelgaza los objetos en una imagen binaria.

Para A y B conjuntos en Z^2 , la erosión de A por B , denotada por $A \ominus B$, está definida como:

$$A \ominus B = \{z | (\hat{B})_z \subseteq A\}$$

•



Output is one here because the structuring element fits entirely within the foreground.



FIGURE

Illustration of erosion.

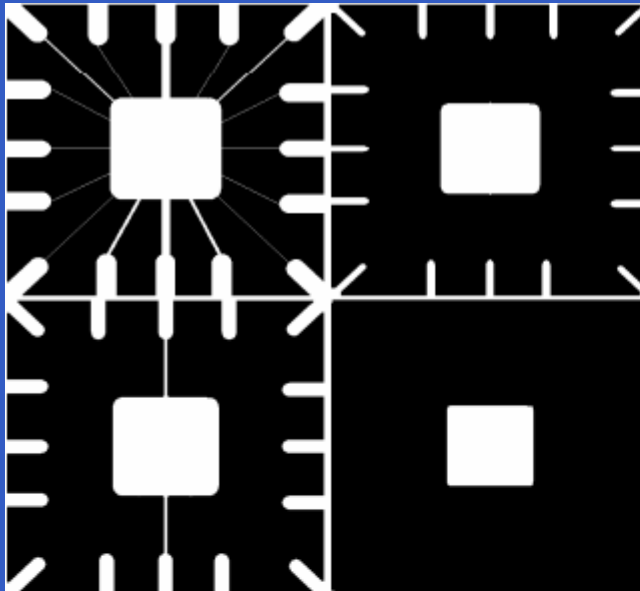
(a) Original image with rectangular object.

(b) Structuring element with three pixels arranged in a vertical line. The origin of the structuring element is shown with a dark border.

(c) Structuring element translated to several locations on the image.

(d) Output image.

Erosión



a	b
c	d

FIGURE An illustration of erosion.
(a) Original image.
(b) Erosion with a disk of radius 10.
(c) Erosion with a disk of radius 5.
(d) Erosion with a disk of radius 20.

```
A = imread('wirebond_mask.tif')  
se = strel('disk', 10);  
A2 = imerode(A, se);  imshow(A2)
```

```
se = strel('disk', 5);  
A3 = imerode(A, se);  
imshow(A3)
```

```
A4 = imerode(A, strel('disk', 20));  
imshow(A4)
```


Combinación Dilatación y Erosión

En la práctica las aplicaciones de procesamiento de imagen se utilizan la Dilatación y la Erosión de manera combinada.

Un ejemplo de combinación de la erosión y la dilatación son la apertura y cierre que definiremos en la diapositiva siguiente

Apertura

La apertura morfológica de A por B denota por $A \circ B$, es simplemente la erosión de A por B , seguido de la dilatación del resultado por B

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

Cierre

La cerradura morfológica de A por B denota por $A \bullet B$, es simplemente la dilatación de A por B , seguido de la erosión del resultado por B

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

Combinación Erosión y Dilatación

