Отчет по лабораторной работе №2

Дисциплина: Математическое моделирование

Лобанова Полина Иннокетьевна

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Построить математическую модель решения задачи о погоне.

2 Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 14,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,7 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).

2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

3 Выполнение лабораторной работы

1. Определила свой вариант: (1132226515%70)+1=36.
2. Принимает за t0=0, хл0 = 0 - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, хк0 - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс хл0- это точка обнаружения лодки браконьеров, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер k-x (или k+x, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или k-x/4.7v (во втором случае k+x/4.7v). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{14.4 - x}{4.7v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{x + 14.4}{14.7v}$$

$$x_1 = \frac{14.4}{5.7}$$

$$x_2 = \frac{14.4}{3.7}$$

2. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r - радиальная скорость (скорость, с которой катер удаляется от полюса) и v_t - тангенциальная скорость (линейная скорость вращения катера относительно полюса). Радиальная скорость v_r = dr/dt. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем dr/dt = v. Тангенциальная скорость равна произведению угловой скорости (d(tetha)/dt) на радиус r, v_t = r*(d(tetha)/dt). Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

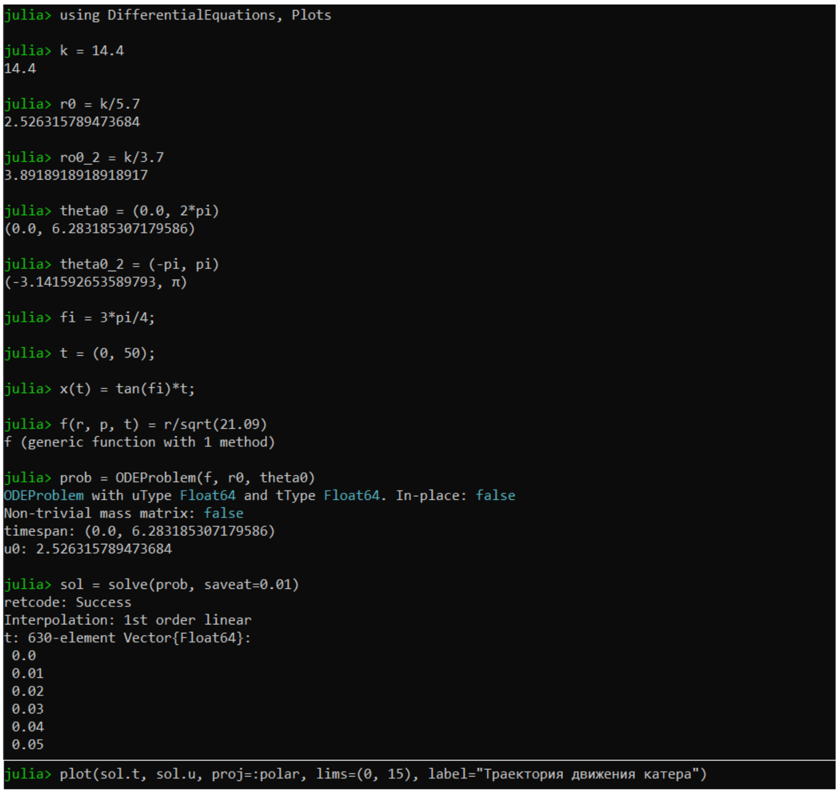
$$v_\tau = \sqrt{4.7^2 v^2 - v^2} = \sqrt{21.09}v$$

$$\begin{cases} \dfrac{dr}{dt} = v \\ r\dfrac{d\theta}{dt} = \sqrt{21.09}v \end{cases}$$

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{21.09}}$$

С начальными условиями $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{14.4}{5.7} \end{cases}$ *или* $\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{14.4}{3.7} \end{cases}$

3. Построила траекторию движения катера и лодки для первого случая.



```
julia> using DifferentialEquations, Plots

julia> k = 14.4
14.4

julia> r0 = k/5.7
2.526315789473684

julia> ro0_2 = k/3.7
3.8918918918918917

julia> theta0 = (0.0, 2*pi)
(0.0, 6.283185307179586)

julia> theta0_2 = (-pi, pi)
(-3.141592653589793, π)

julia> fi = 3*pi/4;

julia> t = (0, 50);

julia> x(t) = tan(fi)*t;

julia> f(r, p, t) = r/sqrt(21.09)
f (generic function with 1 method)

julia> prob = ODEProblem(f, r0, theta0)
ODEProblem with uType Float64 and tType Float64. In-place: false
Non-trivial mass matrix: false
timespan: (0.0, 6.283185307179586)
u0: 2.526315789473684

julia> sol = solve(prob, saveat=0.01)
retcode: Success
Interpolation: 1st order linear
t: 630-element Vector{Float64}:
 0.0
 0.01
 0.02
 0.03
 0.04
 0.05
julia> plot(sol.t, sol.u, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория движения катера")
```

Рис. 3.1: *Код для построения траектории движения катера*

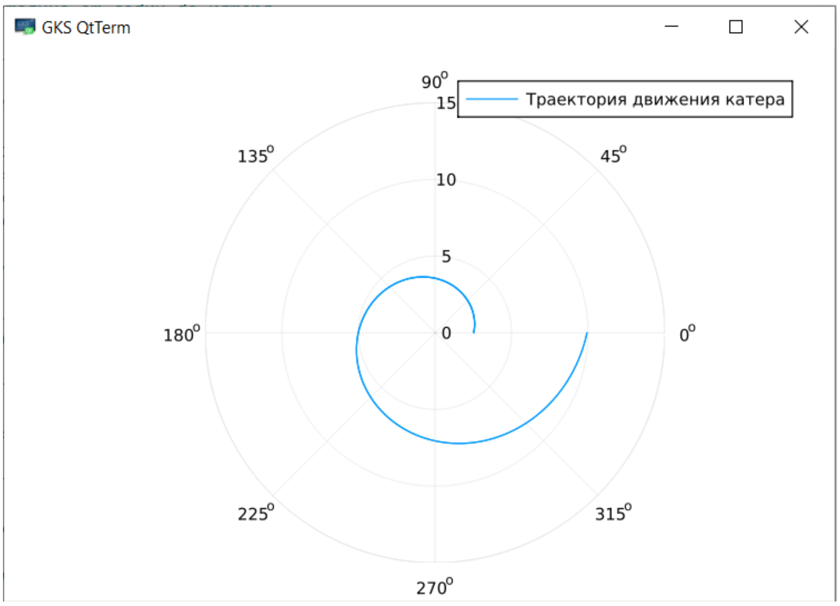
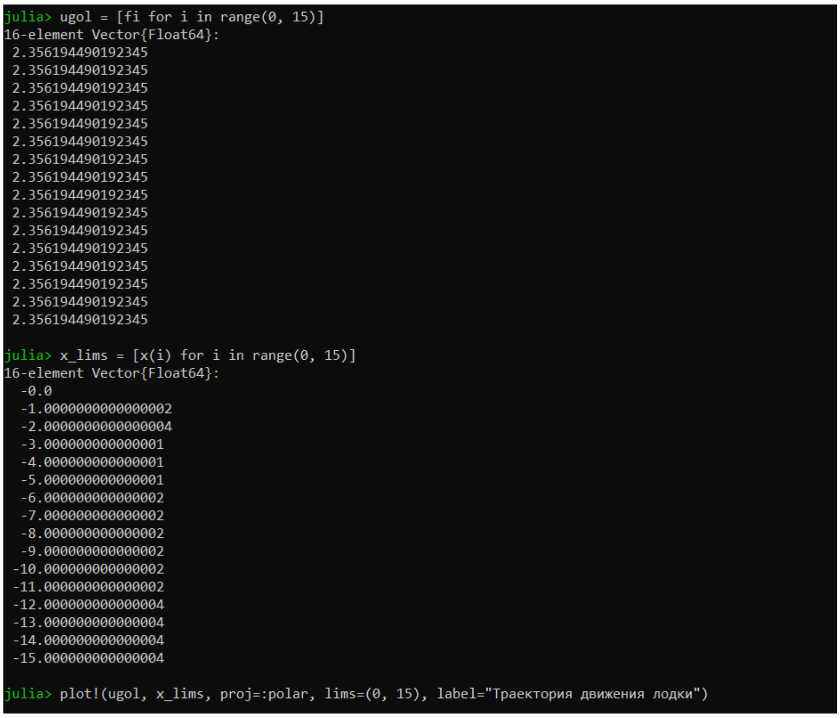


Рис. 3.2: *График траектории движения катера*



```
julia> ugol = [fi for i in range(0, 15)]
16-element Vector{Float64}:
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345
 2.356194490192345

julia> x_lims = [x(i) for i in range(0, 15)]
16-element Vector{Float64}:
  -0.0
  -1.0000000000000002
  -2.0000000000000004
  -3.000000000000001
  -4.000000000000001
  -5.000000000000001
  -6.000000000000002
  -7.000000000000002
  -8.000000000000002
  -9.000000000000002
 -10.000000000000002
 -11.000000000000002
 -12.000000000000004
 -13.000000000000004
 -14.000000000000004
 -15.000000000000004

julia> plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория движения лодки")
```

Рис. 3.3: *Код для построения траектории движения лодки*

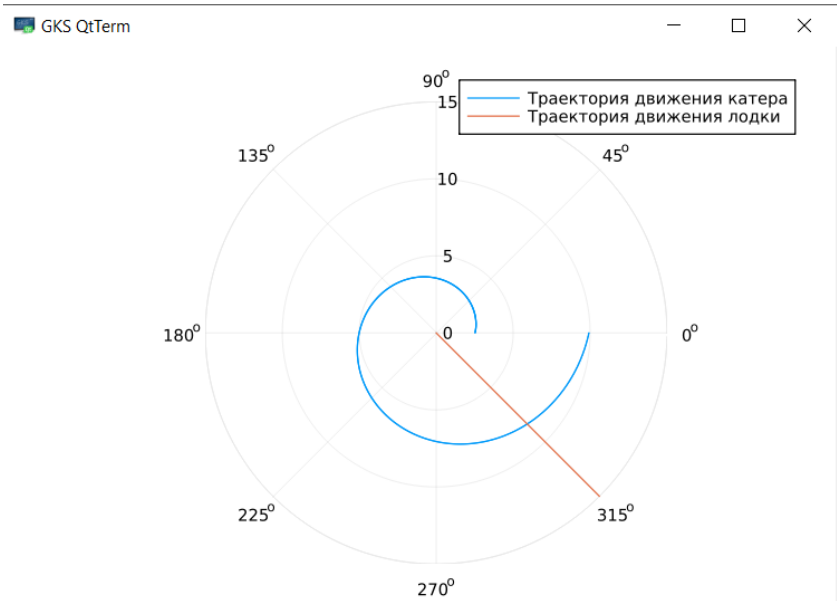


Рис. 3.4: *График траектории движения лодки*

4. Нашла точку пересечения траектории катера и лодки для первого случая.

Для этого прописала функцию, которая является решением дифференциального уравнения.

```
julia> y(x)=(48*exp(10*x)/(sqrt(2109)))/(19)
y (generic function with 1 method)

julia> y(fi)
9.403120473683419e8
```

Рис. 3.5: *Точка пересечения катера и лодки*

5. Построила траекторию движения катера и лодки для второго случая.

```
julia> prob2 = ODEProblem(f, ro0_2, theta0_2)
ODEProblem with uType Float64 and tType Float64. In-place: false
Non-trivial mass matrix: false
timespan: (-3.141592653589793, 3.141592653589793)
u0: 3.8918918918918917

julia> sol2 = solve(prob2, saveat=0.01)
retcode: Success
Interpolation: 1st order linear
t: 630-element Vector{Float64}:
 -3.141592653589793
julia> plot(sol2.t, sol2.u, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория движения катера")
```

Рис. 3.6: *Код для построения траектории движения катера*

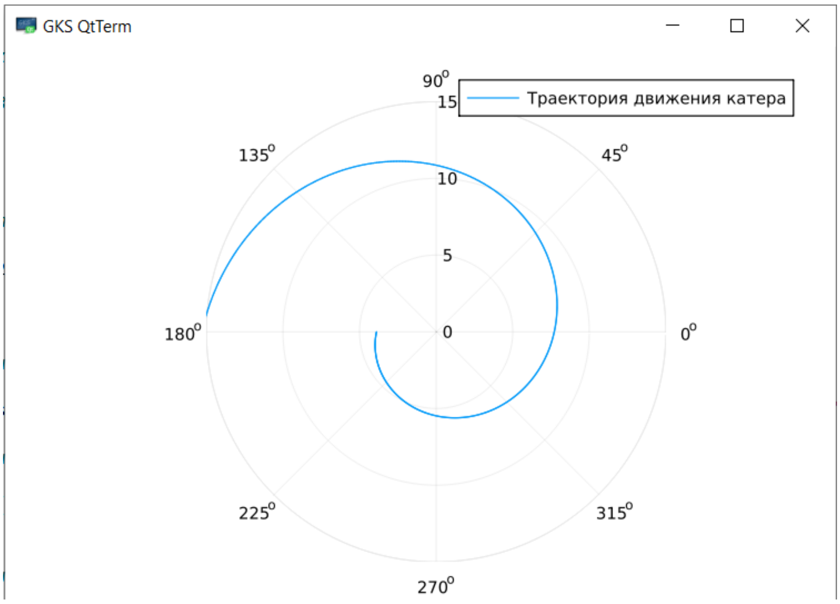


Рис. 3.7: *График траектории движения катера*

```
julia> plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория движения лодки")
```

Рис. 3.8: *Код для построения траектории движения лодки*

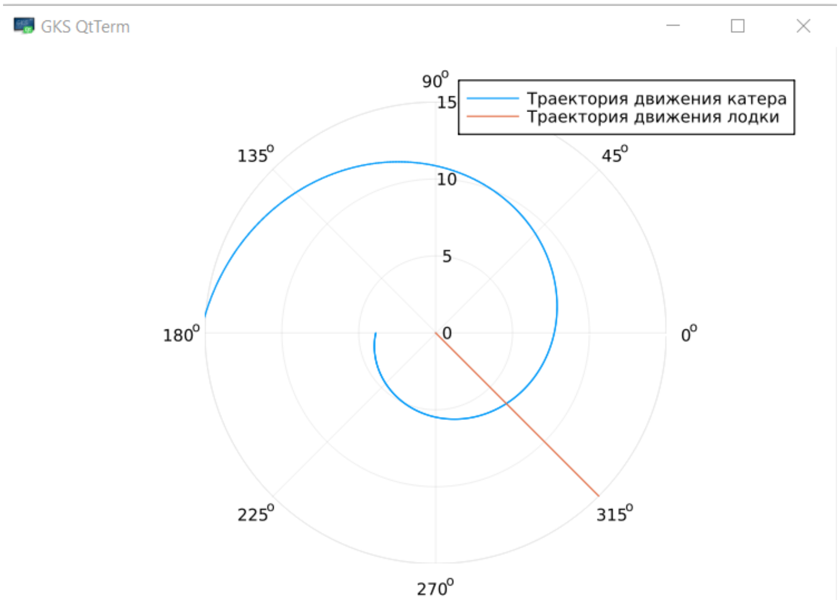


Рис. 3.9: *График траектории движения лодки*

6. Нашла точку пересечения траектории катера и лодки для первого случая.

```
julia> y2(x)=(114*exp(10*x/sqrt(2109))+(10*pi/sqrt(2109)))/(37)
y2 (generic function with 1 method)

julia> y2(fi)
5.1651391472366495
```

Рис. 3.10: *Точка пересечения катера и лодки*

4 Выводы

Я построила математическую модель решения задачи о погоне.

Список литературы