

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА  
ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ МГУ

Посвящается 100-летию Г.И.Петрова



МАТЕРИАЛЫ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
«НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ  
ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ  
И ТУРБУЛЕНТНОСТЬ»

05 – 11 февраля 2012  
Моск.обл., г. Звенигород,  
панс. «Звенигородский» РАН

Москва  
2012

УДК 532.516.532.517  
ББК 35.114  
М 43

М 43      Материалы международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность». 05 – 11 февраля 2012 г. Моск. обл. панс. «Звенигородский» РАН – М: Издательство Московского Университета. 2012. – 239с.

ISBN 978-5-211-06445-4

В материалах отражено современное состояние теории гидродинамической устойчивости и турбулентности. Представлены экспериментальные и теоретические работы по прямому численному моделированию турбулентности и по переходу к турбулентности. Сборник будет полезен аспирантам, студентам и научным сотрудникам.

УДК 532.516.532.517  
ББК 35.114

ISBN 978-5-211-06445-4

©НИИ механики МГУ  
имени М.В.Ломоносова, 2012

## **ВСТУПЛЕНИЕ**

### **ГЕОРГИЙ ИВАНОВИЧ ПЕТРОВ 1912 -2012 г.г. К 100-летию со дня рождения**

Кишкина Н.Ю.

«Продвижение в науке невозможно без преодоления трудностей.  
Наука требует героизма. Но это как раз то, чего ищет молодость, то в  
чем она видит счастье»  
М.В.Келдыш

Глаза его светятся интеллектом и доброжелательностью  
к собеседнику, а простота обращения с окружающими  
людьми говорит об интеллектуальности и уме...  
... ум, доброжелательность, детская непосредственность,  
умение слушать в сочетании с простотой делает  
его удивительно привлекательным для  
окружающих людей»  
В.Б.Баранов

В своем сообщении хочу отметить наиболее яркие научные результаты Г.И.Петрова в начале его научной деятельности под руководством академика С.А.Чаплыгина. Последующая деятельность Г.И.Петрова в области ракетно-космической техники оказала неоценимое влияние на укрепление обороноспособности страны и на развитие мировой космонавтики. Но эта тема требует особого освещения.

Георгий Иванович Петров – академик АН СССР – 1958г., лауреат Сталинской премии - 1949г., Герой Социалистического Труда – 1961г., награжден тремя Орденами Ленина и тремя Орденами Трудового Красного Знамени.

Г.И.Петров родился 31 мая 1912 г. в г. Пинеге Архангельской губернии в семье политических ссыльных. С 16 лет Г.И.Петров начинает трудовую деятельность, в 1930 г. он был принят на механико-математический факультет МГУ. С 1934 г. Г.И.Петров, будучи студентом, по приглашению С.А.Чаплыгина, начинает работать в ЦАГИ старшим инженером в Общетеоретическом отделе по исследованию проблем аэродинамики и гидродинамики. Творческая атмосфера в ЦАГИ, науч-

ное руководство С.А.Чаплыгина, научные контакты с Н.Е.Кочиным, В.В.Голубевым, А.И.Некрасовым, М.В.Келдышем и Л.И.Седовым способствовали формированию Г.И.Петрова как ученого, сочетающего дар теоретика и экспериментатора.

В 1938 и 1940 г.г. публикуются работы Г.И.Петрова, метод которых М.В.Келдыш в своем отзыве назвал «методом Галеркина-Петрова». По инициативе Г.И.Петрова и с его участием впервые в нашей стране была создана «летающая лаборатория».

В 1939 Петров со своими сотрудниками в полетах на самолетах проводят исследования положения области перехода ламинарного по-граничного слоя в турбулентный. Проводимые эксперименты указали на одно из направлений поиска дальнейшего уменьшения аэродинамического сопротивления самолетов. В годы Великой Отечественной Войны Г.И.Петров выполнил ряд исследований, связанных с совершенствованием аэrodинамики и боевых свойств самолетов, которые создавались в конструкторских бюро С.В.Ильюшина, О.К.Антонова, А.С.Яковleva и С.А.Лавочкина. Исследования Г.И.Петрова по увеличению максимальной скорости самолета привели к предложению установки на двигателях так называемых реактивных патрубков, что способствовало возможности использования энергии выхлопных газов поршневого мотора. Улучшенные, по рекомендации Г.И.Петрова выхлопные патрубки, были применены на истребителях ЯК-3 и Ла-5.

В 1944 г. Г.И.Петров, по рекомендации М.В.Келдыша, переходит на работу в НИИ-1 (НИИ тепловых процессов), где возглавляет отдел исследования проблемы эффективного торможения сверхзвукового потока во входных диффузорах воздушных реактивных двигателей.

По заданию главных конструкторов С.П.Королева и С.А.Лавочкина, Г.И.Петров с сотрудниками проводит фундаментальные исследования в области газовой динамики, теплообмена и тепловой защиты тел, движущихся в атмосфере с большими сверхзвуковыми скоростями.

В 1947 г. Г.И.Петров совместно с Е.П.Уховым проводит исследования и публикует работу «Расчет восстановления давления при переходе от сверхзвукового потока к дозвуковому при различных системах плоских скачков уплотнения».

Полученный результат стал основополагающим для создания сверхзвуковых диффузоров летательных аппаратов. (1949 г. Сталинская премия 1 степени). Г.И.Петров также в дальнейшем обобщал экспериментальные исследования взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем, открыл фундаментальный закон, повлиявший на научные

изыскания и практику создания сверхзвуковых диффузоров и сопел. За результаты исследований течений вязкого газа с ударными волнами Г.И.Петрову с сотрудниками присуждена в 1961 году премия имени проф. Н.Е.Жуковского.

В 1947 г. Г.И.Петров предложил схему, по которой были выполнены регулируемые сопла ряда сверхзвуковых аэродинамических труб.

Под научным руководством Г.И.Петрова создавалась уникальная экспериментальная база – гиперзвуковые аэродинамические трубы, электродуговые установки, баллистические стенды и др., которые использовались для получения результатов и создания методов расчета тепломассообмена при больших скоростях и способов тепловой защиты первых отечественных спусковых космических аппаратов.

В 1961 г. за особые заслуги в развитии ракетной техники, создании и успешном запуске первого в мире космического корабля «Восток» с человеком на борту, Г.И.Петрову было присвоено звание Героя Социалистического Труда.

С 1966 г. начался новый этап научной деятельности Г.И.Петрова.

По рекомендации Президента АН СССР академика М.В.Келдыша Г.И.Петров стал организатором и первым директором Института космических исследований АН СССР. Его деятельность направлялась на реализацию программы по изучению Луны, Венеры и Марса, а также развития молодого раздела науки – космическая газовая динамика. Значительное место в творческой деятельности Г.И.Петрова занимала его работа в Московском государственном университете.

## **ДОКЛАДЫ**

1. А.А. Алабужев  
Влияние динамики контактной линии на колебания сжатой капли.
2. А.А Алексеев., И.В., Моршнева, С.Н. Овчинникова  
Режимы движения в окрестности точек пересечения бифуркаций в задаче Куэтта-Тейлора в нерезонансном случае.
3. В.Б. Баранов  
Роль аппарата механики сплошных сред в создании моделей течений, встречающихся в условиях космического пространства.
4. О.А. Бессонов, В.И. Полежаев  
Конвективные неустойчивости в модели метода Чохральского при различных числах Прандтля: смена опасных мод и зоны стабилизации.
5. Г.П. Быстрай, И.А. Лыков  
Синергетический подход в описании нелинейных неравновесных процессов переноса импульса в атмосфере.
6. Ф.И. Высикайло  
«Квазиуперовские» 3D-циклоны Высикайло в мезо- и макромирах.
7. А.А. Вяткин, В.Г. Козлов, Р.Р. Сабиров  
Влияние вязкости на порог конвективной устойчивости тепловыделяющей жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре.
8. Л.Г. Гвоздева, С.А. Гавренков  
Возникновение новой трехударной конфигурации в стационарном сверхзвуковом потоке.
9. Г.В.Гембаржевский  
Перемежающийся след ряда цилиндров: эксперимент и простая модель.
10. В.Н. Говорухин., И.В. Шевченко  
Селекция стационарных режимов однопараметрического семейства в задаче плоской фильтрационной конвекции.

11. Ю.Н. Григорьев, И.В. Ершов  
Линейная и нелинейная устойчивость течений колебательно неравновесных газов.
12. С.В. Гувернюк, Г.Я. Дынникова, Т.В. Малахова  
Гидродинамическое сопротивление и нестационарная теплопередача при отрывном обтекании колеблющихся тел.
13. В.А. Гущин, П.В. Матюшин  
Прямое численное моделирование переходных процессов в задачах внешнего обтекания.
14. О.И. Докукина, Е.Н. Терентьев, Л.С. Штеменко, Ф.В. Шугаев  
Давление в турбулентном потоке газа после взаимодействия с ударной волной. Роль акустических возмущений.
15. А.Н. Долуденко, Э.Е. Сон  
Турбулентное перемешивание ньютоновской и неньютоновских жидкостей в условиях микрогравитации.
16. Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова  
Исследование закономерностей выбора вторичных течений под действием ускорения внутренней границы сферического слоя.
17. М.Н. Захаренков  
Уравнение для распространения возмущений завихренности.
18. М.Ф. Иванов, Е.Н. Иванов, А.Д. Киверин  
Прямое численное моделирование развития гидродинамических возмущений, вызванного движением поршня, в двух- и трехмерной геометрии.
19. А.В. Иванов, Ю.С. Качанов, Д.А. Мищенко  
Локализованная и распределенная вихревая восприимчивость пограничного слоя на вогнутой стенке. Порождение Гертлеровских мод.
20. А.А. Иванова, В.Д. Щипицын  
Перемещение легкого цилиндра в полости, совершающей вращательные вибрации.

21. Ю.С. Качанов  
Вихревая восприимчивость пограничных слоев.
22. А.Г. Кирдяшкин, А.А. Кирдяшкин, И.Н. Гладков, В.Э. Дистанов  
Мантийные термохимические плюмы: основные параметры и устойчивость.
23. Н.Ю. Кишкина  
Несколько слов о Георгии Ивановиче.
24. В.Л. Ковалев  
Наноструктуры и нанопроцессы в механике.
25. В.В. Козлов  
Актуальные проблемы устойчивости дозвуковых течений.
26. В.В. Колесов, М.Н. Романов  
Возникновение хаотических аттракторов в проблеме Куэтта-Тейлора для проницаемых цилиндров.
27. Кляцкин В.И.  
О критерии стохастического структурообразования в случайных средах.
28. К.В. Краснобаев  
Неустойчивость комплекса разрывов в самогравитирующем газе.
29. В.В. Кривец, Е.И. Чеботарева, С.Н. Титов, А.Н. Алешин  
Влияние на развитие неустойчивости Рэлея-Тейлора отраженных волн.
30. Д.В. Кузнецова, И.Н. Сибгатуллин  
Проникающая конвекция в слое воды вблизи 4°C.
31. Н.А. Лебедева  
Развитие комплексного лагранжева подхода для моделирования дисперсных течений.
32. Д.В. Любимов, Любимова Т.П., Марышев Б.С.  
Конвекция в пористой среде при боковом просачивании и модуляции силы тяжести.

33. А.А. Маслов, С.Г. Миронов, Т.В. Поплавская  
Волновые процессы в гиперзвуковых ударных слоях:  
восприимчивость, устойчивость, управление.
34. П.В. Матюшин, В.А. Гущин  
Математическое моделирование ламинарно-турбулентного  
перехода в пограничном слое на сфере.
35. С.Г. Миронов, В.М. Анискин, И.С. Цырюльников  
Экспериментальное исследование устойчивости газовых  
микроструй.
36. О.В. Митрофанова, Г.Д. Подзоров  
Трансформация поля завихренности при течении закрученного  
потока жидкости в канале переменного сечения.
37. А.А. Монахов  
Высокочастотное излучение при электризации и разряде кавитаци-  
онных областей в тонком диэлектрическом канале.
38. И.В. Моршнева, С.Н. Овчинникова  
Бифуракция коразмерности 2 в задаче Куэтта-Тейлора (случай RES  
2).
39. Р.И. Мулладжанов, Н.И. Яворский  
Об устойчивости затопленной струи.
40. И.В. Наумов, В.Л. Окулов  
Формирование и диагностика мультиспиральных распадов вихря.
41. Н.В. Никитин  
Еще раз о нижнем критическом числе Рейнольдса в круглой трубе.
42. В.Л., Окулов, И.В. Наумов  
Теория винтовых вихрей и ее приложения.
43. А.Н. Осипцов, С.А. Боронин  
Развитие теории гидродинамической устойчивости дисперсных  
потоков.

44. Э.В. Переходцева  
Условия возникновения и вероятностный прогноз смерчей и штормового ветра на основе статистических моделей.
45. В.И. Полежаев  
Небуссинесковые течения и теплообмен в сжимаемых, в том числе околокритических средах: от первых результатов и приложений – до наших дней.
46. Д.А. Полежаев  
Кольцевые вибрационные течения жидкости во вращающемся цилиндре.
47. Ю.В. Полежаев  
Об использовании критериев подобия при обобщении экспериментальных данных по струйно-факельному горению газов.
48. В.В. Прокофьев А.К. Такмазьян  
Автоколебания в течениях с кавитацией как предельные циклы на фазовой плоскости в переменных расход-давление.
49. Л.И. Петрова  
Исследование свойств решений уравнений Эйлера и Навье-Стокса.
50. С.В. Пилипенко, А.Г. Дорошкевич, В.Н. Лукаш  
О сингулярностях в распределении темной материи во вселенной.
51. А.М. Пылаев  
Анализ критических естественно-конвективных движений в полостях с эллиптическими сечениями.
52. О.Д. Рыбылова, А.Н. Осипцов  
Распределение инерционной примеси в течении суспензии и запыленного газа в пограничном слое на пластине.
53. А.В. Сетуха  
Численное моделирование 3-х мерного отрывного обтекания тел вихревым методом в рамках модели идеальной среды.

54. Э.Е. Сон  
Рэлей-тейлоровская неустойчивость и турбулентность.
55. О.Н. Хатунцева  
О возможности описания турбулентности, как стохастического процесса, без использования дробных дифференциалов по времени.
56. С.М. Чурилов  
Развитие неустойчивости резко стратифицированных сдвиговых течений без точек перегиба на профиле скорости.
57. В.М. Чернявский, А.А. Монахов  
О нарушении сплошности ползущего течения в узком зазоре между движущимися поверхностями.
58. А. Яхот  
FFS – Fluid Structure Separation for modeling flows in compliant arteries.

### **СТЕНДОВЫЕ ДОКЛАДЫ**

1. И.Б. Аббасов, А.И. Сухинов  
Моделирование наката нелинейных поверхностных гравитационных волн на основе уравнения Навье-Стокса.
2. А.А. Алабужев  
Влияние гистерезиса краевого угла на колебания цилиндрической капли.
3. А.С. Аскарова, С.А. Болегенова, А. Бекмухамет, В.Ю. Максимов  
Численное моделирование турбулентных течений.
4. И.А. Бабушкин, В.А. Демин, А.Н. Кондрашов  
Тепловая конвекция в ячейке хеле–шоу в поле центробежных сил.
5. А.А. Божко, Г.Ф. Путин, А.С. Сидоров, С.А. Суслов  
Экспериментальное исследование конвективных течений в вертикальном слое магнитного коллоида.

6. Т.Н. Бурдина, Е.С. Мазунина  
Об устойчивости конвективного течения вязкой жидкости в толстом коаксиальном зазоре.
7. Г.П. Быстрай, И.А. Лыков  
Гидродинамические и термодинамические условия устойчивости турбулентности в торнадо. условия самоорганизации.
8. И.С. Водопьянов, Н.В. Никитин  
Снижение турбулентного трения боковыми осцилляциями оребренной стенки.
9. Г.С. Ганченко, М.М. Сажин  
Об автомодельном поведении решения в окрестностях особенностей системы Нернста-Планка-Пуассона-Стокса.
10. Л.Г. Гвоздева, С.А. Гавренков  
Влияние показателя адиабаты на неустойчивость свободных слоёв.
11. М.В. Джаларова, С.В. Леонов  
Исследование устойчивости неосесимметричного парашюта при обтекании дозвуковым потоком газа.
12. К.А. Жуков, А.В. Попов  
Априорные оценки точности разностных схем для задачи движения вязкого слабосжимаемого газа.
13. М.Н. Захаренков  
Параметрическое задание граничных условий для завихренности – история проблемы.
14. В.М. Зубарев  
Влияния параметров турбулентности набегающего потока на переходные течения в пограничном слое.
15. Л.С. Клименко, Д.В. Любимов  
Генерация среднего течения в пульсационном потоке около искривленной поверхности раздела.

16. И.И. Козлов, С.А. Очеретяный, В.В. Прокофьев  
О режимах автоколебаний, возникающих при истечении струи жидкости в плоский вентилируемый канал.
17. Н.В. Козлов, С.В. Субботин  
Легкое сферическое тело во вращающейся полости с жидкостью при вибрациях.
18. А.В. Колесниченко  
К теории вихревого динамо в астрофизическом диске с гиротропной турбулентностью.
19. В.В. Колмычков, О.С. Мажорова, О.В. Щерица  
Конвекция Рэлея-Бенара в слое жидкости с внутренними источниками тепла вблизи порога устойчивости.
20. В.В. Колмычков, О.С. Мажорова, О.В. Щерица  
Математическое моделирование конвекции Рэлея-Бенара в существенно неоднородных средах.
21. А.В. Конюхов, А.П. Лихачев  
О неустойчивости сходящихся ударных волн полигональной формы.
22. Б.И. Краснопольский  
О моделировании турбулентных течений в областях сложной формы.
23. А.Ф. Кузаев  
Экспериментальное исследование вибрационного поведения цилиндрического тела в полости с жидкостью при отрывном характере обтекания.
24. В.В. Кузенов, С.В. Рыжков  
Исследование возможности стабилизации контактной границы в магнитно-инерциальной плазме высокой плотности.
25. Albert F. Kurbatskiy, Lyudmila I. Kurbatskaya  
Efficiency of eddy mixing in stably stratified atmospheric boundary layer.

26. А.С. Куцепалов, В.С. Шелистов, Н.А. Парамонов  
Движение проводящих микроГранул в постоянном электрическом поле.
27. Э.К. Лавровский, В.В. Фоминых  
К вопросу об устойчивости линз в океане.
28. М.А. Лебедев, М.Н. Мякшина, В.И. Полежаев  
Границы режимов конвекции, гистерезисные явления и теплообмен в наклонных слоях с различным отношением сторон.
29. Ф.А. Максимов, Ю.Д. Шевелев  
Моделирование течений вязкого газа с вихрями Тейлора.
30. И.А. Машков, В.С. Нагорный  
Численное определение положения турбулентного конуса при турбулизации струи газа потоком ионов в электропневматических преобразователях.
31. О.В. Митрофанова, И.Г. Поздеева  
Исследование эффекта резонансного саморегулирования в акустическом течении.
32. К.Б. Мурашкина, В.М. Пасконов  
Расчет течения в канале с применением массивно-параллельной архитектуры GPU.
33. Ю.А. Невский  
Гравитационная конвекция в тонком замкнутом вертикальном слоте.
34. В.Ф. Никитин, В.М. Чернявский  
Медленное течение жидкости в цилиндрической полости. численное решение модифицированным методом граничных элементов.
35. Д.Е. Пивоваров  
Численное исследование гистерезиса и бифуркаций конвективных течений в наклонных прямоугольных слоях разного удлинения при различных параметрах Рэлея и Прандтля.

36. В.Н. Пилишкин  
Качественный анализ поведения нелинейных динамических процессов в фазовом пространстве по их характеристическим свойствам.
37. Т.В. Поплавская, С.В. Кириловский  
Исследование нелинейных процессов в вязком ударном слое на пластине.
38. А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский, В.В. Трифонов  
Исследование эффективности короткого диффузора с проницаемой перегородкой в выходном сечении.
39. А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский, А.Ю. Чулюнин  
Численное моделирование течения в канале сверхкороткого диффузора с проницаемой перегородкой.
40. И.Н. Сибгатуллин, С.В. Стрижак  
Моделирование развития трёхмерной неустойчивости Релея-Тейлора на поздней стадии.
41. О.А. Солёная, Ф.В. Шугаев  
Нестационарное течение вблизи вихревых колец в вязком теплопроводном газе.
42. Е.И. Суэтнова, В.М. Чернявский  
Эволюция скорости фильтрации в процессе уплотнения наращиваемой слоисто-неоднородной пористой среды и аккумуляция газовых гидратов в порах.
43. В.Г. Цибулин  
Вычисление конвективных режимов в области, частично заполненной пористой средой
44. В.С. Шелистов, Н.В. Никитин, А.В. Петров, Е.А. Демёхин  
Электрокинетическая неустойчивость вблизи поверхностей с избирательными электрическими свойствами.
45. А.В. Шмидт  
Решения трехмерной модели дальнего турбулентного следа за буксируемым телом в пассивно стратифицированной среде.

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКАТА НЕЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА**

И.Б. Аббасов, А.И. Сухинов

Таганрогский технологический институт Южного федерального университета

Задача численного моделирования нелинейных поверхностных гравитационных волн в условиях мелководья остается актуальной, несмотря на достаточно большое количество исследований. Результаты численного моделирования могут быть использованы для прогнозирования различных волновых явлений, как на поверхности заливов, так и при воздействии их на береговые образования и сооружения.

В данной работе будут рассмотрены вопросы двумерного численного моделирования набегания поверхностных волн на береговые склоны. Для моделирования в основном мы будем привязываться к гидрофизическим условиям Азовского моря. Вопросы моделирования распространения поверхностных гравитационных волн на основе численного решения уравнений мелкой воды в одномерном случае были исследованы ранее в работе [1].

Двумерные поверхностные гравитационные волны с учетом вязкости описываются следующими уравнениями [2]: уравнением Навье-Стокса; уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости; уравнением для полного гидродинамического давления с учетом глубины.

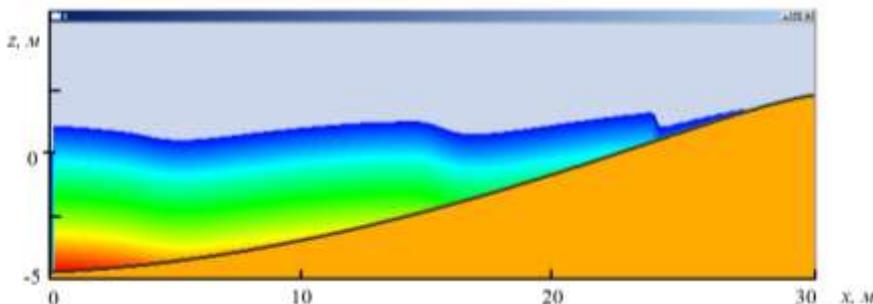
Построена геометрия задачи, заданы начальные условия, определены граничные условия на дне области, на свободной поверхности жидкости и на боковой границе. Для численной реализации дискретной математической модели задачи используется равномерная сетка. Расчетная область по пространственным направлениям представляет собой прямоугольник. С помощью метода расщепления по физическим процессам проведена аппроксимация исходных уравнений по временной переменной.

Для аппроксимации исходных дифференциальных уравнений по пространственным координатам используется интегро-интерполяционный метод. Дискретная конечно-объемная модель исследуемой задачи представлена с учетом коэффициента заполненности ячеек. Получены дискретные аналоги уравнений для расчета составляющих вектора скорости, поля давления, также дискретные аналоги граничных условий. При этом дискретные уравнения для расчета составляющих

вектора скорости и поля давления рассчитываются по неявной схеме, дискретные уравнения для уточнения компонент поля скорости рассчитываются по явной схеме. Проведено исследование консервативности дискретной модели, найдена погрешность аппроксимации конечно-разностной схемы, определена устойчивость задачи на основе принципа максимума.

Для решения сеточных уравнений использован метод верхней релаксации, разработан программный комплекс «2DBayWaves» для расчета двумерного поля скоростей и поля давления водной среды при численном моделировании наката и обрушения нелинейной поверхности гравитационной волны.

В качестве модели мелководной акватории используются батиметрические условия Таганрогского залива Азовского моря. Для моделирования наката поверхностных гравитационных волн были созданы береговые склоны разных видов. На рисунке представлен процесс набегания поверхности волны на береговой склон в условиях мелководного залива, начальные параметры волны:  $f = 0,39\text{ Гц}$ ;  $\lambda = 10\text{ м}$ ;  $c = 4\text{ м/с}$ ;  $H = 5\text{ м}$ ;  $a = 0,5\text{ м}$ ;  $kH = 3,14$ ;  $\varepsilon = 0,1$ ;  $\tau = 682$ .



С приближением к берегу, глубина залива уменьшается, волна начинает ощущать дно, следовательно, возрастает влияние нелинейных эффектов. Это приводит к укручению переднего фронта гребня поверхности волны. Волна, обрушившись, рассыпается, что приводит к уменьшению высоты волны и подтоплению берегового склона. В дальнейшем при откате волны поток воды начинает стекать назад по наклонному склону. Откатывающаяся назад волна сбивает следующую волну, это еще больше усиливает укручение и ускоряет обрушение последующей волны.

Для проверки корректности разработанной модели, полученные результаты были сравнены с существующими численными и эксперимен-

тальными данными. В результате сравнения было установлено хорошее согласие по начальным этапам искажения профиля поверхностной волны.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Аббасов И.Б., Неверов А.А. Численное моделирование поверхностных волн на мелкой воде //Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2010. №9. С.80.
2. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616с.

### ВЛИЯНИЕ ДИНАМИКИ КОНТАКТНОЙ ЛИНИИ НА КОЛЕБАНИЯ СЖАТОЙ КАПЛИ

А.А. Алабужев

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь  
Пермский государственный национальный исследовательский  
университет, Пермь

При высокочастотном колебательном движении контактной линии влияние вязкости играет существенную роль только в тонких пограничных слоях вблизи твердой поверхности, а движение контактной линии определяется в основном быстро осцилирующим полем давления. Таким образом, можно рассматривать невязкое поведение жидкости в ядре, учитывая вязкость лишь внутри динамического пограничного слоя вблизи твердой подложки. Сложные процессы, происходящие в непосредственной близости линии контакта, из рассмотрения исключаются с помощью эффективных граничных условий, накладываемых на динамику видимого краевого угла.

В данной работе рассматривается поведение сжатой жидкой капли, представляющей собой фигуру вращения, зажатой между двумя плоскими стенками [1]. Капля окружена жидкостью другой плотности. Равновесный краевой угол между боковой поверхностью капли и твердой поверхностью отличен от прямого. Динамика контактной линии описывается с помощью эффективного граничного условия [2]: скорость движения контактной линии пропорциональна углу отклонения с учетом произвольного равновесного краевого угла. Равновесный диаметр капли велик по сравнению с толщиной слоя. На всю систему в целом действуют вибрации, направленные вдоль слоя жидкости.

Рассмотрены собственные и вынужденные колебания сжатой капли. Выявлено, что существуют три характерных масштаба частот собствен-

ных колебаний. Высокие частоты не зависят от азимутального числа и для прямого равновесного краевого угла соответствуют частотам капиллярных волн на поверхности жидкости. Низкие частоты не зависят от волнового числа и при больших значениях капиллярного параметра совпадают с частотами собственных колебаний цилиндрической капли. Промежуточный характерный масштаб значений частот соответствует основной частоте трансляционной моды собственных колебаний.

Обнаружено, что при конечных значениях феноменологического параметра (капиллярной постоянной [1]) условия на линии контакта сред приводят к затуханию свободных колебаний. Диссиляция на контактной линии приводит к ограничению максимальной амплитуды колебаний в резонансе, а также к сдвигу резонансной частоты. Отметим, что нулевое значение капиллярной постоянной соответствует закрепленной контактной линии, а большие – свободно скользящей контактной линии.

Работы выполнена при финансовой поддержке гранта Президента МК-2368.2011.1.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. А.А. Алабужев, Д.В. Любимов. Влияние динамики контактной линии на колебания сжатой капли // ПМТФ. 2012. Т.53, № 1. С. 1-12.
2. Hocking L.M. The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary // J. Fluid Mech. – 1987. – V. 179. – P. 253-266.

### ВЛИЯНИЕ ГИСТЕРЕЗИСА КРАЕВОГО УГЛА НА КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КАПЛИ

А.А. Алабужев

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь  
Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

В представленной работе исследуется влияние гистерезиса краевого угла на колебания цилиндрической капли жидкости. Капля ограничена в осевом направлении параллельными твердыми плоскостями. Равновесный краевой угол между боковой поверхностью капли и твердой пластиной предполагается прямым. Движение контактной линии учитывается с помощью эффективного граничного условия [1]: скорость движения контактной линии прямо пропорциональна углу отклонения и движение контактной линии возможно, если значение краевого угла

превышает некоторое критическое значение. На систему действует внешняя высокочастотная вибрационная сила, направление вибраций параллельно оси симметрии капли. Амплитуда вибрации мала по сравнению с характерными размерами капли.

Построены диаграммы областей движения контактной линии в зависимости от частоты вибрации и критического краевого угла при разных значениях. Вычислена амплитуда максимального отклонения боковой поверхности в зависимости от частоты внешнего воздействия. Показано существование антирезонансных частот, аналогично работе [2], когда контактная линия неподвижна при ненулевой частоте.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-2368.2011.1.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Hocking L.M. Waves produced by a vertically oscillating plate, *J. Fluid Mech.* 179, 267 (1987).
2. Fayzrakhmanova I., Straube A. Stick-slip dynamics of an oscillated sessile drop. *Phys. Fluids* 21, 072104 2009.

#### РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧЕК ПЕРЕСЕЧЕНИЯ БИФУРКАЦИЙ В ЗАДАЧЕ КУЭТТА-ТЕЙЛОРА В НЕРЕЗОНАНСНОМ СЛУЧАЕ

А.А. Алексеев, И.В. Моршнева, С.Н. Овчинникова  
Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассматривается задача о течении вязкой несжимаемой жидкости, заполняющей пространство между двумя соосными цилиндрами, вращающимися независимо друг от друга, в предположении, что массовые силы отсутствуют (задача Куэтта-Тейлора). Исследованию устойчивости и бифуркаций основного течения в данной задаче (течения Куэтта) посвящен ряд теоретических и экспериментальных работ, обзор которых можно найти, например, в [1]. Из этих работ известно, что потеря устойчивости течением Куэтта может происходить с рождением вторичного стационарного, либо колебательного режима. Нейтральные кривые, соответствующие различным способам потери устойчивости, пересекаются. Для исследования режимов движения в окрестности точек пересечения бифуркаций (точек бифуркации коразмерности 2) В.И. Юдовичем, а также независимо Ж. Иоссом и П. Шосса была построена теория бифур-

каций коразмерности 2 для задач с цилиндрической симметрией [2, 3]. Однако в [2, 3] не был рассмотрен ряд резонансных ситуаций. В [4, 5] были указаны возможные резонансные соотношения и соответствующие им амплитудные системы. Простейшие режимы этих амплитудных систем исследованы в серии работ В.И. Юдовича и С.Н. Овчинниковой, И.В. Моршневой и С.Н. Овчинниковой [5-7].

Данная работа посвящена изучению стационарных, периодических, квазипериодических и более сложных режимов движения в окрестности точек пересечения бифуркаций, соответствующих нерезонансной ситуации, в случаях, когда нейтральный спектр течения Кузтта состоит из нуля и пары чисто мнимых собственных значений, а также двух пар чисто мнимых собственных значений. В широком диапазоне параметров рассчитаны нейтральные кривые, точки пересечения нейтральных кривых, коэффициенты соответствующих амплитудных уравнений, найдены области существования и устойчивости стационарных, периодических и квазипериодических режимов, возникающих в окрестности точек пересечения нейтральных кривых. В нерезонансной амплитудной системе, соответствующей пересечению монотонной и колебательной неустойчивости, хаотических режимов движения обнаружено не было (в ситуации основного резонанса такие движения известны из работ В.В. Колесова, А.Г. Хоперского, М.Н. Романова, например, [8]). В амплитудной системе, соответствующей пересечению нейтральных кривых колебательной потери устойчивости, с использованием процедуры, описанной Ж. Спроттом [9], обнаружено несколько странных аттракторов. Приведены результаты расчета показателей Ляпунова для траекторий на этих аттракторах, размерности аттракторов, исследованы их симметрийные характеристики, сценарии перехода к хаосу. Проводится сравнение результатов расчета режимов движения с известными экспериментальными работами, в частности, [10].

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России» на 2007–2013гг. (госконтракт 16.516.11.6106) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013гг., госконтракт 14.740.11.0877.

## ЛИТЕРАТУРА

1. R. Tagg. The Couette-Taylor problem. Nonlinear Sci Today, 1994, 4: 1-25.
2. В.И. Юдович. Переходы и возникновение хаоса в течениях жидкости. Аннот. докладов 6-го Всесоюз. съезда по теор. и прикл. механике. Ташкент: Фан, 1986, с. 661.

3. G. Iooss, P. Chossat. The Couette-Taylor problem. New-York: Springer-Verlag, 1994, 233 p.
4. V.I. Yudovich, S.N. Ovchinnikova. Resonances in the intersections of bifurcations in the Couette-Taylor problem. Patterns and Waves, Saint-Petersburg, 2003, 55-77.
5. V.I. Yudovich, S.N. Ovchinnikova. Resonances in the codimension-2 bifurcations in the Couette-Taylor problem. J. Math. Fluid Mech., 2009, №11, 469-491.
6. И.В. Моршнева, С.Н. Овчинникова. Резонансные режимы в окрестности точки бифуркации коразмерности 2 в задаче Куэтта-Тейлора. Изв. РАН. МЖГ, 2009, №6, с. 21-31.
7. И.В. Моршнева, С.Н. Овчинникова. Нерезонансный случай при пересечении бифуркационных кривых в задаче Куэтта-Тейлора. ПМТФ, т.51, № 6, 2010. С. 54 - 62.
8. В.В. Колесов, А.Г. Хоперский. Неизотермическая проблема Куэтта-Тейлора. Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2009, 192 с.
9. J. Sprott. Some simple chaotic flows. Physical Review E. 1994. V. 50. pp. R647--R650.
10. C.D. Andereck, S.S. Liu, H.L. Swinney. Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. J. Fluid Mech., 1986, 164: 155-183.

## **ЧИСЛЕННЫЙ ПОИСК НАИБОЛЕЕ БЫСТРО РАСТУЩИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ ДВУМЕРНОГО НЕВЯЗКОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КЕЛЬВИНА-ГЕЛЬМГОЛЬЦА**

А.К. Алексеев  
РКК Энергия, г. Королев, МФТИ, Долгопрудный

В работе [1] показано, что на конечном интервале времени некоторые возмущения в течении могут расти существенно быстрее, чем это предсказывается спектром задачи. Эта ситуация связана с существованием так называемой немодовой неустойчивости [2] и является типичной для уравнений динамики жидкости, для которых как правило  $AA^* \neq A^*A$  ( $A$  - пропагатор решения). Поведение решения на конечных интервалах времени определяется спектром оператора  $AA^*$ , поиск которого численными методами затруднен. В работе [3] рассмотрен поиск наиболее быстрорастущих (на конечном интервале времени) возмущений в оптимизационной постановке с использование градиентных

методов и сопряженных уравнений. Данные возмущения достаточно широко используются в метеорологии для поиска зон адаптивных измерений и обозначаются, как сингулярные вектора.

В данной работе подход [3] использован для поиска наиболее быстрорастущих возмущений (в норме  $L_2$ ) при неустойчивости Кельвина-Гельмгольца для двумерного сверхзвукового невязкого течения. Задача решалась с использованием подхода, использованного в [4] для оценки чувствительности нормы решения к погрешности аппроксимации и основанного на решении сопряженных уравнений специального вида. Оптимальное возмущение получается в результате итерационной оптимизации градиентного типа, стартующей с невозмущенного решения и использующей градиент, полученный при решении сопряженной задачи.

Представлены результаты численных экспериментов с использованием двумерных нестационарных уравнений Эйлера, решавшихся с помощью метода [5]. Сопряженные уравнения решались с помощью [6].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. B. F. Farrell. The initial growth of disturbances in a baroclinic flow. *J. Atmos. Sci.*, 1982, 39(8), 1663-1686.
2. L.N. Theferthen. Hydrodynamic Stability without Eigenvalues. *Science*, 1993, 261(5121), 578-584.
3. B.F. Farrell and A.M. Moore. An adjoint method for obtaining the most rapidly growing perturbation to oceanic flows. *J. Phys. Oceanogr.*, 1992, 22, 338-349.
4. A.K. Alekseev, I.M. Navon. An estimation of the sensitivity of numerical error norm using adjoint model. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 2010, 63(12), 1421-1434.
5. S. Yamamoto, H. Daiguji. Higher-order-accurate upwind schemes for solving the compressible Euler and Navier-Stokes equations. *Computers and Fluids*, 1993, 22, 259-270.
6. E. Toro and A. Siviglia. PRICE: Primitive centred schemes for hyperbolic system of equations. *Int. Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2003, 42, 1263–1291.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

А.С. Аскарова, С.А. Болегенова, В.Ю. Максимов, А. Бекмухамет  
Казахский Национальный университет имени аль Фараби, Алматы

Численный эксперимент в настоящее время — это один из эффективных путей теоретического исследования. Он базируется на использовании математических моделей реальных процессов, в частности физических. Чем точнее модель отражает какой-то процесс, тем лучше соответствие результатов, полученных на основе этой модели, и опыта. Но для получения хорошего согласия с экспериментом только модели еще недостаточно [1]. Необходим также метод решения систем уравнений,

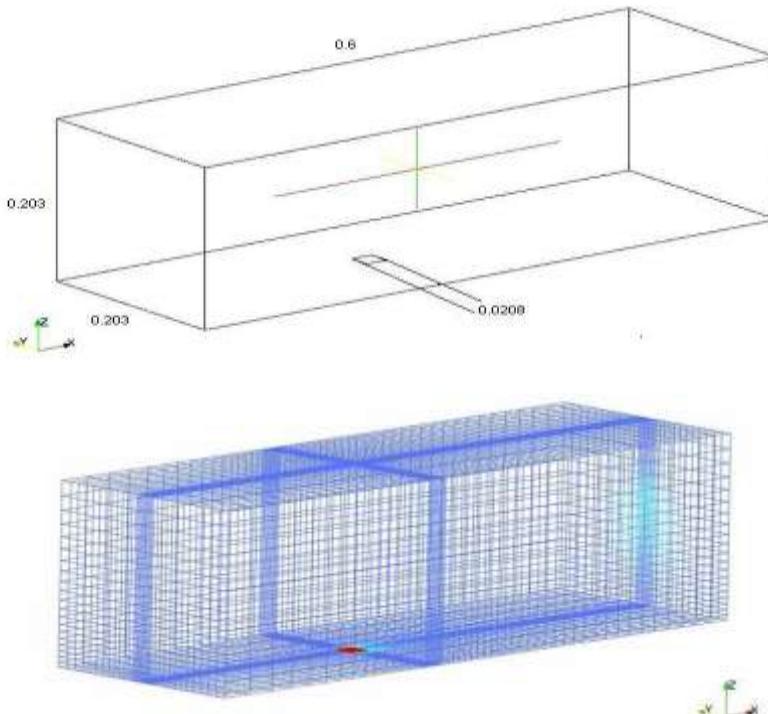


Рис.1. Геометрия и конечно-разностная схема исследуемого канала

получаемых в результате реализации математической модели, поскольку далеко не всегда модель численного (в отличие от аналитического) решения оказывается эффективной, не вносящей возмущения в получаемые результаты. В то же время аналитическое решение удается получить, как правило, только для линейных систем. Большинство же систем дифференциальных уравнений, описывающих реальные физические процессы, — нелинейные, решить их, как правило, можно только численно. Другими словами, численные решения — это основной путь теоретического исследования физических процессов [2].

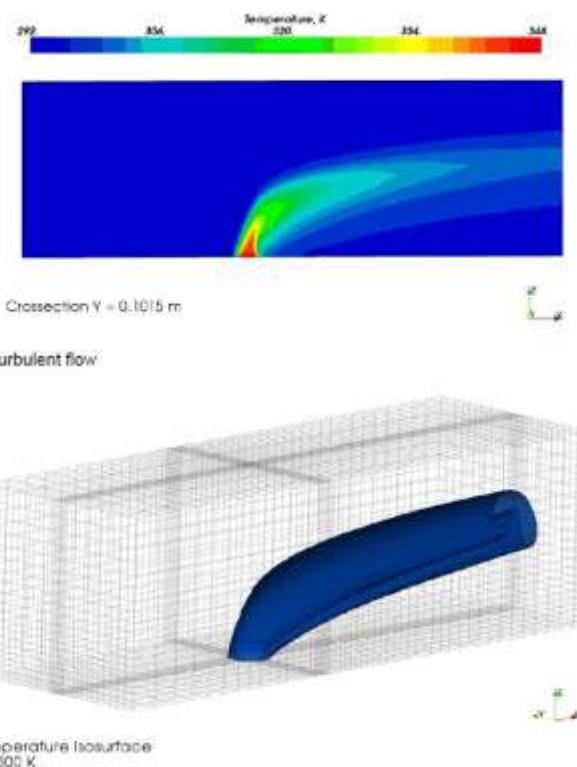


Рис.2. Результаты вычислительного эксперимента

Исследовалось установившееся турбулентное течение вязкого несжимаемого газа в канале, с характерными размерами:  $x = 0.6$  м,  $y =$

0.203 м, z = 0.203 м, в основной поток которого, через квадратное отверстие ( $l = 0.0208$  м), впрыскивается подогретый газ (рис. 1). Скорость основного потока на входе равна 30.0 [м/с], скорость инжектируемого потока – 71,26 [м/с]. В качестве рабочего газа использовался воздух, с плотностью 1 [ $\text{Кг}/\text{м}^3$ ] и кинематической вязкостью -  $v = \mu / \rho = 2.5\text{E-}6$  [ $\text{м}^2/\text{с}$ ]. Давление на выходе составляло - 101325 [Па].

В результате проведенных численных экспериментов были получены распределение температуры по всей длине канала (рис. 2). На рисунке 2 представлены продольный профиль температуры, из которого видно, насколько сильно температура вовлекаемого потока газа влияет на общую температурную картину течения, а также ее изоповерхность.

Анализ рисунка показывает, что основной поток газа отклоняет вовлеченный подогретый газ, образуя при этом тонкую охлаждающую пленку вблизи отверстия. По удалению от отверстия происходит процесс перемешивания подогретого газа с основным потоком.

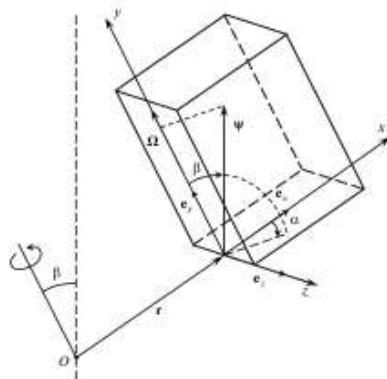
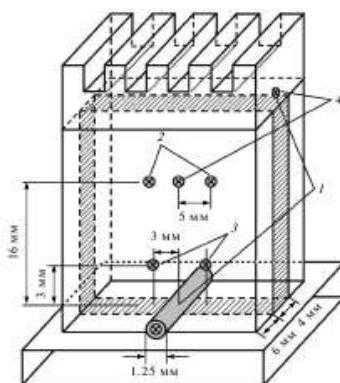
#### ЛИТЕРАТУРА

1. Leithner, R., Numerical Simulation. Computational Fluid Dynamics CFD: Course of Lecture. – Braunschweig, 2006.- 52 p.
2. Askarova A.S., Lavrishcheva E., Loktionova I.V. The modeling of physical-chemical technological process in the fire chambers equipped by swirl burners // Materials of the 16<sup>th</sup> Int. Congress of Chemical and Process Engineering CHISA 2004. – Prague, 2004. – P.978-979.

### ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ–ШОУ В ПОЛЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ

И.А. Бабушкин, В.А. Демин, А.Н. Кондрашов  
Пермский государственный национальный исследовательский  
университет, Пермь

Экспериментально и теоретически изучено поведение конвективного течения в ячейке Хеле–Шоу при точечном (постоянном и пульсационном) подогреве снизу. В ходе выполнения работы был изготовлен лабораторный образец конвективного сейсмологического датчика на основе ячейки Хеле–Шоу



Представлены результаты экспериментального исследования влияния на конвективную систему наклона кюветы, относительно вертикали, в плоскости широких граней. Показано, что для различных мощностей подогрева углы, при которых происходит смена структуры течения, оказываются достаточно близкими. Проведены оценки возможности использования прибора в качестве угломера.

Экспериментально изучено действие центробежных сил на конвективные течения в ячейке Хеле-Шоу при точечном постоянном подогреве снизу. Исследована зависимость амплитуды сигнала дифференциальной термопары от угловой скорости вращения при постоянном точечном подогреве. Выявлено предельное значение внешнего инерционного воздействия, при котором происходит смена режимов течения. Наблюдается подобие между действием центробежных сил и влиянием наклона.

Проведены эксперименты по исследованию влияния центробежных сил на конвективную систему при пульсационном подогреве. На основе экспериментального и теоретического исследования, описано основное конвективное течение в виде пульсирующего конвективного факела, и его кризис при определенной частоте вращения. Показано, что непрерывное изменение величины центробежной силы дает возможность постепенно наклонять конвективный факел в плоскости широких граней ячейки Хеле–Шоу.

Геометрия ячейки Хеле–Шоу позволяет использовать физические возможности центробежной силы для управления тепломассопереносом при имитации действия продолжительных по времени и постоянных по величине инерционных сигналов. Обсуждаются перспективы использования опытных данных и результатов численного моделирования для создания датчика инерционных ускорений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бабушкин И.А., Глухов А.Ф., Демин В.А., Зильберман Е.А., Путин Г.Ф. Измерение инерционных микроускорений с помощью конвективных датчиков // Поверхность. 2009. № 2. С. 72–77
2. Бабушкин И.А., Демин В.А., Пепеляев Д.В. Принципы регистрации инерционных сигналов с помощью конвективных датчиков // Изв. ТПУ. Сер. Энергетика. 2010. Т. 317. № 4. С. 38–43.
3. Бердников В.С., Захаров В.П., Марков В.А. Тепловая гравитационно-центробежная конвекция в подогреваемом снизу слое жидкости // Инж..физ. ж. 2001. Т. 74. № 4. С. 111–115.
4. Бубнов Б.М., Голицын Г.С. Режимы конвекции во вращающейся жидкости // Докл. АН СССР. Т. 281. № 3. 1985. С. 552–555.

# **РОЛЬ АППАРАТА МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД В СОЗДАНИИ МОДЕЛЕЙ ТЕЧЕНИЙ, ВСТРЕЧАЮЩИХСЯ В УСЛОВИЯХ КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА**

Баранов В.Б.

(Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, мехмат  
факультет Московского Государственного Университета  
им. М.В. Ломоносова)

При создании теоретических моделей физических явлений, встречающихся в газовой компоненте космического пространства, используются три подхода: (1) описание этих явлений при помощи рассмотрения движения отдельных частиц, (2) при помощи аппарата кинетической теории газов и (3) при помощи использования аппарата механики сплошных сред и, в частности, математического аппарата гидроаэромеханики и магнитной гидродинамики. Несмотря на сложный характер уравнений механики сплошных сред, создание моделей в рамках этих уравнений является наиболее простым и физически наглядным. Именно поэтому этот подход часто встречается в научной литературе. Так родилась наука, которая стала называться «Космическая газовая динамика».

В настоящем докладе анализируются основные предположения, которые необходимо сделать для возможности использования аппарата космической газовой динамики для описания течений очень разреженного газа в условиях космического пространства. Приводятся примеры построения таких моделей. Формулируются некоторые еще нерешенные задачи.

Настоящая конференция посвящена 100-летию со дня рождения Георгия Ивановича Петрова. Он был первым директором Института космических исследований АН СССР, а его отдел носил название «Отдела космической газовой динамики». Благодаря Георгию Ивановичу космическая газовая динамика стала наукой, которая приобрела строгие рамки ее применимости, поскольку ею стали заниматься научные работники, профессионально занимающиеся аэромеханикой и газовой динамикой. Некоторые фото- и кинокадры из жизни Георгия Ивановича Петрова будут показаны в настоящем докладе.

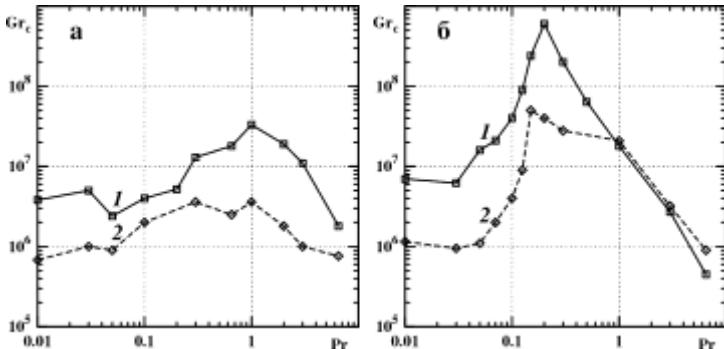
# КОНВЕКТИВНЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В МОДЕЛИ МЕТОДА ЧОХРАЛЬСКОГО ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЧИСЛАХ ПРАНДТЛЯ: СМЕНА ОПАСНЫХ МОД И ЗОНЫ СТАБИЛИЗАЦИИ

О.А. Бессонов, В.И. Полежаев

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

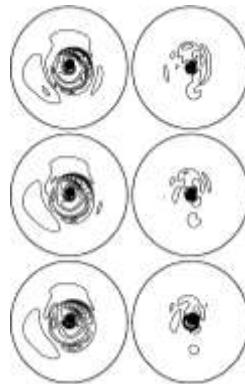
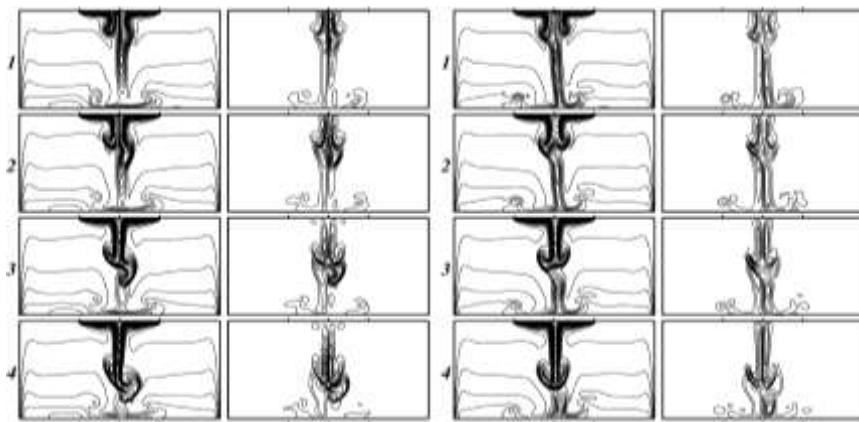
В данной работе представлены результаты параметрического исследования двух- и трехмерных структур течения, зон стабилизации (максимума  $Gr_c$ ) и смены мод появления колебаний в зависимости от числа  $Pr$ , предсказанных в работе [1], для одной из тестовых конфигураций гидродинамической модели метода Чохральского. Представлены результаты моделирования в двух вариантах граничных условий на поверхности расплава: "а" – линейный профиль температуры, "б" – теплоизолированная поверхность. Рассмотрены характеристики течений в до-критических и сверхкритических режимах, определены критические числа смены режимов и характерные особенности осесимметричных и трехмерных структур. Моделирование проводилось с помощью эффективного вычислительного кода на параллельных системах с использованием до 16 потоков. Вычислительный код продемонстрировал устойчивость в очень жестких режимах (значения  $Gr$  до  $6.6 \cdot 10^8$  в осесимметричном случае и до  $6 \cdot 10^7$  в пространственном).





На верхнем рисунке показаны зависимости критического числа Грасгофа  $Gr_c$  от числа Прандтля в диапазоне  $Pr = 0.01 \div 6.5$  для осесимметричного (1) и пространственного (2) режимов тепловой гравитационной конвекции в тигле радиуса  $R_c=1$  и высоты  $H=1$  с радиусом кристалла  $R_x=0.4$  при боковом подводе тепла и теплоизолированном дне. Существенной особенностью таких режимов является наличие зон стабилизации, соответствующих максимальным значениям  $Gr_c$ , а также смена опасных мод, когда потеря устойчивости пространственного течения при увеличении  $Pr$  происходит при больших значениях числа  $Gr$ , чем в осесимметричном случае ( $Pr > 10$  в режиме "а",  $Pr > 1$  в режиме "б"). Для больших значений числа  $Pr$  наблюдается механизм неустойчивости Рэлея-Бенара, который исследовался в близкой конфигурации при  $Pr=9.2$  в работе [2]. На нижнем рисунке представлена динамика формирования термиков в неосесимметричном режиме "б",  $Pr=6.5$ ,  $Gr=1 \cdot 10^6$  в двух взаимно перпендикулярных сечениях (слева показаны изотермы, справа – изолинии отклонения температуры), а также в горизонтальных сечениях  $z=0.05$  и  $z=0.2$  (изотермы). При средних и малых значениях  $Pr$  течение в трехмерном сверхкритическом режиме имеет колебательный характер со структурой вихрей, обладающей в плане симметрией 3-го, 4-го либо 5-го порядка. В работе также представлены колебательные режимы в осесимметричной модели.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант 12-08-00034.



## ЛИТЕРАТУРА.

1. В.И. Полежаев, С.А. Никитин, М.Н. Мякишина. Теплообмен и температурное расслоение при свободно-конвективных взаимодействиях в замкнутых объемах. Труды Пятой Российской национальной конференции по теплообмену. М.: Изд. Дом МЭИ, 2010, Т.1, с.55-62.
2. О.А. Бессонов, В.И. Полежаев. Нестационарные неосесимметричные течения в гидродинамической модели метода Чохральского при больших числах Прандтля. Изв. РАН, МЖГ, 2011, N.5, с.16-32.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ МАГНИТНОГО КОЛЛОИДА

<sup>1</sup>А.А. Божко, <sup>1</sup>Г.Ф. Путин, <sup>1</sup>А.С. Сидоров, <sup>2</sup>С.А. Суслов

<sup>1</sup>Пермский государственный национальный исследовательский  
университет, Пермь

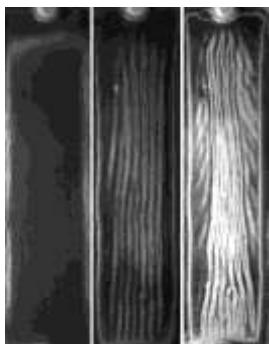
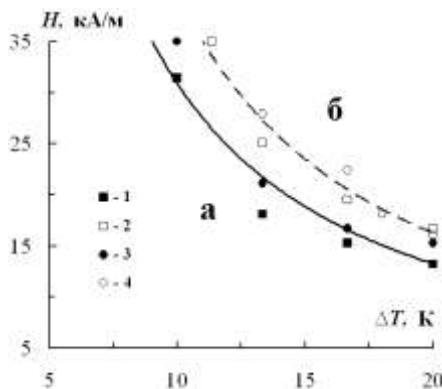
<sup>2</sup>Swinburne University of Technology, Hawthorn, Australia

С помощью негравитационного термомагнитного механизма конвекции можно управлять теплопереносом в магнитных жидкостях в ситуациях, когда обычные силы плавучести не эффективны, например, в условиях невесомости и в микроэлектронике, а также интенсифицировать теплообмен в наземных условиях. В работе рассматривается вертикальный подогреваемый с одной из широких боковых сторон слой магнитной жидкости, помещенный во внешнее однородное в пространстве и постоянное во времени магнитное поле, который может служить универсальной моделью теплообменника [1]. Проведено экспериментальное и теоретическое изучение взаимодействия термомагнитных и термогравитационных конвективных движений для полостей с различными отношениями высоты слоя к толщине [2].

В экспериментах использовалась конвективная камера в форме параллелепипеда толщиной  $4,0 \pm 0,1$  мм и размерами сторон 250 мм и 70 мм. В качестве широких боковых сторон слоя служили латунный и плексигласовый теплообменники. Опыты проводились при двух положениях камеры. В первом случае высота слоя соответствовала длинной стороне камеры (250 мм), во втором – короткой стороне (70 мм). Для визуализации течений использовался жидкокристаллический термоиндикатор, работавший в диапазоне  $17\text{--}22^\circ\text{C}$  с изменением окраски от коричневой через зеленую до синей при повышении температуры. Для количественных измерений температуры внутри жидкости использовались две дифференциальные медно-константановые термопары. ЭДС термопар регистрировались прибором “Термодат” с точностью измерения температуры 0,01 К, который опрашивался при помощи программы, накапливающей измерения в текстовых файлах и базе данных, и осуществляющей их графическое представление. Опыты выполнялись с магнитной жидкостью на основе керосина с плотностью  $1.44 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, динамической вязкостью  $7.66 \cdot 10^{-3}$  кг/(м·с), начальной магнитной восприимчивостью 2.88, намагниченностью насыщения 43 кА/м и средним размером

частиц 10 нм. Однородное магнитное поле напряженностью до 35 кА/м создавалось при помощи катушек Гельмгольца.

Основными управляющими параметрами в случае тепловой конвекции в вертикальном слое, помещенном в поперечное магнитное поле, являются гравитационное и магнитное числа Грасгофа.



(а) (б)

Рис. 1. Карта устойчивости первичного термогравитационного подъемно-опускного течения в однородном внешнем магнитном поле: 1, 2 – высота слоя 250 мм; 3, 4 – высота слоя 70 мм (закрашенные символы – обогрев со стороны латунного теплообменника, пустые символы – обогрев со стороны пlexигласового теплообменника); (а) –  $\Delta T = 20$  К,  $H = 10.5$  кА/м, (б) –  $\Delta T = 20$  К,  $H = 21$  и 35 кА/м.

На рис. 1 приведена экспериментальная карта устойчивости основного подъемно-опускного течения в координатах приложенного магнитного поля  $H$  и поперечного перепада температур  $\Delta T$ . В области “а” карты реализуется первичное течение, фотография которого показана на рис. 1 (а). При увеличении магнитного числа Грасгофа (в опытах  $\Delta T$  или  $H$ ) возникает термомагнитное течение в виде вертикальных валов, оси которых ориентированы вдоль базового потока (рис. 1 (б)). Обнаружены режимы термомагнитных волн предсказанные в [1]. Критические волновые числа и скорость термомагнитных волн, полученные в экспериментах, согласуются с теоретическими расчетами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Suslov S.A. Thermomagnetic convection in a vertical layer of ferromagnetic fluid // Phys. Fluids. 2008. V. 20. P. 084101 -084136.
2. Suslov S.A., Bozhko A.A., Putin G.F., Sidorov A.S. Interaction of gravitational and magnetic mechanisms of convection in a vertical layer of a magnetic fluid // J. Physics Procedia. 2010. V. 9. P. 167–170.

### СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В СРЕДЕ, ИМЕЮЩЕЙ СВОЙСТВА СВЕРХТЕКУЧЕГО $^3\text{He-B}$

Л. Б. Болдырева

Государственный университет управления, Москва.

В работе [1] было показано, что динамика среды, имеющей свойства сверхтекучего  $^3\text{He-B}$ , в нестационарном случае в завихрённой области может быть описана моделью идеальной спиновой жидкости, то есть жидкости, в которой отсутствует сдвиговая (линейная) вязкость и имеются внутренние степени свободы, характеризующиеся вектором  $\mathbf{A}$  суммарного спина бесконечно малого элемента объёма жидкости и вращательной вязкостью. Вращательная вязкость обусловливает передачу макровращений в жидкости микровращениям (эффект Эйнштейна-де Газа, или эффект Ричардсона) и наоборот (эффект Барнетта). В такой среде справедливы следующие уравнения [1, 2]:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{b_3 - b_1}{\rho} \operatorname{rot} \mathbf{A}, \quad \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\chi \operatorname{rot} \mathbf{u}, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости,  $\mathbf{u}$  – вектор скорости движения жидкости,  $\chi$  – коэффициент пропорциональности,  $b_1$  и  $b_3$  коэффициенты, определяющие компоненты тензора напряжений в жидкости.

Введём обозначение:  $\xi = \sqrt{\chi(b_3 - b_1)} / \sqrt{\rho}$ . Используя константу  $\xi$  в уравнениях (1) получаем:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \xi \text{rot} \left( \frac{\xi}{\chi} \mathbf{A} \right), \quad \frac{\partial \left( \frac{\xi}{\chi} \mathbf{A} \right)}{\partial t} = -\xi \text{rot} \mathbf{u}, \quad (2)$$

Полученная система уравнений описывает спиновою волну в среде, имеющей свойства сверхтекучего  $^3\text{He-B}$ . Скорость распространения волны равна  $\xi$ .

Как уже было сказано выше, уравнения (1) выведены для завихрённой области среды, имеющей свойства сверхтекучего  $^3\text{He-B}$ . В вихрях такой среды спиновая поляризация частиц, составляющих среду, сопровождается прецессией спинов [3]. С этой прецессией связана энергия  $W$ , определяемая как:

$$W = S\omega, \quad (3)$$

где  $S$  – суммарная величина прецессирующих спинов,  $\omega$  – частота прецессии.

В сверхтекучих жидкостях момент количества движения куперовской пары частиц, составляющих вихрь, равен  $n\hbar$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  [3]. Вследствие эффекта Барнетта суммарный спин частиц, образующих вихрь, также может быть равным  $n\hbar$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  При  $n = 1$  имеем:  $S = \hbar$ . Тогда уравнение (3) записывается в виде:  $W = \hbar\omega$ .

Так как уравнения (1) получены для завихрённой области среды, элемент объёма среды, движущийся со скоростью  $\mathbf{u}$ , будет характеризоваться моментом количества движения. Следовательно, спиновая волна в среде, имеющей свойства сверхтекучего  $^3\text{He-B}$ , является по существу процессом распространения момента количества движения: происходит передача момента количества движения элемента объёма среды спинам частиц, составляющим среду, и обратно. Используя систему уравнений (2), процесс распространения момента количества движения можно описать следующими уравнениями:

$$\frac{\partial \frac{\chi}{\xi} (M\mathbf{u})}{\partial t} = \xi \text{rot} \mathbf{A}, \quad \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\xi \text{rot} \left( \frac{\chi}{\xi} (M\mathbf{u}) \right),$$

где  $M$  – матрица поворота вектора  $\mathbf{u}$  на  $90^0$ , то есть,  $M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Выражение  $\frac{\chi}{\xi}(M\mathbf{u})$  в этих уравнениях определяет момент количества движения элемента объёма среды.

Отметим, что именно распространение света рассматривается в физике как процесс распространения момента количества движения [4], причём квант величины этого момента равен  $\hbar$ , а минимальный квант энергии, переносимый светом, равен  $\hbar\omega^*$ , где  $\omega^*$  – частота света.

#### Литература

1. L.B. Boldyрева, N.B. Sotina. Superfluid Vacuum with Intrinsic Degrees of Freedom. Physics Essays, 1992, 5, 510-513.
2. Л.Б. Болдырева. Что даёт физике наделение физического вакуума свойствами сверхтекучего  ${}^3\text{He}$ -B. URSS, Москва, 2012, 15-23.
3. M.M Salomaa, G.E. Volovik. Quantized vortices in superfluid  ${}^3\text{He}$ . Rev. of Modern Physics. 1987, 59, 533-613.
4. S.M. Barnett. Optical angular-momentum flux. Journal of optics B. Quantum and Semiclassical Optics, 2002, 4, No.2.

## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ТОЛСТОМ КОАКСИАЛЬНОМ ЗАЗОРЕ

Бурдина Т.Н., Мазунина Е.С.

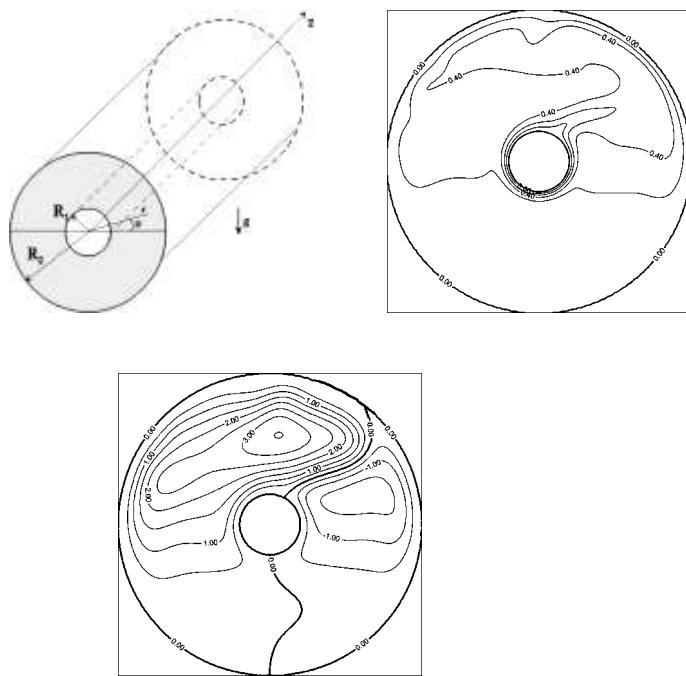
Пермский государственный педагогический университет, Пермь

Целью данной работы является изучение конвекции вязкой несжимаемой жидкости, находящейся в горизонтальном цилиндрическом слое. Поверхности цилиндров твердые, изотермические и имеют разную температуру. Температура внутреннего цилиндра больше, чем внешнего.

Исследованиям конвекции в коаксиальных зазорах посвящены работы [1 - 3]. Движение жидкости при малых числах Релея имеет форму двух симметричных относительно вертикального диаметра серповидных или почковидных вихрей. Вдоль горячей стенки поток жидкости поднимается вверх, вдоль холодной опускается вниз. В верхней части слоя формируется конвективный факел. В случае относительно толстых слоев ( $R_1/R_2 < 0.6$ ) и больших чисел Прандтля ( $Pr > 10$ ) при значительных числах Релея наблюдается отклонение факела от вертикали и возбуждение

его колебаний [2]. Подобное явление наблюдается в пористых средах при меньших числах Прандтля ( $\text{Pr} \sim 1$ ) [4].

При численном решении задачи использовались нелинейные уравнения для момента импульса и температуры в полярной системе координат [1]. Система уравнений и граничных условий имеет три безразмерных параметра: число Релея, число Прандтля и отношение радиусов цилиндров. Расчет проведен с помощью схемы Кранка-Николсона на половине и в полной области. Были получены поля функции тока и температуры для разных значений числа Релея при числах Прандтля 10, 12.5 и 15 и  $R_1/R_2 = 0.2$ .



Конвекция возникает при любом числе Релея отличном от нуля. При  $\text{Ra} \leq \text{Ra}_1^*$  движение жидкости абсолютно симметрично относительно вертикальной оси. Слева расположен положительный вихрь, справа – отрицательный. Функция тока вихрей увеличивается по степенному закону. В верхней части зазора формируется конвективный факел. При значениях числа Релея больших  $\text{Ra}_1^*$  в системе обнаружены сложные

колебания. Переход от симметричного течения к колебательному режиму происходит следующим образом: сначала колебания жидкости симметричны относительно вертикальной оси, затем происходит потеря симметрии, и вихрь одного знака сдвигается «на территорию» вихря другого знака. Вследствие чего конвективный факел отклоняется от вертикальной оси и при больших числах Релея начинает изгибаться. Направление отклонения факела в ту или иную сторону случайно и не зависит от численной схемы. На рисунке представлены изолинии температуры и функции тока для  $Ra = 4.96 \cdot 10^5$ ,  $Pr = 15$ . Если взять в качестве начального значения поля функции тока и температуры при установившихся колебаниях и начать уменьшать число Релея, то можно продвинуться до  $Ra = Ra_2^*$  ( $Ra_2^* < Ra_1^*$ ), смена режимов движения жидкости происходит с гистерезисом, т.е. границы области существования режимов перекрываются.

Работа выполнена в рамках Темплана Минобрнауки 1.1.10 по АВЦП «Развитие научного потенциала Высшей школы»

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Чернтынский В.И. Численное исследование конвекции в зазоре между горизонтальными коаксиальными цилиндрами. //Гидродинамика. Вып. VIII: сб.статьй.-Пермь.1976.- С.84-92.
2. Иванова А.А. Вибрационная механика неоднородных гидродинамических систем. Экспериментальное исследование. – Дисс. доктора физ.-мат. наук. Пермь: ПГУ, 2000г, С. 24-40.
3. J. Mizushima, S. Hayashi, T. Adachi. Transitions of natural convection in a horizontal annulus. // International Journal of Heat and Mass Transfer – 2001. V. 44, P. 1249-1257.
4. Сираев Р.Р, Якушин В.И. Исследование конвекции в горизонтальном цилиндрическом слое насыщенной пористой среды Изв. РАН Механика жидкости и газа, 2008. № 2. С. 83-91.

# **СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД В ОПИСАНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕРАВНОВЕСНЫХ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА ИМПУЛЬСА В АТМОСФЕРЕ**

Г. П. Быстрай, И. А. Лыков

Уральский Федеральный Университет

Проблемой возникновения атмосферных вихрей занимались такие учёные, как Arsen'yev S.A., Schmitter E.D., Dotzek, N., Griesler J., Brooks H.E. и др. [1], исследовав простые, нестационарные модели. Однако наблюдения указывают на сильную неравновесность и нелинейность процессов в атмосфере, т.к. присутствуют источники и стоки, ведущие к режиму с обострением [2].

На основе уравнений переноса импульса с нелинейной функцией источников и стоков построена нелинейная гидродинамическая модель сильно неравновесных процессов, протекающих в атмосфере при вихреобразовании. Выделяется тонкий слой единичного объема, параллельный земле. В этом слое имеются источники движения и его стоки, зависящие от вектора горизонтальной скорости или модуля скорости. Задача решается в предположении изотермичности слоя и его окрестности. «Слоистая» модель использована для упрощения моделирования вихрей, существующих в трехмерной области пространства. Для выявления новых принципов самоорганизации в атмосфере используется не вводимое ранее термодинамическое описание. Нелинейный источник импульса в атмосфере приводит в некоторых случаях к режиму с обострением, а его развитие ведёт к самоорганизации. В такой постановке возможно образование локализованных в пространстве структур, в которых скорость может неограниченно (или ограничено) возрастать.

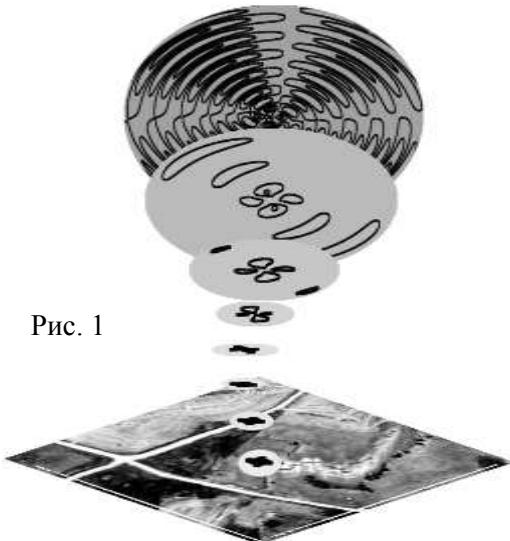
Авторами при помощи данной модели и термодинамического подхода сделана попытка описать наблюдавшиеся физические явления и объяснить нелинейные механизмы послойного переноса импульса в атмосферных вихрях в случае непотенциального течения, а также локальные для каждого слоя по высоте термодинамические характеристики – производство энтропии, скорости изменения энтропии и свободной энергии. Использование данного подхода позволяет записать систему уравнений для проекций скорости в случае несжимаемой жидкости в безразмерном виде в виде двумерного уравнения Курамото-Цузуки [3] для плоского атмосферного слоя:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = v_1^*(1 + ic_1) \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^*{}^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^*{}^2} \right) + q^* \Phi - \alpha_1^* (1 + ic_2) |\Phi|^2 \Phi,$$

где  $\Phi = \vartheta_x^* + i\vartheta_y^*$ ;  $c_1 = v_2^*/v_1^*$  связана с вязкостью,  $c_2 = \alpha_2^*/\alpha_1^*$  обу-

словлена стоками. Результаты численного моделирования дают хорошее сходство с наблюдаемыми физическими явлениями. Подход позволяет объяснить нелинейные механизмы послойного переноса импульса в атмосфере, возникновение, развитие и затухание больших атмосферных вихрей, как диссипативных термодинамических структур. Конкуренция процессов приращения и распространения импульса с учетом вязкости сре-

Рис. 1



ды приводит к появлению линейного размера – пространственного диаметра самоорганизованной структуры –  $l_0$ , на границе которой скорость изменения энтропии меняет знак. Можно установить зависимость начальных условий от влажности воздуха, меняющейся с высотой. Влажность определяет радиальную составляющую зарождающейся спиральной волны. В нижних слоях это приводит к существенному обеднению структуры окружающих хобот вихрей и даже к их исчезновению, и, тем самым, к более реальному результату, когда между землей и образовавшим торнадо облаком виден только хобот (рис. 1. Торнадо: производство энтропии послойно до 3.5 км). Данный подход позволяет сформулировать установленные авторами в настоящее время условия самоорганизации и образования циклонов и торнадо в атмосфере и указать некоторые физические ограничения на горизонтальную скорость, интенсивность источников и стоков и условие устойчивости диссипативных структур.

Такая нелинейная гидродинамическая модель на основе термодинамического подхода может быть использована для описания циклонов, торнадо и других экзотических природных явлений.

1. Schmitter E.D. Modeling tornado dynamics and the generation of infrasound, electric and magnetic fields // Natural hazards and earth system sciences, 2010, 10. p. 295–298.
2. Курдюмов С.П., Куркина Е.С., Малинецкий Г.Г. Режимы с обострением. Достижения и перспективы // Проблемы численного анализа и прикладной математики Львов. Украина. 13-16 сентября 2004г. Посвящается юбилею А.А. Самарского.
3. Kuramoto Y. and Tsuzuki T. On the formation of dissipative structures in reaction-diffusion systems, Progr. Theor. Phys., 54, P. 6870-699 (1975).

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ТОРНАДО. УСЛОВИЯ САМООРГАНИЗАЦИИ

Г. П. Быстрай, И. А. Лыков

Уральский Федеральный Университет

Одной из основных проблем газовой динамики является рассмотрение уравнений переноса импульса для нелинейных систем. Пример рассмотрения такой задачи – математическое моделирование процессов переноса импульса в торнадо [1]. При математическом моделировании сильно неравновесных и нелинейных процессов использован подход на основе нелинейных уравнений переноса импульса с модельной функцией источников и стоков, что относит этот подход к задачам с обострением. Нелинейный источник импульса в среде приводит к режиму с обострением, а развитие данного режима ведёт к самоорганизации, которая подтверждается численными методами.

**Условие устойчивости вихревых течений в торнадо.** Анализ устойчивости решений уравнения Курамото-Цузуки [2] приводит к следующему результату:

$$(c_1^2 + 1)k^4 + 2(1 + c_1 c_2)k^2 > 0, \quad k = \pi / l_0.$$

Для того чтобы неравенство выполнялось для любого  $k$ , необходимо ограничение на константы  $c_1, c_2$ :  $-1 < c_1 c_2 < 1$ . Данное условие является

критерием устойчивости турбулентных структур в атмосферных вихрях, следовательно, условием существования таких вихрей.

Возникновение стационарного ядра в плоском слое торнадо – локализованной в пространстве фигуры – является результатом обострения при стремлении решения уравнения Курамото-Цузуки к автомодельному решению спиральной волны. Реальный торнадо в этом случае выходит на стационарный режим и у него в плоском слое формируется ядро (хобот), диаметр которого может быть также численно определен.

В качестве обобщения работы над термодинамикой торнадо в до-кладе приводятся следующие установленные авторами в настоящее время условия устойчивости и самоорганизации вихревых течений.

**Термодинамические условия самоорганизации.** Рис. 1 иллюстрирует поведения скорости изменения энтропии ( $a$  – поверхность  $\dot{s}$ ,  $b$  – проекция на горизонтальную плоскость,  $c$  – зона самоорганизации). Энтропия в каждом вихревом слое торнадо со временем уменьшается  $\dot{\bar{S}} < 0$ , что соответствует существованию диссипативных структур и достигается при значении источников движения – обратимых потоков энтропии  $\sigma^e < 0$ , которые сравниваются с производством энтропии  $|\sigma^e| > \sigma^i$ . Условием боковой ограниченности торнадо является значение скорости изменения энтропии  $\dot{\bar{S}} = 0$ ,  $\sigma^e + \sigma^i = 0$  на границе вихреобразования торнадо (рис.1в). Скорость  $\dot{\bar{S}}$  меняет знак за пределами вихревого бассейна торнадо.

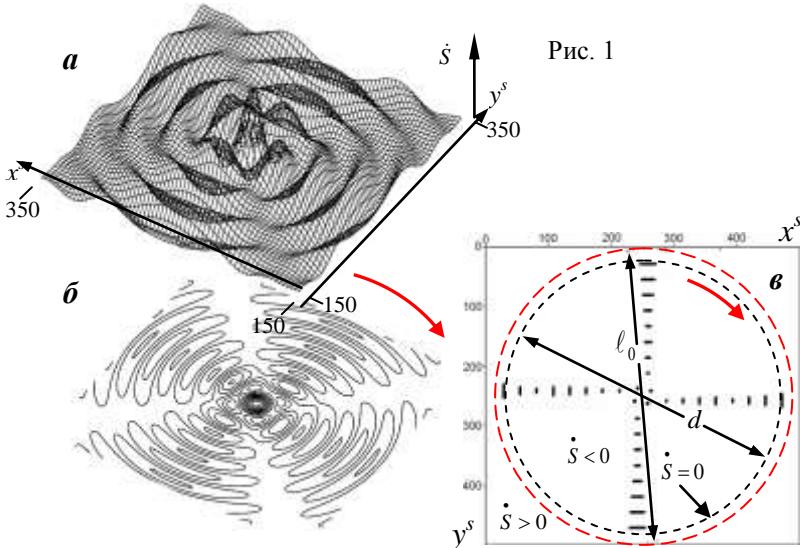


Рис. 1

**Гидродинамические условия самоорганизации в торнадо**, установленные впервые, следуют из термодинамических условий. Ограничность торнадо по высоте связана с отсутствием вихреобразования из-за большой вязкости. Поперечный размер торнадо обусловлен конкуренцией между приращением скорости и распространением импульса в условиях вязкости. К обострению приводит положительность обратной связи между проекциями горизонтальных скоростей. Интенсивность источников и стоков движения обуславливает ограничение на модуль горизонтальной скорости  $q^{*2} \geq 4q^*/\alpha_1^*(1 - 4c_2^2/9)$ .

Ограничением на константу уравнения Курамото-Цузуки для возникновения самоорганизации является условие  $c_2^2 \leq \alpha_2^{*2}/\alpha_1^{*2}$ . Условие левой закрутки, налагаемое на топологический заряд:  $m = -1$ , правой:  $m = +1$ . Ограничения на топологический заряд  $|m \leq 2|$ .

1. Arsen'yev S.A. Mathematical modeling of tornadoes and squall storms // GEOSCIENCE FRONTIERS, 2011, № 2(2). p.215–221.
2. Самарский А.А. Компьютеры и нелинейные явления: Информатика и современное естествознание / Авт. предисл. А.А. Самарский.– М.: Наука, 1988.– 192 с.

# **СНИЖЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТРЕНИЯ БОКОВЫМИ ОСЦИЛЛЯЦИЯМИ ОРЕБРЕННОЙ СТЕНКИ**

И.С. Водопьянов, Н.В. Никитин

Научно-исследовательский институт механики МГУ  
им. М.В. Ломоносова, Москва

Методы снижения турбулентного трения в пристенных течениях, на которых сконцентрировано данное исследование, имеют своей целью разрушение цикла производства турбулентности. Расположение на поверхности ребер с оптимальными высотой и интервалом между ними ограничивает боковые флуктуации в пристенном слое и приводит к снижению сопротивления до 6-8%. Поперечные колебания обтекаемой поверхности могут уменьшать сопротивление до 50%, разрушая пространственную согласованность между пристенными структурами. Однако, из-за потерь на преодоление бокового трения общий энергетический выигрыш не превышает нескольких процентов. Оснащение осциллирующей стенки ребрами, передающими колебания от стенки в поток, может быть энергетически выгодным.

Рассматривается течение вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале (рис.1). Течение описывается уравнениями Навье-Стокса и неразрывности и вызывается приложенным градиентом давления, который выбирается в каждый момент времени таким образом, чтобы обеспечить постоянство расхода жидкости.

Рассматривается модель т.н. «открытого» канала. Эта модель заменяет рассмотрение полного канала рассмотрением только его половины. Таким образом, одна из стенок «открытого» канала не является твердой поверхностью. На ней устанавливаются специальные граничные условия: условие отсутствия касательных напряжений и условие непротекания. На боковых и торцевых стенах канала установлены условия периодичности, а на нижней – условие прилипания. Ребра располагаются на нижней стенке канала и являются узкими прямоугольными вертикальными стенками. Симуляция ребер произведена с использованием метода виртуальных границ [1].

Используется следующий вычислительный алгоритм: конечно-разностная схема 2-ого порядка точности по пространственным переменным и полуяявленный метод Рунге-Кутты 3-его порядка точности по времени [2].

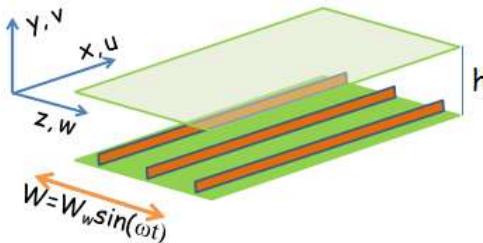


Рис. 1 Область течения

При описании пристенных турбулентных течений удобно выражать величины через пристенные масштабы скорости  $u_\tau = (\tau_w / \rho)^{1/2}$  и длины  $l_\tau = v / u_\tau$ . В определение  $u_\tau$  входит среднее напряжение вязкого трения на стенке  $\tau_w$ , поэтому  $u_\tau, l_\tau$  еще называют *вязкими масштабами*. Величина  $\tau_w$  в каждой точке на стенке может быть определена только по результатам проведенного расчета, как среднее от  $v\rho(\partial u / \partial y)$ . Сводка геометрических и сеточных параметров приведена в таблице 1. Сетка в направлении Y сгущена в сторону стенки. Сетка в направлении Z сгущена к каждому ребру. Величины с верхним индексом «+» нормированы с использованием вязких масштабов.

Таблица 1

Размеры расчетной области (Xmax, Ymax, Zmax):	10.0h, h, 2.4889h
Число узлов ( $N_x \times N_y \times N_z$ ):	$128 \times 96 \times 256$
$d_x^+$	14
$d_y^+, \min d_y^+, \max$	0.36, 3.59
$d_z^+, \min d_z^+, \max$	1.22, 2.50
$W_w^+$	4.5
$\omega^+$	0.3876
$Re_b = 2h \cdot u_b / v$	4200
$Re_\tau = 2h \cdot u_\tau / v$	180

Интегрирование по времени продолжается до установления средних характеристик. Получаемые результаты считаются удовлетворительными, они меняются в пределах 1%. В таблице 2 приведены резуль-

таты расчетов. Величина  $P$  характеризует баланс мощности сил давления, необходимых для поддержания постоянного расхода, и мощности сил трения. В некоторой степени  $P$  может характеризовать величину снижения турбулентного трения.

**Таблица 2**

Условие течения	$P$
Гладкая стенка	1.2472E-03
Оребренная стенка	1.1681E-03 (-6.3%)
Осциллирующая гладкая стенка	1.1338E-03 (-9.1%)
Осциллирующая оребренная стенка	1.0976E-03 (-12.0%)

Расчеты с различными комбинациями внешних параметров продолжаются с целью установления причин снижения турбулентного трения.

Работа выполнена под при финансовой поддержке РФФИ, проект 08-01-00489-а. Расчеты проводились с использованием суперкомпьютерного комплекса МГУ "Чебышев".

#### **ЛИТЕРАТУРА.**

1. E.A. Fadlun, R. Verzicco, P. Orlandi, J. Mohd-Yusof. Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations. Journal of Comp. Phys., 2000, 161, 35-60.
2. N. V. Nikitin. Finite-difference method for incompressible Navier-Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates. Journal of Comp. Phys., 2006, 217(2), 759-781.

#### **«КВАЗИКУПЕРОВСКИЕ» 3D-ЦИКЛОНЫ ВЫСИКАЙЛО В МЕЗО- И МАКРОМИРАХ**

Высикайло Ф.И.  
ФГБНУ ТИСНУМ, г. Троицк

Обычно взаимодействие циклона и антициклона рассматривается как взаимодействие 2D-структур (рис. 1 А), приводящее к возникновению кумулятивных струй. Обобщив задачи Кеплера (о вращении тел в центральном 2D-поле вокруг аттрактора), Забабахина (о 2D-сходящейся вращающейся жидкой оболочке) и Лаврентьева-Арцимовича (о магнитных 3D-зеркалах) автор доказал на базе модели кумулятивно-диссипативных 3D-структур (3D-КДС), что энергия гравитации может

эффективно (до 100%) переходить в кинетическую энергию вращения «квазиуперовского» 3D-би-циклона (в области перетяжки циклона). Противоположности (в рамках классической физики) в развитой «квазиуперовской» 3D-КДС развиваются и усиливают друг друга. Анализируется модель вкручивающихся друг в друга (интерферирующих) циклонических и антициклонических потоков ( $\mathbf{p}^{\uparrow}$ ,  $-\mathbf{p}^{\downarrow}$ ), формирующих обобщенный «квазиуперовский» 3D-бициклон (3D-циклон-антициклон Высикайло) в одной ячейке. Топологический заряд такого бициклиона близок к нулю. Конвективные потоки и циклонические и антициклонические кумулируют к одному центру в области перетяжки циклона (рис. 2). Рассмотрены два примера: 1) тропический циклон (ТЦ) и 2) задача об аккреции массы на квантовую звезду в точке либрации  $L_1$  в тесной двойной системе звезд. Формирование вращающихся спиральных пульсирующих бициклонов, в этих случаях эффективно соглашается моменты количества движения (МКД) двух подструктур и тем обеспечивает усиление как процессов кумуляции и трансформации массы сходящихся энергомассовоимпульсных потоков (ЭМИП), так и усиление процессов диссипативных из-за усиления вращения. **Поэтому продвижение к неограниченной кумуляции в 3D-КДС возможно!** Система или каскад скачков параметров (скорости, температуры, влажности и др.) – основная особенность *спиральных стратифицированных КДС*.

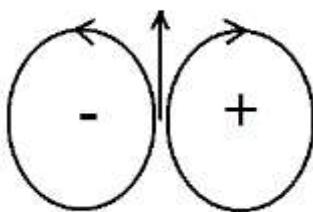


Рис. 1 А.

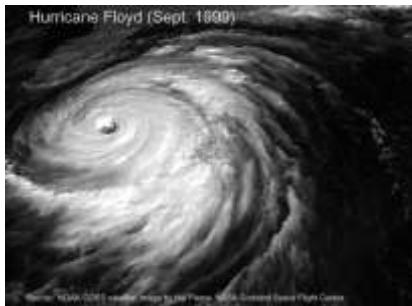


Рис. 1 Б.

Для развитой структуры типа циклон, с развитыми антициклоническими потоками, можно оценить максимально возможную скорость вращения воздушных масс (из баланса потенциальной гравитационной энергии и энергии вращения):

$$V_t \approx (2KHg)^{0.5}, \quad (1)$$

где  $H$  – высота бициклона, с которой падает холодный воздух верхних слоев тропосферы,  $g$  – ускорение силы тяжести Земли,  $K$  – учитывает разность плотностей верхних ( $\rho_1$ ) и нижних слоев ( $\rho_0$ ) тропосферы ( $\rho_0/\rho_1 \approx 3$ ).  $V_t$ , обусловленная гравитационной энергией, может достигать в области перетяжки би-циклона (для  $H = 12$  км) огромного значения, более 300 м/с (без учета диссипации), что соответствует энергии более чем в 2 раза больше энергии паров воды. Кумулятивная вязкость по обмену моментами количества движения между циклоническими и антициклоническими потоками, в таких бициклонических 3D-КДС, из-за кумуляции и глубокого проникновения противоположных потоков друг в друга, может увеличиваться в огромное число раз.

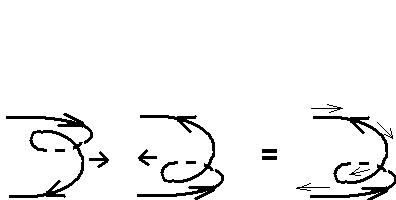


Рис. 2а

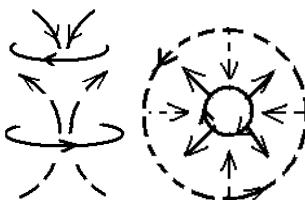


Рис. 2б

Рис. 2в

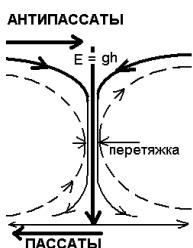


Рис. 2г



Рис. 2д

Рис. 2. Спиральная архитектура со-организовавшихся циклонических и антициклонических течений в 3D-«квазиуперовский» циклон. а) и б) виды сбоку, в центре формируется перетяжка циклонических и антициклонических течений, в которой происходит взаимное согласование циклонических и антициклонических течений; в) вид конвективных кумулирующих и диссирирующих течений сверху, г) схема формирования 3D-бициклона и глаза атTRACTора на поверхности Земли.

# ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ НА ПОРОГ КОНВЕКТИВНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ

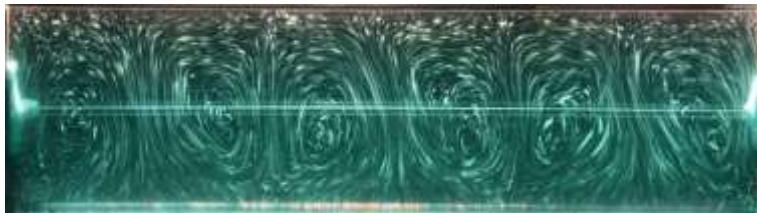
А.А. Вяткин, В.Г. Козлов, Р.Р. Сабиров

Пермский государственный педагогический университет, Пермь

Интерес к вибрационной тепловой конвекции во вращающихся системах определяется важной проблемой влияния массивных естественных спутников на процессы в ядрах и атмосферах планет. Характерно, что сила Кориолиса действует не только на осредненные конвективные течения, но и на вызванные внешним силовым полем колебания жидкости во вращающейся системе, изменяя, таким образом, сам механизм вибрационной тепловой конвекции [1]. Важным безразмерным параметром является отношение частоты вращения  $\Omega$  к частоте осцилляций силового поля во вращающейся системе  $\Omega_{osc}$ . Интересен частный случай  $\Omega/\Omega_{osc} = 1$ , когда осцилляции силового поля происходят с частотой вращения. Речь идет об осредненной тепловой конвекции, возбуждаемой статическим внешним силовым полем в полости, вращающейся вокруг нормальной полюсной оси. Примером является конвекция в полости, вращающейся в поле силы тяжести вокруг горизонтальной оси [2,3].

В данной работе экспериментально исследуется конвекция вязкой жидкости с внутренними источниками тепла в горизонтальном цилиндре, вращающемся вокруг собственной оси. Рабочая полость образована плексигласовым цилиндром, закрытым с торцов капролоновыми фланцами, на внутренние стороны которых крепятся медные электроды. Длина полости составляет  $l = 170$  мм, диаметр –  $d = 36$  мм. В качестве рабочей жидкости используется дистиллированная вода или водоглицериновый раствор с массовой долей глицерина, которая вартируется в диапазоне 25 - 50 %. Внутреннее тепловыделение обеспечивается пропусканием через жидкость переменного тока. Внешняя граница цилиндра поддерживается при постоянной температуре. Термовые измерения проводятся в центре полости и на ее цилиндрической стенке.

В поле центробежной силы инерции при быстром вращении жидкость находится в устойчивом квазиравновесном состоянии - распределение температуры стационарно, осесимметрично и имеет максимум в центре полости. При понижении скорости вращения пороговым образом возникает конвективное течение в виде вихревых ячеек (см. рисунок), периодически расположенных вдоль оси.



Показано, что конвекция жидкости определяется действием термо-вибрационного механизма и характеризуется модифицированным вибрационным параметром, центробежным числом Рэлея и безразмерной скоростью вращения. В надкритической области параметров обнаружены несколько режимов конвекции: стационарный вихревой, колебательный (колебания связаны с периодической перестройкой конвективных структур), квазистационарный гравитационный. Последний наблюдается при очень медленном вращении.

Изучены пороги и режимы конвекции в широком интервале безразмерной скорости вращения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. В.Г. Козлов. Вибрационная конвекция во вращающихся полостях. Изв. РАН. МЖГ, 2004, № 1, С. 5–14.
2. А.А. Иванова, В.Г. Козлов, В.В. Рылова. Тепловая конвекция в плоском слое, вращающемся вокруг горизонтальной оси. Изв. РАН. МЖГ, 2003, № 1, С. 12–21.
3. А.А. Вяткин, А.А. Иванова, В.Г. Козлов. Конвективная устойчивость неизотермической жидкости во вращающемся горизонтальном коаксиальном зазоре. Изв. РАН. МЖГ, 2010, № 1, С. 12-21.

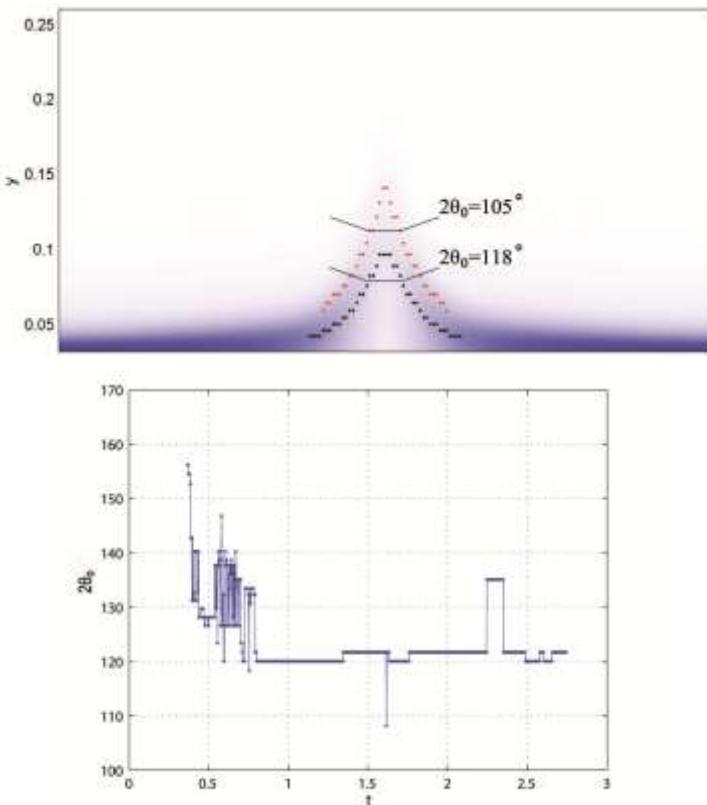
### ОБ АВТОМОДЕЛЬНОМ ПОВЕДЕНИИ РЕШЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ОСОБЕННОСТЕЙ СИСТЕМЫ НЕРНСТА-ПЛАНКА-ПУАССОНА-СТОКСА

Г.С. Ганченко, М.М. Сажин

Кубанский государственный университет, Краснодар

Численное решение двумерной системы уравнений Нернста-Планка-Пуассона-Стокса вблизи поверхности, непроницаемой для ани-

онов (например, мембранны или электрода) [1-3] в случае электрического поля, направленного ортогонально этой поверхности, показало образование когерентных структур, которые для плотности заряда имеют характерную форму заостренных шипов (см. доклад [3]). Как было выяснено, большая плотность заряда в сочетании с большой напряженностью электрического поля в окрестности заострения шипов приводит к сильному выталкиванию жидкости из шипов и в конечном итоге к образованию электроконвективных валов и инициирования режима сверхпределных токов.



На рисунке (сверху) изображен типичный профиль шипа, где более темные места соответствуют большим значениям плотности заряда. Резкая граница между зоной пространственного заряда и нейтральной зоной в

области шипа заканчивается поверхностью типа клина с некоторым углом  $2\theta_0 = 105^\circ - 118^\circ$  между образующими. На рисунке снизу показано как меняется угол от времени в одном из типичных расчетов. Если отбросить начальные времена установления, видно, что угол практически не зависит от момента эволюции и примерно равен  $120^\circ$ . Более того, как показал анализ наших расчетов, угол  $2\theta_0$  оставался постоянным, не зависящим от параметров задачи в широком их диапазоне!

Данный факт в совокупности с важностью найденных когерентных структур для возникновения сверхкритических токов побудил провести подробное исследование шипов в окрестности острых точек. В [4] была выведена упрощенная система уравнений, описывающих решение в пределе малого числа Дебая и малого коэффициента сцепления гидродинамики и электростатики. В этом пределе граница между зоной пространственного заряда и диффузионной областью является точной и описывается краевой задачей (6) в [4]. Решение в окрестности клина предполагается автомодельным. Квадратичная нелинейность (6) позволяет искать решение как в полярных координатах (клип, двумерная задача), так и в сферических координатах (конус, трехмерная задача) в виде  $r^\lambda \cdot f(\theta)$ , где  $\lambda$  и  $f$  являются соответственно собственным значением и собственной функцией (6). В процессе решения этой нелинейной задачи на собственные значения также находился угол  $2\theta_0$ . Для клина он оказался равным  $110.2^\circ$ , очень хорошо совпадая с найденным в вышеописанных численных экспериментах. Для конуса  $2\theta_0 = 90.3^\circ$  (численные эксперименты по трехмерным режимам пока отсутствуют). Интересно сравнение с совершенно другой задачей, имеющей автомодельную особенность – конусом Тейлора [5], угол конуса  $98.6^\circ$ .

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 11-08-00480-а, 11-01-96505\_р\_юг\_ц).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. V.S. Shelistov, N.V. Nikitin, G.S. Ganchenko, and E.A. Demekhin. Numerical Modeling of Electrokinetic Instability in Semipermeable Membranes // Doklady Physics, 2011. Vol. 440, No. 5, pp. 625–630.
2. E.A. Demekhin, V.S. Shelistov, and S.V. Polyanskikh. Linear and nonlinear evolution and diffusion layer selection in electrokinetic instability // Physical Review E **84**, 036318 (2011).

3. В.С.Шелистов, Н.В. Никитин, А.В. Петров, Е.А. Демехин. Электрокинетическая неустойчивость вблизи поверхностей с избирательными электрическими свойствами (НЕЗАТЕГИУС, 2012).
4. Е.Н. Калайдин, Т.К. Тугуз, Е.А. Демехин Об асимптотическом решении системы Нернста-Планка-Пуассона-Стокса около поверхностей с избирательными свойствами (представлено в ДАН).
5. G. I. Taylor. Disintegration of water drops in an electric field // Proc. Roy. Soc. (London) 280, 383 (1964).

## **ВОЗНИКНОВЕНИЕ НОВОЙ ТРЁХУДАРНОЙ КОНФИГУРАЦИИ В СТАЦИОНАРНОМ СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ**

Л.Г. Гвоздева, С.А. Гавренков

Объединенный институт высоких температур РАН (ОИВТ РАН),  
Москва

В докладе излагаются расчёты подтверждающие гипотезу о возникновении новой волновой картины течения в стационарном сверхзвуковом потоке вследствие появления отрицательного угла отражения в трёхударной конфигурации [1]. Трехударные конфигурации являются основой для построения как внешней, так и внутренней аэродинамики. Такие конфигурации, например, определяют волновую картину в воздухозаборниках летательных аппаратов и структуру струи, вытекающей из сопла [2].

Считается, что тройная конфигурация имеет вид только такой, как на рисунках 1 (а), когда отражённая волна направлена вверх от направления движения падающего потока ( $\omega_2 > 0$ ) [3]. Далее такую конфигурацию будем называть тройной конфигурацией с положительным углом отражения. В работе показано, что в реальных газах существуют конфигурации с отрицательным углом отражения ( $\omega_2 < 0$ ), когда для сильных ударных волн возникают физико-химические превращения, показатель адиабаты  $\gamma$  уменьшается, а сжимаемость газа сильно увеличивается.

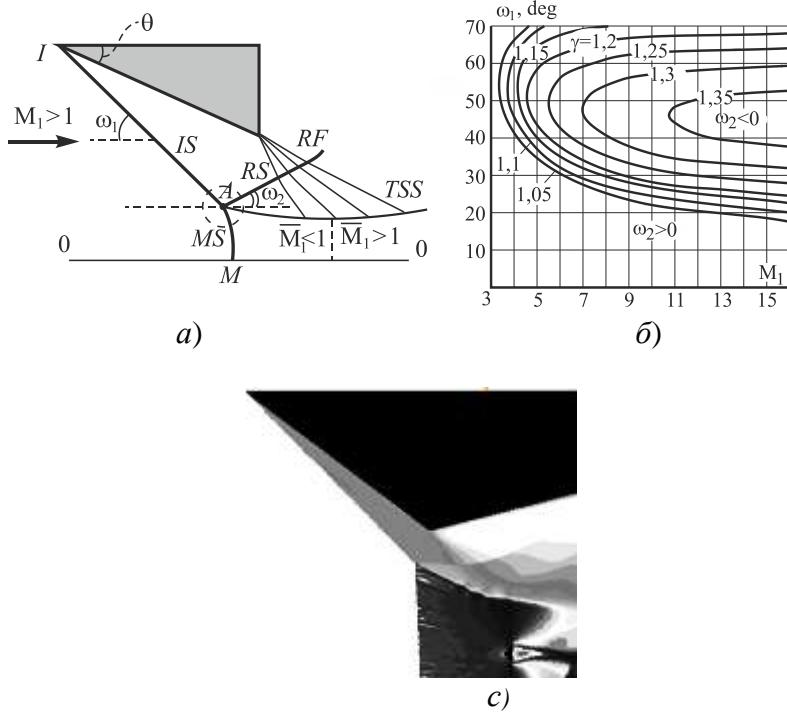


Рисунок 1

Расположение волн в трёхударной конфигурации зависит от начального числа Маха  $M_1$  сверхзвукового потока, угла падения  $\omega_1$  и отношения удельных теплоёмкостей в газе  $\gamma$ . Для сильных ударных волн углы в конфигурации определяются аналитически методом ударных поляр. В работе определены границы режимов с отрицательным углом отражения, в широком диапазоне начальных параметров газа. График областей существования отрицательного угла приведён на рисунке 1 (б). Угол  $\omega_2$  становится отрицательным при значениях параметров, находящихся внутри соответствующих кривых.

Для  $\gamma \geq 1,4$  существование отрицательного угла невозможно. Именно поэтому до сих пор конфигурации с отрицательным углом отражения не наблюдались, так как эксперименты проводились в аэродинамических трубах, где рабочим газом является воздух с  $\gamma = 1,4$ . Получение и исследование конфигураций с отрицательным углом возможно только численными методами.

В работе для исследования был применён программный продукт STAR-CCM+ v. 5.02. В программе заложен метод осреднения уравнений Навье-Стокса (RANS — Reynolds-averaged Navier-Stokes). В качестве модельной принята задача об отражении ударной волны от плоскости симметрии при взаимодействии скачков уплотнения, генерируемых двумя помещёнными в сверхзвуковой поток симметричными клиньями. Предварительно проведена верификация расчётной программы, получено хорошее совпадение с экспериментом. Численно получена устойчивая конфигурация с отрицательным углом отражения при малом значении отрицательного угла ( $M_1=10$ ,  $\gamma = 1,3$ ,  $w_2 = -3^\circ$ ). Картина течения представлена на рисунке 1 (с).

Таким образом, в стационарном сверхзвуковом потоке в реальном газе, кроме известных видов отражения регулярного и нерегулярного с положительным углом отражения, существует ещё нерегулярное отражение с отрицательным углом. При больших значениях отрицательного угла будет происходить перестройка всего поля течения, что, возможно, приведёт к появлению колебательных режимов.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Gvozdeva L. G. // Conditions of instability of three shock configuration in steady flows. ISIS 19, Moscow, 2010.
2. Чёрный Г.Г. // Газовая динамика. М.: Гос. Изд-во физико-матем. литературы 1988, с. 424.
3. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов. В 10 т. Т.VI. Гидродинамика. — 5-е изд., стереот. — М.: ФИЗМАЛИТ, 2001. — 736 с.

## ВЛИЯНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ НА НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СВОБОДНЫХ СЛОЁВ СМЕШЕНИЯ

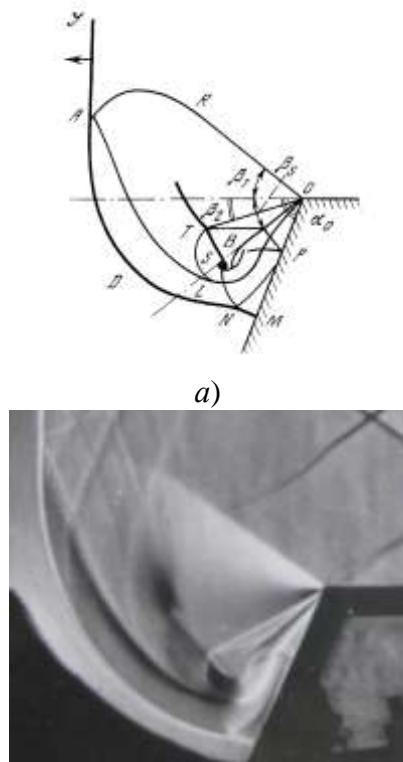
Л.Г. Гвоздева, С.А. Гавренков

Объединенный институт высоких температур  
РАН (ОИВТ РАН), Москва

Экспериментальные исследования слоёв смешения обычно проводятся в аэродинамических установках, которые работают на воздухе с показателем адиабаты  $\gamma=1,4$ . Практический интерес представляют исследования в газах с более низким отношением теплоёмкостей, например, для продуктов сгорания. Такие эксперименты можно провести в ударных трубах, где слои смешения появляются в конфигурациях при

отражении ударных волн и при дифракции ударных волн на плоских клиньях. В обоих случаях возникают слои смешения двух потоков, текущих параллельно с разными скоростями и температурами.

В настоящей работе анализируются эксперименты по свободным слоям смешения, возникающим при взаимодействии ударных волн с плоскими клиньями [1].



a)



б)



с)

Рисунок 1

Например, при дифракции ударной волны на плоском выпуклом клине возникает следующая сложная картина течения, которая представлена на рисунке 1 (а). Здесь: IA — падающая волна; AM — дифрагированная часть волны; AL — контактная поверхность; TS — волна торможения; OR и OT — первая и последняя характеристики веера Прандтля — Майера. Вследствие взаимодействия волны торможения с пограничным слоем происходит отрыв потока на вершине угла и формируется свободный слой смешения OS. Этот слой смешения неустойчив, он сворачивается в систему вихрей, кроме того, весь слой сворачивается в большой вихрь определяемой общей картиной отрыва потока. В экспериментах чётко видно резкое отличие поведения слоёв смешения в воздухе с  $\gamma = 1,4$  (рис. 1 б) и во фреоне с  $\gamma = 1,18$  (рис. 1 с). Неустойчивость слоя смешения во фреоне выражена более заметно.

Такая же зависимость проявляется при анализе экспериментов по нерегулярному отражению ударных волн от плоского клина. Контактные поверхности в тройных конфигурациях гораздо более неустойчивы в газах с низким показателем адиабаты. Это также сказывается на структуре потока за падающей ударной волной. Структура потока определяется при распространении ударной волны последовательными маховскими отражениями, которые возникают на мельчайших шероховатостях стенки. В получающихся тройных конфигурациях контактные поверхности являются свободными слоями смешения. Во фреоне и в углекислом газе эти свободные слои смешения менее устойчивы, чем в азоте и в воздухе.

Для обработки экспериментов определялись начальные параметры на слое смешения. Для этого была использована трёхударная теория. По начальному числу Маха ударной волны  $M_1$ , углу  $\omega_1$  (определенному экспериментально), начальным параметрам  $P_0$ ,  $T_0$ , и функциям  $\mu = f(P, T)$ ,  $h = f(P, T)$  находились определяющие параметры для свободного слоя смешения, а именно отношения  $U_2/U_1$ , и  $(\rho^2 v_2 / \rho^2 v_1)^{1/2}$  [2]. Расчёты подтвердили зависимость параметров, определяющие смешение, от показателя адиабаты  $\gamma$ .

Таким образом, в работе показано, что свободные слои смешения можно воспроизвести в ударной трубе путём создания волновых картин нерегулярного отражения при взаимодействии ударной волны с плоским клином и при дифракции ударной волны на плоском клине. Визуализация этих процессов показывает, что неустойчивость свободных слоёв смешения гораздо более ярко выражена в газах с более низким показателем адиабаты  $\gamma$ .

## ЛИТЕРАТУРА.

1. Баженова Т.В., Гвоздева Л.Г. Нестационарные взаимодействия ударных волн. М.: Наука, 1977. - 274 с.
2. Дж. Бэтчелор // Введение в динамику жидкости, перевод с английского В.П. Вахомчика и А.С. Попова, под редакцией Г.Ю. Степанова. М.: Мир, 1973.

## ПЕРЕМЕЖАЮЩИЙСЯ СЛЕД РЯДА ЦИЛИНДРОВ: ЭКСПЕРИМЕНТ И ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ

Г.В. Гембаржевский

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Проведено сравнительное исследование следа за рядом параллельных круговых цилиндров. Сравнивались, во-первых, плазменное (в режиме несамостоятельного тлеющего разряда) и соответствующее эталонное газовое течение; во вторых, проводилось сопоставление характеристик следов за тремя и двумя цилиндрами. Для цилиндров малого аспектного отношения  $H/D \sim 3,5$  найдена область параметров: шаг цилиндров в ряду  $T = L/D \sim 2,2$ , число Рейнольдса потока  $Re \sim 1000-1500$ , где в режиме перемежающегося турбулентного течения существуют различные глобальные стационарные моды следа. Экспериментально обнаружено «частотно-разнонаправленное» влияние тлеющего разряда

на выживаемость мод: для следа за двумя цилиндрами включение разряда повышает вероятность осуществления гидродинамической моды следа со сравнительно низкочастотными квазигармоническими пульсациями. А для следа за тремя цилиндрами, наоборот, переход от газового к соответствующему плазменному течению увеличивает вероятность осуществления сравнительно высокочастотной моды. Эффект носит пороговый характер с критической погонной плотностью тока на катоде  $j \sim 1$  A / m.

Для объяснения частотно-разнонаправленного эффекта разряда необходимо провести отождествление наблюдаемых (в виде спектральных пиков скорости) мод течения. В отсутствие прямой визуализации течения остается воспользоваться той или иной моделью течения. Соответственно, была развита простейшая одномерная модель следа в форме связанных осцилляторов Ван-дер-Поля [1, 2, 3]. Применение метода медленных амплитуд ( $\rho, r, q$ ) и фаз ( $\theta, \psi, \varphi$ ) (Крылова-Боголюбова) дает (в линейном приближении по малой  $\varepsilon$ ) следующие уравнения для амплитуд моды синфазной синхронизации  $\rho$  (1), моды противофазной синхронизации  $r$  (2) и моды зеркальной симметрии  $q$  (3), соответственно:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} - \frac{\varepsilon}{2(1+\sqrt{2}C)} \left\{ \rho \left[ 1 - \frac{(3+4\lambda)}{128} (\rho^2 + 2r^2) - \frac{(1+2\lambda)}{16} q^2 \right] + \right. \\ \left. + \frac{r q^2 [\omega_\pi (1-2\lambda) - 2]}{32 \omega_0} \cos \gamma \right\} = h_\rho \quad (1)$$

$$\frac{\partial r}{\partial \tau} - \frac{\varepsilon}{2(1-\sqrt{2}C)} \left\{ r \left[ 1 - \frac{(3+4\lambda)}{128} (r^2 + 2\rho^2) - \frac{(1+2\lambda)}{16} q^2 \right] + \right. \\ \left. + \frac{\rho q^2 [\omega_0 (1-2\lambda) - 2]}{32 \omega_\pi} \cos \gamma \right\} = h_r \quad (2)$$

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} - \frac{\varepsilon}{2} \left\{ q \left[ 1 - \frac{(1+2\lambda)}{32} (\rho^2 + r^2) - \frac{1}{16} q^2 \right] + \right. \\ \left. + \frac{q \rho r [1-2\lambda - \omega_\pi - \omega_0]}{32} \cos \gamma \right\} = h_q \quad (3)$$

$$\gamma = \theta + \psi - 2\varphi + (\omega_0 + \omega_\pi - 2)\tau \quad (4)$$

Здесь правые части уравнений  $h_i$  это - случайные силы – источник перемежаемости следа. Два из трех параметров модели  $\varepsilon \sim 0,3$  и  $C \sim -0,2$  были непосредственно определены по осцилограммам и

спектрограмм пульсаций скорости (причем малость параметра  $\varepsilon$  позволила воспользоваться уравнениями первого приближения метода медленных амплитуд и фаз). В соответствии с моделью глобальная мода зеркальной симметрии устойчива при условии

$$\lambda > \frac{[(1/\omega_\pi) + (1/\omega_0) - 1] + \sqrt{[(1/\omega_\pi) + (1/\omega_0) - 1]^2 + 12[(1/\omega_\pi) - 0,5][(1/\omega_0) - 0,5]}}{6} \quad (5)$$

Отметим, что в эксперименте не удалось наблюдать спектральный пик моды зеркальной симметрии, что согласуется с «жесткостью» условия устойчивости этой моды (5).

Обнаруженный эффект влияния разряда на перемежаемость следа объясняется заметным энерговкладом разряда в поток в зоне формирования следа (на длине застойной зоны за цилиндром). Соответственно, при умеренной «стесненности» течения за двумя цилиндрами, расширение дорожек Кармана (вызванное включением разряда) увеличивает вероятность одновременного срыва вихрей противоположного знака с внутренних (соседних) плеч двух цилиндров, то есть увеличивает относительную вероятность выживания моды противофазной синхронизации дорожек Кармана. Напротив, в случае следа за тремя цилиндрами (еще более стесненного течения), включение разряда приводит к снижению вероятности выживания моды противофазной синхронизации из-за погашения сблизившихся вихрей противоположного знака из соседних дорожек Кармана за цилиндрами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 09-01-00845.

#### ЛИТЕРАТУРА.

- 1.Гиневский А.С., Ланда П.С. Известия вузов. ПНД 1995, т. 3. №2, с. 42-59
- 2.Гембаржевский Г.В. Письма в ЖТФ 2009, т.35, вып. 5, с. 95-102
- 3.Gembarzhevskii G.V. Contributed papers of VI Int.conf. "Plasma Physics and Plasma Technology", Minsk 2009, v.1, p.27-30

# СЕЛЕКЦИЯ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СЕМЕЙСТВА В ЗАДАЧЕ ПЛОСКОЙ ФИЛЬТРАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ

В.Н. Говорухин, И.В. Шевченко

Южный федеральный университет, г.Ростов-на-Дону

Рассматриваемая задача фильтрационной конвекции обладает ко-  
симметрией [1], и, как следствие, в ней происходят специфические би-  
фуркационные явления и нетривиальная динамика. При потере устойчи-  
вости состоянием покоя возникает однопараметрическое семейство ста-  
ционарных режимов [2]. При малых надкритичностях все режимы се-  
мейства нейтральны в касательном к семейству направлении, и асимпто-  
тически устойчивы в трансверсальных направлениях, а семейство явля-  
ется глобально устойчивым [1]. При этом все стационарные режимы се-  
мейства индивидуальны -- у каждого свой спектр устойчивости, различ-  
ные физические характеристики. В [3,4] показано, что разница в физиче-  
ских характеристиках режимов особенно существенна в вытянутых по  
вертикали контейнерах. При существовании нескольких устойчивых  
стационарных режимов, возникают естественные и важные вопросы се-  
лекции: какой из стационарных режимов будет реализовываться в экспе-  
риментах; как этот процесс зависит от начального состояния жидкости;  
какими факторами определяется вероятность реализации режимов; воз-  
можно ли управления селекцией. Изучение механизмов селекции в ко-  
симметрических системах началось в [5]. Оказалось, что в трехмерной  
абстрактной модели фильтрационной конвекции из удаленных от цикла  
равновесий начальных точек отбирается окрестность единственного  
равновесия, а из близких к нулевому равновесию точек равновероятна  
реализация двух режимов.

В докладе представлены результаты численного исследования се-  
лекции режимов, принадлежащих глобально устойчивому однопарамет-  
трическому семейству. Рассматривается прямоугольный контейнер  $D$ .  
заполненный пористой средой и насыщенный жидкостью. Математиче-  
ская формулировка задачи в терминах функции тока  $\psi$  и температуры  
 $\theta$  имеет вид:

$$\theta_t + \psi_x \theta_y - \psi_y \theta_x = \Delta \theta + \lambda \psi_x, \quad \Delta \psi = \theta_x, \quad \psi|_{\partial D} = \theta|_{\partial D} = 0$$

Анализ селекции конвективных режимов, принадлежащих одно-  
параметрическому семейству, проводились для случая, когда все семей-

ство является глобально устойчивым и имеет форму, близкую к окружности. Численные эксперименты состояли в многократном решении нестационарной начально-краевой задачи на установление при разных начальных распределениях температуры. Для решения начально-краевой задачи применялся метод Бубнова-Галеркина. При выбранных значениях параметра галеркинское приближение хорошо аппроксимирует исходную задачу даже при небольших размерностях [3,4]. Для контроля численных результатов использовалось два набора базисных функций, аппроксимации разных размерностей (от 40 до 5000) и несколько методов решения задачи Коши. Для каждого случая была построена функция распределения вероятности реализации режимов однопараметрического семейства. Полученные результаты численных экспериментов позволяют утверждать, что в рассмотренной задаче плоской фильтрационной конвекции в прямоугольном контейнере реализация стационарных конвективных режимов сильно зависит от начального состояния жидкости. При начальных данных, близких к состоянию покоя, отбираются окрестности двух из бесконечного числа режимов семейства. Окрестности двух других режимов реализуются при высоких начальных температурах жидкости. В промежуточных ситуациях установление любого из бесконечного числа стационарных режимов практически равновероятно. Механизм такого отбора конвективных режимов обусловлен структурой фазового пространства соответствующей динамической системы. Можно предположить, что и в физических экспериментах картина селекции стационарных режимов будет схожа с наблюдавшейся в вычислениях.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект 11-01-00708).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Юдович Косимметрия, вырождение решений операторных уравнений, возникновение фильтрационной конвекции. Математические заметки. 1991. Т.49. вып.5. с.142-148.
2. Д.В. Любимов. О конвективных движениях в пористой среде, подогреваемой снизу. ПМТФ. 1975. №2. с.131-137.
3. В.Н. Говорухин. Анализ семейств вторичных стационарных режимов в задаче плоской фильтрационной конвекции в прямоугольном контейнере. Изв. РАН. МЖГ. 1999. №5. с.53-62.
4. В.Н. Говорухин, И.В. Шевченко И.В. Численное исследование второго перехода в задаче плоской фильтрации конвекции. Изв. РАН. МЖГ. 2003. №5. с.115-128.

5. V.N. Govorukhin, V.I. Yudovich. Bifurcations and selection of equilibria in a simple cosymmetric model of filtrational convection. Chaos. 1999. V.9. N.2. 403--412.

## ЛИНЕЙНАЯ И НЕЛИНЕЙНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЙ КОЛЕБАТЕЛЬНО НЕРАВНОВЕСНЫХ ГАЗОВ

Ю.Н. Григорьев<sup>1</sup>, И.В. Ершов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск,

<sup>2</sup> Новосибирский государственный архитектурно-строительный  
университет (Сибстрин), Новосибирск

В докладе рассматривается линейная и нелинейная устойчивость сдвиговых течений колебательно неравновесного двухатомного газа. Математической моделью таких течений служит система уравнений двухтемпературной аэрогидродинамики, которая включает в себя систему уравнений Навье-Стокса сжимаемого газа и уравнение Ландау-Теллера, описывающее релаксацию колебательных мод в терминах колебательной температуры потока. Уравнения двухтемпературной газовой динамики получаются из нее занулением всех коэффициентов молекулярного переноса.

Устойчивость невязких сдвиговых течений рассматривалась в [1] на основе линеаризованной системы двухтемпературной газовой динамики. Изучена устойчивость течений относительно плоских волн  $q \propto \exp[i\alpha(x - ct)]$ , где  $\alpha > 0$  – вещественное волновое число;  $c = c_r + i c_i$  – комплексная фазовая скорость. Для функции давления получено самосопряженное уравнение вида

$$[W^{2(n-1)} H'] + [\alpha^2 (m^2 M^2 - W^{-2}) W^{2n} + n W^n (W^{n-3} W')'] = 0,$$

$$W = U - c, p = H W^n.$$

При  $n = 0$  из его квадратичной формы следует первое условие Рэлея, необходимое для развития неустойчивости:  $U_{\min} \leq c_r \leq U_{\max}$ . При некотором дополнительном ограничении на ее основе доказывается теорема Ховарда о полукруге, ограничивающем фазовую скорость развивающейся неустойчивости неравенством  $[c_r - (U_{\min} + U_{\max})/2]^2 + c_i^2 \leq [(U_{\max} - U_{\min})/2]^2$ . При  $n = 1$  получается соотношение, обобщающее на случай колебательно-возбужденного газа известное условие Рэлея о необходимости точки перегиба на

профиле скорости для развития инерционной неустойчивости. При  $n = 0$  рассчитывались также инкременты нарастания возмущений для профиля скорости  $U = \text{th } y$ . Показано, что релаксация, подобно сжимаемости, понижает инкременты нарастания неустойчивых мод.

Для оценки прямого вклада релаксации в изменение критического числа Рейнольдса ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) использовалась энергетическая теория нелинейной устойчивости, распространенная авторами на случай колебательно-возбужденных течений в [3,4]. На ее основе аналитически и численно решена вариационная задача о минимальном числе Рейнольдса  $\text{Re}_{cr}$  ЛТП в течении Куттга. В длинноволновом приближении получено асимптотическое решение. Во всем диапазоне изменения волновых чисел возмущений спектр чисел Рейнольдса рассчитывался методом коллокаций с использование QZ-алгоритма. Показано, что минимальные значения  $\text{Re}_{cr}$  достигаются на продольных модах. Возрастание степени неравновесности колебательной энергии и времени колебательной релаксации в диапазонах, реальных для двухатомных газов, при фиксированных числах Маха потока и объемной вязкости приводит к росту значений критических чисел Рейнольдса  $\text{Re}_{cr}$  в 2,5 - 3 раза. Увеличение числа Маха и объемной вязкости также приводит к возрастанию значений критических чисел Рейнольдса. В [4] для закритических чисел Рейнольдса на основе численного моделирования исследовано влияние колебательной релаксации на полный цикл развития неустойчивости Кельвина-Гельмольца вплоть до формирования и последующей диссипации структуры «cat's-eye». Результаты показывают, что в пределах уровней возмущений, рассматривавшихся в расчетах  $\text{Re}_{cr}$ , скорость диссипации турбулентной энергии для двухатомных газов может возрасти на 10 – 15 %.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 11-01-00064).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.Н. Григорьев, И.В. Ершов. Линейная устойчивость невязкого сдвигового течения колебательно возбужденного двухатомного газа // ПММ, 2011, т. 45, вып. 4, с. 581-593.
2. Ю.Н. Григорьев, И.В. Ершов. Устойчивость течений колебательно возбужденных газов. Энергетический подход // Вестник Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, МЖГ, 2011, № 4 (3), с. 735-737.

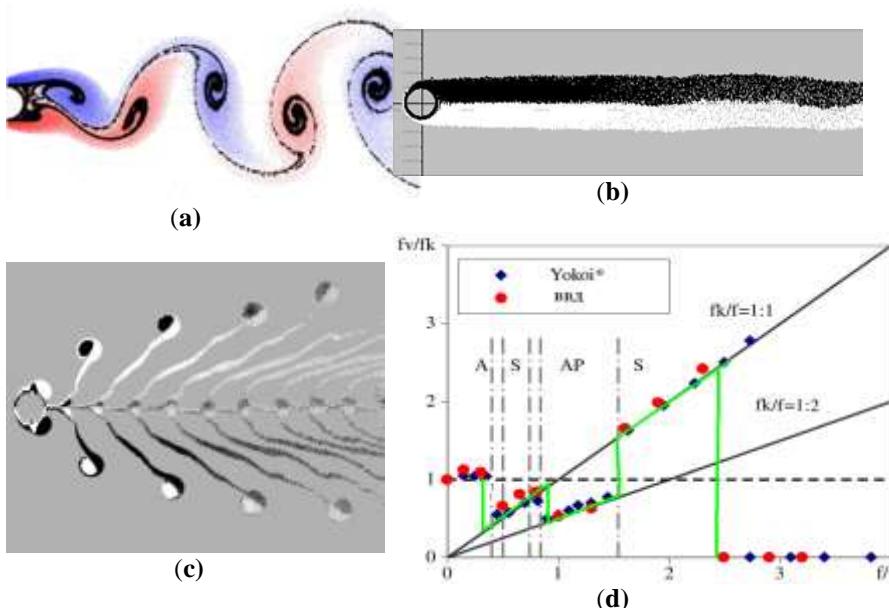
3. Ю.Н. Григорьев, И.В. Ершов. Критические числа Рейнольдса в течении Куэтта колебательно возбужденного двухатомного газа. Энергетический подход // ПМТФ, 2011. (в печати)
4. Ю.Н. Григорьев, И.В. Ершов. Диссипация вихревых возмущений в колебательно неравновесном газе // Теплофизика и аэромеханика, 2011. (в печати).

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ И НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ПРИ ОТРЫВНОМ ОБТЕКАНИИ КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ТЕЛ

С.В. Гувернюк, Г.Я. Дынникова, Т.В. Малахова  
НИИ механики МГУ, Москва

Дается краткий обзор 7-летнего опыта исследований задач нестационарной гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости с использованием авторских бессеточных методов численного моделирования (кратных вихревых цепочек, вязких вихревых доменов методы и др. [1-5]). В перечень затронутых проблем входят сопряженные задачи динамики и гидродинамики подвижных тел (авторотация, свободное движение под действием внешних силовых полей, автономное движение за счет деформирования границ); вопросы обеспечения устойчивости уловленного вихря в каверне (моделирование механизмов пассивного и активного параметрического и с обратной связью управления); гравитационная конвекция и вынужденный конвективный теплообмен при отрывном обтекании тел. Детально обсуждается влияние частоты и амплитуды вынужденных продольных, поперечных и вращательных колебаний цилиндра в неограниченном потоке вязкой несжимаемой теплопроводной жидкости на вихревую структуру ближнего следа, гидродинамическое сопротивление и теплопередачу при различных числах Рейнольдса и Прандтля.

Характерная для неподвижного цилиндра конфигурация ближнего следа в виде регулярной дорожки Кармана (**а**) по мере увеличения частоты колебаний цилиндра может трансформироваться в кардинально иные формы (**б**, **с**) и др.



Расчет [6], воспроизводящий эффект (б) практический полного угнетения дорожки Кармана при вращательных колебаниях цилиндра, до настоящего времени остается единственным примером успешного численного моделирования экспериментальных результатов [7] по стабилизации следа за счет вынужденных высокочастотных угловых осцилляций. Идентифицированы тонкие пристеночные слои знакопеременной завихренности, взаимодействие которых является основным механизмом стабилизации ближнего гидродинамического следа. Эффект стабилизации следа объясняется диффузией и аннигиляцией вихрей в этих тонких концентрических слоях знакопеременной пристеночной завихренности [6].

На примере задачи о ламинарном обтекании нагревого цилиндра при  $Re=140$  показано, что метод вязких вихре-тепловых доменов [5] позволяет качественно и количественно воспроизводить все свойства нестационарного обтекания и теплопередачи, которые были получены сеточными методами [8], с сохранением преимуществ бессеточного моделирования при решении более сложных задач о теплоотдаче от колеблющихся тел [9].

Приводятся результаты параметрического исследования влияния вынужденных колебаний на интегральные термогидравлические харак-

теристики нагретых цилиндров при различных числах Рейнольдса и Прандтля. Воспроизведены наблюдавшиеся в эксперименте [10] симметричные гидродинамические структуры (**c**), при перестройке обтекания продольно осциллирующего цилиндра, а также эффект захвата частоты (**d**). Впервые рассчитаны нестационарные нагрузки и теплопередача на резонансных и пост-резонансных режимах колебаний цилиндра.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 09-08-01190 и 10-01-00256).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Гувернюк С.В. Новые возможности вычислительных вихревых методов при моделировании нестационарных двумерных течений вязкой жидкости / Материалы междунар. конф. «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность». – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004. С. 97-102.
2. Дынникова Г.Я. Лагранжев подход к решению нестационарных уравнений Навье-Стокса // Докл. РАН. 2004. Т. 399. № 1. С. 42-46.
3. Андронов П.Р., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. Вихревые методы расчета нестационарных гидродинамических нагрузок. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2006. – 184 с.
4. Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. Моделирование обтекания колеблющегося профиля методом вязких вихревых доменов. // Изв. РАН, МЖГ, 2007. № 1. С. 3-14.
5. Дынникова Г.Я. Вихревые методы исследования нестационарных течений вязкой несжимаемой жидкости/ Автореферат докторской дисс.– М.: НИИ механики МГУ, 2011. – 31 с.
6. Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я., Дынников Я.А., Малахова Т.В. О стабилизации следа за круговым цилиндром, совершающим высокочастотные вращательные колебания // ДАН, 2010. Т. 432, № 1. С. 45-49.
7. Taneda S. Visual Observation of the Flow past a Circular Cylinder Performing a Rotary Oscillation // J. of the Physical Society of Japan, 1978. Vol. 45. No. 3. P. 1038-1043.
8. Исаев С.А., Леонтьев А.И., Кудрявцев Н.А., Баранова Т., Лысенко Д.А. Численное моделирование нестационарного теплообмена при ламинарном поперечном обтекании кругового цилиндра // ТВТ. 2005. Т. 43, № 5. С. 745-758.
9. Малахова Т.В. Численное моделирование влияния осцилляций нагретого цилиндра на его сопротивление и теплоотдачу.// Тепловые процессы в технике, 2011. № 3. С. 108–112.

10. Y. Yokoi, K. Hirao. Vortex flow around an in-line forced oscillating circular cylinder // Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. 2008. Vol. 76, № 746. Pp. 2099-2108.

## **ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЗАДАЧАХ ВНЕШНЕГО ОБТЕКАНИЯ**

В.А. Гущин, П.В. Матюшин

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

Нестационарные 2D и 3D отрывные течения жидкости очень широко распространены в природе. Понимание кинематики и динамики таких течений, а также перехода от одного режима течения к другому при изменении основных безразмерных параметров задачи, очень важно как с теоретической так и с практической точек зрения. Для решения системы уравнений Навье-Стокса, описывающих 2D и 3D течения несжимаемой вязкой жидкости, используется Метод расщепления по физическим факторам для несжимаемой жидкости (МЕРАНЖ) с явной гибридной конечноразностной схемой (второй порядок аппроксимации по пространственным переменным, минимальная схемная вязкость и дисперсия, работоспособность в широком диапазоне безразмерных параметров задачи, монотонность), построенной на основе модифицированной схемы с центральными разностями и модифицированной схемы с ориентированными разностями с локальным условием переключения, зависящим от знаков скорости, первой и второй разностей (производных) в каждом из рассматриваемых координатных направлений [1]. Расчеты проводятся на суперкомпьютерах. Численный метод МЕРАНЖ был с успехом применен для решения различных задач: 2D течения со свободной поверхностью [1]; ламинарно-турбулентный переход на 2D круговом цилиндре [2] и сфере [3]; 3D отрывные течения как однородной, так и стратифицированной несжимаемой вязкой жидкости около сферы и круглого цилиндра [4-6]; воздухо-, тепло- и массоперенос в чистых производственных помещениях. Для визуализации пространственных вихревых структур течения строились изоповерхности  $\beta$  (мнимой части комплексно-сопряженных собственных значений тензора градиента скорости) [7] и изоповерхности  $\lambda_2$  (второго собственного значения симметричного тензора, состоящего из суммы квадратов симметричной и несимметричной частей тензора градиента скорости) [8].

Если суммировать полученные результаты расчетов и данные известных экспериментов, то вырисовывается следующая картина пере-

ходных процессов в задачах внешнего обтекания однородной вязкой жидкостью. При небольших числах Рейнольдса  $Re$  осуществляется стационарное обтекание с некоторой рециркуляционной областью в следе за телом. На границе между рециркуляционной областью и внешним течением существует «вихревая оболочка» с некоторым градиентом скорости, визуализируемая при помощи  $\beta$  – и  $\lambda_2$  –визуализаций. При увеличении  $Re$  формируются нестационарные режимы течений. При дальнейшем увеличении  $Re$  турбулизуется след за телом, но вихревая оболочка остается ламинарной. Далее турбулизуется вихревая оболочка вследствие неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. Но пограничный слой на теле – ламинарный, т.е. на теле есть только линии первичного и вторичного отрывов. При дальнейшем увеличении  $Re$  вихревая оболочка следа исчезает, т.е. исчезает рециркуляционная зона, а пограничный слой турбулизуется. После первичного отрыва течения сразу наблюдается его присоединение с образование «отрывных пузырей» (вытянутых в попечном направлении), а далее – новый отрыв. Таким образом, у линии первичного отрыва происходит формирование отрывных пузырей, их дальнейший рост, снос вниз по течению и их последующая трансформация в вихревые петли следа.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 10-01-92654, 11-01-00764, 12-01-92690) и программ фундаментальных исследований Президиума РАН и Отделения математических наук РАН.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Белоцерковский О.М., Гущин В.А., Коньшин В.Н. Метод расщепления для исследования течений стратифицированной жидкости со свободной поверхностью // ЖВМ и МФ. 1987. V. 27. № 4. С. 594–609.
2. Гущин В.А., Коньшин В.Н. 1994. Нестационарные отрывные и переходные течения жидкости около тел конечных размеров // Этюды о турбулентности. М.: Наука. С.259–274.
3. Matyushin P.V., Gushchin V.A. 2007. Direct numerical simulation of the transitional separated fluid flows in the sphere wake // O. Belotserkovskii, Y. Kaneda and I. Menshov (ed.) “Investigation of hydrodynamical instability and turbulence in fundamental and technological problems by means of mathematical modeling with supercomputers” (Nagoya University Press, 241 p.) P.114–123.
4. Gushchin V.A., Kostomarov A.V., Matyushin P.V., Pavlyukova E.R. Direct Numerical Simulation of the Transitional Separated Fluid Flows Around a

- Sphere and a Circular Cylinder // Jnl. of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics. 2002. Vol. 90. № 4-5. P. 341-358.
5. Гущин В.А., Матюшин П.В. Механизмы формирования вихрей в следе за сферой при  $200 < Re < 380$  // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 5. С. 135-151.
6. Гущин В.А., Матюшин П. В. 2011. Математическое моделирование и визуализация трансформации вихревой структуры течения около сферы при увеличении степени стратификации жидкости // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. Т.51. №2. С.268–281.
7. Chong M.S., Perry A.E., Cantwell B.J. 1990. A general classification of three-dimensional flow field // Phys. Fluids. Vol.A2. No.5. P.765–777.
8. Jeong J., Hussain F. 1995. On the identification of a vortex // J. Fluid Mech. Vol.285. P.69–94.

## ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ НЕОСЕСИММЕТРИЧНОГО ПАРАШЮТА ПРИ ОБТЕКАНИИ ДОЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

М.В. Джаларова<sup>1</sup>, С.В. Леонов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>НИИ механики МГУ, Москва;

<sup>2</sup>НИИ Парашютостроения, Москва

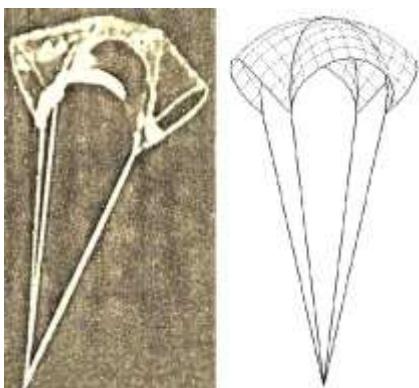
В работе приведен экспериментальный материал по исследованию влияния различной конструктивной проницаемости на аэродинамические характеристики, форму и устойчивость моделей квадратного парашюта с четырьмя стропами, изготовленными из высокомолекулярного вещества на основе полиуретана и непроницаемой ткани, имеющей нулевое значение коэффициента воздухопроницаемости  $K_{W0} = 0$ . В результате экспериментальных исследований, проведенных в аэродинамической трубе А-6 Института механики МГУ, было установлено, что парашют с непроницаемым квадратным куполом при наличии 4-х строп неустойчив в потоке. Для стабилизации моделей парашюта были рассмотрены различные варианты конструктивной проницаемости (в виде круглых отверстий).

Каждая из моделей содержала четыре стропы длиной 45 см, пришитых к углам квадрата (раскрой представлял собой квадрат со стороной  $a = 30$  см). Модели парашютов отличались величиной и расположением конструктивной проницаемости. Участок, в котором располагались отверстия, представлял собой окружность радиуса  $R = 15$  см, вписанную в квадрат. Этот участок условно при помощи концентрических окружностей был разделен на четыре зоны, имеющие равновеликие

площади. Первая (центральная) зона представляла собой окружность радиуса  $R = 7.5$  см. Все остальные зоны были в виде колец, причем внутренний радиус кольца каждой из последующих зон равнялся наружному радиусу кольца предыдущей зоны.

Для каждого варианта парашюта измерялись нагрузки на модель в коусе при скоростях набегающего потока  $V = 20, 30, 40$  м/с, а также проводилась киносъемка и регистрация статической нагрузки, действующей на парашют. Обнаружено, что на устойчивость купола влияет не только расположение отверстий по зонам, но и их форма; от скорости набегающего потока форма купола практически не зависит – более существенное влияние на форму оказывает расположение и особенно значение конструктивной проницаемости  $K_{\text{п}}$ . Равномерное распределение перфорации при  $K_{\text{п}} = 2.4\%$  в виде круглых отверстий диаметром 0.6 см по центральному участку купола, ограниченному кругом  $R = 9.5$  см, позволило заметно улучшить устойчивость парашюта в потоке, получив при этом такое же значение коэффициента сопротивления  $C_{\text{п}}$ , как у сплошного парашюта.

На приведенном рисунке слева показана модель испытуемого парашюта в аэродинамической трубе, справа – расчетная форма парашюта (для удобства расчета  $\Delta \bar{P} = \text{const}$ , хотя из работ [1,2] известно, что рас-



пределение перепада давлений по куполу квадратного парашюта имеет свои особенности). Для расчета формы и напряженно-деформированного состояния (НДС) парашютов использовалась система «Формообразование», состоящая из 2-х программных модулей и базы данных упруго-массовых характеристик текстильных материалов. Один из модулей содержит программы формирования дискретных рас-

четных упругих аналогов, другой – программу расчета формообразования, НДС и коэффициентов запаса прочности элементов конструкции парашютов. Задача численного определения формы и НДС парашютов решается методом сосредоточенных масс (МСМ) [3]. Согласно МСМ дискретный расчетный упругий аналог парашюта представляется в виде пространственно расположенных сосредоточенных масс, шарнирно связанных между собой невесомыми упругими нитями (стержнями), работающими только на растяжение. Итоговый дискретный расчетный упру-

гий аналог формируется путем наложения двух независимых расчетных сеток: силового каркаса и ткани. При этом массы совпадающих узлов сеток и жесткости невесомых упругих стержней, подходящих к ним, суммируются. Полученные данные передаются в программу расчета формообразования, расчет в которой ведется по заданному перепаду давлений методом установления. Получено хорошее совпадение экспериментальных значений  $C_n$  с расчетными: так, для сплошного парашюта из экспериментов –  $C_n = 0.72$  (при  $V=40$  м/с),  $C_n = 0.71$  ( $V=30$  м/с),  $C_n = 0.80$  ( $V=20$  м/с); из расчетов –  $C_n = 0.74$  (при  $V=30$  м/с).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М.В. Джалаева, Х.А. Рахматулин. Исследование параметров формы и напряженного состояния купола квадратного парашюта численным методом. В сб. Парашюты и проницаемые тела. М.: Изд-во МГУ, 1987, с. 63-79.
2. М.В. Джалаева, Г.С. Ульянов. Особенности распределения перепада давления по куполу квадратного парашюта. В сб. Парашюты и проницаемые тела. М.: Изд-во МГУ, 1987, с. 58-62.
3. С.В. Леонов, В.И. Морозов, А.Т. Пономарев. Моделирование формообразования и прочностных характеристик парашютов. Изв. РАН МТТ. №2, 2011, с. 183-198.

### ДАВЛЕНИЕ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ ГАЗА ПОСЛЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С УДАРНОЙ ВОЛНОЙ. РОЛЬ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

О.И. Докукина, Е.Н. Терентьев, Л.С. Штеменко, Ф.В. Шугаев  
Физический факультет МГУ им. Ломоносова, Москва

Изучалось взаимодействие плоской ударной волны с турбулентным потоком воздуха. Эксперименты выполнены в однодиафрагменной ударной трубе прямоугольного сечения  $40 \times 60$  мм<sup>2</sup>. Турбулизация потока осуществлялась с помощью сетки. За сеткой образовывались вихревые кольца. Ударная волна отражалась от перфорированной стенки в конце рабочей секции и взаимодействовала с турбулентным потоком. Число Маха падающей волны равнялось  $M = 1.8 - 4$ , число Маха отражённой волны  $M_y = 1.6 - 2.5$ . Давление за ударной волной и его пульсации измерялись пьезодатчиком диаметром 2.5 мм, монтированным заподлицо со стенкой ударной трубы на расстоянии трёх калибров от

перфорированной стенки. Измерялась средняя скорость падающей и отражённой ударных волн на разных базах. Для этой цели использовался гелий-неоновый лазер. Луч лазера диаметром в 1 мм пересекал рабочую секцию и падал на секционированный фотодиод, сигнал с которого поступал на цифровой осциллограф. В турбулентном потоке наблюдались пульсации давления и акустические возмущения. Амплитуда пульсаций давления составляла 1-1.5% от величины среднего давления за падающей волной. Измерения амплитуды акустических возмущений за отражённой ударной волной в турбулентном потоке и в потоке при отсутствии турбулентности показали следующее. В первом случае амплитуда возмущений примерно на 10-15% больше соответствующей величины во втором случае при условии, что давление за падающей волной превышает 25 кПа. При меньших давлениях упомянутые амплитуды практически совпадают. Данный факт согласуется с поведением среднего давления за отражённой волной в турбулентном потоке воздуха.

Акустические возмущения в турбулентном потоке возникают за счёт взаимодействия вихревых колец и других вихревых структур. За отражённой ударной волной эти возмущения усиливаются, происходит их резонансное рассеяние на вихревых кольцах. При этом последние становятся неустойчивыми и генерируют новые возмущения. Газ за счёт этого нагревается, что приводит к повышению давления. При малых давлениях нагрев газа незначителен. Таким образом, выявлена роль акустических возмущений в турбулентном потоке.

## ТУРБУЛЕНТНОЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЕ НЬЮТОНОВСКОЙ И НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ В УСЛОВИЯХ МИКРОГРАВИТАЦИИ

А.Н. Долуденко, Э.Е. Сон

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Течения сред со сложной реологией представляют собой важный класс фундаментальных и прикладных задач. Области применения включают в себя химическую, металлургическую, пищевую промышленности и другие области. На практике такое поведение жидкостей проявляется повсеместно, и можно привести множество примеров: жидкие цементные растворы, тонкие суспензии, растворы различных полимерных соединений, лава, пластилин, тяжелые нефти, лавины, косметические кремы и гели, жидкий шоколад и различные пасты, даже человеческая кровь является вязкопластической жидкостью. Наличие у ненью-

тоновских жидкостей разнообразных свойств, отличающих их от ньютоновских, объясняется особенностями их молекулярных структур и внутренних, молекулярных движений.

В работе рассматривается неустойчивость Релея-Тейлора (РТ) вязкопластической, дилатантной и псевдопластической жидкостей. В качестве эффективной модели реологических, в том числе пластических, эффектов вязкопластической жидкости принята модель Бингама (БМ) [1]. В численном моделировании рассматривается многомодовое возмущение поля скорости контактной поверхности между двумя жидкостями. Главной целью работы является построение численной трехмерной модели и получение связи между развитием неустойчивости и характерными свойствами неньютоновских жидкостей.

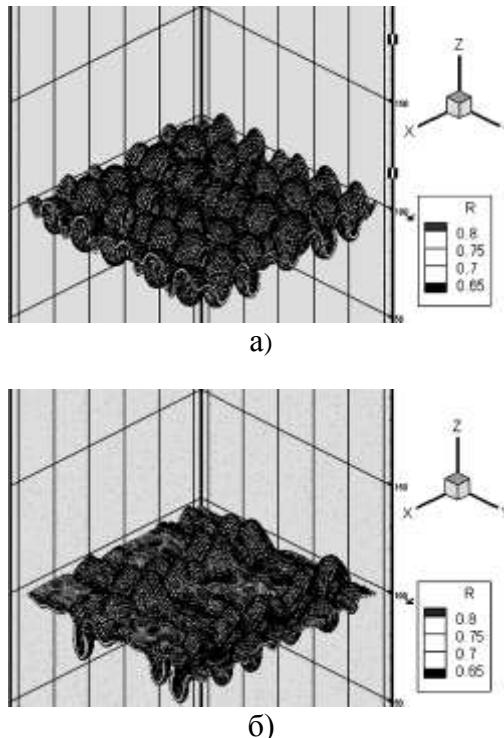


Рис. 1. Всплытие пузырей а) ньютоновской жидкости б) бингамовской жидкости на малых временах развития неустойчивости Релея-Тейлора.

Многомодовое возмущение поля скорости контактной границы.

Кроме того неустойчивость Релея-Тейлора ньютоновской и неньютоновских сред рассматривается в трехмерной геометрии с многомодовым возмущением контактной границы в области микрографитации. Ка-ковы различия между ньютоновской, вязкопластической, дилатантной и всеводпластической жидкостями с точки зрения неустойчивости в условиях микрографитации (на рис. 1 а) и б), например, представлены моменты начала развития неустойчивости для ньютоновской и вязкопластической жидкости в условиях нормальной величины ускорения свободного падения)?

В приближении "глубокой воды", пренебрегая вязкостными и поверхностными эффектами, ширина слоя смешения растет по закону

$$h = \alpha A g t^2,$$

где  $g$  – ускорение,  $t$  – время,  $A$  – число Атвуда. Для ньютоновской жидкости коэффициент  $\alpha$  известен из экспериментов. Его значение колеблется в интервале от 0,05 до 0,09. Для жидкости Бингама, например, это значение гораздо меньше и зависит от порогового напряжения сдвига.

Таким образом, в работе представлены результаты численного моделирования смешения двух жидкостей с различной реологией, плотность которых отличается в два раза. Были получены коэффициенты турбулентного перемешивания в многомодовой постановке задачи для бингамовской, дилатантной и псевдопластической жидкостей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Wang X., Gordaninejad F. Flow analysis of field-controllable, electro and magneto-rheological fluids using Herschel-Bulkley model // Journal of Intelligent Materials, Systems and Structures.— 1999.— Vol. 10, no.8.— Pp. 601 – 608.

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ВЫБОРА ВТОРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПОД ДЕЙСТВИЕМ УСКОРЕНИЯ ВНУТРЕННЕЙ ГРАНИЦЫ СФЕРИЧЕСКОГО СЛОЯ

Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова  
НИИ Механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

Влияния ускорения внутренней границы на выбор режима течения исследовано как экспериментально, так и прямым расчетом. Эксперименты проводились на установке с радиусами внутренней и внешней

сфер 150 и 300 мм соответственно [1,2]. В качестве рабочей жидкости использовалось силиконовое масло с добавлением небольшого количества алюминиевой пудры для визуализации течения. Лазерным доплеровским анемометром измерялись пульсации проекции вектора скорости на горизонтальную плоскость. Детально методика проведения измерений описана в [2].

Вид установившегося режима определялся при визуализации течения в горизонтальной плоскости. Результаты экспериментов показали, что волновое число вторичного течения определяется не только направлением изменения числа Рейнольдса и ускорением внутренней сферы [3], но и начальными и конечными числами Рейнольдса. Ускорение заканчивалось при одном и том же конечном числе  $Re_f = \text{const}$ , но начало ускорения происходило при различных начальных величинах числа  $Re_b$ . Если при постоянном начальном значении  $Re_b$  увеличивать ускорение, то 4-х вихревое вторичное течение сменяется 3-х вихревым. Было определено критическое значение  $a_c$ , соответствующее смене вторичного режима течения. Установлено, что при некоторых значениях  $Re_b$  большие величины ускорения не определяют выбор режима течения – может устанавливаться как 3-х, так и 4-х вихревой режим. Такая же область неопределенности наблюдалась ранее в тонких слоях [4]. Изучена эволюция во времени спектров пульсаций скорости. Оказалось, что после окончания ускорения амплитуды обеих рассматриваемых мод сначала могут уменьшаться ниже уровня шума, и только потом начинают расти. В результате устанавливается тот режим течения, для которого раньше по времени начинается заключительная фаза роста амплитуды в спектре. Для чисел  $Re_b$  из области неопределенности зависимость амплитуд рассматриваемых мод от времени качественно подобна рассмотренной выше – растут обе моды, затем одна остается, а другая затухает. Однако отмеченная выше закономерность не действует – может побеждать не только тот режим течения, у которого быстрее начинается заключительная фаза роста.

Расчеты проводились по алгоритму Н.В.Никитина [5] как в осесимметричной, так и в 3-х мерной постановке. Ранее этим методом были рассчитаны различные режимы течений при постоянных скоростях вращения границ [6].

В осесимметричной постановке рассчитаны неравновесные нестационарные течения вязкой несжимаемой жидкости в сферическом слое, образующиеся как при вращении внутренней сферы с постоянным по величине ускорением, так и после его окончания [7]. Показано, что в процессе ускорения происходит перераспределение кинетической энер-

гии течения: максимумы меридиональной циркуляции и азимутальной скорости смещаются в направлении от полюса к плоскости экватора. Установлено, что меридиональная составляющая кинетической энергии быстрее достигает стационарного значения, чем азимутальная, что можно рассматривать как кратковременное увеличение относительной толщины слоя. Выдвинуто предположение о возможности дестабилизации течения в сферическом слое под действием периодического по величине и направлению ускорения.

Предложено использование скорости изменения отношения меридиональной и азимутальной составляющих кинетической энергии в качестве меры неравновесности течения под действием ускорения. Показано, что максимум этой величины возрастает как с увеличением ускорения, так и с уменьшением начального числа Рейнольдса, и такое же направление изменения указанных факторов приводит в эксперименте к снижению волнового числа вторичного течения.

Впервые проведен прямой расчет неосесимметричных вторичных течений в сферическом слое, формирующихся после окончания ускорения [7]. Полученная в расчетах зависимость волнового числа вторичного течения как от ускорения, так и от начального числа Рейнольдса оказалась сложнее, чем полученная ранее экспериментально. При некоторых значениях ускорения и начального числа Рейнольдса  $Re_b$ , обнаружена еще одна область существования четырех вихревого режима. В этом случае область существования трех вихревого режима разделяет две области существования четырех вихревого режима. Смена режима течения при изменении  $Re_b$  в случае бесконечно большого ускорения физически означает, что процесс выбора волнового числа вторичного течения очень чувствителен к  $Re_b$ . Наличие в эксперименте шума (отклонение скорости вращения сферы от заданных величин) и его усиление с увеличением ускорения приведут к тому, что вблизи  $Re_b$ , соответствующих смене режима течения, процесс выбора волнового числа будет происходить случайным образом, так как под влиянием шума течение будет «забывать» о точном значении  $Re_b$ . Можно утверждать, что наблюдавшаяся в эксперименте область неопределенности образуется в результате совместного влияния двух факторов: шума в эксперименте и наличия границы смены волнового числа при изменении  $Re_b$ .

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 11-08-00009).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Герценштейн С.Я., Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. Ламинарно-турбулентный переход в сферическом течении Куэтта при встречном вращении границ // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 2. С.56-63.
2. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. Выбор режима течения в широком сферическом слое под действием ускорения внутренней сферы // Докл. РАН 2007, т.415, № 6. С.754-758.
3. Беляев Ю.Н. Гидродинамическая неустойчивость и турбулентность в сферическом течении Куэтта. М., МГУ, 1997, 348с.
4. Wimmer M. Experiments on a viscous fluid flow between concentric rotating spheres // J. Fluid Mech., 1976, v. 78, pp. 317-335.
5. Nikitin N. Finite-difference method for incompressible Navie-Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates//J. computat. phys. 2006. V. 217. №2. P. 759-781.
6. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э., Никитин Н.В. Прямой расчет ламинарно-турбулентного перехода в широком сферическом слое// Изв. РАН. МЖГ. 2007. №6. С.22-33.
7. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. Прямой расчет перехода к одному из двух возможных вторичных течений в широком сферическом слое под действием вращения внутренней сферы с ускорением// МЖГ. 2011. №3. С.28-41.

## АПРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ДЛЯ ЗАДАЧИ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОГО СЛАБОСЖИМАЕМОГО ГАЗА

К.А. Жуков, А.В. Попов

Рассматривается линейная система уравнений, описывающая нестационарное движение вязкого слабосжимаемого баротропного газа. В системе присутствуют параметры сжимаемости и вязкости газа. Данная задача тесно связана с нестационарной задачей Стокса и задачами, возникающими при решении задач Стокса с использованием возмущений за счет допущения слабой сжимаемости жидкости. Эти задачи рассмотрены в работах [1, 2, 3]. Однако в этих работах акцент сделан на изучение близости решения этих задач к решению задач Стокса для несжимаемой жидкости. Поэтому построенные в этих монографиях различные разностные схемы и полученные оценки точности получаемых сеточных решений непосредственно не применимы в динамике слабосжимаемого газа.

В данной работе построены две конечно-разностные и проекционно-разностная схемы. Дается обзор полученных теоретических оценок погрешности численного решения для функции скорости и давления, зависящих не только от шагов дискретизации, (по времени и по пространству) но и от параметров задачи: сжимаемости и вязкости газа. Для истории проблемы проекционно-разностной схемы приведена полная оценка погрешности численного решения, в ней зависимость от параметров задачи изучена в том числе и от норм решения дифференциальной задачи, входящих в оценку для погрешности численного решения. Для одной из конечно-разностных схем предложен экономичный алгоритм счета. Приведен сравнительный анализ, используемых схем на основе результатов численного эксперимента. Результаты данного исследования планируется применить для построения и исследования разностных схем для нелинейной задачи.

#### ЛИТЕРАТУРА.

- Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1970.
- Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1966.
- Prohl A. Projection and quasi-compressibility methods for solving the incompressible Navier-Stokes equations. Stuttgart, 1997.

### УРАВНЕНИЕ ДЛЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ЗАВИХРЕННОСТИ

М.Н.Захаренков

Условием реализации строгой симметрии тензора напряжений является

$$\Omega + \frac{1}{2} \frac{\partial \Omega}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \frac{\partial \Omega}{\partial y} dy = 0 \quad (1)$$

Здесь  $dx$ ,  $dy$  не совпадают с элементарными перемещениями частиц жидкости, происходящими за бесконечно малый промежуток времени  $t$  [1, стр.53]. Отсюда можно вывести несколько следствий.

**Следствие 1.** Из условия реализации строго симметричного тензора напряжений следует  $\frac{\partial \Omega}{\partial t} + u' \frac{\partial \Omega}{\partial x} + v' \frac{\partial \Omega}{\partial y} = 0$ , где  $u'$  и  $v'$  рассматрива-

ем как возмущения скорости. Таким образом возмущения скорости воз действуют в сторону более выраженной конвективной неустойчивости завихренности в течении.

**Следствие 2.** Из условия реализации строго симметричного тензора напряжений следует, что вихревые возмущения распространяются против скорости осредненного течения, а энергия возмущений завихренности куммулируется осредненной завихренностью.

Можно показать, что при выполнении условия реализации строго симметричного тензора напряжений, выполняется

$$\frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial t} - \bar{u} \frac{\partial \Omega'}{\partial x} - \bar{v} \frac{\partial \Omega'}{\partial y} = -\Delta \Omega'$$

где надчеркивание выделяет осредненные величины. Отсюда следует утверждение следствия 2. Следует подчеркнуть, что здесь рассмотрены возмущения скорости специального типа, вызванные возмущениями тензора напряжений, или просто напряжений. С другой стороны становится ясно, что условие строгой симметрии тензора напряжений всегда порождает возмущения скорости и соответствующей завихренности.

**Следствие 3.** При постоянной вязкости конечно-разностная модель второго порядка аппроксимации по пространственным переменным соответствует в первом дифференциальном приближении уравнениям Навье-Стокса для второго приближения тензора напряжений.

Если при численном решении уравнений Навье-Стокса для производных  $\partial \Omega / \partial x$ ,  $\partial \Omega / \partial y$  использовать направленные трехточечные разности второго порядка аппроксимации, то мы имеем, например,  $\Omega / \partial x = L\Omega + ah_x^2 \partial^3 \Omega / \partial x^3$ , где  $a$  - некоторый коэффициент,  $h_x$  - шаг сетки. В аппроксимационном остатке в уравнении переноса завихренности это дает член  $uah_x^2 \partial^3 \Omega / \partial x^3$ , где  $u$  - скорость. Аналогично для  $\partial \Omega / \partial y$ .

Уравнение переноса завихренности во втором приближении тензора напряжений имеет вид

$$\rho \frac{d\Omega}{dt} = \mu \Delta \Omega + \frac{\mu}{2} dx \frac{\partial}{\partial x} \Delta \Omega + \frac{\mu}{2} dy \frac{\partial}{\partial y} \Delta \Omega$$

$$\text{Потребовав } uah_x^2 \partial^3 \Omega / \partial x^3 + vah_y^2 \partial^3 \Omega / \partial y^3 = \frac{\mu}{2} dx \frac{\partial}{\partial x} \Delta \Omega + \frac{\mu}{2} dy \frac{\partial}{\partial y} \Delta \Omega,$$

получаем с (1) систему двух уравнений для нахождения  $dx$ ,  $dy$ . Найдя  $dx$ ,  $dy$ , в конечно-разностной модели при известном  $\Delta t$  можно найти возмущения  $u'$ ,  $v'$ , что совместно с  $dx$ ,  $dy$  дает информацию для дополнительного анализа: или недостаточно подробная сетка, или нарушается условие строго симметричной формы тензора напряжений.

Л.Г.Лойцянский. Механика жидкости и газа.- М.: Наука, 1973, 847 с.

# ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ ЗАВИХРЕННОСТИ – ИСТОРИЯ ПРОБЛЕМЫ

М.Н.Захаренков

Аппроксимация граничных условий для завихренности при решении уравнений Навье-Стокса в переменных функция тока  $\Psi$  и завихренность  $\Omega$  является одной из центральных проблем. Параметрическое задание граничных условий для завихренности  $\Omega_S$  (на твердой поверхности) впервые предложено Е.Таруниным [1]. Основным инструментом построения формул служит разложение в ряд Тейлора, например, производной  $\partial\Psi/\partial y|_s=0$ , считая, что  $y=0$  – твердая поверхность и выполнены условия прилипания.  $\partial^2\Psi/\partial y^2|_s$  по определению заменяется на  $\Omega_S$ . Из теоретического анализа применения параметрических формул в задаче течения Куэтта показано[1], что можно выделить один коэффициент  $E$ , стоящий при  $\Omega_S$ , который определяет скорость сходимости итерационного процесса по нахождению  $\Omega_S$ . Это, конечно, решающий результат, говорящий в пользу использования параметрических формул для  $\Omega_S$ , где, меняя параметры, можно найти оптимальное значение  $E$ .

Трехпараметрическая формула для  $\Omega_S$  [2] имеет вид (для простоты в декартовых координатах):

$$u(0) = -E\Omega_0 + h^{-2} \sum_{j=0}^4 K_j \Psi_j + \frac{h(2h-\alpha)}{3!} \left. \frac{\partial^3 \Psi}{\partial y^3} \right|_0 + \frac{h^2(6h-\beta)}{4!} \left. \frac{\partial^4 \Psi}{\partial y^4} \right|_0 + \\ + \frac{h^3(14h-\gamma)}{5!} \left. \frac{\partial^5 \Psi}{\partial y^5} \right|_0 + \dots$$

$$K_0 = \frac{-1800h + 725\alpha - 300\beta + 35\gamma}{6 * 200}, K_1 = \frac{2400h - 1840\alpha + 840\beta - 104\gamma}{6 * 200}, \\ K_2 = \frac{-600h + 1590\alpha - 840\beta + 114\gamma}{6 * 200}, K_3 = \frac{-560\alpha + 360\beta - 56\gamma}{6 * 200}, \\ K_4 = \frac{85\alpha - 60\beta + 11\gamma}{6 * 200}, E = \frac{35\alpha - 10\beta + \gamma}{100}$$

При замене

$$\left. \frac{\partial^3 \Psi}{\partial y^3} \right|_0 = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \Omega - \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right|_0 \right] = \left. \frac{\partial \Omega}{\partial y} \right|_0 \\ = \frac{-3\Omega_0 + 4\Omega_1 - \Omega_2}{h} + \frac{2h^2}{3!} \left[ \left. \frac{\partial^5 \Psi}{\partial y^5} \right|_0 + \left. \frac{\partial^5 \Psi}{\partial y^3 \partial x^2} \right|_0 \right] + O(h^3)$$

зависимость решения от изменения  $\alpha$  прекращается. Далее, увеличивая или уменьшая  $\alpha$  по известному правилу, находим оптимальное  $E$ .

Показано, что использование параметрической аппроксимации  $\Omega_S$  (на твердой стенке) достаточно универсально, позволяет достигать необходимого уровня аппроксимации, строго контролировать точность решения, оптимизировать по известному правилу скорость сходимости итерационного процесса нахождения  $\Omega_S$ , решать задачи с граничным условием частичного или полного проскальзывания, исследовать тонкие физические явления, например « $\beta$ -эффект» в задаче обтекания кругового цилиндра [3]. Параметрическая аппроксимация  $\Omega_S$  не ограничена в приложениях только решением уравнений Навье-Стокса, развивается последовательно и позволяет решать новые задачи математической физики в различных прикладных областях.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тарунин Е.Л. Анализ аппроксимационных формул для вихря скорости на твердой границе// Уч. зап. Пермского гос. пед. ин-та. Гидродинамика. 1976. Т. 152, Вып.9. С.167-178.
2. Захаренков М.Н. К вопросу о постановке граничных условий для завихренности в задачах обтекания тел вязкой несжимаемой жидкостью // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2010. Т. 50. № 6. С. 1140-1147.
3. Захаренков М.Н. Энтропийное приближение в задаче обтекания кругового цилиндра вязкой несжимаемой средой с учетом зависимости вязкости от температуры // Теплофиз. и аэромехан. 2007. Т.14. №4. С. 563-590.

#### ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НАБЕГАЮЩЕГО ПОТОКА НА ПЕРЕХОДНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

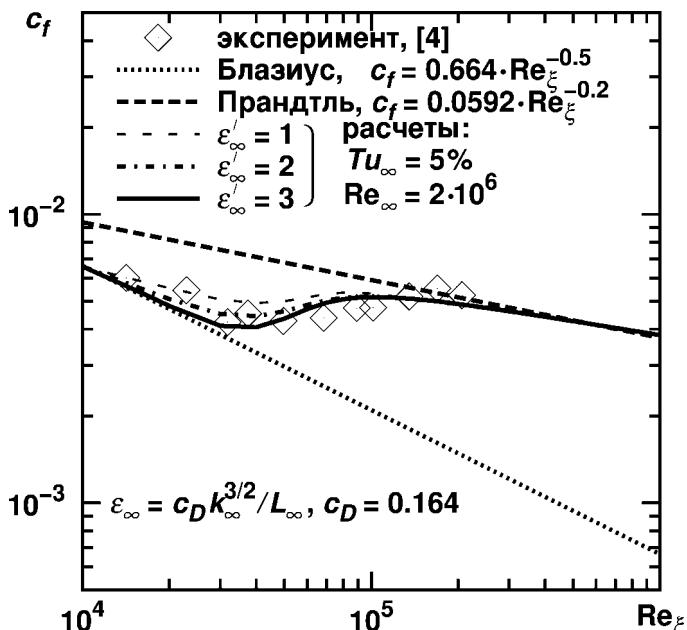
В.М. Зубарев

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Влияние турбулентности набегающего потока на течение в пограничном слое связано с двумя основными параметрами: уровнем интенсивности турбулентности  $Tu_\infty$  и величиной её масштаба  $L_\infty$  [1] (или обратно пропорционально со скоростью диссипации энергии турбулентности  $\varepsilon_\infty$ ). При значительных интенсивностях турбулентности набегающего потока ( $Tu_\infty > 3\%$ ) на обтекаемое тело в широком диапазоне исследо-

вано влияние параметра скорости диссипации энергии турбулентности, на ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое [2-3]. Расчетные результаты с большой степенью турбулентности ( $Tu_\infty = 5\%$ ) получены для  $k-\varepsilon$  модели, учитывающей влияние близости стенки и малых локальных турбулентных чисел Рейнольдса. Проведено сравнение с тестовыми экспериментальными данными [4] обтекания плоской пластинки потоком несжимаемой жидкости на характеристики течения пограничного слоя и параметры турбулентности.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы РФФИ (грант №09-08-00307).



Распределение коэффициента поверхностного трения  $c_f(Re_\xi)$

## ЛИТЕРАТУРА

- Драйден Х.Л. Переход ламинарного течения в турбулентное // Турбул. течения и теплопередача. Аэродин. больших скоростей и реакт. техника. - М.: ИЛ, 1963, с.9-82.

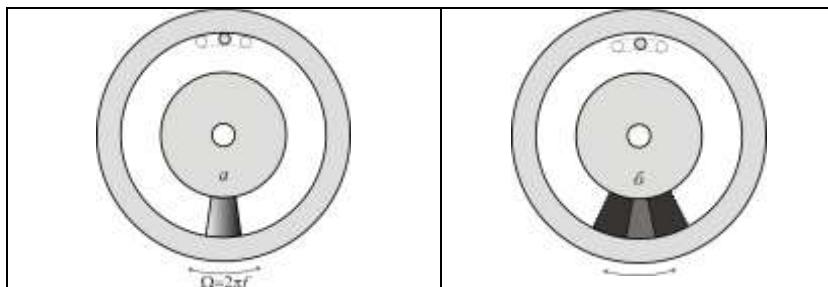
2. Zubarev V.M. Comparative analysis of various  $k$ - $\varepsilon$  turbulence models for laminar-turbulent transition // ИПМех РАН, Препринт №601, Москва, 1997. 52c.
3. Алексин В.А., Зубарев В.М. Моделирование влияния параметров турбулентности набегающего потока на пристеночные переходные течения в пограничном слое // Мат. модел. РАН, 2008, т.20, №8, с.87-106.
4. Epik E.Ya. Heat transfer effects in transitions // Engin. Found. Conf., March 10-15, 1996, New York - San Diego, California, 1996, p.1-47.

## ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ЛЕГКОГО ЦИЛИНДРА В ПОЛОСТИ, СОВЕРШАЮЩЕЙ ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ ВИБРАЦИИ

А.А. Иванова, В.Д. Щипицын

Пермский государственный педагогический университет, Пермь

При вращательных вибрациях полости с жидкостью возникновение осредненной подъемной силы, действующей на твердое тело в жидкости, впервые было экспериментально обнаружено и теоретически описано в [1]. Опыты проводились с тяжелым цилиндрическим телом в коаксиальном зазоре с жесткой непроницаемой перегородкой. В экспериментах со сферическим телом [2] было обнаружено, что под действием вибраций тело может находиться в квазиравновесии, причем как вблизи внешней, так и вблизи внутренней границы слоя. В [3] при изучении осредненной динамики тяжелого цилиндра в полости с жидкостью особое внимание уделялось выяснению природы возникновения азимутального смещения тела, а также роли вязкого гидродинамического взаимодействия тела с границами полости.



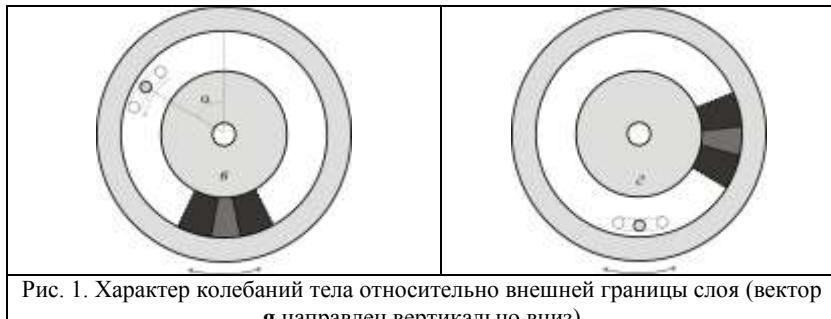


Рис. 1. Характер колебаний тела относительно внешней границы слоя (вектор  $\mathbf{g}$  направлен вертикально вниз)

В предлагаемой работе экспериментально изучается поведение легкого цилиндра в горизонтальном коаксиальном зазоре с перегородкой, заполненном вязкой несжимаемой жидкостью, при высокочастотных вращательных вибрациях вокруг горизонтальной оси симметрии. Обнаружено, что под действием вибраций легкое тело, изначально находящееся в верхней части слоя (рис. 1, *a*), пороговым образом удаляется от внешней границы слоя, занимая устойчивое положение на некотором расстоянии, сравнимом с толщиной слоя Стокса (*b*). При повышении интенсивности вибраций обнаружено азимутальное смещение цилиндра вблизи внешней границы слоя (*c*). Это смещение вызвано тангенциальной компонентой подъемной силы, которая появляется в результате потери симметрии колебаний тела относительно полости. Дальнейшее увеличение вибрационного воздействия приводит к тому, что цилиндр, оставаясь вблизи внешней границы, опускается в нижнюю часть слоя и занимает квазиравновесное состояние вблизи дна полости (*г*). Обнаружены и изучены квазиравновесные состояния легкого цилиндра на наклонных участках слоя. Взаимодействие легкого тела с границами полости и характер его колебаний изучены с помощью скоростной видеокамеры.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 09-01-00665а).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Kozlov V.G. Solid-body dynamics in cavity with liquid under high-frequency rotational vibration // *Europhys. Letters*. 1996. Vol. 36. № 9. P. 651–656.
2. Иванова А.А., Козлов В.Г. Динамика сферического тела в жидкости при вращательных колебаниях полости // *Изв. РАН. МЖГ*. 2001. № 5. С. 35–47.

3. Kozlov V., Ivanova A., Schipitsyn V. Lift force acting the cylinder in viscous liquid under vibration // Proc. 61<sup>st</sup> Intern. Astronautical Congress (IAC 2010). Prague, Czech Republic. 8 p. (CD).

## ЛОКАЛИЗОВАННАЯ И РАСПРЕДЕЛЕННАЯ ВИХРЕВАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ВОГНУТОЙ СТЕНКЕ. ПОРОЖДЕНИЕ ГЁРТЛЕРОВСКИХ МОД

А.В. Иванов, Ю.С. Качанов, Д.А. Мищенко  
ИТПМ СО РАН, Новосибирск

Важной особенностью сдвиговых течений с искривленными линиями тока, является присутствие центробежных сил, действие которых может приводить к возникновению неустойчивости Гёртлера и формированию гёртлеровских вихрей. Из-за чрезвычайной сложности экспериментальной постановки, задачи о механизмах порождения, линейного и нелинейного развития вихрей Гёртлера остаются до настоящего времени недостаточно изученными, несмотря на то, что они имеют большое значение для широкого класса задач аэродинамики. В самое последнее время в исследовании этих проблем наметились существенные сдвиги. В работе [1], был предложен новый нестационарный подход, который на качественно новом уровне позволяет проводить эксперименты по исследованию этих задач. В результате, в последние несколько лет были подробно исследованы линейная [1] и слабонелинейная [2] стадии нестационарной неустойчивости Гёртлера. Определены пороги нелинейности. Количественно изучена задача восприимчивости пограничного слоя на вогнутой стенке к неоднородностям (неровностям и вибрациям) поверхности [3]. Настоящая работа посвящена исследованию механизмов порождения гёртлеровских мод в пограничном слое на вогнутой стенке под воздействием вихрей набегающего потока. Исследованы четыре характерных случая: 1 – рассеяние нестационарных 2D-вихрей на 3D-неоднородностях поверхности, 2 – рассеяние нестационарных 3D-вихрей с продольной потоку завихренностью на 2D-неоднородностях поверхности (неоднородности в случаях 1 и 2 были локализованы в направлении потока), 3 – рассеяние 2D-вихрей свободного потока на неконтролируемых 3D-неоднородностях потока и 4 – рассеяние 3D-вихрей свободного потока на естественной 2D-неоднородности течения (т.е. распределенная восприимчивость течения к 3D-вихрям).

Эксперименты были проведены в малотурбулентной аэродинамической трубе Т-324 ИТПМ СО РАН при скорости потока  $U_e = 9,18$  м/с в

близком к Блазиусовскому пограничном слое высокоточной экспериментальной модели. Модель имела вогнутую цилиндрическую поверхность с радиусом кривизны  $R = 8,37$  м. В настоящих экспериментах область измерений соответствовала диапазону чисел Гёртлера  $G^* = 7 \div 21$ . Измерения проведены термоанемометром в условиях возбуждения полностью контролируемых нестационарных возмущений, создаваемых специальными источниками.

*Двумерные* вихревые возмущения свободного потока генерировались вибрирующей проволочкой, натянутой параллельно передней кромке модели на заданном расстоянии ее края. Гармонические колебания проволочки в нормальной потоку и параллельной передней кромке плоскости приводили к образованию в свободном потоке контролируемой антисимметричной вихревой дорожки, которая распространялась вблизи внешней границы нарастающего пограничного слоя. *Трехмерные* вихревые возмущения с продольной завихренностью в свободном потоке создавались при помощи локализованной неоднородности (блямочки), нанесенной на однородную вибрирующую проволочку. Локализованные по продольной координате 2D- и 3D-неоднородности поверхности модели создавались источниками, аналогичными тем, что описаны в [3]. Они представляли собой либо ряд периодических по размаху круглых в плане вибраторов (случай 1), либо плоский вибратор, однородный по размаху модели (случай 2).

Проведенные в широком диапазоне параметров (частот и амплитуд неоднородностей потока и поверхности модели) высокоточные измерения показали, что механизмы восприимчивости  $1 \div 3$  малоэффективны, а механизм распределенной восприимчивости пограничного слоя к продольным 3D-вихрям (случай 4), напротив, приводит к весьма эффективному порождению гёртлеровских вихрей. Этот случай был подробно исследован для трех характерных частотных режимов (безразмерный частотный параметр  $F = 17,04; 22,72$  и  $29,54$ ) в широком диапазоне поперечных волновых чисел возмущений. Обнаружено, что порождаемые распределенным образом гёртлеровские вихри развиваются по законам, отличным от линейной теории устойчивости (ЛТУ) и способны нарастать во всем исследованном диапазоне частот и поперечных длин волн, хотя согласно ЛТУ гёртлеровские вихри с  $F > 22,7$  затухают. Впервые оценены соответствующие коэффициенты распределенной восприимчивости. Найдено, что обнаруженный механизм порождения гёртлеровских мод наиболее эффективен для вихрей с поперечным масштабом, близким к наиболее «опасному» с точки зрения ЛТУ. Показано, что амплитуды коэффициентов восприимчивости убывают с продольной координатой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 10-01-00109).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Boiko A.V., Ivanov A.V., Kachanov Y.S., Mischenko D.A. Steady and unsteady Görtler boundary-layer instability on concave wall // European Journal of Mechanics B/Fluids. 2010. Vol. 29. P. 61-83.
2. Бойко А.В., Иванов А.В., Качанов Ю.С., Мищенко Д.А. Исследование слабонелинейного развития нестационарных вихрей Гёртлера // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17, № 4. С. 487-514.
3. Ivanov A.V., Kachanov Y.S., Mischenko D.A. Method of excitation of unsteady Görtler vortices by surface non-uniformities // International Conference on the Methods of Aerophysical Research: Abstr. Pt. II / Ed. V.M. Fomin. Novosibirsk: Parallel, 2010. P. 91-92.

### ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ, ВЫЗВАННОГО ДВИЖЕНИЕМ ПОРШНЯ, В ДВУХ- И ТРЕХМЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ

М.Ф. Иванов, Е.Н. Иванов, А.Д. Киверин  
Объединенный Институт Высоких Температур РАН, Москва

При проектировании камер сгорания двигателей и других тепловых установок, рабочий цикл которых основан на сжигании газообразных горючих, необходима достоверная информация о протекающих в камере сгорания динамических процессах. Одним из определяющих эти процессы факторов является характер нестационарных гидродинамических течений, формируемых в объеме камеры сгорания. Современные экспериментальные методы и методы численного моделирования позволяют с высокой степенью точности исследовать крупномасштабные течения. В то же время анализ динамики малых возмущений на фоне основного потока остается мало исследованной задачей. В свою очередь известно, что малые возмущения потока могут оказывать существенное влияние на развитие процесса в целом, в частности влиять на кинетику сжигания газообразного горючего топлива и генерацию вредных примесей. Основными разрабатываемыми в последние годы подходами к численному моделированию газодинамических течений с учетом эволюции течений на малых масштабах являются компьютерные модели на базе уравнений гидродинамики, дополненные подсеточными моделями турбулентности (однопараметрические, двухпараметрические и модели

LES). В этом случае на неразрешимых в расчетах масштабах течения моделируются в предположении о достижении однородной изотропной турбулентности. С другой стороны развитие микромасштабных течений может развиваться по законам, отличным от законов развития однородной изотропной турбулентности, что влечет за собой искажение решения задачи.

В настоящей работе методами прямого численного моделирования исследована эволюция газодинамических возмущений в 3-х мерном объеме, ограниченном жесткими стенками с граничным условием прилипания. Показано, что изначально случайное поле скоростей малой амплитуды перестраивается в регулярную структуру, радиусы корреляции которой сравнимы с линейными размерами ограничивающего объема. При этом в трехмерной постановке наблюдается выделение одного из направлений, вдоль которого выстраивается структура конического вихря, “опоясанного” поперечным торообразным течением. Выбор направления определяется случайными начальными возмущениями и, соответственно, является случайным. В этой ситуации целесообразно говорить об осесимметричном поведении течения, описанного в работах Batchelor'a и Chandrasekhar'a [1, 2]. Анализ, использующий приближение “осесимметричной турбулентности”, был применен Peters'ом в работе [3] по экспериментальному исследованию течений в камере сгорания. Проведенное в настоящей работе компьютерное моделирование этого эксперимента в осесимметричной постановке с использованием методики осреднения по ансамблю результатов вычислительных экспериментов дало хорошее совпадение с данными лабораторных экспериментов Peters'a по немонотонному росту корреляционных связей при сжатии смеси под поршнем. При этом формирование устойчивых микромасштабных структур на фоне основного потока проходило по “каскадному” сценарию от малых вихрей, рожденных из случайно возмущенного потока, к вихрям с радиусами, сопоставимыми с размерами камеры сгорания. Полученные результаты указывают на то, что статистические корреляционные характеристики отклонений скоростей от средних значений удается воспроизвести исходя только из основных уравнений газодинамики вязкой сжимаемой среды без введения дополнительных моделей турбулентности. При этом эволюция возмущений происходит по сценарию развития осесимметричной модели турбулентности.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. G.K. Batchelor, The theory of axisymmetric turbulence. Proc. Roy. Soc. A., 1946, 186, 480-502.

2. S. Chandrasekhar, The theory of axisymmetric turbulence. Phil. Trans. Roy. Soc. A., 1950, 242, 557–577.
3. S. Breuer, M. Oberlack, N. Peters, Non-isotropic length scales during the compression stroke of a motored piston engine. Flow, Turbulence and Combustion, 2005, 74, 145–167.

## ВИХРЕВАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЁВ

Ю.С. Качанов

Институт теоретической прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

Значение проблемы возникновения турбулентности в пограничных течениях для фундаментальных и прикладных исследований в области аэродинамики трудно переоценить. В то же время, ключевая задача этих исследований – создание надёжных методов расчёта положения ламинарно-турбулентного перехода на аэродинамических поверхностях, остаётся до настоящего времени нерешённой. Одна из основных трудностей в этой области обусловлена *конвективным* характером подавляющего большинства неустойчивостей ламинарных пограничных слоёв, ответственных за возникновение турбулентного режима течения. В отличие от абсолютных и глобальных неустойчивостей, конвективные неустойчивости развиваются не во времени, а исключительно в пространстве, что обуславливает принципиальную важность *начальных амплитуд* соответствующих мод неустойчивости, радикально влияющих на положение области перехода к турбулентности. В дозвуковых течениях к этим модам относятся, главным образом: а) волны Толлмина-Шлихтинга (прежде всего в двумерных пограничных слоях); б) бегущие и стационарные моды неустойчивости поперечного течения (в трёхмерных пограничных слоях); в) стационарные и нестационарные вихри Гёртлера (в пограничных слоях над вогнутыми поверхностями). Амплитуды же начальных возмущений пограничного слоя зависят, в свою очередь, от амплитуд внешних (по отношению к пограничному слою) возмущений, а также от эффективности возбуждения ими колебаний пограничного слоя, характеризуемой коэффициентами восприимчивости течения к внешним возмущениям. В качестве внешних могут выступать либо стационарные и нестационарные возмущения набегающего потока (такие, как: вихревые возмущения, акустические волны, пульсации температуры и др.), либо возмущения, исходящие от стенки (такие, как: волнистость или шероховатость поверхности, вибрации поверхности, вдув или отсос газа и др.), либо

комбинации возмущений потока и поверхности (такие, например, как: рассеяние акустических волн на неровностях поверхности или взаимодействие вихревых возмущений потока с вибрациями поверхности и др.).

Основной задачей исследования проблемы восприимчивости пограничных слоёв к внешним возмущениям является определение наиболее эффективных (а значит и наиболее опасных с точки зрения воздействия на переход) путей возбуждения различных мод неустойчивости различного рода внешними возмущениями. Исследования показали, что некоторые из механизмов восприимчивости могут быть весьма эффективны и могут играть определяющую роль в процессе ламинарно-турбулентного перехода, в то время как другие – совершенно неэффективны и не оказывают существенного влияния на переход. Современные подходы к расчёту положения ламинарно-турбулентного перехода, разрабатываемые в настоящее время (такие, как амплитудный метод Мэка или метод переменного N-фактора Краучса), основываются на идеях и результатах исследований восприимчивости течений и учитывают наиболее важные механизмы при оценке положения начала перехода к турбулентности. Однако для завершения создания указанных методов, а также для определения и обоснования области параметров их применимости необходимы глубокие теоретические и экспериментальные исследования задач восприимчивости пограничных слоёв. Основной задачей эксперимента здесь видится получение количественных значений коэффициентов восприимчивости и их использование, как с целью оценки эффективности исследованных механизмов, так и с целью верификации теорий локализованной и распределённой восприимчивости.

Настоящий доклад посвящён краткому обзору исследований (в основном экспериментальных) практически важной задачи возбуждения различных мод неустойчивости пограничных слоёв *вихревыми* возмущениями набегающего потока при их взаимодействии со стационарными или нестационарными неоднородностями обтекаемой поверхности, либо с естественной неоднородностью основного течения. В докладе рассмотрены задачи как локализованной (по продольной координате), так и распределённой восприимчивости течения. Анализируются механизмы порождения волн Толлмина-Шлихтинга (в двумерном пограничном слое), мод неустойчивости поперечного течения (в пограничном слое скользящего крыла), стационарных и нестационарных вихрей Гётлера (в пограничном слое над вогнутой поверхностью). Даются определения понятий коэффициентов локализованной и распределённой вихревой восприимчивости в предположении линейности механизмов восприим-

чивости (в смысле независимости указанных коэффициентов от амплитуд внешних возмущений). Кратко обрисованы разработанные методики нахождения этих коэффициентов по результатам экспериментов (либо численных расчётов); некоторые из них проиллюстрированы для исследованных конкретных задач. Приводятся и анализируются зависимости коэффициентов вихревой восприимчивости от таких параметров задач, как: частоты возмущений, поперечные волновые числа, углы наклона волновых фронтов к потоку, и др. Результаты, полученные для различных механизмов восприимчивости при возбуждении различных мод неустойчивости, сопоставляются между собой.

Работа поддержана грантом РФФИ № 10-01-00109 и Российской Академией Наук.

## **МАНТИЙНЫЕ ТЕРМОХИМИЧЕСКИЕ ПЛЮМЫ: ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ И УСТОЙЧИВОСТЬ**

А.Г. Кирдяшкин, А.А. Кирдяшкин, И.Н Гладков, В.Э. Дистанов  
Институт геологии и минералогии СО РАН, Новосибирск

В докладе представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований процесса плавления в объеме кристаллического тела над локальным источником тепла. Задача о плавлении в объеме кристаллического тела была поставлена с целью понять природу и условия устойчивого существования мантийных плюмов, являющихся регуляторами тепловой машины Земли. Мантийные плюмы представляют собой каналы магматического расплава, окруженные массивом мантии [1]. В докладе приведены результаты исследования характера потери устойчивости границы канала плюма, гидродинамической структуры течения расплава в канале, её влияния на форму и расположение границы канала и на интенсивность теплообмена между каналом и окружающим массивом. Термохимический плюм образуется на границе ядромантии при наличии теплового потока из внешнего ядра и локальном поступлении химической добавки, понижающей температуру плавления вблизи подошвы мантии. В области теплового пограничного слоя при понижении температуры плавления ниже температуры границы ядромантии происходит плавление мантии и подъём плюма [2]. Источником химической добавки могут служить реакции железосодержащих минералов нижней мантии с водородом и/или метаном, выделяющимися на ядро-мантийной границе [1, 2]. При концентрации добавки на границе

расплав-твердое тело (границе канала плюма)  $c_2$  температура плавления мантийного вещества  $T_{\text{пл}} = T_{\text{пс}} - k c_2$ , где  $T_{\text{пс}}$  – температура плавления мантии без химической добавки, коэффициент  $k(\text{^{\circ}C}/\%)$  характеризует величину понижения температуры плавления при увеличении концентрации добавки на 1 весовой процент.

Представлены результаты лабораторного моделирования термохимического плюма [1]. Канал плюма выплавляется в массиве парафина над локальным тепловым источником при локальном введении в парафин “химической добавки” – гексадекана. Обнаружено, что диаметр канала остается практически постоянным по мере подъема плюма. Когда кровля плюма достигает слоя, температура плавления которого выше, чем температура расплава в канале (“тугоплавкого” слоя), у подошвы этого слоя формируется грибообразная голова плюма. На основе предложенной модели термохимического плюма исследованы геодинамические процессы, протекающие при его выплавлении до выхода на поверхность, установлены геодинамические условия его излияния и представлена модель излияния расплава в крупных магматических провинциях [1]. На основе экспериментального моделирования, балансовых соотношений для массы и тепловой энергии и закономерностей тепло- и массообмена при свободной конвекции выведена система уравнений тепло- и массообмена термохимического плюма. Определены параметры термохимического плюма, поднимающегося от границы ядро-мантия [1-3].

Теоретический анализ тепло- и массообмена термохимического плюма показывает существование характерного расстояния от границы ядро-мантия  $x_{\text{тх}}$ . Минимальное значение  $x_{\text{тх}} = 195$  км. При  $x < x_{\text{тх}}$  плюм поднимается как термохимический. При  $x > x_{\text{тх}}$  подъем плюма в мантии происходит как выплавление теплового плюма, в присутствии химической добавки, поникающей температуру плавления. Моделирование теплового плюма, над локальным источником тепла, проводилось в массивах октадекана, эйкозана и парафина [4]. После выхода на поверхность канал теряет устойчивость. Он представляет собой систему конвективных ячеек, соединенных между собой сужениями, имеющими острые края. Площадь сужения в 2.5 раза меньше площади поперечного сечения ячейки. Течение в ячейках – турбулентное. Опускное течение у границы канала существует по всей поверхности ячейки за исключением локального подъемного потока, проплавляющего массив в области, периметр которой примерно в 9 раз меньше, чем периметр поперечного сечения ячейки. В области сужения происходит тепловое и гидродинамическое взаимодействие подъемного и опускного течения, повышение температуры опускного потока, и подъемный поток переходит на диаметрально

противоположную сторону канала. В этой области происходит динамическое повышение давления, равное повышению давления в ячейке над диафрагмой—сужением, имеющей более низкую среднюю температуру, чем нижняя ячейка. Форма канала и структура течения в нем изменяются в зависимости от величины относительной мощности  $Ka = N/N_1$ , где  $N$  – тепловая мощность источника плюма,  $N_1$  – тепло, отданное каналом плюма в окружающий массив [4].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 11-05-00543 и № 10-08-00441).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Dobretsov N.L., Kirdyashkin A.A., Kirdyashkin A.G., Vernikovsky V.A., Gladkov I.N. Modelling of thermochemical plumes and implications for the origin of the Siberian traps. *Lithos*, 2008, 100, 66-92.
2. Кирдяшкин А.А., Добрецов Н.Л., Кирдяшкин А.Г. Термохимические плюмы. Геология и геофизика, 2004, т.45, №9, с.1057-1073.
3. Кирдяшкин А.А., Добрецов Н.Л., Кирдяшкин А.Г. Теплообмен между каналом термохимического плюма и окружающей мантией при наличии горизонтального мантийного потока. Физика Земли, 2009, №8, с.66-82.
4. Гладков И.Н., Дистанов В.Э., Кирдяшкин А.А., Кирдяшкин А.Г. Об устойчивости границы раздела расплав-твердое тело на примере устойчивости канала плюма. Изв. РАН. МЖГ, 2012.

### ГЕНЕРАЦИЯ СРЕДНЕГО ТЕЧЕНИЯ В ПУЛЬСАЦИОННОМ ПОТОКЕ ОКОЛО ИСКРИВЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА

Л.С. Клименко<sup>1</sup>, Д.В. Любимов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

<sup>2</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Изучается возникновение среднего течения около искривленной поверхности раздела газ-жидкость под действием вибраций. Как известно, одним из интересных проявлений действия вибраций является возникновение осредненных эффектов. Так, в динамическом пограничном слое около твердой стенки, обтекаемой неоднородным пульсирующим потоком, происходит генерация средней завихренности [1,2], при этом на внешней границе пограничного слоя средняя касательная скорость отлична от нуля, и ее значение может быть использовано в качестве граничного условия при нахождении среднего течения в основной области

движения [3]. Для плоской поверхности раздела двух жидкостей кроме аналогичного механизма генерации [4] существует еще и механизм Дора [5], определяющий эффективные касательные напряжения.

Для случая свободной плоской поверхности оба указанных механизма не работают, и лишь при наличии деформаций поверхности появляется еще один механизм – механизм генерации Лонге-Хиггинса [6], заключающийся в том, что средние течения формируются бегущими по свободной поверхности волнами. Однако ни один из указанных механизмов не работает, если поверхность будет свободной и недеформируемой.

Ранее авторами был найден новый механизм генерации около искривленной свободной поверхности, связанный исключительно со средней кривизной поверхности, нечувствительный к пульсационным деформациям, на примере задачи о пузырьке газа, взвешенном в заполняющей все пространство колеблющейся жидкости, в пренебрежении вязкостью и плотностью газа [7]. Получено, что вокруг пузырька возникает стационарное течение, причем деформация поверхности не влияет на генерацию этого течения. Это течение генерируется в вязком пограничном слое около пузырька и распространяется за его пределы. Получена формула, задающая величину вязких напряжений на внешней границе такого слоя. Эти напряжения, независимо от рассматриваемой геометрии, пропорциональны квадрату кривизны поверхности и кубу толщины пограничного слоя Стокса, и могут играть роль эффективных граничных условий для течения во внешней области.

Авторами была также исследована генерация среднего течения около искривленной поверхности раздела двух жидкостей. Рассматривалась капля жидкости, взвешенная в колеблющейся жидкости отличной плотности. Были определены эффективные граничные условия для скачков касательных скоростей и касательных напряжений, описывающие полученную генерацию. Показано, что при сравнимых плотностях и вязкостях жидкостей основной механизм генерации средней завихренности аналогичен шлихтинговскому, в то время как влияние кривизны является вторичным фактором. Следует ожидать, что при малой плотности среды внутри капли (и малой ее динамической вязкости) все указанные выше механизмы могут вносить вклад одного порядка величины.

В настоящей работе на примере газового пузырька, взвешенного в жидкости, исследовано взаимодействие указанных механизмов генерации. Исследование проведено аналитически с использованием метода сращиваемых асимптотических разложений. Были найдены форма сред-

него течения, зависимость от толщины вязкого скин-слоя и эффективные граничные условия, описывающие генерацию этого течения.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., 1969.
2. Ниборг В. Акустические течения // Физическая акустика под редакцией У. Мэзона. Том II часть Б, М.: Мир, 1969. С. 364-367.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.. Теоретическая физика, том VI, Гидродинамика, М.: Физматлит, 2001. С. 735.
4. Любимов Д.В., Любимова Т.П., Черепанов А.А., Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях. М.: Физматлит, 2003. С. 216.
5. Dore D. // Proc. Camb. Phil. Soc. 1973. V. 74. P. 333-347.
6. Longuet-Higgins M.S. // Philosophical Transactions A. 1653. V. 245. P. 353-581.
7. Клименко Л.С., Любимов Д.В. Генерация среднего течения пульсационным потоком около искривленной свободной поверхности//Изв. РАН: Механика жидкости и газа, №1, 2012, С. 45-56.

### О КРИТЕРИИ СТОХАСТИЧЕСКОГО СТРУКТУРООБРАХОВАНИЯ В СЛУЧАЙНЫХ СРЕДАХ

В.И. Кляцкин

Институт физики атмосферы РАН, Москва

Параметрически возбуждаемые динамические системы возникают во всех областях физики. Динамические системы при этом могут описываться как обыкновенными дифференциальными уравнениями, так и уравнениями в частных производных. Для динамических систем, описываемых уравнениями в частных производных, такое параметрическое возбуждение характеризуется двумя особенностями:

**1.** С одной стороны, это возбуждение сопровождается возрастанием во времени всех статистических характеристик решения задачи - типа моментных и корреляционных функций любого порядка;

**2.** И, с другой стороны, в *отдельных реализациях поля* может происходить стохастическое нестационарное явление *кластеризации* в фазовом и физическом пространствах.

*Кластеризация* какого-либо поля - это возникновение компактных областей с большими величинами данного поля на фоне окружающих

областей с относительно низкими их значениями. Время жизни кластеров ограничено. Их пространственный узор постоянно меняется. При статистическом усреднении вся информация о кластеризации, естественно, пропадает.

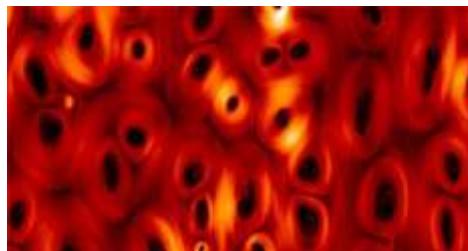
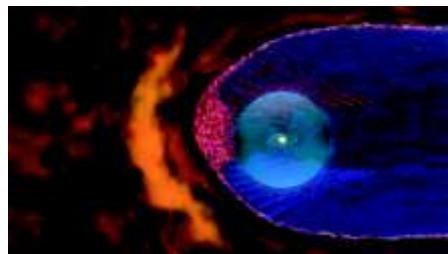
Показано, что в параметрически возбуждаемых стохастических динамических системах, описываемых уравнениями в частных производных, могут с вероятностью единица образовываться пространственные структуры (кластеризация) почти в каждой ее реализации, благодаря редким событиям, происходящим с вероятностью стремящейся к нулю. Такие задачи возникают в гидродинамике, магнитной гидродинамике, физике плазмы, астрофизике и радиофизике. Изложение общей теории проиллюстрировано на примерах конкретных физических динамических систем.

В качестве примеров кластеризации в природе можно указать на озеро лавы в кратере вулкана Нирагонго (район Великих Африканских озер) и озера лавы в кратере вулкана Килауэа (Гавайский вулканический национальный парк)



Для иллюстрации примера структурообразования в магнитном поле приведу выписку из интернет - страницы: Что же так сильно озадачило астрофизиков?

Вопреки сформировавшимся за пятьдесят лет гипотезам, наблюдатели столкнулись на границе Солнечной системы не с линейным и постепенно убывающим магнитным полем, или магнитным *ламинаром*, а с кипящей пеной из локально намагниченных областей протяженностью сотни миллионов километров каждый - подвижной ячеистой структурой, внутри которой линии магнитного поля постоянно разрываются, рекомбинируются и образуют новые области - *магнитные "пузыри"*



Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 10-05-0005).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Кляцкин. Интегральные характеристики - ключ к пониманию структурообразования в стохастических динамических системах. Успехи физических наук, 2011, т. 180, №5, с. 457-482.

# **НАНОСТРУКТУРЫ И НАНОПРОЦЕССЫ В МЕХАНИКЕ**

В.Л. Ковалев

Московский государственный университет  
им. М.В. Ломоносова

Перспективы развития наукоемких отраслей промышленности требуют проведения новых исследований физико-химических процессов в экстремальных условиях и при конструировании новых материалов. Особенно актуальным в последнее время становится развитие предсказательного моделирования на атомарно –молекулярном уровне. Такие подходы стали возможны в последнее время на основе вычислительных супермощностей.

В докладе приводятся результаты исследований, проведенных на основе методов молекулярной динамики и квантовой механики. Разработаны новые математические модели и вычислительные алгоритмы, получены новые результаты, связанные с исследованием каталитических свойств теплозащитных покрытий космических аппаратов, адсорбционных свойств углеродных наноструктур и пленок NaCl, с расчетом коэффициентов аккомодации энергии и касательного импульса с учетом структуры и теплового движения атомов поверхности. Теоретическое описание позволило существенно уменьшить объем экспериментальной работы при исследовании таких задач.

## **Литература**

1. Ковалев В.Л. Москва. 224 с.
2. Ковалев В.Л., Погосбекян М.Ю. Известия РАН. МЖГ, № 4, 2007. С. 176-183
3. Ковалев В.Л., Погосбекян М.Ю. Вестн. Моск. Ун-та. Сер.1, Математика. Механика. 2009. № 2. С. 44-49.
4. Ковалев В.Л., Крупнов А.А., Погосбекян М.Ю., Суханов Л.П. Известия РАН. МЖГ, № 2, 2010, С. 153-160.
5. Ковалев В.Л., Якунчиков А.Н. Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 6. С. 157-160.
6. Ковалев В.Л., Якунчиков А.Н. Известия РАН. МЖГ. 2010. № 6. С. 166-173.

## **АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ УСТОЙЧИВОСТИ ДОЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ**

Б.В. Козлов

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,  
Новосибирск

Оптимизация аэродинамических характеристик существующих летательных аппаратов и перспективных транспортных средств требует решения ряда задач механики жидкости и газа. Они сводятся к изучению гидродинамических процессов, протекающих у поверхности обтекаемых тел и разработке на основе полученных знаний новых методов воздействия на локальные и интегральные характеристики течений. В результате становится возможным улучшение несущих свойств крыльев, снижение сопротивления движущихся в атмосфере объектов, подавление их акустического излучения. В целом, управление течением служит повышению экономичности и эксплуатационных свойств летательных аппаратов различного назначения.

Одно из ключевых явлений, определяющее состояние течения вблизи поверхности обтекаемого потоком тела – гидродинамическая неустойчивость, которой подвержены двух- и трехмерные присоединенные и свободные пограничные слои. Усиление возникающих в них возмущений ламинарного течения ответственно, в конечном счете, за установление турбулентного режима обтекания поверхности, генерацию тех или иных вихревых структур в пристенном слое жидкости и оказывает большое влияние на формирование областей оторвавшегося потока. Таким образом, решение задач аэродинамики летательных аппаратов сопряжено с изучением различных сторон неустойчивости течений.

В докладе обсуждаются последние результаты исследований по этой тематике в свете основных, на взгляд автора, проблем механики жидкости и газа, сопутствующих развитию современной авиации. В их числе вопросы ламинаризации обтекания несущих поверхностей, управления отрывом потока на малоразмерных летательных аппаратах, модификации турбулентного обтекания лопаток компрессоров и турбин, управления неустойчивостью и акустическим излучением струйных течений. Приводятся экспериментальные данные о свойствах сдвиговых течений и происходящих в них физических явлениях, которые углубляют фундаментальные представления о структуре обтекания тел дозвуковым воздушным потоком и могут быть использованы в решении указанных проблем современной аэродинамики.

## **О РЕЖИМАХ АВТОКОЛЕБАНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ИСТЕЧЕНИИ СТРУИ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКИЙ ВЕНТИЛИРУЕМЫЙ КАНАЛ**

И.И. Козлов, С.А. Очеретяный, В.В. Прокофьев

Институт механики МГУ, Москва

На плоской струйной установке исследуется истечение струи жидкости в закрытый с одного конца вентилируемый воздухом канал. Эксперименты проводились при постоянном перепаде давления между напорным баком и атмосферой и при постоянном массовом расходе поддуваемого в полость (канал) воздуха. Исследовалось влияние ширины канала (в диапазоне 1 – 3 калибров водяного сопла) на характеристики автоколебательных режимов течения в широком диапазоне величин поддува газа и при различных скоростях истечения жидкости. Обнаружено, что изученный ранее низкочастотный режим при больших расходах сменяется высокочастотным автоколебательным режимом с более низкой амплитудой. Анализ спектров пульсаций давления в каверне показал, что в некотором переходном диапазоне поддузов одновременно существуют оба режима (имеет место перемежаемость). Скоростная видеосъемка этого режима течения показала иную картину поведения струи по сравнению с низкочастотным режимом. Приведены данные, указывающие, что наблюдающийся здесь масштабный эффект может быть объяснен зависимостью от коэффициента перепада давления между каверной и внешним пространством. Обнаружено, что характеристики колебаний (частота, амплитуда) слабо зависят от ширины канала в исследованном диапазоне параметров. Один из экспериментов показал, что возникший после низкочастотного режима высокочастотный автоколебательный режим при дальнейшем увеличении расхода газа (при коэффициенте поддува большем 80) снова переходит на низкочастотный помпажный режим. Эти явления требуют дальнейших исследований.

## **ЛЕГКОЕ СФЕРИЧЕСКОЕ ТЕЛО ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОЛОСТИ С ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ВИБРАЦИЯХ**

Н.В. Козлов, С.В. Субботин

Пермский государственный педагогический университет, Пермь

Экспериментально изучается динамика лёгкого сферического тела в полости с маловязкой жидкостью, вращающейся вокруг горизонтальной

оси, при поступательных вибрациях. Рассматриваются полости цилиндрической и сферической формы. Направление вибраций нормально к оси вращения. Скорость вращения полости такова, что под действием центробежных сил сфера находится в центрифугированном состоянии, т.е. располагается вблизи оси и не касается стенок полости. В отсутствие вибраций тело вращается медленнее полости в лабораторной системе отсчёта. Это связано с действием силы тяжести [1]. По мере увеличения скорости вращения полости отставание уменьшается, пока движение не становится практически твердотельным.

Влияние вибраций оказывается существенным только в узких резонансных областях, когда их частота совпадает с собственной частотой инерционных колебаний сферы во врачающейся жидкости. В этом случае возбуждается интенсивное дифференциальное вращение тела, которое оказывается опережающим при частоте вибраций большей, чем частота вращения ( $f_{vib} > f_{rot}$ ), либо отстающим при обратном отношении частот ( $f_{vib} < f_{rot}$ ). В резонансе сфера совершает интенсивные круговые колебания. Вне резонансных областей скорость вращения сферы совпадает со скоростью в гравитационном случае. Динамика вибрационного резонансного движения определяется безразмерной частотой вибраций  $n = f_{vib}/f_{rot}$ . Природа интенсивного вращения заключается в генерации в слое Стокса вблизи стенок колеблющегося тела средней массовой силы, которая приводит во вращение тело и жидкость в полости [1].

Устойчивое положение сферы на оси вращения кюветы зависит от её скорости и характера движения. Так, резонансные круговые колебания сопровождаются удалением тела от центра вдоль оси вращения.

В объёме жидкости между сферой и торцами полости формируется сдвиговый слой Стоартсона, вытянутый вдоль оси вращения и образующий жидкий столб [2]. При медленном относительном вращении сферы слой имеет форму цилиндра кругового сечения (рис. 1, *a*). С увеличением разности скоростей между сферой и полостью граница сдвигового слоя становится неустойчивой, и на ней формируется периодическая система горбов, вытянутых параллельно оси вращения (рис. 1, *б, в*). Фазовая скорость волн медленнее скорости вращения сферы. С ростом интенсивности дифференциального вращения тела длина азимутальной волны, распространяющейся на границе жидкого столба, увеличивается. В экспериментах наблюдаются картины с волновыми числами  $m = 3 - 6$ . В переходах от состояния с одним волновым числом  $m$  к другому наблюдается гистерезис.

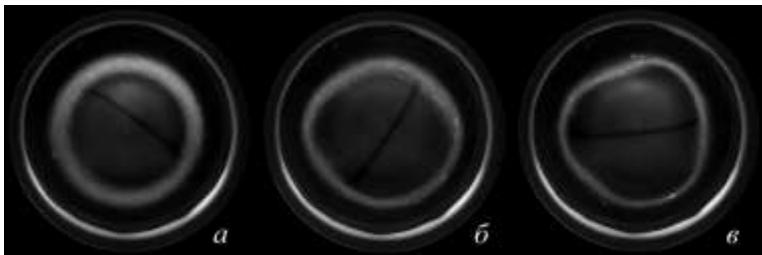


Рис. 1. Фотографии вращающегося цилиндрического слоя  
в поперечном (относительно оси) сечении

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 09-01-00665-а).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Козлов В.Г., Козлов Н.В. Вибрационная динамика лёгкого тела в заполненном жидкостью вращающемся цилиндре. Изв. РАН. МЖГ, 2008, 1, 12–23.
2. R. Hollerbach, B. Futterer, T. More, C. Egbers. Instabilities of the Stewartson layer. Part 2. Supercritical mode transitions. Theoret. Comput. Fluid Dynamics, 2004, 18, 197–204.

#### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКЦИИ РЭЛЕЯ-БЕНАРА В СУЩЕСТВЕННО НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

В.В. Колмычков, О.С. Мажорова, О.В. Щерица

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,  
Москва

В работе рассматривается конвекция Рэлея-Бенара в ограниченном горизонтальном слое вязкой несжимаемой жидкости. Верхняя и нижняя границы поддерживаются при постоянной температуре, боковые стенки теплоизолированы, на границах области заданы условия прилипания. Математическое моделирование осуществляется на основе численного решения двумерной нестационарной системы уравнений тепловой конвекции в приближении Буссинеска. Для анализа структуры течения применяется дискретное преобразование Фурье.

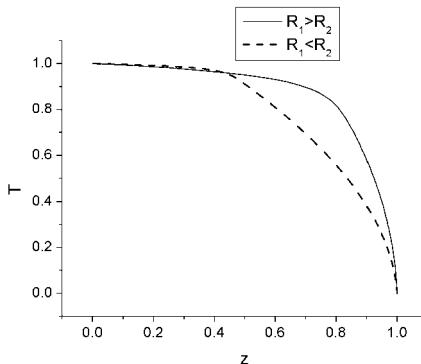


Рис.1 Невозмущенный профиль температуры.  $R_1$  - число Рэлея в основной толщине слоя,  $R_2$  - число Рэлея в тонком приповерхностном слое.

Коэффициент теплопроводности степенным образом зависит от температуры:  $\kappa = 1 + \beta T + \gamma T^n$ , параметры  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $n$  такие, что невозмущенный профиль температуры является фактически кусочно-линейной функцией (рис.1).

Тогда в слое можно выделить два подслоя, каждый из которых характеризуется собственным числом Рэлея:  $R_1$  — число Рэлея соответствующее нижнему подслою,  $R_2$  — тонкому слою вблизи верхней границы. Исследовано влияние коэффициента температуропроводности на критическое число Рэлея ( $R_{a_{cr}}$ ). В надкритической области наблюдалась разномасштабная конвекция, свойства которой определяются соотношениями между числами Рэлея  $R_1$  и  $R_2$  (рис.2). Показано, что скачок градиента невозмущенного температурного профиля может либо стабилизировать, либо дестабилизировать слой, в зависимости от значений параметров задачи. При  $R_1 > R_2$  слой более стабилен и  $R_{a_{cr}}$  достигает 400 000, при  $R_1 < R_2$   $R_{a_{cr}} = 60\ 000$ . В работе приводится исследование волновых чисел возникающих течений.

$R_1 > R_2$

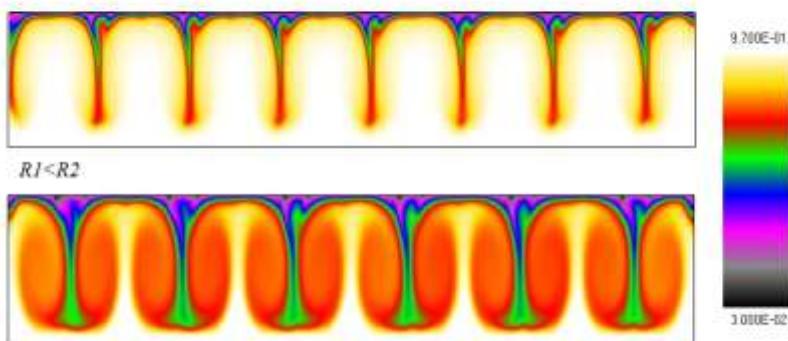


Рис.2 Распределение температуры в слое.  $R_1$  - число Рэлея в основной толщине слоя,  $R_2$  - число Рэлея в тонком приповерхностном слое.

### КОНВЕКЦИЯ РЭЛЕЯ-БЕНАРА В СЛОЕ ЖИДКОСТИ С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА ВБЛИЗИ ПОРОГА УСТОЙЧИВОСТИ

В.В. Колмычков, О.С. Мажорова, О.В. Щерица

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Теоретические исследования конвективной устойчивости в слое жидкости с внутренними источниками тепла показывают, что вблизи порога устойчивости течение принимает форму шестиугольных ячеек. В соответствии с данными работ [1,2], ячейки имеют g-тип (жидкость в центре движется вниз), если идет внутренний нагрев, и l-тип (жидкость в центре движется вверх), в случае охлаждения. Однако, исследования эквивалентной задачи о конвекции в слое жидкости с равномерным изменением температуры стенок [3,4], дают противоположный результат. В работах [1-4] рассматриваются значения числа Прандля  $\text{Pr} > 1$ . Зависимость структуры течения от  $\text{Pr}$  изучалась в [5], где показано, что в случае внутреннего нагрева для  $\text{Pr} > 0.25$  должны наблюдаться ячейки g-типа, вблизи 0.25 устойчивы волны, и при  $\text{Pr} < 0.25$  - ячейки l-типа. Аналогичная зависимость структуры течения от  $\text{Pr}$  имеет место в конвекции Марангона [6]. Однако, в недавней работе [7], где указано на допущенную в [3]

ошибку, зависимость структуры течения от  $\text{Pr}$  не обнаружена, а результаты исследования [6] игнорируются.

В данной работе методом математического моделирования проводится исследование конвективной устойчивости слоя вязкой несжимаемой жидкости с жесткими границами при наличии равномерного внутреннего нагрева. Основу модели составляют трехмерные нестационарные уравнения Навье-Стокса в приближении Буссинеска. Результаты расчетов вблизи критического значения числа Рэлея показывают, что устойчивой структурой течения при  $\text{Pr} < 0.25$  являются шестиугольные ячейки l-типа [рис.1], при  $\text{Pr} \sim 0.25$  устойчивыми оказываются двумерные волны [рис.2], при  $\text{Pr} > 0.25$  - ячейки g-типа [рис.2]. Полученные результаты согласуются с данными работы [4].

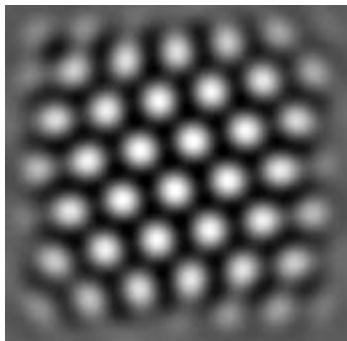


Рис.1  $\text{Pr}=0.1$ ,  $\text{Ra}=1635$

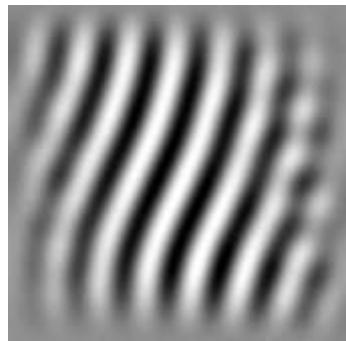


Рис.2  $\text{Pr}=0.25$ ,  $\text{Ra}=1635$

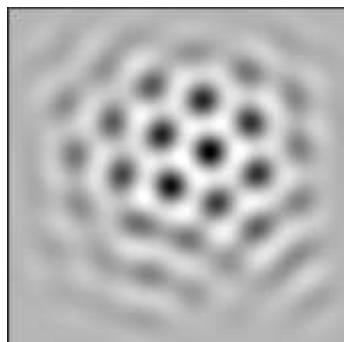


Рис.3  $\text{Pr}=1$ ,  $\text{Ra}=1635$

На рисунках показано горизонтальное сечение полей температуры, темные участки соответствуют холодной жидкости, светлые - горячей.

#### ЛИТЕРАТУРА.

- 1.P. H. Roberts. Convection in horizontal layers with internal heat generation. Theory. Journal of Fluid Mechanics, 1967, 30 , pp 33-49
- 2.D. J. Tritton , M. N. Zarraga. Convection in horizontal layers with internal heat generation. Experiments. Journal of Fluid Mechanics, 1967, 30 , pp 21-31
3. R.Krishnamurti, Finite amplitude convection with changing mean temperature. Part 1. Theory. Journal of Fluid Mechanics, 1968, 33 , pp 445-455
4. R.Krishnamurti, Finite amplitude convection with changing mean temperature. Part 2. An experimental test of the theory. Journal of Fluid Mechanics, 1968, 33 , pp 457-463
5. M.Tveitereid, E.Palm, Convection due to internal heat sources. Journal of Fluid Mechanics, 1976, pp 481-499
6. A. Thess, M. Bestehorn, Planform selection in Bénard-Marangoni convection:  $l$  hexagons versus  $g$  hexagons, Phys. Rev. E, 1995, 52, 6358–6367
7. S.C. Generalis, F. H. Busse, Transition in inclined internally heated fluid layers, In Proceedings of the 5th European Thermal-Sciences Conference, 2008, 74

## К ТЕОРИИ ВИХРЕВОГО ДИНАМО В АСТРОФИЗИЧЕСКОМ ДИСКЕ С ГИРОТРОПНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

А.В.Колесниченко

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

В последнее время весьма интенсивно исследуются разнообразные когерентные (диссипативные) структуры в турбулентной жидкости, которые оказывают сильное влияние на различные динамические характеристики течения. С фактической точки зрения наиболее богата подобными структурами развитая турбулентность в термодинамически открытой системе, когда при очень больших числах Рейнольдса нарушаются различные симметрии, допускаемые уравнениями Навье-Стокса и краевыми условиями. В этом случае в турбулентном течении самоорганизовываются разнообразные пространственно-временные когерентные образования, такие как вихревые нити, спирали и клубки, турбулентные

пятна, берстинги и т.п. Однако в тех случаях, когда поток свободен от внешнего принуждения (связанного, например, с крупномасштабным сдвигом скорости при вращении космического объекта), развитая турбулентность в пределе бесконечно больших чисел Рейнольдса имеет, как известно, тенденцию восстанавливать (в статистическом смысле) нарушенные симметрии вдали от границ течения.

Вместе с тем, существует турбулентность, которая и при очень больших числах Рейнольдса не восстанавливает нарушенную отражательную симметрию поля пульсационных скоростей в случае преобразования  $\mathbf{x} \rightarrow -\mathbf{x}$  координат. Примером такой турбулентности является пульсирующее поле скоростей в конвективной зоне астрофизического аккреционного диска: средние свойства этого поля не остаются инвариантными при зеркальном отражении в его экваториальной плоскости. Подобная турбулентность, как известно, называется гиротропной (или спиральной) и возникает под влиянием массовых сил с псевдовекторными свойствами (например, силы Кориолиса, магнитного поля и т.п.). Последнее означает, что в подобном анизотропном мелкомасштабном пульсационном поле скоростей вихревые левовращательные движения в совокупности могут быть более вероятными, чем правовращательные, или наоборот.

Важно также отметить, что для однородного бездивергентного поля пульсационных скоростей  $\mathbf{u}'$ , лишенная отражательной симметрии вихревая спиральность  $H = \langle \mathbf{u}' \cdot \boldsymbol{\omega}' \rangle$  сохраняется в инерционной области энергетического спектра, т.е. в этой области существует еще один (помимо турбулентной энергии  $b \equiv \langle |\mathbf{u}'|^2 / 2 \rangle$ ) дополнительный невязкий (при  $\nu \rightarrow 0$ ) инвариант. Это обстоятельство приводит, вообще говоря, к полному изменению характера процесса передачи кинетической энергии по каскаду вихрей Ричардсона-Колмогорова в спиральной трехмерной турбулентности, поскольку теперь уже две величины  $b$  и  $H$  одновременно могут переноситься по спектру турбулентных пульсаций от одних масштабов к другим

В работе рассмотрена проблема образования крупно- и мезомасштабных когерентных вихревых структур в спиральной турбулентности вращающегося немагнитного астрофизического диска, которая ранее не поддавалась исследованию, поскольку не учитывалось воздействие инверсного каскада энергии на эволюцию турбулентности этого космического объекта. Развитая феноменологическая теория дисковой зеркально-несимметричной турбулентности восполнила пробел благодаря включению в модель механизма вихревого динамо, ответственного

(при надлежащем определении тензора сдвиговых турбулентных напряжений Рейнольдса) за поток энергии от мелких вихрей к крупным, который можно интерпретировать как эффект отрицательной вязкости. Включение этого элемента в модель спиральной турбулентности приводит к модификации реологических соотношений для турбулентного потока тепла и тензора турбулентных напряжений, а также к некоторому числу дополнительных эволюционных уравнений для величин типа турбулентной энергии, скорости диссипации, осредненной завихренности и осредненной вихревой спиральности. Обсуждается роль вихревой спиральности в возникновении обратного энергетического каскада Ричардсона-Колмогорова и связанный с ним процесс генерации энергоемких разномасштабных когерентных вихревых образований, возникающих в гиротропной турбулентности при больших числах Рейнольдса. Сделан вывод, что по мере все более надежного подтверждения в численных экспериментах концепции инверсного каскада энергии в трехмерной спиральной турбулентности, учет эффекта вихревого динамо, влияющего на синергетическое структурирование космического вещества в астрофизическом немагнитном диске, приобретает важную роль при его моделировании.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Колесниченко А.В., Маров М.Я.// Математическое моделирование. – 2008. – Т. 20. № 10. – С. 99-125.
2. Колесниченко А.В., Маров М.Я. // Турбулентность и самоорганизация: Проблемы моделирования космических и природных сред. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. –2009. – 632 с.

### ВОЗНИКНОВЕНИЕ ХАОТИЧЕСКИХ АТТРАКТОРОВ В ПРОБЛЕМЕ КУЭТТА-ТЕЙЛОРА ДЛЯ ПРОНИЦАЕМЫХ ЦИЛИНДРОВ

Колесов В. В., Романов М. Н.  
Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Исследуются течения вязкой несжимаемой жидкости между двумя проницаемыми вращающимися в разные стороны бесконечными концентрическими цилиндрами при наличии радиального потока, направленного от одного цилиндра к другому. Основной режим в данной задаче представляет собой стационарное вращательно-симметричное течение с нулевой аксиальной компонентой поля скорости и спиралевидны-

ми траекториями движения частиц. С ростом числа Рейнольдса он теряет устойчивость, и возникает вторичное стационарное течение или автоколебательный режим с бегущими в азимутальном направлении волнами. Вблизи пересечения бифуркаций, соответствующих возникновению этих течений, рассчитаны вторичные стационарные, периодические и квазипериодические режимы движения жидкости с двумя и тремя независимыми частотами. Исследованы устойчивость и бифуркации найденных течений. Рассчитана инверсионно-связанная пара хаотических аттракторов, возникающая в результате серии бифуркаций трехчастотных квазипериодических режимов.

## О НЕУСТОЙЧИВОСТИ СХОДЯЩИХСЯ УДАРНЫХ ВОЛН ПОЛИГОНАЛЬНОЙ ФОРМЫ

Конюхов А.В., Лихачев А.П.

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Как известно [1], сходящиеся цилиндрические (сферические) ударные волны неустойчивы по отношению к потере пространственной симметрии с тенденцией к возникновению полигональной (полиэдральной) формы. Сам по себе этот переход не является катастрофическим для достижения высоких степеней сжатия: при сохранении полигональной симметрии кумуляция в такой ударной волне может оставаться неограниченной (см., например, [2]), что, собственно, и делает сходящиеся ударные волны интересными для приложений. Вопрос о том, устойчивы ли по отношению к малым возмущениям полигональные ударные волны, остается открытым. Существует мнение, что возникновение поперечных ударных волн в узловых точках полигональной ударной волны является стабилизирующим фактором, сдерживающим развитие неустойчивости. Более того, в [3] в категорической форме утверждается, что искусственное создание (путем специальных возмущений) симметричной полигональной ударной волны гарантирует неограниченную кумуляцию с тем же (в среднем) законом изменения давления, что и в цилиндрической ударной волне. В данной работе это утверждение подвергается критическому анализу. Проведены гидродинамические расчеты сходящихся ударных волн данного типа с применением подвижных (сжимающихся) зйлеровых сеток. Показано, что гипотеза об устойчивости полигональных ударных волн не подтверждается, по крайней мере, в частном случае: возмущение с угловым периодом  $\pi$ , налагаемое на квадратную (в начальном состоянии) полигональную ударную волну, приводит к пре-

кращению роста давления на конечном расстоянии от фокуса. Развитие неустойчивости, приводящее к прекращению кумуляции, показано на рисунке 1, где приведена последовательность изменения формы УВ с указанием масштаба изображения (степени сжатия сетки).

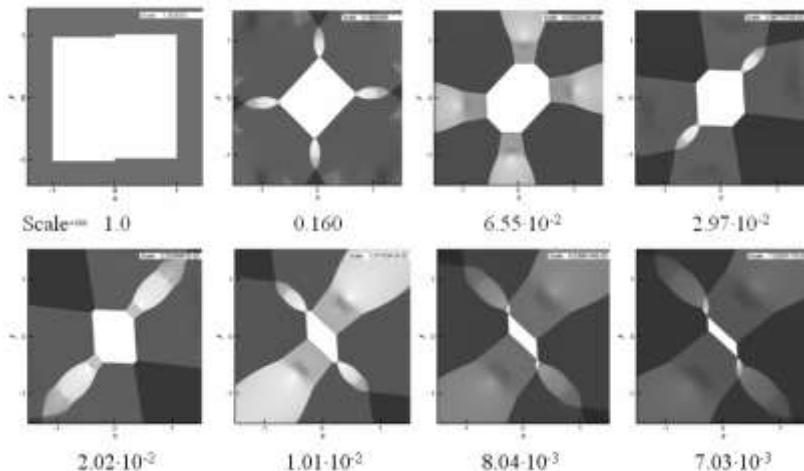


Рис. 1. Развитие неустойчивости полигональной сходящейся УВ в идеальном газе

Кроме того, в работе рассмотрено влияние одного из факторов термодинамической неидеальности среды (отталкивания частиц) на устойчивость цилиндрических сходящихся ударных волн и, соответственно, на достигаемую в процессе их схлопывания степень сжатия. С использованием модели твердых сфер (уравнение состояния Карнахана-Старлинга) показано, что увеличение плотности упаковки частиц (твердых сфер) в среде перед ударной волной приводит к существенному увеличению степени достигаемой кумуляции. Вывод сделан на основе расчетов развития неустойчивости при различных значениях начальной плотности упаковки в диапазоне  $0 < \eta < 1/3$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Whitham, G. B., 1974 Linear and Non-linear Waves. NY: Wiley.
2. Schwendeman, D. W., Whitham, G. B. On converging shock waves // Proc. R. Soc. Lond. A. 1987. V. 413, P. 297-311.
3. Eliasson V., Kjellander M., Apazidis N., Regular versus Mach reflection for converging polygonal shocks // Shock Waves (2007) 17:43–50.

# НЕУСТОЙЧИВОСТЬ КОМПЛЕКСА РАЗРЫВОВ В САМОГРАВИТИРУЮЩЕМ ГАЗЕ

К. В. Краснобаев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Механико-математический факультет МГУ

<sup>2</sup> Институт космических исследований РАН, Москва

Исследованиям движений саморавирирующего газа в настоящее время уделяется значительное внимание в связи с проблемами звездообразования. Так, согласно "триггерной" модели, которая находит многочисленные наблюдательные подтверждения, в слое сжатого газа между ударным и ионизационным фронтами создаются благоприятные условия для развития джинсовской неустойчивости, стимулирующей образование звезд.

В работе рассматривается эволюция неустойчивых возмущений в течении, содержащем ударную волну и фронт ионизации. Учитываются процессы радиационного охлаждения за фронтом ударной волны. Течение ионизованного газа считается изотермическим. Граничные условия для гравитационного потенциала выставлялись применительно к трем типам движений: комплекс разрывов смещается соответственно в сверхзвуковой поток, в направлении к ионизированному газу или это смещение вообще невелико. Установлен диапазон скоростей ударной волны, в границах которого в газе возникают периодические колебания конечной амплитуды. Показано, что начальное возмущение параметров газа приводит к возникновению неоднородной структуры слоя между фронтами. На величину неоднородностей и смещение разрывов оказывает значительное влияние эффективность охлаждения газа за фронтом ударной волны. С уменьшением эффективности охлаждения роль самогравитации возрастает. При увеличении расстояния между фронтами возрастает масса заключенного в плотном слое вещества. В результате возрастают и силы взаимного притяжения между частицами среды, а достигающиеся возмущения плотности становятся сопоставимыми с плотностью в невозмущенном слое.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 11-01-00409-а) и Федеральной целевой программы «Научные и педагогические кадры инновационной России» (контракт № 16.740.11.0309).

# О МОДЕЛИРОВАНИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОБЛАСТИХ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Б.И. Краснопольский  
НИИ механики МГУ, Москва

В работе рассматриваются вопросы разработки вычислительного алгоритма расчета течений вязкой несжимаемой жидкости в областях сложной формы и его последующей реализации на многопроцессорной вычислительной технике. За основу при разработке нового приложения был выбран метод, изложенный в [1], где была предложена процедура аппроксимации уравнений Навье-Стокса на неструктурных сетках. Одной из особенностей этой процедуры является сохранение дискретной кинетической энергии при разностной аппроксимации конвективных членов уравнений Навье-Стокса. Используя неразнесенные сетки не удается предложить устойчивую схему, которая бы сохраняла дискретную кинетическую энергию при аппроксимации градиентов давления, однако предложенная процедура аппроксимации позволяет минимизировать таковые потери, обеспечив устойчивость численной процедуры.

Указанный метод реализован в общем случае для трехмерных неструктурных сеток с гексагональными ячейками. Информация о расчетной сетке в приложении содержится в трех списках элементов. Первый список содержит номера и координаты вершин, а второй – номера вершин, образующих каждую из расчетных ячеек сетки. Дополнительно используется список граней ячеек, который содержит информацию о номерах соседних вершин и ячеек, а также принадлежности грани к внешней границе расчетной области. Такая схема хранения информации о сетке допускает эффективное распределение данных между вычислительными процессами с малым дублированием данных. В качестве входного формата данных, содержащего информацию о расчетной сетке и соответствующих граничных условиях, используется CGNS-формат. Входной файл может быть сформирован как с помощью отдельных пользовательских программ посредством библиотеки *cgnslib*, так и с помощью специализированных сеточных генераторов, например ICEM CFD. Для записи результатов расчетов используется SILO-формат хранения данных, с помощью которого обеспечивается экспорт данных в пакет визуализации VisIt. Для решения больших сильно разреженных систем линейных алгебраических уравнений используется модифицированный метод подпространства Крылова [2] с алгебраическим многосе-

точным предобуславливателем. Эффективность этого набора методов и их реализации была исследована на вычислительных системах СКИФ МГУ «Чебышёв» и «Ломоносов» [3].

Получены результаты верификации приложения для задачи о течении в двумерной каверне с движущейся крышкой,  $Re=1000$  и  $5000$ . Погрешность расчетов относительно эталонных данных [4] на эквивалентных сетках не превысила сотых долей процента. Исследование масштабируемости текущей версии приложения проведено для тестовой задачи обтекания трехмерной прямоугольной каверны. Получены оценки пикового ускорения в зависимости от количества вычислительных узлов (в расчете использовано одно ядро на узле) для расчетных сеток размером 5.8, 12.2 и 25.3 млн. ячеек, которые составили порядка 85 раз (192 узла), 140 раз (256 узлов) и 180 раз (384 узлов) соответственно. При этом следует отметить что реализованная в настоящий момент процедура обменов сообщениями между вычислительными процессами не является оптимальной. Полученные характеристики масштабируемости после доработки кода могут быть заметно превышены.

Проведены первичные DNS-расчеты турбулентных течений в плоском канале ( $Re=4200$ ). Предварительное сопоставление результатов продемонстрировало приемлемую точность для ряда интегральных характеристик течения, однако оно еще должно быть выполнено и для локальных величин. Последующая работа будет посвящена возможной оптимизации алгоритмов и проведению тестовых DNS-расчетов турбулентных течений с целью дальнейшей верификации методов и оценке точности результатов.

Автор выражает благодарность Н.В. Никитину за ценные замечания и рекомендации в ходе выполнения работы и обсуждения результатов.

Работа частично поддержана грантом РФФИ №11-01-00088-а. Представленные в работе результаты расчетов были получены на вычислительной системе «Ломоносов» Суперкомпьютерного комплекса Московского университета.

## ЛИТЕРАТУРА.

1. Mahesh K., Constantinescu G., Moin P. A numerical method for large-eddy simulation in complex geometries // Journal of Computational Physics, 2004, V. 197, №1, P. 215–240.
2. Krasnopolsky B.I. The reordered BiCGStab method for distributed memory computer systems // Procedia Computer Science, 2010, V. 1, P. 213–218.
3. Краснопольский Б.И. Об особенностях решения больших систем линейных алгебраических уравнений на многопроцессорных вычислитель-

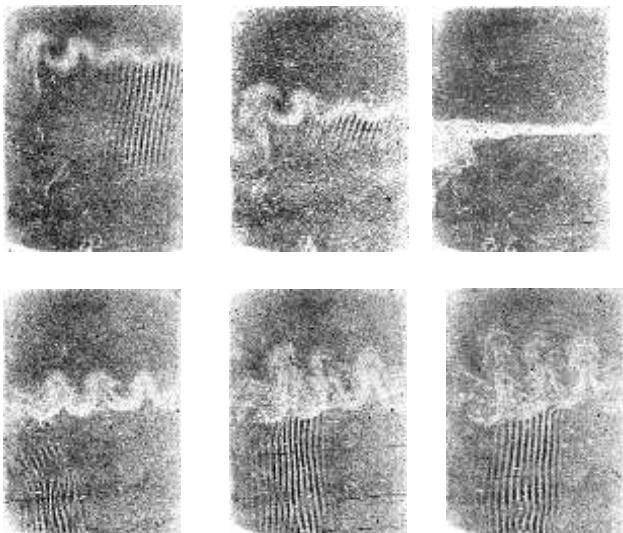
ных системах различной архитектуры // Вычислительные методы и программирование, 2011, Т. 12, № 1, С. 176–182.

4. Erturk E., Corke T.C., Gokcol C. Numerical solutions of 2-D steady incompressible driven cavity flow at high Reynolds numbers // International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2005, V. 48, № 7, P. 747–774.

## ВЛИЯНИЕ НА РАЗВИТИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ-ТЭЙЛОРА ОТРАЖЁННЫХ ВОЛН

В.В. Кривец, Е.И. Чеботарёва, С.Н. Титов, А.Н. Алёшин  
Энергетический Институт им. Г.М.Кржижановского, Москва

При ускоренном движении контактной границы двух сред возникают условия для гидродинамических неустойчивостей Рихтмайера-Мешкова (РМ) и Рэлея-Тэйлора (РТ), которые вызывают перемешивание. В данной работе экспериментально исследуется эволюция области перемешивания газов под действием отражённых волн сжатия, которые первоначально создавали условия неустойчивости РТ. Эксперименты проводились на трубе квадратного сечения [1], где волны сжатия распространялись перед фронтом пламени, движущимся ускоренно, причём отражённые волны проходили из тяжёлого газа в лёгкий. Возмущения начальной зоны перемешивания создавались с помощью плоской выдвигающейся пластины. Исследовались зоны для двух комбинаций газов: лёгкая нестехиометрическая водородно-кислородная смесь перемешивалась с тяжёлым аргоном или двуокисью углерода. В экспериментах варьировалось расстояние от начального положения области перемешивания до торца трубы, что влияло на протяжённость цуга отражённых волн сжатия, а значит и длительности воздействия тормозящего импульса на контактную границу. Найдено, что чем короче цуг тормозящих волн сжатия, тем быстрее растёт толщина зоны перемешивания. Этот рост происходит после перефазировки возмущений, как и в случае развития неустойчивости РМ, вызванного ударной волной. При достаточном удалении торца в отражённой волне успевает сформироваться слабый ударный скачок. На рисунке показаны интерферометрические кадры, развития перемешивания в течение 1 мс между смесью и CO<sub>2</sub> для одного из положений торца трубы.



Получено, что после перефазировки различные возмущения, принадлежащие одной контактной зоне, растут с одинаковыми скоростями. Это согласуется с результатом работы [2], выполненной на ударной трубе.

Проведено сравнение безразмерных скоростей роста толщины зоны перемешивания, в зависимости от числа Атвуда, с результатами из [3], [4]. Чем короче тормозящий импульс, тем лучше совпадение со значениями безразмерных скоростей из [3]. В то же время, перемешивание между несжимаемыми жидкостями [4] на стадии замедления происходит гораздо медленнее, чем в сжимаемом случае.

Для получения газодинамических параметров течения в области вне зоны перемешивания был проведён одномерный расчёт на лагранжевой сетке, согласованный с реальными экспериментами по траектории движения контактной зоны.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект 10-08-00533).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. S. Zaytsev, V. Krivets, I. Mazilin, S. Titov, E. Chebatareva, V. Nkishin, V. Tishkin, S. Bouquet, J.-F. Haas. Evolution of the Rayleigh-Taylor instability in the mixing zone between gases of different densities in a field of variable acceleration. *Laser and Particle Beams*, 2003, 21, 393-402.

2. E. Leinov, G. Malamud , Y. Elbaz, L. Levin, G. Ben-Dor, D. Shvarts, O. Sadot. Experimental and numerical investigation of the Richtmyer-Meshkov instability under re-shock conditions. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, 626, 449–475.
3. С.Г. Зайцев, В.В. Кривец, С.Н. Титов, Е.И. Чеботарёва. Взаимодействие отраженной ударной волны с областью перемешивания на поздних стадиях развития. Труды конференции 4-е Забабахинские Научные Чтения, 1995, с.454-460.
4. Yu. Kucherenko, A. Pylaev, V. Murzakov, V. Popov, V. Savel'ev, A. Tyaktev, O. Komarov. Experimental Investigation into the Rayleigh-Taylor turbulent mixing evolution under shock effects. *Proceedings of 7<sup>th</sup> IWPECTM*, St. Petersburg, Russia, 1999, 68-74.

## **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРАЦИОННОГО ПОВЕДЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА В ПОЛОСТИ С ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ОТРЫВНОМ ХАРАКТЕРЕ ОБТЕКАНИЯ**

А.Ф. Кузав

Пермский государственный педагогический университет, Пермь

В [1] при исследовании вибрационного взаимодействия тяжелого цилиндрического тела с дном прямоугольной полости, заполненной вязкой жидкостью, обнаружено возбуждение осредненного движения тела вдоль направления, совпадающего с осью вибраций. Здесь же методом скоростной видеорегистрации показано, что данный вид неустойчивости связан с потерей симметрии колебаний цилиндра. Подобное поведение, а именно возникновение тангенциального движения, когда на фоне гармонических колебаний появляется среднее направленное движение тела относительно полости, наблюдается и в экспериментах с легким цилиндром [2]. В работах [1, 2] используются твердые тела, плотность которых близка к плотности окружающей жидкости. При этом амплитуда колебаний тела относительно жидкости соответствует области безотрывного, ламинарного обтекания.

В настоящей работе продолжено исследование поведения цилиндрического тела в постановке [2], но в случае отрывного обтекания колеблющегося в жидкости тела. Опыты проводятся со стальным цилиндром, плотность которого в несколько раз отличается от плотности жидкости. Изучается зависимость от параметров вибраций порогов: а) отрыва тела от дна полости при повышении (при этом между цилиндром и нижней границей кюветы возникает устойчивый зазор) и падения

при уменьшении интенсивности вибраций; б) начала возникновения и прекращения тангенциального движения. Выявлены новые особенности поведения тела. Предполагается, что за генерацию тангенциального движения при отрывном характере обтекания отвечает иной механизм, чем тот, который наблюдался в [1, 2]. Причиной асимметрии колебаний тела, а, значит, и осредненного движения, являются процессы, связанные с отрывом вихрей от цилиндра при вибрациях.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 09-01-00665а).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. V.G. Kozlov, A.A. Ivanova, V. Schipitsyn. Lift force acting the cylinder in viscous liquid under vibration // Proc. 61<sup>st</sup> Intern. Astronautical Congress (IAC 2010). Prague. Czech Republic. 8 p. (CD).
2. А.А. Иванова, В.Г. Козлов, В.Д. Щипицын. Легкий цилиндр в полости с жидкостью при горизонтальных вибрациях // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 6. С.64–73.

### ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ СТАБИЛИЗАЦИИ КОНТАКТНОЙ ГРАНИЦЫ В МАГНИТНО-ИНЕРЦИАЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ ВЫСОКОЙ ПЛОТНОСТИ

В.В. Кузенов, С.В. Рыжков  
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва

Наиболее критичной частью работы системы на основе магнитно-инерциального термоядерного синтеза (МИТС) является конечная стадия сжатия, когда необходимы соответствующая изоляция и удержание плазмы, вращательная скорость для гидродинамической устойчивости. Поэтому полезно моделировать системы с нужной конечной конфигурацией и определять необходимые начальные условия для плазмы и драйвера, игнорируя способ получения этого конечного состояния. Часть падающего на плазму мишени лазерного излучения отражается от плазменной короны. Кроме того, на сферической мишени возможна рефракция части излучения.

Модель [1, 2] описывает сжатие мишени лазерными пучками в магнитном поле произвольной конфигурации и может быть использована для численного исследования процессов образования плазмы во внешнем затравочном магнитном поле и ее нагрева при сжатии с использованием высокоэнергетических внешних источников (драйверов). Эта система

ма уравнений учитывает, как сжатие магнитного поля, вмороженного в плазму, так и поведение плазмы при сжатии.

Известно, что на стадии “сжимания” термоядерной мишени (когда плотность и температура в мишени становятся достаточно высокими) могут реализовываться условия для протекания термоядерных реакций. На этой стадии – стадии горения термоядерного топлива необходимо учитывать ряд важных процессов, в том числе влияние энерговыделения, вызванного протекающими в плазме термоядерными реакциями, на гидродинамику лазерной плазмы. Стадия горения при численной реализации основывается на методе Розенброка седьмого порядка точности и методе расщепления по физическим процессам.

На первом временном дробном шаге, с использованием явного метода предиктора-корректора и соответствующих краевых условий, решается “гиперболическая” (“невязкая”) часть системы уравнений, которая составляет “гидродинамическую” (конвективную часть системы уравнений Навье-Стокса, динамики магнитного поля  $\vec{B}$ ,  $q - \omega$  модели Кокли, уравнения, описывающие изменение числа частиц, участвующих в термоядерных реакциях) фазу численного расчета. Отметим, что стадия предиктора основана на квазимонотонном методе высокого порядка точности и характеристической форме уравнений Эйлера, в которой неизвестные величины записаны в квазинвариантах Римана. Такая форма уравнений Эйлера предложена В.М. Головизним [3].

Шаг по времени  $\Delta t$  необходимый, для интегрирования сформулированной дифференциально – разностной схемы, выбирается из условия выполнения критерия устойчивости Куранта – Фридрихса – Леви. Заметим, что в рассматриваемых задачах на периферии лазерного факела образуется пространственная область, называемая короной, расчет которой может приводить к “жесткому” ограничению шага по времени. По этой причине параболическая часть системы уравнений решается неявным образом.

Разработана математическая модель облучения замагниченной плазменной мишени несколькими лазерными пучками, которая описывает динамику и кинетику термоядерной замагниченной плазмы. Моделирование процессов сжатия плазмы и вмороженного в нее магнитного поля при воздействии лазерными пучками с высокой энергией импульса подразумевает равномерное обжатие мишени.

Использование многоуровневой модели и квазимонотонного оригинального метода высокого порядка точности при исследованиях сильно нелинейных режимов взаимодействия лазеров с высокой энерги-

ей импульса и сверхзвуковых плазменных струй с мишенью позволяет исследовать процессы создания плазмы, динамики и кинетики замагниченной лазерной плазмы и возбуждения вихревых токов при наличии внешнего магнитного поля, а также учитывать перенос излучения, наличие спонтанных электромагнитных полей и турбулентности плазмы во внешнем затравочном магнитном поле.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Кузенов В.В., Рыжков С.В. “Математическая модель взаимодействия лазерных пучков высокой энергии импульса с плазменной мишенью, находящейся в затравочном магнитном поле”. Препринт ИПМех РАН. М.: Институт Проблем Механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 2010. № 942. 57 с.
2. V.V. Kuzenov, S.V. Ryzhkov, ”Developing the Numerical Model for Studying Laser-Compression of Magnetized Plasmas”. Acta Technica, 2011. V. 56. T454-467.
3. Головизнин В.М. “Балансно - характеристический метод численного решения одномерных уравнений газовой динамики в эйлеровых переменных”. Математическое моделирование, 2006. Т.18, №11. С.14-30.

### ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ В ЗАДАЧАХ С ЛАЗЕРНЫМ ДРАЙВЕРОМ. РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТА

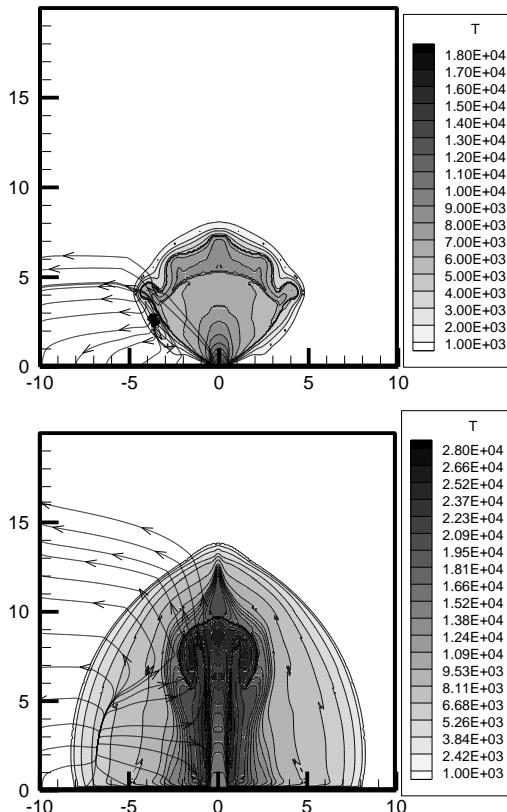
В.В. Кузенов<sup>1,2</sup>, С.В. Рыжков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

<sup>2</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва

Разработанная математическая модель для магнитно-инерциального термоядерного синтеза (МИТС) с лазерным драйвером была протестирована на задачах, связанных с истечением осесимметричных импульсных струй плазмы, находящихся во внешнем магнитном поле (МП) с учетом широкополосного собственного излучения плазмы. Выполненные тестовые расчеты без учета магнитного поля (МП) стационарных струй плазмы показали хорошее соответствие с известными из литературы [1] данными. В настоящей работе рассматриваются результаты решения новой тестовой задачи (сильно нелинейная модель с неадиабатным сжатием), представленной на Международных конференциях «Nonequilibrium Processes in Nozzles and Jets (NPNJ'2010)» и «Frontiers of Nonlinear Physics (FNP 2010)» [2, 3]. Для расчетов использовался нестационарный вычис-

литературный код, основанный на оригинальном квазимонотонном методе [4] высокого порядка точности в квазиортогональных координатах (помимо адаптированные координаты в криволинейной сетке) с разрывными решениями. Рассматривается численная методика построения регулярных криволинейных адаптивных сеток в произвольных областях [5].



На рисунках показаны (сверху) пространственное распределение температуры  $T$  [К] в импульсной струе плазмы без внешнего магнитного поля (МП) на момент времени  $t = 49,3$  мкс и (снизу) пространственное распределение температуры  $T$  [К] в импульсной струе плазмы при наличие внешнего магнитного поля  $B = 2,5$  Тл на момент времени  $t = 46,9$  мкс. При введении МП (уровень 0,1-5 Тл) по сравнению с тестовыми расчетами наблюдается изменение структуры течения импульсных

струй, которое сопровождается уменьшением интенсивности висячих ударных волн (УВ). Центральный скачок меняет свое положение относительно выходного среза струи (отстает или пропадает) по сравнению с тестами. Тороидальные вихри, которые обычно наблюдаются за контактной границей в тройной конфигурации УВ, при наложении внешнего МП сначала ослабляют свою интенсивность, а затем (при увеличении МП) пропадают. Таким образом, МП с точки зрения вихрей играет стабилизирующую роль, которая проявляется в том, что вихревые структуры деградируют при наличии МП. Следует также отметить, что затухание движения струи вдоль оси системы наблюдается значительно позже (примерно в 2 раза) при условии наложения внешнего МП. Представленные результаты отличаются от работ, где рассматривается только спонтанное МП. Проведенные расчеты и сравнения с результатами других авторов показывают, что разработка подобных кодов требует создания новых тестовых задач, а также основанных на экспериментах.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Г.А. Лукьянов. Сверхзвуковые струи плазмы. Л.: Машиностроение, 1985.
2. В.В. Кузенов, С.В. Рыжков. Разработка математической модели облучения замагниченной плазменной мишени несколькими лазерными пучками. Сборник материалов Восьмой Международной конференции по Неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2010). Алушта, 25-31 мая 2010, 254-255.
3. V.V. Kuzenov, S.V. Ryzhkov. Non-linear aspects in a model of laser-driven implosion. IV International Conference "Frontiers of Nonlinear Physics" (FNP 2010), Nizhny Novgorod - St.-Petersburg, Russia, Proceedings. Nizhny Novgorod, 2010, 371-372.
4. В.В. Кузенов, С.В. Рыжков. Математическая модель взаимодействия лазерных пучков высокой энергии импульса с плазменной мишенью, находящейся в затравочном магнитном поле. Препринт ИПМех РАН. М.: Институт Проблем Механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 2010, №942, 57с.
5. V.V. Kuzenov, S.V. Ryzhkov. Developing the numerical model for studying laser-compression of magnetized plasmas. Acta Technica, 2011, v.56, T454-467.

## ПРОНИКАЮЩАЯ КОНВЕКЦИЯ В СЛОЕ ВОДЫ ВБЛИЗИ 4°C

Д.В. Кузнецова, И.Н. Сибгатуллин  
НИИ Механики МГУ им. Ломоносова, Москва

Взаимодействие конвективно устойчивых и неустойчивых слоев жидкости часто встречается в природе и характеризуется проникновением возмущений из неустойчивой области в устойчивую. Такое конвективное течение было названо проникающей конвекцией. Одним из самых распространенных примеров такого рода конвекции на Земле является конвекция в воде. Известно, что вода при атмосферном давлении и температуре 3.98°C имеет максимум плотности. Поэтому при конвекции в слое воды при температурах, близких к точке максимума, происходит взаимодействие неустойчивого и устойчивого подслоев. В данной работе изучается конвекция в слое воды с учетом наличия в слое максимума плотности. Из-за сильной нелинейности задачи, периодические по времени процессы, рассчитанные по пространственной ячейке периодичности с горизонтальными масштабами, соответствующими линейной теории, являются неустойчивыми. Найдены и описаны устойчивые периодические течения с отсутствием касательных напряжений на границах исследуемой области. Для изучения перехода к стохастическим режимам горизонтальный масштаб ячейки периодичности выбирался в соответствии с исследованием устойчивости периодических течений на больших горизонтальных масштабах.

Был обнаружен эффект гистерезиса, при котором существуют несколько решений различной структуры при одних и тех же значениях параметров. Возможно существование двух стационарных решений, либо двух стационарных и одного периодического решений. Наиболее реализуемый переход к хаосу происходит следующим образом: после стационарного режима появляется периодический с одним максимумом за период, далее возникает второй максимум за период, после этого перед переходом к хаосу образуется квазипериодический режим – рис. 1, где показано изменение структуры аттракторов в фазовом пространстве.

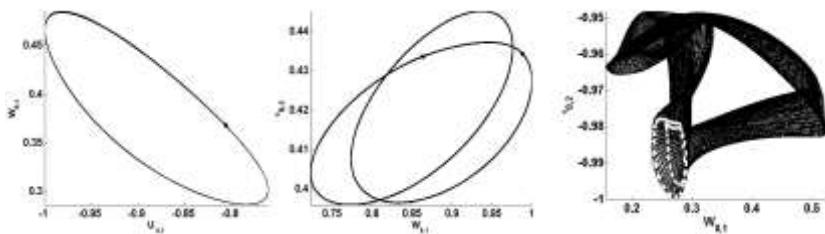


Рис. 1 Аттракторы для периодического, двоякопериодического и квазипериодического режима.

Особенностью возникающего стохастического режима является наличие перемежаемости – рис. 2, где на фоне основного квазипериодического движения возникают всплески с большой амплитудой. При увеличении надкритичности появляется окно квазипериодичности, после которого возникает перемежаемость на фоне нового квазипериодического режима с другой структурой.

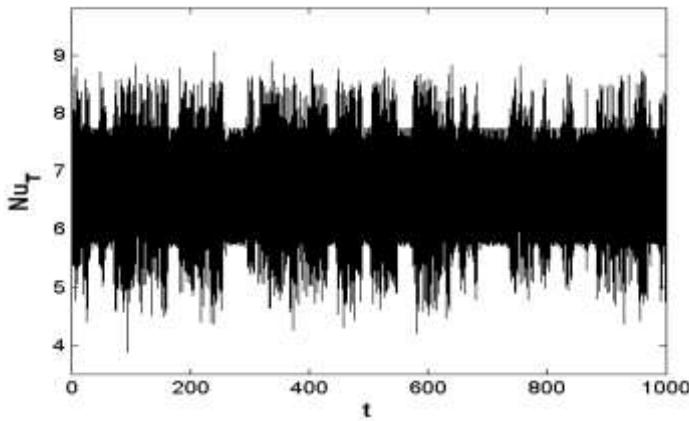


Рис. 2 Режим перемежаемости.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 09-08-00390-а. Вычисления производились на суперкомпьютерных системах МГУ им. Ломоносова «Чебышев» и «Ломоносов».

# EFFICIENCY OF EDDY MIXING IN STABLY STRATIFIED ATMOSPHERIC BOUNDARY LAYER

Albert F. Kurbatskiy\*, Lyudmila I. Kurbatskaya\*\*\*

\*Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS

\*\*Novosibirsk State University,

\*\*\*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics  
SB RAS

Certain qualitative changes in turbulent eddy mixing in an atmospheric boundary layer (ABL) during transitional regimes towards stronger stratification are highlighted using numerical simulations with the mesoscale RANS turbulence model. The eddy mixing efficiency for the stably stratified atmospheric boundary layer is investigated as a function of the gradient Richardson number ( $Ri_g$ ). In particular, the flux Richardson number can be have non-monotonic (line 1 on Fig. 1), which has increased with increasing of the gradient Richardson number, saturates and then decreases after a value of  $Ri_g$  around 1.0 (Fig. 1). Behavior of turbulent eddy mixing coefficients for momentum and heat (Fig. 3) in this study is consistent with the representation that the flow can sustain propagating internal waves that can effectively transport momentum, but not heat. This behavior is in good agreement with observational results for stably stratified nocturnal boundary layer flows.

**Keywords:** Thermal stable atmospheric boundary layer, Flux Richardson number, Eddy momentum and heat diffusivities, Modeling.

## References

- [1]. Pardyjak, E.R. et al. J. Fluid Mech. (2002), vol. 459, pp.307-316.
- [2]. Mellor, G. L. & Yamada T. Rev. Geophysics Space Phys. (1982), vol. 20, pp. 851-875.
- [3]. Nakanishi, M. Boundary-Layer Meteorology (2001), vol. 99, pp. 349-378.
- [4]. Monti P. Journal of the Atmospheric Sciences (2002), vol. 59, pp. 2513-2534.

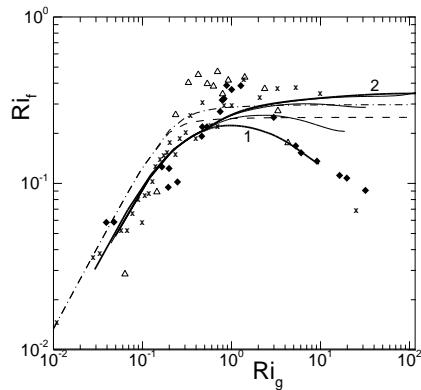


Figure 1. Mixing efficiency ( $Ri_f$ ) as a function of gradient Richardson number ( $Ri_g$ ): symbols are measurements data [1]; solid lines are the simulation results; dotted and dash-dot lines are the parameterizations [2, 3].

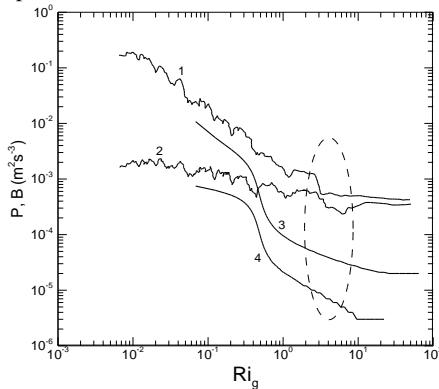


Figure 2. The variation of shear production (lines 1, 3) and buoyancy flux (lines 2, 4) with the gradient Richardson number ( $Ri_g$ ): the lines 1, 2 are from [1], the lines 3, 4 are the simulation results.

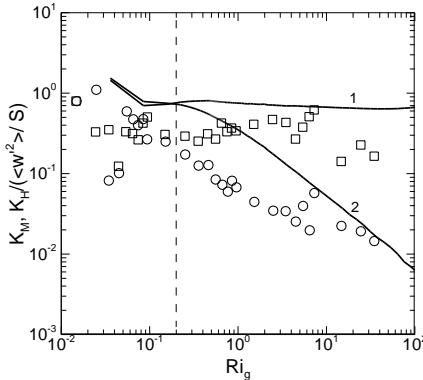


Figure 3. Scalings of turbulent eddy mixing coefficients  $K_m$  (line 1) and  $K_h$  (line 2) (normalized by  $w'^2 / S$ ) with  $Ri_g$ : solid lines are the simulation results; the symbols are measurements data [4].

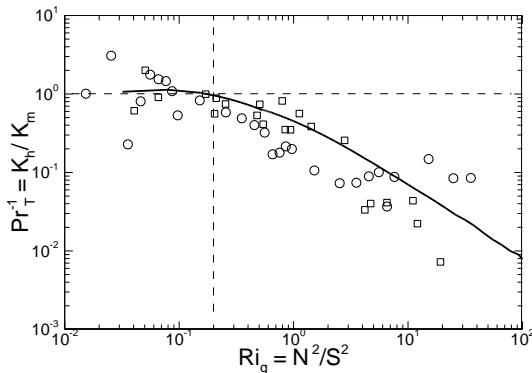
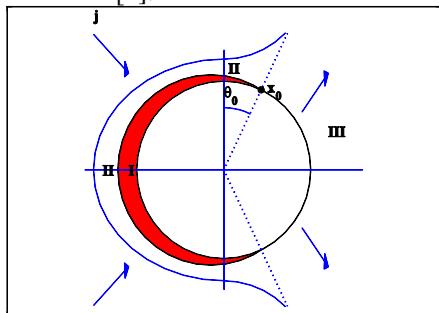


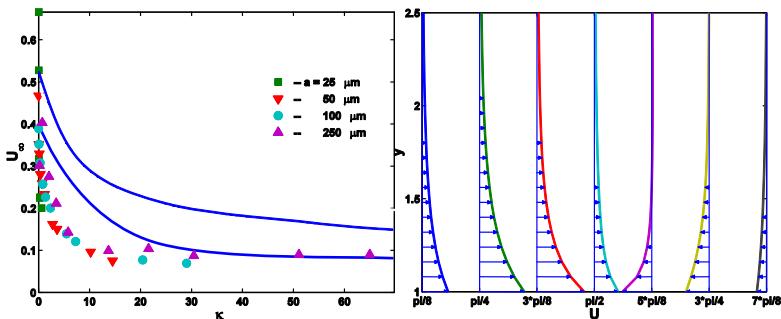
Figure 4. The ratio of heat to momentum eddy diffusivity as a function of the gradient Richardson number. The symbols are observation data [4]; the solid line is a simulation result.

# ДВИЖЕНИЕ ПРОВОДЯЩИХ МИКРОГРАНУЛ В ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

А.С. Куцапалов, В.С. Шелистов, Н.А. Парамонов  
Кубанский государственный университет, Краснодар

Задача о движении проводящих микрочастиц в электрическом поле – хорошо известный феномен, широко применяемый в индустрии и биологии (напыление краски на металлы, разделении смесей, в частности, белков и заряженных макромолекул в биохимии и медицине). Движение проводящей микрочастицы в растворе бинарного электролита под действием электрического поля описывается замкнутой системой Нернста-Планка-Пуассона-Стокса [1]. Частица считается непроницаемой для анионов, на её поверхности задается постоянная концентрация катионов, потенциал на проводящей поверхности постоянен, и выполняются условия прилипания. Вдали от частицы концентрация ионов стремится к равновесной, скорость жидкости – к скорости частицы, электрическое поле – к внешнему наложенному. Задача описывается тремя безразмерными параметрами: напряжённостью внешнего поля  $E_\infty$ , коэффициентом сцепления гидродинамики и электростатики  $\kappa$  и безразмерным числом Дебая  $v$ . Аналитическое решение для некоторых предельных случаев дано в [2–3]. В настоящей работе рассматриваются численная схема решения задачи в полной постановке, результаты этого решения для широкого диапазона параметров и, где это возможно, проводится сравнение с аналитическим решением и экспериментальными данными. Предполагалась осевая симметрия задачи, для решения задачи по вдоль поверхности частицы проводилось разложение по полиномам Лежандра и Гегенбауэра, по нормали к частице проводилась разностная дискретизация, по времени применялся полуявный метод Рунге-Кутты, описанный Никитиным [4].





На рисунке слева изображена частица и основные области решения, существование которых подтверждено расчётами: I – зона пространственного заряда, II – диффузионная область, III – зона, где пространственный заряд и диффузионный пограничный слой отсутствуют, она отделяется от I и II точкой  $x_0$  с углом  $\theta_0$ . Стрелками обозначено направление потока катионов к поверхности частицы. В процессе расчётов получены поля скоростей, электрического потенциала, концентраций ионов и плотности заряда в пространстве. На рисунке в центре приведено типичное распределение тангенциальной компоненты скорости от угловой координаты вдоль частицы ( $E_\infty=500$ ,  $v=0.001$ ,  $\kappa=0.2$ ). Найдено, что сразу за экватором,  $\theta>90^\circ$ , скорость меняет своё направление, что приводит к образованию на задней части частицы вихря. На рисунке не показана очень узкая зона около жёсткой стенки с резким ростом скорости от нуля до скорости проскальзывания. Наиболее важной характеристикой является скорость движения частицы относительно неподвижной среды  $U_\infty$ , зависимость которой от напряжённости внешнего поля приведена на рисунке справа ( $v=0.001$ ,  $\kappa=0.2$ ). Линия 1 – аналитический метод [2], линия 2 получена в рамках настоящего подхода, треугольники, кружки и квадраты – эксперименты [1]. Подчеркнём хорошее соответствие экспериментам, исключая область малой напряжённости электрического поля.

В заключение укажем на впервые выявленный в настоящей работе переход от регулярного течения к хаотическому при достаточно больших напряжённостях внешнего поля.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 11-08-00480-а, 11-01-96505-р\_юг\_ц).

## ЛИТЕРАТУРА.

1. S.S. Dukhin. Electrokinetic phenomena of second kind and their applications // *Adv. Colloid Interface Sci.* 1991. V. 35. Pp. 173–196.
2. Y. Ben, E.A. Demekhin, H.-C. Chang. Nonlinear electrokinetics and "superfast" electrophoresis // *J. Colloid Interface Sci.* 2004. V. 276. Pp. 483–497.
3. Е.Н. Калайдин, Е.А. Демёхин, А.С. Коровяковский. К теории электрофореза второго рода // *ДАН*, 2009, т. 425, № 5, с. 626–630.
4. N. Nikitin. Third-order-accurate semi-implicit Runge-Kutta scheme for incompressible Navier-Stokes equations // *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 2006. V. 51. Pp. 221–233.

## К ВОПРОСУ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЗ В ОКЕАНЕ

Э.К. Лавровский, В.В.Фоминых  
НИИ Механики МГУ

В рамках модели идеальной жидкости рассматривается задача существования и устойчивости форм равновесия интрузионных, вихревых образований (так называемых «линз») в океане. Известно, что необходимым условием существование таких форм является стратификация хотя бы одной из данных сред. Поскольку интрузионные образования в океане относительно однородны, реальный интерес представляет случай роста плотности океана с глубиной – либо монотонный, либо скачкообразный (моделирующий скачкообразный), ибо существование форм равновесия линз возможно и в многослойной внешней среде, при которой принцип стратифицированности сред также не нарушается. Приводятся примеры некоторых форм равновесия, возникающих как в случае антициклонической, так и в случае циклонической закрутки линзы.

Вопрос устойчивости форм равновесия рассматривается в рамках Релея-Тейлоровской постановки. Задача дополнительно упрощена за счет рассмотрения наиболее простого случая нахождения линзы на полюсе Земли и двуслойного океана постоянной плотности в слоях. Показано, что в плоском случае форма равновесия линзы устойчива. В пространственном случае рассмотрен ряд моделей распространения возмущений в обоих средах; получены формулы, описывающие соответствующие краевые задачи, решение которых отвечает на вопрос об устойчивости.

# РАЗВИТИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЛАГРАНЖЕВА ПОДХОДА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИСПЕРСНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Н.А. Лебедева

Институт механики МГУ, Москва

В работе развивается новый комплексный лагранжев подход к моделированию нестационарных плоских вихревых двухфазных течений, в которых несущая фаза является вязкой несжимаемой жидкостью, а дисперсная фаза – континуум без собственных напряжений. Предлагаемый подход является развитием полного лагранжева метода [1-2] для параметров дисперсной среды и бессеточного вихревого метода для уравнений Навье-Стокса [3-4]. В рассматриваемом методе на каждом временном шаге комбинируются процедура вычисления поля скоростей несущей фазы по методу вязких вихревых доменов и процедура модифицированного полного лагранжева метода, позволяющая находить поля параметров (скорость, концентрацию, температуру и т.д.) и дифференциальные характеристики полей (градиенты концентрации и температуры и т.д.) вдоль траекторий движения частиц. Сочетание указанных методов сводит задачу моделирования течения двухфазной среды в основном к решению систем обыкновенных дифференциальных уравнений высокого порядка и позволяет вычислить все параметры течения на лагранжевой сетке. Подход позволяет с контролируемой точностью находить все характеристики дисперсной фазы как в стационарных, так и в нестационарных течениях, а также рассчитывать течения с множественными пересечениями траекторий частиц и локальными зонами накопления дисперсной фазы, в которых эйлерово описание оказывается неприменимым. В последние годы в литературе стали появляться работы, посвященные развитию аналогичных синтетических подходов, сочетающих различные варианты вихревых методов для моделирования несущей фазы и стандартный лагранжев подход для моделирования фазы примеси. Однако во всех известных работах отсутствует аккуратный расчет поля концентрации примеси, учитывающий пересечения траекторий частиц и существенную деформацию элементарного фазового объема дисперсной среды. Предлагаемый метод делает возможным детальное изучение структуры локальных областей аккумуляции примеси и особенностей в полях концентрации и градиентов концентрации частиц в сложных нестационарных вихревых потоках. Подход учитывает различные схемы межфазного взаимодействия, что позволяет проводить исследования дисперсных течений в широком диапазоне определяющих параметров.

ров, при различных соотношениях плотностей фаз, т.е. как течения аэрозолей и запыленных газов, так и течения пузырьковых сред, разреженных супензий и пр.

При помощи предложенного метода проведено численное исследование движение двухфазной импульсной струи (Рис. 1). Изучены возможные режимы движения частиц, исследована эволюция начального однородного распределения примеси и областей предпочтительной аккумуляции частиц, построены поля различных дифференциальных характеристик дисперской среды.

Работа выполнена при поддержке целевой программы “Развитие научного потенциала высшей школы” (проект 2.1.1/1399), грантов Президента РФ (№ МК-3582.2011.1) и РФФИ (проект 11-01-00483).

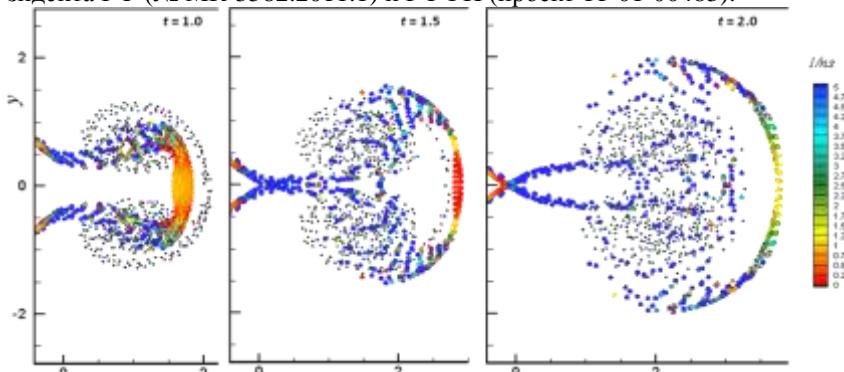


Рис. 1. Типичная картина движения двухфазной струи. Положения вихревых доменов (серые точки) и распределение примеси (цветные точки, цвет соответствует обратной числовой концентрации частиц).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Osiptsov A.N. Lagrangian modeling of dust admixture in gas flows // *Astroph. Sp. Sci.* 2000. V. 274. P. 377-386.
2. Осипцов А.Н. Развитие лагранжева подхода для моделирования течений дисперсных сред // В сб.: Проблемы современной механики. К 85-летию со дня рожд. акад. Г.Г. Черного. Изд. МГУ, 2008. С. 390-407.
3. Дынникова Г.Я. Движение вихрей в двумерных течениях вязкой жидкости // МЖГ. 2003. № 5. С. 11–19.
4. Андронов П.Р., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. Вихревые методы расчета нестационарных гидродинамических нагрузок. Изд. МГУ, 2006. 184 с.

# ГРАНИЦЫ РЕЖИМОВ КОНВЕКЦИИ, ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕН В НАКЛОННЫХ СЛОЯХ С РАЗЛИЧНЫМ ОТНОШЕНИЕМ СТОРОН

М.А.Лебедев<sup>1</sup>, М.Н. Мякшина<sup>2</sup>, В.И.Полежаев<sup>2</sup>

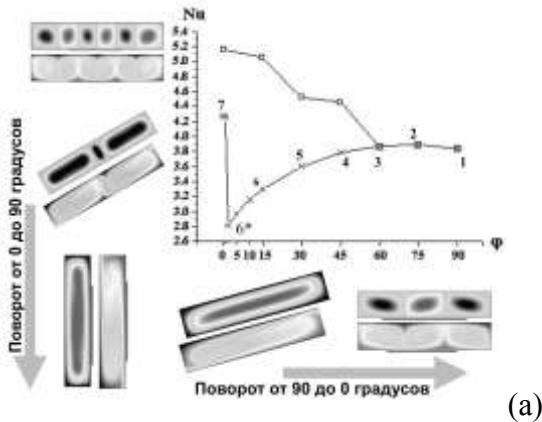
<sup>1</sup> Московский авиационный институт

<sup>2</sup> Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

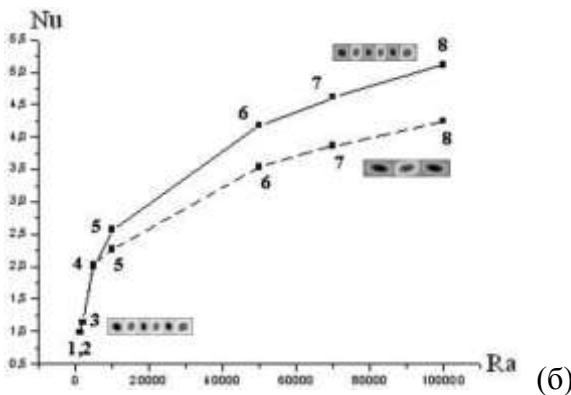
Границы ячейкового и вихревого режимов при тепловой гравитационной конвекции в наклонных слоях на основе модели бесконечно- длинного слоя с периодическими граничными условиями, а также обзор существовавших к тому времени работ даны в [1]. В данной работе выполняются численные исследования этого класса задач в слоях конечного удлинения при различных отношениях сторон, начатые в [2, 3]. Основное внимание уделяется определению границ характерных режимов, гистерезисных явлений, влияния отношения сторон слоя на процесс смены режимов конвекции и выявлению особенностей структур течения и теплообмена. Расчеты выполнены для удлинений  $L/H = 1, 2; 3; 4; 5; 7; 10; 15; 20; 30; 50$ . Определены критические углы наклона слоя, при которых происходит смена режимов конвекции от ячейкового до вихревого, особенности локальных и средних потоков тепла.

На приведенном рисунке дан пример расчета структур течения и теплообмена в слое  $L/H = 5$  при  $Ra=10^5$ ,  $Pr=0.71$ , при изменении угла наклона от нуля (горизонтальный слой) до  $90^\circ$  и обратно, иллюстрирующий смену характерных режимов и эффект гистерезиса при изменении угла наклона (а), а также эволюцию структур в горизонтальном слое при изменении числа Релея (б).

Дано сопоставление результатов расчета числа Нуссельта в наклонном слое с данными расчета по формуле Эль-Шербини и др. [4], полученной на основе обработки опытных данных. Основные расчеты выполнялись на основе Сетевой Компьютерной Лаборатории ИПМех [5], Fluent [6] и компьютерной лаборатории COMGA [7]. Дано сопоставление результатов, полученных с помощью этих программ.



(а)



Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант 12-08-00034.

#### ЛИТЕРАТУРА.

- Гершунин Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений. М.: Наука. Гл. ред. Физ-мат. лит., 1989, с. 53-55.
- Полежаев В.И., Никитин С.А., Мякшина М.Н. Теплообмен и температурное расслоение при свободно-конвективных взаимодействиях в замкнутых объемах.— Труды Пятой Российской национальной конферен-

ции по теплообмену. Т. 1 Общие проблемные доклады. Доклады на круглых столах. М.: Изд. Дом МЭИ. 2010, С. 55-62

3. М.А. Лебедев, В.И. Полежаев. Моделирование течения, теплообмена и гистерезисных явлений в наклонных слоях. (18-я Школа-семинар молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева "Проблемы газодинамики и тепломассообмена в новых энергетических технологиях" г. Звенигород, 23-27 мая 2011)

4. Эль-Шербины, Рейтби, Холландс. Свободноконвективный теплообмен в вертикальных и наклонных слоях. Теплопередача, 1982, т.104, №1 стр. 104-111

5. М.А. Лебедев, С.А. Никитин , Д.Е. Пивоваров В.И. Полежаев Сетевая компьютерная лаборатория в задачах конвективного теплообмена: Разработка и первые применения Препринт ИПМех РАН № 992. 2011..

6. Manual of FLUENT 6.3 User's Guide.

7 Ермаков М.К., Мякшина М.Н., Никитин С.А., Полежаев В.И., Яремчук В.П. Компьютерная лаборатория и компьютерный практикум по тепло- и массообмену. Труды третьей Российской национальной конференции по теплообмену, Т. 3. Свободная конвекция. Теплообмен при химических превращениях. М.: Издательство МЭИ, 2002, 72-75

## КОНВЕКЦИЯ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ ПРИ БОКОВОМ ПРОСАЧИВАНИИ И МОДУЛЯЦИИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Д.В. Любимов<sup>1</sup>, Т.П. Любимова<sup>2</sup>, Б.С. Марышев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

<sup>2</sup> Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Рассматривается задача о конвекции однокомпонентной жидкости в бесконечном горизонтальном цилиндре прямоугольного сечения, заполненном пористой средой, при подогреве снизу и модуляции силы тяжести. Границы цилиндра считаются идеально теплопроводными, через боковые стенки осуществляется однородное горизонтальное просачивание жидкости.

Проводится линейный анализ устойчивости режима однородного горизонтального просачивания по отношению к пространственным возмущениям, слабонелинейный анализ двумерных надкритических режимов.

Для случая, когда модуляция отсутствует, обнаружены два типа неустойчивости: монотонная и колебательная. Колебательная неустойчивость реализуется для длинноволновых возмущений, монотонная – для конечных длин волн.

В длинноволновом приближении для малых амплитуд модуляции тяжести и скоростей просачивания исследован параметрический резонанс. Найдены границы неустойчивости по отношению к синхронным и субгармоническим возмущениям.

Исследование неустойчивости по отношению к возмущениям с конечной длиной волны показало, что при малых амплитудах модуляции наиболее опасными являются пространственные синхронные возмущения с длиной волны порядка нескольких характерных линейных размеров сечения цилиндра.

При больших амплитудах модуляции потеря устойчивости при любых значениях волнового числа происходит синхронным образом, причем наиболее опасными являются плоские возмущения.

В коротких областях при любых значениях параметров наиболее опасными являются плоские возмущения.

Для плоского случая проведен также слабонелинейный анализ. Получена неавтономная двумерная нелинейная система, описывающая динамику конвективного течения.

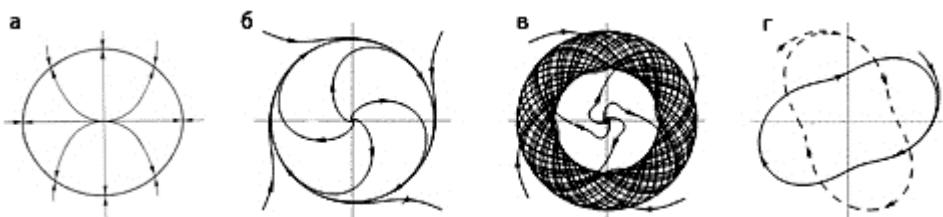


Рис. 1 Характерный вид фазовых портретов двумерной нелинейной системы, описывающей динамику конвективного течения

В работе [1] обнаружено, что в случае, когда модуляция и просачивание отсутствуют (Рис. 1а) в системе наблюдается однопараметрическое семейство стационарных решений (каждая фазовая траектория приходит в стационарную точку, принадлежащую окружности). Просачивание приводит к исчезновению стационарных режимов, в фазовом пространстве появляется притягивающий цикл (Рис. 1б) [2]. При наличии просачивания и модуляции тяжести система демонстрирует динамику на торе (Рис. 1в). Возникновение тора в расширенном фазовом пространстве

обусловлено совокупностью двух причин: наличием собственных колебаний, возникающих при просачивании жидкости, и наличием модуляции. Существование тора обеспечивает условия для синхронизации собственных колебаний с внешней модуляцией (Рис. 1г, случай замкнутой фазовой траектории). Синхронизация исследована с помощью аппарата чисел вращения, получены области синхронизации в пространстве параметров. Найдено, что при отношении высоты поперечного сечения канала к его ширине, кратном  $\sqrt{2}/4$ , в системе наступает вырождение. В этом случае существуют различные устойчивые периодические режимы, образующие однопараметрическое семейство. Реализация того или иного режима происходит в зависимости от начальных условий (на Рис. 1г показана пара периодических режимов, принадлежащих семейству).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Любимов Д.В., О конвективных движениях в пористой среде, подогреваемой снизу, ПМТФ, 1975, № 2, 131-137
2. Lyubimov D.V., Properties of Thermal Convection in Porous Medium. Instabilities in Multiphase Flows, Plenum Publishing Co., London, 1993

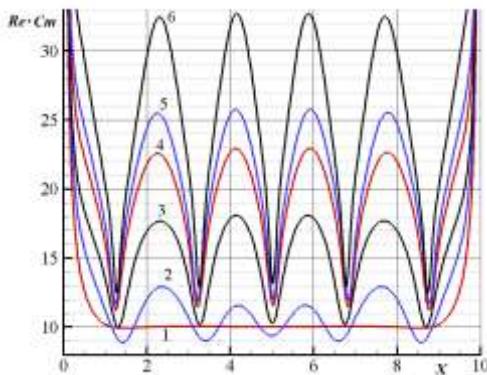
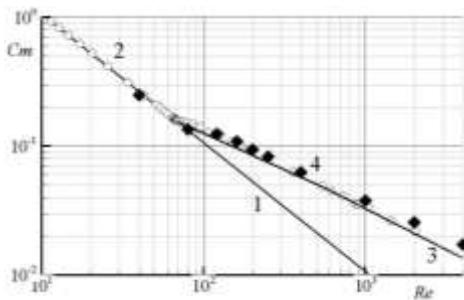
### МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОГО ГАЗА С ВИХРЯМИ ТЕЙЛORA

Ф.А. Максимов, Ю.Д. Шевелев

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

Условия бифуркации представляют большой интерес для тестирования методов моделирования с целью определения адекватности учета сложных физических явлений, определяющих устойчивость того или иного решения. Течение между вращающимися цилиндрами - классическая задача устойчивости движения жидкости. В данной работе прямым численным моделированием получена нелинейная зависимость коэффициента момента трения между вращающимися цилиндрами при изменении режима от течения Куэтта к течению с вихрями Тейлора. Моделирование методом установления на основе уравнений Навье Стокса вязкого газа [1] осуществлялось в трехмерной постановке без привлечения гипотез о какой-либо симметрии течения. Изменением только вязкости потока (и, соответственно, числа Рейнольдса) были получены как плоское течение Куэтта, так и течение с вихрями Тейлора.

Рассматривается течение в цилиндре с размерами  $R_1 = 1$ ,  $R_2 = 2$ . Внутренний цилиндр вращается с угловой скоростью  $\omega$ . Число Рейнольдса определяется следующим образом:  $Re = \omega R_1 \cdot (R_2 - R_1) / \nu$ , где  $\nu$  - коэффициент кинематической вязкости. На рисунке приведено изменение коэффициента момента трения  $Cm$  от  $Re$ . Рассматриваемая геометрия исследовалась экспериментально в [2]. Линия 1 - решение Куттта, маркеры 2 - экспериментальные данные [2], линия 3 - аппроксимация экспериментальных данных и маркеры 4 - результаты расчетов. При  $Re = 40$  реализуется плоское течение Куттта. При  $Re = 80$  и больше образуются вихри Тейлора, что приводит к нелинейному изменению  $Cm$ . На рисунке приведено распределение величины  $Re \cdot Cm$  по длине цилиндра  $X$ , здесь  $Cm$  – местный коэффициент момента трения. Линии 1, 2, 3, 4, 5 и 6 соответствуют числам  $Re=40, 80, 120, 200, 400$  и  $1000$ .



Момент трения определяется наклоном окружной скорости около границы цилиндра. При образовании вихрей Тейлора средний профиль скорости в окружном направлении из почти линейного (решение Куэтта) становится почти постоянным в средней части между цилиндрами с резким изменением его при приближении к границам. При  $Re$  до 4000 решение устанавливается и получается стационарная картина, при дальнейшем увеличении  $Re$  в потоке начинают развиваться неустойчивости на границах между вихрями Тейлора.

Программа расчета трехмерного течения реализована на многопроцессорной технике, что позволяет проводить расчеты на больших сетках и существенно уменьшить время решения задачи. На сетке с общим количеством узлов около 7 миллионов узлов получено ускорение проведения расчетов более чем 1000 раз при использовании 1024 процессоров.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 09-01-00711-а). Расчеты проводились на МВС-100К МСЦ РАН.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Максимов Ф.А., Чураков Д.А., Шевелев Ю.Д. Разработка математических моделей и численных методов для решения задач аэродинамического проектирования на многопроцессорной вычислительной технике // ЖВММФ. 2011. Т.51, №2. С.303-328.
2. Donnelly R.J. Experiments on the stability of viscous flow between rotating cylinders // Proceedings of Royal Society. Ser.A. №1246. 1958. Vol.246. Pp.312-325.

### ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ГИПЕРЗВУКОВЫХ УДАРНЫХ СЛОЯХ: ВОСПРИИМЧИВОСТЬ, УСТОЙЧИВОСТЬ, УПРАВЛЕНИЕ

А.А. Маслов, С.Г. Миронов, Т.В. Поплавская  
Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

Исследования пограничных и ударных слоев при гиперзвуковых скоростях полета приобретают первостепенное значение при проектировании перспективных летательных аппаратов. Изучение закономерностей развития возмущений, механизма восприимчивости, ламинарно–турбулентного перехода и управления возмущениями в гиперзвуковых течениях представляет собой одну из важных фундаментальных проблем современной аэрогидродинамики.

Вязкий ударный слой (ВУС) всегда формируется на передних кромках гиперзвуковых летательных аппаратов, где локальное число Рейнольдса еще невелико и вязкие силы доминируют в области течения за головной УВ. ВУС имеет ряд специфических особенностей, отличающих его от пограничных слоев: существенный эффект вязко-невязкого взаимодействия; значительное влияние разреженности; непараллельность течения; близость УВ к верхней границе ПС. Кроме того, следует учитывать возможность возбуждения волн неустойчивости не только за счет обычного механизма восприимчивости, но и путем непосредственного усиления возмущений набегающего потока в УВ. Перечисленные факторы приводят к тому, что достаточно большой объем экспериментальных измерений, результатов линейного анализа гидродинамической устойчивости и данных прямого численного моделирования, накопленный в ходе длительных исследований ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях при умеренных гиперзвуковых значениях числа Maxa ( $M_\infty = 5 \div 8$ ), не может быть экстраполирован на случай ВУС при больших числах Maxa ( $M_\infty = 12 \div 25$ ). Возмущения, формирующиеся в ударном слое, сносятся вниз по потоку и оказывают влияние на развитие возмущений и ламинарно-турбулентный переход в гиперзвуковом пограничном слое летательного аппарата в целом.

В работе изучается восприимчивость гиперзвуковых ВУС к нестационарным возмущениям внешнего потока и возмущениям, генерируемым на поверхности обтекаемого тела, а также методы управления интенсивностью возмущений в гиперзвуковом ВУС. Этот цикл исследований является экспериментально-расчетным. Эксперименты выполнены в гиперзвуковой аэrodинамической трубе низкой плотности с применением, как традиционных зондовых методов, так и невозмущающего потока метода электронного пучка, адаптированного для диагностики нестационарных возмущений. Прямое численное моделирование процессов в ударном слое выполнено на основе решения полных нестационарных двумерных уравнений Навье-Стокса с использованием схем высокого порядка точности (пакет ИТПМ СО РАН). В работе рассмотрено: 1) создание экспериментальной методики исследования средних и пульсационных характеристик гиперзвукового ударного слоя на основе электронного пучка и разработка методов введения в ударный слой контролируемых возмущений; 2) экспериментальное и расчетное исследование восприимчивости и развития волновых процессов в ВУС при воздействии различных источников начальных возмущений; 3) экспериментальное и расчетное моделирование управления развитием возмущений

в ВУС на основе интерференционного метода и метода звукопоглощающих покрытий.

Исследования устойчивости гиперзвуковых ударных слоев показали, что при больших числах Маха и умеренных числах Рейнольдса (гиперзвуковые ударные слои) именно УВ играет главенствующую роль в формировании поля возмущений, а вихревая и энтропийная моды определяют неустойчивость ВУС в отличие от сверхзвуковых пограничных слоев, где преимущественно развивается акустическая мода возмущений. Выяснение природы неустойчивости гиперзвуковых ударных слоев позволило разработать соответствующие методы управления развитием возмущений в них.

Исследования развития возмущений в гиперзвуковом ВУС на пластине при малых углах атаки при одновременном воздействии внешних акустических волн и периодических возмущений типа вдув-отсос, генерируемых на поверхности модели показали подобие полей пульсаций, генерируемых в ударном слое возмущениями внешнего потока и пульсациями вдув-отсос, а также совпадение величин продольной фазовой скорости возмущений, создаваемых в ударном слое этими источниками воздействия. Эти особенности позволяют реализовать интерференционную схему управления интенсивностью пульсаций в ударном слое, путем воздействия на них контролируемыми возмущениями с определенной амплитудой и фазой.

При углах атаки пластины больше  $20^0$  за УВ генерируются интенсивные акустические волны. В этом случае управление интерференционным методом оказывается малоэффективным и возможно использовать метод звукопоглощающих покрытий. В данной работе выполнены расчеты и эксперименты по воздействию пористых звукопоглощающих материалов на интенсивность пульсаций давления на поверхности пластины под углом атаки в широком диапазоне определяющих параметров.

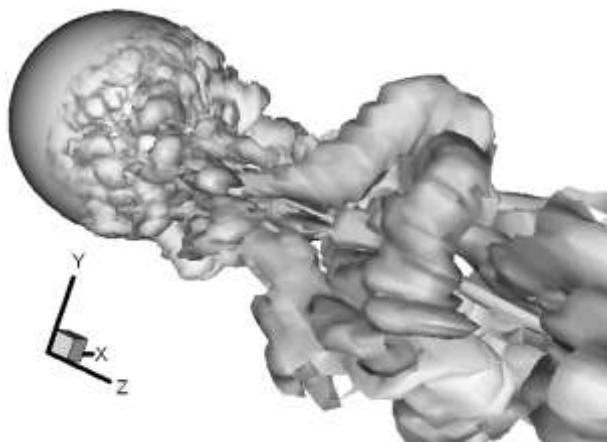
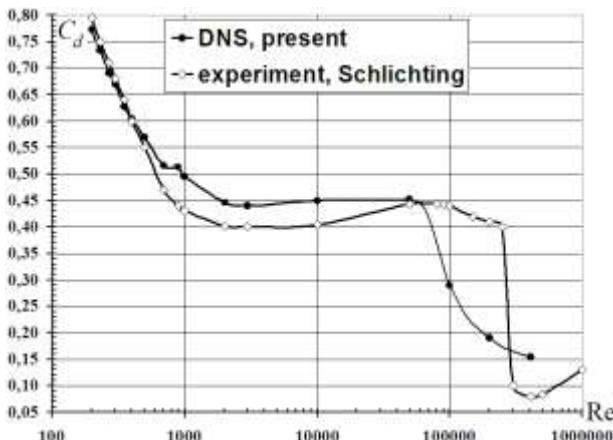
Таким образом, в представляющем цикле работ изучены процессы восприимчивости и устойчивости гиперзвуковых вязких ударных слоев к различным типам возмущений, а также разработаны и реализованы экспериментально и численно методы управления.

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА СФЕРЕ

П.В. Матюшин, В.А. Гущин

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

Используя прямое численное моделирование (без введения каких либо моделей турбулентности) в настоящей работе удалось получить пространственный ламинарно-турбулентный переход на простейшем трехмерном теле конечных размеров (сфере), которому соответствует резкое уменьшение (кризис) коэффициента сопротивления сферы при числах Рейнольдса  $Re > 5 \cdot 10^4$  (см. левый рисунок). Этому предшествовала длительная работа по уточнению классификации течений однородной вязкой жидкости около сферы в широком диапазоне  $Re$ . Были детально исследованы механизмы формирования вихрей в следе за сферой, соответствующие различным режимам течений [1]. При  $290 < Re < 320$  был открыт новый подрежим течения, который выделяется отличным от соседних подрежимов характером трансформации вихревых структур в рециркуляционной области следа. Для расчета таких течений на суперкомпьютерах использовался метод расщепления по физическим фактограм МЕРАНЖ с явной, гибридной конечно-разностной схемой (второй порядок аппроксимации по пространственным переменным, минимальная схемная вязкость и дисперсия, монотонность) [2]. Для визуализации пространственных вихревых структур течения строились изоповерхности  $\beta$  (мнимой части комплексно-сопряженных собственных значений тензора градиента скорости) [3] и изоповерхности  $\lambda_2$  (второго собственного значения симметричного тензора, состоящего из суммы квадратов симметричной и несимметричной частей тензора градиента скорости) [4]. Хорошая работоспособность  $\beta$ -визуализации была продемонстрирована в [1].



В рамках модели однородной несжимаемой вязкой жидкости не удалось получить кризис сопротивления. При  $Re > 10^5$  задачи расходились из-за используемых в модели кратковременных возмущений для получения 3D (не осесимметричных) решений. Поэтому была рассмотрена модель линейно стратифицированной по плотности несжимаемой вязкой жидкости [5-6], в которой не используются никакие дополнительные возмущения. В результате внутри пограничного слоя (у линии первичного отрыва) удалось получить характерное для кризиса сопротивления формирование отрывных пузырей (вытянутых в поперечном

направлении), их дальнейший рост, снос вниз по течению и последующую трансформацию в вихревые петли следа (см. правый рисунок, где  $Re = 5 \cdot 10^5$ , внутреннее число Фруда  $Fr > 100$ ,  $\lambda_2 = -10^{-4}$ ).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 10-01-92654, 11-01-00764, 12-01-92690) и программ фундаментальных исследований Президиума РАН и Отделения математических наук РАН.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Гущин В.А., Матюшин П.В. Механизмы формирования вихрей в следе за сферой при  $200 < Re < 380$  // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 5. С. 135-151.
2. Белоцерковский О.М., Гущин В.А., Коньшин В.Н. Метод расщепления для исследования течений стратифицированной жидкости со свободной поверхностью // ЖВМ и МФ. 1987. V. 27. № 4. С. 594-609.
3. Chong M.S., Perry A.E., Cantwell B.J. 1990. A general classification of three-dimensional flow field // Phys. Fluids. Vol.A2. No.5. P.765–777.
4. Jeong J., Hussain F. 1995. On the identification of a vortex // J. Fluid Mech. Vol.285. P.69–94.
5. Байдулов В.Г., Матюшин П.В., Чашечкин Ю.Д. 2005. Структура течения, индуцированного диффузией, около сферы в непрерывно стратифицированной жидкости // Доклады Акад. Наук. Т.401. №5. С.613–618.
6. Гущин В.А., Матюшин П. В. 2011. Математическое моделирование и визуализация трансформации вихревой структуры течения около сферы при увеличении степени стратификации жидкости // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. Т.51. №2. С.268–281.

#### ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО КОНУСА ПРИ ТУРБУЛИЗАЦИИ СТРУИ ГАЗА ПОТОКОМ ИОНОВ В ЭЛЕКТРОПНЕВМАТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ

И.А.Машков В.С. Нагорный

Санкт-Петербургский государственный Политехнический университет

В монографии [1] предложены новые эффективные методы непосредственного (без подвижных элементов) электрогазо- и электрогидродинамического (ЭГД) преобразования электрических сигналов в пневматические и гидравлические сигналы для связи электрической и пневмати-

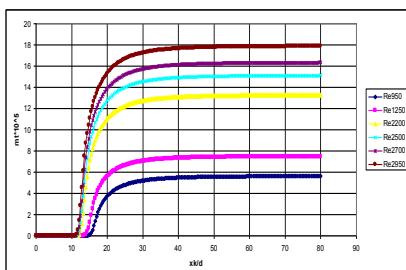
тической (гидравлической) подсистем элекропневмогидравлических систем автоматического управления.

Принцип действия разрабатываемых струйных ЭГД электропневматических (ЭПП) и электрогидравлических (ЭГП) преобразователей основан на турбулизации изначально ламинарной затопленной струи газа (жидкости) потоками униполярных ионов. Униполярные потоки ионов создаются в окружающей струю среде в резко неоднородном поперечном к струе электрическом поле при приложении к игольчатым электродам высокого электрического напряжения. При этом их знак (отрицательный или положительный) определяется электрическим потенциалом острия игольчатого электрода. Поток ионов, двигаясь в электрическом поле и достигая поверхности струи, передает ей количество своего движения, возмущает с помощью такого ЭГД воздействия струю и вызывает ее турбулизацию. Турбулизация струи газа (жидкости) создает хаотические трехмерные флуктуации поля скорости, приводящие к расширению струи с образованием так называемого турбулентного конуса [1], уменьшению ее кинетической энергии и падению давления в приемном сопле. Это изменение давления в приемном сопле является выходным пневматическим (гидравлическим) сигналом преобразователей.

Для создания таких преобразователей необходимо знать расстояние  $x_{tc}$  от среза сопла, на котором происходит турбулизация струи при отсутствии входного управляющего ЭГД воздействия. Целью статьи является нахождение  $x_{tc}$  численным решением уравнений газодинамики для выбранной модели турбулентности с учетом газодинамических и конструктивных параметров разрабатываемых струйных ЭГД ЭПП.

В настоящие времена при численном решении уравнений гидро(газо)динамики широко используются различные полуэмпирические модели турбулентности [2]. Существуют различные гидродинамические программные пакеты, в которых возможно моделирование турбулентности – Fluent, CFX-TASflow, PHOENICS, STAR-CD, CFD-ACE, NUMECA-FINE, FLOW-3D, SINF. С учетом доступности и обеспечения требуемых функциональных возможностей в данной работе в качестве базового выбран программный пакет Fluent.

В качестве критерия турбулизации струи газа используется изменение по течению струи значения так называемого [2] динамического коэффициента турбулентной



вязкости  $\mu$ , добавляемого к динамическому коэффициенту молекулярной вязкости  $\mu$  рабочей среды. Считается, что резкое возрастание  $\mu$  по течению струи соответствует турбулизации струи и образованию турбулентного конуса.

На рисунке представлены результаты численного расчета величины динамического коэффициента турбулентной вязкости по оси круглой затопленной струи в зависимости от числа Рейнольдса  $Re$  и безразмерного отношения расстояния от среза формирующего сопла  $x_k$  до турбулентного конуса к диаметру  $d$  сопла. Такие зависимости (см. рис.) получены впервые для низкоскоростных струй рабочего газа, которые имеют место в промышленной пневмоавтоматике. Как следует из рисунка с увеличением числа Рейнольдса струя турбулируется на более близком расстояние от среза сопла, что в свою очередь качественно подтверждает опытные данные [3].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Нагорный В.С. Электрофлюидные преобразователи. – Л.: Судостроение, 1987. – 252 с.
2. Wilcox, D.C. Turbulence modeling for CFD / D.C. Wilcox. – DCW Industries, 1993. – 540 p.
3. Дмитриев В. Н., Градецкий В. Г. Основы пневмоавтоматики. М., «Машиностроение», 1973, – 360 с.

### ТРАНСФОРМАЦИЯ ПОЛЯ ЗАВИХРЁННОСТИ ПРИ ТЕЧЕНИИ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

О.В. Митрофанова, Г.Д. Подзоров  
Национальный исследовательский ядерный  
университет «МИФИ», Москва

Закрученные течения, весьма распространённые в природе и технике, отличаются проявлением особых, на первый взгляд трудно объяснимых свойств. Например, в монографии М.А. Гольдштика и соавторов [1], где приводится классификация парадоксов для широкого класса гидродинамических задач, существенное внимание уделено врачающимся потокам. В монографии [2] предложена модель трансформации вихря, объясняющая кажущееся парадоксальным явление реверса осевого течения закрученного потока.

Целью настоящего исследования являлось изучение механизма генерации крупномасштабных вихревых структур при искусственном изменении уровня завихренности потока. Для этого был изготовлен специальный рабочий участок, позволяющий варьировать геометрию проточной части канала и закру치вающих устройств, служащих генераторами вихрей или создающих закрутку потока в масштабе всего канала (рис. 1а). При этом в экспериментах был выявлен новый парадоксальный эффект – реверс закрутки потока, т.е. изменение киральности закрученного течения после прохождения им участка с резким уменьшением проходного сечения.

С помощью разработанного приборного комплекса для регистрации акустических сигналов и методов визуализации локальных вихреобразований были проведены эксперименты по выявлению собственных частот гидромеханической системы, исследованию изменения поля локальной завихренности в канале переменного сечения и по исследованию вихревой структуры винтового течения. В качестве закру치вающего устройства для создания винтового течения использовался шнек (рис. 1б). При различных расходах получены визуализационные картины течения. На них было зафиксировано, что закрученный поток, пройдя через узкое сечение, и выходя в виде высокоскоростной струи в расширяющуюся часть канала, теряет свою оптическую однородность, а затем ниже по течению меняет свою киральность (рис. 1в).

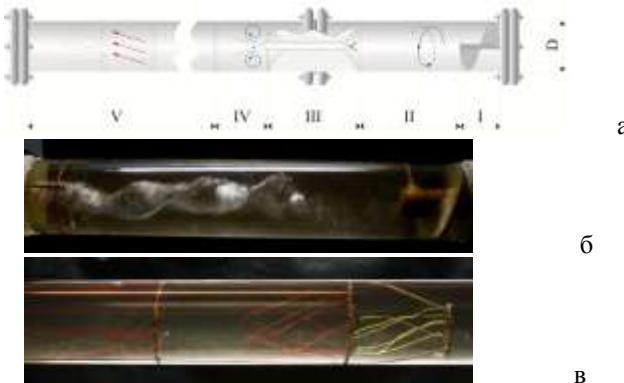


Рис. 1. Схема рабочего участка (а) и визуализация течения в зонах I – II (б) и зоне V (в).

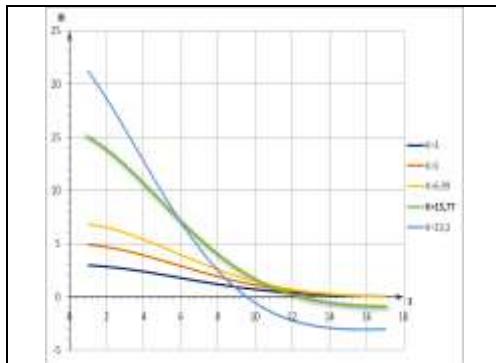


Рис. 2. Изменение спиральности  $H$  по длине канала  $Z$  (в калибрах) в зависимости от интенсивности завихренности потока  $K$ .

Использование теоретического подхода, предложенного в работе [2], позволило получить аналитическое решение для изменения параметра спиральности, характеризующего степень и направление закрутки потока, и, тем самым, математически описать явление реверса закрутки потока при достигнутой в опытах интенсивности локальной завихренности винтового течения (рис. 2). Экспериментальные данные и результаты теоретического анализа подтверждены численными расчетами.

В процессе экспериментов было замечено, что при больших расходах максимальную амплитуду приобретают низкочастотные акустические колебания. Полученные результаты имеют практическое значение для выявления условий развития фликкер-резонансных явлений в сложных гидромеханических системах, к которым, в частности, можно отнести ядерно-энергетические установки.

Работа выполнена при поддержке Программы по развитию системы ведущих научных школ: НШ-7938.2010.8, гранта РФФИ 10-08-00294-а, Госконтракта № П181 ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России».

#### ЛИТЕРАТУРА

- Гольдштик М.А., Штерн В.Н., Яворский Н.И. Вязкие течения с парадоксальными свойствами. - Новосибирск: Наука. Сиб. отд. 1989. 336с.

2. Митрофанова О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерно-энергетических установок. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 288 с. – ISBN 978-5-9221-1223-9.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА РЕЗОНАНСНОГО САМОРЕГУЛИРОВАНИЯ В АКУСТИЧЕСКОМ ТЕЧЕНИИ

О.В. Митрофанова, И.Г. Поздеева

Национальный исследовательский ядерный  
университет «МИФИ», Москва

Среди различных типов сложных вихревых течений, реализуемых в технике, можно выделить особый класс акустических течений [1]. Ярким примером акустического течения является истечение импактной закрученной струи [2]. В настоящей работе на основании использования акустического метода и различных способов визуализации вихревой структуры потока выявлены топологические особенности закрученного импактного течения и исследовано влияние геометрических и режимных параметров гидромеханической системы на генерацию звуковых колебаний.

В результате проведенных исследований установлено, что механизм генерации звуковых колебаний в импактных закрученных течениях носит различный характер для случаев натекания потока на фиксированную (жестко закрепленную) поверхность или преграду и свободную, незакрепленную преграду. В первом случае акустические эффекты возникают за счет резонансного совпадения частот вращения в генерируемых крупномасштабных вихреобразованиях. Опыты по сопоставлению амплитудно-частотной характеристики акустического течения с визуализационной картиной течения показали, что появление звукового резонанса соответствует образованию в щелевом зазоре крупномасштабных устойчивых вихревых структур в форме торOIDального и спирального вихрей, резонирующих на определенной частоте, зависящей от геометрии области течения и расхода [2].



a)



Рис. 1. Регистрация акустических колебаний при истечении импактной закрученной струи для преграды диаметром  $D = 70$  мм при диаметре выходного отверстия вихревой камеры  $d_0 = 5$  мм и расходе воздуха  $G = 1.15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ : а) наложение амплитудно-частотных характеристик с временным сдвигом 5 сек; б) и результаты численного моделирования; в) результаты визуализации поля течения в докризисном режиме – вихревой след на преграде.

В серии измерений с незафиксированной преградой был выявлен эффект «саморегулирования» акустических колебаний гидромеханической системы [3]. Как показали результаты измерений, амплитудно-частотная характеристика, полученная в начальный момент времени (светлый фон на рис. 1а) после изменения расхода через некоторый промежуток времени перестраивалась таким образом, что амплитуда резонансного пика, соответствующего собственной частоте вихревой камеры, резко возрастала (темный фон на рис. 1а). Перераспределение энергии, сопровождавшее изменение структуры течения в этом случае, приводило к усилению интенсивности звуковых колебаний системы на собственной частоте на 15-20 дБ.

В экспериментах с незакрепленной преградой геометрия области течения исключает формирование как центрального тороидального вихря, так и крупномасштабных вихрей, способных обеспечить выход всего расхода, как это было в случае с закрепленной преградой. В этом случае течение приобретает такую вихревую структуру, которая обеспечивает заданный расход при минимуме диссипативных потерь, что возможно при переходе к винтовому характеру течения с множественным образованием спиральных вихрей малого поперечного масштаба (рис. 1в).

## ЛИТЕРАТУРА.

- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие. Т. IV. Гидродинамика. – 3-е изд., перераб. М.: Наука, 1986. – С. 143-147.
- Митрофанова О.В., Егорцов П.П., Кокорев Л.С., Круглов В.Б., Чернов А.И. Исследование механизма акустических колебаний в закрученных

течениях//Теплофизика высоких температур. - 2010 г. - Т. 48. - № 2, С. 241-249.

3. Митрофанова О.В, Круглов А.Б., Круглов В.Б., Поздеева И.Г. Исследование топологических особенностей импактных закрученных течений // Тепловые процессы в технике.- 2010 г. - Т.2. - № 10. - С. 434-441.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ГАЗОВЫХ МИКРОСТРУЙ

С.Г. Миронов, В.М. Анискин, И.С. Цырюльников

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

В последнее время наблюдается растущий интерес к применению газовых микроструй для управления потоками при обтекании тел и в различных технологических процессах. В частности сделаны попытки использования микроструй для подавления шума в кавернах, обтекаемых потоком, подавления пульсаций давления при натекании струи на преграду, управления отрывом. Диапазон характерных размеров сопел, с которыми ведутся исследования, охватывает масштабы от нескольких микрон до долей миллиметра. Принципиальной проблемой газодинамики микроструй является роль масштабного фактора в развитии процессов неустойчивости, наблюдаемых в макроскопических струях. Неустойчивость струйного течения определяет дальность микроструй и эффективность процессов смешения и управления. Не меньший интерес для практики представляет возможность управления дальностью и процессом смешения микроструй.

В докладе приведены результаты экспериментального исследования волновых процессов в слое смешения дозвуковых и сверхзвуковых газовых микроструй. В частности приведены результаты измерений низкочастотным термоанемометром спектров возмущений в плоской микроструе гелия, истекающего в атмосферу в зависимости от расстояния от сопла, показана динамика нелинейных процессов с помощью процедуры вычисления биспектра когерентности. Струя гелия истекала из щелевого сопла шириной 17 мкм и длиной 1,8 мм со скоростью 200–370 м/с. В докладе также приведены данные о развитии возмущений в плоской струе при воздействии на нее монохроматических по частоте акустических волн интенсивностью до 125 дБ. Зондовые измерения дополнены стробоскопической шлирен-визуализацией поля течения и измерениями

среднего и мгновенного поля скоростей с помощью метода PIV. Методики измерений в дозвуковой микроструе подробно описаны в работе [1]. Было показано, что при акустическом воздействии в микроструе практически сразу начинаются нелинейные взаимодействия, которые приводят к турбулизации течения с образованием парных вихрей, их бифуркации и движению образующихся новых пар вихрей под углами к первоначальному направлению истечения микроструи.

В докладе также приведены результаты измерений в сверхзвуковых круглых микроструях азота, истекающих в атмосферу. Измерениями был охвачен диапазон размеров звуковых сопел от 10 до 400 мкм и диапазон степени нерасчетности микроструи от 1,2 до 4. Измерения велись микротрубкой Пито двух диаметров: 2 и 12 мкм. Показано, что в недорасширенных микроструях имеет место неустойчивость Гертлера, которая ранее наблюдалась только в макроструях. Обнаружено резкое увеличение относительной длины сверхзвукового участка микроструй, истекающих из сопел диаметром менее 60 мкм [2]. Предполагается, что этот эффект является проявлением вязкости на микромасштабах. С одной стороны, падает число Рейнольдса и увеличивается длина ламинарного участка течения, с другой стороны, подавляется глобальная неустойчивость, характерная для сверхзвуковых струй. Уменьшение диаметра сопла приводит к уменьшению длины ячеек волновой структуры и увеличению частоты ударно-волнового шума струи, которое сопровождается вязким затуханием акустических волн обратной связи в системе струя-сопло. Дополнительно в докладе приведены результаты измерений пульсаций при натекании сверхзвуковой микроструи на преграду и сопоставление их характеристик с характеристиками пульсаций в случае сверхзвуковых макроструй.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 11-08-00205) и программы фундаментальных исследований Президиума РАН (проект 22/10).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. В.М. Анискин, Д.А. Бунтин, А.А. Маслов, С.Г. Миронов, И.С. Цырюльников. Исследование устойчивости дозвуковой газовой микроструи. Журнал технической физики, 2012, т. 82, №2, с. 17-23.
2. В.М. Анискин, А.А. Маслов, С.Г. Миронов. Влияние размера сопла на дальность сверхзвуковой микроструи. Письма в Журнал технической физики, 2011, т. 37, вып. 22, с. 10-15.

# **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ РАЗДЕЛЕНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СМЕСИ**

Моденова В.В.

Факультет Вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва

Работа посвящена определению параметров модели, описывающей процессы , протекающие в установках для разделения бинарной смеси газов, в одной из которых происходят процессы адсорбции, а в другой – десорбции.

Из-за высокой скорости установления адсорбционного равновесия обоснованным является выбор квазивесной модели для описания рассматриваемых процессов и использования закона фильтрации Дарси.

Также рассматривались модели, обсуждаемые в [1]. Анализ особенностей задачи позволил учитывать диффузионную составляющую только в аппарате, работающем в режиме адсорбции, и пренебречь ею в аппарате, работающем в стадии регенерации.

Выбор линейной формы закона Дарси и возможность считать постоянным коэффициент диффузии позволили перейти к модели, описываемой системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа. Анализ моделей и численный эксперимент позволили установить границы применимости модели и решить обратную задачу по определению некоторых параметров исходной системы.

Результаты проведенных исследований могут быть использованы при задании параметров для моделирования полной системы , описывающей процесс разделения бинарной смеси газов.

## **Л И Т Е Р А Т У Р А**

1. Моденова В.В. Моделирование нелинейной задачи разделения бинарной смеси газов. Материалы международной конференции “Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность”. Москва, Изд-во Московского университета, 2010, с.120.

# **ВЫСОКОЧАСТОТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ЭЛЕКТРИЗАЦИИ И РАЗРЯДЕ КАВИТАЦИОННЫХ ОБЛАСТЕЙ В ТОНКОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ**

А.А. Монахов

Институт механики МГУ, Москва

Представлены результаты экспериментального исследования течения слабопроводящей жидкости в тонком диэлектрическом коаксиальном канале толщиной 0,3 мм и длиной 30 мм. На внутренней стенке диаметром 10 мм на конце канала имелись небольшие углубления для кавитации жидкости. Предварительные исследования [1,2] показали, что свечение кавитационных пузырьков объясняется электрическими микроразрядами, а в областях кавитации за счет замкнутой циркуляции создаются источники высокого напряжения, потенциал которых может превышать 100 кВ.

В настоящей работе с помощью зонда в виде сетки, расположенной на выходе канала, измерялись компоненты электризации потока в зависимости от его скорости. Показано, что в результате взаимодействия жидкости со стенкой канала (сродство к электрону) при докавитационных скоростях в потоке присутствуют только положительные ионы. При кавитации зондом регистрировал как положительные, так и отрицательные компоненты электризации. С истечением некоторого времени происходит насыщение стенки канала и в потоке происходит выравнивание обеих компонент электризации.

В начальном участке канале обнаружено образование устойчивых кавитационных нитей, которые являются следствием отрыва и разрыва кавитационной кольцевой каверны в результате пульсаций скорости потока и вибрации стенок канала (рис.1а). Эти нити светятся, движутся вместе потоком и обладают устойчивой формой, что возможно объясняется электростатическим взаимодействием между собой кавитационных пузырьков. Замечено, что такие образования могут проходить повороты потока на 90 градусов в очень тонких каналах, не разрываясь. Кавитационные нити электропроводны и при подходе к кавитационным областям приводят к их разряду (рис.1в). Время между кадрами а и в составляет 33 мс, при этом наблюдается совпадение формы кавитационной нити и разряда.



Рис. 1 $\alpha$



Рис. 1 $\beta$



Рис. 2

Установлено, что разряд кавитационной области приводит к возникновению высокочастотного электромагнитного излучения в рентгеновской области. Регистрация излучения проводилась ионизационным дозиметром на расстоянии 60 мм от разряда и его уровень составлял 750

$\mu\text{kP/h}$  при фоне в помещении 12  $\mu\text{kP/h}$ . Контрольная регистрация рентгеновского излучения проводилась рентгеновской пленкой, расположенной на таком же расстоянии. Ее фотография приведена на Рис.2. Имеется центральное затемнение от прямого рентгеновского излучения и несколько подковообразных участков за счет дифракции и интерференции излучения. Такие участки неоднократно регистрировались в разных сериях эксперимента на рентгеновских пленках разных производителей.

## ЛИТЕРАТУРА.

1. Баранов Д.С., Бухарин Н.С., Герценштейн С.Я., Монахов А.А. О механизме свечения высокоскоростного течения диэлектрической жидкости в узком диэлектрическом канале. ДАН. 2006. Т.406. №6. с.749-752.
2. Герценштейн С.Я., Монахов А.А. Электризация и свечение жидкости в коаксиальном канале с диэлектрическими стенками. Известия РАН. МЖГ. 2009. №3. с.114-119.

## БИФУРКАЦИЯ КОРАЗМЕРНОСТИ 2 В ЗАДАЧЕ КУЭТТА-ТЕЙЛОРА (СЛУЧАЙ RES 2)

И.В. Моршнева, С.Н. Овчинникова  
Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Данное исследование продолжает серию работ [1-7], посвященных изучению точек бифуркации коразмерности 2 в динамических системах с цилиндрической симметрией, зависящих от нескольких параметров. Системы с такой симметрией встречаются в различных задачах гидродинамики, нелинейной теории упругости, нелинейной электродинамики и т.д. В качестве примера выбрана задача Куэтта-Тейлора о течении жидкости между соосными бесконечными вращающимися цилиндрами.

Изучается резонансная ситуация Res 2 (всего их семь), которая возникает в точке пересечения двух нейтральных кривых колебательной потери устойчивости течения Куэтта, когда у соответствующих нейтральных мод совпадают фазовые частоты и азимутальные числа, а осевые квантовые числа различны. В точках резонанса Res 2 однозначно определяется значение осевого волнового числа для фиксированного отношения радиусов цилиндров. При вращении цилиндров в противоположные стороны эти точки образуют однопараметрическое семейство в пространстве параметров задачи.

В малой окрестности каждой точки Res 2 взаимодействие нейтральных мод описывается амплитудной системой на центральном многообразии. Амплитудная система наследует цилиндрическую симметрию, ей соответствует подсистема (моторная система) относительно инвариантов группы симметрии. Найдены условия существования и устойчивости равновесий моторной системы. Эти равновесия дают ведущие члены асимптотики периодических и квазипериодических режимов уравнений Навье-Стокса.

Вычислены коэффициенты системы амплитудных уравнений в некоторых точках резонанса Res 2 при отношении радиусов цилиндров, соответствующем экспериментам, описанным в [8]. Проведен численный анализ существования и устойчивости равновесий моторной системы. На плоскости параметров надкритичности найдены области, где помимо тривиального, отвечающего течению Куэтта, могут существовать другие равновесия, которым отвечают периодические и квазипериодические режимы уравнений Навье-Стокса типа стационарных и нестационарных спиральных и азимутальных волн.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. В.И. Юдович. Переходы и возникновение хаоса в течениях жидкости. Аннот. докладов 6-го Всесоюз. съезда по теор. и прикл. механике. Ташкент: Фан, 1986, с. 661.
2. G. Iooss, P. Chossat. The Couette-Taylor problem. New-York: Springer-Verlag, 1994, 233 p.
3. V.I. Yudovich, S.N. Ovchinnikova. Resonances in the intersections of bifurcations in the Couette-Taylor problem. Patterns and Waves, Saint-Petersburg, 2003, 55-77
4. V.I. Yudovich, S.N. Ovchinnikova. Resonances in the codimension-2 bifurcations in the Couette-Taylor problem. J. Math. Fluid Mech., 2009, №11, 469-491.
5. В.В. Колесов, А.Г. Хоперский. Неизотермическая проблема Куэтта-Тейлора. Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2009, 192 с.
6. И.В. Моршнева, С.Н. Овчинникова. Резонансные режимы в окрестности точки бифуркации коразмерности 2 в задаче Куэтта-Тейлора. Изв. РАН. МЖГ, 2009, №6, с. 21-31.
7. И.В. Моршнева, С.Н. Овчинникова. Нерезонансный случай при пересечении бифуркационных кривых в задаче Куэтта-Тейлора. ПМТФ, т.51, № 6, 2010. С. 54 - 62.

8. C.D. Andereck, S.S. Liu, H.L. Swinney. Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. J. Fluid Mech., 1986, 164, 155-183.

## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ

Р.И. Мулляджанов, Н.И. Яворский

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН,  
Новосибирск

Работа посвящена изучению устойчивости осесимметричного стационарного течения несжимаемой вязкой жидкости, которое описано аналитически Слезкиным [1], Ландау [2] и Сквайром [3]. Течение вызвано источником импульса  $\mathbf{P}$ , который расположен в начале сферической системы координат  $R, \theta, \varphi$ . Данное решение отвечает течению затопленной струи и принадлежит коническому классу течений, в котором скорость зависит обратно пропорционально сферическому радиусу  $R$ . Существующие работы по исследованию устойчивости затопленной струи сделаны, как правило, в рамках плоскопараллельного приближения, при этом результаты теоретических исследований сильно отличаются от того, что наблюдается в эксперименте. В соответствии с постановкой задачи для затопленной струи, когда задан конечный источник импульса, поле скорости на бесконечности должно убывать не слабее, чем  $1/R$ . Поэтому в настоящей работе проводится линейный анализ устойчивости к возмущениям, которые также принадлежат коническому классу течений, что соответствует исследованию устойчивости дальнего поля струи. Исследование устойчивости в этом классе возмущений радикально меняет выводы об устойчивости струи, при этом результаты анализа устойчивости оказываются в хорошем соответствии с опытом.

В нашем случае вектор скорости бесконечно малых возмущений имеет вид  $v\mathbf{f}(\theta, \xi)e^{im\varphi}/R$ , где  $\mathbf{f}$  - безразмерный вектор возмущений скорости,  $v$  - кинематическая вязкость жидкости,  $\theta$  - сферический угол, отсчитываемый от оси симметрии,  $\xi = R/\sqrt{4vt}$ , где  $t$  - время. Уравнения на возмущения представляют собой систему дифференциальных уравнений в частных производных с двумя безразмерными переменными  $\xi$  и  $x = \cos \theta$ . При числе Рейнольдса  $Re = \sqrt{|\mathbf{P}|/\pi \rho v^2}$  в уравнениях можно разделить переменные. В этом случае решение, зависящее от переменной  $x$ , представляет собой присоединенные полиномы Лежандра, а решение для функций на  $\xi$  - гипергеометрические функции. Таким

образом, аналитически были найдены все собственные функции возмущений линейной задачи устойчивости для конического класса течений в состоянии покоя. При  $Re > 0$  задача изучалась в асимптотическом пределе  $\xi \rightarrow 0$ , что соответствует пределу  $\xi \rightarrow \infty$ , т.е. случаю асимптотической устойчивости. В этом случае зависимость от переменной  $\xi$  является степенной -  $\xi^\lambda$ , где  $\lambda$  - спектральный параметр, подлежащий определению при решении обыкновенных дифференциальных уравнений. Движение устойчиво, если  $\lambda(Re) > 0$ . Исследование показало, что течение соответствующее решению Слезкина-Ландау-Сквайра, является асимптотически устойчиво к бесконечно малым собственным возмущениям при всех числах Рейнольдса. Этот результат хорошо согласуется с известными опытными данными для дальнего поля затопленной струи [4]. В то же время теоретические исследования устойчивости затопленной струи, учитывающие кривизну линий тока, свидетельствуют о потере устойчивости струи при сравнительно малых числах Рейнольдса [5]. Отличие с работой [5] заключается в том, что в ней исследуется начальная стадия развития линейных возмущений. В представленной работе показывается, что неустойчивые на начальной стадии возмущения переходят в затухающие возмущения. Этим свойством обладают собственные решения в виде гипергеометрических функций. Таким образом, первоначально неустойчивые линейные возмущения являются, тем не менее, асимптотически устойчивыми. Этот факт находится в хорошем согласии с имеющимися экспериментальными данными, которые свидетельствуют о том, что при надлежащем профиле скорости в источнике струи (подводящей трубке) неустойчивость струи не проявляется вплоть до чисел Рейнольдса порядка  $10^3$  и более.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Слезкин Н.А. Об одном случае интегрируемости полных дифференциальных уравнений движения вязкой жидкости // Уч. Записки МГУ. 1934, №2, С.89-90.
2. Ландау Л.Д. Об одном новом точном решении уравнений Навье-Стокса // Докл. АН СССР. 1944, Т.43, №2, С.299-301.
3. Squire H.B. The round laminar jet // Quart. J. Appl. Math. 1951, Vol.4, PP.321-329.
4. Reynolds A.J. Observations of a liquid-into-liquid jet // J. Fluid Mech. 1962, Vol.14, PP.552-556.
5. Shtern V., Hussain F. Effect of deceleration on jet instability // J. Fluid Mech. 2003, Vol.480, PP.283-309.

# **РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ МАССИВНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ АРХИТЕКТУРЫ GPU**

К.Б.Мурашкина, В.М.Пасконов

Факультет Вычислительной математики и кибернетики МГУ  
им. Ломоносова, Москва

Для расчетов течения возникающего при инжекции вязкой несжимаемой жидкости в канал между двумя пластиинами применяется система модифицированных уравнений Навье-Стокса третьего порядка для вязкого, сжимаемого, теплопроводного газа, записанная в безразмерных величинах. При численном решении используется вычислительный метод покоординатного расщепления с применением аппроксимаций повышенного порядка точности для пространственных производных. Решение

разностных уравнений третьего порядка разделено на несколько этапов, для каждого из которых описаны несколько вариантов реализации внутренних и внешних итерационных процессов. Использовано несколько путей распараллеливания задачи. Программная реализация на CPU проведена с помощью технологии OpenMP. Графические процессоры демонстрируют большое преимущество по сравнению с многоядерными CPU. Проведены сравнительные расчеты. Появление гибридных кластеров доступные ресурсы массивно-параллельных GPU увеличиваются в тысячи раз, что с точки зрения памяти и вычислительных мощностей открывает большие перспективы для гидродинамических вычислений. Работа происходит при финансовой поддержке РФФИ, проект 10-01-00288-а.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Пасконов В.М. Модификация уравнений Навье-Стокса для расчета вязких течений разностными методами. // Обратные задачи естествознания. М.: Изд-во МГУ, 1997, с.189-197
2. С.Б.Березин, В.М.Пасконов. Неклассические решения классической задачи о течении вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале. // Прикладная математика и информатика. №17.М.: МАКС Пресс, 2004. с.13-30.
- 3.Пасконов В.М. Березин С.Б.,Корухова Е.С. Динамическая система визуализации для многопроцессорных компьютеров с общей памятью и ее применение для численного моделирования турбулентных течений вяз-

ких жидкостей. Вестник Московского Университета, сер.15, М.;Изд-во Московского университета, №4, с.7-16, 2007

4. С.Б.Березин, Е.С.Комарова, В.М.Пасконов. Суперкомпьютерное исследование нестационарных трехмерных турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости в каналах прямоугольного сечения на основе модели Навье-Стокса. Вычислительные методы и программирование. М.;Изд-во Московского университета, т.9, №2,с.395-400, 2008

5.Н.А.Сахарных, С.Б.Березин, В.М.Пасконов. Моделирование течений в акватории Белого моря. Суперкомпьютеры, 2(6), 2011.

## **ФОРМИРОВАНИЕ И ДИАГНОСТИКА МУЛЬТИСПИРАЛЬНЫХ РАСПАДОВ ВИХРЯ**

И.В. Наумов, В.Л. Окулов

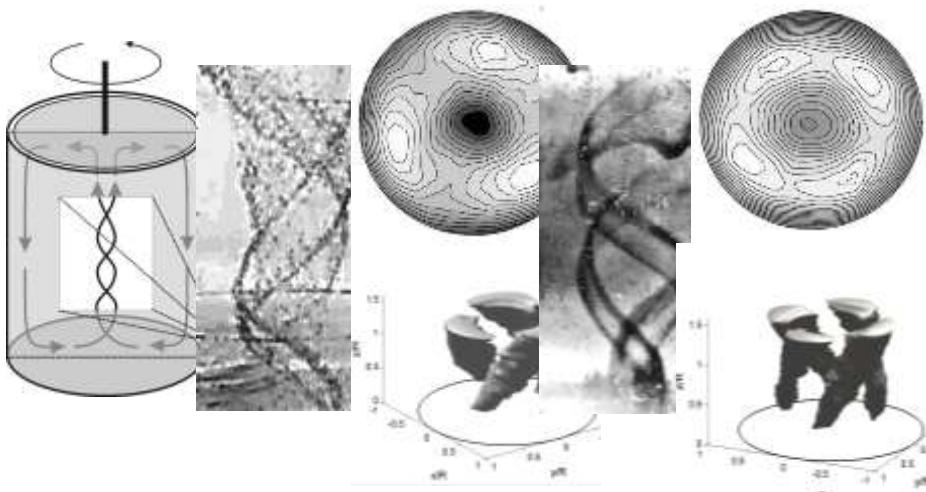
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе, СО РАН, Новосибирск, Россия

Распад вихря – уникальное проявление неустойчивости интенсивно закрученных течений, которое сопровождается внезапным замедлением осевой скорости на оси с образованием иногда одной или нескольких рециркуляционных зон. Распад вихря широко распространённое явление, наблюдаемое во многих практических задачах аэродинамики, геофизики, энергетики и других приложениях, где появляются интенсивные вихревые структуры, такие как кромочные и концевые вихри за летательными аппаратами и винтами, атмосферные торнадо и циклоны, закрученные потоки в вихревых камерах, горелках и т.д.

Уникальность этого явления еще связана с его абсолютной воспроизводимостью. Ранее уже были идентифицированы семь разных форм распада вихря. В шести из них начальный вихрь не распадается, а лишь деформируется разными способами. При пузыревидном распаде размер его осесимметричного вихревого ядра увеличивался в два раза, а при спиральном его ядро сворачивалось в винтовую спираль и т.п. [1]. И только одна из семи форм действительно соответствовала разделению вихревого ядра на два – двух спиральный распад, хотя теория устойчивости равновесных конфигураций из винтовых вихрей указывает на возможность устойчивого существования дуплетов, триплетов и других мультиплетов, содержащих до 7 винтовых вихрей [2].

Для замкнутых вихревых потоков в цилиндрическом контейнере с вращающейся крышкой, Escudier [3] наблюдал только одну - пузыревидную форму распада вихря, но с многократными зонами рециркуляции

(от 1 до 3). Другие формы распада в этой конфигурации не были обнаружены. В представленной работе мы сообщаем об экспериментальном открытии здесь новых устойчивых мультиспиральных форм распада вихря.



Открытие новых структур распада сделано в результате целенаправленного поиска на основе теоретического предсказания возможности устойчивого существования мультиспиральных вихревых структур [2]. Существование новых форм распада было подтверждено на двух разных экспериментальных установках при помощи двух разных методик визуализации. Дополнительно результаты визуализаций были обоснованы PIV и LDA измерением и восстановлением трехмерной структуры поля скорости, на тех же режимах, где визуализировались мультиспиральные распады вихрей [4,5].

Рассмотрен уникальный случай проявления неустойчивости течений, приводящий к спонтанному делению – распаду одиночной вихревой структуры на части: вихревой дуплет, триплет и квадруплет. Существование распада вихря на три и четыре спиральных вихря было открыто авторами работы впервые.

Работа выполнена при частичной поддержке Министерства образования и науки РФ (ГК 11.519.11.6022 и ГК № 14.740.11.0144), гранта РФФИ 10-08-01093.

## ЛИТЕРАТУРА.

1. Khoo, B. C., Yeo K. S., Lim D. F. & He X. 1997 Vortex breakdown in an unconfined vortical flow. *Expl. Thermal Fluid Sci.* **14**, 131-148.
2. Okulov V.L. On the stability of multiple helical vortices // JFM, 2004. V.521. p.319 - 342.
3. Escudier M.P. Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating endwall // *Exp. Fluids*, 1984. V. 2. p. 189-196.
4. И.В. Наумов, В.Л. Окулов и Ж.Н. Соренсен Диагностирование пространственной структуры вихревых мультиплетов в закрученном течении // Теплофизика и аэромеханика, 2010. Т. 17(4). с. 585-593.
5. J. N. Sørensen, I. V. Naumov and V. L. Okulov. Multiple helical modes of vortex breakdown // JFM, 2011. V. 683. p. 430-441.

## ГРАВИТАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ТОНКОМ ЗАМКНУТОМ ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОТЕ

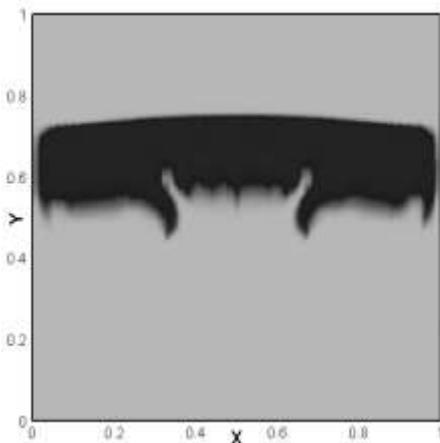
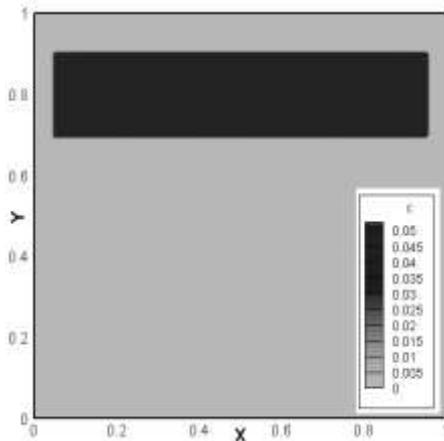
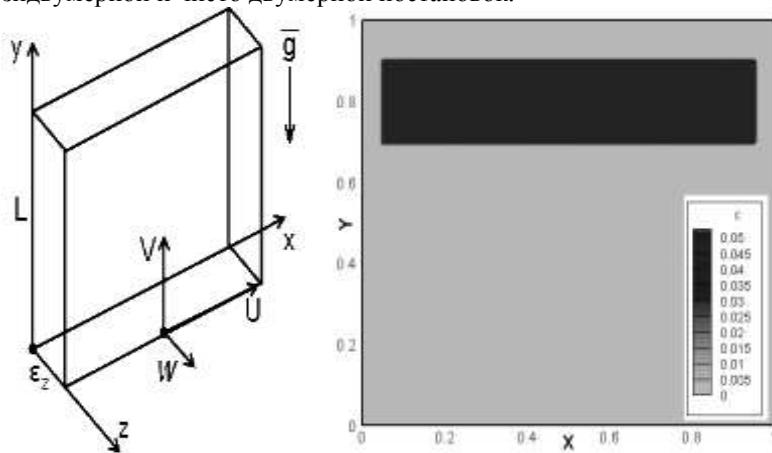
Ю.А. Невский

Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

Использование особенностей течений, возникающих в ходе процесса гравитационного осаждения примеси в слоте, позволяет существенно улучшить имеющиеся технологические процессы [1-2]. В настоящей работе рассматривается процесс осаждения дисперсной примеси под действием силы тяжести в замкнутом трехмерном сосуде, заполненном вязкой несжимаемой жидкостью. Поперечный размер сосуда много меньше продольного и вертикального размеров. Дисперсная фаза состоит из одинаковых сферических частиц. Оседающие частицы индуцируют течение жидкой среды, которое, в свою очередь, влияет на процесс разделения фаз.

Для математического описания процесса гравитационной конвекции суспензий в замкнутом слоте, использовались уравнения движения, полученные в работе [3], с граничными условиями прилипания на стенах сосуда для жидкости и непротекания на стенах сосуда для частиц. В предположении, что расстояние между стенками сосуда мало и постоянно, используется приближение тонкого слоя. В этом приближении уравнения движения суспензии осредняются по поперечному масштабу. Полученные квазидвумерные уравнения вместе с граничными условиями составляют модель гравитационной конвекции суспензии в тонком слоте.

Рассматривались математическая модель гравитационной конвекции суспензии с учетом и без учета объемной доли примеси. Результаты численного моделирования процессов гравитационной конвекции в квазидвумерном случае (с нулевой и конечной объемной долей частиц) сравнивались между собой и с результатами, полученными в ходе моделирования двумерной гравитационной конвекции [4]. Найдена связь между управляющими параметрами двумерной и квазидвумерной модели. Проведен ряд параметрических численных расчетов осаждения суспензии и представлено сравнение результатов, полученных в рамках квазидвумерной и чисто двумерной постановок.



Получено, что квазидвумерная постановка задачи позволяет учесть эффект неустойчивости Сэфмана-Тэйлора. На рисунке приведен пример распадения на пальцеобразные структуры изначально ровного прямоугольного облака частиц (светлым обозначена чистая жидкость, а темным - частицы), произошедшего в следствие неустойчивости Сэфмана – Тейлора. В чисто двумерной постановке задачи этого эффекта не возникает. Показано, что механизмы вихреобразования в квазидвумерной и двумерной постановках задачи различны в связи с наличием силы трения на боковых стенках слота.

Получено, что в случаях, когда эффект Сэфмана – Тейлора не является определяющим, результаты, полученные в рамках указанных моделей, качественно похожи, что очерчивает круг задач, позволяющих применять чисто двумерную постановку для качественного описания конвекции в слоте.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (№ 11-01-00483) и Президентского гранта (МК - 3582.2011.1).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. M.J. Economides, K.G. Nolte Reservoir Stimulation. N.Y.: Wiley, 2000
2. S. M. Drozdov, V. V. Mihaltsevich & V. N. Pozdeev Laboratory studies of a new method of microparticle separation from a liquid in a gravity field. "Visualization of mechanical processes" Issue 2, December 2011
3. С.А. Боронин, А.А. Осипцов Двухконтинуальная модель течения суспензии в трещине гидроразрыва "Доклады академии наук. Механика", 2010, т. 431, № 6, с. 758-761
4. Невский Ю.А., Осипцов А.Н., Медленная гравитационная конвекция дисперсных систем в областях с наклонными границами. "Изв. РАН МЖГ", 2011, № 2б, с. 65-81

#### **ЕЩЕ РАЗ О НИЖНЕМ КРИТИЧЕСКОМ ЧИСЛЕ РЕЙНОЛЬДСА В КРУГЛОЙ ТРУБЕ**

Н.В. Никитин  
НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова. Москва

Задача об определении величины нижнего критического числа Рейнольдса, при котором возможно установление незатухающего турбулентного течения в круглой трубе сформулирована О. Рейнольдсом в его основополагающей работе 1983г. [1]. С тех пор выполнены многие десятки тщательных экспериментов и подробных численных расчетов, од-

нако проблема оказалась гораздо сложнее, чем казалась вначале. Потребовались усилия механиков, математиков и специалистов по теоретической физике, чтобы осознать суть этой проблемы и дать соответствующие определения.

Еще сам О. Рейнольдс заметил, что при малых  $Re$  (в районе  $Re=2000$ ) течение в трубе является перемежающимся – участки “турбулентного” течения сменяются участками гладкого, ламинарного движения. Авторы работ [2,3] выделили два различающихся типа перемежающихся режимов: турбулентные пробки и турбулентные порывы. Первые увеличивают свою протяженность сносясь потоком и ведут к устанавлившейся турбулентности, вторые либо затухают в процессе эволюции, либо делятся на несколько. С начала 2000-ых годов интерес к течению в круглой трубе вновь возродился всвязи с обнаружением точных когерентных 3-мерных решений уравнений Навье-Стокса [4,5]. Эти решения имеют вид бегущих волн. Они неустойчивы, однако размерность оттапкивающего многообразия в фазовом пространстве оказывается небольшой. Выдвинута гипотеза, что незатухающее турбулентное движение представляет собой случайное блуждание между различными когерентными состояниями.

Одновременно стали проводиться измерения и прямые расчеты характеристик турбулентных порывов – предвестников турбулентного течения в трубе. Обнаружено, что процесс затухания турбулентного порыва является Марковским (т.е. вероятность его затухания в каждый момент времени постоянна и не зависит от предыстории). Такой процесс аналогичен процессу распада радиоактивных веществ и характеризуется характерным временем жизни  $\tau = \tau(Re)$  (аналог периода полураспада радиоактивности). Характерное время жизни турбулентного порыва растет при увеличении числа Рейнольдса. Если при некотором  $Re$  оно обращается в бесконечность, то это число Рейнольдса и есть нижнее критическое. С точки зрения динамических систем этому соответствует переход от хаотического седла к хаотическому (странным) аттрактору. В первых исследованиях этого вопроса действительно был сделан вывод об обращении  $\tau$  в бесконечность при некотором конечном  $Re$  [6-8].

Более тщательные измерения и вычисления [9-12] показали, однако, что  $\tau$  растет при увеличении  $Re$ , оставаясь конечным. Даже был сделан вывод, что турбулентность в трубе принципиально затухающий процесс. Выходом из создавшегося противоречия может служить учет другого явления – стремления турбулентных порывов к делению. Оказалось [13], что процесс деления турбулентного порыва также является Марковским и характеризуется своим характерным временем, уменьшаю-

щимся при росте числа Рейнольдса. Число Рейнольдса  $Re=2040$ , при котором два конкурирующих процесса – процесс затухания и процесс деления уравновешивают друг друга является точкой статистического фазового перехода и может считаться нижним критическим числом Рейнольдса.

В лекции будет дан обзор описанных исследований и представлены некоторые визуализации соответствующих процессов, выполненные автором.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 11-01-00088-а, вычисления проводились на суперкомпьютерном комплексе МГУ “Чебышев”.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. O. Reynolds, Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A 174, 935 (1883).
2. I. J. Wygnanski, F. H. Champagne, J. Fluid Mech. 59, 281 (1973).
3. I. Wygnanski, M. Sokolov, D. Fridman, J. Fluid Mech. 69, 283 (1975).
4. H. Faisst, B. Eckhardt, Phys. Rev. Lett. 91, 224502 (2003).
5. H. Wedin, R. R. Kerswell, J. Fluid Mech. 508, 333 (2004).
6. H. Faisst, B. Eckhardt, J. Fluid Mech. 504, 343 (2004).
7. J. Peixinho, T. Mullin, Phys. Rev. Lett. 96, 094501 (2006).
8. A. P. Willis, R. R. Kerswell, Phys. Rev. Lett. 98, 014501 (2007).
9. B. Hof, J. Westerweel, T. M. Schneider, B. Eckhardt, Nature 443, 59 (2006).
10. B. Hof, A. de Lozar, D. J. Kuik, J. Westerweel, Phys. Rev. Lett. 101, 214501 (2008).
11. D. Kuik, C. Poelma, J. Westerweel, J. Fluid Mech. 645, 529 (2010).
12. M. Avila, A. Willis, B. Hof, J. Fluid Mech. 646, 127 (2010).
13. K. Avila, D. Moxey, A. de Lozar, M. Avila, D. Barkley, B. Hof, Science 333, 192 (2011).

#### МЕДЛЕННОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ.

В.Ф. Никитин, В.М. Чернявский  
мех-мат МГУ, НИИ механики МГУ

Целью настоящей работы является построение численного решения задачи о медленном течении жидкости между цилиндрами. Область те-

чения может содержать газовые пузыри. Сечение внутреннего цилиндра имеет произвольную геометрию с гладкой границей, а внешний цилиндр является круговым. В области между цилиндрами скорость жидкости и давление определяются из уравнений Стокса и уравнения неразрывности с условиями прилипания на стенах цилиндров или проскальзывания согласно модели Навье, а также с условиями равенства потоков массы и импульса на поверхностях раздела между жидкостью и газом. Предполагается, что внутри газовых пузырей задано одно и то же постоянное давление. Внешний цилиндр вращается с заданной угловой скоростью вокруг своей неподвижной оси. Если внешний цилиндр имеет бесконечный диаметр, то решение строится около движущейся плоскости или в канале с подвижными стенками. Вектор скорости оси свободного внутреннего цилиндра, а также его угловая скорость могут быть заданы или определяться из решения задачи, когда известна внешняя сила, например сила тяжести. Движение пузырей определяется действующими на них силами. Когда расстояние между двумя пузырями мало, они слипаются. Если образуется тонкий перешеек, они разделяются.

В экспериментах [1-4] получено, что в узких зазорах между движущимися поверхностями, а также на линии контакта поверхности раздела с твердой стенкой возникают кавитационные пузыри. Аналитическое решение [5] показывает, что в окрестности малого зазора существует область большого отрицательного давления, в которой должен возникать разрыв жидкости.

Численное решение строится методом граничных элементов при помощи , интегрального представление решения с ядром Озеена (гармоническая функция – давление представляет собой интеграл типа Коши) и неизвестной векторной функцией - плотностью, определенной на границе области. Апроксимация плотности в виде кусочно-постоянной функции сводит задачу к системе линейных алгебраических уравнений, правая часть которой определяется из граничных условий. В многосвязной области требование, чтобы давление было однозначной функцией, приводит к модифицированной процедуре ползущего течения на основе [6], разработанной для отыскания двумерного решения уравнения Лапласа. Полученное численное решение сравнивается с результатами экспериментов и аналитическим решением.

1. Прокунин А.Н. О микрокавитации при медленном движении твердой сферической частицы вдоль стенки в жидкости. Изв. РАН, МЖГ. №5, с. 110, 2004.

2. Seddon,J.R.T.&Mullin,T. Reversal rotation of a cylinder near a wall. *Phys.Fluids*, 2006, 18, 041703.
3. В.М. Чернявский, А.А. Монахов Нарушение сплошности при движении линии контакта: новые экспериментальные и теоретические результаты. *ДАН*, 2010, т. 433, №6, сс. 1-3.
4. В.М. Чернявский, А.А. Монахов О нарушении сплошности ползущего течения в узком зазоре между движущимися поверхностями. Труды Школы НЕЗАТЕГИУС, 2012, в печати.
5. В.М. Чернявский Точное решение о ползущем цилиндрическом течении в подшипнике со свободным шипом. *ДАН*, 2008, т. 418, №1, сс. 42-45.
6. Шерман Д.И. О связи основной задачи теории упругости с одним особым случаем задачи Пуанкаре. *Прикл. матем и мех.*, 1953, т. XVII, № 6, сс. 685-692.

## РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ДИСПЕРСНЫХ ПОТОКОВ

А.Н. Осипцов, С.А. Боронин

Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова

До настоящего времени исследование устойчивости плоскопараллельных течений дисперсных сред проводилось в рамках классического линейного подхода. В этом подходе малое возмущение начального стационарного течения дисперсной среды разлагается в ряд по базисным функциям, являющимися бегущими вдоль оси течения плоскими волнами. Результатом исследования является анализ максимальной скорости нарастания бегущих волн, что позволяет сделать вывод об экспоненциальной устойчивости либо неустойчивости потока на больших временах. Впервые такая постановка для дисперсной среды была использована Ф. Сэфманом в начале 60-х годов прошлого века. В недавних работах авторов, обзор которых будет представлен в докладе, эта постановка была модифицирована с учетом рассогласования скоростей фаз и стратификации примеси в основном течении, учета подъемных сил, действующих на частицы в сдвиговом потоке, а также конечного объемного содержания дисперсной фазы. В рамках такого подхода проведено параметрическое исследование нейтральных кривых для ряда типичных течений (течение в канале, слое смешения, пограничном слое). В настоящее время в литературе по гидродинамической устойчивости плоскопараллельных течений однородных сред происходит пересмотр базовых принципов

линейной теории. Это связано с тем, что уже в 80-х годах прошлого века было показано, что энергия некоторых малых трехмерных возмущений сдвиговых потоков невязких несжимаемых сплошных сред нарастает линейно со временем. При наличии вязкости данный механизм нарастания возмущений, как правило, подавляется лишь на достаточно больших временах. Подобная (алгебраическая) неустойчивость связывается с формированием продольных полосчатых структур в различных потоках сплошных сред, наблюдавшихся в экспериментах и предшествующих переходу к турбулентному режиму. Физически алгебраическая неустойчивость появляется ввиду взаимодействия различных гармоник, являющихся базисными решениями соответствующего уравнения Орра-Зоммерфельда и уравнения для нормальной компоненты завихренности. Несмотря на то, что устойчивость потоков на больших временах определяется максимальной скоростью нарастания отдельных гармоник (классическая теория линейной устойчивости), на конечных временах сумма отдельных гармоник может создать возмущение, энергия которого будет на несколько порядков больше начального значения (оптимальное возмущение). Подобный ограниченный во времени резкий рост возмущений может привести к возникновению вторичной (конечноамплитудной) неустойчивости или переходу к турбулентности. Таким образом, исследование экспоненциальной устойчивости потоков сплошных сред в линейном приближении необходимо дополнить анализом оптимальных трехмерных возмущений. Ранее подобный анализ проводился в литературе для нескольких типичных сдвиговых плоскопараллельных течений чистых жидкостей, но для дисперсных потоков такой анализ до сих пор не был выполнен. В данном докладе представлено обобщение методологии поиска оптимальных возмущений на случай течений сплошных сред с включениями. В рамках указанного подхода проведено параметрическое численное исследование оптимальных трехмерных возмущений течения запыленного газа в плоском канале с неоднородным распределением частиц в виде двух разнесенных пылевых слоев, расположенных симметрично относительно плоскости симметрии канала. Получено, что глобальные оптимальные возмущения (обладающие максимумом энергии в пространстве определяющих параметров: волновых чисел и времени), вне зависимости от профиля концентрации включений, как и в случае течения чистой жидкости, представляют собой полосчатые структуры. Характеристики оптимальных возмущений вычислены с использованием двух норм - полной кинетической энергии возмущений (суммы энергий фаз) и кинетической энергии несущей фазы. Исследована форма оптимальных возмущений и получено, что максимум плотности их ки-

нетической энергии соответствует максимуму профиля концентрации включений в основном потоке.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 11-01-00483) и Президентского гранта МК 3582.2011.1.

## **ПРОВЕДЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕТРОВЫХ НАГРУЗОК НА МОДЕЛЬ ЦЕНТРАЛЬНОГО ОЛИМПИЙСКОГО СТАДИОНА Г. СОЧИ**

Д.Н. Панин, Н.Б. Ромашова

Знание величин ветровых нагрузок необходимо при расчете зданий и сооружений на прочность. Таблицы экспериментальных значений аэродинамических сил и моментов и распределения давления составлены лишь для простых типовых форм конструкций и их элементов. Исследуемый спортивный комплекс представляет собой уникальное сооружение с достаточно сложными объемно-планировочными и конструктивными решениями, не имеющими каких-либо аналогов. Как правило, в подобных случаях ветровые нагрузки определяются на основе данных специально проведенных модельных аэродинамических испытаний. Причем установлено, что на величину и распределение расчетных значений этих нагрузок оказывают влияние геометрическая форма сооружения, а также другие близко расположенные здания и сооружения.

В настоящей работе содержатся результаты аэродинамических испытаний модели Центрального Олимпийского стадиона на ветровые нагрузки, проведенные в аэродинамической трубе А-6 НИИ механики МГУ. Модель рассматриваемого сооружения была изготовлена в масштабе 1:300. Окружающая застройка моделировалась в радиусе 500 м. от центра модели. Для измерения ветровых нагрузок на модели было установлено 116 датчиков давления. Измерения распределения коэффициентов давления Ср проводились в ходе круговой продувки модели с шагом в  $10^{\circ}$  по углу набегания ветрового потока.

В результате работы получено распределение коэффициентов ветрового давления для модели Центрального Олимпийского стадиона. Определены ветровые нагрузки в зависимости от угла атаки ветрового потока.

Положительный перепад коэффициентов давления, прижимающий кровлю Центрального Олимпийского стадиона, возможен при определенных углах атаки лишь на наветренной части кромки кровли. Вся цен-

тральная часть кровли на подавляющем большинстве углов атаки имеет отрицательный перепад коэффициентов давления.

При определенных углах атаки отчетливо выделяются участки кровли с высоким разрежением, вызванным сильным разгоном потока на плавной криволинейной поверхности.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА И НАВЬЕ-СТОКСА**

Л.И. Петрова

Московский Государственный Университет

Исследование функциональных свойств решений дифференциальных уравнений математической физики с помощью кососимметричных форм, показало, что решения дифференциальных уравнений математической физики, описывающих какие-либо процессы, зависят от со-пряженности производных и согласованности уравнений, образующих систему уравнений.

Было приведено исследование свойств и особенностей решений уравнений Эйлера и Навье-Стокса. Это позволило понять причины раз-вития неустойчивости течений идеального и вязкого газов. Показано, каким образом условия совместности уравнений Эйлера влияют на раз-рывы, которые терпят производные функций при переходе через харак-теристики. Получено соотношение между скачками производных на ха-рактеристиках и траекториях.

## **УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ И ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПРОГНОЗ СМЕРЧЕЙ И ШТОРМОВОГО ВЕТРА НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

Э.В. Переходцева

(ФБГУ «Гидрометцентр России», Москва)

Возникновение смерчей и летнего штормового ветра со скоростью  $V > 24 \text{ м/с}$  непосредственно связано с активной конвекцией, развитием мощной кучево-дождевой облачности и со скоростью нисходящих пото-ков порядка  $30\text{--}50 \text{ см/с}$ . Эта облачность образуется там, где атмосфера у Земли стратифицирована неустойчиво, достаточно велика влажность воздуха в тропосфере, и существует конвергенция воздушных потоков. Для возникновения таких явлений в атмосфере должны сложиться опре-

деленные аэросиноптические и термодинамические условия, характеризуемые значениями целого ряда параметров (предикторов). В синоптической практике прогноз таких явлений практически не осуществляется. Иногда, благодаря профессионализму дежурного синоптика, за 3ч дается штормовое предупреждение об этих явлениях, но обычно прогнозируются порывы ветра при грозе скоростью 15-18м/с, реже порывы до 22м/с. Гидродинамические модели прогноза пока еще не дают успешных прогнозов смерчей и штормового ветра со скоростью  $V \geq 25$  м/с. Наилучшие результаты объективного прогноза этих явлений на текущий день были нами получены по первой статистической модели в 1987г (с заблаговременностью 12-18ч), и автоматизированного прогноза с использованием гидродинамико-статистической модели прогноза в 2001г (с заблаговременностью 12-24ч), и в 2006г (с заблаговременностью 36ч).

Первая статистическая модель прогноза смерчей, сильных шквалов, штормового ветра и основанный на ней объективный физико-статистический метод прогноза этих явлений были разработаны в 1984 году. В данной модели метеорологическая ситуация, способствующая возникновению указанных явлений, представляется как многомерный вектор  $\mathbf{X}(A) = (x_1(A), x_2(A), \dots, x_n(A))$ , где  $n$  – число параметров атмосферы (предикторов). При разработке модели использовались значения двадцати шести потенциальных предикторов, отражающих особенности метеорологических ситуаций, способствующих возникновению смерчей и штормового ветра. Были составлены выборки векторов наличия явлений  $A$  – архив  $\{\mathbf{X}_1(A)\}$  и их отсутствия в условиях неустойчиво стратифицированной атмосферы – архив  $\{\mathbf{X}_2(A)\}$ . Модель распознавания и прогноза таких ситуаций была построена с использованием байесовского подхода, а прогноз смерчей и штормового ветра осуществлялся с использованием значения линейной функции  $U(\mathbf{X})$ . В следующей таблице приведены обозначения и прогностические значения отобранных шести предикторов и значение прогностической дискриминантной функции  $U(\mathbf{X}) > 3$  для случаев пяти смерчей.

Прогноз смерчей, наблюдавшихся в 1984–1986 гг. и в 2009г,

на текущий день по значениям прогностической функции  $U(\mathbf{X})$

Пункт	Дата	$V_{700}$	$H_0$	$(T' - T)_{500}$	$dt/dn$	$T_{max}$	$Td_{max}$	$U(\mathbf{X})$
Иваново	9.06.1984 г.	13	630	9	5	24	15,0	3,6

Пенза	21.08.1986 г.	20	630	6	4	31	16,0	7,9
Рязань	26.08.1986 г.	22	660	7	3	30	15,0	7,3
Москва	31.08.1986 г.	18	615	2	3	31	13,5	7,9
Мос. обл.	03.06.2009	17	625	6	7	23	16,0	4,13

Для разработки автоматизированного гидродинамико-статистического прогноза смерчей и штормового ветра была создана на основе того же байесовского подхода новая статистическая модель, в которой предикторами являлись прогностические поля первой гидродинамической полусферной модели. Была получена новая функция  $U_1(\mathbf{X})$  и зависящая от значений  $U_1(\mathbf{X})$  вероятность прогноза смерчей и штормового ветра  $P(\mathbf{X})$ , рассчитываемые в узлах сетки 75x75км. Для случая смерча в Московской области в г. Краснозаводск в докладе приводятся карты прогноза смерчей и штормового ветра сначала на 48ч, затем на 36ч и на 24ч. При этом на севере Московской области явно выделяется прогнозируемая область с большими вероятностями  $P(\mathbf{X}) > P_{\text{пор}} = 85\%$  (в процентном соотношении), охватывающая данный пункт. Для этой области вероятностный прогноз трансформируется в категорический прогноз этих явлений. Однако следует отметить, что точный категорический прогноз на текущий и последующий дни этих редких явлений на станции или в пункте практически невозможен. Наиболее удобной формой выдачи прогноза этих явлений является вероятностный прогноз. В качестве оценки успешности для вероятностного прогноза используется оценка Брайера. В докладе приводятся примеры прогноза смерчей и штормового ветра для Европейской территории России в летние периоды 2009-2011гг и даются оценки прогноза этих явлений по новой гидродинамико-статистической модели прогноза, использующей физически обоснованные значения отобранных автором параметров атмосферы из новой гидродинамической региональной модели, определяющих в совокупности метеорологические ситуации, приводящие к возникновению смерчей и штормового ветра на Европейской территории России.

# **ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИСТЕРЕЗИСА И БИФУРКАЦИЙ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ В НАКЛОННЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ СЛОЯХ РАЗНОГО УДЛИНЕНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПАРАМЕТРАХ РЭЛЕЯ И ПРАНДТЛЯ**

Д.Е. Пивоваров

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Конвективные течения в наклонных прямоугольных слоях характеризуются совместным действием подъемно-опускного течения, обусловленного конвекцией при боковом потоке тепла, и локальных конвективных структур, образующихся за порогом устойчивости гидростатического равновесия при подводе тепла снизу. В результате этих двух механизмов происходят бифуркации, меняющие структуру течения и характеристики теплообмена. Детальное экспериментальное исследование условий возникновения подобных бифуркаций было проведено в работе [1], где была построена диаграмма режимов в зависимости от числа Рэлея и угла наклона слоя при фиксированном удлинении и заданном числе Прандтля. Ранее в работе [2] произведено исследование ламинарных режимов для слоев различного удлинения. Работа [3] давала подобное исследование для воздуха и силиконового масла. Все эти работы не учитывали зависимости течения от начальных данных. Однако, в работе [4] было отмечено, что эволюция движения жидкости оказывает существенное влияние на установившийся режим течения. Особенностью настоящей работы является учет эволюции течения, а также исследование бифуркаций, как при различных удлинениях слоя, так и при различных числах Прандтля.

Для исследования конвективных течений используется метод прямого численного моделирования, вычислительная программа для которого была написана по методике [5]. Программа входит в состав Сетевой компьютерной лаборатории, результаты проектирования и работы которой докладывались автором на школе-семинаре [6-7]. Для ведения параметрических расчетов программа имеет возможность запуска в пакетном режиме.

В работе представлены сопоставления результатов численных исследований с экспериментальными данными [1-3]. Приведены диаграммы режимов с учетом метастабильных состояний. Даётся сравнение характеристик теплообмена, полученных расчетным формулам на основе эксперимента и по данным численного моделирования.

Автор работы выражает благодарность В.И. Полежаеву за пояснения к расчетным данным и Н.В. Никитину за консультацию по методике расчетов. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 12-08-000034).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. K.E. Daniels, B.B. Plapp, E. Bodenschatz. Pattern formation in inclined layer convection // Physical Review Letters. 1999. V.84(23). p.5320-5323.
2. H. Ozoe, H. Sayama, S.W. Churchill. Natural convection in an inclined rectangular channel at various aspect ratios and angles—experimental measurements // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1975. V.18(12). p.1425-1431.
3. H. Inaba. Experimental study of natural convection in an inclined air layer // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1984. V.27(8). p.1127-1139.
4. Д.Е. Пивоваров, В.И. Полежаев. Структуры течения и особенности теплообмена при свободной конвекции в наклонных слоях // Труды XVII Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в аэрокосмических технологиях». 25-29 мая 2009 г., г. Жуковский. В 2 томах. – М.: Издательский дом МЭИ, 2009. т.2 с.113-116.
5. N. Nikitin. Finite-difference method for incompressible Navier-Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates // Journal of Computational Physics. 2006. V.217(2). p.759-781.
6. А.И. Емелькин, М.А. Лебедев, С.А. Никитин, Д.Е. Пивоваров, В.И. Полежаев. Сетевая компьютерная лаборатория в задачах конвективного теплообмена: разработка и первые применения // Проблемы газодинамики и теплообмена в новых энергетических технологиях: Тезисы докладов XVIII Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева (23-27 мая 2011 г., Звенигород). – М.: Издательский дом МЭИ, 2011. –424 с.
7. Д.Е. Пивоваров. Моделирование трехмерных внутренних конвективных течений // Проблемы газодинамики и теплообмена в новых энергетических технологиях: Тезисы докладов XVIII Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством акад. РАН А.И. Леонтьева (23-27 мая 2011 г., Звенигород). – М.: Издательский дом МЭИ, 2011. – 424 с.

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДВУХМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАВЕРНЕ**

В.О. Пиманов, Н.В. Никитин  
НИИ механики МГУ, Факультет ВМК МГУ, Москва

Рассматривается задача об устойчивости течения несжимаемой вязкой жидкости в двумерной прямоугольной каверне с подвижной крышкой. Целью работы является отыскание порогового числа Рейнольдса, при котором двумерное течение теряет устойчивость к трехмерным возмущениям. Двумерные уравнения Навье-Стокса интегрируются по времени до установления стационарного режима. На полученное таким образом стационарное двумерное *основное течение* накладываются малые трехмерные возмущения, эволюция которых исследуется в рамках линеаризованных уравнений. Для численного решения уравнений Навье-Стокса используется метод [1].

Решение спектральной задачи устойчивости в том случае, когда основное течение зависит от двух пространственных координат требует значительных компьютерных ресурсов и возможно только при использовании грубых сеток. Поэтому, асимптотическое поведение возмущений при высоких числах Рейнольдса определяется путем решения задачи Коши для нестационарных линеаризованных уравнений.

Определены зависимости декрементов затухания возмущений от длины волны при нескольких значениях числа Рейнольдса.

### **ЛИТЕРАТУРА.**

- [1] N. Nikitin. Finite-difference method for incompressible Navier–Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates, *J. Comput. Phys.* **217**, 759–781 (2006).

## **О СИНГУЛЯРНОСТЯХ В РАСПРЕДЕЛЕНИИ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ ВО ВСЕЛЕННОЙ**

С.В. Пилипенко, А.Г. Дорошкевич, В.Н. Лукаш  
Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва

В настоящее время благодаря наблюдениям анизотропии реликтового излучения, крупномасштабного распределения галактик, строения рентгеновских скоплений галактик и другим данным считается надежно установленным, что во Вселенной значительную долю массы составляет

темная материя (в пять раз больше обычной барионной материи). Эта материя является бесстолкновительной (не участвует в электромагнитном и сильном взаимодействиях) и холодной (нерелятивистской к настоящему моменту времени). Исследование темной материи представляет большой интерес, поскольку она представляет собой некое вещество, которое не предсказывается стандартной моделью элементарных частиц и ее до сих пор невозможно получить в лаборатории. Один из реалистичных методов исследования темной материи — сравнение теоретических предсказаний ее поведения с результатами астрономических наблюдений.

В процессе эволюции Вселенной малые начальные возмущения плотности нарастают, и в результате образуются гравитационно-связанные (вириализованные) сгустки — гало (в которых затем образуются галактики или скопления галактик). Задача эволюции распределения темной материи допускает аналитическое решение только в простейших случаях — одномерный коллапс плоской волны плотности, коллапс сферы и т.п., для более сложных задач необходимо численное моделирование.

Полученные ведущими мировыми группами численные результаты показывают, что гало характеризуются радиальным профилем плотности вида  $r^{-1}$  в центре, т.е. имеется расходимость плотности (касп). В то же время наблюдения показывают, что по крайней мере в некоторых галактиках каспа нет (наблюдательные данные лучше всего описываются профилем с постоянной плотностью в центре). Обзор данной проблемы дан в работе [1]. Если это расхождение является физическим, оно может свидетельствовать об отклонениях свойств темной материи от общепринятых в настоящее время (модель холодной темной материи). Поэтому необходимо тщательно проверить как интерпретацию наблюдений, так и неизбежные ошибки численных расчетов, чему и посвящена данная работа.

Численное моделирование данной задачи представляет собой решение бесстолкновительного уравнения Больцмана в приближении N-тел в трехмерном пространстве. Начальные условия известны из теории и результатов наблюдений реликтового излучения, граничные условия периодические. Пробные частицы взаимодействуют по ньютоновскому закону тяготения, но для борьбы с двухчастичными столкновениями гравитационный потенциал сглажен на некотором масштабе. Начальные возмущения задаются малыми (они описываются линейной теорией), под действием гравитации они нарастают, образуются каустики с нестационарным потенциалом, что вызывает коллективный обмен энергией между

ду частицами (этот процесс называют бурной релаксацией) и выбрасывание энергичных частиц из системы, и таким путем образуются стабильные виреализованные гало.

Ошибки численного моделирования можно разбить на два вида: связанные с точностью приближения N-тел и связанные с точностью задания начальных условий. Первый вид ошибок считается хорошо изученным, как теоретически [2], так и по сходимости результатов моделирования [3]. Ошибки начальных условий связаны с ограниченностью разрешения и размера модельного куба: теряются мелкомасштабные и крупномасштабные возмущения. Начальные возмущения гауссова и характеризуются спектром мощности, растущим в сторону малых масштабов. В работе [1] на основе аналитических расчетов было показано, что отрезание малых масштабов при задании начальных условий ведет к потере важной информации. Авторы [1] описывают эту информацию в терминах энтропии, учет который «разогревает» темную материю и разрушает каспы плотности, состоящие из холодных частиц.

В данной работе на примере численных моделей с упрощенными начальными условиями исследовался предсказанный в [1] эффект. Начальные условия представляли собой три волны плотности по трем перпендикулярным пространственным осям с разными амплитудами. Известно, что при эволюции такой системы образуется гало с каспом  $\text{g}^{-1}$  в центре. В эту систему были дополнительно добавлены возмущения на малых масштабах, что привело к уплощению профиля плотности гало.

Таким образом, подтверждено, что наличие мелкомасштабных возмущений в изначально холодной бесстолкновительной среде ведет к ее разогреву и препятствует образованию сингулярностей в распределении материи.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 гг.»

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А.Г. Дорошкевич, В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева. К решению проблем «каспов» и кривых вращения в гало темной материи в космологической стандартной модели. УФН, 2011, в печати
2. E. Athanassoula, E. Fady, J.C. Lambert, и др. Optimal softening for force calculations in collisionless N-body simulations. Mon. Not. R. Astron. Soc. 2000, 314, 475-488.
3. C.Power, J.F. Navarro, A. Jenkins и др. The inner structure of LCDM halos -I. A numerical convergence study. Mon. Not. R. Astron. Soc. 2003, 338, 14-34.

# КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПО ИХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ СВОЙСТВАМ

В.Н. Пилишкин

Московский государственный технический  
университет им.Н.Э.Баумана

Существует широкий класс задач, в которых исследуются условия ограниченности динамических процессов. Однако применение многих известных подходов в этих задачах часто оказывается неэффективным из-за сложности механизма формирования данных процессов либо из-за неполного понимания его действия.

Предлагается подход, позволяющий определённым образом объяснить характер поведения динамических процессов, и с учётом этого влиять на формирование их желаемого (допустимого) поведения. Некоторые результаты этого подхода приведены в работах [1]-[2].

В общем случае рассматривается нелинейный процесс, поведение которого в  $n$ -мерном фазовом пространстве, описывается уравнением  $\dot{x} = f(x, u)$ , где  $u$  –  $m$ -мерный параметр, влияющий на поведение процесса. Вводится понятие характеристических поверхностей  $\Pi_i^\delta(u) = \{x \in R^n : f_i(x, u) = \delta\}$ ,  $i \in \overline{1, n}$ . Уравнение поведения преобразуется к эквивалентному уравнению, зависящему непосредственно от поверхностей  $\Pi_i^\delta(u)$ ,  $i \in \overline{1, n}$ ,  $\delta \in R^1$  (от расстояния до них). Показано, что произвольное движение в фазовом пространстве (фазовая траектория процесса) сводится к движению характеристических поверхностей. Причём в зависимости от характера расположения  $\Pi_i^\delta$ ,  $i \in \overline{1, n}$ , траектории процессов будут устойчивыми (или ограниченными). Исследуются различные случаи расположения  $\Pi_i^\delta$ ,  $i \in \overline{1, n}$ , при которых обеспечивается ограниченность фазовых траекторий. Показаны условия существования и предложен способ построения в общем случае нелинейного так называемого характеристического многогранника, формируемого на основе  $\Pi_i^\delta$ ,  $i \in \overline{1, n}$ , за пределы которого не выйдет ни одна фазовая траектория.

Рассматривается влияние свойств (вида) поверхностей  $\Pi_i^\delta$ ,  $i \in \overline{1, n}$ , на характер поведения фазовых траекторий.

Показано, как с помощью управляющего параметра  $u$  обеспечить желаемые ограниченные динамические процессы. При этом учитывается случай, когда процессы формируются при действии неконтролируемых возмущений:  $\dot{x} = f(x, u, v)$ , где  $v$  - внешнее возмущение с некоторыми неизвестными свойствами из заранее заданного множества  $V$ . Рассматривается применение предложенного подхода.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. V.N. Pilishkin. Research of limitation of pressure on characteristic points on symmetric polyhedrons. Third International Scientific Conference on Mechanics "Fifth Polyakhov Readings", SPbU, 2009.
2. V.N. Pilishkin. Synthesis of robust systems with desirable characteristic properties. XIV International Scientific Conference "Modeling, Identification and Synthesis of Control Systems" MISCS 2011, Crimea, 2011.

### НЕБУССИНЕСКОВСИЕ ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕН В СЖИМАЕМЫХ, В ТОМ ЧИСЛЕ ОКОЛОКРИТЕЧЕСКИХ СРЕДАХ : ОТ ПЕРВЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ И ПРИЛОЖЕНИЙ – ДО НАШИХ ДНЕЙ

В.И. Полежаев

Учреждение Российской Академии Наук,  
Институт Проблем Механики им. А.Ю.Ишлинского, Москва

Численное моделирование течений и теплообмена сжимаемого вязкого газа на основе полных уравнений Навье-Стокса было начато в середине 60-х годов в основанной Г. И. Петровым 4-й лаборатории НИИ Тепловых Процессов (в настоящее время - Исследовательский Центр им. М.В. Келдыша). Естественные конвективные течения занимали в то время скромное место среди развивавшихся широким фронтом работ по газовой динамике. Такому “соседству”, редкому и в международной практике тех лет, но оказавшемуся весьма плодотворным, это направление обязано Г. И. Петрову, его глубокому пониманию “внутренней логики” развития гидро-и газодинамики и их приложений. Первоначальной целью, помимо разработки моделей и численных методов, что представляло в те годы значительную проблему, было исследование тепловой гравитационной конвекции совершенного газа с переменными свойствами без упрощений, связанных с широко известным в теории естественной конвекции приближением Буссинеска. Однако, вскоре выяснилось,

что при моделировании неизотермических течений сжимаемого вязкого газа на основе полных уравнений Навье-Стокса в расчетах присутствуют не только медленные, конвективные, но и быстрые, термоакустические течения. Дальнейшее развитие моделей и методов было связано с разделением этих видов течения, разработкой методов, и исследованием их закономерностей в отдельности и приложениями.

В докладе даны формулировки основных задач, в которых проявляются небуссинесковские эффекты в естественной конвекции. Рассмотрены небуссинесковские параметры, их физический смысл и вызываемые ими эффекты в случае совершенного газа для течений при отсутствии равновесия (боковой подогрев) и после потери устойчивости равновесия (подогрев снизу) Приведены результаты исследования потери устойчивости механического равновесия и возникновения конвекции в сжимаемом совершенном газе в зависимости от критериев Релея и Шварцшильда. Обсуждаются роль критерия Джейфриса и развитие исследований конвективной устойчивости на основе модели тепловой гравитационной конвекции с фильтрацией акустики. Даны примеры моделирования свободной конвекции в около- и сверхкритических средах, обсуждаются иерархия небуссинесковских моделей и небуссинесковские эффекты при различных уравнениях состояния и роль в этой иерархии модели совершенного газа. Обсуждаются примеры моделирования термоакустических течений, случаи их совместного действия с конвективными течениями и современные приложения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chandrasekhar S. (1961). Hydrodynamic and Hydromagnetic stability, Dover Publ. , N.Y., 652 p
2. Jeffreys H. The stability of a compressible fluid heated from below // Proc. of the Cambr. Phil. Soc. 1930.
3. Полежаев В.И. Численное исследование естественной конвекции жидкостей и газов. Сб. Некоторые применения метода сеток в газовой динамике, Вып IV, М., Изд. МГУ, 1971, 86-180
4. Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей. М.: Наука, 1989. 366 с.
5. Гиттерман М. Ш., Штейнберг В. А. Критерии возникновения свободной конвекции в сжимаемой, вязкой и теплопроводной жидкости // ПММ. 1970. Т.34. № 2. С. 325-331.
6. Carles P. Ugurtas B. The onset of free convection near the liquid-vapour critical point. Part I: Stationary initial state // Physica D. 1999. V. 126. P. 69-82.

7. А.А. Горбунов, С.А. Никитин, В.И. Полежаев. Об условиях возникновения конвекции Рэлея-Бенара и теплообмене в околоскритической среде. Изв. РАН, МЖГ №5, 2007, 19-36.
- 8 . Suslov S.A. Paolucci S. Nonlinear analysis of convection flow in a tall vertical layer under non-Boussinesq conditions. J. Fluid Mech. vol. 344, 1997 , pp.1-41
9. Zappoli B., Amiroudine S. et al. Thermoacoustic and buoyancy-driven transport in a square side-heated cavity filled with a near-critical fluid // J. Fluid Mech. 1996. V. 316. P. 53-72.10.
10. Farouk B. Lin Y, Lei Z. Acoustic Wave Induced Flow and Heat Transfer in Gases and Supercritical Fluids, Advances Heat Transfer, v.42, 2010, pp.1-136
11. Полежаев В.И. Модели и методы моделирования конвективных, волновых процессов и теплообмена в околоскритических средах // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 1. с. 3-20
12. Полежаев В.И. Моделирование конвективных, волновых процессов и теплообмена в около- и сверхкритических средах // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 2. с. 9-32

## **ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КРИТЕРИЕВ ПОДОБИЯ ПРИ ОБОБЩЕНИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО СТРУЙНО-ФАКЕЛЬНОМУ ГОРЕНИЮ ГАЗОВ**

Полежаев Ю.В.  
(ОИВТ РАН, Москва)

Горение газообразного топлива происходит при смешении с окислителем, в качестве которого чаще всего используется воздух. Пламя представляет собой тонкую зону, в которой топливо и окислитель вступают в химическую реакцию с выделением теплоты  $\Delta Q$ . В каждый момент времени в результате теплопроводности тепло передаётся от фронта пламени к свежей смеси и происходит её зажигание. Это и воспринимается наблюдателем как распространение пламени в пространстве, а скорость этого перемещения по нормали к фронту называется нормальной скоростью горения  $S_B^0$ .

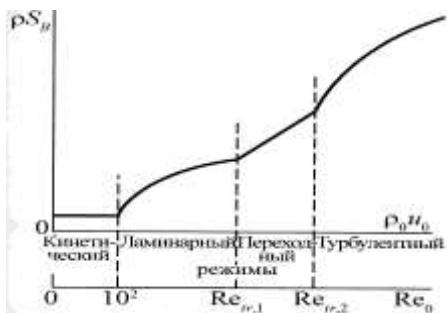
Одной из основных трудностей при измерении нормальной скорости распространения пламени является то, что плоский фронт волны горения можно наблюдать только при весьма специфических условиях. Вообще говоря, распространение получили два основных способа изме-

рения скорости распространения пламени. В одном из них топливный и окисляющий газ заранее тщательно перемешаны, как в горелке Бунзена, а во втором – посредством измерения высоты светящегося факела

Хотя давно признано, что турбулентность значительно увеличивает скорость распространения пламени, о чём свидетельствуют высокие скорости горения топлива в поршневых двигателях, тем не менее надёжных количественных закономерностей получено не было.

Первую попытку решить эту проблему предпринял ещё Дамкёлер в середине прошлого века. Он допустил, что турбулентное пламя имеет ту же кинетическую природу, что и ламинарное, а наблюдаемое увеличение скорости горения связано с искривлением фронта пламени по сравнению с гладким ламинарным фронтом.

При исследованиях ламинарных диффузионных пламен большой интерес [3,4,5,6] проявлен к свободному струйному факелу, когда струя



топлива горит в неподвижном воздухе.

Обработка экспериментальных данных привела к зависимостям следующего вида (рис.1):

$$\frac{L}{d_0} \geq Fr^{0.2}, \text{ где критерий}$$

подобия – число Фруда

$$Fr = \frac{u_0^2}{gd_0}, \text{ а } L \text{ и } d_0 -$$

длина светящегося факела и диаметр форсунки, из которой истекает

Рис.1 Карта режимов горения

газообразное топливо со скоростью  $u_0$ .

Анализ данных, собранных на рис.1, выявил целый ряд их отличительных признаков. Прежде всего, это пределы применимости линейной формы зависимости безразмерной высоты ( $L/d_0$ ) от числа Фруда в степени 0,2. При  $Fr < 10^5$  и  $Fr > 10^5$  эта зависимость нарушается. Во-вторых, полученная простая зависимость как бы сложена из восьми отрезков, полученных для разных диаметров  $d_0$  (от 2 мм до 250 мм).

Обобщение критериальной закономерности на другие топливные газы представлено на рис. 3, где в качестве определяющего и определяемого аргументов используются

$$Fr^{**} = Fr \cdot \frac{\rho_0}{\rho_b} \left( \frac{\rho_g}{\rho_0} \right)^{3/2} Z_{cm}^3 \text{ и}$$

$$L^{**} = \frac{L}{d_0} \cdot \frac{Z_{cm}}{\sqrt{\rho_0/\rho_g}}.$$

Здесь  $\rho_0$ ,  $\rho_b$ ,  $\rho_g$  – плотности топлива, воздуха и продуктов сгорания, а  $Z_{cm}$  – стехиометрическое значение переменной смешения (отношения массы кислорода к массе горючего). Большое число приближенно заданных параметров делает зависимости типа  $L^{**}$  от  $Fr^{**}$  малопривлекательными для инженеров и проектантов.

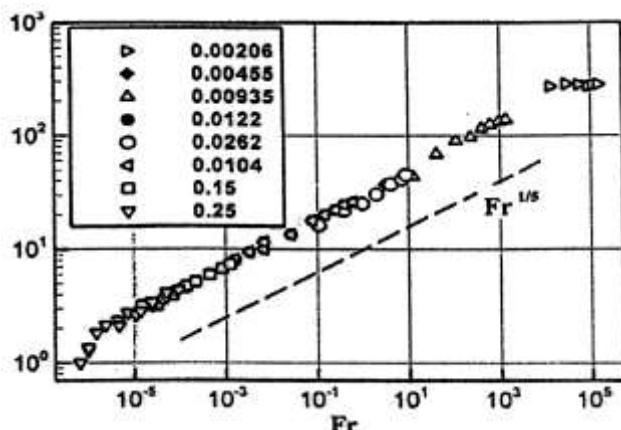


Рис.2. Результаты измерений длины факела пропана в воздухе (приведены значения диаметра источника в метрах)

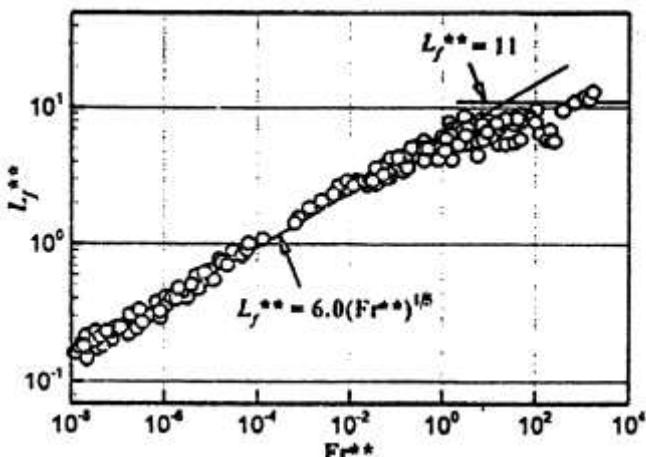


Рис.3. Обобщение результатов измерения длины вертикального диффузионного пламени: пропана, метана, водорода, монооксида углерода, бутана, этана, этилена, ацетилена, городского газа

Струйные пламена формируются в условиях при которых действием архимедовых сил (или сил плавучести) можно пренебречь. Начальная скорость топливной струи  $u_0$ , как правило, достаточна, чтобы законы тепло- и массообмена соответствовали режиму вынужденной конвекции. Это обстоятельство было учтено нами при выборе другого критерия подобия – числа Рейнольдса.  $Re_0 = \frac{\rho_0 u_0 d_0}{\eta_0}$ , в котором индекс  $(0)$  соответствует значениям определяющих параметров на срезе форсунки.

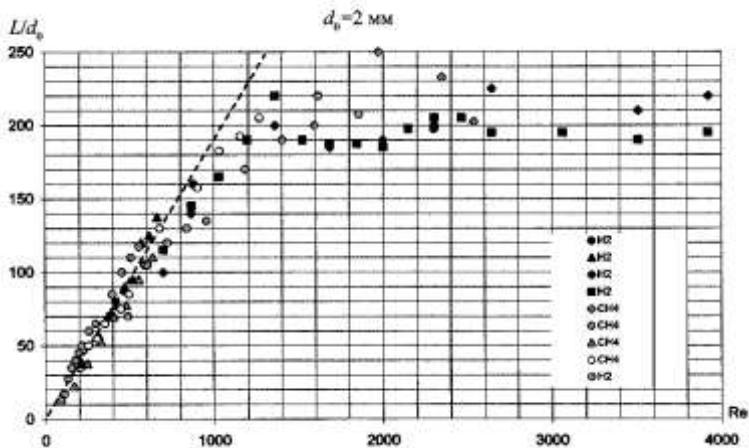


Рис.4. Высота  $\frac{L}{d_0} = f(\text{Re}_0)$  для  $H_2$  и  $CH_4$  при  $d_0 = 2 \text{ мм}$

На рис. 4 для одного значения  $d_0 = 2 \text{ мм}$  представлены экспериментально измеренная высоты водородных и метановых пламен в функции от числа Рейнольдса.

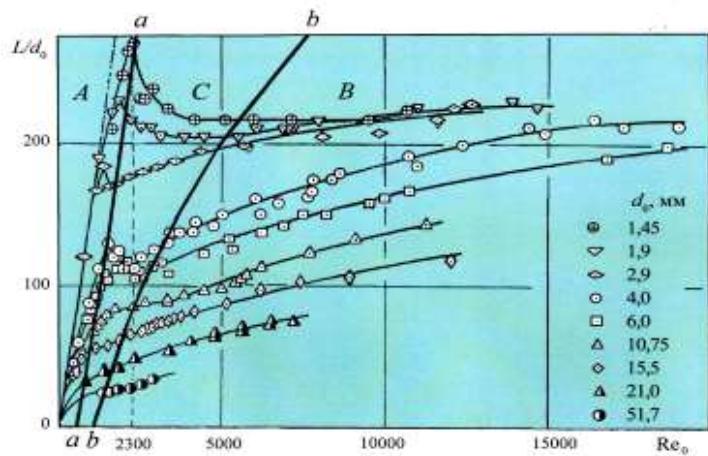


Рис.5. Сводная зависимость  $\frac{L}{d_0} = f(\text{Re}_0)$  при  $1,0 < d_0 < 51$  мм для водорода  $\text{H}_2$

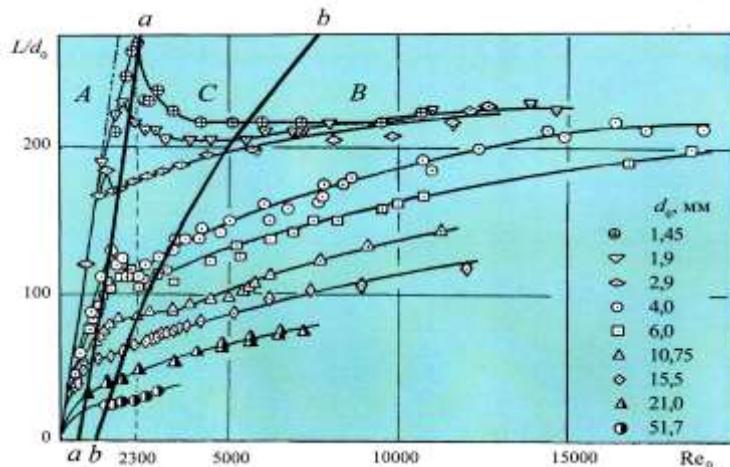


Рис.5. Сводная зависимость  $\frac{L}{d_0} = f(\text{Re}_0)$  при  $1,0 < d_0 < 51$  мм для водорода  $\text{H}_2$

На рис. 5 аналогичная зависимость получена для широкого интервала диаметров  $d_0$  (от 1,45 до 51,7 мм). Кривые (а) и (б) ограничивают области существования ламинарного – А, турбулентного – В и переходного С режимов струйно-факельного истечения, для каждого из которых мы использовали хорошо известные законы тепло-, массообмена в безградиентных потоках:

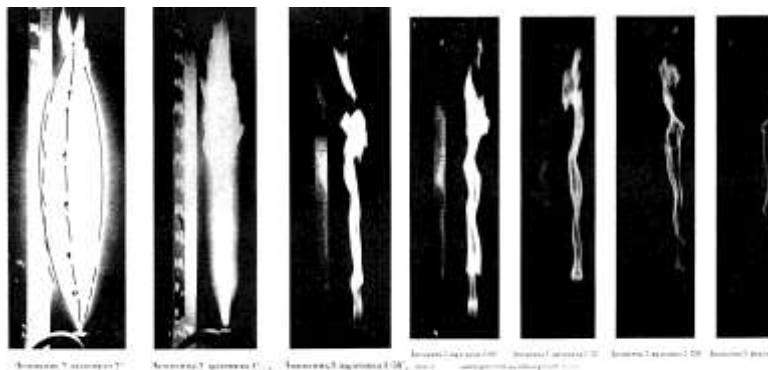
– для ламинарного  $\text{St}_L = 0,332 \text{Re}^{-0,5}$ ,

– для турбулентного  $\text{St}_T = 0,029 \text{Re}^{-0,2}$ ,

где  $\text{St}$  – критерий Стентона  $\text{St} = (\alpha/c_p)/(\rho_0 u_0)$ , а коэффициент теплообмена  $(\alpha/c_p)$  равен коэффициенту массообмена  $\beta = j_e/(C_{0,e} - C_{0,w}) = j_e/(\Delta C_{0,i})$ .

Высота пламени  $L$  рассчитана из условия равенства времени движения частицы топлива от среза сопла  $\tau_1 = L/u_0$  и времени диффузии молекулы кислорода поперёк струи  $\tau_2 = d_0/j_i$ , где  $j_i = \rho C_i v_i = \beta(\Delta C_i)$ . Безразмер-

ная высота светящихся факельных струй, измеренная в экспериментах, позволила рассчитать массовые скорости горения топлива как при ламинарном, так и при турбулентных режимах [9].



Фотографии факелов водородного пламени на установке «Пламя»

### Инварианты турбулентности

Гипотеза Буссинеска

$$\tau_T = \langle u' v' \rangle = V_T \frac{\partial u}{\partial z}$$

Гипотеза Прандтля – Колмогорова :

$$v_T = C_p \ell \sqrt{K} \quad \sqrt{K} = C_k \ell \left( \frac{du}{dr} \right)_{max}$$

$$V_T = C_p * C_k \left( \frac{l}{\delta} \right)^2 * (\delta * U_m)$$

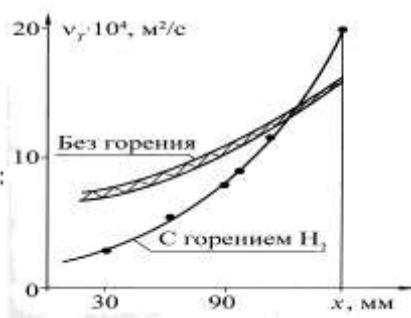


Рис.6 Коэффициент вихревой вязкости изотермической и горящей струй

## ЛИТЕРАТУРА

1. Леонов Б.Н., Новиков А.С., Богомолов Е.Н. и др., Технологическое обеспечение проектирования и производства газотурбинных двигателей, Рыбинск, 2000, – 351с.
2. Сударев А.В., Антоновский В.И., Камеры сгорания газотурбинных установок. Теплообмен, Ленинград, «Машиностроение», 1985.– 272с.
3. Лефевр А., Процессы в камерах сгорания газотурбинных двигателей, М., Мир, 1986, – 566с.
4. Снегирев А.Ю., Талалов В.А., Теоретические основы пожаро– и взрывобезопасности. Горение неперемешанных реагентов, СПб. Изд-во Политехнического университета, 2008 – 212с.
5. Beyler C.L., Fire Hazard Calculations for Large Open Hydrocarbon Fires//SFPE Handbook of Fire Protection Engineering, 2002,-p.268-314.
6. Blake T.R., Me Donald M., An examination of flame length data from vertical turbulent diffusion flames//Combustion and Flame, 1993, Vol. 94, № 4, p. 426-432.
7. Карпов В.А., Мостинский И.Л., Полежаев Ю.В., Ламинарный и турбулентный режимы горения водородных затопленных струй, ТВТ, 2005, № 1, с. 115-120.
8. Turns S.R. An Introduction to Combustion, № 9, McGraw Hill, 2000, 676 p.
9. Законы горения /п/р Полежаева Ю.В./, Энергомаш, 2006, – 352с.
10. Левченко П.В., Исследование горящих факелов генераторного и коксовального газов. Сб.: Теплообмен и вопросы экономии топлива в металлургических печах. М., Металлургия, 1951. С. 73-97.
11. Мингазов Б.Г., Камеры сгорания газотурбинных двигателей, Казань, КГТУ им. Туполева, 2004, 220 с.

## КОЛЬЦЕВЫЕ ВИБРАЦИОННЫЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРЕ

Д.А. Полежаев

Пермский государственный педагогический университет, Пермь

Обсуждаются результаты экспериментального изучения различных режимов кольцевого вибрационного течения жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре. Жидкость частично заполняет цилиндр, который одновременно с вращением совершает перпендикулярные оси вибрации. Рассматривается случай, когда жидкость образует

кольцевой слой внутри цилиндра. В отсутствие вибраций жидкость совершает твердотельное движение вместе с полостью. Под действием вибраций жидкость приходит в движение относительно стенки полости и в зависимости от скорости вращения, частоты и амплитуды вибраций совершает двумерное азимутальное движение, трехмерное пространственно-периодическое (вихревое) движение или нерегулярное, хаотическое. Подробное описание структуры и интенсивности указанных течений можно найти в [1]. В настоящей работе внимание уделяется механизмам неустойчивости двумерного и вихревого течений жидкости.

Под действием вибраций жидкость вблизи вращающейся стенки совершает неоднородные по фазе азимутальные колебания. Такие колебания генерируют осредненное азимутальное движение жидкости на внешней границе слоя Стокса. В условиях резонанса, когда частота вибраций совпадает с частотой собственных колебаний жидкости, интенсивность осциллирующего течения в слое Стокса достигает критического значения, и изначально двумерное осредненное течение становится трехмерным – возникает течение, аналогичное течению Тейлора – Гертлера. В рассматриваемых условиях жидкость участвует одновременно в двух видах движения: осциллирующем в слое Стокса и осредненном в остальном объеме жидкости. Эксперименты показывают, что направление осредненного течения не влияет на порог возникновения пространственно-периодического вихревого течения (рис. 1, *a*), следовательно, его возбуждение связано с неустойчивостью осциллирующего течения вблизи твердой границы.

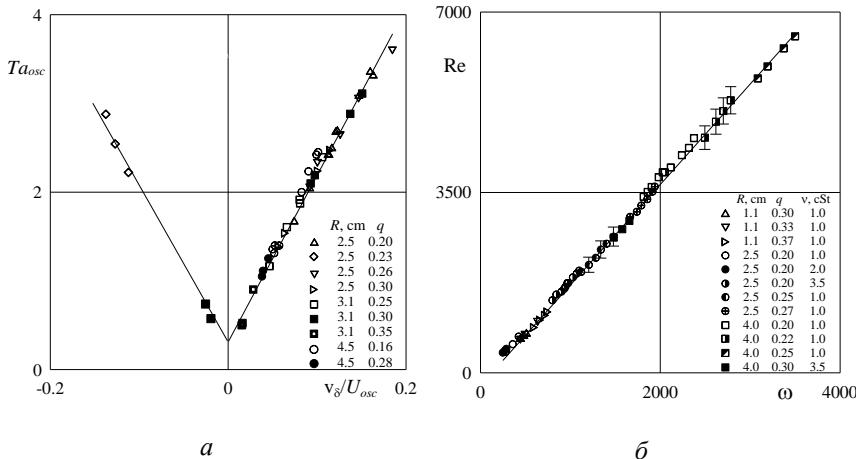


Рис. 1. *a* – зависимость числа Тейлора от относительной скорости осредненного движения жидкости в пороге возбуждения вихревого течения жидкости; *б* – зависимость числа Рейнольдса от безразмерной скорости вращения в пороге разрушения вихревого течения жидкости

Регулярная пространственная структура теряет устойчивость при достижении критического значения числа Рейнольдса (рис. 1, *б*) и становится хаотическим. Данный вид неустойчивости наблюдается, только если свободная поверхность жидкости вращается быстрее цилиндра. Анализ результатов показывает, что данный пороговый переход связан с развитием классической неустойчивости Тейлора.

Работа выполнена при поддержке Рособразования (Темплан №01201058898).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. V.G. Kozlov, D.A. Polezhaev. Stability of rimming flows under vibration. Microgravity Sci. Technol., 2009, 21, 79–82.

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В ВЯЗКОМ УДАРНОМ СЛОЕ НА ПЛАСТИНЕ

Т.В. Поплавская, С.В. Кириловский

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

Волновые процессы в гиперзвуковом вязком ударном слое (ВУС) играют существенную роль в формировании спектра и модового состава возмущений в гиперзвуковом пограничном слое, и, таким образом, влияют на ламинарно-турбулентный переход. В зависимости от амплитуды первичных волн и их спектра в пограничных слоях возможны различные сценарии ламинарно-турбулентного перехода, определяемые преобладанием тех или иных нелинейных механизмов. В случае гиперзвукового ВУС, когда течение не параллельно и головная ударная волна расположена очень близко к пограничному слою, волны неустойчивости могут возбуждаться не только за счет восприимчивости, но также и путем прямого усиления возмущений в ударной волне. При воздействии на ударный слой интенсивных возмущений внешнего потока возможно нелинейное взаимодействие и развитие возмущений. В работе проведено исследование воздействия многочастотных внешних акустических и внут-

ренных периодических возмущений, порождение ими волн в ударном слое и их нелинейные взаимодействия.

Численное моделирование развития возмущений выполнено на основе разработанного в ИТПМ СО РАН Кудрявцевым А.Н. кода решения уравнений Навье-Стокса с использованием современных схем сквозного счета высокого порядка точности. Для моделирования воздействия многочастотных возмущений использовался спектр естественных пульсаций плотности в свободном потоке аэродинамической трубы Т-327а ИТПМ СО РАН, измеренный методом электронно-пучковой флюоресценции и представляющий собой экспоненциально падающую зависимость от частоты. По этому распределению был составлен спектр возмущений для численного моделирования, начиная с частоты 5 и до 50 кГц с шагом в 5 кГц с набором фаз  $\varphi_i$ . На рис.1 представлены коэффициенты преобразования пульсаций плотности для трех случаев: при воздействии на ВУС монохроматических акустических волн с заданной частотой из спектра (1), при воздействии многоволновых акустических возмущений с двумя разными суммарными амплитудами 0.04 (2) и 0.004 (3). Коэффициенты преобразования для случая многочастотного воздействия с суммарной амплитудой 0.04 ниже, чем при воздействии монохроматических возмущений, что, вероятно, связано с генерацией высокочастотных гармоник и комбинационных частот, т.е. с влиянием нелинейных эффектов.

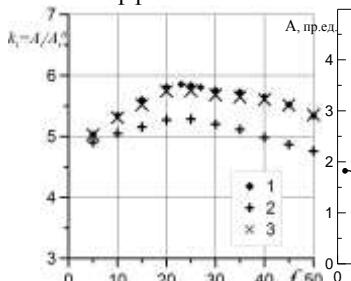


Рис.1.

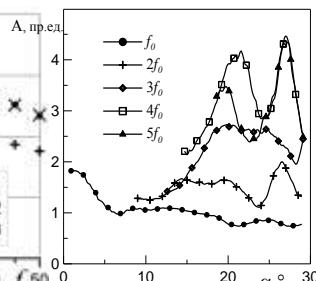


Рис.2.

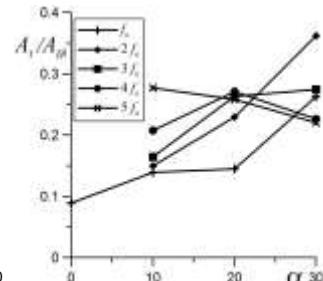


Рис.3.

С целью выявления нелинейных процессов в работе проведено численное моделирование пульсаций в ВУС, создаваемых многочастотным нестационарным периодическим источником на поверхности. Локализованные возмущения типа периодического вдувательного вблизи передней кромки пластины, моделировались заданием граничного условия для поперечного массового расхода на некотором участке поверхности пластины с учетом многочастотности начального сигнала. В гиперзвуковой азотной аэродинамической трубе

Т-327А ИТПМ СО РАН Мироновым С.Г и Цырюльниковым И.С. были проведены эксперименты по взаимодействию возмущений от цилиндрического кососрезного газодинамического свистка с ударным слоем на пластине под углом атаки. В экспериментах наблюдалась интенсивные пульсации давления на основной частоте излучения звука газодинамическим свистком, а также на частотах гармоник (рис.2). На рис. 3 приведены расчетные зависимости амплитуд пульсаций давления на поверхности пластины от угла атаки в сечении  $x=0,9$  при воздействии многочастотных возмущений вдув-отсос, соответствующих спектру трубного эксперимента. Сравнение расчетных данных с экспериментальными зависимостями амплитуд пульсаций показывает существенные отличия. Вероятно это связано с тем, что в численном моделировании амплитуды начальных возмущений взяты пропорционально возмущениям в свистке, который располагался под пластиной, поскольку невозможно в эксперименте получить амплитудно-фазовые характеристики начальных возмущений на поверхности пластины вблизи передней кромки, т.е. в том месте, где задаются граничные условия в численном моделировании.

Чтобы избежать этой проблемы, выполнено численное моделирование нестационарной задачи с автоколебаниями при гиперзвуковом обтекании системы модель – кососрезный свисток с учетом геометрических параметров свистка с помощью пакета ANSYS FLUENT 12.1. Полученные данные позволяют дать оценку для начальных амплитуд и фаз возмущений на пластине вблизи передней кромки, что позволяет провести более точно численное моделирование развития возмущений в ВУС при воздействии источника вдув-отсос с поверхности с помощью пакета ИТПМ.

## **АВТОКОЛЕБАНИЯ В ТЕЧЕНИЯХ С КАВИТАЦИЕЙ КАК ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ НА ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ В ПЕРЕМЕННЫХ РАСХОД-ДАВЛЕНИЕ**

В.В. Прокофьев, А.К. Такмазьян  
Институт механики МГУ, Москва

Исследуются автоколебательные режимы для двух типов течений с образованием каверны: кавитационное течение с образованием паровой каверны в трубке Вентури [1], и истечение струи в плоский канал, с подувом воздуха в заглушенную его часть (каверна с отрицательным числом кавитации) [2]. Для первого течения использованы уже известные

[3] а для второго течения построены новые модели систем ОДУ 2-го порядка в переменных расход жидкости – давление газа. Использована модель идеальной жидкости с учетом сопротивления в гидравлическом приближении совместно с гипотезой равновесного испарения в каверну в первом случае и моделью адиабатического истечения газа из поддуваемой каверны во втором.

Методами качественной теории динамических систем на плоскости исследованы стационарные точки полученных систем ОДУ, обнаружены бифуркции рождения предельных циклов из гомоклинической петли сепаратрисы седла (в первом случае) и из устойчивого фокуса (во втором). Обнаружены управляющие параметры и их критические значения для существования автоколебаний, проведено сопоставление с данными экспериментов [1,2].

[1] Казеннов А.К., Козлов И.И., Прокофьев В.В., Шугай А.А. Исследование кавитационного течения горячей жидкости через препятствие в трубопроводе// Известия АН СССР, МЖГ, 1993 г, №4.

[2] Козлов И.И., Очеретяный С.А., Прокофьев В.В. Экспериментальные исследования автоколебательных режимов при истечении жидкой струи в плоский вентилируемый канал // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 4. С. 47-58.

[3] Пилипенко В.В. Кавитационные автоколебания// «Наукова думка», Киев, 1989 г., 314 с.

Работа поддержана грантом РФФИ № 12-08-00953

## АНАЛИЗ КРИТИЧЕСКИХ ЕСТЕСТВЕННО-КОНВЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ В ПОЛОСТЯХ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ СЕЧЕНИЯМИ

А.М. Пылаев  
Московский государственный технический  
университет им. Н.Э. Баумана

Представлены результаты анализа возникающих конвективных движений вязкой теплопроводной жидкости или газа в полостях с осями симметрии, нормальными или коллинеарными ускорению массовых сил (и оси  $y$ ), а именно в полостях с эллиптическими сечениями: горизонтально-цилиндрических или в телах вращения соответственно. Эта ин-

формация, в частности, полезна при проведении расчетов теплового режима приборных отсеков космических аппаратов в условиях слабой гравитации. Существенно и следующее: возникающие критические движения представляют естественный полный базис для разложения любого конвективного движения в полости [1]. Это обстоятельство может быть полезно при итерационном аналитическом решении нелинейных задач конвекции.

К уравнениям конвекции в приближении Буссинеска применена линейная теория устойчивости. Исключены возмущение давления и горизонтальные компоненты скорости применением к векторному уравнению движения операции  $\text{rot rot}$  и проектирования на ось  $u$ . На оси тел вращения принимались условия симметрии; на внешних же границах полостей использованы для температур - сочетания условий 1-го и 2-го рода, а для вертикальной компоненты скорости - условия прилипания, с приравниванием нулю и нормальных производных (следствие уравнения неразрывности). Для температурных и скоростных амплитуд использованы тригонометрические разложения с включением  $, -$  для выполнения граничных условий; - функциональных коэффициентов, зависящих от координат  $i$ , в общем случае, от волновых чисел. Расчеты проводились при отношении полуосей  $Y/X \in \{2; 1; 0.5\}$ , при возмущениях с волновыми числами

$n = 0, 1, 2$  и при граничных условиях как 1-го ( $\gamma = 1$ ), так и 2-го ( $\gamma = 1$ ) рода. По три минимальных значения

( $r = 1 \dots 3$ ) критических чисел Рэлея  $\{ Ra_{kp} \cdot 10^3 \}$  сначала для шаровых, затем для кругло-цилиндрических полостей здесь представлены в таблице.

$n \backslash r$	( $\gamma=2$ ) 1	2	3	( $\gamma=1$ ) 1	2	3
0	0.4764	0.6251	1.0762	0.9452	1.3175	2.0183
1	0.4466	0.8364	1.1048	0.7637	1.2429	1.6770
2	0.2267	0.7857	0.9891	0.5973	1.1645	1.5516
0	0.1334	0.5456	0.7466	0.4024	0.7316	1.4487
1	0.2333	0.5005	0.8060	0.6494	1.4942	1.6324
2	0.2641	0.4945	0.8366	0.2820	0.7834	1.5660

Найденные значения согласуются с известными литературными данными [2]. Из анализа всей полученной информации видно, что исходные возмущения равновесия жидкости в эллипсоидах вращения наиболее опасны при волновых числах  $n=2$  во всех случаях, а в горизонтально-цилиндрических полостях - при волновых числах  $n=\{0; 0; 1\}$ , если  $\gamma = 2$  (граничные условия 2-го рода), или  $n=\{2; 1; 2\}$ , если  $\gamma = 1$ , при  $Y/X \in \{2; 1; 0.5\}$  соответственно. Замечено три группы соотношений во множестве  $\{Ra_{kp}\}$ . Во-первых, из двух значений  $\{Ra_{kp}\}$ , большее всегда получается в случае идеально теплопроводной границы – при идентичности всех остальных условий сравнения. Во-вторых, из двух соседних по возрастанию групп  $\{Ra_{kp}\}$  с  $n = 0...2$  даже большее значение из 1-ой группы не превышает меньшего из 2-ой группы. И в-третьих, в полостях с эллиптическими сечениями при  $Y/X \in \{2; 1; 0.5\}$  рост  $Y/X$  приводит к повышению (рост  $\{Ra_{kp}\}$  при идентичности других условий сравнения) или к снижению устойчивости равновесия жидкости в горизонтальных цилиндрах или в телах вращения соответственно. Высказано предположение о выполнимости этих соотношений для всех полостей - горизонтально-эллиптических (вместе с их симметричными внутренностями) с и для эллипсоидов вращения, - подтверждение которого, конечно, требует дополнительной информации.

#### ЛИТЕРАТУРА.

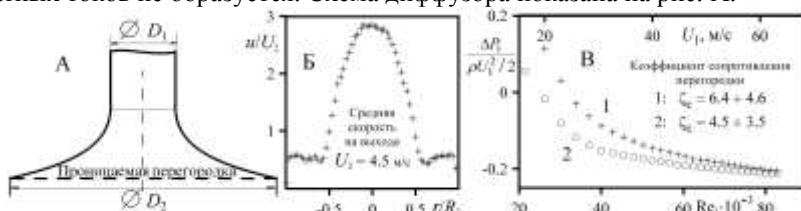
5. Уховский М. Р., Юдович В. И. Об уравнениях стационарной конвекции //ПММ. 1963. Т.27. №2. С.295-300 .
6. Гершун Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с .

# ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ КОРОТКОГО ДИФФУЗОРА С ПРОНИЦАЕМОЙ ПЕРЕГОРОДКОЙ В ВЫХОДНОМ СЕЧЕНИИ

А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский, В.В. Трифонов.  
Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва.

При положительном градиенте давления в дозвуковом диффузоре может возникнуть отрыв потока, при этом возрастают потери энергии и полного давления на выходе. Считается, что безотрывное течение в расширяющемся канале может иметь место, если угол расширения не превышает  $12\text{--}14^\circ$ . Оптимальный угол раскрытия конического диффузора составляет  $6\text{--}8^\circ$  [1]. В [2] утверждается, что если угол раскрытия канала диффузора не может быть меньше  $60^\circ$ , то диффузор следует заменить внезапным расширением.

Разработка технологии управления газовыми потоками и устройств на её основе привели к созданию нового диффузора. Была предложена схема диффузора с входным  $D_1$  и выходным  $D_2$  диаметрами и расположенный между ними короткий, длиной до одного входного диаметра, переходный участок, выполненный в виде тела вращения [3]. На выходе диффузора установлена проницаемая перегородка, которая тормозит поток и вызывает его расширение, направляя среду к образующей переходного участка. Одновременное воздействие на поток профицированной стенки и проницаемой перегородки приводит к тому, что область обратных токов не образуется. Схема диффузора показана на рис. А.



Выполнены измерения параметров потока за диффузором по методике приведённой в [4]. Максимальная скорость подачи газа составила  $65 \text{ м/с}$  ( $\approx 0.2 \text{ М}$ ). На рис. Б показана скорость за перегородкой на одном из режимов диффузора с  $D_2/D_1 = 3$  длиной  $D_1/2$ . Распределение скорости за диффузором симметрично относительно оси диффузора. Отрыв потока, разрушающий течение в диффузоре, который применительно к обтеканию крылового профиля называют срывом потока [5], не происходит.

При увеличении расхода воздуха статическое давление перед диффузором, равное атмосферному при нулевом расходе, сначала увеличивается, но после достижения расходом некоторого значения, понижается ниже атмосферного. На рис. В показана зависимость отношения перепада давления на диффузоре к скоростному напору перед диффузором (коэффициента сопротивления диффузора) от числа Рейнольдса в подводящей трубе. В экспериментах получено снижение на 20 % потерь полного давления по сравнению с потерями при внезапном расширении потока.

При отклонении параметров потока от оптимальных на стенке канала могут возникать локальные отрывы в виде замкнутых каверн или пузырей [5]. Оторвавшийся поток протекает над стенкой канала и затем вновь к ней присоединяется. Вихревые зоны в месте таких отрывов могут быть разной интенсивности. Об их интенсивности можно судить по тому, как изменяется величина относительных среднеквадратичных пульсаций скорости  $\langle u'/u \rangle$  после перегородки по сравнению с входными пульсациями и насколько глубоко к центру потока простирается влияние таких зон.

Для обнаружения отрывных зон при турбулентном входном потоке проводилось сравнение распределения пульсаций скорости по сечению канала на входе и на выходе диффузора. При отсутствии локальных отрывов при резком расширении потока на длине порядка одного входного калибра величина  $\langle u'/u \rangle$  на линии тока не превышает её значение перед диффузором. Распределения  $\langle u'/u \rangle$  до и после диффузора строились в зависимости от доли расхода через круговое сечение с центром на оси канала, то есть на одной линии тока. Отмечались как режимы с образованием локальных отрывных зон, так и безотрывные режимы.

Проводимые исследования направлены на поиск путей совершенствования и оптимизации параметров диффузоров данной схемы, а также разработку методов их расчёта.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 10-01-00392, 11-08-00009).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. М.Е. Дейч. Техническая газодинамика. - М.: Энергия, 1974.
2. И.Е. Идельчик. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение. 1992.
3. А.А. Павельев, С.И. Бекрицкая. Диффузор: А.С. 1357613 СССР // Б.И.1987. № 45. С. 122.
4. А.И. Реимин, С.Х. Тепловодский, В.В. Трифонов. Турбулентное течение в круглом безотрывном диффузоре при числах Рейнольдса меньших 2000. // Изв. РАН. МЖГ. № 2. 2011. С. 121-130.

5. P.K. Chang. Separation of flow. Pergamon Press. NY. 1970.=П.  
Чжен. Отрывные течения. Т1. М.: Мир. 1972.

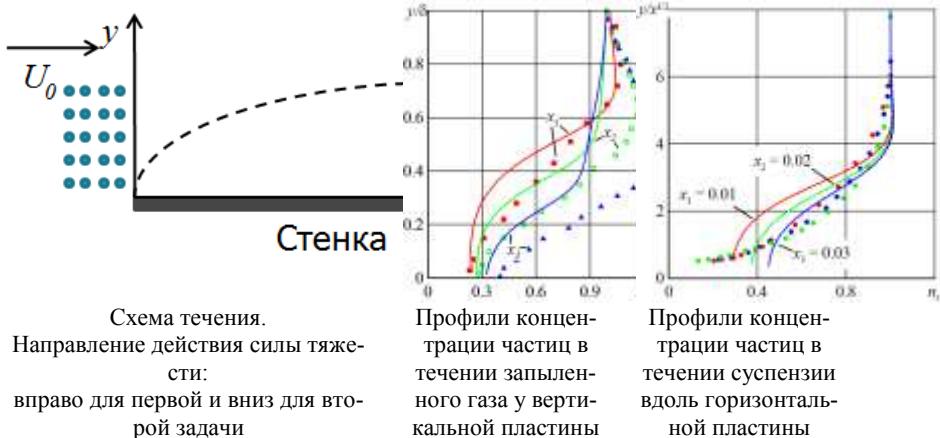
## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНЕРЦИОННОЙ ПРИМЕСИ В ТЕЧЕНИИ СУСПЕНЗИИ И ЗАПЫЛЕННОГО ГАЗА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПЛАСТИНЕ

О.Д. Рыбылова, А.Н. Осипцов  
Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

Рассматриваются две модели течений дисперсных сред в пограничном слое на плоской пластине в поле силы тяжести. Исследуется по-перечная миграция частиц в сдвиговых течениях, результаты численного моделирования сравниваются с известными экспериментальными данными [1, 2]. Принята модель двух взаимопроникающих континуумов [3], влиянием частиц на несущую фазу пренебрегается. Исследованы два случая: течение запыленного газа вдоль вертикальной пластины и течение супензии вдоль горизонтальной пластины. В первом случае отношение плотностей несущей фазы и вещества частиц много меньше единицы, движение частиц определяется силой аэродинамического сопротивления и силой Сэфмана. Во второй задаче рассматривается течение супензии, в которой плотности жидкой и твердой фаз близки. Для этого случая предложена модель, в которой в межфазном обмене импульсом, помимо указанных сил, учитываются также силы Архимеда, присоединенных масс и Бассэ-Буссинеска. На рисунке слева приведена схема течения. Параметры несущей фазы определяются из решения задачи Блазиуса для чистого газа. Параметры дисперсной фазы рассчитываются с помощью полного лагранжева подхода [4], позволяющего находить все параметры частиц, в том числе концентрацию, из решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений вдоль выбранных траекторий частиц.

В [1] экспериментально исследовано течение запыленного газа вдоль вертикальной пластины. Несущая фаза – воздух, включения – твердые сферические частицы плотности 3.95 г/см<sup>3</sup>, радиус частиц 32 мкм, отклонение от данного размера частиц может достигать 30%. Длина пластины – 50 см, скорость набегающего потока – 150 см/с. Сечения, в которых проводились измерения:  $x_1^* = 5$  см,  $x_2^* = 10$  см,  $x_3^* = 17$  см. В [2] рассматривается течение смеси «вода – твердые частицы» вдоль пластины длиной 244 см. Скорость набегающего потока – 40-50 см/с. Плотность вещества частиц – 1-2 г/см<sup>3</sup>, диаметр частиц – 100 мкм.

Сечения, при которых проводились измерения:  $x_1^* = 2.5$  см,  $x_2^* = 5$  см,  $x_3^* = 7.5$  см. На рисунках справа приведены профили концентрации частиц в сечениях, соответствующих экспериментам, сплошные линии – результаты численного моделирования, точками обозначены экспериментальные данные.



Проведено параметрическое численное исследование профилей концентрации дисперсной фазы, формирующихся в пограничном слое. Получено качественное совпадение рассчитанных профилей концентрации частиц экспериментальным данным. Учет поперечной силы правильно описывает экспериментальные эффекты локальных максимумов концентрации частиц внутри пограничного слоя и уменьшения концентрации вблизи стенки. Некоторые количественные расхождения численных и экспериментальных результатов могут быть объяснены отсутствием полной информации о значениях некоторых параметров в экспериментах (начальные рассогласования скоростей фаз, распределение частиц по размеру и проч.).

Работа поддержана РФФИ (№11-01-00483) и Президентским гран-том РФ МК-3582.2011.1.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Hussainov M., Kartushinsky A., Mulgi A., Shcheglov I., Tisler S.. Properties of solid particle distribution in two-phase laminar boundary layers of various shapes and particle sedimentation // Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math. 1994. V. 42. N. 4. P. 237-249.

2. Lee S.L. Aspects of suspension shear flows. *Adv. in Appl. Mech.* 1982. V. 22. P.1-65.
3. Marble F.E. Dynamics of dusty gases // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1970. V. 2. P. 397-446.
4. Осипцов А.Н. Развитие лагранжева подхода для моделирования течений дисперсных сред. В сб.: Проблемы современной механики. К 85-летию со дня рождения академика Г.Г. Черного. 2008. С. 390-407.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ТРЁХМЕРНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ-ТЕЙЛORA НА ПОЗДНЕЙ СТАДИИ

И.Н. Сибгатуллин (НИИ Механики МГУ), С.В. Стрижак (МГТУ  
им. Н.Э.Баумана)

Исследование динамики задач с поверхностями раздела на сегодняшний день остается сложной задачей из-за необходимости моделировать разрывные функции. Существующие подходы к численному моделированию динамики сред с поверхностями раздела можно разделить на следующие группы [1,2]:

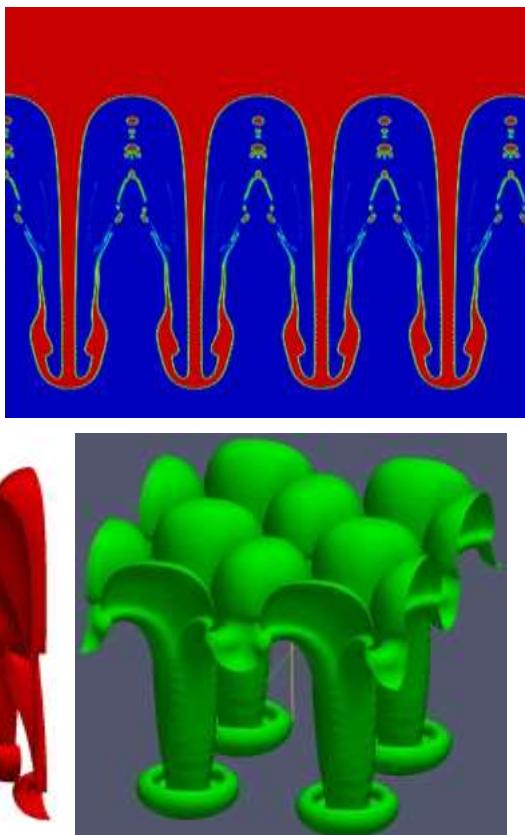
методы, при использовании которых поверхность раздела аппроксимируется кусочно-заданным полиномом (метод «Front Tracking», метод граничных элементов);

методы, основанные на отслеживании объема каждой фазы в расчетных ячейках, близких к границе сред (метод «Volume of Fluid» – VOF);

методы сквозного счета (метод «Level Sset»).

В [1] моделируется плоская задача неустойчивости Рэлея-Тейлора при учёте вязкостей, плотностей и поверхностного натяжения методом сквозного счёта. Тем не менее, в большинстве случаев неустойчивость Рэлея-Тейлора моделируется при допущении идеальности описываемых сред. В настоящей работе для исследования развития неустойчивости Рэлея-Тейлора в несжимаемой жидкости применяется методология захвата интерфейса («interface-capturing methodology») в рамках VOF, развитая в [3]. Этот подход позволяет учитывать как поверхностное натяжение, так и вязкость в обеих несжимаемых средах с разной плотностью. На рисунках для наглядности показаны примеры расчетов, сделанных авторами для одномодовых возмущений (такие конфигурации являются неустойчивыми относительно начальных мод), показана маркерная функция и поверхность раздела. Для оценки качества метода и разрешения сетки проводится сравнение с аналитическими результатами для двумерных колебательных движений при горизонтальной длине

волны, меньшей критической. Проводится сравнение с аналитическим подходом [4,5] для описания динамики подъёма и кривизны пузырей. Рассматривается развитие трёхмерных возмущений из двумерных. Численное моделирование и визуализация проведены в параллельном режиме в web лаборатории UniHUB.



#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Любимов Д.В. Использование метода сквозного счета для моделирования динамики систем с поверхностями раздела. / Д.В. Любимов, Т.П. Любимова, А.О. Иванцов, А.А. Черепанова // Вычислительная ме-

ханика сплошных сред = Computational Continuum Mechanics. 2008. Т. 1. № 2. С. 53-62.

2. Белоцерковский О.М., Опарин А.М. Численный эксперимент: От порядка к хаосу. Издание 2-е, доп. - М.: Наука, 2000. - 223 с.
3. Rusche H. Computational Fluid Dynamics of Dispersed Two-Phase Flows at High Phase Fractions. Ph. D. Thesis. Imperial College (UK), 2002.
4. Н.А. Иногамов, А.М. Опарин, О трехмерных сетчатых структурах, связанных с неустойчивостями Рихтмайера-Мешкова и Рэлея-Тейлора, ЖЭТФ, 116(3), 908-939 (1999)
5. Н.А. Иногамов, А.М. Опарин, Развитие неустойчивостей Рэлея-Тейлора и Рихтмайера-Мешкова в трехмерном пространстве: топология вихревых поверхностей , Письма в ЖЭТФ, 69(10), 691-697 (1999)

## **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ 3-Х МЕРНОГО ОТРЫВНОГО ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ ВИХРЕВЫМ МЕТОДОМ В РАМКАХ МОДЕЛИ ИДЕАЛЬНОЙ СРЕДЫ**

А.В.Сетуха  
МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва

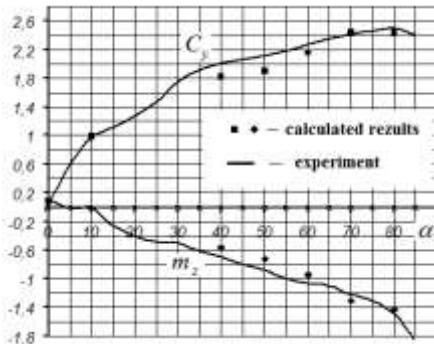
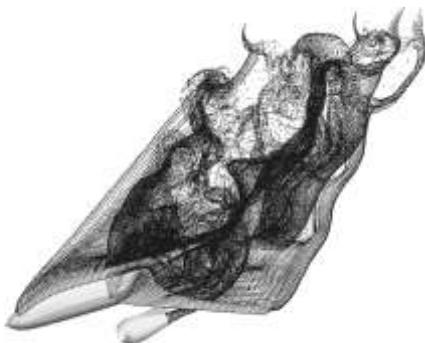
Рассмотрено численное моделирование 3-х мерных нестационарных течений несжимаемой жидкости, возникающих при отрывном обтекании тел со сложной геометрией, вихревым методом. Автор базируется на концепции метода дискретных вихревых элементов, развитой С.М.Белоцерковским (см. [1]). Основная идея этого метода связана с заменой поверхностей обтекаемых тел и вихревых следов тонкими вихревыми слоями с последующей аппроксимацией этих вихревых слоев дискретными вихревыми элементами. В описываемом подходе предполагается, что вихревой след образуется на заданных линиях отрыва. Аппроксимация вихревого следа основана на Лагранжевом подходе в рамках модели невязкой жидкости. Моделирование нестационарных трехмерных отрывных течений стало активно развиваться после появления метода замкнутых вихревых рамок в конце 80-х годов прошлого столетия [2].

Особенностью метода вихревых рамок является то, что в роли вихревых элементов, моделирующих вихревой след, выступают замкнутые вихревые нити (вихревые рамки), связанные в единую вихревую поверхность. Из-за этого с течением времени может происходить сильное «нефизичное» растяжение сторон этих рамок. При этом вихревой след теряет возможность огибать препятствия, теряется возможность

моделирования процессов самоорганизации вихревых структур. В результате могут возникать сильные забросы получаемых аэродинамических характеристик и полный развал решения.

В связи с этим автором развит комбинированный подход, при котором в вихревом следе выделяются две зоны – «ближняя» и « дальняя». Поверхность тела и ближняя зона вихревого следа аппроксимируются замкнутыми вихревыми рамками, а дальняя зона вихревого следа аппроксимируется изолированными вихревыми отрезками. При этом предполагается, что поверхность тела и ближняя зона вихревого следа являются вихревыми слоями, которые индуцируют поле скоростей, являющееся градиентом потенциала двойного слоя. Дальняя зона вихревого следа трактуется как область с объемным распределением завихренности. В рамках данной трактовки структуры течения разработана численная схема расчета распределения аэродинамических нагрузок по найденным характеристикам вихревых элементов, основанная на использовании аналога интеграла Коши-Лагранжа, полученного в работах Г.Я.Дынниковой (см.[3]). Другим усовершенствованием вычислительного алгоритма явилось применение методов приближенного ускоренного умножения матриц для пересчета формы вихревых структур [4].

Численный метод реализован в виде комплексов вычислительных программ и протестирован на примерах расчета обтекания ряда модельных тел, а также при решении актуальных прикладных задач аэродинамики современных самолетов, парашютов, зданий и сооружений. Ниже приведены результаты расчета обтекания современного пассажирского самолета: мгновенная форма вихревого следа для обтекания под углом атаки  $\alpha = 50^\circ$  и зависимости коэффициента нормальной силы и момента тангажа от угла атаки полученные в расчете автора в сравнении с экспериментальными данными ЦАГИ.



#### ЛИТЕРАТУРА.

- С.М. Белоцерковский М.И. Ништ. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. – М.: Наука, 1978. – 352с.
- В.А. Апаринов В.А., С.М.Белоцерковский, И.К.Лифанов, А.А.Михайлов. Расчет нестационарных аэродинамических характеристик тел при отрывном обтекании //ЖВМ и МФ. 1988. т 24. №1 с. 1558-1566.
- П.Р. Андronov, С.В. Гувернюк, Г.Я. Дынникова Вихревые методы расчёта нестационарных гидродинамических нагрузок. - М: Изд-во Моск. ун-та, 2006 .
- А.А. Апаринов А.В. Сетуха. О применении метода мозаично-скелетонных аппроксимаций при моделировании трехмерных вихревых течений вихревыми отрезками. //ЖВМ и МФ, 2010, том 50, №5, с. 937-948.

# НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ВБЛИЗИ ВИХРЕВЫХ КОЛЕЦ В ВЯЗКОМ ТЕПЛОПРОВОДНОМ ГАЗЕ

О.А. Солёная, Ф.В. Шугаев

Физический факультет МГУ им. Ломоносова, Москва

Вихревые структуры (вихревые кольца и вихревые трубы) и их взаимодействие друг с другом определяют основные свойства турбулентного течения. До настоящего времени в большинстве работ авторы ограничиваются случаем несжимаемой среды [1,2]. Ниже рассмотрено нестационарное течение вблизи вихревых колец кругового и эллиптического поперечного сечения на основе полных уравнений Навье-Стокса для вязкого теплопроводного газа. Метод численного решения системы уравнений Навье-Стокса состоит в следующем. Рассматриваемые уравнения можно представить в виде двух подсистем. Первая подсистема относится к трём компонентам завихрённости. Вторая подсистема определяет величины  $\ln \rho, \operatorname{div} \vec{v}, T$ , где  $\rho, \vec{v}, T$  – плотность, скорость, температура, соответственно. Величина скорости определяется, если известны её ротор и дивергенция. Для решения применён метод параметрика. Используется итерационная процедура. В уравнениях мы сохраняем только первые производные по времени и вторые производные по координатам. Нелинейные члены, содержащие первые производные по координатам, рассматриваются как источники. Если  $n$  – ая итерация известна, тогда известны коэффициенты при старших производных. Таким образом, уравнения, определяющие  $(n+1)$ -ую итерацию, становятся линейными. Далее мы предполагаем, что коэффициенты при производных являются функциями только времени, а координаты рассматриваются в качестве параметров. Замена параметров на координаты производится при построении фундаментального решения [3]. Выполнив преобразование Фурье, мы получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Для решения системы используется интегральный оператор Вольтерра. Далее производится обратное преобразование Фурье и строится фундаментальная матрица решений. Задача с начальными данными для расчёта течения такова. В начальный момент задаётся распределение завихрённости внутри вихревого кольца. После чего рассчитывается распределение различных величин (скорости, плотности, температуры) в произвольный момент времени. Как показывают расчёты, течение носит осциллирующий характер. Частота осцилляций уменьшается с течением времени.

## ЛИТЕРАТУРА.

1. T.S. Morton. The velocity field within a vortex ring with a large elliptical cross-section. *Journal of Fluid Mechanics*, 2004, 503, 247-271.
2. В.Ф. Копьёв, С.А. Чернышов. Колебания вихревого кольца. Успехи физических наук, т.170, №7, с.713-742.
3. A. Friedman. Partial differential equations of parabolic type. 1964, Prentice Hall, New York.

## ЭВОЛЮЦИЯ СКОРОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ В ПРОЦЕССЕ УПЛОТНЕНИЯ НАРАЩИВАЕМОЙ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ И АККУМУЛЯЦИЯ ГАЗОВЫХ ГИДРАТОВ В ПОРАХ

Е.И Суэтнова., В.М.Чернявский

Институт физики Земли РАН, Москва;

Институт механики МГУ

Процессы уплотнения пористой среды осадков и фильтрации насыщающих флюидов, обусловленной уплотнением, являются базовыми механическими и гидродинамическими процессами, формирующими структуру и свойства заполнения осадочных бассейнов и эволюцию и характер развивающихся в них течений в истории осадконакопления. Представлены результаты исследования эволюции режимов фильтрации, обусловленных уплотнением наращиваемой слоисто-неоднородной пористой среды. Механика и гидродинамика уплотнения осадков в процессе роста мощности осадочного слоя определяется скоростью осадконакопления и реологией и физическими и гидродинамическими свойствами осадков и насыщающих флюидов (E.I.Suetnova, Guy Vasseur, 2000). Система уравнений, описывающая взаимосвязанные механические и гидродинамические процессы, протекающие при вязкоупругом уплотнении существенно нелинейна. Математическое моделирование взаимосвязанных процессов вязкоупругого уплотнения накапливающихся слоистых осадков и фильтрации насыщающих флюидов показало, что в течение накопления пористых слоев осадков с различной вязкостью происходит эволюция распределения порового давления, приводящая к перестройке процесса уплотнения и возмущениям скорости фильтрации. Показана зависимость развития этих

возмущений от скорости осадконакопления. Аккумуляция газовых гидратов в зоне их термобарической стабильности в осадках зависит от потока газосодержащего флюида через это зону. Модельные расчеты показали, как гидратонасыщенность определяется эволюцией скорости фильтрации в истории осадконакопления.

#### ЛИТЕРАТУРА

E.I.Suetnova, Guy Vasseur. 1-D Modelling rock compaction in sedimentary basin using visco-elastic rheology // Earth and Planet. Sci. Letters, 2000, V. 178. P. 373-383.

### О ВОЗМОЖНОСТИ ОПИСАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ, КАК СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА, БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДРОБНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛОВ ПО ВРЕМЕНИ

О.Н. Хатунцева

г. Королев, ОАО РКК “Энергия” им. С.П. Королева

Турбулентность – наиболее яркий пример физического явления, обусловленного стохастическими процессами. Существующие способы описания стохастических процессов с помощью дифференциальных уравнений можно разделить на три основных класса. Во-первых – это уравнение Фоккера-Планка, которое представляет собой уравнение в частных производных и описывает эволюцию плотности вероятности во времени. Использование этого уравнения ограничено случаями, когда средние изменения случайных величин малы по сравнению с их характерными значениями. Во-вторых, это соотношения в форме уравнений Ланжевена, которые состоят из обычного детерминированного дифференциального уравнения и дополнительной части, описывающей случайный процесс. Третья форма дифференциальных уравнений напоминает уравнения Ланжевена, но записанных с использованием стохастических дифференциалов (уравнение Ито):  $dx = a(x,t)dt + b(x,t)\delta W$ , где  $a(x,t)$ ,  $b(x,t)$  - коэффициенты сноса и волатильности;  $\delta W = \varepsilon\sqrt{dt}$  - бесконечно малый винеровский “шум”;  $\varepsilon \sim N(0,1)$  - гауссова переменная с нулевым средним и единичной дисперсией. Уравнения в форме Ланжевена и уравнения в форме Ито представляют собой особый вид дифференциальных уравнений – стохастические дифференциальные уравнения. Проблема решения таких уравнений в общем виде - задача нетривиальная из-за наличия в них, дифференциала по времени, стоящего под

знаком корня. Тем не менее, в частных случаях задача разрешима с использованием Леммы Ито. Однако даже в этих случаях остается открытый вопрос о том, в каком именно виде необходимо задать коэффициенты  $a(x,t)$  и  $b(x,t)$  для описания конкретной динамической системы. Не доказанным является отсутствие дифференциалов по времени, отличных от первой и половинной степеней в стохастических дифференциальных уравнениях. Важной открытой проблемой является совместное решение дифференциальных уравнений в частных производных (например, уравнений Навье-Стокса) и стохастических дифференциальных уравнений. Все это затрудняет использование стохастических дифференциальных уравнений при описании стохастических процессов.

Расширение пространства переменных:  $(t,q) \rightarrow (t,q;\varphi)$  и рассмотрение в этом пространстве непрерывно изменяющейся плотности вероятности  $\varphi = \varphi(t,q)$ , позволило получить для динамических систем, не имеющих выделенных состояний равновесия, соотношение, связывающее отклонение случайной величины от средних значений реализаций случайных величин в двух временных точках, а также плотности вероятности этих реализаций. Это уравнение имеет неявные аналитические решения в двух предельных случаях: во-первых (см. [1]), в случае больших производных, когда небольшое изменение реализованного значения параметра приводит к значительным изменениям функции распределения в его окрестности, во-вторых, в случае, когда реализованное значение на предыдущем шаге становится средним значением на шаге текущем. В обоих случаях удается найти замкнутые системы дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию траекторий отклонений исследуемого параметра от среднего значения в фазовом стохастическом пространстве. Предложены дискретные аналоги таких систем уравнений.

На примере описания течения жидкости в трубе кругового сечения при больших числах Рейнольдса показана возможность совместного решения уравнений, применяемых для описания детерминированных процессов (уравнений Навье-Стокса), но в пространстве с дополнительными стохастическими переменными, и дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию исследуемого стохастического параметра. Получено, обыкновенное дифференциальное уравнение, описывающее усредненный по стохастическим возмущениям профиль скорости течения жидкости. Аналитически найдена асимптота решения этого уравнения в центральной части трубы, имеющая вид логарифмической функции, что хорошо согласуется с экспериментальными и теоретическими данными, относительно профиля скорости при реализации турбулентного режима

течения жидкости в трубе кругового сечения.

## ЛИТЕРАТУРА

- Хатунцева О.Н. Описание динамики марковских процессов в расширенном пространстве переменных. Журнал “Ученые записки ЦАГИ” Т. XLII №1 2011 г. стр. 62-85.

## ВЫЧИСЛЕНИЕ КОНВЕКТИВНЫХ РЕЖИМОВ В ОБЛАСТИ, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДОЙ

В.Г. Цибулин

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассматривается конвекция теплопроводной жидкости в плоской двухслойной системе, состоящей из области свободной жидкости и пористого массива, заполненного той же жидкостью. Предложена схема смещенных сеток для расчета начально-краевой задачи на основе уравнений Обербека-Буссинеска в слое свободной жидкости и Дарси – в пористом фрагменте. На границе раздела использовалась формула Биверса-Джозефа, интегро-интерполяционным методом получены специальные аппроксимации задачи, учитывающие разнотипность уравнений. Проведены вычисления конвективных режимов в узком прямоугольнике при различных отношениях слоя свободной жидкости и пористого слоя. Найдены условия, при которых возникают движения преимущественно в пористой среде или слое чистой жидкости. обнаружен автоколебательный режим, сменяющий стационарное конвективное движение.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 11-01-00708).

## SUM OF SQUARES OF POLYNOMIALS TECHNIQUE FOR STABILITY AND BOUNDS IN FLUID DYNAMICS

S. Chernyshenko (Imperial College London)  
and P. Goulart (ETH Zurich)

This talk will introduce a new method for proving global stability of fluid flows using recently developed optimization methods based on sum-of-squares (SOS) decomposition to construct a polynomial Lyapunov function. The method is first explained for the case of finite-dimensional approxima-

tions of fluid systems obtained by truncated Galerkin expansions, and an example is given. We then show how this approach can be extended to full (infinite dimensional) Navier-Stokes systems using robust optimization techniques. Crucially, this extension requires solving only linear infinite-dimensional eigenvalue problems and finite-dimensional sum-of-squares optimization problems. We then show that subject to minor technical constraints, a general polynomial Lyapunov function is always guaranteed to provide better results than the classical energy methods in determining a lower-bound on the maximum Reynolds number for which a flow is globally stable, if the flow does remain globally stable for Reynolds numbers at least slightly beyond the energy stability limit. Such polynomial functions can be searched for efficiently using the SOS technique. We then demonstrate how a similar technique can be used to obtain bounds for the energy dissipation rate and other functionals in turbulent flows.

## О НАРУШЕНИИ СПЛОШНОСТИ ПОЛЗУЩЕГО ТЕЧЕНИЯ В УЗКОМ ЗАЗОРЕ МЕЖДУ ДВИЖУЩИМИСЯ ПОВЕРХНОСТЯМИ

В.М. Чернявский, А.А. Монахов  
НИИ механики МГУ

Работа посвящена экспериментальному изучению ползущего течения жидкости в узком зазоре между движущимися поверхностями твердых тел и лежит на пересечении исследований о движении линии контакта поверхности раздела двух жидкостей с твердой стенкой и течения в угловой точке. Обсуждаются теоретические и экспериментальные вопросы о нарушении сплошности и возникновении кавитационных пузырей при малом числе Рейнольдса ( $Re$ ).

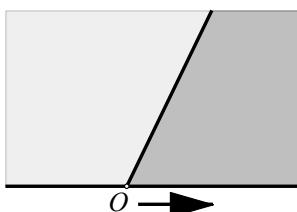


Рис.1 Течение в угловой точке, или задача о скрепере Гудьера-Тейлора в приближении Стокса имеет особенность в движущейся точке  $O$ , в которой скорость терпит разрыв и, как следствие, напряжения имеют бесконечные значения.

Одной из гипотез разрешения парадокса бесконечного напряжения является отказ от предположения идеального соприкосновения стенок и допущения существования малого зазора между ними. Однако, течение в узком зазоре между движущими-

ся поверхностями также обладает парадоксальным свойством – наличием большого отрицательного давления в диффузорной области.

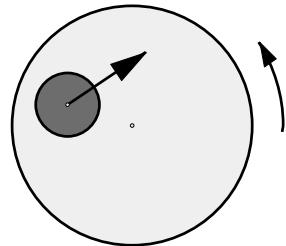


Рис. 2 Примером такого рода является задача о медленном течении жидкости между цилиндрами с закрепленными осами, решенной в конечном виде Чаплыгиным и Жуковским более ста лет назад и ее точное обобщение со свободными осями цилиндров. (Чернявский, ДАН. 2008. Т.

418. № 1. с. 42-45).

Разрешение этого парадокса найдено в экспериментах А.Н. Прокунина (МЖГ. 2004, №5, с. 110): обнаружено нарушение сплошности жидкости и образование кавитационных пузырей.

Значительное число исследований посвящено изучению условий на линии контакта двух жидких сред со стенкой. Условие прилипания жидкости к неподвижной стенке и наблюдаемое движение точки контакта приводит к парадоксальной необходимости допущения разрыва скорости и, как в задаче о скрепере, к бесконечной касательной силе. В ряде работ предложены модели с условием проскальзывания жидкости на стенке.

В данной работе поверхность раздела заменена твердой поверхностью. Такую замену можно оправдать вдали от линии контакта. Показано (Кирюшин, МЖГ, в печати), что при удалении от линии контакта реше-

ние асимптотически стремится к решению, описывающему течение в угле.

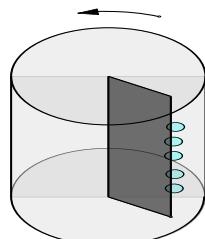
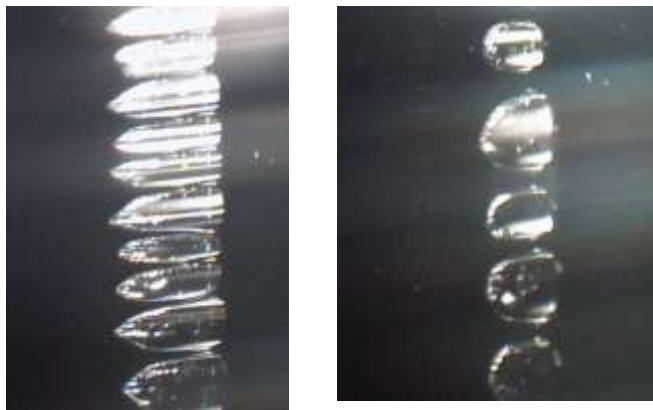


Рис. 3. В прозрачном вращающемся цилиндрическом сосуде (радиуса 100мм), заполненном глицерином, установлена неподвижная тонкая перегородка (толщиной 300 микрон), отделенная от стенки цилиндра маленьким зазором.



Установлено, что при малой толщине зазора на торце перегородки возникает область пониженного давления с образованием семейства кавитационных пузырьков . Показано, что при увеличении толщины зазора, размер кавитационных пузырьков увеличивается, а их число уменьшается. Определена зависимость области возникновения кавитационных пузырьков от величины зазора, скорости движения стенки и вязкости жидкости.

Фотографии кавитационных пузырьков на торце перегородки с увеличением 200 крат. Числа  $Re$ , вычисленные по толщине зазора, не превышают 0,01. Зазор на левой фотографии равен  $\sim 10$  микрон, на правой  $\sim 40$  микрон. Слева ширина пузырька  $\sim 50$  микрон, высота  $\sim 10$  микрон, оценка пузырька по глубине  $\sim 5$  микрон.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №11-08-01061а.

1. V. M. Chernyavskii Exact Solution for Creeping Cylindrical Flow in a Free-Dowel Bearing. Doklady Physics, 2008, Vol. 53, No. 1, 19–22

2. Prokunin,A.N. 2004 Microcavitation in the slow motion of a solid spherical particle along a wall in a fluid. Fluid Dynamics 39,771–778.

3. Seddon,J.R.T. & Mullin,T. 2006 Reversal rotation of a cylinder near a wall. Phys.Fluids 18, 041703.

4. Cox, R.G. 1986 The dynamics of the spreading of liquids on a solid surface. Part 1. Viscous flow. J. Fluid Mech. 168, 169 - 194.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ СВЕРХКОРОТКОГО ДИФФУЗОРА С ПРОНИЦАЕМОЙ ПЕРЕГОРОДКОЙ

А.Ю. Чулюнин, А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский,

Диффузоры различного типа являются составными элементами многих гидравлических и пневматических систем. Они применяются в машиностроении, авиации и других областях промышленности. В работе [1] показано, что безотрывное течение в диффузоре имеет место, если угол расширения не превышает  $12\text{--}14^0$ . При этом длина таких диффузоров оказывается достаточно большой, что ограничивает их применение на практике. При большом угле раскрытия возникает отрыв потока и значительно возрастает коэффициент сопротивления диффузорах [5,6]. Альтернативой длинным диффузорам может быть короткий диффузор с проницаемой перегородкой [2]. Экспериментальное исследование течений в подобных диффузорах представлено в [3]. Однако при проведении физического эксперимента трудно получить некоторые из представляющих интерес распределений параметров течения. В этой связи, актуальным представляется использование инструментов численного моделирования.

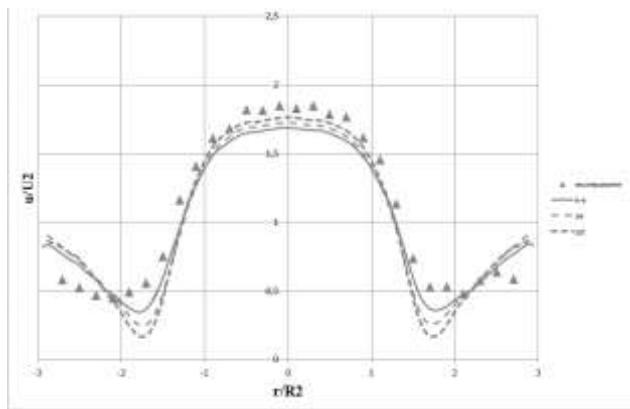


Рис.1. Профили скорости за проницаемой перегородкой

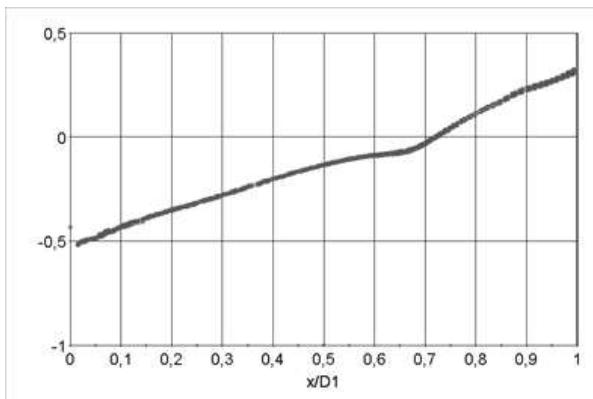


Рис.2 Распределение Ср по контуру диффузора

Для описания течения несжимаемой жидкости в канале сверхкороткого диффузора используется система уравнений Рейнольдса, замыкаемая с помощью дополнительных уравнений и соотношений, представляющих собой модели турбулентности. Такой подход в зарубежной литературе называется RANS (Reynolds Average Navier-Stokes). Расчеты были произведены в пакете STAR-CCM+ на сетке многогранного типа [4] с количеством ячеек 1.1 млн. Сходимость по всем переменным, входящим в уравнения составила менее  $10^{-5}$ . В качестве моделей турбулентности использовались: k- $\epsilon$  realizable, SST и Spalart-Allmaras. На входе в расчетную область задавалась скорость потока порядка 20 м/с, что соответствует эксперименту [3]. Сравнение профилей скоростей за проницаемой перегородкой показывает хорошее согласование расчета с экспериментальными данными, при этом наилучшее совпадение дает модель турбулентности SST (рис.1).

Наличие изгиба на кривой распределения безразмерного давления Ср, представленной на рис.2 косвенно свидетельствует о возникновении положительного градиента давления, который инициирует зарождение вихря. Подобные вихревые зоны бывают разной интенсивности. В работе приводится оценка влияния различных факторов на величину подобных вихревых зон. Исследуются различные характерные режимы течения в диффузоре.

Проведенные расчеты показывают качественное и количественное согласование с экспериментальными данными и дополняют их. В част-

ности, получены распределения давления по оси диффузора и по его стенкам, визуализированы зоны локальных отрывов, показано влияние проникающей перегородки на профиль скорости в трубе, подводимой к входу в диффузор. Дальнейшие исследования будут направлены на оптимизацию геометрических параметров диффузора, а также на сравнение подходов LES и RANS для моделирования турбулентных характеристик потока.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №10-01-00392, 11-08-00009, № 12-01-00985)

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. М.Е. Дейч. Техническая газодинамика.. М.: Энергия, 1974.
2. А.А. Павельев. Патент на изобретение № 2035631 от 20.05.1995.
3. А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский, В.В. Трифонов. Расчетное и экспериментальное исследование возможности снижения потерь в коротких диффузорах. Научный отчёт НИИ механики МГУ. № 5074. 2010.
4. Методология STAR-CCM+, 2011.
5. И.Е. Идельчик. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение. 1992.
6. П. Чжен. Отрывные течения. Т1. М.: Мир. 1972.

### РАЗВИТИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЕЗКО СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ СДВИГОВЫХ ТЕЧЕНИЙ БЕЗ ТОЧЕК ПЕРЕГИБА НА ПРОФИЛЕ СКОРОСТИ

С.М.Чурилов

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск

Резко стратифицированные (что характерно для сред с большим числом Шмидта) несжимаемые невязкие течения с монотонно растущей вверх без точек перегиба скоростью  $V_x = U(z)$  [ $U(0) = 0$ ,  $U(\infty) = U_0$ , масштаб изменения  $L$ ] и “пикноклином” толщины  $\ell \ll L$ , находящимся на уровне  $z_N = O(L)$ , неустойчивы относительно возмущений всех длин волн при любом значении глобального числа Ричардсона  $J > 0$ , причем максимальный инкремент неустойчивости того же порядка, что и в однородных слоях смешения [1,2]. Пока стратификация относительно слаба, растут преимущественно косые возмущения (с достаточно большим отношением  $|q|/k$  компонент волнового вектора  $\mathbf{k} = (k, q, 0)$ ), и лишь при  $J = O[(\ell/L)^{3/2}]$  самыми неустойчивыми становятся двумерные ( $q = 0$ ) возмущения [3].

Неустойчивость обусловлена, главным образом, резонансным взаимодействием волн с течением в критическом слое (КС) – узкой окрестности критического уровня  $z = z_c$ , на котором скорость течения равна составляющей фазовой скорости волны вдоль течения  $c$ . Поэтому спектр колебаний состоит из нейтрально устойчивых волн, обгоняющих течение ( $c > U_0$ ), и неустойчивых волн с фазовой скоростью, лежащей в интервале  $U_N = U(z_N) < c < U_0$ . В течениях с уровнем стратификации  $(\ell/L)^2 < J < \ell/L$  фазовые скорости основной части неустойчивых волн так близки к  $U_N$ , что их критические уровни лежат внутри пикноклина. Инкременты волн при этом настолько малы, что применима слабо-нелинейная теория, но достаточно велики для того, чтобы критические слои были толще пикноклина и существенно перекрывались между собой, образуя общий КС (при достаточно больших числах Рейнольдса,  $(\ell/L)^3 Re \gg 1$ , – нестационарный), что создает благоприятные условия для богатого разнообразия нелинейных взаимодействий. Пикноклин, где формируются дисперсионные свойства волн, находится при этом внутри нестационарного КС, поэтому и линейные, и нелинейные члены эволюционных уравнений (ЭУ) обладают памятью, т.е. зависят от всей предыстории развития возмущения, а сами ЭУ имеют вид интегральных уравнений.

Благодаря указанным дисперсионным свойствам, наиболее сильное нелинейное взаимодействие волн, - трехволновое ( $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3$ ,  $k_1 > k_2, k_3 > 0$ ), - не исчерпывается резонансом гармоника-субгармоника, как в однородном пограничном слое, а охватывает широкий спектр волн, т.к. для взаимодействия достаточно лишь выполнить условие треугольника. При этом трехволновое взаимодействие волн с общим КС [4] отличается от обычного тем, что представляет собой не распады ( $\mathbf{k}_1 \rightarrow \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3$ ) и слияния ( $\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 \rightarrow \mathbf{k}_1$ ) входящих в триаду волн, а каталитическое ускорение волной  $\mathbf{k}_1$  роста амплитуд двух других волн при отсутствии их обратного влияния на  $\mathbf{k}_1$ . В изолированной триаде волн это ведет к сверхэкспоненциальному росту волн  $\mathbf{k}_2$  и  $\mathbf{k}_3$ , а в ансамблях, содержащих взаимосвязанные триады, - к взрывному росту амплитуд всех волн ( $A \sim (t_0 - t)^\alpha$ ), кроме самой высокочастотной (катализатора). Выведены ЭУ, учитывающие трехволновое взаимодействие, аналитически и численно изучены их решения, в том числе, установлена зависимость показателя роста  $\alpha$  от частоты и показано, что пока доминирующую роль играют трехволновые процессы, наиболее быстро растут низкочастотные волны. Затем, когда в игру вступают взаимодействия более высоких порядков, темпы роста волн выравниваются. На основе проделанного анализа предложена слабо-нелинейная интерпретация начальной стадии развития спектров воз-

мущений, наблюдавшихся в лабораторных экспериментах и при прямом численном моделировании [5].

Рассмотрена также задача об эволюции спектрально узкого неустойчивого возмущения (квазимохроматической волны) и показано [6], что рост амплитуды также взрывной.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 09-02-00082 и 10-05-00094.

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. Churilov S.M. Stability analysis of stratified shear flows with a monotonic velocity profile without inflection points. *J. Fluid Mech.*, 2005, 539, 25 – 55.
2. Churilov S.M. Stability analysis of stratified shear flows with a monotonic velocity profile without inflection points. Part 2. Continuous density variation. *J. Fluid Mech.*, 2008, 617, 301 – 326.
3. Чурилов С.М. О трехмерном характере неустойчивости стратифицированных сдвиговых течений в средах с большим числом Прандтля. Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2010, 46(2), 176-186.
4. Churilov S.M. Resonant three-wave interaction of Holmboe waves in a sharply stratified shear flow with an inflection-free velocity profile. *Physics of Fluids*, 2011, 23(11), 114101.
5. Carpenter J.R, Tedford E. W., Rahmani M., Lawrence G. A. Holmboe wave fields in simulation and experiment. *J. Fluid Mech.*, 2010, 648, 205-223.
6. Churilov S.M. Nonlinear stage of instability development in a stratified shear flow with an inflection-free velocity profile. *Phys. Fluids*, 2009, 21(7), 074101.

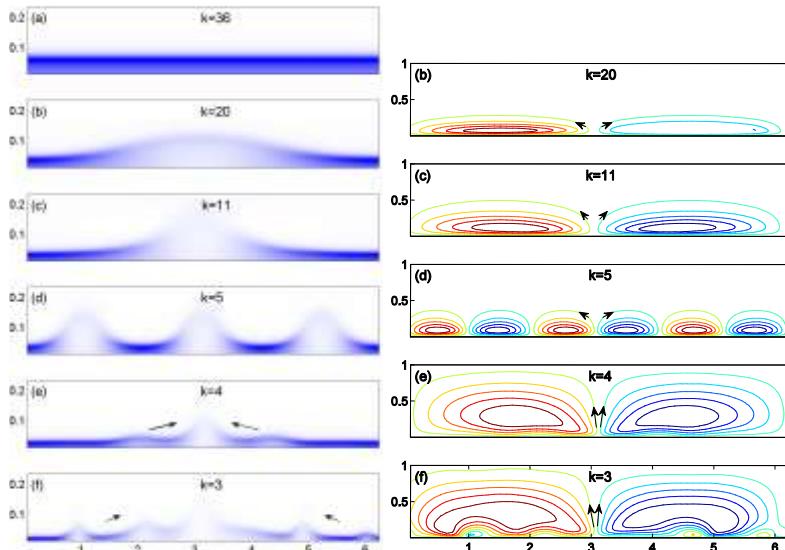
### ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В БЛИЗИ ПОВЕРХНОСТЕЙ С ИЗБИРАТЕЛЬНЫМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

В.С. Шелистов, Н.В. Никитин, А.В. Петров, Е.А. Демёхин  
КубГУ, Краснодар, Институт механики МГУ, Москва

Рассматривается поведение раствора электролита около поверхности типа полупроницаемых электрических мембран, электродов или системы микро- или наноканалов, описываемой уравнениями переноса катионов и анионов, уравнением Пуассона для электрического потенциала и уравнениями движения жидкости, взятыми в приближении ползущего течения. В качестве краевых условий берётся условие непроницаемости поверхности для одного из типов ионов, условие типа уравнения

Аррениуса для химической реакции или эквивалентного ему, условие прилипания на жёсткой поверхности, и задаётся разность потенциалов между двумя поверхностями. Решение описывается следующими безразмерными параметрами: разностью потенциалов  $\Delta V$ , безразмерным числом Дебая  $v$ , коэффициентом сцепки между гидродинамическими и электрическими процессами  $k$ . Параметры в уравнении Аррениуса (или в условии на поверхности мембранны) считаются фиксированными.

Существующее одномерное решение задачи при достаточно большой разности потенциалов  $\Delta V$  теряет устойчивость – явление, предсказанное Рубинштейном и Зальцманом [1] и подтверждённое недавними экспериментами (см. например, [2]). Этот новый тип неустойчивости, получивший название электрохимической или электроконвективной неустойчивости, был впервые численно исследован в точной постановке в [3,4]. В настоящем докладе представляются результаты, полученные в вышеуказанных работах авторов. Выяснен физический механизм, приводящий к хаотическому движению жидкости в микромасштабах: близи полупроницаемых стенок образуется зона пространственного заряда толщиной до 1 микрона. Эта зона принимает форму заострённых шипов (см. рисунок слева) с очень большой плотностью



заряда. Шипы отделены друг от друга плоскими участками с однородно распределённым зарядом. Выяснено, что шипы являются своеобразными «насосами» или «фонтанами», из которых под действием кулоновских сил выбрасывается жидкость, приводя к циркуляционному её движению (рис. в центре) и сильному перемешиванию раствора. С одной стороны, кулоновские силы на плоских участках стараются разгладить шипы, но с другой стороны, плоские участки подвержены первичной неустойчивости и при их достаточной длине происходит образование новых шипов. Конкуренция этих двух механизмов может приводить к хаотическому движению жидкости. Сильное перемешивание жидкости в конечном итоге приводит к резкому – в разы – увеличению плотности тока  $j$  на поверхности мембранны или электрода, см. рис. справа, где изображена типичная вольт-амперная характеристика.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 11-08-00480-а, 11-01-96505\_р\_юг\_ц).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. I. Rubinstein and B. Zaltzman. Electro-osmotically induced convection at a permselective membrane // Phys. Rev. E 62, 2238 (2000).
2. G. Yossifon and H.-C. Chang. Selection of nonequilibrium overlimiting currents: universal depletion layer formation dynamics and vortex instability // Phys. Rev. Lett. 101, 254501 (2008).
3. V.S. Shelistov, N.V. Nikitin, G.S. Ganchenko, and E.A. Demekhin. Numerical Modeling of Electrokinetic Instability in Semipermeable Membranes // Doklady Physics, 2011. Vol. 440, No. 5, pp. 625–630.
4. E.A. Demekhin, V.S. Shelistov, and S.V. Polyanskih. Linear and nonlinear evolution and diffusion layer selection in electrokinetic instability // Physical Review E 84, 036318 (2011).

#### ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЗАЩЕМЛЕННОЙ ПЛАСТИНЫ В ДО- И СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА

А.С.Шишаева<sup>1</sup>, В.В.Веденеев<sup>2</sup>, К.В.Кузнецов<sup>1</sup>, А.А.Аксенов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ООО «ТЕСИС», Москва

<sup>2</sup>Институт механики МГУ, Москва

Потеря устойчивости деформируемых элементов конструкции в потоке газа является серьезной проблемой при проектировании летательных аппаратов. Различают две формы потери устойчивости – стати-

ческая и динамическая. Выпучивание – статическая потеря устойчивости деформируемых элементов конструкции в потоке газа, которая приводит к изгибным деформациям конструкции. Флаттер – динамическая колебательная потеря устойчивости деформируемых элементов конструкции, которая приводит к периодическим незатухающим колебаниям, повышению износа в процессе эксплуатации и возможному последующему разрушению конструкции.

Данная работа посвящена исследованию потери устойчивости жестко закрепленной с двух сторон пластины в потоке газа посредством прямого численного моделирования. Известно, что при дозвуковом обтекании пластины реализуется статическая потеря устойчивости, а при сверхзвуковом – динамическая потеря устойчивости [1, 2]. Однако классические теоретические модели не описывают всю область возникновения неустойчивости. Так, одномодовый флаттер, возникающий при малых сверхзвуковых числах Маха, теоретически и экспериментально был исследован лишь недавно [3-6]. В данной работе исследуется поведение пластины в до- и сверхзвуковом потоке газа с помощью моделирования. Особое внимание уделяется области формирования одномодового флаттера.

Исследование проводится посредством численного моделирования в программных комплексах Abaqus и FlowVision [7]. Решается двумерная задача. Движение газа моделируется в программном комплексе FlowVision. Деформация пластины моделируется в программном комплексе Abaqus. Взаимодействие между программными комплексами осуществляется посредством прямого двухстороннего сопряжения. Для того чтобы инициировать развитие неустойчивости, к пластине прикладывается начальное возмущение. Картина течения определяется четырьмя безразмерными параметрами: числом Маха, безразмерной жесткостью, длиной и плотностью пластины.

Для того чтобы убедиться, что полученные примеры неустойчивости не являются численными, проведены исследования зависимости полученной неустойчивости от расчетной сетки, шага по времени, величины и направления начального возмущения. Результаты показали, что изменение данных параметров влияет только на развитие возмущений, но не на конечный результат.

В рамках данной работы исследованы зависимость колебаний пластины от безразмерных параметров. Определены условия возникновения статической и динамической неустойчивости. Получены зависимости амплитуды и частоты колебаний пластины от безразмерных параметров.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 10-01-00256).

### ЛИТЕРАТУРА

- 1 E.H. Dowell Aeroelasticity of Plates and Shells. Leyden: Noordhoff, 1975. 139 p.
2. С.Д.Алгазин, И.А.Кийко. Флаттер пластины и оболочек. М.: Наука, 2006.
3. В. В. Веденеев. Флаттер пластины, имеющей форму широкой полосы, в сверхзвуковом потоке газа. Изв. РАН. МЖГ, 2005, № 5, с. 155-169.
4. В. В. Веденеев. Нелинейный высокочастотный флаттер пластины. Изв. РАН. МЖГ, 2007, № 5, с. 197-208.
5. В. В. Веденеев. Численное исследование сверхзвукового флаттера пластины с использованием точной аэродинамической теории. Изв. РАН. МЖГ, 2009, № 2, с. 169-178.
6. В. В. Веденеев, С. В. Гувернюк, А. Ф. Зубков, М. Е. Колотников. Экспериментальное исследование одномодового панельного флаттера в сверхзвуковом потоке газа. Изв. РАН. МЖГ, 2010, № 2, с. 161-175.
7. A. Aksenov, D. Korenev, A. Shishaeva, D. Vucinic, Z. Mravak. “Drop-Test” FSI simulation with Abaqus and FlowVision based on the direct 2-way coupling approach. 2008 Abaqus Users’ Conference, Newport, Rhode Island, USA, Book of Abstracts, 2008, 611-624.

### РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ДАЛЬНЕГО ТУРБУЛЕНТНОГО СЛЕДА ЗА БУКСИРУЕМЫМ ТЕЛОМ В ПАССИВНО СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ СРЕДЕ

А.В. Шмидт

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

Для описания течения в дальнем турбулентном следе за буксируемым телом в пассивно стратифицированной среде используется следующая модель [1]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} C_e \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} C_e \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial z},$$
$$\frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} C_e \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} C_e \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial z} + C_e \frac{k^2}{\varepsilon} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + C_e \frac{k^2}{\varepsilon} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \varepsilon,$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} C_\varepsilon \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} C_\varepsilon \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + C_{\varepsilon_1} k \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + C_{\varepsilon_1} k \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - C_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon^2}{k},$$

$$\frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} C_\rho \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} C_\rho \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} C_\rho \frac{k^2}{\varepsilon},$$

$$\frac{\partial \langle \rho'^2 \rangle}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} C_{1\rho} \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \langle \rho'^2 \rangle}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} C_{1\rho} \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \langle \rho'^2 \rangle}{\partial z} + 2C_\rho \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \langle \rho_1 \rangle^2}{\partial y} + 2C_\rho \frac{k^2}{\varepsilon} \left( \frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial z} - 1 \right)^2 - C_T \frac{\langle \rho'^2 \rangle \varepsilon}{k},$$

где  $u(x, y, z)$  - осредненный дефект скорости,  $e(x, y, z)$  - кинетическая энергия турбулентности,  $\varepsilon(x, y, z)$  - скорость диссипации кинетической энергии турбулентности,  $\langle \rho_1 \rangle(x, y, z)$  - осредненный дефект плотности,  $\langle \rho'^2 \rangle(x, y, z)$  - дисперсия флюктуаций плотности. В системе присутствуют эмпирические константы, значения которых являются общепринятыми:  $C_e = 0.136$ ,  $C_\varepsilon = 0.105$ ,  $C_{\varepsilon_1} = 1.44$ ,  $C_{\varepsilon_2} = 1.92$ ,  $C_\rho = 0.208$ ,  $C_{1\rho} = 0.087$ ,  $C_T = 1.25$ .

С помощью теоретико-группового подхода [2] и метода В-определяющих уравнений [3] найдено представление для решений, позволяющее свести исходную модель к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Система обыкновенных дифференциальных уравнений, удовлетворяющая естественным краевым условиям, решалась численно. Был использован модифицированный метод стрельбы и асимптотическое разложение решения в окрестности особой точки. Получены решения, удовлетворяющие всем краевым условиям. Важно отметить, что данные решения не являются автомодельными, но удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными и имеющими расчетами по полной модели.

Автор благодарит проф. Г.Г. Черных и проф. О.В. Капцова за предоставленные материалы и ценные замечания. Работа выполнена при поддержке Ведущей научной школы 6068.2010.9, Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 10-01-00435-а), Сибирского отделения РАН (интеграционный проект №103).

#### ЛИТЕРАТУРА.

1. G.G. Chernykh, A.V. Fomina, N.P. Moshkin. Numerical models of turbulent wake dynamics behind a towed body in a linearly stratified medium. Russ. J. Numer. Anal. Math. Model., 2006, V.21, №5, 395-424.

2. Л.В. Овсянников. Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978.

3. V.K. Andreev, O.V. Kaptsov, V.V. Pukhnachov, A.A. Rodionov. Applications of group-theoretical methods in hydrodynamics. Dordrecht: Kluwer, 1998.

## **FFS – FLUID STRUCTURE SEPARATION FOR MODELING FLOWS IN COMPLIANT ARTERIES**

Alexander Yakhot

Ben-Gurion University, Beersheva, Israel

At the heart of the computer-aided analysis of blood flows in vessels is simulating hemodynamics (a) coupled with clinical measurements, (b) in realistic geometry domains, and (c) considering possible coupling with arterial structural dynamics. The latter should be taken into account and carefully modeled as a fluid-structure interaction (FSI) problem. A patient-specific FSI analysis is impossible because it predicts only estimated hemodynamic features which are based on assumptions regarding material properties. The objective of this study is to develop a new methodology that assimilates medical imaging data for quantitative hemodynamic data extraction. The new method avoids all uncertainties and difficulties related to structural mechanical properties of the arterial wall. It is based on acquisition of arterial wall displacements directly from medical images for further incorporating into the CFD simulations. As opposite to the FSI, we call this new approach Fluid-Structure Separation (FSS).

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Вступление . . . . .	3
Доклады . . . . .	6
Стендовые доклады . . . . .	11
1. И.Б. Аббасов, А.И. Сухинов Моделирование наката нелинейных поверхностных гравитационных волн на основе уравнения Навье-Стокса. . . . .	16
2. А.А. Алабужев Влияние динамики контактной линии на колебания сжатой капли . . . . .	18
3. А.А. Алабужев Влияние гистерезиса краевого угла на колебания цилиндрической капли. . . . .	19
4. А.А. Алексеев., И.В., Моршнева, С.Н. Овчинникова Режимы движения в окрестности точек пересечения бифуркаций в задаче Куэтта-Тейлора в нерезонансном случае. . . . .	20
5. А.К.Алексеев Численный поиск наиболее быстро растущих возмущений для двумерного невязкого течения при неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. . . . .	22
6. А.С. Аскарова, С.А. Болегенова, А. Бекмухамет, В.Ю. Максимов Численное моделирование турбулентных течений. . . . .	24
7. И.А. Бабушкин, В.А. Демин, А.Н. Кондрашов Тепловая конвекция в ячейке хеле–шоу в поле центробежных сил. . . . .	26

8. В.Б. Баранов Роль аппарата механики сплошных сред в создании моделей течений, встречающихся в условиях космического пространства. . . . .	29
9. О.А. Бессонов, В.И. Полежаев Конвективные неустойчивости в модели метода Чохральского при различных числах Прандтля: смена опасных мод и зоны стабилизации. . . . .	30
10. А.А. Божко, Г.Ф. Путин, А.С. Сидоров, С.А. Суслов Экспериментальное исследование конвективных течений в вертикальном слое магнитного коллоида. . . . .	33
11. Л.Б.Болдырева Спиновые волны в среде, имеющей свойства сверхтекучего $^3\text{He-B}$ . . . . .	35
12. Т.Н. Бурдина, Е.С. Мазунина Об устойчивости конвективного течения вязкой жидкости в толстом коаксиальном зазоре. . . . .	37
13. Г.П. Быстрай, И.А. Лыков Синергетический подход в описании нелинейных неравновесных процессов переноса импульса в атмосфере. . . . .	40
14. Г.П. Быстрай, И.А. Лыков Гидродинамические и термодинамические условия устойчивости турбулентности в торнадо. Условия самоорганизации. . . . .	42
15. И.С. Водопьянов, Н.В. Никитин Снижение турбулентного трения боковыми осциляциями обогренной стенки . . . . .	45
16. Ф.И. Высикайло «Квазикуперовские» 3D-циклоны Высикайло в мезо- и макромирах. . . . .	47

17. А.А. Вяткин, В.Г. Козлов, Р.Р. Сабиров Влияние вязкости на порог конвективной устойчивости тепловыделяющей жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре. . . . .	50
18. Г.С. Ганченко, М.М. Сажин Об автомодельном поведении решения в окрестности особенностей системы Нернста-Планка-Пуассона-Стокса . . . . .	51
19. Л.Г. Гвоздева, С.А. Гавренков Возникновение новой трехударной конфигурации в стационарном сверхзвуковом потоке. . . . .	54
20. Л.Г. Гвоздева, С.А. Гавренков Влияние показателя адиабаты на неустойчивость свободных слоёв смешения. . . . .	56
21. Г.В. Гембаржевский Перемежающийся след ряда цилиндров: эксперимент и простая модель. . . . .	59
22. В.Н. Говорухин., И.В. Шевченко Селекция стационарных режимов однопараметрического семейства в задаче плоской фильтрационной конвекции. . . . .	62
23. Ю.Н. Григорьев, И.В. Ершов Линейная и нелинейная устойчивость течений колебательно неравновесных газов.. . . . .	64
24. С.В. Губернюк, Г.Я. Дынникова, Т.В. Малахова Гидродинамическое сопротивление и нестационарная теплопередача при отрывном обтекании колеблющихся тел. . . . .	66
25. В.А. Гущин, П.В. Матюшин Прямое численное моделирование переходных процессов в задачах внешнего обтекания. . . . .	69
26. М.В. Джаларова, С.В. Леонов Исследование устойчивости неосесимметричного парашюта при обтекании дозвуковым потоком газа . . . . .	71

27. О.И. Докукина, Е.Н. Терентьев, Л.С. Штеменко, Ф.В. Шугаев Давление в турбулентном потоке газа после взаимодействия с ударной волной. Роль акустических возмущений. . . . .	73
28. А.Н. Долуденко, Э.Е. Сон Турбулентное перемешивание ньютоновской и неньютоновских жидкостей в условиях микрогравитации. . . . .	74
29. Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова Исследование закономерностей выбора вторичных течений под действием ускорения внутренней границы сферического слоя. . . . .	76
30. К.А. Жуков, А.В. Попов Априорные оценки точности разностных схем для задачи движения вязкого слабосжимаемого газа. . . . .	79
31. М.Н. Захаренков Уравнение для распространения возмущений завихренности. . . . .	80
32. М.Н.Захаренков Параметрическое задание граничных условий для завихренности – история проблемы. . . . .	82
33. В.М. Зубарев Влияния параметров турбулентности набегающего потока на переходные течения в пограничном слое. . . . .	83
34. А.А. Иванова, В.Д. Щипицын Перемещение легкого цилиндра в полости, совершающей вращательные вибрации. . . . .	85
35. А.В. Иванов, Ю.С. Качанов, Д.А. Мищенко Локализованная и распределенная вихревая восприимчивость пограничного слоя на вогнутой стенке. Порождение Гертлеровских мод . . . . .	87

36. М.Ф. Иванов, Е.Н. Иванов, А.Д. Киверин Прямое численное моделирование развития гидродинамических возмущений, вызванного движением поршня, в двух- и трехмерной геометрии. . . . .	89
37. Ю.С. Качанов Вихревая восприимчивость пограничных слоев. . . . .	91
38. А.Г. Кирдяшкин, А.А. Кирдяшкин, И.Н. Гладков, В.Э. Дистанов Мантийные термохимические плюмы: основные параметры и устойчивость. . . . .	93
39. Л.С. Клименко, Д.В. Любимов Генерация среднего течения в пульсационном потоке около искривленной поверхности раздела. . . . .	95
40. В.И. Кляцкин О критерии стохастического структурообразования в случайных средах. . . . .	97
41. В.Л. Ковалев Наноструктуры и нанопроцессы в механике. . . . .	100
42. В.В. Козлов Актуальные проблемы устойчивости дозвуковых течений. . . . .	101
43. И.И. Козлов, С.А. Очеретянный, В.В. Прокофьев О режимах автоколебаний, возникающих при истечении струи жидкости в плоский вентилируемый канал. . . . .	102
44. Н.В. Козлов, С.В. Субботин Легкое сферическое тело во врачающейся полости с жидкостью при вибрациях. . . . .	102
45. В.В. Колмычков, О.С. Мажорова, О.В. Щерица Конвекция Рэлея-Бенара в слое жидкости с внутренними источниками тепла вблизи порога устойчивости . . . . .	104
46. В.В. Колмычков, О.С. Мажорова, О.В. Щерица Математическое моделирование конвекции Рэлея-Бенара в существенно неоднородных средах. . . . .	106

47. А.В. Колесниченко К теории вихревого динамо в астрофизическом диске с гиротропной турбулентностью. . . . .	108
48. В.В. Колесов, М.Н. Романов Возникновение хаотических аттракторов в проблеме Куэтта-Тейлора для проницаемых цилиндров. . . . .	110
49. А.В. Конюхов, А.П. Лихачев О неустойчивости сходящихся ударных волн полигональной формы. . . . .	111
50. К.В. Краснобаев Неустойчивость комплекса разрывов в самогравитирующем газе. . . . .	113
51. Б.И. Краснопольский О моделировании турбулентных течений в областях сложной формы. . . . .	114
52. В.В. Кривец, Е.И. Чеботарева, С.Н. Титов, А.Н. Алешин Влияние на развитие неустойчивости Рэлея-Тейлора отраженных волн. . . . .	116
53. А.Ф. Кузаев Экспериментальное исследование вибрационного поведения цилиндрического тела в полости с жидкостью при отрывном характере обтекания. . . . .	118
54. В.В. Кузенов, С.В. Рыжков Исследование возможности стабилизации контактной границы в магнитно-инерциальной плазме высокой плотности. . . . .	119
55. В.В. Кузенов, С.В. Рыжков Влияние внешнего магнитного поля на вихревые структуры в задачах с лазерным драйвером. Результаты теста. . . . .	121
56. Д.В. Кузнецова, И.Н. Сибгатуллин Проникающая конвекция в слое воды вблизи 4 <sup>0</sup> С. . . . .	124

57. Albert F. Kurbatskiy, Lyudmila I. Kurbatskaya Efficiency of eddy mixing in stably stratified atmospheric boundary layer. . . . .	126
58. А.С. Куцепалов, В.С. Шелистов, Н.А. Парамонов Движение проводящих микрогранул в постоянном электрическом поле. . . . .	129
59. Э.К. Лавровский, В.В. Фоминых К вопросу об устойчивости линз в океане. . . . .	131
60. Н.А. Лебедева Развитие комплексного лагранжева подхода для моделирования дисперсных течений. . . . .	132
61. М.А. Лебедев, М.Н. Мякишина, В.И. Полежаев Границы режимов конвекции, гистерезисные явления и теплообмен в наклонных слоях с различным отношением сторон. . . . .	134
62. Д.В. Любимов, Любимова Т.П., Марышев Б.С. Конвекция в пористой среде при боковом просачивании и модуляции силы тяжести. . . . .	136
63. Ф.А. Максимов, Ю.Д. Шевелев Моделирование течений вязкого газа с вихрями Тейлора. . . . .	138
64. А.А. Маслов, С.Г. Миронов, Т.В. Поплавская Волновые процессы в гиперзвуковых ударных слоях: восприимчивость, устойчивость, управление.. . . . .	140
65. П.В. Матюшин, В.А. Гущин Математическое моделирование ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на сфере. . . . .	143
66. И.А. Машков, В.С. Нагорный Численное определение положения турбулентного конуса при турбулизации струи газа потоком ионов в электропневматических преобразователях. . . . .	145

67. О.В. Митрофанова, Г.Д. Подзоров Трансформация поля завихренности при течении закрученного потока жидкости в канале переменного сечения. . . . .	147
68. О.В. Митрофанова, И.Г. Поздеева Исследование эффекта резонансного саморегулирования в акустическом течении. . . . .	150
69. С.Г. Миронов, В.М. Анискин, И.С. Цырюльников Экспериментальное исследование устойчивости газовых микроструй. . . . .	152
70. В.В.Моденова Математическое моделирование нелинейной задачи разделения двухкомпонентной смеси . . . . .	154
71. А.А. Монахов Высокочастотное излучение при электризации и разряде кавитационных областей в тонком диэлектрическом канале. . . . .	155
72. И.В. Моршнева, С.Н. Овчинникова Бифуркация коразмерности 2 в задаче Куэтта-Тейлора (случай RES 2). . . . .	157
73. Р.И. Мулляджанов, Н.И.Яворский Об устойчивости затопленной струи. . . . .	159
74. К.Б. Мурашкина, В.М. Пасконов Расчет течения в канале с применением массивно-параллельной архитектуры GPU. . . . .	161
75. И.В. Наумов, В.Л. Окулов Формирование и диагностика мультиспиральных распадов вихря. . . . .	162
76. Ю.А. Невский Гравитационная конвекция в тонком замкнутом вертикальном слоте. . . . .	164

77.	Н.В. Никитин Еще раз о нижнем критическом числе Рейнольдса в круглой трубе . . . . .	166
78.	В.Ф. Никитин, В.М. Чернявский Медленное течение жидкости в цилиндрической полости. Численное решение модифицированным методом граничных элементов . . . . .	168
79.	А.Н. Осипцов, С.А. Боронин Развитие теории гидродинамической устойчивости дисперсных потоков . . . . .	170
80.	Д.Н. Панин, Н.Б. Ромашова Проведение аэродинамических испытаний для определения ветровых нагрузок на модель центрального олимпийского стадиона г. Сочи . . . . .	172
81.	Л.И. Петрова Исследование свойств решений уравнений Эйлера и Навье-Стокса . . . . .	173
82.	Э.В. Переходцева Условия возникновения и вероятностный прогноз смерчей и штормового ветра на основе статистических моделей . . . . .	173
83.	Д.Е. Пивоваров Численное исследование гистерезиса и бифуркаций конвективных течений в наклонных прямоугольных слоях разного удлинения при различных параметрах Рэлея и Прандтля . . . . .	176
84.	В.О. Пиманов, Н.В. Никитин Исследование трехмерной неустойчивости двухмерного течения в прямоугольной каверне . . . . .	178
85.	С.В. Пилипенко, А.Г. Дорошкевич, В.Н. Лукаш О сингулярностях в распределении темной материи во вселенной . . . . .	178

86. В.Н. Пилишкин Качественный анализ поведения нелинейных динамических процессов в фазовом пространстве по их характеристическим свойствам. . . . .	181
87. В.И. Полежаев Небуссинесковые течения и теплообмен в сжимаемых, в том числе околокритических средах: от первых результатов и приложений – до наших дней . . . . .	182
88. Ю.В. Полежаев Об использовании критериев подобия при обобщении экспериментальных данных по струйно-факельному горению газов. . . . .	184
89. Д.А. Полежаев Кольцевые вибрационные течения жидкости во вращающемся цилиндре.. . . . .	191
90. Т.В. Поплавская, С.В. Кириловский Исследование нелинейных процессов в вязком ударном слое на пластине. . . . .	193
91. В.В. Прокофьев А.К. Такмазьян Автоколебания в течениях с кавитацией как предельные циклы на фазовой плоскости в переменных расход-давление. . . . .	195
92. А.М. Пылаев Анализ критических естественно-конвективных движений в полостях с эллиптическими сечениями. . . . .	196
93. А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский, В.В. Трифонов Исследование эффективности короткого диффузора с проницаемой перегородкой в выходном сечении. . . . .	199
95. О.Д. Рыбдылова, А.Н. Осипцов Распределение инерционной примеси в течении суспензии и запыленного газа в пограничном слое на пластине. . . . .	201

96. И.Н. Сибгатуллин, С.В. Стрижак Моделирование развития трёхмерной неустойчивости Релея - Тейлора на поздней стадии. . . . .	203
97. А.В. Сетуха Численное моделирование 3-х мерного отрывного обтекания тел вихревым методом в рамках модели идеальной среды. . . . .	205
98. О.А. Солёная, Ф.В. Шугаев Нестационарное течение вблизи вихревых колец в вязком теплопроводном газе. . . . .	208
99. Е.И. Суэтнова, В.М. Чернявский Эволюция скорости фильтрации в процессе уплотнения наращиваемой слоисто-неоднородной пористой среды и аккумуляция газовых гидратов в порах. . . . .	209
100. О.Н. Хатунцева О возможности описания турбулентности, как стохастического процесса, без использования дробных дифференциалов по времени. . . . .	210
101. В.Г. Цибулин Вычисление конвективных режимов в области, частично заполненной пористой средой . . . . .	212
102. S. Chernyshenko Sum of squares of polynomials technique for stability and bounds in fluid dynamics . . . . .	212
103. В.М. Чернявский, А.А. Монахов О нарушении сплошности ползущего течения в узком зазоре между движущимися поверхностями. . . . .	213
104. А.Ю. Чулюнин, А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский, Численное моделирование течения в канале сверхкороткого диффузора с проницаемой перегородкой . . . . .	216
105. С.М. Чурилов Развитие неустойчивости резко стратифицированных сдвиговых течений без точек перегиба на профиле скорости. . . . .	218

106. В.С. Шелистов, Н.В. Никитин, А.В. Петров, Е.А. Демёхин Электрокинетическая неустойчивость вблизи поверхностей с избирательными электрическими свойствами. . . . .	220
107. А.С.Шишаева, В.В.Веденеев, К.В.Кузнецов, А.А.Аксенов Исследование неустойчивости защемленной пластины в до- и сверхзвуковом потоке газа . . . . .	222
108. А.В. Шмидт Решения трехмерной модели дальнего турбулентного следа за буксируемым телом в пассивно стратифицированной среде. . . . .	224
109 . А. Яхот FFS – Fluid Structure Separation for modeling flows in compliant arteries. . . . .	226



*Научное издание*

Материалы международной конференции  
«Нелинейные задачи теории гидродинамической  
устойчивости и турбулентность»  
05 – 11 февраля 2012 года  
Моск. обл., панс. «Звенигородский»  
Российской Академии Наук

Технический редактор И.В.Топорнина

---

Подписано в печать 20.09.2012  
Формат 60x90 1/16

Печать офсетная  
Усл. печ. л. 15

Бумага офсетная №1  
Тираж 100 экз.

---

Ордена «Знака Почета» Издательство Московского университета  
125009, Москва, ул. Б. Никитская, 5/7

Отпечатано на резографе НИИ механики МГУ  
117192, Москва, Мичуринский пр., 1