

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В. ЛОМОНОСОВА  
НИИ МЕХАНИКИ МГУ

Посвящается памяти Г.Г. Черного



МАТЕРИАЛЫ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
«НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ  
ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ  
И ТУРБУЛЕНТНОСТЬ»

25 февраля – 4 марта 2014 г.  
Моск. обл., г. Звенигород,  
панс. «Звенигородский» РАН

Издательство Московского университета, 2014

УДК 532.516.532.517  
ББК 35.114  
М 43

М 43      **Материалы международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность».** 25 февраля – 4 марта 2014 г. Моск. обл., панс. «Звенигородский» РАН. – М.: Издательство Московского университета. 2014. – 270 с.

ISBN 978-5-19-010951-1

В материалах отражено современное состояние теории гидродинамической устойчивости и турбулентности. Представлены экспериментальные и теоретические работы по прямому численному моделированию турбулентности и по переходу к турбулентности. Сборник будет полезен аспирантам, студентам и научным сотрудникам.

УДК 532.516.532.517  
ББК 35.114

ISBN 978-5-19-010951-1

© НИИ механики  
МГУ имени М.В.Ломоносова,  
2014

**АКАДЕМИК ГОРИМИР ГОРИМИРОВИЧ ЧЕРНЫЙ  
– УЧЕНЫЙ, УЧИТЕЛЬ, ПАТРИОТ РОДИНЫ**

**1923 – 2012 гг.  
к 90 летию со дня рождения**

*Кишкина Н.Ю., НИИ механики МГУ, Москва*

*«За то, что ты не просил ни богатства, имения и славы, и души неприятелей твоих, и также не просил ты многих дней, а просил себе премудрости и знания, так вот, они даются тебе, а богатство и имение, и славу я дам тебе такие, подобных которым не было у царей прежде тебя».*  
(Библия, 2- я книга. Паралипоменон, гл. 11–12).

*«Великий солдат войны и науки...»*

*«Лучшей памятью Г.Г. Черному – сохранение Родины и науки».*  
А.Н.Крайко

Родился Горимир Горимирович Черный 22 января 1923 г. в г. Каменец-Подольске, окончил школу в г. Херсоне и поступил на механико-математический факультет МГУ в г. Москве.

Отец – Г.Г. Черный – член коммунистической партии с 1918 г., в августе 1941 г. был расстрелян немцами, как член подпольной организации.

Г.Г. Черный – ученый с мировым именем, академик Российской академии наук, профессор Московского университета, участник Великой Отечественной войны. Он ушел в армию в 1941 г. в первые дни войны добровольцем со студенческой скамьи. С июня 1941 г. по ноябрь 1945 г. находился на фронте – рядовым наводчиком орудия, затем командиром орудия на I и III Белорусских и I Украинском фронтах, а также на Западном фронте. Несколько раз был тяжело ранен. Человек с трудной военной судьбой он начал свой боевой путь в сражениях за Москву, а завершил его в операциях по взятию Берлина и освобождению Праги. Был в немецком плена и на оккупированной немцами территории. За военные заслуги награжден орденами и медалями. Возвратился Г.Г. Черный в МГУ в 1945 г. и в июне 1949 г. закончил с отличием механико-математический факультет МГУ.

Остановимся на основных этапах научной деятельности Г.Г. Черного. С мая 1949 г.– инженер филиала ЦИАМ, с 1952 г. по 1960 г. создатель, начальник и научный руководитель лаборатории газовой динамики авиационных силовых установок ЦИАМ. В 1953 г. защищает диссертацию кандидата технических наук. 1956 г. – защита докторской диссертации, профессор кафедры гидромеханики МГУ, читает курс по гидродинамике и газовой динамике. В 1959 г. заместитель директора по научной работе НИИ механики МГУ, а с 1960 по 1992 г. г. директор НИИ механики МГУ. Участвует в формировании научного коллектива и главных направлений исследований.

В дни подготовки празднования Дня Победы Г.Г. Черный начал готовить к печати для новых поколений книги своей судьбы – книги жизни «одной души – малой песчинки, мятущейся в гигантской буре военного лихолетья». Г.Г. Черный оставил нам книги, написанные им по его дневникам и записям, отражающие восприятие событий Великой Отечественной войны рядовым его участником. Он написал их просто и ярко.

В определении жизненного и научного пути Черному большую помощь оказали его учителя – академики Л.И. Седов и М.В. Келдыш.

Г.Г. Черный – лидер в гиперзвуковой аэродинамике, в проблемах создания двигателей со сверхзвуковым горением (вместе с академиком В.А. Левиным). Он создатель и руководитель школы по МЖГ, его оценки являются руководством к важнейшим проблемам в масштабах нашей страны и в мировой науке.

Широкое признание получили его монографии «Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью» (1959 г.) и учебник «Газовая динамика» (1988 г.).

Вклад Г.Г. Черного в мировую науку отмечен многими наградами и премиями.

Горимир Горимирович подчеркивал, что из всех «фронтовых наград мне особенно дороги, как символические вехи на долгом пути медали «За оборону Москвы» и «Взятие Берлина». Как отмечают коллеги и ученики Г.Г. Черного – Г.Г. Черный великий солдат войны, ученый и организатор науки, яркая звезда в науке, знавшая все области науки и техники. Он преодолел ужасы и трагедии войны, сохраняя себя для жизни и творчества.

## **СПИСОК ПРИГЛАШЕННЫХ ЛЕКЦИЙ**

1. Баранов В.Б.  
Газодинамические течения плазмы с поверхностями сильного разрыва в условиях физики космического пространства.
2. Бородулин В.И., Иванов А.В., Качанов Ю.С.  
Возникновение турбулентности на скользящих крыльях.
3. Исаев С.А.  
Уроки Г.Г. Черного и опыт численного моделирования турбулентных периодических течений в рамках URANS.
4. Ковалев В.Л.  
Моделирование свойств материалов и физико-химических процессов на основе AB-INITIO подходов в авиации и космосе.
5. Козлов В.В., Грек Г.Р., Катасонов М.М., Коробейников О.П., Литвиненко Ю.А., Шмаков А.Г.  
Устойчивость дозвуковых микро – струй и их горение.
6. Копьев В.Ф.  
Управление шумом струи с помощью плазменных актуаторов.
7. Мельник О.Э., Веденеева Е.А., Цветкова Ю.Д., Коста А., Спаркс Р.С.Дж.  
О неустойчивостях при течении магмы по каналу вулкана.
8. Никитин Н.В.  
О методах и механизмах снижения турбулентного трения.
9. Осипцов А.Н., Невский Ю.А.  
Проблемы моделирования гравитационной конвекции в многофазных средах.
10. Chernyshenko S.  
Sum of squares of polynomials approach to dissipation bounds in turbulent flows.

## **СПИСОК УСТНЫХ ДОКЛАДОВ**

1. Агеев А.И., Осипцов А.Н.  
Растекание тонкого слоя вязкой жидкости вдоль супергидрофобных поверхностей.
2. Александров С.М., Ваганов А.В., Шалаев В.И.  
Численное исследование структуры гиперзвукового течения вязкого газа около треугольного крыла с затупленными передними кромками.
3. Бессонов О.А.  
Конвективные неустойчивости в модели метода Чохральского при медленном вращении кристалла.
4. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И.  
К устойчивости пограничного слоя при трансзвуковом режиме свободного вязко-невязкого взаимодействия.
5. Боголепов В.В., Нейланд В.Я.  
Асимптотическая модель возникновения отрывов внутри пограничного слоя под воздействием волны давления.
6. Боронин С.А.  
Модальная и немодальная устойчивость течения запыленного газа в пограничном слое с неоднородным распределением частиц.

7. Будаев В.Н., Брутян М.А., Волков А.В., Меньшов И.С., Житлухин А.М., Карпов А.В., Климов Н.С., Кудряшов И.Ю., Подковыров В.Л., Урусов А.Ю., Успенский А.А., Устинов М.В.  
Управление турбулентным погранслоем фрактальной поверхностью.
8. Власова О.А., Козлов В.Г.  
Вибрационная динамика легкого параллелепипеда в жидкости.
9. Вяткин А.А., Козлов В.Г.  
Влияние вязкой жидкости на конвекцию во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое.
10. Ганченко Г.С., Горбачева Е.В.  
Устойчивость микро-nano пленки электролита с мобильным зарядом на границе раздела газ / жидкость.
11. Гвоздева Л.Г., Гавренков С.А., Нестеров А.С.  
Исследование тангенциальных поверхностей разрыва, возникающих при дифракции ударных волн.
12. Гембаржевский Г.В.  
Простая модель следа в форме нелинейно-связанных осцилляторов.
13. Городничев К.Е., Куратов С.Е., Сережкин С.А.  
Нелинейные эффекты при распространении УВ в неоднородных средах.
14. Гувернюк С.В., Дынников Я.А., Дынникова Г.Я.  
О волновом механизме перестройки дорожки Кармана в дальнем следе за цилиндром.
15. Данилов Д.С.  
Нестационарное трансзвуковое ламинарное обтекание профиля при больших числах Рейнольдса.
16. Доброхотов С.Ю., Шафаревич А.И.  
О фокальных точках и уединенных локализованных вихрях на мелкой волне.
17. Докукина О.И., Терентьев Е.Н., Штеменко Л.С., Шугаев Ф.В.  
Турбулентное течение аргона в ударной трубе.
18. Дьякова В.В., Полежаев Д.А.  
Экспериментальное изучение динамики сыпучей среды в частично заполненном вращающемся горизонтальном цилиндре.
19. Дрюма В.С.  
Геометрический подход к изучению (A,B,C) – течений несжимаемой идеальной жидкости.
20. Егоров И.В., Шведченко В.В.  
Влияние малых пространственных возмущений сверхзвукового потока на тепловой поток к поверхности затупленного тела.
21. Иванов А.В., Качанов Ю.С., Мищенко Д.А.  
Экспериментальное исследование распределенного порождения мод Гертлеровской неустойчивости вихрями набегающего потока.
22. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э.  
Турбулентные течения, вызванные периодической внешней силой и методы их анализа.
23. Завьялов И.Н., Конюхов А.В.  
Экспериментальное и численное исследование неустойчивости многофазной фильтрации при наличии реакции с образованием газовой фазы.
24. Касимов А.Р., Корнеев С.В.  
Детонация в сверхзвуковом радиальном потоке.

25. Катасонов М.М., Козлов В.В., Никитин Н.В., Сбоев Д.С.  
Возникновение и развитие локализованных возмущений в круглой трубе и пограничном слое.
26. Кирилловский С.В., Поплавская Т.В., Цырюльников И.С.  
Особенности развития возмущений при обтекании пластины гиперзвуковым потоком газа в высокоэнтальпийной аэродинамической трубе.
27. Козлов В.Г., Козлов Н.В., Субботин С.В., Балмашева Н.И.  
Устойчивость течений, возбуждаемых сферическим телом во вращающейся полости с жидкостью.
28. Козлов И.И., Очеретяный С.А., Прокофьев В.В. О влиянии характеристик подводящих магистралей на кавитационные автоколебания при создании с помощью струйной завесы вентилируемой газовой полости с повышенным давлением.
29. Козлов Н.В., Субботин С.В.  
Вибрационная динамика легкого тела во вращающейся полости с жидкостью.
30. Колесова Е.Г., Немтырева И.А., Карпов Ф.В.  
Устойчивость газового потока на спинке профиля лопатки.
31. Куратов С.Е., Микулин А.Ю.  
К вопросу о турбулизации границы раздела активной и пассивной сред.
32. Курбацкий А.Ф., Курбацкая Л.И.  
RANS Моделирование атмосферных течений при устойчивой стратификации: вихревое перемешивание и глобальная перемежаемость турбулентности.
33. Лебедева Н.А.  
Развитие лагранжевых методов для описания вихревых структур в многофазных дисперсных течениях.
34. Максимов Ф.А.  
Течение между вращающимися цилиндрами разной температуры.
35. Митрофанова О.В., Поздеева И.Г.  
Энергетический баланс при генерации акустических колебаний в импактном закрученном течении.
36. Митрофанова О.В., Токарев Ю.Н.  
Магнитогидродинамические эффекты при вихревом движении электропроводных сред.
37. Монахов А.А., Ромашова Н.Б., Чернявский В.М., Shtemler B.Yu.  
Кавитационное нарушение сплошности вязкой жидкости в течении между эксцентричными цилиндрами при малых числах Рейнольдса.
38. Моршнева И.В., Овчинникова С.Н.  
Резонансные режимы в задаче Куэтта-Тейлора.
39. Мулляджанов Р.И., Яворский Н.И.  
О коническом МГД течении.
40. Нуриев А.Н.  
Исследование течения вязкой жидкости около осциллирующего цилиндра.
41. Полежаев Ю.В., Гешеле В.Д., Ефимов А.А.  
Экологически чистые ГТУ с впрыском воды и пара.
42. Петрова Л.И.  
Особенности численного решения уравнений газодинамических систем.

43. Решетняк М.Ю.  
Каскадные процессы и разделение по масштабам в моделях турбулентного динамика при быстром вращении.
44. Рыбылова О., Сажин С.С., Бегг С., Хейкал М.  
Динамика частиц в течении с вихревым кольцом.
45. Sazhin S.S.  
Modelling of sprays in internal combustion engines; engineering, physical and mathematical approaches.
46. Синьков К.Ф., Спесивцев П.Е., Осипцов А.А.  
Моделирование пробкового режима двухфазного течения, вызванного геометрией трубопровода.
47. Смородин Б.Л., Черепанов И.Н.  
Тепловая конвекция стратифицированной коллоидной суспензии.
48. Фомин Н.А.  
Новые методы цифровой обработки изображений турбулентных течений.
49. Хатунцева О.Н.  
Описание процесса теплопроводности в односвязной фрактальной системе с помощью метода расширения фазового пространства с использованием масштабной переменной.
50. Чепрасов С.А.  
Совершенствование модели турбулентности для расчета струй со скачками уплотнения.
51. Чернов М.В., Ганченко Г.С.  
Исследование оптических свойств конической наноструктуры диэлектрик-металл-диэлектрик.
52. Чертовских Р.  
Уравнения средних полей возмущений конвективных магнитных динамо.
53. Чулюнин А.Ю.  
О структуре метастабильных схем обтекания сферической лунки.
54. Шалаев В.И.  
Влияние положения ламинарно–турбулентного перехода на глобальную структуру обтекания элементов летательного аппарата.
55. Шелистов В.С., Никитин Н.В., Демехин Е.А.  
Моделирование электрокинетической неустойчивости: бифуркации и переход к хаотическому движению.
56. Шмерлин Б.Я., Калашник М.В., Шмерлин М.Б.  
Конвективная неустойчивость Рэлея в присутствии фазовых переходов влаги. Формирование локализованных атмосферных вихрей различных пространственных масштабов и упорядоченных облачных структур.
57. Шмерлин Б.Я., Шмерлин М.Б.  
Использование гидромеханической модели для описания перемещения тропических циклонов.

## СПИСОК СТЕНДОВЫХ ДОКЛАДОВ

1. Бабушкин И.А., Карпунин И.Э.  
Экспериментальное исследование конвекции бинарной смеси в плоском вертикальном слое.

2. Бородулин В.И., Иванов А.В., Качанов Ю.С., Мищенко Д.А., Феденкова А.А. Экспериментальное исследование трехмерной распределенной восприимчивости пограничного слоя с неблагоприятным градиентом давления к трехмерным вихрям набегающего потока в присутствии неоднородностей поверхности.
3. Водопьянов И.С., Никитин Н.В.  
О снижении турбулентного сопротивления боковыми колебаниями оребренной поверхности.
4. Глинов А.П.  
Об устойчивости течений электропроводной сплошной среды, обусловленных джоулевым тепловыделением в наклонном плоском слое в поле силы тяжести.
5. Джалаева М.В.  
Численное исследование задачи о раскрытии купола парашюта.
6. Ермаков М.К.  
Немодовые эффекты устойчивости конвективного течения гидродинамической модели роста кристаллов по Чохральскому.
7. Жаров В.А.  
Волновая модель когерентных структур в развитом турбулентном пограничном слое в одномодовом приближении.
8. Жданов И.А., Говорухин В.Н.  
Семейство частных решений стационарной задачи протекания идеальной жидкости через канал.
9. Захаренков М.Н.  
О выполнении условия строгой симметрии тензора напряжений на точных решениях уравнений Навье-Стокса.
10. Захаренков М.Н.  
«Операторная» запись уравнений Навье-Стокса при зависимости вязкости от температуры.
11. Зеленый А.С., Шелистов В.С.  
Размерность странного аттрактора, возникающего при электрокинетической неустойчивости.
12. Камалутдинов А.М., Нуриев А.Н.  
Определение аэродинамических сил, действующих на консольно закрепленную балку при затухающих изгибных колебаниях.
13. Карелин А.Н.  
Гидродинамика и интенсификация теплообмена в сборках ядерных реакторов.
14. Картавых Н.Н., Смородин Б.Л.  
Электроконвекция слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле.
15. Кирий В.А., Шелистов В.С.  
Проявление электрокинетической неустойчивости вnano- и микропотоках.
16. Козлов Н.В., Козлова А.Н., Пичкалев С.В., Шувалова Д.А.  
Устойчивость вращающейся границы раздела жидкостей.
17. Кондрашов А.Н., Ельтищев В.А.  
О траектории дрейфа сферических тел.

18. Кондрашов А.Н., Сбоев И.О.  
Влияние граничных условий и свойств жидкости на скорость роста конвективного факела.
19. Конюхов А.В.  
Численное исследование явлений гидродинамической неустойчивости в высокоэнергетичной плоской нестационарной релятивистской струе.
20. Конюхов А.В., Лихачев А.П.  
К проблеме устойчивости релятивистских ударных волн в субадронном веществе.
21. Куцепалов А.С., Шелистов В.С., Трухачева Е.С.  
Электрофорез 2 рода. Численное моделирование.
22. Лосев Г.Л., Божко А.А., Путин Г.Ф., Сидоров А.С.  
Автоколебания в конвекции магнитной наножидкости.
23. Лущик В.Г., Решмин А.И.  
О возможности интенсификации теплообмена в круглых каналах при низких числах Рейнольдса.
24. Мазунина Е.С., Утробин Д.П.  
Об устойчивости конвективного течения в узком коаксиальном зазоре.
25. Митрофанова О.В., Закарян К.С.  
Генерация спирально–винтового движения в проводящих жидкостях.
26. Митрофанова О.В., Подзоров Г.Д.  
Моделирование вихревого и магнитного полей в трехмерном течении Гартмана.
27. Моденова В.В.  
Проблема определения параметров при решении нелинейной задачи массообмена.
28. Мурашкина К.Б.  
Численное исследование краевой задачи для нелинейного уравнения типа Кортевега – Де Фриса – Бюргерса.
29. Навознов О.И., Решмин А.И., Тепловодский С.Х., Трифонов В.В.  
Управление переходом к турбулентности в слое смешения для формирования локальной газодинамической защиты объектов.
30. Осипцов А.А., Боронин С.А.  
Неустойчивость при вытеснении бингамовских жидкостей в ячейке Хеленшоу.
31. Парамонов В.П., Краснопольский Б.И., Никитин Н.В.  
Расчет течения в змеевике.
32. Пивоваров Д.Е.  
Устойчивость конвективного течения в кубической полости при произвольной ориентации вектора силы тяжести.
33. Пиманов В.О., Никитин Н.В.  
Исследование трехмерных пространственно локализованных периодических решений уравнений Навье–Стокса при переходных числах Рейнольдса в круглой трубе.
34. Попеленская Н.В., Никитин Н.В.  
Пограничный слой Стокса над оребренной осциллирующей поверхностью.
35. Попов А.В., Жуков К.А.  
Численное моделирование течений вязкого баротронного газа с использованием новой разностной схемой.

36. Пылаев А.М., Семенов П.А.  
Сравнительный анализ условий равновесия жидкости в полостях с эллиптическими сечениями.
37. Рева Д.А., Рыбкин К.А.  
Экспериментальное изучение траектории дрейфа воздушного пузыря в зависимости от его размера и формы.
38. Рысин К.Ю., Козлов В.Г.  
Тепловая конвекция во вращающемся наклонном плоском слое.
39. Сабиров Р.Р., Вяткин А.А., Козлов В.Г.  
Влияние вибраций на конвекцию тепловыделяющей жидкости во вращающейся полости.
40. Суэтнова Е.И.  
Возмущения течения в пористой наращиваемой среде и осаждение примесей на примере аккумуляции газовых гидратов в слоистых осадках.
41. Франц Е.А., Ганченко Г.С.  
Механизм выпрямления электрического тока в жидкостных микродиорах.
42. Хатунцева О.Н.  
О возможности нахождения логарифмического профиля скорости течения жидкости в трубе кругового сечения на основе стохастической модели турбулентности.
43. Хахулина А.В., Демехин Е.А.  
Гидродинамика течений в микронасосе.
44. Чефранов С.Г., Чефранов А.Г.  
Устранение парадокса линейной устойчивости течения Хагена–Пуазеля и вязкий диссипативный механизм возникновения турбулентности в пограничном слое.
45. Щипицын В.Д., Козлов В.Г.  
Динамика тела в жидкости близкой плотности при вращательных колебаниях полости.

## ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

# РАСТЕКАНИЕ ТОНКОГО СЛОЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ВДОЛЬ СУПЕРГИДРОФОБНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

*А.И. Агеев, А.Н. Осипцов*

НИИ механики МГУ, Москва

В приближении стоксовой пленки изучается растекание тонкого слоя тяжелой вязкой жидкости вдоль горизонтальной и наклонной супергидрофобных поверхностей. На таких поверхностях задается условие эффективного проскальзывания Навье для касательной компоненты скорости жидкости [1]. Супергидрофобные поверхности характеризуются тензором эффективной длины скольжения. В общем случае компоненты данного тензора – функции точек подстилающей поверхности. В данной работе рассматриваются неоднородные супергидрофобные поверхности, тензор скольжения которых имеет взаимно ортогональные направления главных осей и допускает построение автомодельных решений ряда задач о течениях тонкого слоя жидкости.

Из уравнений стоксовой пленки в пренебрежении эффектами поверхностного натяжения получены уравнения для определения формы поверхности слоя. Рассмотрены два различных типа течений: нестационарное растекание слоя вязкой жидкости вдоль горизонтальной плоскости и установившееся стекание ручейка вязкой жидкости по наклонной супергидрофобной поверхности. Для каждого типа течения получено модельное уравнение для определения формы слоя и исследованы их автомодельные решения.

В задаче о растекании тонкого слоя вязкой жидкости вдоль горизонтальной супергидрофобной поверхности рассматриваются режимы принудительного растекания, вызванного заданным локализованным подводом жидкости в пленку. Исследуются плоские и осесимметричные течения вдоль главного направления тензора скольжения супергидрофобной поверхности, когда соответствующая компонента тензора скольжения является либо константой, либо степенной функцией пространственной координаты, отсчитываемой в направлении растекания. Построены примеры автомодельных решений для степенного [2] и экспоненциального (по времени) законов массоподвода. Проведено параметрическое исследование закона движения переднего фронта от коэффициентов скольжения. Показано, что передний фронт тонкого слоя жидкости, растекающейся по супергидрофобной поверхности, за то же время проходит большее расстояние, чем по обычной поверхности с условием прилипания.

В задаче о стекании ручейка вязкой жидкости по наклонной супергидрофобной поверхности рассматриваются установившиеся течения, для которых расход жидкости через поперечное сечение ручейка – заданная константа. Уравнение, определяющее форму поперечного сечения ручейка, в случае стекания по обычной поверхности с условием прилипания обладает хорошо известным автомодельным решением [3, 4]. В данной работе для параметра скольжения (главного значения тензора скольжения), заданного в виде произведения степеней координат точки подстилающей поверхности, построен класс автомодельных решений, обобщающих решения [3, 4] на случай супергидрофобных поверхностей. Проведено исследование зависимости формы поперечного сечения ручейка от значений параметров, задающих величину супергидрофобного скольжения.

Построенные автомодельные решения могут быть использованы для экспериментального определения параметров скольжения промышленных супергидрофобных поверхностей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 14-01-00147) и Государственной ведомственной программы «Государственные задания по выполнению научных исследований организациями высшей школы» (проект 1.370.2011).

### Литература

1. *Asmolov E.S., Vinogradova O.I.* Effective slip boundary conditions for arbitrary one-dimensional surfaces // *J. Fluid Mech.* 2012. V. 706. P. 108–117.
2. *Huppert H.E.* The propagation of two-dimensional and axisymmetric viscous gravity currents over a rigid horizontal surface // *J. Fluid Mech.* 1982. V. 121. P. 43–58.
3. *Smith P.C.* A similarity solution for slow viscous flow down an inclined plane // *J. Fluid Mech.* 1973. V. 58. Part 2. P. 275–288.
4. *Duffy B.R., Moffat H.K.* A similarity solution for viscous source flow on a vertical plane // *Euro. Jnl of Applied Mathematics.* 1997. V. 8. P. 37–47.

## SPREADING OF A THIN VISCOUS–FLUID LAYER ALONG A SUPERHYDROFOBIC SURFACE

*A.I. Ageev, A.N. Osipov*

Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow

Within the Stokes film approximation, we investigate the spreading of a thin layer of a heavy viscous fluid along horizontal and inclined superhydrophobic surfaces. On such surfaces, the Navier slip condition is specified for the tangential component of the fluid velocity [1]. The superhydrophobic surfaces are characterized by an effective slip-length tensor. In general, the components of this tensor are functions of the points of the substrate surface. In this paper, we consider nonuniform superhydrophobic surfaces whose slip tensor has mutually orthogonal principal axes and allows the construction of self-similar solutions to some thin-film problems.

From the Stokes film equations, neglecting the surface tension effects, we derived the equation for the layer surface thickness. We consider two different types of flow: an unsteady flow of a viscous-fluid layer, spreading along a horizontal plane, and a steady-state flow of a viscous-fluid streamlet, sinking down an inclined superhydrophobic surface. For each flow type, we derived the model equations for the film thickness and investigated their self-similar solutions.

In the problem of spreading of a thin layer of viscous fluid along a horizontal superhydrophobic surface, we considered the forced spreading regimes, caused by a given localized mass supply of the fluid in the film. We studied plane and axisymmetric flows along the principal directions of the slip tensor of the superhydrophobic surface, for which the corresponding slip tensor component is either a constant or an exponential function of the spatial coordinate measured in the direction of spreading. Examples of self-similar solutions for the mass supply laws described by the power [2] and exponential functions of time are constructed. A parametric study of the law of spreading of the film leading edge is performed, depending on the slip coefficients. It is shown that, for spreading along a superhydrophobic surface, in the same time the leading edge of a thin liquid layer passes a greater distance, as compared to the case of a standard surface with the no-slip condition.

In the problem of sinking of a viscous-fluid streamlet down an inclined superhydrophobic surface, we considered a steady flow for which the mass flow rate through the streamlet cross section is constant. For the case of the standard surface with the no-slip condition, the equation for the cross-sectional shape of the streamlet has a well-known self-similar solution [3, 4]. In this paper, for the slip parameter (the principal value of the slip tensor) presented as the product of the exponential functions of the spatial coordinates, we constructed a family of self-similar solutions which extend the solutions [3, 4] to the case of superhydrophobic surfaces. The shape of the streamlet cross section is investigated as the function of the parameters characterizing the value of the superhydrophobic slip.

The self-similar solutions constructed can be used for the experimental determination of the slip parameters of industrial superhydrophobic surfaces.

The work was supported by RFBR (№ 14-01-00147) and the Analytic Departmental Program “State Tasks to the Institutes of Higher Education for Carrying out Scientific Research” (project 1.370.2011).

## References

1. *Asmolov E.S., Vinogradova O.I.* Effective slip boundary conditions for arbitrary one-dimensional surfaces // J. Fluid Mech. 2012 . V. 706. P. 108–117.
2. *Huppert H.E.* The propagation of two-dimensional and axisymmetric viscous gravity currents over a rigid horizontal surface // J. Fluid Mech. 1982. V. 121. P. 43–58.
3. *Smith P.C.* A similarity solution for slow viscous flow down an inclined plane // J. Fluid Mech. 1973. V. 58. Part 2 . P. 275–288.
4. *Duffy B.R., Moffat H.K.* A similarity solution for viscous source flow on a vertical plane // Euro. Jnl of Applied Mathematics. 1997. V. 8. P. 37–47.

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ГИПЕРЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОГО ГАЗА ОКОЛО ТРЕУГОЛЬНОГО КРЫЛА С ЗАТУПЛЕННЫМИ ПЕРЕДНИМИ КРОМКАМИ

*С.М. Александров<sup>1,2</sup>, А.В. Ваганов<sup>1</sup>, В.И. Шалаев<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>ЦАГИ, г. Жуковский

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт, г. Жуковский

Экспериментальные данные показывают, что распределение тепловых потоков на подветренной поверхности треугольного крыла с затупленными передними кромками имеет весьма сложную структуру, которая до сих пор не может быть полностью объяснена [1 – 4]. Возникновение некоторых областей повышенных тепловых потоков можно связать с ламинарно–турбулентным переходом [4]. Из анализа расчетов следует, что продольные полосы повышенных тепловых потоков, тянувшиеся от носовой части крыла, связаны с вихрями, формирующими в энтропийном слое около крыла и взаимодействующие с пограничным слоем на поверхности крыла [5]. Однако, механизмы образования вихрей, их взаимодействия с пограничным слоем и возможного влияния вихрей на ламинарно–турбулентный переход в настоящее время не ясны.

В настоящем докладе рассмотрены некоторые из этих вопросов на основе численного моделирования ламинарных гиперзвуковых течений около треугольного крыла с помощью комплекса программ ICEM CFX. Вычисления проведены при экспериментальных условиях в ударной трубе УТ–1М ЦАГИ [6]: числа Maxa  $M = 6, 8$ ; числа Рейнольдса изменялись в диапазоне от  $10^6$  до  $10^7$ ; углы атаки  $0^\circ, 10^\circ$ . Геометрические па-

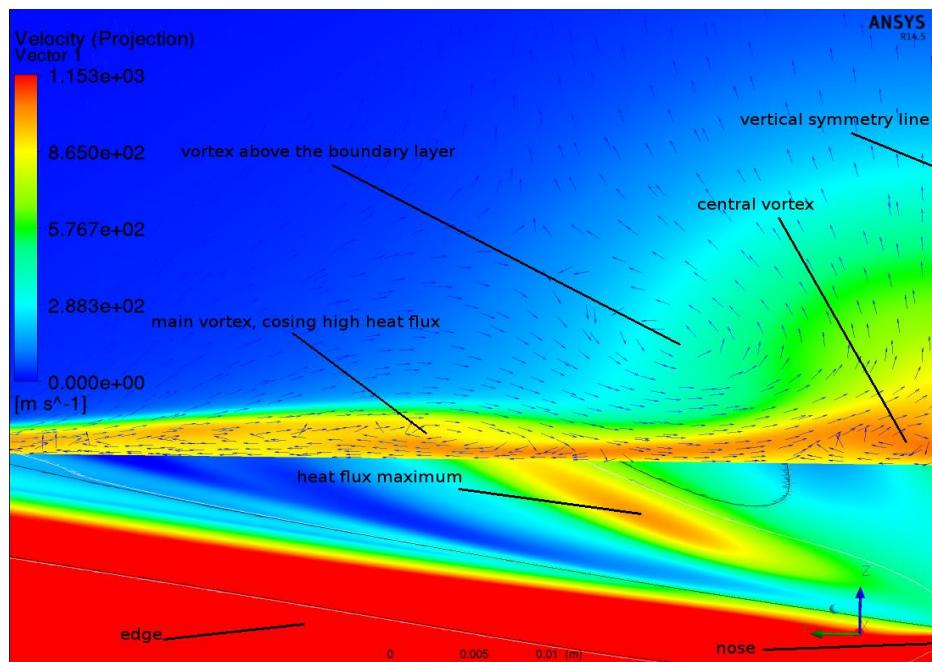
раметры модели: толщина 16 mm, длина 560 mm, угол стреловидности передних кромок  $75^0$ , радиус затупления передних кромок и носка крыла 8 mm.

В качестве примера расчета на рисунке представлена структура поперечного течения у поверхности крыла при  $at x = 0.27$  м и распределение теплового потока на поверхности при угле атаки  $0^0$ ,  $M = 6$ ,  $Re \approx 10^6$ .

Структура потока включает продольные вихри. Некоторые вихри формируются в высокотемпературном энтропийном слое за носком крыла и могут быть поглощены вниз по потоку пограничным слоем (основной и центральный вихри на рисунке). Вычисления показывают, что эти вихри генерируют продольные полосы повышенных тепловых потоков с помощью конвективного переноса горячего воздуха из энтропийного слоя через пограничный слой к поверхности. Уточнен механизм [2] образования зоны повышенного теплового потока на передней кромке в области перехода от режима течения около носка к режиму скользящего крыла. Рассчитанные распределения тепловых потоков хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Анализ профилей скорости позволил сделать заключение о возможности нового механизма перехода в такого типа течениях, связанного с взаимодействием вихря и пограничного слоя. Когда пограничный слой поглощает вихрь, внутри него на профиле продольной скорости образуется точка перегиба, а профиль поперечной скорости приобретает S-образную форму. Оба эти явления ведут к невязкой неустойчивости течения в пограничном слое и переходу [7]. Имеющиеся экспериментальные данные по переходу в центральной части крыла [3, 6] подтверждают возможность такого механизма перехода.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки в рамках тематического плана ГЗ 18 (шифр заявки № 1.4394.2011) и РФФИ по гранту № 14-01-00649.



## Литература

1. Кондратьев И.А., Юшин А.Я. О локальном увеличении теплового потока на нижней поверхности треугольного крыла с затупленными передними кромками. // Аэродинамика воздушно-космических систем. Сб. докладов Школы-семинара ЦАГИ «Механика жидкости и газа». 1990. С. 167–175.
2. Лунев В.В. Течение реальных газов с большими скоростями // М.: Физматлит, 2007.

3. Бражко В.Н., Ваганов А.В., Дудин Г.Н., Ковалева Н.А., Липатов И.И., Скуратов А.С. Экспериментальное исследование особенностей аэродинамического нагревания треугольного крыла при больших числах Маха // Труды МФТИ. 2009. Т.1. № 3. С. 57–66.
4. Ваганов А.В., Ермолаев Ю.Г., Косинов А.Д., Семенов Н.В., Шалаев В.И. Экспериментальное исследование структуры течения и перехода в пограничном слое треугольного крыла с затупленными передними кромками при числах Маха 2, 2,5 и 4 // Труды МФТИ. 2013. Т.5. № 3(19). С.164–173.
5. Бражко В.Н., Ваганов А.В., Нейланд В.Я., Стародубцев М.А., Шалаев В.И. Моделирование особенностей обтекания наветренной стороны треугольного крыла с затупленными передними кромками на основе численного решения уравнений Навье-Стокса // Труды МФТИ. 2013. Т. 5. № 2 (18). С. 13–22.
6. Aleksandrov S.V., Vaganov A.V., Shalaev V.I. Experimental study of heat transfer on a delta wing with blunted leading edges in hypersonic flow // 17-th International Conference on the Methods of Aerophysical Research. Annotations. 2014.
7. Saric W.S., Reed H.L., White E.B. Stability and transition of three-dimensional boundary layers // Annual Review of Fluid Mechanics. 2003. V. 35. P. 413–440.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНВЕКЦИИ БИНАРНОЙ СМЕСИ В ПЛОСКОМ ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ

*И.А. Бабушкин, И.Э. Карпунин*

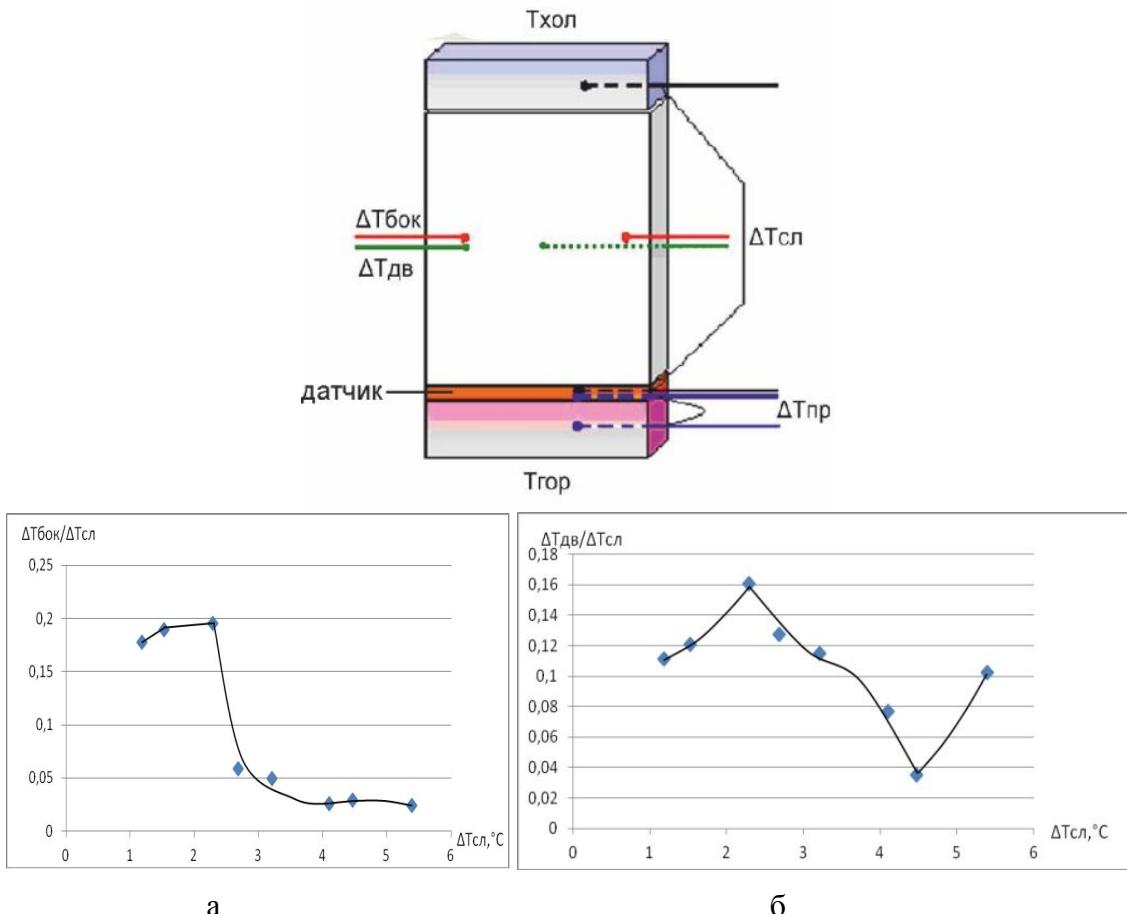
Пермский государственный национальный исследовательский университет

Исследование конвекции бинарной смеси в узкой полости представляет фундаментальный и прикладной интерес в связи с тем, что помимо конвективного тепломассопереноса, в многокомпонентной смеси важную роль играет механизм диффузии [1], а плоский слой используют для моделирования пористой среды, в которой протекают многие природные процессы. В литературе встречаются работы, посвященные изучению влияния вибрационных воздействий на поведение конвективных структур в бинарных смесях [2,3].

В настоящей работе проводятся экспериментальные исследования конвекции в плоском вертикальном слое, заполненным десятипроцентным раствором этанола в воде. Поставленной задачей является исследование конвективных течений бинарной жидкости в ячейке Хеле-Шоу.

Для проведения экспериментов была изготовлена лабораторная модель. Конвективная ячейка представляет собой область, образованную с помощью двух пlexiglasовых массивов, в одном из которых проделана прямоугольная полость, высотой 40 мм, шириной 20 мм и толщиной 4 мм. Нижняя и верхняя грани ячейки образуются алюминиевыми теплообменниками. Заданный перепад температур осуществлялся термостатированной жидкостью, прокачиваемой через систему каналов в нижнем и верхнем теплообменниках. Подогрев рабочей жидкости осуществлялся снизу. Верхняя и нижняя границы полости считаются теплопроводными (теплопроводность алюминия  $\lambda_{\text{ал}}=210 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{K})$  и жидкости  $\lambda_{\text{ж}}=0,59 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{K})$ ), а боковые грани имеют конечную теплопроводность (теплопроводность пlexiglasа  $\lambda_{\text{пл}}=0,17 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{K})$ ). Так как толщина массива пlexiglasа много больше толщины рабочей полости то, влиянием внешних тепловых условий можно пренебречь. Об интенсивности конвективного течения и об изменении режима можно судить по величине сигнала медь-константановых диффе-

ренциальных термопар. В основании модели находится датчик теплового потока, позволяющий исследовать поведение теплового потока через рабочую полость, используя метод Шмидта–Мильвертона. Схема расположения датчика и спаев термопар приведена на рисунке (а).



Получены зависимости относительного температурного сигнала  $\Delta T_{\text{бок}}$  и  $\Delta T_{\text{дв}}$  термопар от перепада температуры  $\Delta T_{\text{сл}}$  на слое (рис. б). Проведенное сравнение результатов данной работы с результатами в работе [4] и анализ данных термопарных датчиков показал, что до перепада температуры в 1,2 градуса сохраняется механическое равновесие. На промежутке от 1,2 до 2,3 градуса равновесие сменяется одноваликовым течением, которое в свою очередь, на интервале от 2,3 до 4,1 переходит в двухваликовое. И при перепаде температуры на рабочем слое более 4,1 градуса устанавливается трехваликовое течение.

## Литература

1. Smorodin B.L. Convection of a binary mixture under conditions of thermal diffusion and variable temperature gradient // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2002. V. 43. № 2. P. 217–223.
2. Shevtsova V., Melnikov D., Legros J.C., Yan Y., Saghir Z., Lyubimova T., Sedelnikov G., Roux and B. Influence of vibrations on thermodiffusion in binary mixture: A benchmark of numerical solutions // Physics Fluids, 19. American Institute of Physics. 2007.
3. Elhajjar B., Mojtabi A., Charrier-Mojtabi M.- C. Influence of vertical vibrations on the separation of a binary mixture in a horizontal porous layer heated from below. // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2009. № 52. P. 165–172.

4. Безматерных М.С. Экспериментальное исследование влияния высокочастотных, горизонтальных вибраций на термоконцентрационную конвекцию в ячейке Хеле–Шоу // Магистерская диссертация. ПГНИУ. 2010. С. 17–19.

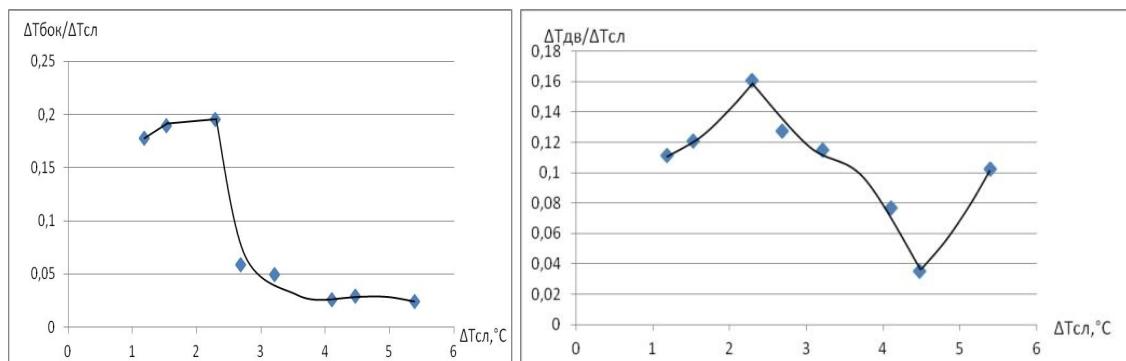
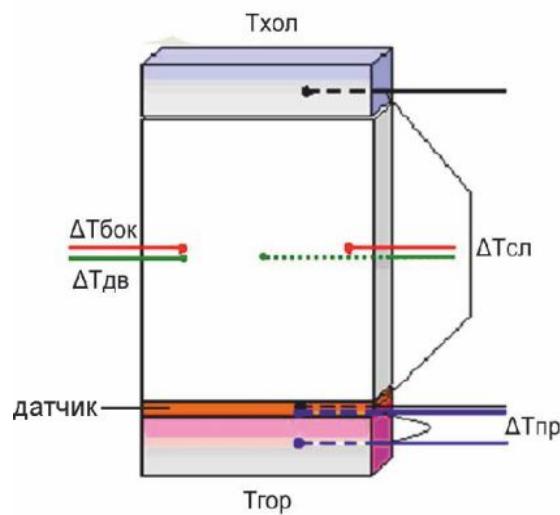
## EXPERIMENTAL STUDY OF THE BINARY MIXTURE CONVECTION IN A VERTICAL THIN-LAYER

*I. Babushkin, I. Karpunin*

Perm State National Research University

The study of convection in binary mixture in a narrow cavity represents fundamental and applied interest due to the fact that, in addition to the convective heat-mass transfer in multi-component an important role is played by the mechanism of diffusion [1] and thin-layer is used for modeling of porous medium in which many natural processes proceed. In the literature there are works devoted to study of influence of vibration impacting on the behavior of convective structures in the binary mixtures [2, 3].

In the present work experimental studies of convection are conducted in a vertical thin-layer, filled with the ten percent solution of ethanol in water. The task is to study convective currents of binary fluid in the Hele-Shaw's cell.



For experiments a laboratory model was made. Convective cell is the area formed by two Plexiglas massifs, one of which has a rectangular cavity with a height of 40 mm, a width of 20 mm and a thickness of 4 mm. The bottom and top sides of a cell are formed by

aluminum heat exchangers. The set difference of temperatures was carried out by the temperature-controlled liquid which is pumped over through system of channels in the bottom and top heat exchangers. The heating of working liquid was carried out from below. The top and bottom borders of a cavity are considered heat-conducting (heat conductivity of aluminum  $\lambda=210 \text{ W / (m}\cdot\text{K)}$  and liquids  $\lambda=0,59 \text{ W / (m}\cdot\text{K)}$ ), and the lateral boundaries are the ultimate heat conductivity (heat conductivity of plexiglass  $\lambda=0,17 \text{ W / (m}\cdot\text{K)}$ ).

Because the thickness of the massif of plexiglass is much more than thickness of a working cavity, it is possible to neglect influence of external thermal conditions. The intensity of convective flow and about the change of the mode can be judged by the value of signal of copper-constantans differential thermocouples. In the basis of model there is a sensor of the thermal stream, allowing investigation of behavior of a thermal stream through a working cavity, using Schmidt-Milverton method. Location of the sensor and the junction of the thermocouples is shown (Fig. a).

The dependences of the relative temperature signal  $\Delta T_{\text{bok}}$  and  $\Delta T$  dv from temperature changes  $\Delta T$  sl on the layer (Fig. b) are received. By comparing the results of this work with the results presented in the paper [4] and thermocouple sensor data analysis indicated that up to temperature in 1.2 degrees, the mechanical equilibrium is kept. In the interval from 1.2 to 2.3 degrees balance is replaced by one-roll flow, which in turn, in the range from 2.3 to 4.1 turns into two-roll flow. And at temperature gradient in the layer over 4.1 degrees the three-roll flow is installed.

## References

1. Smorodin B.L. Convection of a binary mixture under conditions of thermal diffusion and variable temperature gradient // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2002. V. 43. № 2. P. 217–223.
2. Shevtsova V., Melnikov D., Legros J.C., Yan Y., Saghir Z., Lyubimova T., Sedelnikov G., Roux and B. Influence of vibrations on thermodiffusion in binary mixture: A benchmark of numerical solutions // Physics Fluids. 19. American Institute of Physics. 2007.
3. Elhajjar B., Mojtabi A., Charrier-Mojtabi M.-C. Influence of vertical vibrations on the separation of a binary mixture in a horizontal porous layer heated from below // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2009. № 52. P. 165–172.
4. Bezmatrienykh M. S. Experimental investigation of the influence of high-frequency, horizontal vibrations on thermoconcentration convection in Hele-Shaw's cell // Master dissertation. PSNRU. 2010. P. 17–19.

## КОНВЕКТИВНЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В МОДЕЛИ МЕТОДА ЧОХРАЛЬСКОГО ПРИ МЕДЛЕННОМ ВРАЩЕНИИ КРИСТАЛЛА

*O.A. Бессонов*

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

В данной работе представлены результаты численного моделирования пространственных течений в гидродинамической модели метода Чохральского (рис. 1) с учетом влияния вращения кристалла при нескольких сочетаниях вращательного числа Рейнольдса  $Re_x$  и числа Грасгофа  $Gr$  для варианта с теплоизолированной поверхностью расплава. Исследовались течения для значения  $Pr = 1$ , соответствующего точке смены мод колебаний на карте режимов, и  $Pr = 6.5$ , относящегося к зоне неустойчивости типа

Рэлея-Бенара (рис. 2). В качестве характеристики взаимодействия вращения кристалла и тепловой конвекции использовался параметр  $Re_x^2/Gr$ , определяющий соотношение интенсивностей этих механизмов. Рассматривались умеренные значения этого параметра, при которых вклад вращения кристалла ниже вклада тепловой конвекции или сопоставим с ним.

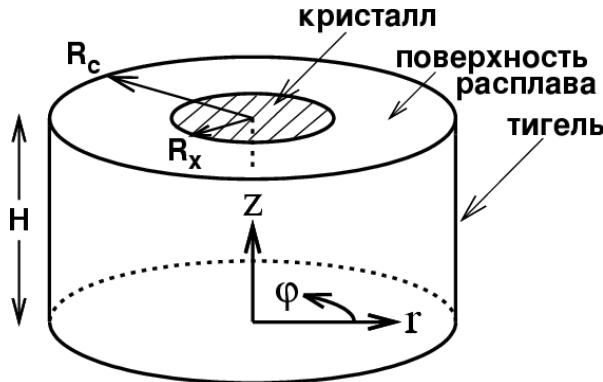


Рис.1. Метод Чохральского

Для всех исследованных режимов обнаружено, что вращение кристалла приводит к существенному снижению порога устойчивости пространственного течения и, как правило, к потере осевой симметрии. В связи с этим для изучения выбраны режимы со значениями  $Gr < Gr_c$ , при которых течение в отсутствие вращения кристалла является стационарным и осесимметричным.

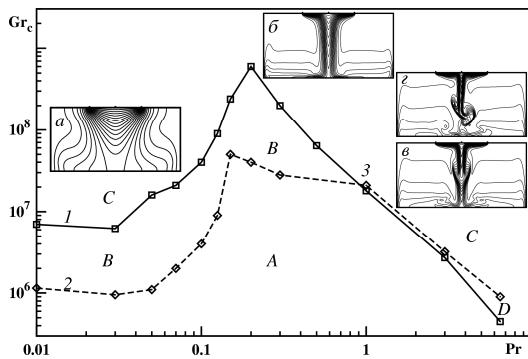


Рис. 2. Сводная карта режимов (без вращения). Критические числа: 1 – 2D, 2 – 3D, 3 – смена мод колебаний. Режимы: A – всегда стационар, B – нестационар в 3D без осевой симметрии, C – всегда нестационар, D – нестационар в 3D с осевой симметрией. Картинки течения: a – глобальный механизм, б – зона стабилизации, в и г – неустойчивость типа Рэлея-Бенара

Для  $Pr = 6.5$  найдены режимы при  $Re_x^2/Gr = 2.1 \div 2.5$ , когда механизмы принудительной и тепловой гравитационной конвекции частично компенсируют друг друга, и течение остается осесимметричным, но при этом имеет колебательный характер. При

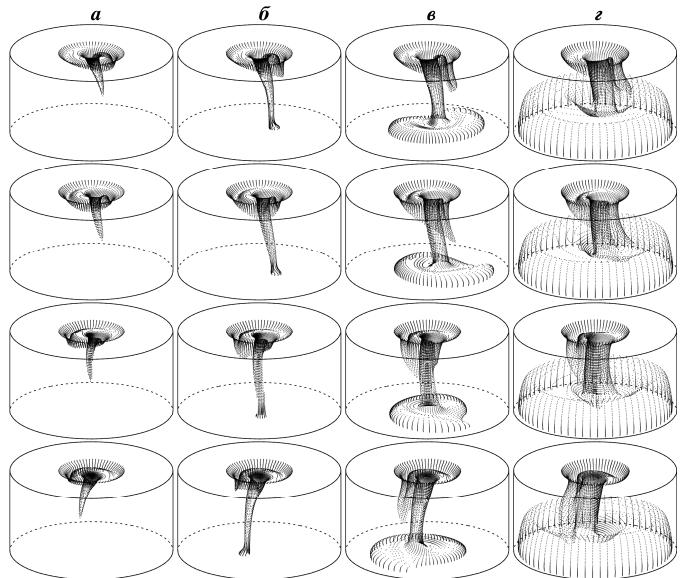


Рис. 3. Изоповерхности температуры  $\theta = 0.55 \div 0.85$  ( $a \div \varepsilon$ ) при вращении кристалла, вид под разными углами

более высоких и при более низких значениях  $Gr$  один из механизмов конвекции становится преобладающим, и течение теряет осевую симметрию.

При небольших значениях параметра  $Re_x^2/Gr$  наблюдается эффект устойчивого спирального течения, когда глобальные характеристики остаются постоянными, а поведение локальных характеристик в каждой точке полости носит колебательный характер. Таким образом, во вращающейся системе отсчета структура полей скорости и температуры имеет стационарный характер. На рис. 3 показаны изоповерхности для нескольких значений температуры при  $Re_x^2/Gr = 0.625$ . Вид под различными углами можно рассматривать как представление картины течения в последовательные моменты времени. Подобный тип самоорганизации пространственных структур наблюдается в широком диапазоне значений параметра  $Re_x^2/Gr$ .

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант 12-08-00034.

### Литература

1. Никитин Н.В., Никитин С.А., Полежаев В.И. Конвективные неустойчивости в гидродинамической модели роста кристаллов методом Чохральского // Успехи механики. 2003. Т. 2. № 4. С. 63–105.
2. Бессонов О.А., Полежаев В.И. Карта режимов и пространственные эффекты конвективных взаимодействий в гидродинамической модели метода Чохральского // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 2 (в печати).

## CONVECTIVE INSTABILITIES IN THE CZOCHRALSKI MODEL WITH SLOW CRYSTAL ROTATION

O.A. Bessonov

A. Ishlinsky Institute for problems in mechanics of the Russian academy of sciences, Moscow

This paper presents the results of numerical modeling of three-dimensional flows in the hydrodynamic model of the Czochralski method (Fig. 1) with the influence of the crystal rotation at several combinations of rotational Reynolds number  $Re_x$  and Grashof number  $Gr$  for adiabatic boundary conditions at the melt surface. We investigated flows with  $Pr = 1$  that corresponds to the position of the change of oscillation modes on the map of regimes, and  $Pr = 6.5$  that relates to the zone of instability of the Rayleigh-Benard type (Fig. 2). Interaction between the crystal rotation and thermal convection was represented by the parameter  $Re_x^2/Gr$  which determines the ratio of the intensities of these mechanisms. We considered moderate values of this parameter when the influence of the crystal rotation is less than, or comparable with the contribution of thermal convection.

It was found for all modeled regimes that the rotation of the crystal leads to substantial decrease of the stability threshold and, often, to the loss of the axial symmetry of the flow. Thereby regimes with  $Gr < Gr_c$ , when the flow with non-rotating crystal is steady and axisymmetric, are selected for the investigation of the influence of the crystal rotation.

For  $Pr = 1$ , two flow regimes with  $Re_x^2/Gr = 0.1$  and  $0.4$  are considered. In both regimes, the flow is oscillatory: almost axisymmetric in the first case and more chaotic in the second.

For  $Pr = 6.5$ , a range of flow regimes with  $Re_x^2/Gr = 2.1 \div 2.5$  was found when the mechanisms of forced and thermal gravitational convection partially compensate each other,

and the flow remains axially symmetric while being oscillatory. At higher and at lower values of  $\text{Gr}$ , one of these mechanisms becomes predominant and the flow loses the axial symmetry.

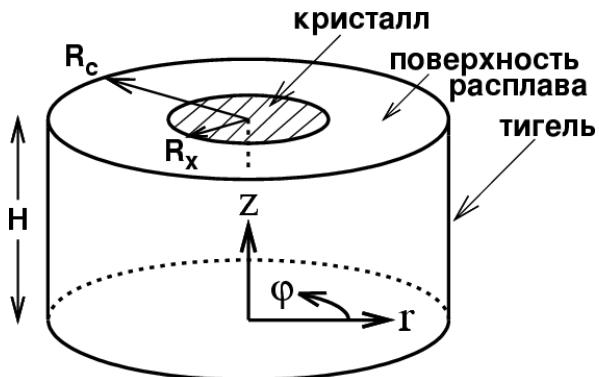


Fig. 1. Czochralski model

For small values of  $\text{Re}_x^2/\text{Gr}$ , the effect of sustainable spiral flow is observed, when the global characteristics remain constant, while the behavior of the local characteristics at each point is oscillatory. Thus, in the rotating frame, velocity and temperature fields are stationary in these regimes. Fig. 3 shows isosurfaces of several values of temperature at  $\text{Re}_x^2/\text{Gr} = 0.625$ . View at different angles can be considered as a representation of the rotating flow pattern at successive moments of time. This type of self-organizing spatial patterns can be observed in a wide range of values  $\text{Re}_x^2/\text{Gr}$ .

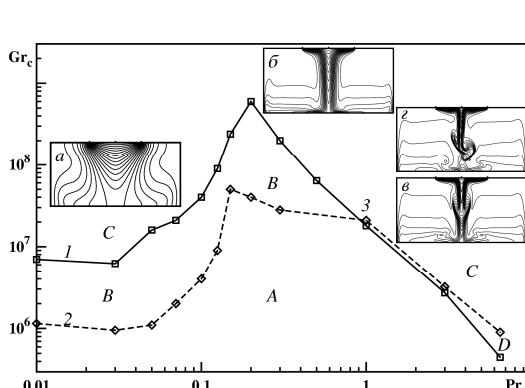


Fig. 2. Map of flow regimes (without rotation). Critical  $\text{Gr}$  numbers: 1 – 2D, 2 – 3D, 3 – change of oscillation modes. Flow regimes: A – always steady, B – non-axysymmetric unsteady in 3D, C – always unsteady, D – axisymmetric unsteady in 3D. Flow patterns: a – global mechanism of instability, b – zone of stabilization, c and e – instability of the Rayleigh-Benard type

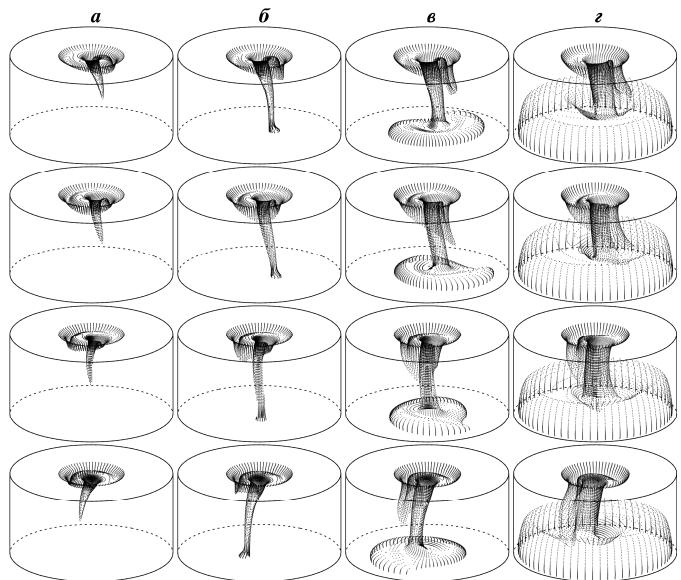


Fig. 3. Isosurfaces of temperature  $\theta = 0.55 \div 0.85$  ( $a \div e$ ), different views of the rotating crystal

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, grant 12-08-00034.

## References

1. Nikitin S.A., Polezhaev V.I. Convective instabilities in the hydrodynamic model of the Czochralski crystal growth // Usp. Mekh. 2003. V. 2. № 4. P. 63–105 (in Russian).
2. Bessonov O.A., Polezhaev V.I. Map of flow regimes and spatial effects of convective interactions in the hydrodynamic Czochralski model // Fluid Dynamics. 2014. V. 49. № 2 (accepted).

## К УСТОЙЧИВОСТИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ ТРАНСЗВУКОВОМ РЕЖИМЕ СВОБОДНОГО ВЯЗКО-НЕВЯЗКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

A.H. Богданов<sup>1</sup>, B.N. Диесперов<sup>2</sup>, B.I. Жук<sup>3</sup>

<sup>1</sup>НИИ механики МГУ, Москва

<sup>2</sup>МФТИ (ГУ), Москва

<sup>3</sup>ВЦ РАН, Москва

Несмотря на впечатляющее развитие вычислительной техники и численных методов существует довольно много задач, которые не решены и вряд ли будут решены в ближайшее время только вычислительными методами. К задачам такого рода относится, в частности, определение потери течением своей устойчивости.

Основные достижения при аналитическом исследовании устойчивости трансзвуковых пограничных слоев с самоиндуцированным давлением получены в рамках «трехпалубной» модели. Концепция для моделирования течений такого рода восходит к теории отрыва пограничного слоя при сверхзвуковом обтекании, предложенной [1] в 1968 году Нейландом В.Я. (сам В.Я. Нейланд считает предпочтительным употребление термина «свободное взаимодействие») Для этих задач весьма плодотворным оказалось выделение в структуре модели течения кроме невязкого свободного течения и вязкого пограничного слоя третьей области – невязкого пограничного слоя (такие пороговые слои называют также неклассическими). Решения описывающих течение уравнений, выведенных отдельно для каждой палубы при помощи метода асимптотических разложений в пределе бесконечно больших чисел Рейнольдса, сращивались с использованием условий на границах палуб. Распространение модели на трансзвуковой режим проведено О.С. Рыжовым [2]. Ранее обзор работ по исследованию трансзвуковых пограничных слоев был предпринят в монографии [3].

Трансзвуковой режим течения газа имеет значительные отличия по сравнению и с дозвуковым, и со сверхзвуковым режимами, сочетая в себе и их общие свойства, и присущие каждому из них (например, ударные волны и углы Маха в сверхзвуковом потоке, возможность проникновения (влияния) вверх по потоку слабых возмущений в дозвуковых течениях). Поведение малых возмущений в дозвуковых и сверхзвуковых течениях качественно различно (в сверхзвуковом течении возмущения локализованы и сохраняют амплитуду вдоль характеристик, в направлении которых распространяются, в дозвуковом течении – затухают при удалении от источника, захватывая всю область дозвукового течения). Такое многообразие явлений в сложном их сочетании определили мнение [4], что при исследовании околозвуковых течений едва ли можно полагаться на физическую интуицию или на соображения правдоподобности.

Уравнения стационарного течения газа показывают (см., например, [5]), что при звуковой скорости потока содержательная модель течения должна быть нелинейна. В этой связи сформировалось мнение, что течение в трансзвуковом диапазоне скоростей существенно нелинейное и проводить линеаризацию нельзя. Упрощение анализа уравнений трансзвукового течения связаны с использованием так называемого трансзвукового разложения в ряды

по малому отклонению текущего значения числа Маха потока от единицы. В случае нестационарного трансзвукового течения такое упрощение уравнений движения было проведено В. Линем, Э. Рейсснером и С. Цянем [6], позволившее свести исходную систему к единственному уравнению – уравнению Линя-Рейсснера-Цяня (ЛРЦ).

Определение границ существенности линейных и нелинейных эффектов в областях свободного вязко-невязкого взаимодействия на трансзвуковых скоростях при различных значениях играющих определяющую роль малых параметров задачи выполнено в работе [7]. Рассмотрение линейной задачи исследования устойчивости трансзвукового пограничного слоя [8] обнаружило рост слабых возмущений (не слишком больших длин волн) при линейном профиле скорости невозмущенного течения и вне зависимости от того, превышает скорость такого течения скорость звука или нет. Для чисто сверхзвукового режима при линейном профиле растущих возмущений первоначально обнаружено не было [9], на дозвуковом же режиме модель показала [10] их наличие.

Вывод дисперсионного соотношения (ДС) для трансзвукового режима и его исследование выполнено также в работе [11], где был вычислен нейтральный корень и показано, что он единственный, проведенное сравнение со сверхзвуковым пределом обнаружило резкое увеличение длины нейтральной волны при переходе к сверхзвуковому режиму (на восемь порядков по сравнению с дозвуковым режимом).

Доказательство устойчивости [9] сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине по отношению к продольным возмущениям (косые моды могут быть неустойчивыми в зависимости от угла наклона) при анализе на трехпалубной модели воспринималось как парадокс [12]. Дополнительный анализ [12] показал, что в отличие от дозвукового и звукового случаев, когда изменения величины трансзвукового параметра подобия (характеризующего отклонение текущего значения числа Маха от единицы) вызывает незначительные изменения в форме и положении дисперсионных кривых, для сверхзвукового пограничного слоя обнаруживаются новые возможности. Именно, при увеличении значения трансзвукового параметра подобия до величины 1.560 выявлено возникновение новой, петлеобразной ветви дисперсионной кривой. При дальнейшем росте трансзвукового параметра подобия петля соответственно увеличивается и при достижении параметром критической величины, чуть большей 1.858, происходит качественное перестроение дисперсионных кривых – вышеуказанная петля размыкается и ее верхняя часть перезамыкается на верхнюю часть лежащей слева вышедшей из первого нуля производной функции Эйри дисперсионной кривой, которая также размыкается и ее нижняя часть перезамыкается на нижнюю часть разомкнувшейся петли. В результате на плоскости по-прежнему остаются две дисперсионные кривые, но ориентированы они по-новому. В ходе расчетов [13] критическое значение трансзвукового параметра подобия было уточнено: 1,85869. Дополнительное исследование [14] показало, что качественное перестроение дисперсионных кривых при изменении трансзвукового параметра подобия происходит без их пересечения (его нет ни при каком значении указанного параметра), поэтому точек ветвления дисперсионной кривой в рассматриваемом здесь случае нет. Поведение дисперсионных кривых в рассматриваемом случае, по сути, аналогично поведению гиперболической кривой относительно начала координат.

Исследование устойчивости трансзвукового пограничного слоя показало, что, в отличие от дозвукового случая акустическое воздействие на свободно взаимодействующий в трансзвуковом режиме пограничный слой порождает [15] волны Толлмина-Шлихтинга и при гладких граничных условиях (нет выступов, изломов, уступов и т.п. на ограничивающих течение поверхности), в дозвуковом режиме для генерации возмущений наличие таких особенностей необходимо [16], в этом отношении трансзвуковое течение выступает как локально неоднородное течение.

Трехпалубная модель по-прежнему остается весьма эффективным инструментом для исследования задач теории пограничного слоя и в трансзвуковом диапазоне скоростей в

частности [17–20]. Вместе с тем, к настоящему времени поняты недостатки этой модели для трансзвукового диапазона и предложена ее модификация (регуляризация) [21]. Именно, ранее для моделирования течения в области невязкого течения (верхней «палубе») традиционно использовалось уравнение Линя-Рейсснера-Цяня (ЛРЦ) [6]. Это уравнение, обладающее несомненными достоинствами (описывает и сверхзвуковую, и дозвуковую область трансзвукового течения, его неодномерный, нестационарный и нелинейный характер), однако, имеет недостатки [22], не позволяющие правильно описать распространение в потоке именно нестационарных возмущений: это вырожденное гиперболическое уравнение и описывает распространение нестационарных возмущений в поле течения лишь отчасти (только вверх по течению). Модификация трехпалубной модели для трансзвукового диапазона взаимодействия заключается в сохранении (т.о. возникающего естественным образом) в уравнении ЛРЦ при его выводе из полных уравнений для потенциала сингулярного члена трансзвукового разложения со второй производной по времени. Полученное таким способом уравнение удобно называть модифицированным уравнением ЛРЦ, это уравнение является невырожденным гиперболическим и описывает распространение возмущений в поле течения во всех направлениях. Модифицированная модель дает дополнительное возмущение, выпадающее из рассмотрения при использовании классической модели, и позволяет определить его поведение.

По ДС, полученным по классической и модифицированной моделям, была проведена [13] серия численных расчётов дисперсионных кривых, определяемых указанными ДС при различных значениях трансзвукового и других определяющих параметров. Расчеты подтвердили асимптотику дисперсионной кривой модифицированного ДС, отвечающей растущим возмущениям.

Базирующееся на трехпалубной модели исследование позволяет получить асимптотику при больших числах Рейнольдса нижней ветви кривой нейтральной устойчивости (верхняя ветвь исследуется на пятипалубной модели) [23]. Использование модифицированной трехпалубной модели вместо классической приводит к коррекции [24] полученных ранее результатов. Именно, классическая теория дает [11] только одно, растущее начиная с некоторой длины волны, возмущение, в полном соответствии с такой картиной можно определить соответствующую величину нейтральной длины волны (нейтральный корень). Сравнение решений ДС классической и модифицированной моделей показывает [24], что при исследовании на модифицированной модели картина поля возмущений качественно изменяется: существование только одного нейтрального возмущения становится исключительным случаем – либо добавляется еще один нейтральный корень, либо нейтральных корней нет вообще.

Представляет интерес выяснение поведения возмущений в случае другого, отличного от линейного, вида профиля невозмущенной скорости. Выбор квадратичного вида позволяет провести аналитическое исследование в достаточно законченном виде. Конечно, и эти результаты сильно ограничены, но они освещают некоторые существенные особенности развития возмущений исследуемых пограничных слоев и позволяют избежать абсолютизации полученных для линейного профиля результатов. Укажем, в частности, что определяющий поведение возмущений в линейном случае присущий производной функции Эйри колебательный характер изменения относительно действительной оси при отрицательных значениях аргумента является, все же, исключительным и не реализуется в других условиях. Так, в случае квадратичного профиля скорости поведение возмущений определяется функцией Уиттекера, имеющей качественно другие, нежели функция Эйри, свойства. Это свидетельствует о качественной перестройке поля возмущений при отклонении профиля невозмущенной скорости пограничного слоя от линейного вида.

Дисперсионное соотношение для трансзвукового режима взаимодействия переходит в дисперсионное соотношение для сверхзвукового режима или дозвукового режима при соот-

вествующем выборе определяющих невозмущенное течение параметров, что открывает возможность для сравнения трансзвукового режима с этими режимами, для которых накоплен большой экспериментальный материал.

Экспериментальный материал по исследованию устойчивости собственно трансзвуковых пограничных слоев довольно скромен. Следует отметить цикл экспериментов [25] по исследованию колебаний пластины при ее трансзвуковом обтекании, выполненных в Институте механики МГУ имени М.В. Ломоносова, в связи с изучением одномодового панельного флаттера у летательных аппаратов. Эксперименты показали сильный рост колебаний обтекаемой пластины при числах Маха, превышающих 1.2. Связанные с этими экспериментами теоретические исследования [26] влияния пограничного слоя на пластине (безграничной или конечных размеров) на ее колебания показали, что в случае обобщенно-выпуклых профилей скорости, характерных для ускоряющегося течения, колебания пластины при сверхзвуковом обтекании стабилизируются, а при дозвуковом – наоборот. В случае профилей с обобщенной точкой перегиба, лежащей в дозвуковой части пограничного слоя (характерных для однородных или замедляющихся течений), колебания при сверхзвуковом обтекании растут для достаточно тонких пограничных слоев и стабилизируются для слоев при превышении толщины пограничного слоя некоторой величины. При дозвуковом обтекании колебания затухают. Если профиль скорости в пограничном слое такой, что обобщенная точка перегиба лежит в сверхзвуковой части пограничного слоя, такой слой может быть устойчив, при этом происходит сколь угодно сильный рост колебаний пластины.

Накопление сведений о все большем числе решений конкретных задач со временем позволит экстраполировать полученные результаты за пределы точно известного.

## Литература

1. Нейланд В.Я. Сверхзвуковое течение вязкого газа вблизи точки отрыва. // III Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. 25.01 – 01.02.1968. Сб. аннотаций докладов. М.: Наука. 1968. С. 224
2. Рыжов О.С. О нестационарном пограничном слое с самоиндуцированным давлением при околовзвуковых скоростях внешнего потока. // Докл. АН СССР. 1977. Т. 236. № 5. С. 1091–1094.
3. Жук В.И. Волны Толлмина-Шлихтинга и солитоны // М.: Наука. 2001. 167 с.
4. Guderley K.G. The theory of transonic flow. Pergamon Press. 1962. Т. 3. (Имеется перевод: Гудерлей К.Г. Теория околовзвуковых течений. Перевод с немецкого Г.А. Вольперта под редакцией Л.В. Овсянникова. М.: Изд-во иностр. лит. 1960. 419 с.)
5. Черный Г.Г. Газовая динамика // М.: Наука. 1988. 424 с.
6. Lin C.C., Reissner E., Tsien H.S. On two-dimensional non-steady motion of a slender body in a compressible fluid // J. of Mathematics and Physics. 1948. V.27. № 3. Р. 220–231. (Имеется перевод: Х.Ш. Тзян, Ц.Ц. Лин, Е. Рейснер. О двумерном неустановившемся движении тонкого тела в сжимаемой жидкости // Газовая динамика (Сб. статей). Под ред. С.Г. Попова и С.В. Фальковича. М.: Изд-во иностр. лит. 1950. С. 183–196).
7. Дисперов В.Н., Липатов И.И. Модели процессов взаимодействия течения в ламинарном пограничном слое с трансзвуковым потоком // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5. С. 60–73.
8. Рыжов О.С., Савенков И.В. Об устойчивости пограничного слоя при трансзвуковых скоростях внешнего потока // ПМТФ. 1990. № 2.С. 65–71.
9. Рыжов О.С., Терентьев Е.Д. О нестационарном пограничном слое с самоиндуцированным давлением // ПММ. 1977. Т.41. Вып. 6. С. 1007–1023.
10. Рыжов О.С., Терентьев Е.Д. О переходном режиме, характеризующем запуск вибратора в дозвуковом пограничном слое на пластинке // ПММ. 1986. Т.50. Вып. 6. С. 974–986.

11. Тимошин С.Н. Асимптотическая форма нижней ветви нейтральной кривой в трансзвуковом пограничном слое // Ученые записки ЦАГИ. 1990. Т. XXI. № 6. С. 50–57.
12. Ryzhov O.S., Bogdanova E.V. Boundary-layer instability in transonic range of velocities, with emphasis on upstream advancing wave packets // IUTAM Symposium on One Hundred Years of Boundary Layer Research Solid Mechanics and Its Applications. 2006. V. 129. Session 2. P. 135–144.
13. Чернышев А.В. Исследование свойств дисперсионных соотношений в асимптотической модели неклассического пограничного слоя // Дисс. на соискание уч. степ. канд. физ.-мат. наук. М.: ВЦ РАН. 2010. 127 с.
14. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И. Об особых точках поля дисперсионных кривых при исследовании устойчивости трансзвукового пограничного слоя // Докл. РАН. 2013. Т. 449. № 4. С. 414–415.
15. Савенков И.В. О преобразовании акустических возмущений в волны Толлмина–Шлихтинга в пограничном слое при трансзвуковых скоростях внешнего потока // ЖВМиМФ. 2004. Т. 44. № 8. С. 1429–1434.
16. Рубан А.И. О генерации волн Толлмина–Шлихтинга звуком // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 5. С. 44–52.
17. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И., Чернышев А.В. Феномен свободного взаимодействия в трансзвуковых течениях и устойчивость пограничного слоя // ЖВМиМФ. 2010. Т. 50. № 12. С. 2208–2222.
18. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И., Королев Г.Л., Липатов И.И., Савенков И.В. Асимптотические модели вязких нестационарных трансзвуковых течений // VIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. (Пермь. 23–29 августа 2001). Аннотации докладов. Екатеринбург: УрО РАН. 2001. С. 106.
19. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И., Королев Г.Л., Проценко И.Г., Савенков И.В. Развитие концепции свободного взаимодействия нестационарного пограничного слоя // IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. (Н.Новгород, 22–28 августа 2006) Аннотации докладов. Т. II. Н. Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского. 2006. С. 32.
20. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И., Королев Г.Л., Чернышев А.В. Фундаментальность концепции свободного вязко-невязкого взаимодействия при исследовании нестационарного трансзвукового пограничного слоя // Вестник Нижегородского университета им. Н.И.Лобачевского. № 4. часть 5. С. 2025–2027.
21. Богданов А.Н., Диесперов В.Н. Моделирование нестационарного трансзвукового течения и устойчивость трансзвукового пограничного слоя // ПММ. 2005. Т. 69. Вып. 3. С. 394–403.
22. Богданов А.Н. Высшие приближения трансзвукового разложения в задачах нестационарных трансзвуковых течений // ПММ. 1997. Т. 61. Вып. 5. С. 798–811.
23. Михайлов В.В. Об асимптотике нейтральных кривых линейной задачи устойчивости ламинарного пограничного слоя // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 5. С. 39–46.
24. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И. Асимптотика нижней ветви кривой нейтральной устойчивости для трансзвукового взаимодействующего пограничного слоя на плоской пластине // Докл. РАН. 2013. Т. 449. № 2. С. 160–162.
25. Веденеев В.В., Гувернюк С.В., Зубков А.Ф., Колотников М.Е. Экспериментальное исследование одномодового панельного флаттера в сверхзвуковом потоке газа // Изв. РАН. МЖГ. 2010. № 2. С. 161–175.
26. Веденеев В.В. Одномодовый флаттер пластины с учётом пограничного слоя // Изв. РАН. МЖГ. 2012. № 3. С. 147–160.

**АСИМПТОТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОТРЫВОВ  
ВНУТРИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ  
БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ**

*B.B. Боголепов, В.Я. Нейланд*

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского,  
Жуковский

Построена модель нелинейного взаимодействия бегущего с постоянной скоростью возмущения давления с пограничным слоем несжимаемой жидкости, когда течение в его пристеночной части описывается уравнениями "невязкого пограничного слоя".

Предполагая, что в подвижной системе координат существует стационарное решение, удается получить его в конечном виде.

Показано, что пограничный слой может беспрепятственно преодолевать возмущения давления, амплитуда которых не превышает величины скоростного напора, вычисленного по скорости перемещения возмущения давления. При больших значениях амплитуды возмущения давления с поверхности тела в пограничный слой сходит вихревая пелена – неустойчивая поверхность тангенциального разрыва, которая разделяет области прямого и обратного отрывного течения.

При произвольной форме возмущения давления поверхность тангенциального разрыва сходит с поверхности тела под конечным углом с образованием критической точки. Построен пример возмущения давления, когда вихревая пелена сходит с поверхности тела по касательной.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 12-08-00674).

**AN ASYMPTOTIC MODEL OF SEPARATION INCIPIENCE INSIDE BOUNDARY LAYER UNDER THE RUNNING WAVE PRESSURE**

*V.V.Bogolepov, V.Ya.Neyland*

Central Aerohydrodynamic Institute named after prof. N.E. Zhukovsky, Zhukovsky

The nonlinear model of interaction between running with constant speed pressure perturbation and an incompressible fluid boundary layer is constructed when it's the near wall part is described by "a non-viscous boundary layer" equations.

Assuming that in the running coordinates system the stationary solution is, it is possible to obtain it in an analytical form.

It is shown that the boundary layer can overcome freely the pressure perturbation when it's amplitude does not exceed the dynamic pressure size calculated on the running perturbation pressure speed. When the pressure perturbation amplitude is larger the vortex sheet getoff from a body surface – it is an unstable surface of tangential break which demarcates the direct and return regions of separated flow.

At the pressure perturbation an arbitrary shape the vortex sheet gets off from a body surface under the finite corner with the critical point formation. The pressure perturbation example is constructed when the vortex sheet gets off under at a tangent to from a body surface.

Work is supported by the Russian Foundation of Basic Researches (the project 12-08-00674).

# ВОЗНИКНОВЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА СКОЛЬЗЯЩИХ КРЫЛЬЯХ

*В.И. Бородулин, А.В. Иванов, Ю.С. Качанов*

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича, Новосибирск

Доклад посвящён обзору результатов исследований (в основном недавних) всех основных стадий возникновения ламинарно-турбулентного перехода в трёхмерных пограничных слоях в условиях низких и высоких уровней турбулентности набегающего потока (включая стационарные вихревые возмущения) с одновременным присутствием распределённых неровностей поверхности различного типа и амплитуды.

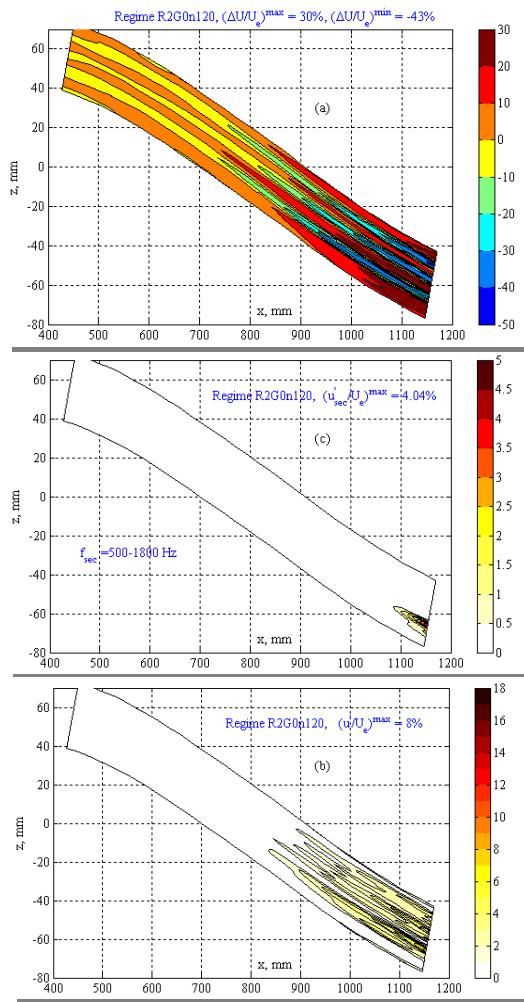


Рис. 1. Изолинии амплитуд стационарных (a), нестационарных (b) и высокочастотных (c) возмущений в присутствие неровностей поверхности и при низкой степени турбулентности потока

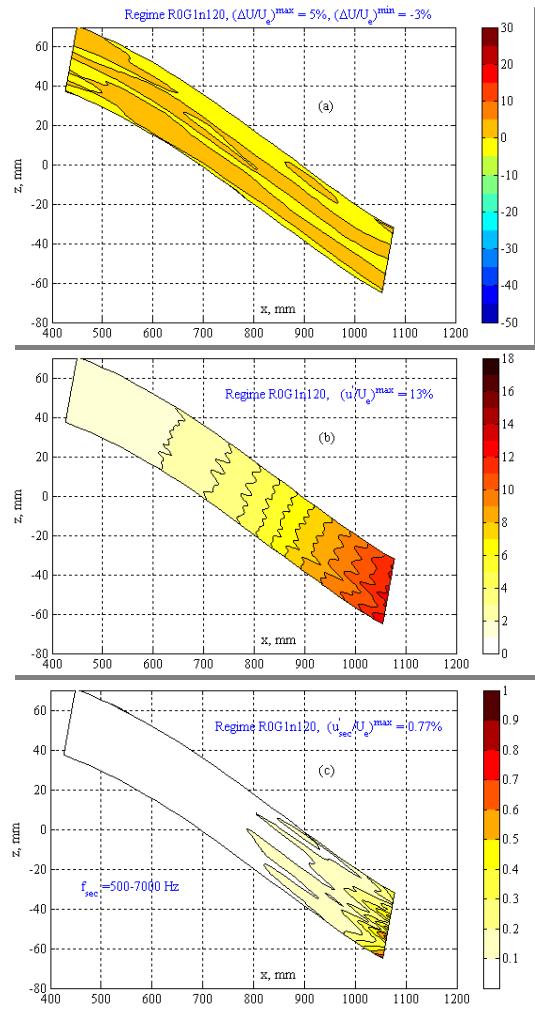


Рис. 2. Изолинии амплитуд стационарных (a), нестационарных (b) и высокочастотных (c) возмущений в отсутствие неровностей поверхности, но при высокой степени турбулентности потока

В том числе в докладе описаны: механизмы устойчивости трёхмерных пограничных слоёв, их восприимчивости к внешним возмущениям различного рода, а также механизмы нелинейных стадий перехода в различных внешних условиях. Обсуждаются проблемы расчёта положения перехода на скользящих крыльях, новые критерии начала

перехода и вопросы развития метода переменного N-фактора для расчёта положения перехода в присутствие, как неровностей поверхности, так и стационарных и нестационарных вихревых возмущений набегающего потока. Кратко представлены некоторые проблемы управления переходом к турбулентности в трёхмерных пограничных слоях.

На рис. 1 дан пример количественной «визуализации» процесса перехода на модели 35-градусного скользящего крыла в условиях повышенного уровня распределённой шероховатости поверхности и низкого уровня турбулентности набегающего потока. Аналогичные результаты, полученные в одном из «противоположных» режимов с практически гладкой поверхностью, но с высокой степенью турбулентности набегающего потока, показаны на рис. 2. Хорошо видны весьма существенные отличия в амплитудах и структуре возмущений в области перехода, происходящего по принципиально различным сценариям.

Работа над докладом поддержана Группой Коммерческой Авиации фирмы Boeing и Российским Фондом Фундаментальных Исследований (грант 14-01-00025).

## TURBULENCE ORIGIN ON SWEPT WINGS

*V.I. Borodulin, A.V. Ivanov, Y.S. Kachanov*

Khristianovich Institute of theoretical and Applied Mechanics, Novosibirsk

The paper is devoted to a review of results of studies (basically recent ones) of all main stages of the laminar-turbulent transition occurred in three-dimensional boundary layers at conditions of both low and high freestream turbulence levels (including stationary vortical disturbances) with simultaneous presence of distributed surface roughness of various types and amplitudes. In particular, the following mechanisms are described in the presentation: instability of three-dimensional boundary layers, their receptivity to various external perturbations, as well as the mechanisms of nonlinear stages of transition present at various external-disturbance conditions. Problems of calculation of the transition location on swept wings are discussed, as well as some new criteria of the transition beginning. Questions of subsequent development of the variable N-factor method of transition prediction in presence of both surface roughnesses and stationary and nonstationary freestream vortical perturbations are studying. Some problems of the laminar-turbulent transition control in three-dimensional boundary layers are briefly presented.

An example of quantitative “visualization” of the transition process occurred on a model of a 35-degree swept wing is shown in Fig. 1 for conditions of enhanced level of the surface roughness and low level of the freestream turbulence. The corresponding results obtained in one of “opposite” regimes with practically smooth surface but with high freestream turbulence level are shown in Fig. 2. Rather significant distinctions in the disturbance amplitudes and structure are observed in the region of transition developing according to absolutely different scenarios.

This paper is supported by the Boeing Commercial Airplane Group and Russian Foundation for Basic Research (grant 14-01-00025).

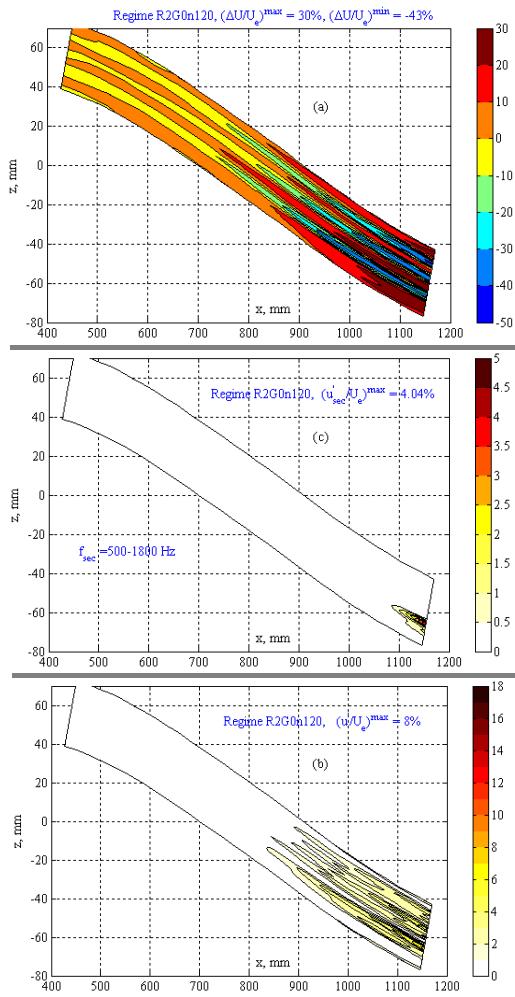


Fig. 1. Contours of amplitudes of steady (a), unsteady (b), and high-frequency secondary (c) disturbances in presence of surface roughness and at a low freestream turbulence level

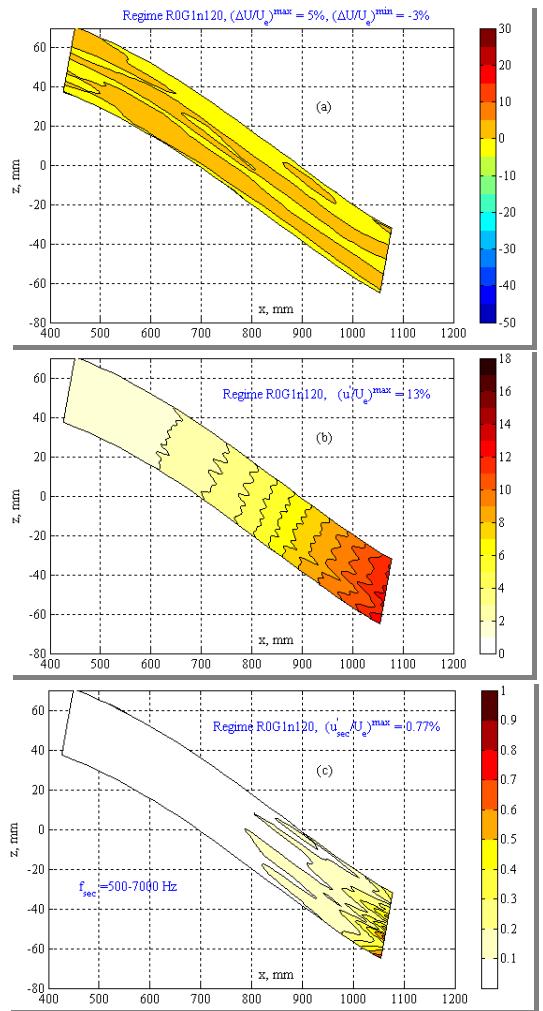


Fig. 2. Contours of amplitudes of steady (a), unsteady (b), and high-frequency secondary (c) disturbances in absence of surface roughness but at an enhanced freestream turbulence level

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЁХМЕРНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С НЕБЛАГОПРИЯТНЫМ ГРАДIENTОМ ДАВЛЕНИЯ К ТРЕХМЕРНЫМ ВИХРЯМ НАБЕГАЮЩЕГО ПОТОКА В ПРИСУТСТВИИ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

*В.И. Бородулин, А.В. Иванов, Ю.С. Качанов, Д.А. Мищенко, А.А. Феденкова*

ИТПМ СО РАН, Новосибирск

Волны Толмина-Шлихтинга (ТШ) уже несколько десятков лет являются классическим объектом исследования в рамках более общей проблемы механики – ламинарно-турбулентного перехода. В результате интенсивного экспериментального и теоретического изучения, стадии линейного и нелинейного развития волн ТШ известны достаточно хорошо. Тем не менее, вследствие многих технических трудностей возникающих в экспериментах, стадия восприимчивости пограничного слоя к внешним возмущениям

при порождении таких волн до сих пор остается недостаточно изученной. Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию одного из важных механизмов порождения трехмерных волн ТШ – за счет распределенного рассеяния вихрей набегающего потока на неоднородностях обтекаемой поверхности. Проведенные эксперименты представляют собой продолжение более ранней работы [1], в которой соответствующие исследования были проведены для классического случая – пограничного слоя Блазиуса. В работе [1] были получены количественные характеристики исследуемого механизма и зафиксирован эффект резонанса продольных волновых чисел (волн неустойчивости, вихрей набегающего потока и неоднородностей поверхности). Целью настоящих исследований является изучение влияния неблагоприятного продольного градиента давления на все основные характеристики указанного механизма восприимчивости.

Измерения выполнены в малотурбулентной аэродинамической трубе Т-324 ИТПМ СО РАН на плоской пластине ( $1485 \times 1000 \times 10$  мм), над поверхностью которой, на потолке рабочей части трубы, была расположена профилированная ложная стенка. За счет подбора её формы в области основных измерений было реализовано автомодельное течение с параметром Хартри  $\beta_H = -0,115$ . Скорость основного потока  $U_e$  в диапазоне продольных координат  $x = 350 \div 620$  мм ( $x = 0$  на передней кромке модели) изменялась от 8,9 до 8,6 м/с. Трёхмерные вихри свободного потока создавались вибрирующей проволочкой, установленной перпендикулярно плоскости пластины на некотором расстоянии вверх по потоку от ее передней кромки. Двумерная неоднородность поверхности модели (синусоидальной формы) создавалась специальными накладками, выполненными по оригинальной высокоточной технологии, с заданными параметрами: продольной длиной волны  $\lambda_s$  и амплитудой неровности  $h_s$ . Тщательные измерения возмущений пограничного слоя и свободного потока были выполнены одноНиточным датчиком термоанемометра в нескольких режимах; в некоторых из них параметры задачи (частота возмущений, продольная длина волны неровности поверхности и угол наклона возбуждаемых волн ТШ к потоку) были подобраны таким образом, чтобы обеспечить возможность выполнения условия резонанса продольных волновых чисел порожденных мод ТШ, вихрей набегающего потока и неоднородностей поверхности [1]. Характеристики линейного развития волн ТШ на гладкой поверхности измерены для каждого из исследованных режимов. Они необходимы для определения количественных характеристик исследуемого механизма порождения указанных мод неустойчивости – коэффициентов распределенной восприимчивости вихрь-неровность.

Измерения зафиксировали интенсивное возбуждение трёхмерных волн ТШ в пограничном слое во всех исследованных режимах. Пространственный фурье-анализ позволил получить всю необходимую информацию для нахождения искомых величин коэффициентов распределённой восприимчивости в зависимости от параметров задачи. Соответствующая сложная, математически некорректная задача, сформулированная в [1], сводится к аппроксимации аналитическим решением измеренных в эксперименте кривых нарастания амплитуд и фаз возмущений пограничного слоя для нормальных трёхмерных мод частотно-волнового спектра за счет подбора неизвестных параметров (вида функций восприимчивости и значений их амплитуд и фаз). Указанная аппроксимация была проведена с использованием средств решения задач оптимизации (градиентный, симплексный и генетический алгоритмы), реализованных в среде MATLAB для двух различных критериев отклонений экспериментальных амплитуд и фаз возмущений от их аналитических значений. В итоге получены соответствующие коэффициенты восприимчивости в широком диапазоне параметров задачи. Количественные данные хорошо коррелируют с результатами предыдущих экспериментов [1]. В настоящее время проводится прямое сопоставление всех основных характеристик исследуемого

механизма восприимчивости, полученных ранее для безградиентного пограничного слоя Блазиуса и для исследуемого автомодельного течения с неблагоприятным градиентом давления.

Работа поддержана РФФИ (грант № 14-08-01134).

## Литература

1. *Borodulin V.I., Ivanov A.V., Kachanov Y.S., Fedenkova A.A.* Three-dimensional distributed receptivity of a boundary layer to unsteady vortex disturbances // XIII International Conference on Methods of Aerophysical Re-search. Proceedings. Part III. – Novosibirsk: Publ. House “Parallel”. 2007. P. 45–50.

## EXPERIMENTAL STUDY OF 3D DISTRIBUTED RECEPTIVITY OF BOUNDARY LAYER WITH ADVERSE PRESSURE GRADIENT TO 3D FREESTREAM VORTICES IN PRESENCE OF SURFACE NONUNIFORMITIES

*V.I. Borodulin, A.V. Ivanov, Y.S. Kachanov, D.A. Mischenko, A.A. Fedenkova*

ITAM SB RAS, Novosibirsk

The Tollmien-Schlichting (TS) waves are the classical object of investigations for several dozens of years within the framework of a more general problem of fluid mechanics - the laminar-turbulent transition. As a result of intensive experimental and theoretical study, the characteristics of linear and nonlinear stages of the TS-wave instability are well known and published in a number of papers and books. Nevertheless, a stage of receptivity of boundary layer to different external disturbances at excitation TS-waves is still not very well studied experimentally due to a number of technical difficulties. The present study is devoted to experimental investigation of one of the most important mechanisms of excitation of three-dimensional (3D) TS-waves associated with the distributed scattering of freestream 3D-vortices on some surface nonuniformities. The present experiments represent a continuation of previous work [1], in which the corresponding investigations were carried out for the classical case of the Blasius boundary layer. In work [1] some quantitative characteristics of the problem under study were obtained for the first time and the phenomenon of a resonance of streamwise wavenumbers (of instability waves, freestream vortices, and surface nonuniformities) was detected. The goal of the present study was an investigation of influence of an adverse pressure gradient on all main characteristics of the receptivity mechanism mentioned above.

The measurements were carried out in the low-turbulence wind tunnel T-324 of ITAM SB RAS in a boundary layer of a high-precision experimental model of a flat plate ( $1485 \times 1000 \times 10$  mm) equipped with a wall bump of a special shape, mounted on the wind-tunnel ceiling just above the plate. The shape of bump provided formation of a self-similar flow with Hartree parameter  $\beta_H = -0.115$  in the region of main measurements. The freestream velocity  $U_e$  varied from 8.9 to 8.6 m/s in the region of the streamwise coordinates  $x = 350$  to 620 mm ( $x = 0$  at the experimental-model leading edge). The 3D freestream vortices were generated by a vibrating wire mounted normally to the flat-plate surface at a distance upstream of its leading edge. The 2D surface nonuniformities (of sinusoidal shape) were created by special thin-film patches applied onto the plate surface. These patches were made by a special high-precision technology and had rated parameters: streamwise wavelength  $\lambda_s$  and amplitude  $h_s$ . Thorough measurements of the boundary layer and freestream disturbances were carried out by a single hot-wire probe in several regimes. In some of these regimes, the

problem parameters (such as the frequency, the streamwise surface-waviness wavelength, and the propagation angle of the excited TS-waves) were chosen in a way to provide the ability of satisfaction of conditions of the resonance of streamwise wavenumbers of the excited TS-modes, freestream vortices, and surface nonuniformities [1]. The characteristics of the TS-modes' linear evolution on smooth surface were measured in addition in all studied regimes. They were necessary for obtaining the quantitative characteristics of the studied mechanism of excitation of the instability modes – the vortex/roughness distributed receptivity coefficients.

The measurements have detected a rather intensive excitation in the boundary layer of some 3D TS-waves in all investigated regimes. The spatial Fourier analysis enables obtaining all information necessary for finding unknown values of the distributed receptivity coefficients depending on the problem parameters. The corresponding difficult mathematically ill-posed problem (formulated in [1]) was solved by means of fitting the experimental amplitude and phase distributions of the boundary layer disturbances (i.e. of the excited normal TS-modes) by analytical solutions by means of adjustment of unknown solution parameters; such as the type of the receptivity function, and the values of its amplitude and phase parameters). This fitting was carried out using optimization toolbox of MATLAB (gradient, simplex and genetic algorithms) for two different criteria of deviation of experimental and analytical complex amplitudes. As a result, the indicated receptivity coefficients were obtained in a broad range of parameters. The obtained values are found to be in a good agreement with the results of previous experiments [1]. At present, the comparison of all main characteristics of the investigated receptivity mechanism is performing for the cases of the Blasius boundary layer (studied in [1]) and the adverse-pressure-gradient boundary layer (studied in the present work).

This work is supported by Russian Foundation for Basic Research (Grant 14-08-01134).

## References

1. Borodulin V.I., Ivanov A.V., Kachanov Y.S., Fedenkova A.A. Three-dimensional distributed receptivity of a boundary layer to unsteady vortex disturbances // XIII International Conference on Methods of Aerophysical Research. Proceedings. Part III. - Novosibirsk: Publ. House "Parallel". 2007. P. 45–50.

## МОДАЛЬНАЯ И НЕМОДАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ ЗАПЫЛЕННОГО ГАЗА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ С НЕОДНОРОДНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЧАСТИЦ

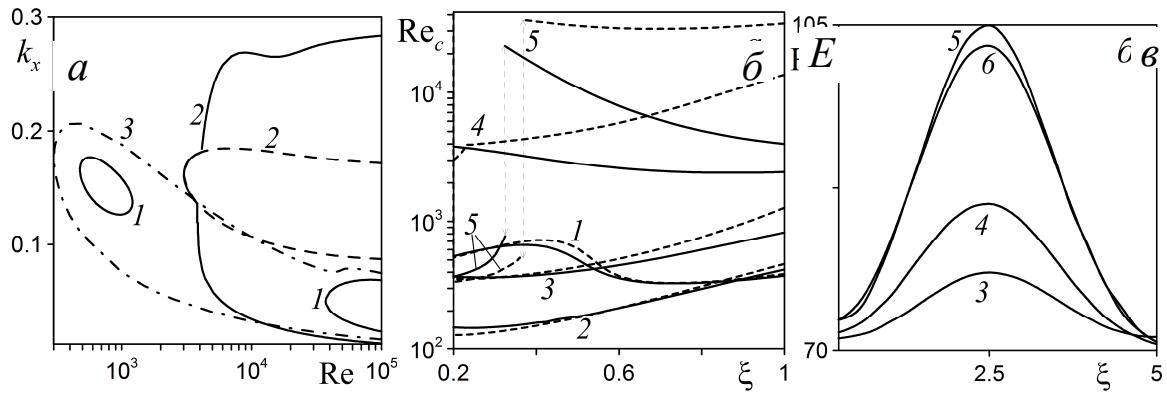
C.A. Боронин

НИИ механики МГУ, Москва

В связи с широким распространением дисперсных потоков в различных технологических и промышленных процессах, представляет интерес исследование их ламинарно-турбулентного перехода. В настоящее время экспериментальные данные о влиянии дисперсной примеси на устойчивость потоков сплошных сред практически отсутствуют. Поэтому особую важность приобретают теоретические исследования в области гидродинамической устойчивости двухфазных потоков. До недавнего времени, исследования устойчивости дисперсных потоков проводились лишь в рамках классического модального подхода, основанного на анализе первой моды. Поскольку ламинарно-турбулентный переход сдвиговых потоков сплошных сред как правило сопровождается

возникновением вытянутых вдоль потока трехмерных структур – стриков, то для модальный анализ устойчивости дисперсной среды необходимо дополнить немодальным, основанным на изучении оптимальных возмущений [1].

В рамках модели взаимопроникающих континуумов [2, 3] рассматривается устойчивость течения запыленного газа в пограничном слое. Помимо силы Стокса в межфазном обмене импульсом учтена подъемная сила в форме Сэфмана. Течение рассматривается в равновесной по скоростям области пограничного слоя с распределением концентрации частиц  $N(y)$  частиц в виде пылевого слоя ширины  $\xi$  и расстоянием до пластины  $\zeta$ . В число безразмерных параметров течения входит обратное число Стокса  $\beta$ , средняя массовая концентрация частиц  $\alpha$  и параметр  $K$ , характеризующий подъемную силу. Линеаризованная система уравнений движения дисперсной среды сведена к задаче на собственные значения для ОДУ относительно амплитуд возмущений в виде трехмерных нормальных мод. Параметры первой моды, найдены при помощи метода ортогонализации [3]. Системы трехмерных нормальных мод найдена при помощи конечно-разностного метода и QR-алгоритма [4].



Фиг. 1.

(a) Нейтральные кривые при  $\beta = 0.04$ ,  $1 - \zeta = 0.25$  и  $\xi = 0.35$ ,  $2 - \zeta = 0.5$  и  $\xi = 2$ ,  $3$  – чистый газ; (б) критическое число Рейнольдса  $Re_c$  от ширины распределения частиц  $\xi$  при  $\beta = 0.04$ ,  $(1 - 5) - \zeta = 2, 1.5, 1, 0.5, 0.25$ ,  $K = 0$  – сплошные кривые и  $K = K(\beta)$  – пунктирные; (в) энергия оптимальных возмущений  $E$  от  $\zeta$  при  $\beta = 1$ ,  $Re = 125$ ,  $k_x = 0$ ,  $k_z = 0.4$ .  $(3, 4) - \xi = 0.25, 0.5$  при  $\max N(y) = 5.62$ ;  $(5, 6) - \xi = 0.25, 0.5$  при  $\alpha = 0.05$ .

Получено, что в определенном диапазоне определяющих параметров существуют две нарастающих моды. В случае узкого пылевого слоя нарушается топология нейтральной кривой – область неустойчивости становится двухсвязной (фиг. 1, a). Наибольшее влияние на модальную устойчивость потока оказывает распределение частиц в окрестности критического слоя вблизи пластины (фиг. 1, б). Критическое число Рейнольдса при достаточно широком пылевом слое увеличивается на два порядка по сравнению с таковым для случая чистой жидкости. Влияние подъемной силы проявляется в существенной стабилизации потока при широком распределении в случае крупных включений.

Оптимальные возмущения являются вытянутыми вдоль направления потока структурами. При заданном максимуме концентрации частиц и фиксированной ширине пылевого слоя максимальная энергия оптимальных возмущений достигается при распределении частиц в окрестности слоя вытеснения (фиг. 1, в, кривые 3,4). При фиксированной средней по пограничному слою массовой концентрации частиц алгебраическая неустойчивость максимальна в случае узкого пылевого слоя (фиг. 1, в, кривые 5,6).

Подъемная сила увеличивает энергию оптимальных возмущений в случае крупных частиц.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 11-01-00483 и 12-08-31420).

## Литература

1. Schmid P.J., Henningson D.S. 2001 Stability and Transition in Shear Flows // Springer-Verlag New York. Inc.
2. Saffman P.G. On the stability of laminar flow of a dusty gas // J. Fluid Mech. 1962. V. 13. P. 120–128.
3. Боронин С.А., Осипцов А.Н. Устойчивость течения дисперсной смеси в пограничном слое // Изв. РАН. МЖГ. 2008. № 1. С. 76–87.
4. Боронин С.А. Оптимальные возмущения течения запыленного газа в плоском канале с неоднородным распределением частиц // Изв. РАН. МЖГ. 2012. № 3. С. 74–88.

## MODAL AND NON-MODAL STABILITY OF A DUSTY-GAS BOUNDARY-LAYER FLOW WITH A NON-UNIFORM PARTICLE CONCENTRATION

S. Boronin

Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University

Particle-laden flows are accounted widely in technological and natural processes. The problem of stability of these flows is of high importance especially in view of the absence of experimental data related to the effect of dispersed phase on the laminar-turbulent transition of shear flows. The major part of studies published in the open literature and related to hydrodynamic stability of particle-laden flows has been carried out in the framework of classical modal approach based on the analysis of the most unstable normal mode. As the instability of shear flows is usually accompanied by the development of streamwise structures (streaks), model stability study should be extended by the non-modal analysis dealing with optimal perturbations [1].

We consider the stability of a dusty-gas flow in a boundary layer over the flat plate in the framework of two-continua approach [2, 3]. Interphase momentum exchange is described by the Stokes drag and Saffman lift force. The flow is considered in the downstream region away from the leading edge of the plate, where velocities of the phases are equal. In the main flow, particles are concentrated in a layer with thickness  $\xi$  and distance from the plate  $\zeta$ . Governing parameters involve inversed Stokes number  $\beta$ , particle mass concentration  $\alpha$  averaged over the boundary layer thickness, and parameter  $K$  determining the effect of lift force. Linearized system of governing equations is reduced to the eigenvalue problem for system of ordinary differential equations in terms of the amplitudes of disturbances in the form of three-dimensional normal modes. The problem is solved numerically; parameters of the first mode are calculated using the orthogonalization method [3], while the system of three-dimensional normal modes and parameters of optimal disturbances are found by finite-difference method and QR-algorithm [4].

It is found that in a certain region of governing parameters there are two growing modes. In the case of thin particle layer the topology of the instability region changes, it becomes double-connected (Fig. 1a, curve 1). The effect of inclusions is most pronounced when particles are accumulated in the critical layer near the wall (Fig. 1b). At sufficiently thick particle layer, critical Reynolds number increases by two orders of magnitude as compared to the

flow of pure fluids. Lift force is essential in flows with large particles and it leads to increase in flow stability at thick particle layers.

It is found that optimal disturbances to particle-laden boundary-layer flow are streamwise structures. At the fixed maximum number concentration of particles, the maximal energy of optimal disturbances is gained at  $\zeta \sim 2.5$ , which is approximately the center of the boundary layer thickness (Fig. 1c, curves 3,4). If the average particle mass concentration is fixed, then the transient growth is most pronounced in case of thin particle layer (Fig. 1c, curves 5,6). Lift force increases the energy of optimal disturbances in flows laden with large particles.

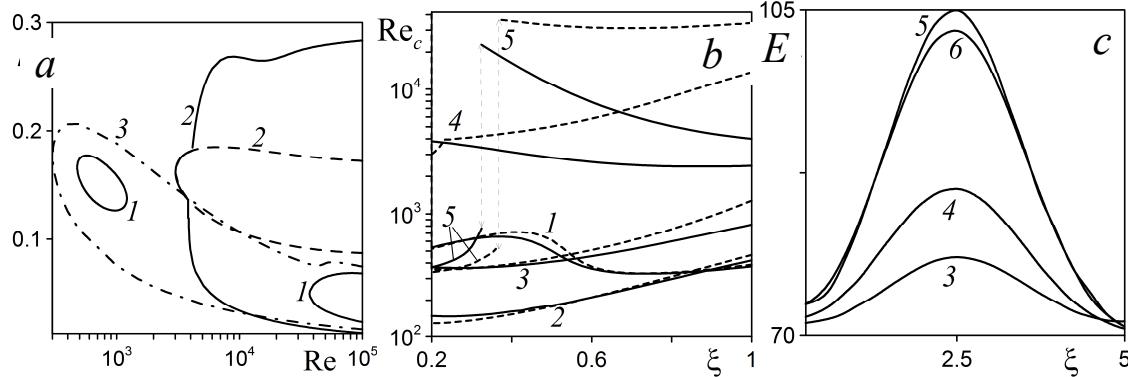


Fig. 1. (a) Neutral curves at  $\beta = 0.04$ ,  $1 - \zeta = 0.25$  and  $\xi = 0.35$ ,  $2 - \zeta = 0.5$  and  $\xi = 2$ ,  $3$  – pure fluid; (b) critical Reynolds number  $Re_c$  versus  $\xi$  at  $\beta = 0.04$ ,  $(1 - 5)$  –  $\zeta = 2, 1.5, 1, 0.5, 0.25$ ,  $K = 0$  – solid curves,  $K = K(\beta)$  – dashed curves; (c) energy of optimal disturbances  $E$  versus  $\zeta$  at  $\beta = 1$ ,  $Re = 125$ ,  $k_x = 0$ ,  $k_z = 0.4$ .  $(3, 4)$  –  $\xi = 0.25, 0.5$  at  $\max N(y) = 5.62$ ;  $(5, 6)$  –  $\xi = 0.25, 0.5$  at  $\alpha = 0.05$ .

The work is supported by RFBR (grants 11-01-00483 and 12-08-31420).

## References

1. Schmid P.J., Henningson D.S. 2001 Stability and Transition in Shear Flows // Springer-Verlag New York, Inc.
2. Saffman P.G. On the stability of laminar flow of a dusty gas // J. Fluid Mech. 1962. V. 13. P. 120–128.
3. Boronin S.A., Osiptsov A.N. Stability of a disperse-mixture flow in a boundary layer // Fluid Dynamics. 2008. V. 43. № 1. P. 66–76.
4. Boronin S.A. Optimal perturbations in dusty-gas plane-channel flow with a non-uniform distribution of particles // Fluid Dynamics. 2012. V. 47. № 3. P. 351–363.

## УПРАВЛЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫМ ПОГРАНСЛОЕМ ФРАКТАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

В.П. Будаев<sup>1</sup>, М.А. Брутян<sup>2</sup>, А.В. Волков<sup>2</sup>, И.С. Меньшов<sup>3</sup>, А.М. Житлухин<sup>4</sup>,  
А.В. Карпов<sup>1</sup>, Н.С. Климов<sup>4</sup>, И.Ю. Кудряшов<sup>3</sup>, В.Л. Подковыров<sup>4</sup>, А.Ю. Урусов<sup>2</sup>,  
А.А. Успенский<sup>2</sup>, М.В. Устинов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>НИЦ Курчатовский институт, Москва, <sup>2</sup>ЦАГИ имени профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, <sup>3</sup>ИПМ им. М.В. Келдыша, Москва, <sup>4</sup>ТРИНИТИ, Троицк

В малотурбулентной аэродинамической трубе Т-36И ЦАГИ исследуются свойства турбулентного пограничного слоя (ТПС) над моделями с неоднородной хаотической микр-

структурой поверхности, имеющей иерархию гранулярности – фрактальность с дальними корреляциями [1]. Фрактальная поверхность моделей имеет шероховатость от ~500 нм до ~200 мкм, сформированную после облучения потоками высокотемпературной плазмы в термоядерной установке КСПУ-Т (ТРИНИТИ). Высота шероховатости удовлетворяет требованию к миниатюрным устройствам разрушения вихрей. Особенность фрактальной поверхности таких моделей – уникальную негауссову статистику распределения высот рельефа (Рис.1), отличающуюся от простейших типов шероховатости в типичных поверхностях (имеющих обычно гауссову статистику).

Для пластин с фрактальной поверхностью в весовом и термоанемометрическом экспериментах зарегистрировано значительное влияние такой поверхности на структуру и спектральные характеристики турбулентного погранслоя [2]. Отмечается подавление низкочастотной части спектра и изменение коэффициента аэродинамического сопротивления, что указывает на возможность целенаправленного управления турбулентностью. В широком диапазоне чисел Рейнольдса  $Re$  наблюдалось превышение коэффициента сопротивления  $c_x$  для абразивной поверхности (с гауссовой статистикой высот) над  $c_x$  для фрактальной модели с той же средней величиной шероховатости. Для фрактальных поверхностей показатели скейлинга  $\nu$  коэффициента сопротивления  $c_x \sim Re^{-\nu}$  близки к скейлингу  $\nu$  для гладкой пластины. В ТПС после фрактальной поверхности скейлинг структурных функций изменяется от скейлинга Ше — Левека изотропной трехмерной турбулентности с перемежаемостью к скейлингу ВМ [3] (Рис. 2).

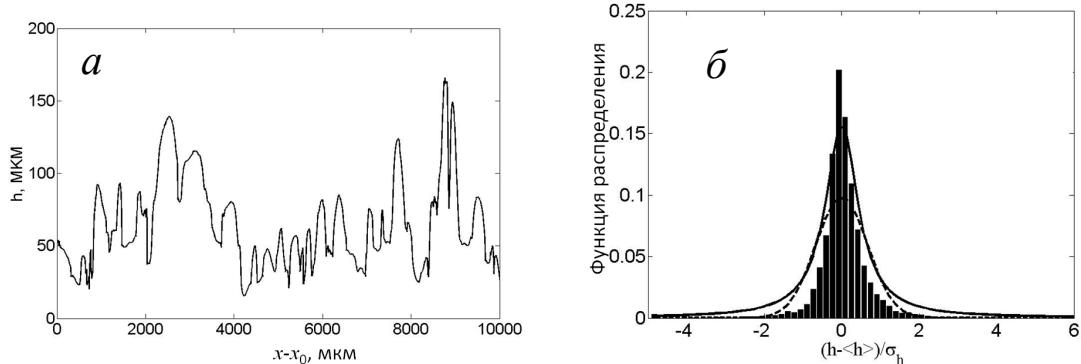


Рис. 1. (а) Неоднородный профиль фрактальной поверхности (изначально гладкой, нерж. сталь), подвергшейся плазменному облучению высокотемпературной плазмой. (б) Функция распределения приращений высот профиля. Для сравнения приведены Гауссовые кривые – пунктиром, распределение Коши-Лоренца – линия

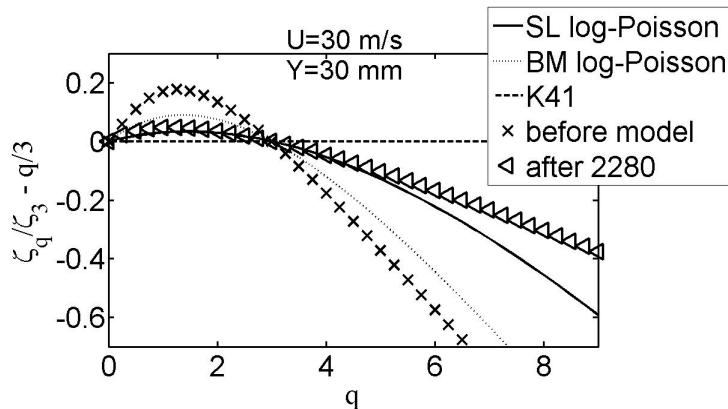


Рис.2. Скейлинг структурной функции – отклонение от скейлинга K41 (пунктир). Х – до модели, треугольник – после модели. Для сравнения приведены скейлинг лог-пуассоновской модели Ше-Левека (SL-линия) и скейлинг [3] ( ВМ – точки)

Экспериментальные наблюдения согласуются с результатами численного моделирования пограничного слоя над модельной фрактальной поверхностью. Численное моделирование на основе алгоритма решения трёхмерных уравнений Рейнольдса, дополненных уравнением модели турбулентности Спаларта-Алмараса на структурированных сетках методом конечных объемов, показывает уменьшение  $c_x$  над фрактальной шероховатостью, в отличие от абразивной поверхности с гауссовой статистикой высот.

### Литература

1. *Будаев В.П. и др.* Письма в ЖЭТФ. 2012. 95. № 2. С. 84–90.
2. *Брутян М.А., Будаев В.П., Волков А.В. и др.* Ученые Зап. ЦАГИ. Т. XLIV. 2013. № 4. с.16
3. *Budaev V.P. Physics Letters A. 2009. V. 373. P. 856.*

## TURBULENT BOUNDARY LAYER CONTROL BY FRACTAL SURFACE

*V. P. Budaev<sup>1</sup>, M. A. Brutyan<sup>2</sup>, A. V. Volkov<sup>2</sup>, I. S. Menshov<sup>3</sup>, A. M. Zhitlukhin<sup>4</sup>,  
A.V. Karpov<sup>1</sup>, N.S. Klimov<sup>4</sup>, I.Yu. Kudryashov<sup>3</sup>, V.L. Podkorytov<sup>4</sup>, A.Yu. Urusov<sup>2</sup>,  
A.A. Uspensky<sup>2</sup>, M.V. Ustinov<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>NRC «Kurchatov Institute», Moscow, Russia

<sup>2</sup>TsAGI , Zhukovsky, Moscow Region, Russia

<sup>3</sup>Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow, Russia

<sup>4</sup>SRC RF TRINITI, Troitsk, Moscow Region, Russia

Properties of the turbulent boundary layer (TBL) over the fractal surfaces of the specific granularity and long-range correlation [1] are studied in experiments on the T-36I wind tunnel, TSAGI. The fractal surfaces of roughness from  $\sim 500$  nanometers to  $\sim 200$  micrometers is formed during the process of the plasma-surface interaction in fusion device QSPA-T (TRINITI). Such level of roughness satisfies criteria for a damping of turbulent vortex. The specific property of our fractal surfaces is non-Gaussian statistics of relief heights distribution (Fig.1) which deviates from trivial roughness of ordinary rough surfaces typically obeying the Gaussian statistics of heights. In the TBL it was observed significant damping of the low-frequency spectral range and the change of the drag force in experiments with the fractal

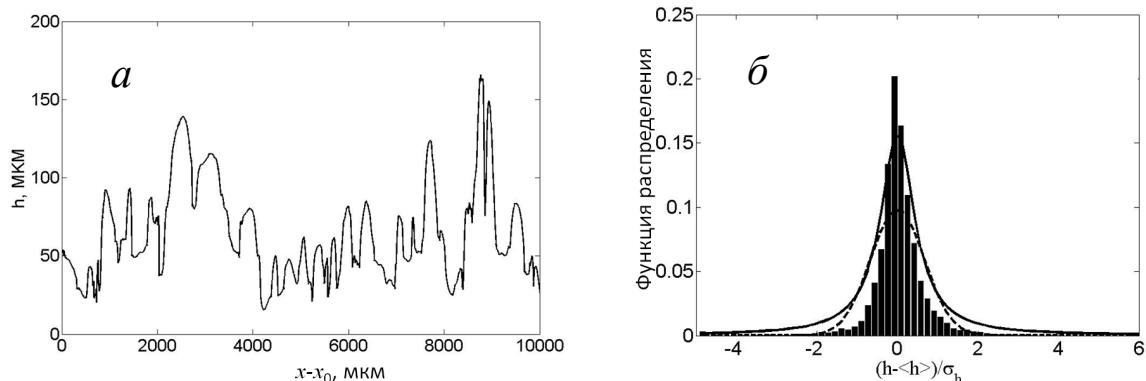


Fig.1. (a) The heights profile of the fractal surface obtained by the high temperature plasma processing of the smooth industrial stainless steel. (b) Distribution function of the profile heights. The Gaussian (dotted line) and the Cauchy-Lorentz (solid line) distribution are shown for the comparison

surface plate [2] as the boundary of the turbulent flow. Within broad range of Reynolds numbers  $Re$  it was observed the drag reduction  $c_x$  over the fractal plate as compared with the  $c_x$  for the abrasive surface (with the Gaussian statistics of heights) of the same roughness. For the fractal surface the scaling index  $\nu$  of the drag coefficient  $c_x \sim Re^{-\nu}$  is close to the  $\nu$  for the smooth plate (glass). The analysis of velocity fluctuation data from the intermittent TBL has shown that the scaling of structure functions is changed from the She-Leveque scaling (before fractal surface) to the scaling BM (see [3]) after fractal surface, Fig.2.

Experimental observations are in agreement with the numerical simulation of the TBL over the fractal surface. Numerical simulation based on the 3D Reynolds equations and the Spalart–Allmaras model solved by the finite volume method have shown a reduction of the  $c_x$  over the fractal surface as compared with no reduction for the abrasive surface (with the Gaussian statistics of heights).

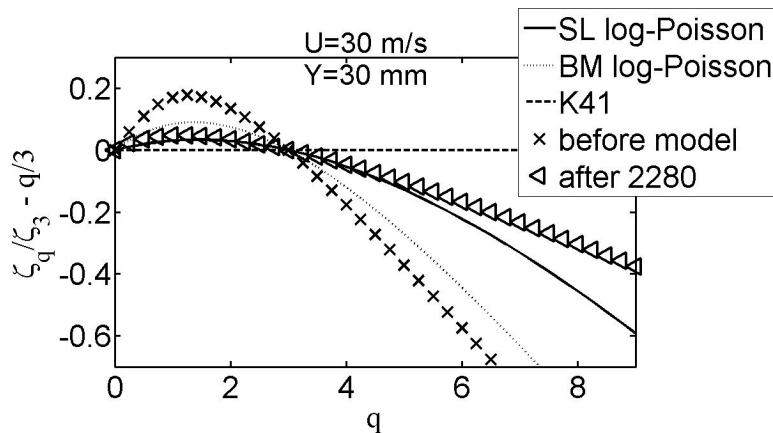


Fig.2. Scaling of the structure functions – the deviation from the K41 model (dashed line).

X – before the fractal surface, triangles – after the fractal surface. Log-Poisson model of She-Leveque (SL-solid line) and scaling from [3] (BM – dotted line) are shown for the comparison

## References

1. V.P. Budaev e a. JETP Letters. 2012. V. 95. Issue 2. P. 78.
2. Brutyan M.A., Budaev V.P., Volkov A.V., Menshov I.S. e a. TsAGI Science Journal. 2013. № 4. P.16.
3. Budaev V.P. Physics Letters A. 2009. V. 373. P. 856.

## ВИБРАЦИОННАЯ ДИНАМИКА ЛЕГКОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА В ЖИДКОСТИ

O.A. Власова, В.Г. Козлов

Лаборатория вибрационной гидромеханики,  
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Исследуется влияние поступательных вибраций на динамику тела в форме вытянутого параллелепипеда, помещенного в прямоугольную полость с жидкостью. В экспериментах варьируются амплитуда и частота вибраций, вязкость и плотность жидкости, а также характерные размеры тела, его плотность и форма краев (острый, либо скругленный край).

В отсутствие вибраций легкое тело занимает устойчивое положение в верхней части полости, вплотную прижимаясь к ее потолку. При плавном увеличении частоты вибраций тело отталкивается от верхней границы кюветы и занимает квазистационарное положение на некотором расстоянии от нее. При этом отрыв тела происходит последовательно, с повышением частоты колебаний сначала отрывается один край тела. Дальнейшее повышение интенсивности вибраций приводит к полному отрыву тела. С понижением частоты колебаний опускается сначала один из краев тела, далее тело полностью возвращается к потолку полости. Обнаружено, что все переходы тела происходят пороговым образом и с гистерезисом в изученном диапазоне амплитуд и частот вибраций.

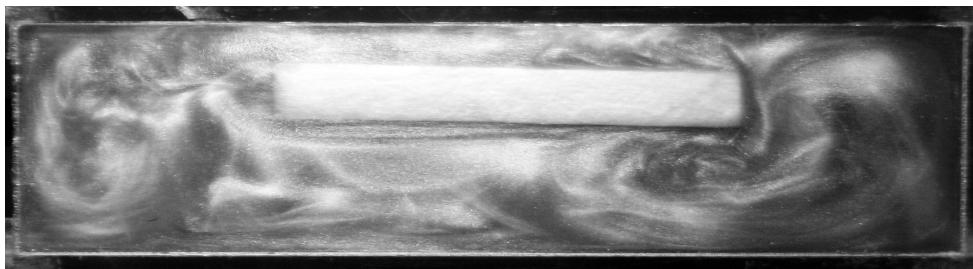


Рис.1. Тело в подвешенном состоянии

Показано, что пороговые кривые с уменьшением толщины тела с гладкой кромкой (закругленный край) смещаются в область меньших амплитуд вибраций, при этом гистерезис в переходах исчезает. В случае тела с острой кромкой, уменьшение его толщины приводит к смещению пороговых кривых в область более высоких частот и низких амплитуд колебаний, глубина гистерезиса с ростом амплитуды увеличивается. Пороговые значения амплитуды и частоты вибраций не зависят от ширины тела.

Кривые пороговых переходов тела с закругленными краями, полученные в экспериментах с жидкостями разной вязкости, удовлетворительно согласуются на плоскости  $\omega, W$ , где  $\omega$  – безразмерная частота,  $W$  – безразмерный вибрационный параметр (вибрационный аналог числа Фруда).

Обнаружено, что помимо продольных колебаний вдоль границы полости, тело совершает и угловые колебания малой амплитуды. Можно предположение, что за отталкивание тела от потолка полости отвечает не только вибрационная подъемная сила, изученная в [1], но и дополнительная подъемная сила, связанная с комбинированным характером колебаний тела относительно полости.

Предложена теоретическая модель генерации вибрационной подъемной силы, действующей на тело прямоугольной формы в полости с невязкой жидкостью, в высокочастотном приближении. Сравнение экспериментальных и теоретических результатов дает удовлетворительное согласие.

Работа выполнена в рамках Программы стратегического развития ПГГПУ (проект 030-Ф) при поддержке Министерства образования Пермского края (проект С-26/625).

## Литература

1. Иванова А.А., Козлов В.Г., Щипицын В.Д. Легкий цилиндр в полости с жидкостью при горизонтальных вибрациях // Изв. РАН. МЖГ. 2010. № 6. С. 63–73.

## VIBRATION DYNAMICS OF LIGHT PARALLELEPIPED IN LIQUID

*O.A. Vlasova, V.G. Kozlov*

Laboratory of Vibration hydromechanics,  
Perm State Humanitarian Pedagogical University, Perm

The influence of horizontal translational vibration on dynamics of solid in the form of an elongated parallelepiped in filled with liquid rectangular cavity is investigated. The amplitude and the frequency of vibration, viscosity and density of fluid, specific solid size, its density and shape of the edges (sharp or smooth edge) vary in experiments.

Light solid occupies a stable position at the top of the cavity without vibrations. With vibration frequency  $\omega$  increasing the solid repulses from the top of the cavity and gets the quasi-steady position at some distance from the wall. The solid repulsion occurs not simultaneously, the repulsion of one of the edges takes place at first with growth of oscillations intensity. The further increase of vibration frequency brings to the full repulsion of solid. With a decreasing of vibration frequency at first only one edge of the solid goes back to the boundary, hereinafter solid completely goes to the initial state. It is found that all transitions of the body occur in a threshold manner and with hysteresis in the investigated range of vibration amplitude and frequency.

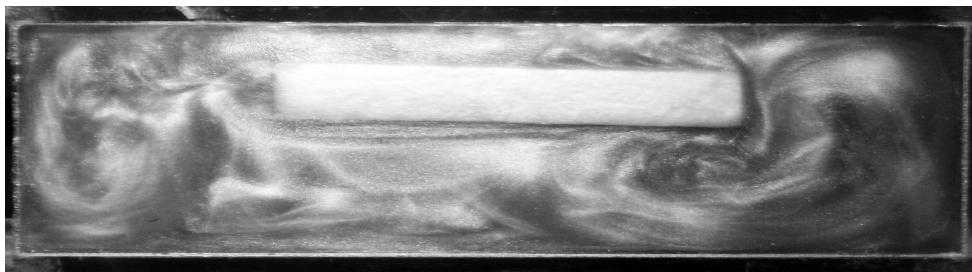


Fig.1. The solid in a suspended state

The displacement of the threshold curves in the region of lower vibration amplitudes is shown in case of solid with a smooth edge; herewith the hysteresis in transitions disappears. For the solid with sharp edges the threshold curves are displaced to the region of higher amplitudes and low frequency of vibrations, the hysteresis depth grows with amplitude. The threshold values of amplitude and frequency of vibration does not depend on the solid width.

The threshold curves of direct and reverse transitions of the body with rounded edges in the fluids of different viscosities are in satisfactory agreement on the plane of the dimensionless governing parameters  $\omega$ ,  $W$ , here  $\omega$  – the dimensionless frequency,  $W$  – the dimensionless vibrational parameter (vibrational analogue of Froude number).

It is found that the solid performs the longitudinal vibrations along the cavity boundary and the angular oscillations of small amplitude. One can suppose that not only vibration lift force, studied in [1] is responsible for repulsion of the solid from the top of the cavity, but also the additional lift force associated with the combined character of the solid oscillations relative to the cavity.

The theoretical model of generation of vibrational lift force acting on the rectangular solid in filled with liquid cavity in high-frequency approximation is offered. The comparison of experimental and theoretical results gives good agreement.

The work was done in the frame of Strategic Development Program of PSHPU (Project 030-F) with partial support of Ministry of Education and Perm Region (Project S26/625).

## References

1. Ivanova A.A., Kozlov V.G., Shchipitsyn V.D. A light cylinder under horizontal vibration in a cavity filled with a fluid // Fluid Dynamics. 2010. V. 45. № 6. P. 889–897.

## О СНИЖЕНИИ ТУРБУЛЕНТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ БОКОВЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ ОРЕБРЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

И.С. Водопьянов, Н.В. Никитин

НИИ механики МГУ, Москва

Рассматривается турбулентное течение вязкой несжимаемой жидкости вдоль плоской поверхности, оснащенной продольными ребрами (риблетами). Оребренная поверхность совершают гармонические осцилляции в боковом направлении, оставаясь в своей плоскости:  $W(t) = W_w \cos(\omega t)$ , где  $W(t)$  – боковая компонента вектора скорости поверхности,  $W_w$  и  $\omega$  – постоянные амплитуда и частота колебаний. Продольные рёбра высотой  $h$  расположены с шагом  $s$ . При определенных значениях параметров ребер и осцилляций ( $W_w, \omega, h, s$ ) происходит снижение турбулентного сопротивления. Цель задачи – отыскание оптимальных параметров, обеспечивающих максимальный энергетический выигрыш. Задача решается прямым численным методом.

В работе [1] показано, что снижение сопротивления при обоюдном воздействии продольного оребрения и боковых колебаний может заметно превосходить эффект каждого из двух составляющих способов воздействия на турбулентный поток.

Для оценки вклада каждого параметра были проведены серии расчетов, в которых менялся только один из них. Результаты этих расчетов будут представлены на конференции.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 11-01-00088а, 14-01-00295-а). Вычисления проводились на суперкомпьютерном комплексе МГУ «Чебышев».

## Литература

1. Водопьянов И.С., Никитин Н.В., Чернышенко С.И. Снижение турбулентного сопротивления боковыми колебаниями оребренной поверхности // Изв. РАН МЖГ. 2013. № 4. С. 46–56.

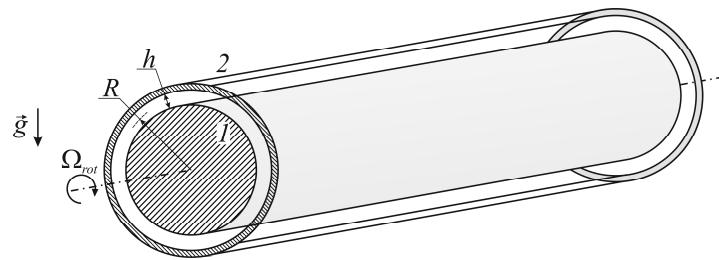
## ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ НА КОНВЕКЦИЮ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ

А.А. Вяткин, В.Г. Козлов

Лаборатория вибрационной гидромеханики  
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет

Исследование неизотермических гидродинамических систем в переменных силовых полях обосновано разработкой вибрационных методов управления и контроля тепломассопереносом. Переменное силовое поле можно реализовать, сообщив сосуду, содержащему неизотермическую жидкость, вибрации. В этом случае на фоне колебаний,

которые совершают жидкость под действием вибраций, генерируется осредненная массовая сила (термовибрационный механизм [1]). Колебания жидкости относительно полости можно создать и в отсутствие прямого вибрационного воздействия на полость. Примером может служить случай равномерного вращения в статическом (в лабораторной системе отсчета) силовом поле. В системе отсчета полости это поле совершает вращение, вызывая колебания неизотермической жидкости относительно полости и, как следствие, ее осредненное движение. Таким образом, эта задача может быть сведена к задаче о термовибрационной конвекции во вращающейся полости [2]. Результаты экспериментальных исследований в различных постановках приведены в [3,4]. Во вращающихся системах термовибрационная конвекция приобретает ряд специфических черт, связанных с действием сил инерции: центробежной силы и силы Кориолиса.



В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования тепловой конвекции в горизонтальном цилиндрическом слое вязкой жидкости, равномерно вращающемся вокруг собственной оси. Рассматривается случай более нагретой внутренней границы слоя. Изучается порог возникновения осредненной конвекции в зависимости от вязкости жидкости и разности температур границ слоя. Обнаружено, что в вязких жидкостях кризис теплопереноса связан с появлением в слое трехмерных азимутальных вихрей, на фоне которых развиваются продольные двумерные валы. В случае маловязких жидкостей наблюдается обратная последовательность развития конвективных режимов – сначала возникают двумерные структуры, а с повышением надкритичности – трехмерные. Результаты экспериментов с маловязкими жидкостями, как для случая более нагретой внешней границы, так и внутренней приведены в [5]. Показано, что порог возбуждения конвекции помимо центробежного числа Рэлея  $R_a$ , и вибрационного параметра  $R_v$  определяется безразмерной скоростью вращения, характеризующей действие силы Кориолиса.

С появлением и развитием конвективных течений регистрируется их медленный азимутальный дрейф относительно полости, как и в случае маловязких жидкостей [5]. Изучена зависимость интенсивности дрейфа от числа Прандтля, скорости вращения полости и разности температуры границ слоя. Показано, что важную роль в осредненной конвекции играет безразмерная скорость вращения, которая понижается с увеличением числа Прандтля. С увеличением последнего скорость азимутального дрейфа системы конвективных структур и длина волны продольных валов существенно снижается.

Работа выполнена в рамках Проекта № 029-Ф Программы стратегического развития ПГГПУ и гранта РФФИ № 13-01-00675а.

## Литература

1. Gershuni G.Z., Lyubimov D.V. Thermal vibrational convection // N.Y. Wiley, et al. 1998. 358 p.
2. Козлов В.Г. Вибрационная конвекция во вращающихся полостях // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 1. С. 5–14.

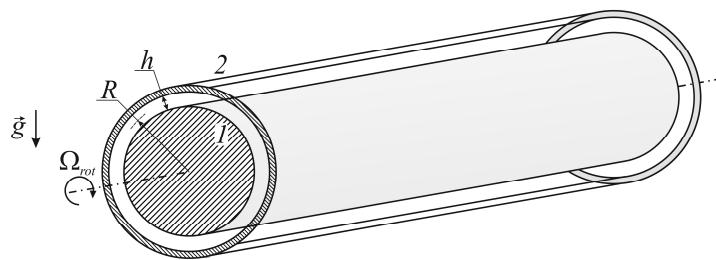
3. Иванова А.А., Козлов В.Г., Рылова В.В. Тепловая конвекция в плоском слое, вращающемся вокруг горизонтальной оси // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 1. С. 12–21.
4. Вяткин А.А., Иванова А.А., Козлов В.Г., Сабиров Р.Р. Конвекция тепловыделяющей жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 1. С. 21–30.
5. Вяткин А.А., Иванова А.А., Козлов В.Г. Конвективная устойчивость неизотермической жидкости во вращающемся горизонтальном коаксиальном зазоре // Изв. РАН. МЖГ. 2010. № 1. С. 12–21.

## EFFECT OF LIQUID VISCOSITY ON CONVECTION IN A HORIZONTAL ROTATING CYLINDRICAL LAYER

A.A. Vjatkin, V.G. Kozlov

Laboratory of Vibrational Hydromechanics  
Perm State Humanitarian Pedagogical University

The investigation of non-isothermal hydrodynamic systems in oscillating force fields is substantiated by the development of the vibrational methods of heat and mass transfer control. The oscillating force field acting in a vessel containing non-isothermal fluid can be produced by the vibrations. In this case the fluctuations of nonisothermal liquid under the vibrations generate the averaged mass force (thermovibrational mechanism [1]). The oscillations of the liquid in the cavity frame can be also created in the absence of direct vibration of the cavity. An example is the case of cavity rotation in a static (in the laboratory frame) force field. In the cavity frame this field rotates, causing the fluctuations of non-isothermal fluid relative to the cavity and, as a consequence, its averaged motion. Thus, the problem can be reduced to the problem of thermovibrational convection in a rotating cavity [2]. The results of experimental studies in various formulations are shown in [3,4]. In the rotating systems thermovibrational convection acquires a number of specific features associated with the forces of inertia: the centrifugal force and the Coriolis one.



This paper presents the results of an experimental study of thermal convection of viscous fluid in a horizontal cylindrical layer rotating around its own axis. The case of hot internal boundary layer is considered. The threshold of averaged convection depending on the fluid viscosity and the temperature difference between the layer boundaries is studied. It was found that in viscous liquids the crisis of heat transfer is associated with the appearance of three-dimensional azimuthal vortices, on the background of which the longitudinal two-dimensional rolls develop. In the case of low viscous liquids the sequence of the development of the convective processes is reversed – two-dimensional structures appear initially, three-dimensional – with supercriticality rise. The results of experiments with low viscous liquids,

for both cases of hot outer and inner boundaries are listed in [5]. It is shown that the threshold of convection excitation in addition to the centrifugal Rayleigh number  $Ra$ , and vibrational parameter  $R_v$  is determined by the dimensionless velocity of rotation that characterizes the action of the Coriolis force.

As in case of low viscous liquids [5] with the advent and development of convective flows their slow azimuthal drift relative to the cavity is registered. The dependence of the intensity of the drift on the Prandtl number, the rotational speed of the cavity and the temperature difference between the layer boundaries is studied. It is shown that an important role in the averaged convection belongs to the dimensionless velocity of rotation and, respectively, the Prandtl number. With Prandtl number growth the azimuth drift velocity of convective structures and the wavelength of the longitudinal rolls significantly reduce.

The work was done in the frame of Strategic Development Program of PSHPU (project 029-F) and RFBR (Grant 13-01-00675a).

## References

1. *Gershuni G.Z., Lyubimov D.V.* Thermal vibrational convection // N.Y.: Wiley, et al., 1998. 358 p.
2. *Kozlov V.G.* Thermal vibrational convection in rotating cavities // Fluid Dynamics. 2004. V. 39. № 1. P. 3–11.
3. *Ivanova A.A., Kozlov V.G., Rilova V.V.* Thermal convection in a plane layer rotating about a horizontal axis // Fluid Dynamics. 2003. V. 38. № 1. P. 9–17.
4. *Vjatkin A.A., Ivanova A.A., Kozlov V.G., Sabirov R.R.* Convection of heat-generating fluid in a rotating horizontal cylinder // Fluid Dynamics. 2014. In press.
5. *Vjatkin A.A., Ivanova A.A., Kozlov V.G.* Convective stability of a nonisothermal fluid in a rotating horizontal coaxial gap // Fluid Dynamics. 2010. V. 45. № 1. P. 10–18.

## УСТОЙЧИВОСТЬ МИКРО-НАНО ПЛЕНКИ ЭЛЕКТРОЛИТА С МОБИЛЬНЫМ ЗАРЯДОМ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ГАЗ / ЖИДКОСТЬ

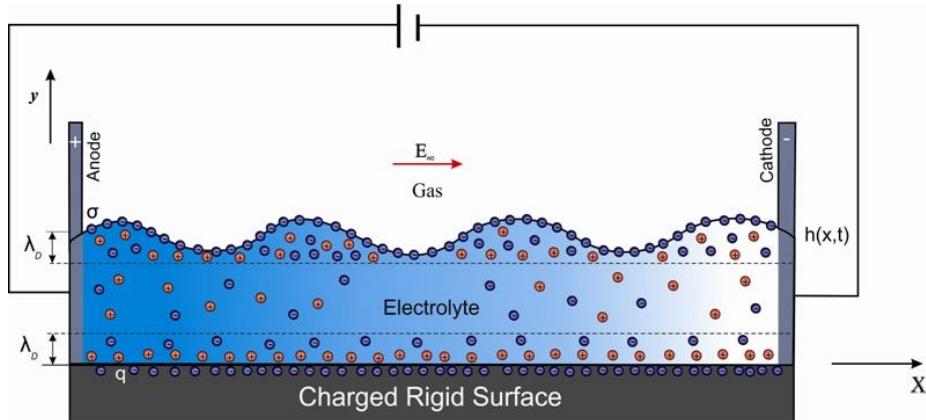
Г.С. Ганченко, Е.В. Горбачева

Кубанский Государственный Университет, Краснодар

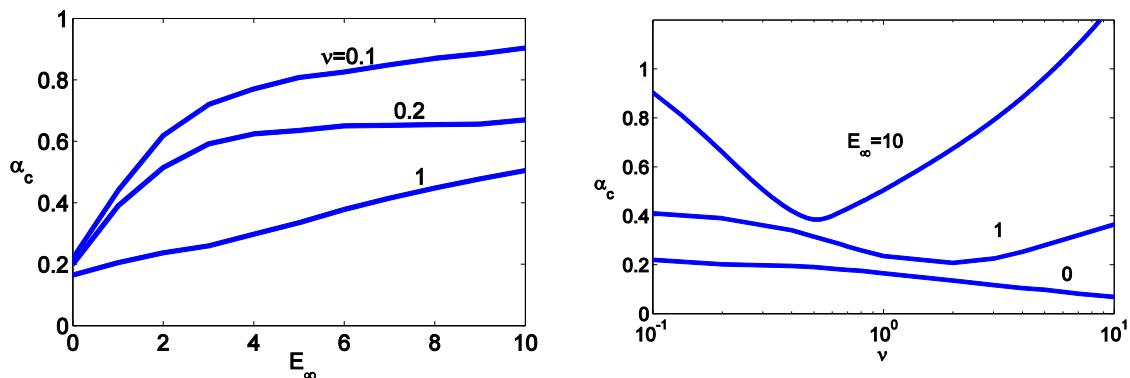
В работе изучается устойчивость тонкой пленки бинарного одновалентного электролита на твердой заряженной поверхности под действием внешнего постоянного электрического поля при наличии мобильного заряда на границе раздела газ-жидкость. Подобная задача была исследована в работах [1], [3] и [4], однако в них используются различные упрощения, не позволяющие рассмотреть проблему в полной постановке. Также в этих работах рассматриваются только нанопленки, что не дает полноты картины данного явления, ведь в микромасштабах возникают иные причины неустойчивости [2]. В данной работе рассмотрены случаи как микропленки, так и нанопленки, что позволяет сравнить эти случаи и изучить переход от одного к другому. В данной работе была изучена линейная устойчивость задачи, найдены критические значения параметров при переходе к неустойчивости.

Модель описывается нелинейной системой уравнений Нернста – Планка – Пуассона – Стокса в электролите и уравнением Лапласа – в газе для электрического потенциала. На твердой поверхности заданы краевые условия непроницаемости для положительных и отрицательных ионов, условие прилипания, заряд фиксирован. На границе раздела газ/жидкость заданы условия для нормальных и касательных компонент тензо-

ра гидродинамических напряжений и тензора Максвелла-Вагнера, условие непроницаемости положительных и отрицательных ионов, условие сохранения заряда и кинематическое условие.



Для исследования линейной устойчивости задачи на одномерное стационарное решение накладываются малые периодические возмущения и применяется  $\tau$ -модификация метода Галёркина с разложением функций в ряд по полиномам Чебышёва. После дискретизации система сводится к обобщенной алгебраической задаче на собственные значения, которая решается QR алгоритмом.



На приведенном рисунке показаны графики зависимости критического значения волнового числа  $\alpha_c$  от числа Дебая  $\nu$  и величины внешнего электрического поля  $E_\infty$ . Область выше графиков является устойчивой, область ниже – неустойчива.

Получены кривые нейтральных устойчивостей для различных параметров задачи для микро  $\nu \ll 1$  и нано  $\nu = O(1)$  пленок. Помимо этого выявлено, что система устойчива в случае отсутствия мобильного заряда на границе раздела сред, что подтверждается аналитическим решением системы, полученного из предположения малости  $\nu$ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ проекты №12-08-00924-а, №14-08-31260-мол\_а и №11-08-00480-а.

## Литература

1. Joo S.W. A nonlinear study on the interfacial instabilities in electro-osmotic flow based on the Debye-Hückel approximation // Microfluid Nanofluid 5 417. 2008.
2. Zaltzman B. and Rubinstein I. Electroosmotic slip and electroconvective instability // J. Fluid Mech. 579. 173. 2007.

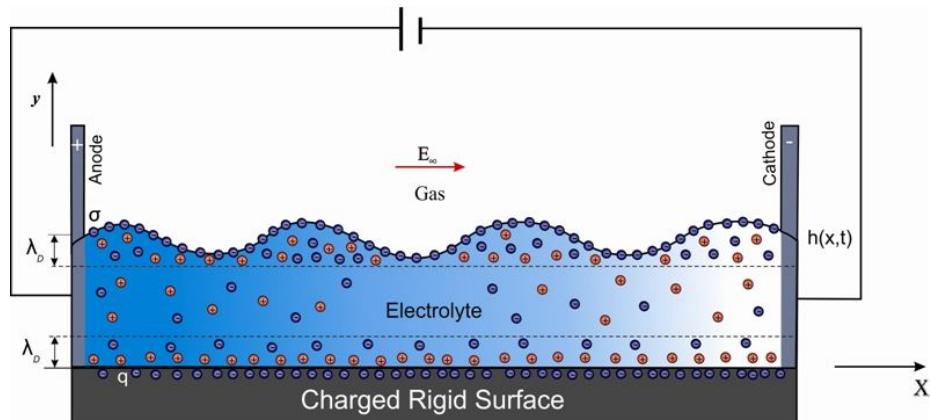
3. Ray B., Reddy P.D.S., Bandyopadhyay D., Joo S.W., Sharma A., Qian S. and Biswas G. Instabilities in free-surface electroosmotic flows // Theor. Comput. Fluid Dyn. 26. 311. 2012.
4. Mayur M., Amiroudine S. and Lasseux D. Free-surface instability in electro-osmotic flows of ultrathin liquid films Physical Review E. 85. 046301. 2012.

## STABILITY OF A MICRO-NANO ELECTROLYTE FILM WITH MOBILE CHARGE AT THE INTERFACE OF THE GAS/LIQUID

G.S. Ganchenco, E.V. Gorbacheva

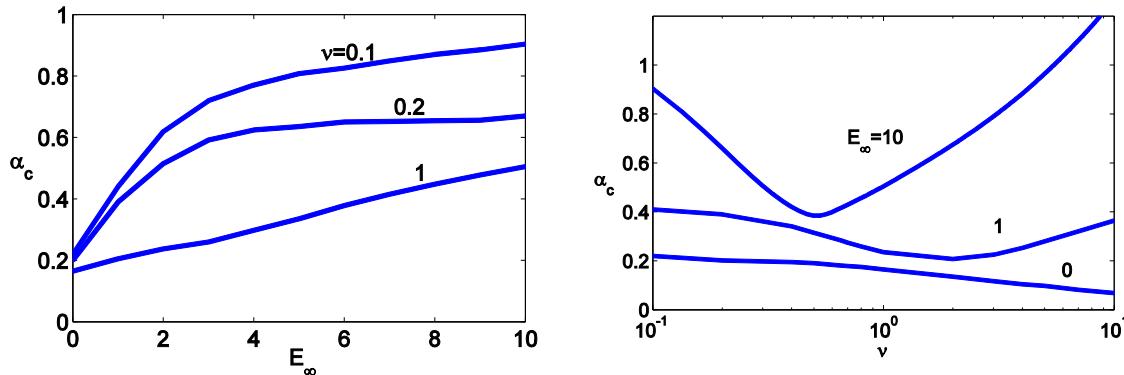
Kuban State University, Krasnodar

Here we study the stability of a thin film of a binary univalent electrolyte on a solid charge surface it is under the influence of an external constant electric field with the presence of a mobile charge at the boundary of gas and liquid. Similar problem was studied in the papers [1], [3] and [4]. However some reductions were used. They don't give us an opportunity to study the problem as a whole. The fact is that nanofilms were studied only, so we can't observe the whole picture of the phenomenon as we know that there are different cases of a microscale instability [2]. In this paper both cases on microfilm and nanofilm are observed. Thus the cases can be compared and studied. We can also study the transfer from one to another. The linear stability problem has also been studied and critical parameters values of transition to the instability have been determined as well.



The model is described by a nonlinear system of the Nernst - Planck - Poisson - Stokes equations in the electrolyte and Laplace's equation - in the gas for the electric potential. The boundary conditions of specified tightness for positive and negative ions on a solid surface are set. The adhesion condition and the charge are fixed. On the boundary of gas and liquid the following conditions are given for the components of hydrodynamic stress tensor and Maxwell-Wagner's tensor; the impermeability of positive and negative ions; the conservation of charge; the kinematic one. To search the linear stability problem aims the superimposition of small periodic perturbations on one-dimensional steady-state solution. Then we use  $\tau$ -modification of Galerkin method with the expansion of functions in series of Chebychev polynomials. After sampling system reduces to the generalized algebraic eigenvalue problem which is solved by QR algorithm.

The following figures show the dependence of the critical wave number  $\alpha_c$  on number Debye  $\nu$  and the external electric field  $E_\infty$ . The area above graphs is stable, the area below – is an unstable one.



Neutral stability curves are obtained for different parameters of the problem for micro  $\nu \ll 1$  and nano  $\nu = O(1)$  films. In addition we reveals that the system is stable in the absence of mobile charge at the interface, which is confirmed with the analytical solution of system which is worked out from the assumption of smallness  $\nu$ .

The work are supported by Russian Foundation for Basic Research, projects №12-08-00924-a, №14-08-31260-mol\_a and №11-08-00480-a.

## References

1. *Joo S. W.* A nonlinear study on the interfacial instabilities in electro-osmotic flow based on the Debye-Hückel approximation // Microfluid Nanofluid 5. 417. 2008.
2. *Zaltzman B. and Rubinstein I.* Electroosmotic slip and electroconvective instability // J. Fluid Mech. 579. 173. 2007.
3. *Ray B., Reddy P. D. S., Bandyopadhyay D., Joo S. W., Sharma A., Qian S. and Biswas G.* Instabilities in free-surface electroosmotic flows // Theor. Comput. Fluid Dyn. 26. 311. 2012.
4. *Mayur M., Amiroudine S. and Lasseux D.* Free-surface instability in electro-osmotic flows of ultrathin liquid films Physical Review E. 85. 046301. 2012.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ РАЗРЫВА, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ДИФРАКЦИИ УДАРНЫХ ВОЛН

*Л.Г. Гвоздева, С.А. Гавренков, А.С. Нестеров*

Объединенный институт высоких температур РАН

При взаимодействии ударных волн с вогнутыми углами происходит отражение и возникает трёхударная конфигурация ударных волн. Они состоят из трёх волн и поверхности скольжения, исходящей из тройной точки. При взаимодействии ударных волн с выпуклым углом происходит дифракция, возникают сложные волновые конфигурации, которые включают в себя поверхности скольжения при отрыве потока. Поверхности скольжения, возникающие в этих двух случаях неустойчивы, они сворачиваются в систему вихрей по механизму Кельвина-Гельмгольца.

В работе теоретически исследуется развитие неустойчивости Кельвина-Гельмгольца в зависимости от физико-химических процессов, происходящих за ударными волнами. Показано, что при низких показателях адиабаты смешение на контакт-

ных поверхностях происходит гораздо интенсивнее. Проведена обработка экспериментов по дифракции ударных волн при взаимодействии с плоскими поверхностями. Показано, что теоретические расчеты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Исследован так же промежуточный случай между выпуклыми и вогнутыми углами, распространение ударных волн в плоских каналах. Результаты работы важны для понимания физических процессов, происходящих при развитии неустойчивости Кельвина-Гельмгольца на тангенциальных поверхностях разрыва и переходе к турбулентности.

Работа финансировалась частично по гранту РФФИ 12-01-31362.

## INVESTIGATION OF TANGENTIAL SURFACES EMERGING AT THE DIFFRACTION OF SHOCK WAVES

*L.G. Gvozdeva., S.A. Gavrenkov., F.S. Nesterov*

Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences (JIHT RAS)

At the interaction of shock waves at a concave angle reflection takes place and 3-shock wave configuration occurs. It consists of three shock waves and the slip surface emanating from the triple point. At the interaction of shock waves at a convex angle the diffraction happens and the complicated configuration of waves appears, including a separation line. Slip surfaces are unstable in these cases; they curl into a chain of vortices due to the Kelvin-Helmholtz mechanism.

The development of KH instability is investigated in this work in dependence on the physical and chemical processes which take place behind the shock waves. It has been shown that at the low values of adiabatic index the mixing at tangential surfaces is much more intensive. A processing of experiments on the diffraction of shock wave at the interaction with concave corners, convex corners and flat surfaces, has been held. It has been shown that theoretical calculations are in good agreement with the experimental data. The work is of great importance for understanding physical processes arising at the development of slip stream instabilities and the transition to turbulence.

The present study is supported in part by the Russian Research Foundation for the Fundamental Sciences grant 12-01-31362.

## ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ СЛЕДА В ФОРМЕ НЕЛИНЕЙНО-СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

*Г.В. Гембаржевский*

ИПМех РАН, Москва

Исследование устойчивости, управляемости широко-апертурных плазменных следовых течений представляет интерес, в частности, для техники мощных быстропроточных лазеров. В нашей работе исследуется модельный случай следового течения общего вида – след за двумя близко расположенным параллельными цилиндрами. При этом отношение высоты цилиндров к их диаметру сравнительно мало  $H/D \sim 3 - 4$ , соответственно, считаем, что реализующееся течение близко к двумерному, несмотря на то, что след турбулентный (числа Рейнольдса набегающего потока составляют величи-

ну порядка  $10^3$ ). Числа Маха достаточно малы и не превышают величины  $M < 0,15$ . Ранее нами был обнаружен эффект влияния тлеющего разряда на гидродинамику следа: для режима перемежающегося следа в азоте обнаружена зависимость коэффициента перемежаемости течения от тока разряда [1].

Развитие исследования требует идентификации наблюдаемых в эксперименте мод следа. Прямое решение этой задачи (посредством визуализации следа) в нашем случае затруднено (соответствующие стенки разрядной камеры непрозрачны). Остается воспользоваться той или иной моделью следа, чтобы по доступным наблюдению пульсациям скорости в следе определить реализующуюся моду течения. Известны маломерные («reduced order») модели следа [2, 3]. Для этого исследования предлагается простая одномерная модель следа в форме связанных осцилляторов типа Ван-дер-Поля. Имея в виду обеспечить применимость модели в максимально широком диапазоне параметров следа, использована нелинейная – квадратичная двухпараметрическая форма связи осцилляторов. Применение метода медленных амплитуд и фаз (Крылова-Боголюбова) позволяет получить «укороченные» уравнения эволюции амплитуд осцилляторов и разности их фаз осцилляций (три связанных уравнения первого порядка). Найдено преобразование, позволяющее разделить эту систему на два «ведущих» связанных уравнения (определяющих динамику следа) и третье - «ведомое» уравнение. Проведенный анализ показал, что эта двухпараметрическая модель следа двух цилиндров, несмотря на относительную простоту, вмещает четыре глобальных моды течения (без учета вырождения). Это:

1. асимметричная мода (дорожка Кармана за одним из цилиндров полностью подавлена),
2. симметричная мода двух одинаковых, синфазно синхронизированных дорожек Кармана,
3. симметричная мода двух одинаковых, противофазно синхронизированных вихревых дорожек,
4. симметричная мода двух дорожек Кармана, синхронизированных на угол отличный от  $0$  и  $\pi$ .

Более того, моды синфазной и противофазной синхронизации дорожек имеют пересекающиеся области существования на плоскости параметров, соответственно, реализуется перемежающийся турбулентный след. Найдена граница областей притяжения глобальных мод в фазовом пространстве модели, ее уравнение:

$$\frac{\partial K}{\partial D} = \frac{[1-K^2][\lambda K + (l/2)(1-2D)]}{[\lambda(3-2K^2)-1][D-3D^2+2D^3]}$$

где величина  $K$  – это косинус разности фаз двух дорожек–осцилляторов, а параметр  $D$  выражается через амплитуды осцилляторов  $D = (1/2) \left[ 1 - \frac{2\rho r}{(\rho^2 + r^2)} \right]$ ,  $\lambda, l$  – параметры модели.

Модельные моды синфазной и противофазной синхронизации дорожек устойчивы (в области существования перемежающегося течения), а перестройка следа с моды на моду осуществляется в результате сбоев фазы и амплитуды осцилляций дорожек за цилиндрами вследствие турбулентности потока. Введя соответствующие вероятности сбоев, можно на основе развиваемой модели построить теоретическую оценку коэффициента перемежаемости следа.

В 2013 году в рамках проекта РФФИ 13-01-00742 разрабатывалась комплексная методика исследования плазменных следов. Это, с одной стороны, – представляемая двухпараметрическая одномерная модель следа двух цилиндров, а с другой стороны – экспериментальный комплекс на основе датчика пульсаций скорости потока. Созданный двухточечный датчик скорости – это датчик типа Siddon-Ribner, но с оптическим

выводом сигнала, что позволяет использовать его в потоке плазмы несамостоятельного тлеющего разряда (находящейся под высоким напряжением). Свойства экспериментально-расчетного комплекса согласованы: в обоих случаях оперируем двумя одномерными сигналами.

Исследование выполняется при поддержке РФФИ, грант 13-01-00742.

## Литература

1. Гембаржевский Г.В. Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. В. 5. С. 95–102.
2. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны // М.: Наука. Физматлит. 1997.
3. Peschard I., Le Gal P. Physical Review Letters. 1996. V. 77. № 15. P. 3122–3125.

## A SIMPLE MODEL OF THE WAKE IN THE FORM OF TWO NONLINEARLY COUPLED OSCILLATORS

*G.V. Gembarzhevskii*

A.Yu. Ishlinsky Institute for problems in mechanics, RAS, Moscow

The analysis of stability and controllability of the wake plasma flows with wide aperture is of interest for example in technique of high power fast-flow lasers. Here a sample of wake of general form, namely, wake behind two parallel cylinders close to each other is studied. The ratio of cylinders heights to their diameters was fairly low in the case:  $H / D \sim 3 - 4$ , respectively, we believe the flow realized was effectively two-dimensional one (in spite of the fact that the wake was turbulent – the Reynolds number was roughly  $10^3$ ). The Mach number of the flow was sufficiently small ( $M < 0,15$ ). Earlier we discovered an effect of glow discharge on the hydrodynamics of such wakes. Namely for the case of intermittent wake regime in nitrogen, the dependence of the alternation coefficient on the discharge current was found [1].

The development of this studying needs for an identification of the wake modes observed in experiment. Direct solution of this problem (by means of the wake visualization) is difficult in our case as the walls of the discharge chamber are opaque. It only remains to use some wake model for the modes identification by means of accessible data for the velocity pulsation. The “reduced order” wake models are known [2, 3]. A simple one-dimensional wake model in the form of two coupled van-der-Pole type oscillators is proposed for this investigation here. With keeping in mind to provide the applicability of the wake model in a maximal wide range of the wake parameters a nonlinear two-parametric form for oscillatory couplings was used. An application of the method of slow amplitudes and phases (the Krylov-Bogolyubov method) enables one to get the “truncated” equations of evolution of the oscillators amplitudes and its phase difference (three coupled equations of the first order). A transform has been found, by which the set was divided into two (coupled) master equations and the third “driven” equation. The analysis carried out showed that this two-parametric model of the wake behind two cylinders, in spite of its comparative simplicity, includes four global flow modes (without an account for a degeneration). These are:

- 1) the asymmetric mode (the von-Karman street behind one cylinder is completely damped);
- 2) the symmetric mode of two identical in-phase synchronized von-Karman streets;
- 3) the symmetric mode of two identical anti-phase synchronized von-Karman streets;

- 4) the symmetric mode of two streets being synchronized by the angle distinct from 0 and  $\pi$ .

In addition, the modes of in-phase and anti-phase synchronization of the von-Karman streets have intersecting domains of existence on the parameter plate, and, consequently, the intermittent turbulent wake is realized in this case. The boundary of the domains of attraction for global modes in the phase space of the model was found, its equation is as follows:

$$\frac{\partial K}{\partial D} = \frac{[1 - K^2][\lambda K + (l/2)(1 - 2D)]}{[\lambda(3 - 2K^2) - 1][D - 3D^2 + 2D^3]}$$

Here the quantity  $K$  is the cosine of the phase difference for two oscillators, and the parameter  $D$  is expressed in terms of oscillatory amplitudes  $D = (1/2) \left[ 1 - \frac{2\rho r}{(\rho^2 + r^2)} \right]$ , and  $\lambda, l$  - are

the model parameters. The modes of in-phase and anti-phase street synchronization are stable (in the intermittent flow domain), and the wake alternation from one mode to another proceeds as a result of malfunction of the oscillatory phases and amplitudes due to flow turbulence. By introducing a relevant probabilities of malfunctions, one can build the theoretical foundation for estimating the wake intermittence coefficient based on the model considered.

In 2013 a methodic of complex studying the plasma wakes was worked out within the RFBR project N 13-01-00742. This is, from one hand, the presented two-parameter one-dimensional model for wake behind two cylinders, and, from other hand, the experimental complex on the basis of the transducer of the velocity flow pulsations. The two-point velocity gage made up is a detector of the Siddon-Ribner type but with optic signal output, and this peculiarity enables one to use that in the plasma flows of non-self-sustained glow discharge (being under high voltage). The properties of experimental and theoretical complex are in agreement: in both cases one operates with two one-dimensional signals.

We are grateful to Russian Foundation for Basic Research for financial support of this study, grant N 13-01-00742.

## References

1. Gembarzhevskii G.V. Technical Physics Letters. 2009. V. 35. № 3. P. 241–244.
2. Landa P.S. Nonlinear oscillations and waves in dynamical systems // Kluwer Academic Publishers. 1996.
3. Peschard I., Le Gal P. Physical Review Letters. 1996. V. 77. P. 3122.

## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ, ОБУСЛОВЛЕННЫХ ДЖОУЛЕВЫМ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЕМ В НАКЛОННОМ ПЛОСКОМ СЛОЕ В ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

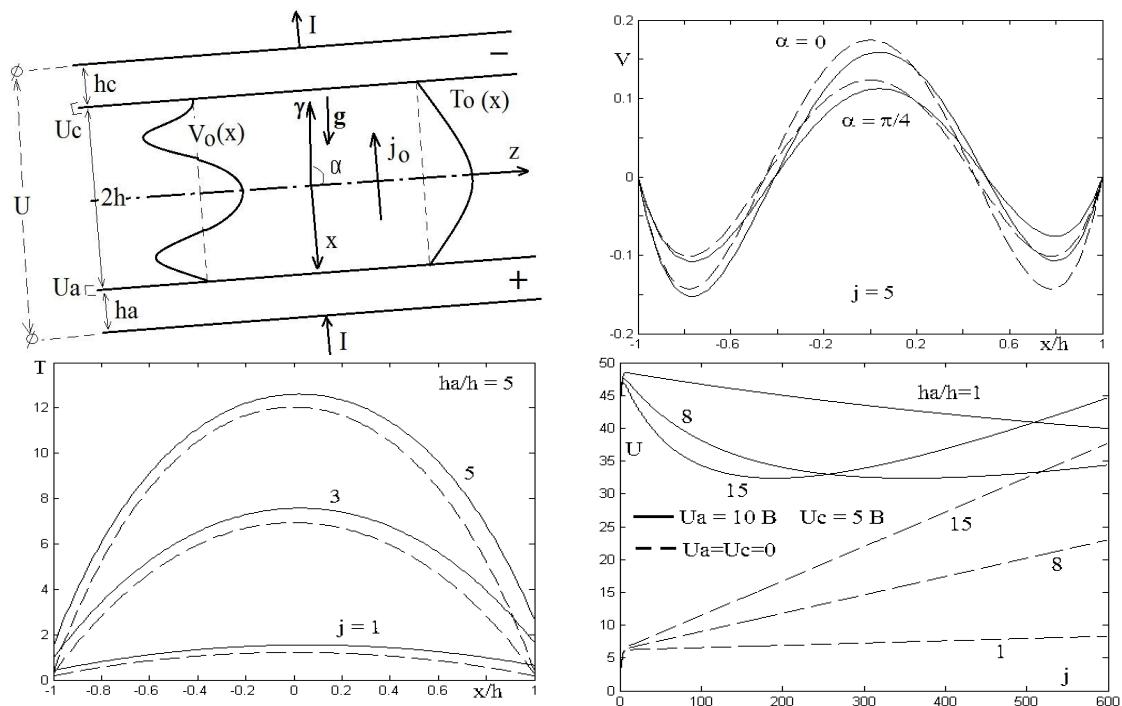
*A.P. Глинов*

НИИ механики МГУ, Москва

Тепловая модель контракции тока, как следствие развития неустойчивости (например, перегревной) электродугового разряда, достаточно широко изучена [1]. Однако в реальных разрядах (при наличии гравитационного поля) могут возникать конвективные течения межэлектродной среды, как следствие развития конвекции из-за наличия объемного источника тепловыделения [2], в частности, в виде джоулевой диссипации. В случае идеальных (изотермических и эквипотенциальных) электродов и без учета приэлектродных потерь электрического потенциала ( $U_a = U_c = 0$ ) перегревно-

конвективная неустойчивость разряда изучалась в [3]. Однако в реальных электродах, обладающих тепловым и электрическим сопротивлением, картина развития неустойчивостей может отличаться от картины, полученной в [3], и, прежде всего, возможным взаимодействием перегревной и конвективной мод неустойчивости и изменением границ устойчивости (нейтральных кривых).

На приведенном рисунке представлена геометрия и структура фонового (одномерного и стационарного) решения при однородной плотности тока  $j_0$ . Принципиальное отличие решаемой задачи от задач [3] и [2] – произвольный угол наклона  $\alpha$  электродных пластин и зависимость объемного источника тепла от температуры  $T$  соответственно. Принято, что удельное электрическое сопротивление зависит от  $T$  линейно. Показано, что учет приэлектродных падений потенциала (и соответствующих им скачков теплового потока) приводит к нарушению симметрии фонового решения и возникновению немонотонной вольт-амперной характеристики (ВАХ) – зависимости  $U(j)$ , имеющей при заданном напряжении (в определенном его диапазоне) три решения при разных плотностях тока. Безразмерные переменные:  $U = U_0/U^*$ ,  $T = T_0/T^*$ ,  $V = V_0/V^*$ ,  $j = j_0/j^*$ , где  $j^* = 0.35 \text{ MA/m}^2$ ,  $U^* = 0.35 \text{ В}$ ,  $V^* = 0.67 \text{ м/с}$ ,  $T^* = 18 \text{ кК}$ . Тогда возникает «падающий» участок ВАХ ( $dU/dj < 0$ ), что, как показано, отвечает неустойчивости разряда к одномерным возмущениям в виде периодической шнуревой структуры вдоль канала. В докладе приводится модель анализа двумерных возмущений на основе уравнений Обербека-Буссинеска и тепловой модели разряда. Обсуждаются пути численного решения спектральной краевой задачи для амплитудных уравнений.



Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (13-01-00305).

## Литература

1. Недоспасов А.В., Хаит В.Д. Основы физики процессов в устройствах с низкотемпературной плазмой // М.: Наука. 1991. 224 с.
2. Геришун Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений // М.: Наука. 1989. 320 с.

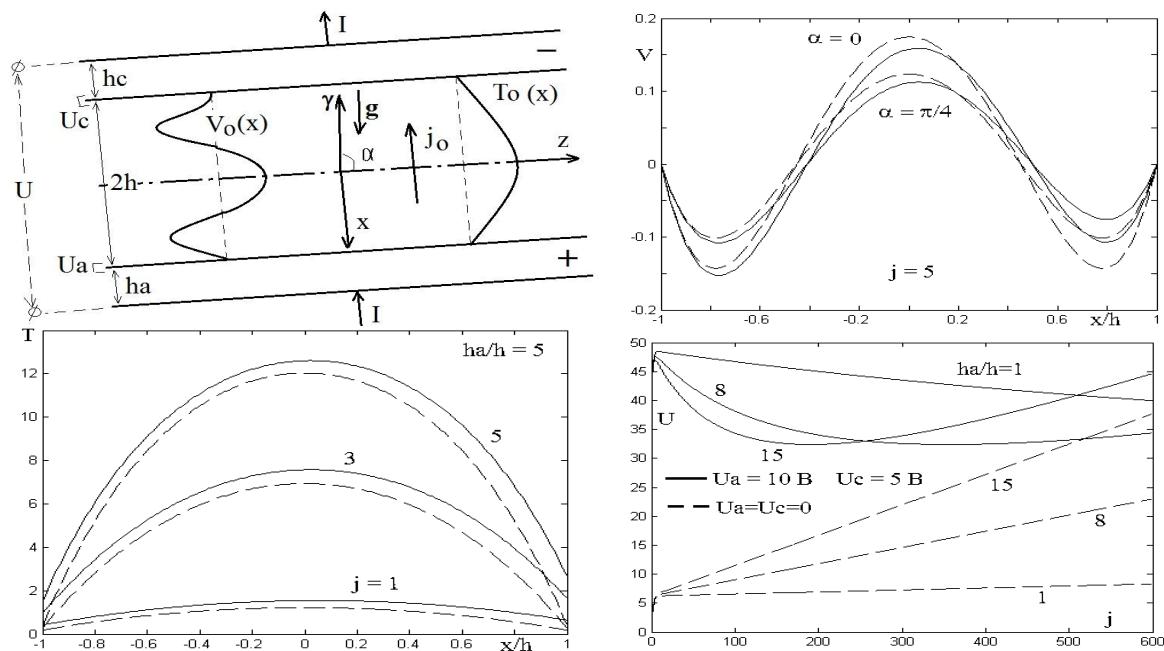
3. Глинов А.П. Перегревно-конвективная неустойчивость электрического разряда // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1983. № 2. С. 120–123.

## ABOUT STABILITY OF THE CONDUCTIVE CONTINUOUS MEDIUM FLUXIONS CAUSED BY THE JOULE THERMAL EMISSION IN THE OBLIQUE FLAT LAYER IN THE FIELD OF GRAVITY

*A.P.Glinov*

Institute of Mechanics Lomonosov Moscow State University, Moscow

The thermal model of the counteraction of a current, as consequence of instability development (for example overheating) an electric arc, is widely enough studied [1]. However in real discharges (in the presence of a gravitational field) there can be convective fluxions of interelectrode medium, as consequence of development of a convection because of presence of a volume radiant of a thermal emission [2], in particular, in the form of a Joule dissipation. In case of ideal (isothermal and equipotential) electrodes and without taking into account near electrodes losses of electrical potential ( $U_a = U_c = 0$ ) the discharge heat-convective instability was studied in [3]. However in the real electrodes possessing thermal and electrical resistance, the pattern of development of instabilities can differ from a pattern gained in [3], and, first of all, by possible interaction heat both convective modes of instability and change of stability boundaries (neutral curves).



In the given drawing the geometry and structure background (one-dimensional and stationary) solutions is presented at the homogeneous density of a current  $j_o$ . The basic difference of a solved problem from problems [3] and [2] – any slope angle  $\alpha$  of electrode plates and dependence of a volume radiant of heat on temperature  $T$  accordingly. It is accepted that specific electrical resistance depends from  $T$  linearly. It is shown that the account near electrodes voltage drops (and springs of a thermal stream corresponding to them) leads to infringement of symmetry of the background solution and occurrence of a nonmonotonic volt-ampere characteristic (Vakh) – dependences  $U(j)$ , having at the given voltage (in its certain gamut) three

solutions at different densities of a current. The dimensionless variables:  $U = U_0/U^*$ ,  $T = T_0/T^*$ ,  $V = V_0/V^*$ ,  $j = j_0/j^*$ , where  $j^* = 0.35 \text{ MA/m}^2$ ,  $U^* = 0.35 \text{ V}$ ,  $V^* = 0.67 \text{ m/s}$ ,  $T^* = 18 \text{ kK}$ . Then there is an «impinging» site of Vakh ( $dU/dj < 0$ ) that, as shown, answers instability of the discharge to the one-dimensional perturbations in the form of periodic current structures along the channel. In the report the model of the analysis of two-dimensional perturbations on the basis of the Oberbek-Bussinesk equations and thermal model of the discharge is given. Trajectories of the numerical solution of a spectroscopic boundary-value problem for the peak equations are discussed.

Operation is executed with support of the Russian fund of basic researches (№13-01-00305).

## References

1. *Nedospasov A.V., Hait V.D.* Bottoms of Physics of Processes in Devices with the Low-Temperature Plasma // M: Nauka. 1991. 224 p. (in Russian).
2. *Gershuni G.Z., Zhuhovitsky E.M., Nepomnyastsiy and A.A.* Stability of convective fluxions // M: Nauka. 1989. 320 p. (in Russian).
3. *Glinov A.P.* Convective Instability of an Electric Discharge // Fluid Dynamics 1983. V. 18. Issue 2. P. 266–269.

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ УВ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

*K.E. Городничев, С.Е. Куров, С.А. Сережкин*

Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова,  
Москва

Нами проведено рассмотрение эволюции двухмерных возмущений при прохождении УВ по среде, содержащей энтропийные неоднородности плотности. Как показано в статье [1], в этом случае в зафронтовой области будут распространяться звуковые и энтропийно-вихревые волны. В работе [2], используя разложение до первого порядка теории возмущений, показано существование трех типов решений в зависимости от соотношения волновых векторов начальных возмущений. Для двух из них (случай гармонической звуковой волны, распространяющейся от фронта УВ, и звуковой волны, затухающей в зафронтовой области) было приведено решение.

В данной работе показано, что для описания случая распространения гармонической звуковой волны, направленной в сторону УВ, требуется использование второго порядка теории возмущений. Система уравнений гидродинамики и условия Ренкина-Гюгонио на УВ записывались с учетом второго порядка включительно. Отметим, что решение представимо в виде совокупности решений, соответствующих взаимодействию звуковых волн между собой; звуковых волн с энтропийно-вихревыми и энтропийно-вихревыми между собой.

В результате в интересующей нас области была получена поправка к волновому вектору звуковой волны, содержащая мнимое слагаемое. Это означает, что рассмотрение второго порядка влияет на качественное поведение решения, если в первом порядке звуковая волна – гармоническая, то при учете второго появляется затухание.

Для подтверждения результатов теоретического анализа, проводились вычисления при помощи программного комплекса TIS, разрабатываемого во ВНИИА им. Н.Л. Духова. Наблюдается качественное и количественно совпадение.

## **Литература**

1. Дьяков С.П. Об устойчивости ударных волн // ЖЭТФ. 1954. Т. 27. № 3(9). С. 288–295.
2. Городничев К.Е., Куратов С.Е. Развитие возмущений в системе сталкивающихся пластин // ВАНТ сер. Мат. моделирование физ. процессов. 2013. № 2. С. 37–47.

## **УСТОЙЧИВОСТЬ СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ КУЭТТА ТЕРМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНОГО МОЛЕКУЛЯРНОГО ГАЗА**

*Ю.Н. Григорьев<sup>1</sup>, И.В. Еришов<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск,

<sup>2</sup> Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет  
(Сибстрин), Новосибирск

В докладе рассматривается устойчивость плоского течения Куэтта колебательно возбужденного газа в сверхзвуковом режиме. Исходной математической моделью служила система уравнений двухтемпературной аэрогазодинамики. В соответствии с физическими представлениями эта система описывает течения колебательно-возбужденного молекулярного газа, когда диссоциацией и возбуждением верхних колебательных уровней молекул, а также поправками на ангармонизм колебаний можно пренебречь.

Расчеты проводились в рамках классической линейной теории устойчивости, а также на основе альтернативной нелинейной энергетической теории.

Характеристики линейной устойчивости плоскопараллельных течений колебательно-возбужденного газа в общем случае рассматривались в работе авторов [1], где было показано значительное стабилизирующее воздействие релаксационного процесса. Линейная устойчивость течения Куэтта в условиях сильного отклонения от термодинамического равновесия до последнего времени не исследовалась. Следует отметить, что в немногочисленных работах, посвященных этому течению для совершенного газа, влияние объемной вязкости, отражающей слабую неравновесность внутренних степеней свободы молекул газа, исключалось с помощью соотношения Стокса. Поэтому обращение к линейной теории с целью исследования влияния термической неравновесности на характеристики устойчивости классического течения представляет самостоятельный интерес. Использованная модель двухтемпературной аэрогазодинамики при отсутствии возбуждения колебательных мод переходит в модель совершенного газа, что позволяло провести сравнение с имеющимися в литературе результатами.

Для невязкого предела течения Куэтта колебательно возбужденного газа с параболическим профилем статической температуры для растущих возмущений найдено в явном виде необходимое обобщенное условие точки перегиба (2-я теорема) Рэлея и уточнено достаточное условие в теореме (Howard's) о полукруге, полученные ранее в [1]. Двумя независимыми способами – методом "стрельбы" и методом коллокаций – выполнены расчеты инкрементов нарастания двумерных четных и нечетных невязких мод. Отмечено, что в отличие от свободного сдвигового слоя, в задаче Куэтта с возрастанием числа Маха инкремент нарастания наиболее неустойчивой четной (второй) моды возрастает, стремясь к некоторому пределу при  $M \rightarrow \infty$ , для которого получена асимптотика в форме обыкновенного дифференциального уравнения.

Для вязких возмущений рассчитаны спектры собственных значений, инкременты нарастания и кривые нейтральной устойчивости в плоскости  $(Re, \alpha)$  для первой и вто-

рой растущих мод в диапазоне чисел  $M=2\div 5$  и  $Re = 10^5 \div 10^7$ . Найден диапазон изменения критических чисел Рейнольдса  $Re_{cr} = (2 \div 5)10^4$ . Показано, что при всех уровнях возбуждения наиболее неустойчивой является вторая мода. Возбуждение практически не меняет форму области неустойчивости, но ее границы с ростом возбуждения смещаются в сторону больших волновых чисел.

В рамках нелинейной энергетической теории гидродинамической устойчивости проведено исследование сверхзвукового плоского течения Куэтта колебательно-возбужденного двухатомного газа в диапазоне чисел Маха  $M=2\div 5$ . Соответствующая спектральная задача для критических значений числа Рейнольдса  $Re_{cr}$ , определяющих возможное начало ламинарно-турбулентного перехода, решалась численно с использованием библиотеки Matlab. Расчеты показали, что как и в случае дозвуковых чисел Маха, наиболее «опасными» являются возмущения продольной моды. Показано, что в исследованном диапазоне сверхзвуковых чисел Маха критические числа Рейнольдса лежат в пределах  $Re_{cr} = 0,5 \cdot 10^2 \div 1,5 \cdot 10^3$ . Таким образом, в сверхзвуковом течении Куэтта имеет место сближение критических чисел Рейнольдса, рассчитанных с использованием альтернативных теорий, хотя остается разница примерно в один порядок.

Можно констатировать, что расчеты по обеим теориям показывают, что возбуждение внутренних степеней свободы снижает инкременты нарастания возмущений и оказывает стабилизирующее воздействие на течение.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 11-01-00064).

### Литература

1. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Линейная устойчивость невязкого сдвигового течения колебательно возбужденного двухатомного газа // ПММ. 2011. Т. 45. В. 4. С. 581–593.

## STABILITY OF THE SUPERSONIC COUETTE FLOW OF THERMAL NONEQUILIBRIUM MOLECULAR GAS

*Yu.N. Grigoryev, I.V Ershov*

Institute of computational technologies of SB RAS, Novosibirsk

In the paper a stability of the plane Couette flow of vibrationally excited gas in supersonic regime are considered. The system of equations of two-temperature gas dynamics was used as an original mathematical model. The system correspondingly with physical conceptions describes flows of vibrationally excited gas when one can neglect by dissociation, exciting upper vibrational levels of molecules and also by corrections on anharmonicity of vibrations. Calculations were carried out on the base of the classical linear stability theory and also with using alternative nonlinear energy stability theory.

Characteristics of linear stability in general case of plane-parallel flows of vibrationally excited gas were considered in authors' paper [1] where an essential stabilizing effect of relaxation process was shown. Linear stability of the Couette flow under strong derivation from thermal equilibrium was not investigated up to nowadays. It is worth noted that in the few papers devoted to the compressible Couette flow of perfect gas a bulk viscosity which describes a weak nonequilibrium of internal molecular modes was excluded using the known Stokes relation. Thereat a linear stability consideration of the classical flow has an independ-

ent interest. The used two-temperature gas dynamics model without exciting vibrational modes transits into perfect gas model which allowed us make a comparison with results known throw literature.

In inviscid limit of the Couette flow of vibrationally excited gas with parabolic static temperature profile the necessary generalized condition of an inflection point (2nd Raley's theorem) was obtained in explicit form and sufficient condition in Howard's semicircle theorem was refined which was earlier received in [1]. Calculations of growth rates of 2D inviscid even and odd modes were independently worked out by both "shooting" and collocation methods. It was remarked that in contrast to a free shear flow in the Couette flow with Mach number growing the growth rates of the most unstable even (2nd) mode converges to a some limit with An asymptotics was obtained for this limit in the form of ordinary differential equation.

The spectra of eigenvalues, growth rates and neutral stability curves in  $(Re, \alpha)$  plane for Ist and IIInd growing modes were calculated for viscosity disturbances. The critical Reynolds numbers  $Re_{cr} = (2 \div 5)10^4$  were also obtained. It was shown that for all levels of excite the II-mode is the most unstable one. Exciting does not practically change a form of instability domain but with growth of excite its boundaries are displaced in direction of greater wave numbers.

In the frameworks of nonlinear energy theory of hydrodynamic stability the supersonic plane Couette flow of vibrationally excited gas was investigated for Mach numbers  $M=2\div 5$ . Corresponding spectral problem for critical Reynolds numbers  $Re_{cr}$  defined a possible threshold of laminar-turbulent transition was numerically solved with using Matlab library. The calculations shown that as for subsonic Mach numbers the longitudinal modes are the most "dangerous" ones. It was obtained for investigated range of Mach numbers that the critical Reynolds numbers are situated in limits  $Re_{cr} = 0,5 \cdot 10^2 \div 1,5 \cdot 10^3$ . Thereby for the supersonic Couette flow a convergence of the critical Reynolds number values calculated with using two alternative theories takes place although a difference roughly in one decade degree is preserved.

One can conclude that calculations on the base both theories show that exciting internal molecular modes reduces growth rates of disturbances and stabilizes the flow.

The work was supported by grant of RFBR No 11-01-00064.

## References

1. Grigoryev Yu. N., Ershov I.V. Linear stability inviscid shear flow of vibrationally excited diatomic gas // Appl. Math. Mech. 2011. V. 45.Iss. 4. P. 581–593. (in Russian).

## О ВОЛНОВОМ МЕХАНИЗМЕ ПЕРЕСТРОЙКИ ДОРОЖКИ КАРМАНА В ДАЛЬНЕМ СЛЕДЕ ЗА ЦИЛИНДРОМ

C.B. Гувернюк, Я.А. Дынников, Г.Я. Дынникова

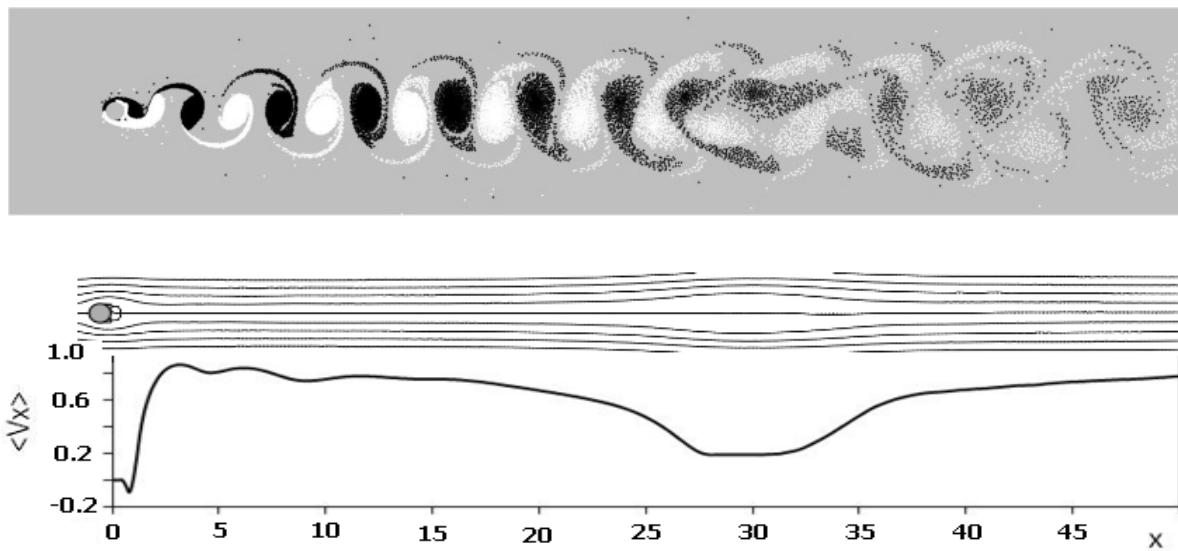
НИИ механики МГУ, Москва

Вихревая дорожка Кармана – широко известное гидродинамическое явление, наблюдаемое в следах за плохообтекаемыми телами. Подобные структуры достаточно легко воспроизводятся при численном решении двумерных уравнений Навье-Стокса различными методами. Классическая задача о взаимодействии неподвижного кругового цилиндра с равномерным потоком однородной вязкой жидкости при умеренных числах Рейнольдса, когда на протяжении десятков калибров в следе за цилиндром существует

регулярная вихревая дорожка, является предметом исследований уже более ста лет [1] и, тем не менее, продолжает привлекать внимание ученых. С разных точек зрения исследуются строение и устойчивость вихревых структур ближнего и дальнего следа, их восприимчивость к внешним возмущениям, а также различные способы управления.

Менее известно, что по мере удаления от тела регулярная вихревая дорожка, прежде чем естественным образом ослабнуть и рассеяться, испытывает довольно резкую перестройку, сопровождающуюся укрупнением вихрей и увеличением расстояний между ними. В экспериментальных и численных исследованиях (обзор основных работ до 2000 г. содержится в [2]) обнаружено, что в следе за цилиндром при числах Рейнольдса  $Re \sim 100-1000$  осредненная во времени скорость на оси следа, минуя зону возвратного течения непосредственно за цилиндром, быстро возрастает до значений близких к скорости набегающего потока, но затем на расстоянии порядка нескольких десятков калибров в зависимости от числа  $Re$  значительно снижается. Образуется своеобразный «тромб», вблизи которого происходит перестройка дорожки. Этот «тромб» находится на фиксированном расстоянии от цилиндра (зависящем от числа  $Re$ ), т.е. в системе координат, связанной с невозмущенной жидкостью, он как бы бежит за цилиндром, разрушая дорожку Кармана и оставляя за собой перестроившийся след.

Различные гипотезы причин перестройки дорожки Кармана в дальнем следе, в основном, сводятся к двум. По одной из них перестройка происходит из-за тенденции к попарному объединению вихрей Кармана одного знака. По другой – перестройка объясняется затуханием первичной дорожки и возникновением новой из-за неустойчивости симметричного следа, имеющего точки перегиба профиля сдвигового распределения продольной скорости. Последнее получило детальное обоснование в работе [3]. В работе [2] отмечалось, что в зависимости от внешних возмущений могут проявляться оба механизма. Однако ни одна из теорий не дает оценок протяженности следа до места образования тромба и не описывает механизмы его возникновения.



В данной работе проведено численное и аналитическое исследование этого явления. Численное моделирование выполнено бессеточным вихревым методом ВВД [4]. На приведенных рисунках дан пример результатов расчета ( $Re=600$ ) мгновенной вихревой картины в следе за цилиндром, движущемся в неограниченном покоящемся пространстве вязкой несжимаемой жидкости; линий тока осредненного по времени течения и распределения осредненной скорости  $\langle V_x \rangle$  на оси следа в подвижной системе координат, связанной с цилиндром. В аналитическом исследовании в рамках упрощен-

ной модели дорожки Кармана в виде цепочки точечных вихрей выявлена бегущая волна «варикозной» неустойчивости цепочки, ответственная за образование «тромба». Это позволило дать качественное объяснение рассматриваемого явления.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 12-01-00985).

### Литература

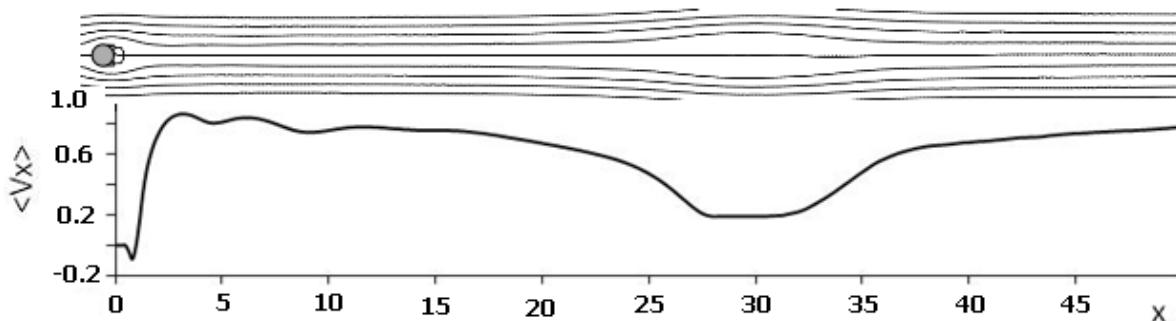
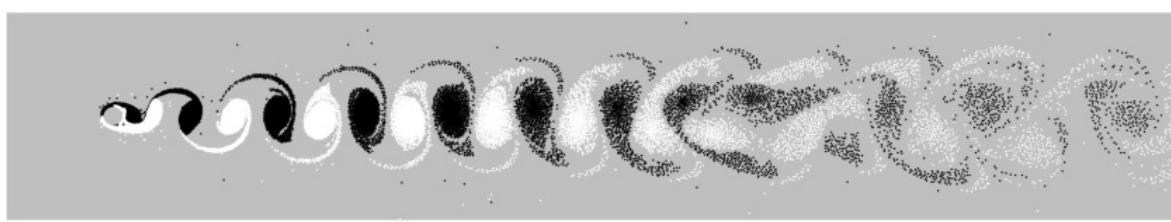
1. *Von Karman T.* Über den Mechanismus des Widerstands, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt // Gott. Nachr. Math. Phys. 1912. Kl. 00. P. 547–556.
2. *Inoue O., Yamazaki T.* Secondary vortex streets in two-dimensional cylinder wakes // Fluid Dynamics Research. 1999. V. 25. P. 1–18.
3. *Алексюк А.И., Шкадова В.П., Шкадов В.Я.* Возникновение, развитие и затухание вихревой дорожки в следе за обтекаемым телом // Вестник Моск. ун-та. Сер. 1. Математика, Механика. 2012. № 3. С. 24–32.
4. *Андронов П.Р., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я.* Вихревые методы расчета нестационарных гидродинамических нагрузок // М.: Изд-во Моск. ун-та. 2006. 184 с.

### ABOUT WAVE'S MECHANISM OF RESTRUCTURING KARMAN VORTEX STREET IN THE WAKE OF A CYLINDER

*S.V. Guvernyuk, Ya.A. Dynnikov, G.Ya. Dynnikova*

Research Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University

Karman vortex street is a widely known hydrodynamic phenomenon that can be observed in flows past bluff bodies. Such structures are easily reproduced by many methods of numerical solutions of two-dimensional Navier-Stokes equations. Interaction of a fixed cylinder and the uniform flow of a viscous fluid accompanied by a long regular vortex street is a classical problem and it has been investigated for more than 100 years [1]. Nevertheless this problem is still attractive for the scientists. The pattern and stability of the vortex structures in the near and remote wake, their sensitivity to external perturbations and various methods of control have been investigated from different points of view.



It is less known that, with growth of distance from the body, prior to losing its momentum and dissipation, the vortex street experiences a distinct change in structure. Such change is accompanied by increase in the vortex size and the spacing of the vortices. Existing numerical and experimental works (for review of principal studies completed prior to 2000 see [2]) show that in a cylinder wake at Reynolds numbers  $Re \sim 100-1000$ , the time averaged velocity at the wake axis after reversing zone increases to the values close to the velocity of the incoming flow, and further the velocity decreases significantly within the distance of several tens of cylinder diameters depending on the value of Reynolds numbers. This creates a clot-like phenomenon, in the vicinity of which the vortex street experiences the actual change. This clot-like structure occurs within a certain distance from the cylinder, which depends on the value of the Reynolds numbers. In other words, in a coordinate system connected to unperturbed fluid, this clot follows the cylinder destroying the Karman street and creating a restructured wake.

Various hypotheses on the restructuring of Karman vortex street can be summarized in two principal approaches. One suggests that such change occurs due to the natural tendency of the Karman vortices of the same sign to coalesce by pairs. According to the other view the restructuring is explained by damping of the initial street and the formation of the new one through the instability of the symmetrical street that is characterized by the presence of multiple inflection points and staggered distribution of the longitudinal velocity. This finding has been described in detail by Alexuk et al [3]. Inoue and Yamazaki [2] noted that, depending on the external disturbances, both mechanisms could take place. However, the theories don't provide sufficient evaluation of the distance to the location of the clot, and don't describe the mechanisms of the clot's formation.

This study presents a numerical and analytical investigation of the phenomenon. Numerical modeling is performed using meshless method VVD (method of viscous vortex domains, [4]). The following pictures show examples of the results obtained at the Reynolds numbers  $Re=600$ : vortex street following a cylinder moving in an unlimited space of viscous fluid, the mean (time average) stream lines, and distribution of mean velocity  $\langle V_x \rangle$  along wake axis in the coordinate system connected with the cylinder. Analytic study of the simplified model of Karman vortex street as a sequence of point vortices revealed one traveling wave of "varicose" instability of the vortex street which can explain the formation of the clot and allowed to provide a qualitative explanation to the phenomenon under investigation.

This work is completed with the financial support of the Russian Fund of Boundary Research (project # 12-01-00985).

## References

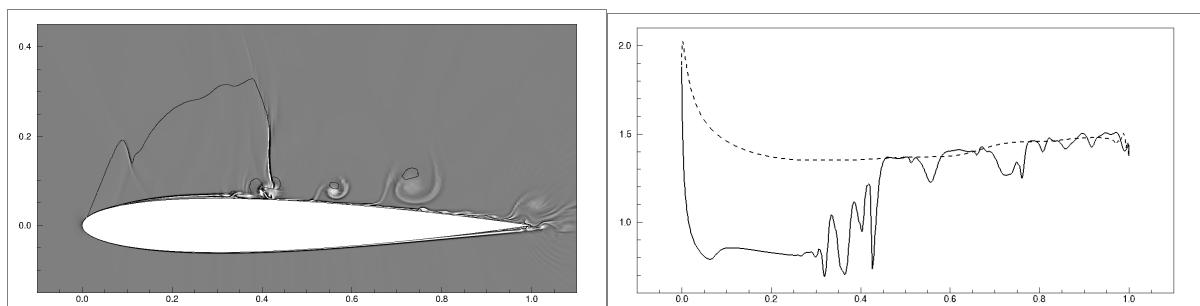
1. Von Karman T. Über den Mechanismus des Widerstands, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt // Gott. Nachr. Math. Phys. 1912. Kl. 00. P. 547–556.
2. Inoue O., Yamazaki T. Secondary vortex streets in two-dimensional cylinder wakes // Fluid Dynamics Research. 1999. V. 25. P. 1–18.
3. Aleksyuk A., Shkadova V., Shkadov V. Formation, evolution, and decay of a vortex street in the wake of a streamlined body // Moscow University Mechanics Bulletin. 2012. V. 67. № 3. P. 53–61.
4. Adronov P.R., Guvernyuk S.V., Dynnikova G.Ya. Vortex methods for unsteady hydrodynamic loads // M.: MSU. 2006. 184 p. (in Russian).

# НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТРАНСЗВУКОВОЕ ЛАМИНАРНОЕ ОБТЕКАНИЕ ПРОФИЛЯ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Д.С. Данилов

Центральный аэродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский

В работе представлены результаты численного моделирования нестационарного трансзвукового обтекания профиля на основе двумерных уравнений Навье-Стокса при числе Рейнольдса  $Re_\infty = 10^6$ , посчитанного по параметрам набегающего потока и длине хорды. При ламинарном обтекании профиля под углом атаки на подветренной стороне под действием неблагоприятного градиента давления отрывается пограничный слой, при этом область первичного возвратного течения испускает отрывные пузыри - области вторичного отрыва и присоединения, движущиеся вниз по потоку вдоль поверхности профиля [1]. Обычно образование отрывных пузырей рассматривают для течений при небольших числах Рейнольдса и Маха, когда обтекание профиля является ламинарным и дозвуковым. Что имеет практическое значение, так как данное явление оказывает значительное влияние на аэродинамические характеристики, в частности из-за него возрастают сила сопротивления. При увеличении числа Маха и угла атаки набегающего потока на подветренной стороне профиля возникает сверхзвуковая область течения, замыкающаяся скачком уплотнения, в которую проникают возмущения, распространяющиеся вверх по потоку в области дозвукового возвратного течения. При этом режим турбулентного обтекания существенно отличается от ламинарного. В частности, при численном моделировании турбулентности с помощью уравнений Рейнольдса совместно с моделью замыкания Спаларта-Аллмараса не возникает вторичных отрывов. Однако в определённом диапазоне чисел Маха и углов атаки могут реализоваться автомодельные колебания скачка уплотнения на подветренной стороне профиля [2]. Данная работа посвящена моделированию отрывных пузырей в случае двумерного ламинарного течения при больших числах Рейнольдса. В качестве примера на рисунках представлены результаты решения задачи обтекания симметричного профиля NACA0012 для чисел Маха  $M_\infty = 0.7$  и Рейнольдса  $Re_\infty = 10^6$  под углом атаки  $\alpha = 4^\circ$ .



На теневой картине течения, дополненной линией единичного числа Маха, видны вихри, генерируемые в дозвуковом течении отрывными пузырями, движущимися вниз по потоку. Также видна область вторичного отрыва, взаимодействующая со скачком уплотнения. Кроме того можно видеть возмущения течения, распространяющиеся вверх по потоку внутри области возвратного течения и проникающие в сверхзвуковую область. Для этого же момента времени приведён график безразмерного давления на поверхности профиля в зависимости от продольной координаты (при этом давление на подветренной стороне показано сплошной линией).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 12-01-31319).

## Литература

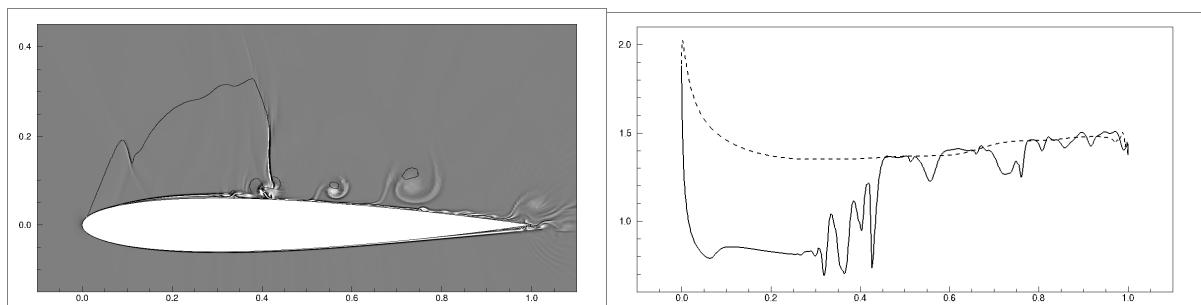
1. Jones L.E., Sandberg R.D., Sandham N.D. Direct numerical simulations of forced and unforced separation bubbles on an airfoil at incidence // J. Fluid Mech. 2008. 602. P. 175207.
2. Пилипенко А.А., Полевой О.Б., Приходько А.А. Численное моделирование влияние числа Маха и угла атаки на режимы трансзвукового турбулентного обтекания аэродинамических профилей // Ученые записки ЦАГИ. 2012. 43(1). С. 3–31.

## TRANSIENT TRANSONIC LAMINAR AIRFOIL AT HIGH REYNOLDS NUMBERS

D.S. Danilov

Central Aerohydrodynamic Institute (TsAGI), Zhukovsky, Russia

The results of numerical simulation of transonic laminar airfoil at Reynolds number  $Re_\infty = 10^6$  are presented. Boundary layer on the downwind side of airfoil at incidence separates under an adverse pressure gradient. Local regions of secondary separation and reattachment detaching from primary reverse flow and propagating downstream along airfoil surface are referred to as laminar separation bubbles [1]. This phenomenon is typically associated with flows at low to moderate Reynolds numbers when flow is laminar and subsonic. It is of practical importance since laminar separation bubbles has a marked effect upon aerodynamic performance. For instance drag forces are typically increased. Region of supersonic flow closed by shock wave grows up on the downwind airfoil side with increasing Mach number and angle of attack. Disturbances propagate upstream in subsonic reverse flow and penetrate into supersonic flow. Herewith turbulent flow significantly differs from laminar one. In particular, local regions of secondary separation and reattachment don't occur on airfoil downwind side when Spalart-Allmaras model of RANS equations is used. However self-oscillation of shock wave takes place in certain range of Mach number and angle of attack [2]. In this study numerical modeling of separation bubbles is restricted by the case of two dimensional laminar flow at high Reynolds numbers. Some results of NACA-0012 airfoil at Mach number  $M_\infty = 0.7$ , Reynolds number  $Re_\infty = 10^6$  and incidence  $\alpha = 4^\circ$  are shown on the figures.



Moving downstream vortices generated by separation bubbles are shown on shadow picture. Also it can be seen how secondary separation flow region interacts with a shock wave as well as propagating upstream disturbances penetrate into a supersonic region restricted by sound line on the figure. The distribution of airfoil surface dimensionless pressure on longitu-

dinal coordinate is shown on the second figure (the pressure on the downwind side is drawn by solid line).

The research has been supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 12-01-31319).

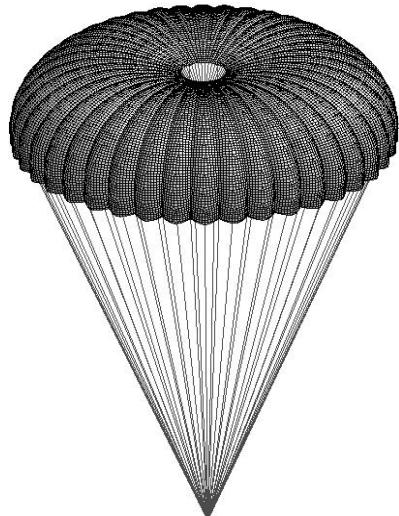
## References

1. Jones L.E., Sandberg R.D., Sandham N.D. Direct numerical simulations of forced and unforced separation bubbles on an airfoil at incidence // J. Fluid Mech. 2008. 602. P. 175207.
2. Pylypenko A.A., Polevoy O.B., Prykhodko O.A. Numerical simulation of Mach number and angle of attack influence on modes of transonic turbulent flows around airfoils // TsAGI Science Journal. 2012. 43(1). P. 3–31.

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ О РАСКРЫТИИ КУПОЛА ПАРАШЮТА

*M.B. Джалалова*

НИИ механики МГУ, Москва

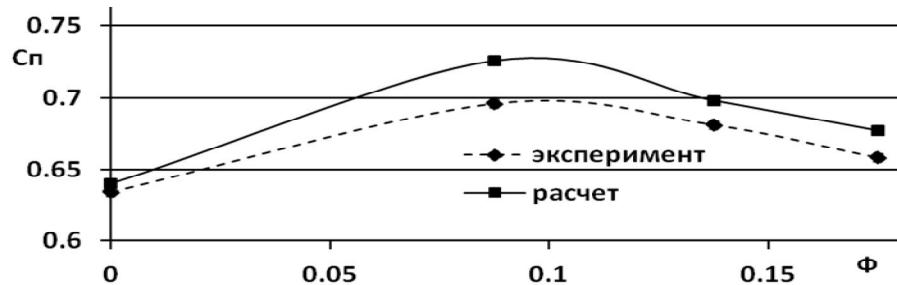


Одним из вопросов теории парашютостроения остается вопрос о путях возможного повышения эффективности парашюта как тормозного устройства, т.е. вопрос об увеличении величины коэффициента сопротивления  $C_d$  за счет введения конструктивных дополнительных элементов. В работе исследуется влияние величины полюсного отверстия и наличие центральной стропы на изменение значения коэффициента сопротивления.

Решение этой задачи выполнялось с использованием численного моделирования. Верификация численной процедуры проводилась по результатам данных экспериментальных исследований в аэродинамической трубе А-6 Института механики МГУ. Рассматривались нескольких моделей парашюта, представляющих плоский круг в раскрытое площадью 0.5 м<sup>2</sup>, изготовленных из капроновой ткани с нулевым значением конструктивной проницаемости при скорости потока  $V = 25$  м/с. Как в численном, так и в физическом экспериментах количество строп принималось  $n = 40$ , диаметр полюсного отверстия варьировался в интервале от 70 мм до 140 мм, длина центральной стропы равнялась длине внешних строп – 800 мм. Отдельно оценивался  $C_d$  для обычного парашюта с теми же параметрами, но без центральной стропы и полюсного отверстия.

Основным путем решения задачи раскрытия купола парашюта в настоящее время является метод прямого компьютерного моделирования в потоке газа – FSI подход (Fluid Structure Interaction), основанный на совмещенном лагранжево-эйлеровым описанием движения [3]. Использование этого подхода требует значительных вычислительных и временных ресурсов, что затрудняет решение оптимизационных проблем, к которым относится данная задача. Применение же обычного квазистатического лагранжевого подхода (без взаимодействия с газом) в данном случае, как правило, оказывается невозможным из-за отсутствия сходимости вычислительной процедуры. С использованием определенных упрощений решение подобной задачи было получено в [2].

В данной работе предложен новый модифицированный лагранжевый подход, основанный на итерационной процедуре, состоящей из двух этапов. На первом этапе задача по раскрытию купола парашюта решается пошагово в динамической постановке с использованием явной схемы интегрирования по времени с предписанным перепадом давления по куполу, взятым из эксперимента [1]. Значение давления задавалось в виде линейной функции от времени и имело направление по нормали к начальной для данного шага конфигурации купола.



Величина временного интервала между шагами подбиралась из соображения сходимости процедуры. На заключительном этапе решается уже квазистатическая задача с неявной схемой интегрирования по времени с конфигурацией купола, полученной в результате проведенного динамического анализа. Сходимость решения на этом этапе достигается всего за несколько шагов.

Сравнение результатов численного моделирования с использованием предложенного подхода с экспериментальными данными показало высокую степень их согласования. Как видно из графика, представляющим зависимость значения коэффициента сопротивления  $C_p$  от величины полусного отверстия  $\Phi$ , расхождение между численными и экспериментальными данными составляет не более 5%. Характерная форма раскрытоого парашюта, полученная в численном расчете, представлена на рисунке.

### Литература

- Рахматуллин Х.А. Теория осесимметричного парашюта // В сб. Парашюты и проницаемые тела. М.: Изд-во МГУ. 1975. С. 3–35.
- Dzhalalova M.V., Leonov S.V. Effect of Structural Permeability on the Stability of a Parachute with Four Suspension Lines // Moscow Univrity Mechanics Bulletin – Springer. Т. 68. № 1. С. 28–31.
- Sathe S., Benney R., Charles R., Doucette E., Milette J., Senga M., Stein K. and Tezduyar T.E.. "Fluid-Structure Interaction Modeling of Complex Parachute Designs with the Space-Time Finite Element Techniques" // Computers & Fluids. 36. 2007. P. 127–135.

## NUMERICAL STUDY OF PARACHUTE CANOPY DEPLOYMENT

M.V. Dzhalalova

Institute of Mechanics, Moscow State University

One of the issues in the parachute industry, both in theory and in practice, remains the question of the parachute efficiency improvement as a braking device, i. e. the question of increasing the value of the drag coefficient  $C_p$  by introducing the additional constructive com-

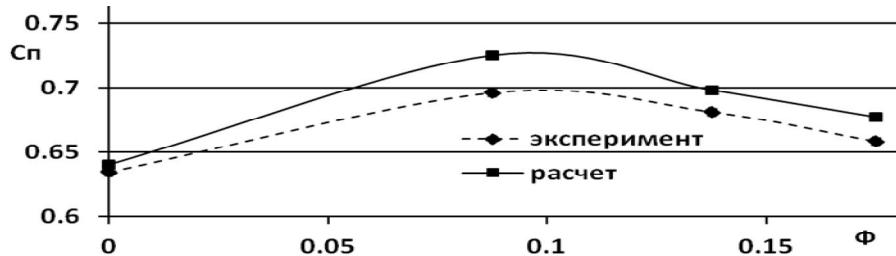
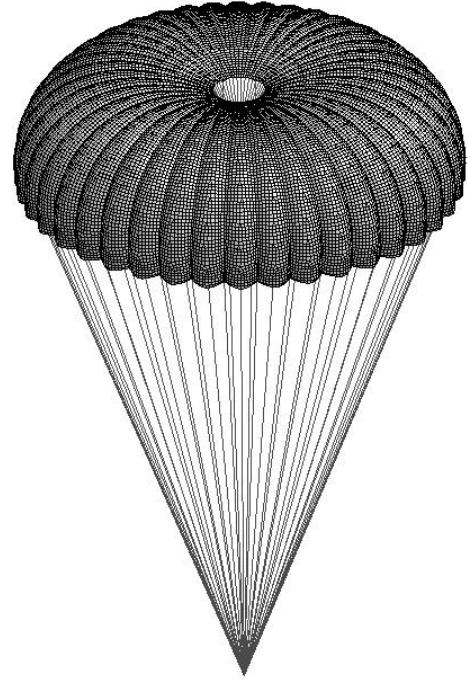
ponents. We investigate the effect of the pole vent and the existence of the central line on the drag coefficient value.

The solution of this problem was performed by numerical simulation. Verification of the numerical procedure was carried out through the results of the experimental studies in the wind tunnel A-6 at the Institute of Mechanics, Moscow State University. Several parachute models, representing a flat circle in the cutting area of  $0.5 \text{ m}^2$ , made of nylon fabric with zero structural permeability at a flow rate  $V = 25 \text{ m/s}$ , are considered. The number of suspension lines was  $n = 40$  in both numerical and experimental models, the diameter of the pole vent was varied in the range of 70 mm to 140 mm, the central line length was equal to the length of the suspension lines – 800 mm. The drag coefficient  $C_p$  for the usual parachute with the same parameters but without central line and the pole vent was estimated separately.

Currently the main way to solve the problem of the parachute canopy deployment is the method of the direct computer simulation in the gas stream – FSI approach (Fluid Structure Interaction), based on the combined Lagrangian-Eulerian description of the motion [3]. However, this approach requires significant computational resources and time, that is especially difficult for the optimization problems to which this task belongs. The conventional quasi-static Lagrangian approach (without interaction with the gas) does not work in this case, due to a lack of convergence of the computation procedure. The solution of such a problem was obtained in [2] with several simplifications.

In this paper we propose a new, modified Lagrangian approach based on an iterative procedure consisting of two stages. At the first stage, the task of the parachute canopy deployment is solved step by step in a dynamic formulation using explicit time integration scheme with a prescribed pressure drop on the canopy, taken from the experiment [1]. Pressure value was specified as a linear function of time with a direction normal to the initial canopy configuration for the current step.

The magnitude of the time interval between the steps was chosen from the procedure convergence requirement. At the final stage the problem has already solved with the quasi-static implicit time integration scheme with the canopy configuration resulting from the dynamic analysis. Convergence of the solution at this stage is reached in just few steps.



Comparison of the results of the numerical simulation, using the proposed approach, with the experimental data shows a good agreement. As can be seen from the graph representing the values of the drag coefficient dependence  $C_p$  on the vent value  $F$ , the difference be-

tween the numerical and experimental data is less than 5%. A typical shape of the open parachute, obtained in the numerical calculations, is presented in the figure.

## References

1. *Rakhmatulin Kh.A.* Theory of Axisymmetric Parachutes. Parachutes and Permeable Objects // M. Published in MSU. 1975. P. 3–35.
2. *Dzhalalova M.V., Leonov S.V.* Effect of Structural Permeability on the Stability of a Parachute with Four Suspension Lines // Moscow Univrsky Mechanics Bulletin – Springer. 2013. 68. № 1. P. 28–31.
3. *Sathe S., Benney R., Charles R., Doucette E., Milette J., Senga M., Stein K. and Tezduyar T.E.* "Fluid-Structure Interaction Modeling of Complex Parachute Designs with the Space-Time Finite Element Techniques" // Computers & Fluids. 36. 2007. P. 127–135.

## О ФОКАЛЬНЫХ ТОЧКАХ И УЕДИНЕННЫХ ЛОКАЛЬНЫХ ВИХРЯХ НА МЕЛКОЙ ВОДЕ

*С.Ю. Доброхотов, А.И. Шафаревич*

Институт проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского,  
Московский физико-технический институт и Московский государственный  
университет им М.В.Ломоносова

Рассматривается задача Коши с локализованным начальным условием вида уединенного вихря малой амплитуды для системы уравнений мелкой воды над неровным дном и с переменным базовым течением. Показано, что в линейном приближении такой вихрь в некотором смысле представляет собой движущуюся по траектории базового течения «сильную» фокальную точку и его динамику удобно описывать в рамках квазиклассического приближения с помощью модифицированного канонического оператора Маслова. При этом, однако, оказывается, что в линейном приближении компонента превышения свободной поверхности практически равна нулю и ее можно пытаться определить как первую нелинейную (квадратичную) поправку. Показано, что это соображение можно реализовать при условии, что вектор – функция скорости при всех временах является решением двумерного стационарного уравнения Эйлера. Такое свойство сохраняется, если, например, на траектории вихря (локально) выполнено условие Коши-Римана. Динамика таких вихрей оказывается линейной, но превышение свободной поверхности – эффект чисто нелинейный. В том случае, когда вихревая компонента оказывается радиально симметричной, полученные формулы могут определять асимптотику полной нелинейной системы.

## ON THE FOCAL POINTS AND SOLITARY LOCALIZED VORTICES ON THE SHALLOW WATER

*S.Yu. Dobrokhotov, A.I. Shafarevich*

We consider the Cauchy problem with localized initial conditions of the vortex type with small amplitude for the system of shallow water equations with variable depth and variable mean flow. We show that in the linear approximation the vortex represents a strong focal

point, propagating along the trajectory of the unperturbed flow. The dynamics can be described in terms of the modified Maslov canonic operator. However, it appears that in linear approximation the amplitude of the free surface is almost zero and it can be computed as a nonlinear correction. We show that this idea can be realized if the velocity field satisfies two-dimensional steady Euler equation. This property is conserved in time if the on the trajectory of the vortex the Cauchy – Riemann conditions are locally fulfilled. The dynamics of the vortex is linear, but the free surface amplitude is computed from the nonlinear equations. If the vortex is axially symmetric, the corresponding formulae determine the asymptotics of the solution for the complete nonlinear system.

## ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ АРГОНА В УДАРНОЙ ТРУБЕ

*О.И. Докукина, Е.Н. Терентьев, Л.С. Штеменко, Ф.В. Шугаев*

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

Исследовано взаимодействие ударной волны с турбулентным потоком в ударной трубе прямоугольного сечения  $40 \times 60 \text{мм}^2$ . Турбулизация потока осуществлялась сеткой. Отражённая от перфорированного торца волна взаимодействовала с пульсациями плотности и давления в турбулентном потоке аргона. Давление и его пульсации изменились пьезодатчиком, пульсации плотности – лазерным шлирен–методом. Число Маха падающей волны равнялось 1.9–3.5, число Маха отраженной волны – 1.5–1.85, число Рейнольдса было равно приблизительно  $7 \times 10^4$ . Были получены корреляционные функции пульсаций давления и плотности за падающей и отраженной ударными волнами, по которым был определен масштаб турбулентности. Ранее в работах [1,2] было исследовано турбулентное течение воздуха в ударной трубе. Отраженная ударная волна в воздухе имела сложную форму из-за взаимодействия с пограничным слоем на стенках ударной трубы, что привело к возрастанию, а затем к уменьшению ее скорости вдоль канала ударной трубы. Это обстоятельство затруднило анализ течения за отраженной волной. В аргоне практически не наблюдается взаимодействия ударной волны с пограничным слоем, отраженная волна плоская или почти плоская. За падающей волной безразмерный масштаб турбулентных пульсаций плотности меняется от 0.24 до 0.5 при изменении числа Маха волны от 1.9 до 3.2. Характерный размер – диаметр отверстий в сетке. Масштаб турбулентных пульсаций давления меняется от 0.1 до 0.25 при том же изменении числа Маха волны. За отраженной волной масштаб пульсаций плотности меняется от 0.05 до 0.4, а масштаб пульсаций давления – от 0.02 до 0.14 при изменении числа Маха волны от 2 до 3.2. Таким образом, за отраженной волной масштаб турбулентности уменьшается в несколько раз. В воздухе за падающей волной масштаб турбулентных пульсаций плотности на 30% больше по сравнению с аргоном при числе Маха, равном 3, масштаб турбулентных пульсаций давления – на 10%. Измерено давление за отраженной волной в турбулентном потоке аргона и в ламинарном потоке при прочих одинаковых условиях. Величина давления в турбулентном потоке превышает значение давления в ламинарном потоке на 3–15% в некотором интервале давлений за падающей волной. Этот эффект объясняется нагревом турбулентного газа за отраженной ударной волной. Нагрев газа подтверждается увеличением скорости отраженной волны в турбулентном потоке аргона по сравнению со скоростью потока в отсутствие турбулентности.

## **Литература**

1. Шугаев Ф.В., Терентьев Е.Н., Штеменко Л.С., Докукина О.И. Пульсации плотности и давления в турбулентном потоке газа и их взаимодействие с ударной волной // Вестник Нижегородского ун-та им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4. часть 5. С. 2619–2620.
2. Докукина О.И., Терентьев Е.Н., Штеменко Л.С., Шугаев Ф.В. Пульсации давления в турбулентном потоке газа и их взаимодействие с ударной волной // Вестник Моск. ун-та. Сер.3. Физика, астрономия. 2013. № 2. С. 24–28.

## **TURBULENT FLOW OF ARGON IN A SHOCK TUBE**

*O.I. Dokukina, L.S. Shtemenko, F.V. Shugaev, E.N. Terentiev*

Faculty of Physics, M.V. Lomonosov Moscow State University, Moscow

The interaction of a shock wave with a turbulent flow of argon in a shock tube has been investigated. The cross-section of the shock tube was equal to  $40 \times 60 \text{ mm}^2$ . The turbulent flow was created with the aid of a grid. The incident shock wave falls on a perforated plate at the end of the shock tube, reflects from the plate and then interacts with the turbulent flow. The pressure was measured by a pressure transducer. A laser-schlieren technique was applied in order to measure density fluctuations. The Mach number of the incident shock was equal to  $M = 1.9\text{---}3.5$ , the Mach number of the reflected shock was  $1.5\text{---}1.85$ , the Reynolds number was  $7 \times 10^4$ . We found correlation functions for turbulent fluctuations of pressure and density behind the incident shock as well as behind the reflected one. These data allowed us to calculate the turbulent length scale. The turbulent air flow in the shock tube was studied earlier [1,2]. There was a complicated pattern due to the interaction of the reflected shock with the boundary layer at the walls of the tube. As a consequence, the velocity of the reflected shock increased first of all and then decayed. This circumstance makes the analysis of the flow behind the reflected shock more difficult. In the case of argon the interaction of the shock with the boundary layer is very weak, and the shock remains a planar one. The dimensionless turbulent length scale for density fluctuations varies in the range from 0.24 to 0.5 as the Mach number of the incident shock increases from 1.9 to 3.2, the characteristic length being the diameter of orifices in the grid. The turbulent length scale for pressure fluctuations varies from 0.1 to 0.25 under similar conditions.

The turbulent length scale diminishes behind the reflected shock. The length scale for density fluctuations varies in the range from 0.05 to 0.4, if the Mach number increases from 2 to 3.2. The length scale for pressure fluctuations varies from 0.02 to 0.14 under the same conditions. In the case of air the length scale for density fluctuations is 30% as large as compared with argon behind the incident shock ( $M=3$ ). The appropriate increment for pressure fluctuations is equal to 10%. We measured the pressure in the turbulent flow of argon behind the reflected shock. It was found that the value of the pressure is 3-15% as large as the appropriate value in the laminar flow within some range of pressure behind the incident shock. This effect is due to the heating of the turbulent gas behind the reflected shock. The increase of the velocity of the reflected shock in argon confirms this hypothesis.

## References

1. Shugaev F.V., Terentiev E.N., Shtemenko L.S., Dokukina O.I. Fluctuations of density and pressure in turbulent gas flow and their interaction with a shock wave // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta imeni N.I. Lobachevskogo. 2011. № 4. part 5. P. 2619–2620. (in Russian).
2. Dokukina O.I., Terentiev E.N., Shtemenko L.S., Shugaev F.V. Pressure Fluctuations within a Turbulent Gas Flow and Their Interaction with a Shock Wave // Moscow University Physics Bulletin. 2013. V. 68. № 2. P. 118–122.

## ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ИЗУЧЕНИЮ (A,B,C) ТЕЧЕНИЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

B.C. Дрюма

Институт математики и информатики АН РМ, Кишинев

При помощи решений системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = A \sin(Z) + C \cos(Y), \quad \frac{dY}{dt} = B \sin(X) + A \cos(Z), \quad \frac{dZ}{dt} = C \sin(Y) + B \cos(X), \quad (1)$$

с параметрами  $A, B, C$  описываются течения идеальной несжимаемой жидкости, удовлетворяющие уравнениям Эйлера. Она имеет многочисленные приложения в гидродинамике, в физике плазмы [1,2]. Поведение системы (1) имеет разнообразный характер, зависит существенным образом от численных значений параметров  $A, B, C$  и может быть как регулярным, так и хаотическим.

Для изучения свойств интегральных кривых системы (1) предлагается использовать дифференциальное уравнение в ч.пр. первого порядка

$$(A \sin(Z(X, Y)) + C \cos(Y)) Z_x + (B \sin(X) + A \cos(Z(X, Y))) Z_y - C \sin(Y) - B \cos(X) = 0, \quad (2)$$

которое эквивалентно системе (1) при условии  $Z = Z(X, Y)$ . С уравнением вида (2) ассоциируется уравнение Монжа  $M(X, Y, Z, dX < dY, dZ) = 0$ , однородное (квадратичное) относительно дифференциалов  $(dX, dY, dz)$ , и при помощи которого в трехмерном пространстве  $M^3$  с координатами  $(X, Y, Z)$  вводится метрика Римана, зависящая от параметров  $A, B, C$ . Изучение свойств инвариантов тензора кривизны пространства  $M^3$ , его геодезических линий (наличие или отсутствие векторов Киллинга), операторов Лапласа-Бельттри могут быть полезными для описания поведения интегральных кривых системы уравнений (1) в зависимости от параметров.

В качестве альтернативного подхода к изучению свойств системы уравнений (1) предлагается использовать теорию инвариантов Лиувилля-Трессе-Картана алгебраических ОДУ второго порядка вида

$$(Y'')^2 + P(X, Y, Y') Y'' + Q(X, Y, Y') = 0, \quad (3)$$

с коэффициентами  $(P, Q)$  в виде полиномов по первой производной  $Y'$  [3,4]. Уравнение вида (3) получается из системы (1) в результате исключения переменной  $Z$  в предположении  $(Y=Y(X), Z=Z(X))$ . Оно является форм-инвариантным относительно произвольных невырожденных замен переменных  $(X=F(U, V), Y=H(U, V))$  и при определенных значениях содержащихся в нем параметров  $A, B, C$

является двойственным к форм-инвариантному уравнению вида

$$Y'' + a_1(X, Y)(Y')^3 + a_2(X, Y)(Y')^2 + a_3(X, Y)Y + a_4(X, Y) = 0$$

с коэффициентами  $a_i(X, Y)$ .

В докладе будут рассмотрены некоторые примеры указанного соответствия и их приложение к теории  $(AB, C)$  – течений (1).

Автор выражает благодарность ДААД Германии за финансовую поддержку его исследований в области теории нелинейных дифференциальных уравнений и их приложений, Департаменту Математики и Информатики Йенского университета им. Фридриха Шиллера и проф. В.С. Матвееву за обсуждение полученных результатов.

### Литература

1. *Hénon M.* Sur la topologie des lignes de courant dans un cas particulier C.R.Acad // Sci. V. 262. 1966. C. 312–314.
2. *Arnold V.* Mathematical methods of classical mechanics // M.: Nauka. 1974.
3. *Dryuma V.* Geometric theory of nonlinear dynamical systems // Preprint. IMI AS RM. Kishinev. 1986. C. 1–54.
4. *Dryuma V.* Homogeneous extensions of the first order ODE's // International Conference "Algebraic Topology and Abelian functions". M.: 18–22 June. Steklov Mathematical Institute of RAS. Abstracts. 2013. C. 78–79.

## GEOMETRIC METHOD OF STUDYING (A,B,C)-FLOW OF INCOMPRESSIBLE IDEAL LIQUID

*V. Dryuma*

Institute of Mathematics and Informatics of AS Moldova, Kishinev

By solutions of the system of differential equations

$$\frac{dx}{dt} = A \sin(Z) + C \cos(Y), \quad \frac{dY}{dt} = B \sin(X) + A \cos(Z), \quad \frac{dZ}{dt} = C \sin(Y) + B \cos(X), \quad (1)$$

with parameters  $AB, C$  the flows of incompressible ideal liquid satisfying to the Euler equations are described. It has numerous applications in hydrodynamics and the physics of plasma [1,2]. The behaviour of the system (1) is a diverse, it depends significantly from numerical values of the parameters  $AB, C$  and can be both regular and chaotic.

To study the properties of integral curves of the system системы (1) is proposed to use the first order partial differential equation

$$(A \sin(Z(X, Y)) + C \cos(Y))Z_x + (B \sin(X) + A \cos(Z(X, Y))Z_y - C \sin(Y) - B \cos(X) = 0, \quad (2)$$

which is obtained from the the system (1) if  $Z = Z(X, Y)$ . Using the equation (2) is obtained the equation of Monge  $M(X, Y, Z, dX, dY, dZ) = 0$  which is homogeneous (quadratic or quartic) with respect to the differential  $(dX, dY, dZ)$ . With the help of Monge equation in a three dimensional space  $M3$  with coordinates  $(X, Y, Z)$  can be introduced the metrics of Finsler or Riemann  $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$  with parameters  $AB, C$ . Study invariants of the tensor of curvature of space  $M3$ , the properties of its geodesics, the presence or absence of Killing vectors, operators of Laplace-Beltrami can be useful to describe the behavior of integral curves of the system (1) on changing its parameters.

As an alternative approach to the study properties of the system (1)) is available for use the theory of invariants Liouville –Tresse –Cartan for algebraic differential equations of the second order

$$(Y'')^2 + P(X, Y, Y')Y'' + Q(X, Y, Y') = 0, \quad (3)$$

with polynomial on variable  $Y$  coefficients  $(P, Q)$  [3,4]. Equation of type (3) is obtained from the system (1) as a result of exclusion of the variable  $Z$  in assumption that  $(Y=Y(X), Z=Z(X))$ . It is a form-invariant with respect to arbitrary nondegenerate changes of variables  $(X=F(U, V), Y=H(U, V))$  and at special values of parameters  $AB, C$  may be dual equation to form-invariant equation of the form

$$Y'' + a\_1(X, Y)(Y')^3 + a\_2(X, Y)(Y')^2 + a\_3(X, Y)Y + a\_4(X, Y) = 0$$

with the coefficients  $a\_i(X, Y)$ .

In report will consider some examples of such compliance as well as their applications to the theory of  $(AB, C)$ -flows (1).

The author thanks DAAD Germany for the financial support of his research in the field of nonlinear differential equations and its applications as well as the Department of Mathematics and Informatics of Friedrich Schiller University of Jena and prof. V.Matveev for discussion of the received results and hospitality.

## References

1. *Henon M.* Sur la topologie des lines de courant dans un cas particulier C.R.Acad // Sci. V. 262. 1966. C. 312–314.
2. *Arnold V.* Mathematical metjods of classical mechanics // M.: Nauka. 1974.
3. *Dryuma V.* Geometric theory of nonlinear dynamical systems // Preprint. IMI AS RM. Kishinev. 1986. C. 1–54.
4. *Dryuma V.* Homogeneous extensions of the first order ODE's // International Conference “Algebraic Topology and Abelean functions”. M.: 18–22 June. Steklov Mathematical Institute of RAS. Abstracts. 2013. C. 78–79.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ В ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННОМ ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ

*B.B. Дьякова, Д.А. Полежаев*

Лаборатория вибрационной гидромеханики  
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Экспериментально изучается динамика жидкости и сыпучей среды в быстро вращающемся горизонтальном цилиндре (радиус  $R=6.3$  см, длина  $l=7.8$  см). Обнаружено, что изначально граница раздела жидкость – сыпучая среда неустойчива к образованию пространственно-периодического рельефа в виде вытянутых вдоль оси вращения чередующихся холмов и впадин (рис. 1 а). В работе изучаются условия возникновения рельефа и пространственный период надкритических структур в зависимости от количества и вязкости жидкости, скорости вращения полости и количества сыпучей среды. Эксперименты проводятся с водоглицериновыми растворами различной концентрации ( $\nu = 1 - 30$  сСт). Количество жидкости характеризуется относительным наполнением  $q=V/V_0$  ( $V$  – объем жидкости,  $V_0$  – объем полости) и варьируется в пределах

$q = 0.1 - 0.6$ . В качестве сыпучей среды используются стеклянные сферические частицы диаметром  $0.15 - 0.25$  мм, масса песка изменяется в диапазоне  $125 - 360$  г.

Динамика жидкости и песка во вращающемся горизонтальном цилиндре определяется соотношением силы тяжести и центробежной силы инерции  $\Gamma = g/\Omega^2 r$ , где  $\Omega$  – угловая скорость вращения цилиндра,  $r$  – радиус свободной поверхности жидкости,  $g$  – ускорение свободного падения. При быстром вращении полости ( $\Gamma$  мало) жидкость и сыпучая среда центрифугируются и совершают твердотельное вращение вместе с полостью, при этом граница раздела между фазами невозмущенная. Уменьшение  $\Omega$  (увеличение  $\Gamma$ ) приводит к возбуждению в жидкости бегущих азимутальных инерционных волн. При дальнейшем увеличении  $\Gamma$  на поверхности сыпучей среды пороговым образом возникает регулярный рельеф (рис. 1 *a*). При уменьшении скорости вращения центрифугированный слой теряет устойчивость, и жидкость и песок обрушаются на дно полости.

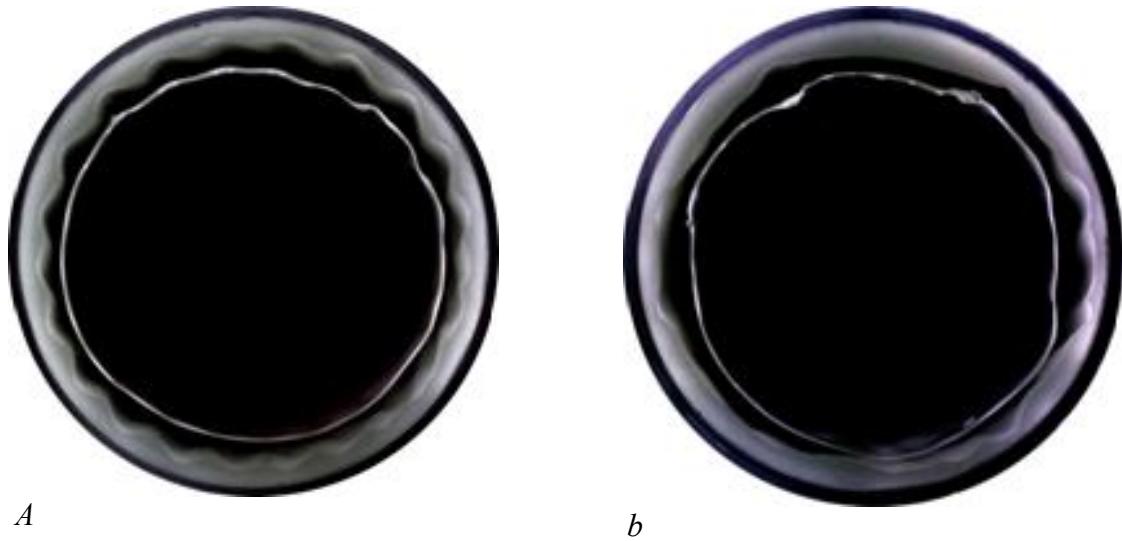


Рис 1

Рельеф на поверхности песка: регулярный рельеф через время  $t = 1$  мин (*a*) и  $60$  минут (*b*) после начала формирования;  $q = 0.25$ ,  $m = 250$  г,  $v = 3.2$  сСт,  $\Omega = 33$  с<sup>-1</sup>

Обнаружено, что с уменьшением скорости вращения полости азимутальный размер холмов  $\lambda$  увеличивается. В экспериментах с маловязкими жидкостями рельеф наблюдается в широком диапазоне  $\Omega$ , при увеличении вязкости область существования рельефа уменьшается. Показано, что в области значений  $q = 0.20 - 0.28$ , пространственный период  $\lambda$  определяется параметром  $(2v/\Omega)^{1/2}$ .

Изучение временной динамики рельефа показывает, что регулярный рельеф сохраняется в течение нескольких минут или десятков минут в зависимости от условий эксперимента и постепенно трансформируется, принимая форму, аналогичную показанной на рис. 1 *b*. Обнаружено, что рельеф не является неподвижным в системе отсчета полости и дрейфует в направлении распространения инерционных волн.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы стратегического развития ПГПУ (Проект 048-М) и Министерства образования Пермского края (Проект С26/625).

# EXPERIMENTAL STUDY OF THE DYNAMICS OF GRANULAR MEDIUM IN A ROTATING HORIZONTAL CYLINDER PARTIALLY FILLED WITH LIQUID

V.V. Dyakova, D.A. Polezhaev

Laboratory of vibrational hydromechanics  
Perm State Humanitarian Pedagogical University, Perm

The dynamics of liquid and granular medium in a rapidly rotating horizontal cylinder (length  $L = 8.0$  cm, inner radius  $R = 6.3$  cm) is experimentally studied. It is found that flat liquid – sand interface is unstable to the growth of the spatially periodic patterns in the form of azimuthally periodic hills and troughs extended along the axis of rotation (fig. 1 *a*). The threshold conditions for the pattern formation growth and supercritical dynamics in dependence on the amount and viscosity of fluid, rotation rate and mass of the granular medium are studied. The experiments are conducted with water-glycerol solutions at different concentrations ( $\nu = 1 - 30$  cSt). The quantity of liquid is characterized by the relative filling  $q = V/V_0$  ( $V$  – fluid volume,  $V_0$  – cavity volume) which varies in the range  $q = 0.1 - 0.6$ . The experiments are performed with spherical glass particles of diameter from 150 to 250  $\mu\text{m}$ ; mass of sand varies in the range 125 – 360 g.

Dynamics of liquid and sand in a rotating horizontal cylinder is determined by the ratio of gravitational force and centrifugal force  $\Gamma = g/\Omega^2 r$  ( $\Omega$  – angular velocity of a cylinder rotation,  $r$  is the radius of the free surface of liquid,  $g$  is gravity acceleration). In a rapidly rotating cylinder ( $\Gamma$  is small) the liquid and granular medium are centrifuged and perform solid body rotation together with the cavity, and the interface between the phases is cylindrical. Increase of  $\Gamma$  (decrease of  $\Omega$ ) brings to the excitation of azimuth traveling inertial waves. The further increase of  $\Gamma$  results in the growth of azimuthally periodic patterns on the liquid – sand interface (fig. 1 *a*). At low rotation rate the centrifuged layer of liquid and sand becomes unstable and breaks down.

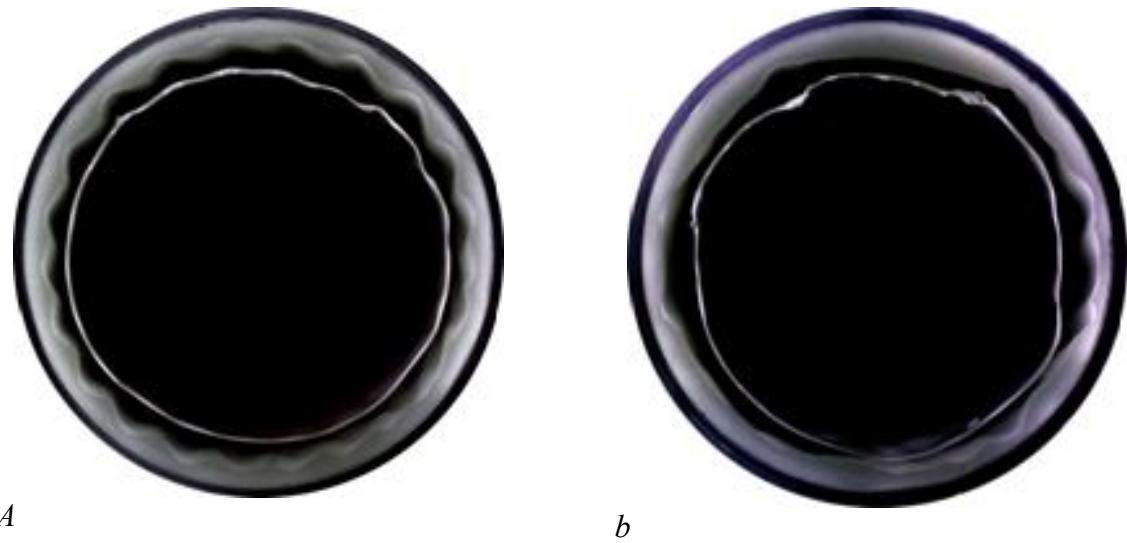


Fig 1.

The pattern formation on the liquid – sand interface: spatially periodic patterns at  $t = 1$  min (*a*) and at  $t = 60$  min (*b*);  $q = 0.25$ ,  $m = 250$  g,  $\nu = 3.2$  cSt,  $\Omega = 33 \text{ s}^{-1}$

It is found, that the decrease of rotation rate results in the growth of azimuth period of the hills. In the experiments with low-viscous liquids the regular patterns exist in a wide range of velocity  $\Omega$ , the rise of viscosity brings to the narrowing of the domain of the pattern for-

mation existence. It is shown, that in the range of  $q = 0.20 - 0.28$  the spatial period  $\lambda$  is determined by the parameter  $(2v/\Omega)^{1/2}$ .

The experimental study of time evolution of pattern formation demonstrates that the regular patterns retain for a few minutes or tens of minutes and turn to the form similar to that shown in Fig. 1 b. It is found that the pattern formation is not stationary in the cavity frame and drifts in the direction of the inertial wave's propagation.

The work is supported by Strategic Development Program of PSPU (Project 048-M) and Ministry of Education of Perm region (Project C26/625).

## ВЛИЯНИЕ МАЛЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА НА ТЕПЛОВОЙ ПОТОК К ПОВЕРХНОСТИ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

И.В.Егоров, В.В. Шведченко

ФГУП «ЦАГИ», г. Жуковский

В работе на основе численного решения нестационарных уравнений Навье-Стокса в 2D и 3D постановке [1, 2] с применением расчетных сеток с высоким разрешением во фронте ударной волны (УВ) исследовано влияние малых пространственно-периодических возмущений набегающей скорости сверхзвукового потока  $u_\infty$  на возмущения теплового потока к поверхности затупленного тела (цилиндр, эллипс, сфера). Изучена зависимость возмущений теплового потока от периода наложенных возмущений  $\lambda$  для различных значений амплитуды возмущений  $A$ , числа Рейнольдса ( $Re=10^2 \div 10^5$ ), Maxa ( $M=3 \div 12$ ) и температурного фактора ( $T_w/T_0=0.1 \div 0.9$ ). Исследования проведены в 3D постановке для периодических возмущений скорости по  $z$ -координате  $u_\infty(z)=1+Asin(2\pi z/\lambda)$  и в 2D постановке для периодических возмущений по  $y$ -координате  $u_\infty(y)=1\pm A\cos(2\pi y/\lambda)$ , а также для одиночных и двойных возмущений вида  $u_\infty(y)=1\pm 0.5A[1+\cos(2\pi y/\lambda)]$  при  $y/\lambda < 0.5$  и  $y/\lambda < 1.5$  соответственно. Течение предполагается ламинарным с законом вязкости Сазерленда.

В 3D случае исследования влияния числа  $Re$  на возмущения давления  $A_p$  и теплового потока  $A_q$  к поверхности проведены как при достаточно низкой амплитуде возмущений  $A=10^{-3} \div 10^{-5}$ , когда течение в зоне УВ остается практически двумерным с незначительными пространственно-периодическими отклонениями от невозмущенного плоского решения, так и для возмущений  $A=0.01 \div 0.03$ , когда амплитуда возмущений уже не может считаться малой, т.к. эти возмущения вызывают искривление фронта УВ, изменение толщины пограничного слоя и формирование внутренних течений в области УВ. Аналогичные 2D исследования также проведены как для малых амплитуд возмущений  $A=10^{-3} \div 10^{-4}$ , когда течение в УВ остается практически невозмущенным, так и для немалых амплитуд возмущений  $A=0.01 \div 0.05$ , приводящим к существенным возмущениям течения в области УВ.

Показано, что малые возмущения набегающей скорости по  $z$ - и  $y$ -координате приводят к большим возмущениям теплового потока на поверхности, зависящим от значений числа  $Re$ , периода и амплитуды наложенных возмущений. В зависимости возмущений теплового потока от периода  $\lambda$  (рис. 1, 2) присутствует значительный максимум, положение и амплитуда которого существенно зависят от числа  $Re$ . При уменьшении периода тепловой поток стремится к значению для невозмущенного решения, а возмущения теплового потока падают до нуля. При увеличении периода тепловой поток в 3D случае стремится к величинам, полученным сложением по  $z$ -

координате двумерных решений для скорости  $u_\infty(z)=1+A\sin(2\pi z/R\lambda)$ , а в 2D случае к решению для скорости  $u_\infty=1\pm A$ . Распределения давления по поверхности для разных периодов  $\lambda$  ограничено распределениями для этих двух предельных случаев. При снятии возмущений решение в зоне УВ возвращается к невозмущенному двумерному решению.

Также показано, что возмущения по  $z$ -координате приводят к более существенным возмущениям теплового потока для цилиндра, чем возмущения по  $y$ -координате для цилиндра, эллипса и сферы. Для цилиндра в двумерной постановке показано, что при уменьшении числа Маха и при увеличении температурного фактора уровень возмущений теплового потока немного возрастает, но значительно меньше, чем при увеличении числа Рейнольдса для малых значений периода. Полученные результаты позволяют объяснить высокие уровни возмущений теплового потока в эксперименте при незначительных уровнях возмущений давления на поверхности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-08-00674а).

### Литература

1. *Баикин В.А., Егоров И.В.* Численное моделирование динамики вязкого совершенного газа // М.: Физматлит. 2012. 372 с.
2. *Егоров И.В., Шведченко В.В.* Тепловой поток к поверхности цилиндра при пространственных возмущениях сверхзвукового потока // Ученые Записки ЦАГИ. 2013. Т. 44. № 2. С. 12–24.

## INFLUENCE OF SMALL SPATIAL DISTURBANCES OF SUPERSONIC FLOW ON THE HEAT FLUX TO THE BLUNT BODY SURFACE

*I.V. Egorov, V.V. Shvedchenko*

Central Aerohydrodynamic Institute (TsAGI), Zhukovsky, Moscow region

An influence of small spatial-periodic perturbations of incoming velocity of a supersonic flow  $u_\infty$  on the perturbations of the heat flux to the blunt body surface (cylinder, ellipse, sphere) is investigated in this work on the basis of numerical solving of the non-stationary Navier-Stokes equations for the 2D and 3D cases [1, 2] with the use of computational grids with high resolution in the shock wave front (SW). The dependence of the heat flux perturbations on the period of imposed perturbations  $\lambda$  was studied for different values of amplitude of perturbations  $A$ , for different values of the Reynolds numbers ( $Re=10^2 \div 10^5$ ), of the Mach numbers and of the temperature factor ( $T_w/T_0=0.1 \div 0.9$ ). The investigations were performed for the 3D case for periodic velocity perturbations in  $z$ -coordinate  $u_\infty(z)=1+A\sin(2\pi z/\lambda)$  and in the 2D case for periodic perturbations in  $y$ -coordinate  $u_\infty(y)=1\pm A\cos(2\pi y/\lambda)$  and also for the single and double perturbations of the type  $u_\infty(y)=1\pm 0.5A[1+\cos(2\pi y/\lambda)]$  at  $y/\lambda < 0.5$  and  $y/\lambda < 1.5$  respectively. The flow is supposed to be laminar with the Sutherland viscosity law.

In the 3D case the investigations of an effect of the Reynolds number  $Re$  on the pressure perturbations  $A_p$  and on the heat flux perturbations  $A_q$  were carried out both at the sufficiently low amplitude of perturbations  $A=10^{-3} \div 10^{-5}$ , when the flow in the shock wave zone remains almost two-dimensional with insignificant spatial periodic deviations from the undisturbed 2D solution, and for perturbations  $A=0.01 \div 0.03$ , when the amplitude of perturbations can not be considered as a small one, since these perturbations cause the distortion of the shock wave front, the change of the boundary layer thickness and the formation of an internal flow in the shock wave region. The similar 2D investigations were also carried out both for

small amplitudes of perturbations  $A=10^{-3}\div10^{-4}$ , when the flow remains almost undisturbed, and for large amplitudes of perturbations  $A=0.01\div0.05$ , resulting in the significant flow perturbations in the SW region.

It was shown that small perturbations of incoming velocity in z and y coordinates result in large heat flux perturbations on the surface. These disturbances depend on the values of the Reynolds number  $Re$ , on the period and the amplitude of the imposed perturbations. In the dependence of the heat flux perturbations on the period  $\lambda$  there is a significant maximum, the position and the amplitude of which significantly depends on the Reynolds number. At the period reduction the heat flux tends to a value for an undisturbed solution, and the heat flux perturbations drop to zero. At the increase of the period the heat flux for the 3D case tends to the values, obtained by the summation in z-coordinate of the two-dimensional solutions for velocity  $u_\infty(z)=1+A\sin(2\pi z/R\lambda)$ , and for the 2D case it tends to the solution for velocity  $u_\infty=1\pm A$ . The pressure distributions along the surface for different periods of  $\lambda$  are restricted by the distributions for these two limiting cases. At the removal of the perturbations the solution in the shock wave region returns to the undisturbed two-dimensional solution.

It was also demonstrated that the perturbations in z-coordinate result in the more significant perturbations of the heat flux for the cylinder, than the perturbations in y-coordinate for the cylinder, ellips and for the sphere. In the 2D case for the cylinder it was shown that at the decrease of the Mach number and at the increase of the temperature factor the level of the heat flux perturbations slightly grows, but it grows significantly less, than at the increase of the Reynolds number at small values of the period. The obtained results allow us to explain the high levels of the heat flux perturbations in the experiment at insignificant levels of pressure perturbations on the surface.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 12-08-00674a).

## References

1. *Bashkin V.A, Egorov I.V.* Numerical simulation of the viscous perfect gas dynamics // M.: Fizmatlit. 2012. 372 p.
2. *Egorov I.V., Shvedchenko V.V.* Heat flux to the cylinder surface at the three-dimensional perturbations of supersonic flow // (Uchenye Zapiski TsAGI) TsAGI Science Journal. 2013. V. 44. № 2. P. 12–24.

## НЕМОДОВЫЕ ЭФФЕКТЫ УСТОЙЧИВОСТИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РОСТА КРИСТАЛЛОВ ПО ЧОХРАЛЬСКОМУ

*M.K. Ермаков*

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Эволюционные операторы для возмущений в многих гидродинамических системах не являются нормальными. Неортогональность собственных мод таких систем может приводить к значительному росту энергии системы в переходный период за короткие промежутки времени даже для асимптотически устойчивых течений [1, 2].

Рассматривается глобальная устойчивость конвективного течения в гидродинамической модели роста кристаллов по Чохральскому в широком диапазоне чисел Прандтля от 0,005 до 30 по отношению к двумерным и трехмерным возмущениям. Модель представляет собой осесимметричный объем жидкости в тигле, свободной по-

верхности которой сверху касается кристалл. Естественно–конвективное течение возникает благодаря разнице температур между стенкой тигля и поверхностью кристалла. Течение описывается уравнениями Навье–Стокса в приближении Буссинеска с уравнением притока тепла. Исследование линейной устойчивости сильно нелинейного осесимметричного течения сводится к решению обобщенной задачи на собственные значения  $Ax=\lambda Bx$  с вырожденной матрицей  $B$ . Решение таких задач для нелинейных осесимметричных течений на основе метода Ньютона в матричной форме для нахождения базисного решения и методе обратных итераций для решения обобщенной задачи на собственные значения разработано в [3].

Для чисел Прандтля жидкости в диапазоне от 0,005 до 30 найдены кривые нейтральной устойчивости (критические числа Грасгофа), азимутальные волновые числа которых меняются от 1 до 6 в зависимости от числа Прандтля. Для чисел Прандтля выше 12 наиболее неустойчивой становится двумерная мода. Данные результаты сравниваются с результатами работы [4], в которой точки нейтральной кривой определялись методом прямого численного моделирования для ограниченного набора чисел Прандтля. Различие результатов наблюдается для трехмерных возмущений при числах Прандтля 0,05 и 30. Для выявления причины различия результатов были проведены расчеты эволюционного поведения системы с тем же оператором для случайных возмущений.

В случае числа Прандтля 30 для слабо докритических значений числа Грасгофа возмущения начальных данных возрастают более чем 100 раз на переходном этапе, что может быть интерпретировано как наличие неустойчивости при ограниченном интервале интегрирования. В случае числа Прандтля 0,05 для надkritических значений числа Грасгофа при некоторых начальных возмущениях получено кратковременное уменьшение амплитуды возмущений примерно в 10 раз, что может быть интерпретировано как устойчивое состояние.

### Литература

1. *Trefethen L.N., Trefethen A.E., Reddy S.C., Driscoll T.A.* Hydrodynamic stability without eigenvalues // *Science* 261. 1993. P. 578–584.
2. *Schmid P.J.* Nonmodal stability theory // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 39. 2007. P. 129–162.
3. *Ermakov M.K., Ermakova M.S.* Linear-stability analysis of thermocapillary convection in liquid bridges with highly deformed free surface // *J. Crystal Growth* 266. 2004. P. 160–166.
4. *Бессонов О.А., Полежаев В.И.* Неустойчивости тепловой гравитационной конвекции и теплообмен в модели метода Чохральского при различных числах Прандтля // Изв. РАН. МЖГ. 2013. № 1. С. 26–40.

## NON-MODAL EFFECTS OF CONVECTIVE FLOW STABILITY IN HYDRODYNAMIC MODEL OF CZOCHRALSKY CRISTAL GROWTH

*M.K. Ermakov*

A. Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow

Evolutionary operators for disturbances in many hydrodynamical systems are not normal. Non-orthogonality Nonorthogonality of eigen modes in such systems can lead to signifi-

cant increase in energy of system in a transition period for short periods even for asymptotically steady flows [1, 2].

Global stability of a convective flow in hydrodynamic model of Czochralsky crystal growth in the wide range of the Prandtl numbers from 0,005 to 30 in respect to two-dimensional and three-dimensional disturbances is considered. The model represents the axisymmetric volume of liquid in the crucible which free surface the crystal from above concerns. Natural convective flow arises due to temperature difference between crucible wall and crystal surface. The flow is described by the Navier-Stokes equations in Boussinesq approximation with heat transfer equation. A linear stability study of a highly non-linear axisymmetric flow is reduced to solution of generalized eigenvalue problem  $Ax=\lambda Bx$  with degenerated matrix B. Solution of such problems for non-linear axisymmetric flows based on matrix Newton's method for calculation of basic flow and inverse iteration method for solution of generalized eigenvalue problem is developed in [3].

For Prandtl numbers in range from 0,005 to 30, neutral stability curves (critical Grashof numbers) are found, which azimuthal wave numbers change from 1 to 6 depending on Prandtl number. For Prandtl numbers higher than 12 the most unstable is a two-dimensional mode. These results are compared to results of work [4] in which points of a neutral curve were defined by a method of direct numerical modeling for a limited set of Prandtl numbers. Distinction of results is observed for three-dimensional disturbances at Prandtl's numbers 0,05 and 30. For recognition of the reason of distinction of results, calculations of evolutionary behavior of system with the same operator for random disturbances were carried out.

For Prandtl number 30 for slightly subcritical value of Grashof number, disturbances of initial data increase more than 100 times at a transitional stage that can be interpreted as instability existence at a limited interval of time integration. For Prandtl number 0,05 for slightly supercritical value of Grashof number, at some initial disturbances short-term reduction of a disturbance approximately by 10 times is achieved that can be interpreted as a steady state.

## References

1. *Trefethen L.N., Trefethen A.E., Reddy S.C., Driscoll T.A.* Hydrodynamic stability without eigenvalues // *Science* 261. 1993. P. 578–584.
2. *Schmid P.J.* Nonmodal stability theory // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 39. 2007. P. 129–162.
3. *Ermakov M.K., Ermakova M.S.* Linear-stability analysis of thermocapillary convection in liquid bridges with highly deformed free surface // *J. Crystal Growth* 266. 2004. P. 160–166.
4. *Bessonov O.A., Polezhaev V.I.* Instabilities of thermal gravitational convection and heat transfer in the Czochralski model at different Prandtl numbers // *Fluid Dynamics*. 2013. V.48. P. 23–35.

## ВОЛНОВОДНАЯ МОДЕЛЬ КОГЕРЕНТНЫХ СТРУКТУР В РАЗВИТОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ В ОДНОМОДОВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

*B.A. Жаров*

ЦАГИ имени Н.Е. Жуковского, г. Жуковский

Ранние прецизионные экспериментальные исследования [1] показали, что развитый турбулентный пограничный слой содержит организованные вихревые структуры,

определяющие многие физические свойства этого течения. Последние экспериментальные [2] и численные исследования [3] подтверждают наличие когерентных структур. Представляет интерес построение упрощенной математической модели этого явления, основываясь на уравнениях гидродинамики вязкого газа. Одним из содержательных подходов решения этой задачи является волноводная модель развитого турбулентного пограничного слоя [4]. По аналогии с этой моделью из уравнений Навье-Стокса [5] получено нелинейное уравнение для фурье-компонент вертикальной скорости волн Толлмина-Шлихтинга, описывающих пульсации в пограничном слое, до третьего порядка по амплитуде в одномодовом приближении. Уравнение содержит малый параметр  $\varepsilon^2 \sim \delta^{**}/U_\infty$ , где  $\delta^{**}$  – толщина потери импульса,  $U_\infty$  – скорость набегающего потока. Для согласования членов уравнения вводится соотношение (закон подобия)  $\delta^{**}/L \sim \delta^{**} |\text{Im}[\omega^{**}(\mathbf{k}, \delta^{**})]|/U_\infty$ , где  $|\text{Im}[\omega^{**}(\mathbf{k}, \delta^{**})]|$  – минимальный по  $\mathbf{k}$  инкремент основной моды волн Толлмина-Шлихтинга. Амплитуды волн представляются в виде суммы когерентной и некогерентной частей, для которых получается система уравнений, содержащих малый параметр  $\varepsilon$ . Для решения этой системы использован метод многих масштабов [6] ( $\tau_0 = \delta^{**}/U_\infty$ ,  $\tau_1 = \tau_0/\varepsilon$ ,  $\tau_2 = \tau_0/\varepsilon^2$ ). В результате для амплитуд когерентной структуры в масштабе  $\tau_1$  получено уравнение множественного 3-х волнового резонанса. Кривая 3-х волнового резонанса представлена на рис.1 и показывает, что в турбулентном пограничном слое появляются продольные вихри. Для некогерентной части в масштабе  $\tau_2$  получено замкнутое интегродифференциальное уравнение для двухточечной корреляционной функции. Замыкание цепочки уравнений для моментов определено наличием малого параметра  $\varepsilon$  [6]. Это уравнение содержит источниковый член, определяемый когерентной структурой.

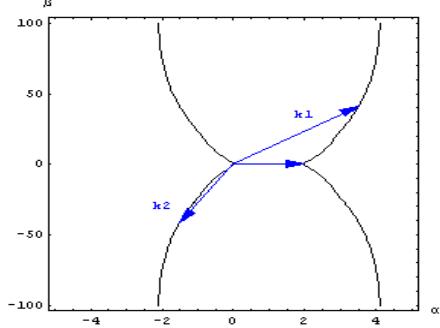


Рис.1. (a)

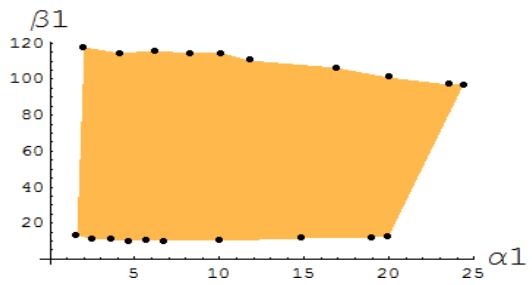


Рис. 1 (b)

Рис.1. (a) Кривая 3-х волнового резонанса,  $\mathbf{k}_i = (\alpha_i, \beta_i)$ ,  $i = 0, 1, 2$ . (b) Область волновых векторов  $\mathbf{k}_1$ , в которой весовые множители положительны (при различных  $\alpha_0$ )

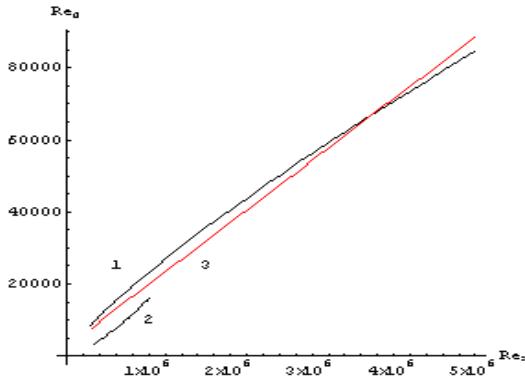


Рис. 2. Сравнение закона подобия с экспериментальными данными: 1,2 – [7], 3 – настоящая теория

Показано, что динамика множественного 3-х волнового резонанса в представлении дискретного набора  $n$ -триплетов удовлетворяет инвариантну, который представляется квадратичной формой для комплексных амплитуд с действительными весовыми множителями. Если весовые множители положительны, то система совершае финитное движение, при надлежащей нормировке амплитуд, по поверхности единичной сферы размерности  $2(1+4n)$ . Нормировка квадратичной формы на единицу возможна, так как существует преобразование амплитуд и времени, оставляющее исходное уравнение неизменным. Множитель этого преобразования удовлетворяет уравнению в масштабе  $\tau_2$ . Численный анализ на профиле Мускера для продольной скорости турбулентного пограничного слоя показал наличие области волновых чисел  $(\alpha_1, \beta_1)$ , в которой весовые множители квадратичной формы положительны. На Рис.1(b) показана область волновых чисел с положительными весовыми множителями. Поэтому эту область волновых чисел можно сопоставить когерентной структуре. Сопоставление закона подобия с экспериментальными данными [7] в диапазоне чисел Рейнольдса  $R_\delta = 10^4 - 10^5$ ,  $\delta$  – толщина пограничного слоя по скорости, показало хорошее соответствие (Рис.2). Определены также средние по  $t_1 = t/\tau_1$  величины  $\langle uv \rangle_{t1}, \langle uu \rangle_{t1}, \langle vv \rangle_{t1}, \langle ww \rangle_{t1}$  для когерентной структуры,  $u, v, w$  – компоненты скорости пульсаций, определяемые когерентной структурой.

### Литература

1. Белоцерковский О.М., Хлопков Ю.И., Жаров В.А., Горелов С.Л., Хлопков А.Ю. Организованные структуры в турбулентных течениях. Анализ экспериментальных работ по турбулентному пограничному слою // М.: МФТИ. 2009. 302 с.
2. Borodulin V.I., Kachanov Y.S., Roschektayev A.P. Experimental detection of deterministic turbulence // Journal of Turbulence. Vol. 12. №. 23. 2011. P. 1–34.
3. Khujadze G, Nguyen van yen R, Schneider K, Oberlack and M. Farge Coherent vorticity extraction in turbulent boundary layers using orthogonal wavelets // In 13<sup>th</sup> European Turbulence Conference. Warsaw. 12–15 September 2011. University of Warsaw. Poland. Book of abstracts.
4. Landahl M.T. A wave-guide model for turbulent shear flow // J.Fluid Mech. 1967. V. 29. pt. 3. P. 441 – 459.
5. Zharov V.A. Weakly nonlinear pulsation models in laminar and turbulent boundary layers // West-East High Speed Flow Field Conference 19–22 November 2007 Moscow. Russia.
6. Davidson R.C. Method in nonlinear plasma theory // N.Y.; L.:Acad. Press. 1972. (Pure and applied physics. V. 37.
7. Шихтинг Г. Теория пограничного слоя // М.: Наука. 1974.

## WAVEGUIDE MODEL OF COHERENT STRUCTURES IN THE DEVELOPED TURBULENT BOUNDARY LAYER IN ONE MODE APPROXIMATION

*Vladimir Zharov*

Department of theoretical research, Central Aerohydrodynamic Institute (TsAGI),  
Zhukovski, Moscow Region, Russian Federation

The early high-accuracy experimental studies [1] have shown the developed turbulent boundary layer contains the organized vortical structures which define many physical properties of these flows. Last experimental [2] and numerical [3] researches confirm the existence

of the coherent structures. It is interesting to construct a simplified mathematical model for this phenomenon from the Navier-Stokes equations. The waveguide model of developed boundary layer [4] is one of the meaningful approach to solve this problem. By analogy to this model the nonlinear equation for Fourier components of the vertical velocity of Tollmien-Schlichting (TS) waves was obtained [5] from Navier-Stokes equations for pulsations in the boundary layer up to third power by amplitude at one-mode approximation. The equation contains the small parameter  $\varepsilon^2 \sim \delta^{**}/U_\infty$  where  $\delta^{**}$  is the momentum thickness,  $U_\infty$  is the free stream velocity. The interrelation (scaling law)  $\delta^{**}/L \sim |\text{Im}[\omega^*(\mathbf{k}, \delta^{**})]|$  introduced for matching of the equation members, where  $|\text{Im}[\omega^*(\mathbf{k}, \delta^{**})]|$  is the minimum, by  $\mathbf{k}$ , decrement of the main mode of TS – wave. The amplitudes of the waves represented as the sum of coherent and incoherent parts governed by system of equations with small parameter  $\varepsilon$ .

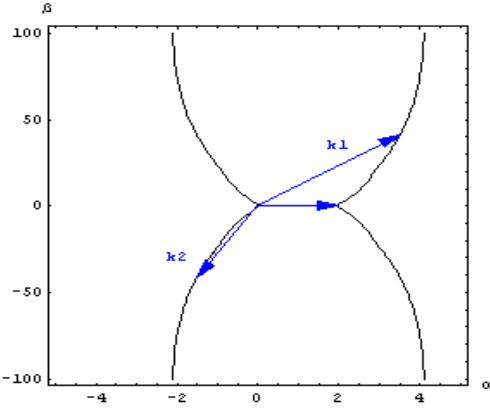


Figure. 1 (a)

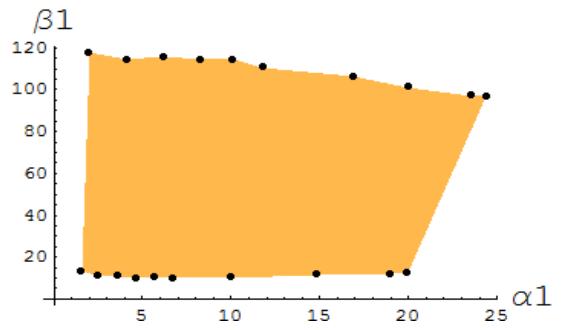


Figure. 1 (b)

Figure 1. (a) The 3-wave resonance curve,  $\mathbf{k}_i = (\alpha_i, \beta_i)$ ,  $i = 0, 1, 2$ . (b) The region of the wave vectors  $\mathbf{k}_1$  where the weighting factors are positive (at different  $\alpha_0$ ).

The multiscale method [6] was used for solving this system ( $\tau_0 = \delta^{**}/U_\infty$ ,  $\tau_1 = \tau_0/\varepsilon$ ,  $\tau_2 = \tau_0/\varepsilon^2$ ). As a result the equation of multiple 3-wave resonance was obtained for the coherent structure at  $\tau_1$ -scale. A 3-wave resonance curve ( $\omega_r(\mathbf{k}_0) = \omega_r(\mathbf{k}_1) + \omega_r(\mathbf{k}_2)$ ,  $\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$ ,  $\omega_r = \text{Re}(\omega)$ ,  $\omega$  is the eigenvalue of the main mode of TS – waves) is depicted upon the Figure 1(a) and the picture shows the appearance of longitudinal vortices in the turbulent boundary layer flow. For the two-point correlation function of the incoherent part we got closed integrodifferential equation in the  $\tau_2$  – scale. The closure of the chain of the multipoint correlation equations is defined by the existence of small parameter  $\varepsilon$  [6]. This equation contains the source member defined by the coherent structure.

It is shown that dynamics of multiple 3-wave resonance system in the discrete representation of  $n$  triplets satisfies invariant quadratic form of complex wave amplitudes with real weighting factors. If the weighting factors are positive the system is governed by finite motion at the surface of the unit sphere of  $2(1+4n)$  – dimension at proper normalization of the amplitudes. The normalization of the quadratic form is possible due to the existence of the transformation of amplitudes and time which leave the multiple 3 – wave resonance equation unvaried. The factor of this transformation satisfies the equation at  $\tau_2$  – scale. The numerical analysis on the basis of the Musker profile of the longitudinal velocity of the turbulent boundary layer shows the existence of the wave number region where these weighting factor are positive. The wave number region of inclined waves where these factors are positive is shown in Figure 1(b). Therefore this region can be brought in correspondence with the coherent structure. Comparison of the scaling law with experimental data [7] at the range of Reynolds

number  $R_\delta = 10^4 - 10^5$ ,  $\delta$  is the boundary layer thickness by velocity, shows good coincidence Figure 2. Mean values,  $\langle uv \rangle_{t_1}$ ,  $\langle uu \rangle_{t_1}$ ,  $\langle vv \rangle_{t_1}$ ,  $\langle ww \rangle_{t_1}$ , here  $t_1 = t / \tau_1$ , and  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , are components of velocity defined by the coherent structure, are defined too.

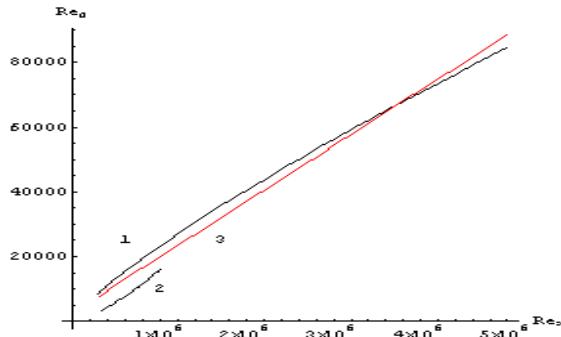


Figure 2. Comparison of the scale law with experimental data: 1,2-[7], 3 – the present theory.  
The work is supported by RFBR (project N 11-08-00832).

## References

1. *Belotserkovskii O.M., Khlopov Yu.I., Zharov V.A., Gorelov S.L., Khlopov A.Yu.* Organized structures in turbulent flows. Analysis of experimental works devoted to boundary layer // M.: MIPT. 2009. 302 p.
2. *Borodulin V.I., Kachanov Y.S., Roschektayev A.P.* Experimental detection of deterministic turbulence // Journal of Turbulence. V. 12. № 23. 2011. P. 1–34.
3. *Khujadze G., Nguyen Van Yen R., Schneider K., Oberlack and M.* Farge Coherent vorticity extraction in turbulent boundary layers using orthogonal wavelets // In 13<sup>th</sup> European Turbulence Conference. Warsaw. 12–15 September 2011. University of Warsaw. Poland. Book of abstracts.
4. *Landahl M.T.* A wave-guide model for turbulent shear flow // J.Fluid Mech. 1967. V. 29. pt. 3. P. 441–459.
5. *Zharov V.A.* Weakly nonlinear pulsation models in laminar and turbulent boundary layers // West-East High Speed Flow Field Conference 19–22 November 2007 Moscow. Russia.
6. *Davidson R.C.* Method in nonlinear plasma theory // N.Y. L.: Acad. Press. 1972. (Pure and applied physics. V. 37.
7. *Schlichting H.* Boundary layer theory // M.: Nauka. 1974.

## СЕМЕЙСТВО ЧАСТНЫХ РЕШЕНИЙ СТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ПРОТЕКАНИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ КАНАЛ

*И.А. Жданов, В.Н. Говорухин*

Южный Федеральный Университет,  
факультет Математики Механики и Компьютерных Наук

Рассматривается стационарная задача для уравнений Эйлера динамики невязкой несжимаемой жидкости, сформулированных в терминах функции тока и завихренности сквозь прямоугольный канал с размерами  $a \times b$ :

$$\begin{cases} \omega_x \psi_y - \omega_y \psi_x = 0 \\ \Delta \psi = -\omega \end{cases}$$

На границах заданы следующие условия:  $\psi(x,0) = \psi(x,b) = const$ ;  $\psi(0,y) = g_1(y)$ ;  $\psi(a,y) = g_2(y)$ . Корректность такой постановки задачи протекания рассматривается в [1,2]. Построено однопараметрическое семейство стационарных режимов с различной геометрией течений и режимами протекания.

Для построения решений предполагается линейная функциональная зависимость  $\omega = K\psi$  и выполнение условия постоянства объема  $\int_0^b g_1(y)dy = \int_0^b g_2(y)dy$ .

Решение ищется в виде:

$$\begin{aligned} \psi(x,y) &= \frac{1}{a}\mu(x,y) + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} C_{i,j} \psi_{i,j}(x,y) \\ \mu(x,y) &= g_2(y)x + g_1(y)(a-x); \quad \psi_{i,j}(x,y) = \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \end{aligned} \quad (1)$$

В этом случае выражение для коэффициентов имеет вид:

$$C_{i,j} = \frac{4 \int_0^a \int_0^b G(x,y) \psi_{i,j}(x,y) dx dy}{a \sqrt{ab} \gamma_{i,j}},$$

$$G(x,y) = x \left( \frac{d^2}{dy^2} g_2(y) + K g_2(y) \right) + (a-x) \left( \frac{d^2}{dy^2} g_1(y) + K g_1(y) \right); \quad \gamma_{i,j} = K - \frac{i^2 \pi^2}{a^2} - \frac{j^2 \pi^2}{b^2}$$

На рис. 1 представлены линии тока двух течений при условиях на границе:  $g_1(y) = \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)$ ;  $g_2(y) = \sin\left(\frac{5\pi y}{b}\right)$ ;

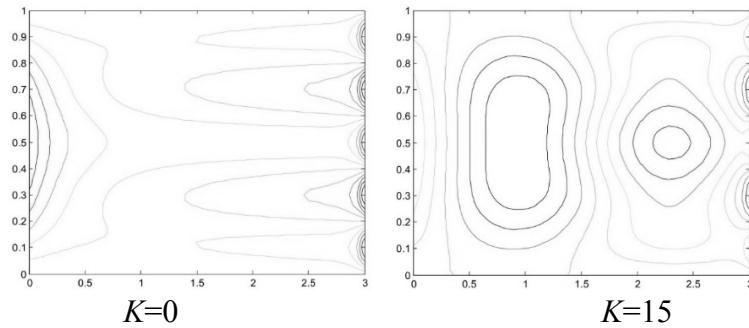


Рис.1.  
Линии тока стационарных течений для различных К.

Для решений (1)-(2) численно исследуется устойчивость относительно возмущений вида  $\Omega(x,y) = \omega(x,y) + u(x,y)$ ;  $\Phi(x,y) = \psi(x,y) + v(x,y)$ , удовлетворяющих указанным выше граничным условиям; строится матрица Якоби, линеаризованная в окрестности решения системы, и ищется собственное значение матрицы с максимальной действительной частью. Результаты одного из расчетов даны на рис.2. График соответствует условиям на границе:  $g_1(y) = g_2(y) = q_1 y + q_2 y^2 + q_3 y^3$  и различным значениям  $K$ .

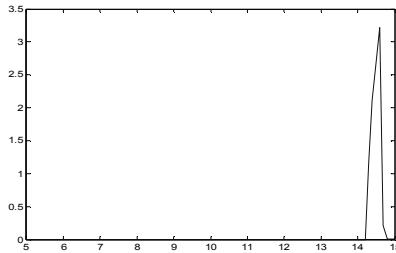


Рис.2.

График зависимости действительной части собственных значений от параметра  $K$ .

Видно, что при  $0 < K < 14.2$  стационарные режимы устойчивы, на промежутке от  $(14.2, 14.8)$  -- неустойчивы, а при  $K$  из  $[14.8, 15]$  стационарные режимы опять становятся устойчивыми. Картина рис.2 сохраняется при изменении числа членов ряда в выражении (1) и изменении размерности сетки при аппроксимации матрицы Якоби.

### Литература

1. Кочин М.Е. Об одной теореме существования гидродинамики // Прикл. математика и механика. 1957. Т.20. № 10. С.5–20.
2. Юдович В.И. Двумерная нестационарная задача о протекании идеальной несжимаемой жидкости через заданную область // Мат. сб. 1964. Т. 64, № 4. С. 562–588.
3. Говорухин В.Н., Моргулис А.Б., Юдович В.И. Расчет двумерных режимов протекания идеальной несжимаемой жидкости сквозь прямоугольный канал // Доклады Академии Наук. Т. 412, № 4. 2007. С. 480–484.
4. Говорухин В.Н. Стационарные вихревые структуры при протекании идеальной жидкости через канал // Изв. РАН. МЖГ. 2012. № 2. С. 11–22.

## ТУРБУЛЕНТНЫЕ ТЕЧЕНИЯ, ВЫЗВАННЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ВНЕШНЕЙ СИЛОЙ, И МЕТОДЫ ИХ АНАЛИЗА

Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова

Институт механики МГУ, Москва

Рассматриваются турбулентные течения вязкой несжимаемой жидкости, формирующиеся при встречном вращении сферических границ. Скорость вращения внутренней сферы изменяется по гармоническому закону, тогда как скорость внешней сферы постоянна. Амплитуды и частоты модуляции малы по сравнению со средними скоростями вращения сфер. С увеличением амплитуды модуляции происходит переход от исходного периодического течения к хаотическому. Обсуждаются методы анализа результатов экспериментального исследования таких течений. В экспериментах лазерным допплеровским анемометром измерялась азимутальная компонента скорости.

Установлено, что вид турбулентных течений вблизи границы их формирования зависит от частоты модуляции. При частотах модуляции, меньших или равных частоте исходного периодического течения, переход происходит через перемежаемость «цикл–хаос» – произвольное чередование во времени турбулентных и ламинарных участков [1, 2]. С превышением частоты модуляции над частотой исходного течения могут наблюдаться перемежаемость «хаос–хаос» и «цикл–хаос–хаос». Эти режимы впервые

наблюдались экспериментально в турбулентных течениях. Перемежаемость «хаос–хаос» это произвольное чередование во времени турбулентных участков с различными свойствами или, другими словами, участков слабой и сильной турбулентности. Дальнейшее увеличение частоты модуляции ведет к формированию однородных во времени турбулентных течений.

Для анализа таких сложных течений были применены два различных метода. Первый хорошо известен и основан на представлении измеренной скорости в каждый момент времени в виде суммы трех составляющих: средней скорости, когерентной, определяемой осреднением пульсаций скорости в одной и той же фазе управляющего сигнала (в нашем случае скорость вращения внутренней сферы), и турбулентной, определяемой вычитанием первых двух из полной скорости. В качестве индикатора появления перемежаемости «хаос–хаос» использовалось отношение среднеквадратичных отклонений когерентной и турбулентной частей сигнала [2]. Это отношение изменяется с течением времени, что свидетельствует об изменении уровня турбулентности во времени. Рассматриваемая величина меньше 1 как для участков с сильной турбулентностью в течениях с перемежаемостью «хаос–хаос», так и для равномерных во времени турбулентных течений, и всегда превышает 1 для участков со слабой турбулентностью.

С другой стороны, периодическое изменение скорости вращения границы может рассматриваться как внешняя по отношению к течению сила. Второй метод основан на рассмотрении синхронизации течения под действием этой силы. Синхронизация представляет собой процесс захвата частоты или/и фазы, и уровень синхронизации течения можно определять по соотношению между частотами и фазами внешней силы и течения. Используя понятия мгновенной фазы и частоты апериодического сигнала, предложенные в [3], рассчитываются разности мгновенных значений фаз и частот измеряемой компоненты скорости и скорости вращения внутренней сферы. Показано, что анализ этих величин позволяет определять уровень турбулентности и границы участков со слабой и сильной турбулентностью.

Рассчитаны интегральные свойства всех наблюдавшихся в эксперименте режимов течения с перемежаемостью «хаос–хаос» и «цикл–хаос–хаос» в зависимости от величины амплитуды модуляции.

## Литература

1. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. Прямой расчет турбулентных течений с перемежаемостью, формирующихся при модуляции скорости вращения внешней сферы // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. В. 1. С. 62–70.
2. Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. Переходы к хаосу в сферическом течении Куэтта, вызванные периодическим изменением скорости вращения одной из границ // Изв. РАН. МЖГ. 2013. № 4. С. 35–45.
3. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Под ред. В.С. Анищенко // М.. Ижевск. 2003.

## TURBULENT FLOWS, INDUCED BY EXTERNAL PERIODICAL FORCE, AND METHODS OF IT ANALYSIS

*D. Zhilenko, O. Krivonosova*

Institute of mechanics Moscow state university

Turbulent flows of viscous incompressible fluid between concentric, counter rotating spherical boundaries are under consideration. Rotational velocity of inner sphere varies in ac-

cordance with the harmonic law, while that of the other sphere remains constant. The modulation amplitudes and frequencies are small compared with the mean rotation velocities of the spheres. With modulation amplitude increase transition from initial periodical flow state to chaos is occurred. The methods of analysis of experimental results for these flows are discussed. To determine state of the flow time series of azimuthal velocity were used. Measurements were carried out by laser Doppler anemometer.

It was established that the turbulent flow type near the boundary of its formation depends on the modulation frequency. At modulation frequencies smaller or equal to that of the initial periodic flow, transition occur throw “cycle–chaos” intermittency – irregular alternation in time of turbulent and laminar intervals [1, 2]. As the modulation frequency exceeds the initial flow state frequency, transition to turbulence with the “chaos–chaos” and “cycle–chaos–chaos” intermittency types can be observed. These regimes were experimentally observed first in time for turbulent flows. “Chaos–chaos” intermittency is the irregular alternation in time turbulent intervals with different properties or, in other words, weak and strong turbulence. The further increase in the modulation frequency leads to uniform in time turbulent flows.

In order to analyze these complex flow regimes two different methods were used. The first one is well known and represents itself decomposition of the measured velocity into three parts: mean velocity of the flow, coherent velocity, determined by averaging the velocity fluctuations in the same phase of the controlling signal (inner sphere rotational velocity in our case), and turbulent part, determined by the subtraction of the first two components from total velocity. As indicator of the presence of the “chaos–chaos” intermittency we use the ratio of root–mean–square deviations of the coherent and turbulent parts of the signal [2]. This ratio changes in time, indicating variation of turbulent level in time. It is shown that this ratio less than 1 for both strong turbulent intervals and uniform in time turbulent flow, and always exceed 1 for weak turbulent intervals.

On the other hand the action of the periodic variation in the inner sphere rotational velocity can be regarded as an external force with respect to the flow. The second method is based on flow synchronization under the action of this force. Synchronization represents the process of tuning the frequency and/or the phase, and level of flow synchronization determined by the correspondence between the external force and flow frequencies and phases. Employing the notions of instantaneous phase and frequency of non periodical signal, introduced in [3], one can calculate the instant values of these phase and frequency differences for the measured velocity and inner sphere rotational rate. It is shown that using these variable allow determine the turbulence level and the boundaries of fragments with weak and strong turbulence.

Integral properties of all available from experiment “chaos–chaos” and “cycle–chaos–chaos” intermittency types flow states were calculated in dependence on modulation amplitude values.

## References

1. Zhilenko D., Krivonosova O. DNS of turbulent flows with intermittency formed in a spherical layer with modulated velocity of rotation of the outer spherical boundary. // Tech. Phys. Lett. 2013. V. 39. № 1. P. 84–87
2. Zhilenko D., Krivonosova O. Transition to chaos in the spherical Couette flow due to periodic variations in the rotational velocity of one of the boundaries // Fluid dynamics. 2013. V. 48. № 4. P. 452–460
3. Anishenko et al V. “Nonlinear dynamics of chaotic systems” // 2002. Springer.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ МНОГОФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ НАЛИЧИИ РЕАКЦИИ С ОБРАЗОВАНИЕМ ГАЗОВОЙ ФАЗЫ

И.Н. Завьялов<sup>1</sup>, А.В. Конюхов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт

<sup>2</sup> Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

В эксперименте [1] был обнаружен автоколебательный режим многофазного реагирующего течения в пористой среде. Эксперимент был поставлен следующим образом: в пространство между двумя прозрачными пластинами засыпалась смесь из стеклобиссера фракционного состава 400–500 мкм и пищевой соды, полученная смесь насыщалась вазелиновым маслом. Раствором уксусной кислоты осуществлялось вытеснение масла при постоянном избыточном давлении. В процессе фильтрации уксусная кислота входила в химическую реакцию с пищевой содой и образовывалась газовая фаза. В ходе эксперимента было замечено, что фронт реакции периодически останавливается, и появляются вторичные волны окисления. На рисунке 1 представлена серия последовательных снимков, на которых видно распространение вторичной волны окисления, после прохождения одной волны окисления идет следующая и процесс носит автоколебательный характер. Для появления автоколебаний необходимо значительное газовыделение в эксперименте вторичные волны наблюдались при концентрации пищевой соды более трех процентов к массе стеклобиссера. Численно исследовалась задача для уравнений многофазной изотермической фильтрации в пористой среде с одностадийной реакцией между компонентом (a), растворенным в жидкости, которая заканчивается в пористый слой и химическим компонентом (b), содержащемся в резидентной фазе. В результате реакции образуется компонент (c), образующий газовую fazу

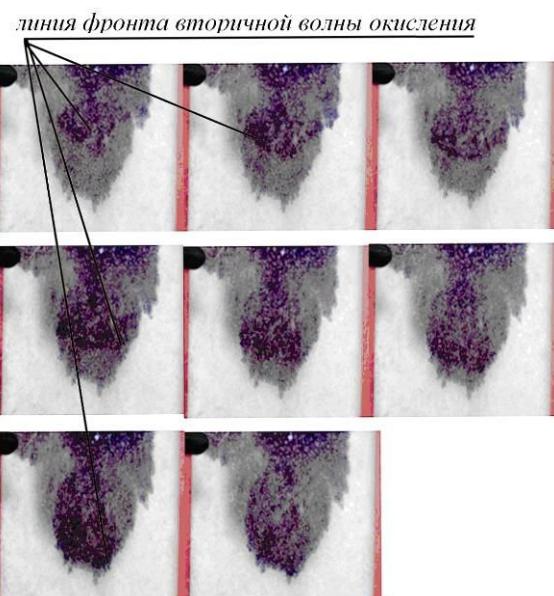


Рисунок 1

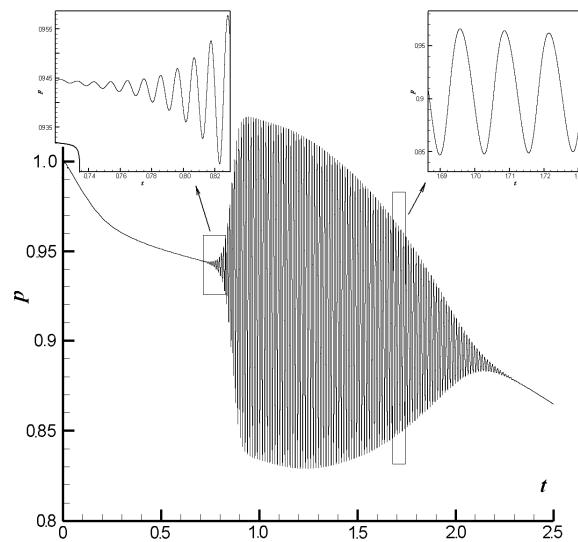


Рисунок 2

и компонент (d), принадлежащий исходной фазе. Скорость протекания реакции полагается пропорциональной произведению молярных концентраций реагентов, скорость фильтрации фаз определяется законом Дарси, относительные фазовые проницаемости

определяются на основе второй модели Стоуна. Жидкие фазы считаются несжимаемыми, плотность газовой фазы определяется уравнением состояния идеального газа. На входной границе, через которую закачивается раствор реагента (*a*) и на выходной границе фиксирована величина порового давления. Разность давлений обеспечивает поступление реагента (*a*) в пористую среду. В решении формируется фронт реакции, распространяющийся в пористом слое. Численное исследование показывает наличие автоколебательного режима течения, при котором поровое давление и фазовые насыщенности испытывают квазипериодические колебания.

Зависимость давления на фронте реакции от времени (отнесено к характерному времени фильтрации  $\tau = \mu L^2 \phi / (k_0 \Delta P)$ ) показана на рисунке 2.

В ходе расчетов, установлена сеточная сходимость решений и исследовалась зависимость параметров автоколебательного режима течения от безразмерных определяющих параметров задачи: числа Дамкелера, концентраций реагентов.

### Литература

1. Завьялов Н.Н., Царева Д.Ю. Осцилирующий режим фильтрации жидкости с образованием газовой фазы // Труды 56-й научной конференции МФТИ Аэрофизика и космические исследования. М.: Долгопрудный. 2013. Т. 2. С. 94–95.

## EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY OF UNSTABLE MULTIPHASE FILTRATION WHICH OCCURS WITH GAS PHASE CREATION.

*I.N. Zavyalov<sup>1</sup>, A.V. Konyukhov<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Moscow institute of physics and technology

<sup>2</sup> Joint Institute for High Temperatures (JIHT), RAS

In the experiment work [1] authors discovered that multiphase reacting flow in porous media can self-oscillate. In this paper we did the experiment. We fill in the space between two transparent plates mixture of glass balls and baking soda. We pervade the resulting mixture with liquid paraffin. We displacement oil by Acetic acid at a constant pressure. The acetic acid oxidize the baking soda, and the gas phase formed. During the experiment it was observed that the reaction front periodically stops and we observe a secondary oxidation wave. Figure 1 shows a series of consecutive shots, which show the spread of secondary oxidation wave. The secondary oxidation waves follow one another and the process is self-oscillating. For the appearance The self-oscillations is observed then a concentration of baking soda is more than three percent by weight of glass balls . We numerically investigate the equations for isothermal polyphase filter in a porous medium with a one-step reaction between the component (*a*), dissolved in a liquid which is injected into the porous layer and a chemical component (*b*), contained in the resident phase. The reaction formed component (*s*) forming the gas phase and the component (*d*), belonging to the original phase. The reaction rate is assumed proportional to the multiplication of the molar concentrations of the reactants. The filtration rate is determined by the phase Darcy's law. The relative permeabilities are determined by the second model of Stone. The liquid phases are incompressible. The density of the gas phase is determined by ideal gas equation. At the input and the output bound pore pressure is fixed. Different pressure provides a flow of reactant (*a*) into the porous medium. Numerical study shows the presence of self-oscillating regime, in which quasi-periodic oscillations of the pore pressure presents . Dependence of the pressure on the front of the reaction time (related to the characteristic time filtering  $\tau = \mu L^2 \phi / (k_0 \Delta P)$ ) is shown in Figure 2

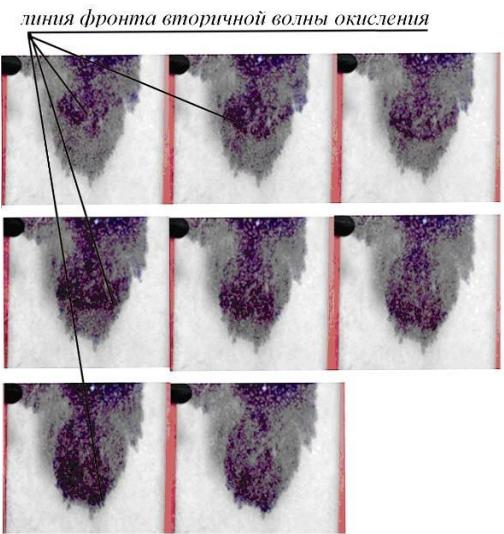


figura 1

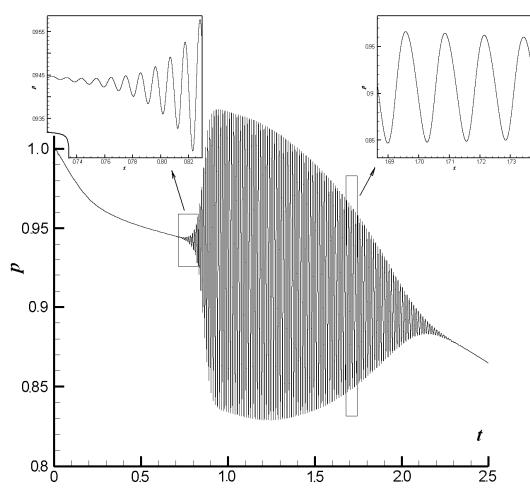


figura 2

Grid convergence of the solutions is set. In this paper we study relations between parameter of self-oscillating regime and Damkohler number, reactant concentrations.

### References

- Завьялов И.Н., Царева Д.Ю. Осциллирующий режим фильтрации жидкости с образованием газовой фазы // Труды 56–й научной конференции МФТИ Аэрофизика и космические исследования. М.: Долгопрудный. 2013. Т. 2. С. 94–95.

## О ВЫПОЛНЕНИИ УСЛОВИЯ СТРОГОЙ СИММЕТРИИ ТЕНЗОРА НАПРЯЖЕНИЙ НА ТОЧНЫХ РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

*М.Н.Захаренков*

Брянск e-mail [mikl5353@mail.ru](mailto:mikl5353@mail.ru)

Любой тензор  $T$  может быть тождественно представлен так:

$$T = \frac{1}{2}(T + T^*) + \frac{1}{2}(T - T^*) .$$

Введем обозначения  $S = \frac{1}{2}(T + T^*)$ ,  $A = \frac{1}{2}(T - T^*)$

тензор  $S$ -симметричен, т.е.  $S_{ij} = S_{ji}$ .  $A$  – асимметричен, т.е.  $A_{ij} = -A_{ji}$ , причем  $A_{22} = A_{11} = 0$ .

При постоянной вязкости дифференциальный вид уравнений Н-С для строго симметричного тензора напряжений (далее ТН) и строго асимметричного ТН одинаков. Однако в большинстве случаев предпочтение отдается предположению о строго симметричном ТН. При решении задач вязкой несжимаемой жидкости для того, чтобы быть уверенным, что реализуется строго симметричная форма ТН необходимо потребовать выполнения равенства

$$A_{12} = \Omega + \frac{1}{2} \frac{\partial \Omega}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \frac{\partial \Omega}{\partial y} dy = 0 \quad (1)$$

где  $dx$ ,  $dy$  – параметры ( $dx$ ,  $dy$  не совпадают с элементарными перемещениями частиц жидкости, происходящими за бесконечно малый промежуток времени  $t$  [1, стр.53]), завихренность  $\Omega = \partial u / \partial y - \partial v / \partial x$ , где  $u$  и  $v$  — компоненты скорости. Заметим, что решение уравнений Н-С, записанных с учетом второго приближения, требуют знания  $dx$ ,  $dy$ .

Рассмотрим выполнение (1) на точном решении классической задачи развития течения вблизи колеблющейся плоской стенки (вторая задача Стокса [2]). Предполагается  $v=0$ . Точное решение при колебаниях стенки  $U(0, t)=U_0 \cos nt$  при  $y=0$  имеет вид  $u(y, t)=U_0 e^{-ky} \cos(nt-ky)$ , где  $k = \sqrt{n/2(2v)}$ . Для завихренности  $\Omega=\partial u / \partial y$ , вводя переменную  $\eta=ky$ , получим

$$\Omega(y, t) = \sqrt{2}kU_0 e^{-\eta} \sin(nt - \eta - \pi/4) \quad (2)$$

После подстановки (2) в (1) получаем уравнение для нахождения  $dy$

$$(1-kdy)\sin(nt-\eta)=\cos(nt-\eta) \quad (3)$$

Простой анализ показывает, что при  $nt-\eta=0$  уравнение (3) не имеет конечного решения для  $dy$ . Можно принять, что при  $nt-\eta=0$  мы имеем в течении критические слои, где ТН не может быть строго симметричным и появляется асимметричная составляющая. С одной стороны этот вывод позволяет утверждать, что общепринятое предположение о симметричности ТН в вязкой несжимаемой жидкости даже в простейших случаях некорректно. С другой стороны решение Стокса все-таки верно, что связано с тем, что уравнения Н-С в своей дифференциальной записи полностью одинаковы как для строго симметричного ТН так и асимметричного, что можно учесть при записи обобщенного закона Ньютона. В развитие представлений полезно аналогично проанализировать решения для течения Куэтта.

### Литература

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа // М.: Наука. 1973. 847 с.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя // М. Наука. 1974. с. 94–95.

### ABOUT PERFORMANCE OF THE CONDITION OF STRICT SYMMETRY OF THE STRESS TENSOR ON EXACT SOLUTIONS OF THE NAVIER-STOKES EQUATIONS

*M.N. Zakharenkov*

Bryansk, e-mail mikl5353@mail.ru

Any tensor of  $T$  can be identically presented so:

$$T = \frac{1}{2}(T + T^*) + \frac{1}{2}(T - T^*) .$$

We will enter designations  $S = \frac{1}{2}(T + T^*)$ ,  $A = \frac{1}{2}(T - T^*)$

the tensor  $S$ -is symmetric, i.e.  $S_{ij} = S_{ji}$  and  $A$ - it is asymmetric, i.e.  $A_{ij} = -A_{ji}$ , and  $A_{22} = A_{11} = 0$ .

At constant viscosity the differential form of the of N-S equations for strictly symmetric stress tensor (further ST) is identical to strictly asymmetric ST. However in most cases the preference is given to the assumption of strictly symmetric ST. At the solution of problems of viscous incompressible liquid to be sure that the ST symmetric form is realized strictly it is necessary to demand equality performance

$$A_{12} = \Omega + \frac{1}{2} \frac{\partial \Omega}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \frac{\partial \Omega}{\partial y} dy = 0 \quad (1)$$

where  $dx$ ,  $dy$  – parameters ( $dx$ ,  $dy$  don't coincide with elementary movements of particles of the liquid, occurring for an infinitesimal time period [1, p. 53]), a vorticity  $\Omega = \partial u / \partial y - \partial v / \partial x$ , where  $u$  and  $v$  — velocity components. We will notice that the solution of the N-S equations which have been written down taking into account the second approach, the knowledge of  $dx$ ,  $dy$  demand.

We will consider performance (1) on the exact solution of a classical problem of development of a current near a fluctuating flat wall (Stokes's second task [2]).  $v=0$  is supposed. The exact solution at fluctuations of a wall of  $U(0, t) = U_0 \cos nt$  at  $y=0$  has appearance

$u(y, t) = U_0 e^{-ky} \cos(nt-ky)$ , where  $k = \sqrt{n/(2v)}$ . For a vorticity  $\Omega = \partial u / \partial y$ , entering a variable  $\eta = ky$ , we will receive

$$\Omega(y, t) = \sqrt{2k} U_0 e^{-\eta} \sin(nt-\eta-\pi/4) \quad (2)$$

After substitution (2) in (1) we receive the equation for finding of  $dy$

$$(1-kdy) \sin(nt-\eta) = \cos(nt-\eta) \quad (3)$$

The simple analysis shows that at  $nt-\eta = 0$  equation (3) has no final decision for  $dy$ . It is possible to accept that at  $nt-\eta = 0$  we have a critical layers where ST can't be strictly symmetric and there is an asymmetric component. On the one hand this conclusion allows to claim that the standard assumption of symmetry of ST in viscous incompressible liquid even in the elementary cases is incorrect. On the other hand Stokes's solution after all is right that is connected with that the N-S equations in the differential record are completely identical as to strictly symmetric ST and asymmetric ST and it linear combination that it is possible to consider at record of the generalized law of Newton [1]. In development of representations it is useful to analyse similarly the solutions for Couette's flow.

## References

1. Loytsyansky L.G. Mechanics of liquid and gas // M.: Science. 1973. 847 pages.
2. Schlichting G. The theory of boundary layer // M.: Science. 1974. page 94–95.

## “ОПЕРАТОРНАЯ” ЗАПИСЬ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА ПРИ ЗАВИСИМОСТИ ВЯЗКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

M.H. Захаренков

Брянск e-mail mikl5353@mail.ru

Компактная запись уравнений Н-С в  $(\vec{u}, p, T)$  переменных предложена в [1]

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \nabla \vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \left\{ \nu(T) \nabla^2 \vec{u} + \nu'(T) [2(\nabla T \cdot \nabla) \vec{u} + \nabla T \times (\nabla \times \vec{u})] \right\} \quad \nabla \cdot \vec{u} = 0$$

$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \nabla T = \frac{1}{Pe} \nabla^2 T$ , где  $Pe$  – число Пекле. Эта запись удобна для представления, но не

несет большой нагрузки для программирования.

В переменных  $\Psi$ ,  $\Omega$ ,  $p$ ,  $T$  для строго симметричного тензора напряжений имеем  
 $\Delta\Psi = H^2\Omega$

$$H^2 \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{Re} v \Delta \Omega + \frac{2}{Re} \left( \frac{\partial v}{\partial \xi} \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \eta} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right) + \\ + H^{-2} \frac{1}{Re} \left[ \begin{aligned} & \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) \left( \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) + \\ & 4 \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) \left( \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \right] \quad (1)$$

$$H^2 \frac{dT}{dt} = \frac{1}{Pr} \frac{1}{Re} v \Delta T + Ec \frac{1}{Re} \Phi \quad (2)$$

Давление  $p$  находим из уравнений Громеки-Ламба  $\frac{\partial p}{\partial \eta}|_S = -\frac{1}{Re} v(T) \frac{\partial \Omega}{\partial \xi}|_S - \frac{1}{Re} \Omega_S \frac{\partial v}{\partial \xi}|_S$

Остановимся подробнее на уравнениях (1)–(2). Их можно записать более компактно, назовем эту форму записи «операторной». Если ввести обозначения

$$A_\Psi = \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} \right) + \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial H^2}{\partial \xi} - \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial H^2}{\partial \eta} \right) \frac{1}{H^2}, \quad B_\Psi = \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial H^2}{\partial \eta} + \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial H^2}{\partial \xi} \right) \frac{1}{H^2} + 2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta}$$

$d_1 = \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2, \quad d_2 = \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right)$ , то уравнения переноса завихренности и переноса

тепла можно записать в виде, подчеркивающем близость в своем математическом выражении и физической интерпретации диссипативной функции и членов в уравнении переноса завихренности, содержащих производные от коэффициента вязкости

$$H^2 \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{Re} v \Delta \Omega + \frac{2}{Re} \left( \frac{\partial v}{\partial \xi} \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \eta} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{Re} F \quad (3)$$

$$H^2 \frac{dT}{dt} = \frac{1}{Pr} \frac{1}{Re} v \Delta T + Ec \frac{1}{Re} \Phi \quad F = (4d_2^2 + d_1^2)(A_\Psi A_v + B_\Psi B_v) \quad \Phi = (4d_2^2 + d_1^2)(A_\Psi^2 + B_\Psi^2)$$

Операторы  $A_v$ ,  $B_v$  совпадают с  $A_\Psi$ ,  $B_\Psi$  соответственно, где вместо  $\Psi$  стоит  $v$ . Эффективность такой записи уравнений Н-С не только в компактности представления, но и в практическом применении, т.к. современные методы программирования, например кеш-программирование, позволяют решать (3) на современном уровне вычислительных технологий.

## Литература

1. Wall D.P., Nagata M. Nonlinear equilibrium solutions for the channel flow of fluid with temperature-dependent viscosity // J.Fl.M. 2000. V. 406. P.1–26.

# "OPERATOR" RECORD OF THE NAVIER-STOKES EQUATIONS AT DEPENDENCE OF VISCOSITY ON TEMPERATURE

*M. N. Zakharenkov*

Bryansk, e-mail:mikl5353@mail.ru

Compact record of the equations of N-S equations in  $(\vec{u}, p, T)$  variables it is offered in [1]

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \nabla \vec{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \left\{ \nu(T) \nabla^2 \vec{u} + \nu'(T) [2(\nabla T \cdot \nabla) \vec{u} + \nabla T \times (\nabla \times \vec{u})] \right\} \quad \nabla \cdot \vec{u} = 0$$

$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \nabla T = \frac{1}{Pr} \nabla^2 T$ , where Pe-Peclet's number. This record is convenient for representation,

but doesn't bear big loading for programming.

In variables stream function  $\Psi$ , vorticity  $\Omega$ , pressure  $p$ , temperature  $T$  it is had  
 $\Delta \Psi = H^2 \Omega$

$$H^2 \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{Re} \nu \Delta \Omega + \frac{2}{Re} \left( \frac{\partial \nu}{\partial \xi} \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \frac{\partial \nu}{\partial \eta} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right) + \\ H^{-2} \frac{1}{Re} \left[ \begin{aligned} & \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) \left( \frac{\partial^2 \nu}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \nu}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial \nu}{\partial \xi} \right) + \\ & 4 \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) \left( \frac{\partial^2 \nu}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{\partial \nu}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \right] \quad (1)$$

$$H^2 \frac{dT}{dt} = \frac{1}{Pr} \frac{1}{Re} \nu \Delta T + Ec \frac{1}{Re} \Phi \quad (2)$$

the pressure  $p$  we find from the Gromeki-Lamb equations

$\frac{\partial p}{\partial \eta} |_S = -\frac{1}{Re} \nu(T) \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} |_S - \frac{1}{Re} \Omega_S \frac{\partial \nu}{\partial \xi} |_S$  We will dwell upon the equations (1)–(2). They can be

written down more compactly, we will call this form of record "operator". If to enter designations

$$A_\Psi = \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} \right) + \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial H^2}{\partial \xi} - \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial H^2}{\partial \eta} \right) \frac{1}{H^2}, \quad B_\Psi = \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \frac{\partial H^2}{\partial \eta} + \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial H^2}{\partial \xi} \right) \frac{1}{H^2} + 2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta}$$

$d_1 = \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2, \quad d_2 = \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} \right)$ , the equations of vorticity transfer and heat transfer

can be written down in the look emphasizing proximity in the mathematical expression and the physical interpretation of dissipative function and members in the equation of vorticity transfer, containing derivative of viscosity coefficient

$$H^2 \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{Re} \nu \Delta \Omega + \frac{2}{Re} \left( \frac{\partial \nu}{\partial \xi} \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \frac{\partial \nu}{\partial \eta} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{Re} F \quad (3)$$

$$H^2 \frac{dT}{dt} = \frac{1}{Pr} \frac{1}{Re} \nu \Delta T + Ec \frac{1}{Re} \Phi \quad F = (4d_2^2 + d_1^2)(A_\Psi A_\nu + B_\Psi B_\nu) \quad \Phi = (4d_2^2 + d_1^2)(A_\Psi^2 + B_\Psi^2)$$

Operators  $A_v$ ,  $B_v$  coincide with  $A_\Psi$ ,  $B_\Psi$  respectively where instead of  $\Psi$  costs  $v$ . Efficiency of such record of the N-S equations not only in compactness of representation, but also in practical application since modern methods of programming, for example kesh-programming, allow to solve (3) at modern level of computing technologies.

## References

1. Wall D.P., Nagata M. Nonlinear equilibrium solutions for the channel flow of fluid with temperature-dependent viscosity // J.Fl.M. 2000. V. 406. pp. 1–26.

# РАЗМЕРНОСТЬ СТРАННОГО АТТРАКТОРА, ВОЗНИКАЮЩЕГО ПРИ ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

*A.C. Зелёный, В.С. Шелистов*

Кубанский государственный университет, Краснодар

Количественные исследования пространственно-временного хаоса стали по настоящему возможны лишь в последние пятнадцать лет, когда впервые появились достаточно мощные компьютеры и численное моделирование стало реальным. Poincaré mappings [1] и фазовые портреты рассматриваемой системы (если их удаётся получить) часто дают наглядные свидетельства хаотического поведения и фрактальной структуры странных аттракторов, однако количественные меры хаотической динамики также важны: во многих случаях только они дают явные указания на хаос. Знание размерности аттрактора весьма существенно для многих физических задач и, прежде всего, позволяет оценить минимальное число динамических переменных, которыми может быть описано движение на аттракторе. На настоящем этапе развития этой области в нашем распоряжении имеется три основные меры хаоса, а четвертая только приобретает существенное значение:

- а) распределение частот в Фурье-спектрах;
- б) фрактальная размерность хаотического аттрактора;
- в) показатели Ляпунова;
- г) инвариантное распределение вероятности на аттракторе.

Данная работа направлена на выявление численной зависимости максимального ляпуновского показателя от контрольного параметра системы – в данном случае от разности потенциалов. Мы также следовали работе Каплана и Йорке [2], которые определили размерность аттрактора по формуле, предложенной в [3].

В итоге была построена таблица зависимостей показателей Ляпунова, а также размерности Каплана-Йорке от разности потенциалов на границах, а также численно определен порог перехода к хаотическому режиму функционирования системы.

Работа проведена в рамках проекта РФФИ № 13-08-96536.

## Литература

1. Wang Yu., Plouraboue F., Chang H.-C. “Broadband converging plasmon resonance at a conical nanotip” // Optics Express. 2013. 21(5). P. 6609–6617.
2. Kaplan J., and Yorke J.A. Springer Lecture Notes in Mathematics // . 1978. № 730. P. 228.
3. Nikitin N.V. “Statistical characteristics of wall turbulence” // Fluid Dyn. 1996. P. 31. 361.

## **THE DIMENSION OF A STRANGE ATTRACTOR, RISING DUE TO ELECTROKINETIC INSTABILITY**

*A.S. Zelenyi, B.C. Шелистов*

Kuban State University, Krasnodar

Quantitative studies of spatial-temporal chaos have become truly possible only in the last fifteen years with appearing of sufficiently powerful computers, which had made numerical simulation feasible. Отображения Пуанкаре [1] and phase portraits of the system (if it is possible to find them) often give clear evidence of chaotic behavior and fractal structure of strange attractors, but quantitative measures of chaotic dynamics are also important: in many cases, they are the only clear indications of chaos. The knowledge of the attractor's dimension is very important for many physical problems and, above all, allows to estimate the minimum number of dynamic variables, which can describe the motion on the attractor. At the present stage of development in this field, there are three main measures of chaos at our disposal, and the fourth is only on the way of becoming essential:

- a) frequency distribution in Fourier spectra;
- b) fractal dimension of a chaotic attractor;
- c) Lyapunov exponents;
- d) invariance of probability distribution on an attractor.

The present work is devoted to obtaining the numerical dependence of the maximal Lyapunov exponent on the system's control parameter, which is the drop of potential for our case. We have also followed the paper of Kaplan and Yorke [2], who determined the attractor's dimension using the formula from [3].

As a result, the table of Lyapunov exponents' and Kaplan-Yorke dimension dependences of the potential difference across the borders has been built; the threshold of transition to chaotic regime of the system has been found numerically.

The work is carried out within RFBR project № 13-08-96536.

### **References**

1. Wang Yu., Plouraboue F., Chang H.-C. "Broadband converging plasmon resonance at a conical nanotip" // Optics Express. 2013. 21(5). P. 6609–6617.
2. Kaplan J. and Yorke J.A. Springer Lecture Notes in Mathematics // 1978. № 730. P. 228.
3. Nikitin N.V. "Statistical characteristics of wall turbulence" // Fluid Dyn. 1996. 31. 361.

## **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ПОРОЖДЕНИЯ МОД ГЁРТЛЕРОВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ВИХРЯМИ НАБЕГАЮЩЕГО ПОТОКА**

*A.B. Иванов, Ю.С. Качанов, Д.А. Мищенко*

ИТПМ СО РАН, Новосибирск

Исследование проблемы ламинарно-турбулентного перехода является одной из важнейших фундаментальных задач механики. Неустойчивость Гёртлера представляет собой часть этой более общей проблемы, однако она имеет и свое собственное, большое фундаментальное и прикладное значение. Хорошо известно, что возникающие

вследствие действия неустойчивости продольные потоки вихри могут значительно изменять параметры основного течения и приводить к его турбулизации. В настоящей работе проведено подробное экспериментальное исследование распределенной восприимчивости пограничного слоя на вогнутой поверхности к трехмерным продольным вихрям набегающего потока при порождении нестационарных гёртлеровских мод. Эксперименты проведены в широком диапазоне параметров задачи. Получены коэффициенты распределенной восприимчивости.

Основные измерения выполнены однодинамическим датчиком термоанемометра в малотурбулентной аэродинамической трубе Т-324 ИТПМ СО РАН при скорости потока 9,18 м/с в пограничном слое типа Блазиуса на вогнутой поверхности (радиус закругления  $R = 8,37$  м) высокоточной экспериментальной модели. Контролируемые нестационарные продольные потоки вихри генерировались в набегающем потоке специальным источником возмущений – вибрирующей на заданной частоте проволочкой с нанесенной на нее локальной микронеоднородностью. Проволочка была натянута параллельно передней кромке модели, таким образом, чтобы порождаемые ей вихревые возмущения распространялись вблизи внешней границы нарастающего на поверхности модели пограничного слоя. Как показали тщательные исследования, указанные возмущения основного потока приводят к весьма эффективному, распределенному порождению в пограничном слое именно гёртлеровских вихрей, характеристики которых подробно измерены.

В экспериментах обнаружено сильное влияние механизма распределённой восприимчивости на скорость нарастания амплитуд и фаз генерируемых гёртлеровских мод. Порождаемые нестационарные гёртлеровские вихри способны нарастать значительно быстрее, чем в соответствующей задаче о линейной неустойчивости пограничного слоя на вогнутой стенке. (В частности найдено, что в исследуемой задаче нестационарные вихри Гёртлера могут нарастать даже в тех режимах, в которых в отсутствие распределённого порождения они затухают.) Соответствующие механизмы линейной устойчивости и распределенной восприимчивости пограничного слоя могут находиться в конкуренции между собой. На низких частотах (около 8 Гц), развитие гёртлеровских мод преимущественно определяется законами линейной устойчивости. Присутствие продольных вихрей основного потока приводит к эффективному порождению гёртлеровских мод, однако действие механизма распределённой восприимчивости оказывается недостаточным, чтобы обеспечить быстрое нарастание гёртлеровских вихрей вниз по потоку. С ростом частоты ситуация однако меняется на противоположную. (Как было показано в более ранних исследованиях [1], пограничный слой вогнутой поверхности становится более устойчив к высокочастотным гёртлеровским вихрям.) В результате в области умеренных частот (около 13 Гц) степени воздействия указанных конкурирующих механизмов на развитие гёртлеровских мод оказываются сопоставимыми друг с другом и, наконец, в области высоких частот (около 17 Гц и выше), исследуемый механизм распределенной восприимчивости способен играть решающую роль в развитии гёртлеровских вихрей. Таким образом, во многих практически важных случаях, в реальных условиях (при повышенной степени турбулентности набегающего потока) амплитуды вихрей Гёртлера высоких частот могут быть весьма значительными за счет действия изученного в рамках настоящего исследования механизма распределенной восприимчивости, несмотря на относительную слабость механизма линейной неустойчивости пограничного слоя.

Количественные характеристики исследуемого физического явления (комплексные коэффициенты распределенной восприимчивости) определены по аналогии с работой [2] (посвященной возбуждению волн Толмина-Шлихтинга). Соответствующая математически некорректная задача была решена численно путем аппроксимации экспе-

риментальных продольных распределений амплитуд и фаз возмущений пограничного слоя аналитическими решениями задачи восприимчивости с неизвестными коэффициентами. Обнаружено, что амплитуды коэффициентов восприимчивости имеют максимум в диапазоне безразмерных поперечных масштабов ( $\Lambda = 200 \div 400$ ), соответствующих наиболее быстрорастущим (согласно линейной теории устойчивости) вихрям. Таким образом, механизмы распределенной восприимчивости и неустойчивости способны не только конкурировать друг с другом, но и усиливать друг друга.

Работа поддержанна РФФИ (грант № 12-01-31211)

### Литература

1. Boiko A.V., Ivanov A.V., Kachanov Y.S., Mischenko D.A. Steady and unsteady Görtler boundary-layer instability on concave wall // European Journal of Mechanics B/Fluids. 2010. V. 29. P. 61–83.
2. Бородулин В.И., Иванов А.В., Качанов Ю.С., Феденкова А.А. Распределенная восприимчивость пограничного слоя к нестационарным вихревым возмущениям с нормальной к стенке завихренностью в присутствии неровностей поверхности // Теплофизика и аэромеханика. 2004. Т. 11. № 3. С. 365–403.

## EXPERIMENTAL STUDY OF DISTRIBUTED EXCITATION OF GÖRTLER INSTABILITY MODES BY FREESTREAM VORTICES

A.V. Ivanov. Y.S. Kachanov, D.A. Mischenko

ITAM SB RAS, Novosibirsk

The study of laminar-turbulent transition is still one of the most important basic problems of fluid mechanics. Görtler instability is a part of this general problem; nevertheless it has its own great fundamental and applied significance. It is well known that this instability is able to lead to amplification of specific longitudinal vortices and to change significantly the base-flow parameters and to initiate its turbulization. A detailed experimental study of distributed receptivity of a boundary layer on concave wall to three-dimensional longitudinal freestream vortices at excitation of the unsteady Görtler modes is performed in the present work. The experiments are carried out in a broad range of parameters. The distributed receptivity coefficients are obtained.

The present experiments were carried out at a low-turbulence wind tunnel T-324 of the ITAM SB RAS at freestream velocity of 9.18 m/s. The main measurements were performed by a single hot-wire probe in a Blasius-type boundary layer realized on a concave wall (with a radius of curvature  $R = 8.37$  m) of a high-precision experimental model. Completely controlled unsteady longitudinal freestream vortices generated by a special disturbance source – vibrating (at a given frequency) thin wire having a localized inhomogeneity. The wire was stretched parallel to the model leading edge and generated freestream vortices travelled along the outer edge of the growing boundary layer. As was shown by detailed studies, these freestream disturbances were able to excite efficiently in the boundary layer in a distributed way the Görtler vortices. The characteristics of these vortices were measured thoroughly.

The experiments showed a strong influence of the distributed receptivity mechanism on increments and phases of exciting Görtler modes. The generated unsteady Görtler vortices are found to be able to grow significantly faster, than those amplified by the linear instability mechanism. (It was found, in particular, that the unsteady Görtler vortices can grow even in those regimes in which they decay in absence of the distributed receptivity mechanism.) The

corresponding mechanisms of the boundary-layer linear instability and distributed receptivity can compete with each other. At low frequencies (of about 8 Hz), the evolution of Görtler modes determined primarily by the linear stability laws. The presence of the freestream longitudinal vortices leads to an efficient excitation of Görtler modes; however the action of distributed receptivity mechanism turned out to be insufficient to provide a rapid amplification of Görtler vortices. Nevertheless the growth of the frequency leads to change of the situation to an opposite one. (As was shown in previous investigations [1], the boundary layer on concave wall becomes more stable to high-frequency Görtler vortices.) As a result, the joint action of the two competing mechanisms becomes comparable with each other at moderate frequencies (of about 13 Hz), while at high frequencies (of about 17 Hz and higher) the studied distributed-receptivity mechanism is able to play a crucial role in the evolution of Görtler vortices. Thereby, at real conditions of enhanced freestream turbulence levels, the amplitudes of high-frequency Görtler vortices can be quite significant due to action of the studied distributed receptivity mechanism despite a relative weakness of the boundary-layer linear instability mechanism.

Quantitative characteristics of the investigated physical phenomenon (the complex distributed receptivity coefficients) have been obtained in a way that is similar to study [2] (devoted to excitation of Tollmien-Schlichting waves). The corresponding mathematically ill-posed problem is solved numerically by means of approximation of experimental streamwise distributions of amplitudes and phases of the boundary layer disturbances by analytical solutions of the corresponding receptivity problem with unknown coefficients. It is found that the amplitudes of these coefficients have their maxima in a range dimensionless spanwise scales corresponding to the most rapidly amplifying (according to linear stability theory) vortices ( $\Lambda = 200 \div 400$ ). Thus, the mechanisms of the distributed receptivity and the linear instability are found to be able not only compete with each other but also intensify each other.

This work is supported by the Russian Foundation for Basic Research (Grant 12-01-31211).

## References

1. Boiko A.V., Ivanov A.V., Kachanov Y.S., Mischenko D.A. Steady and unsteady Görtler boundary-layer instability on concave wall // European Journal of Mechanics B/Fluids. 2010. V. 29. P. 61–83.
2. Borodulin V.I., Ivanov A.V., Kachanov Y.S., Fedenkova A.A. 2004. Distributed boundary-layer receptivity to non-stationary vortical perturbations with wall-normal vorticity in presence of surface roughness // Thermophysics and Aeromechanics. 11(3). P. 365–403.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА КОНСОЛЬНО ЗАКРЕПЛЕННУЮ БАЛКУ ПРИ ЗАТУХАЮЩИХ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЯХ

A.M. Камалутдинов, A.H. Нуриев

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г.Казань

В последнее время повышенный интерес вызывают исследования вынужденных и свободных механических колебаний пластин в неподвижной вязкой жидкости (газе). Мотивация приходит из множества практических приложений, включая атомную микроскопию, датчики и приводы головок на микромеханических генераторах, охлаждаю-

щие устройства, робототехнические движители, устойчивость нефтяных платформ, гашение колебаний жидкости в топливных баках, измерение демпфирующих свойств материалов [1–4]. Последнее из отмеченных приложений и инициировало данную работу.

Одной из основных задач в указанном выше классе проблем является предсказание сил, действующих на колеблющуюся балку со стороны жидкости. Считается, что аэродинамическое взаимодействие может быть сведено к инерционному эффекту присоединенной массы и аэродинамическому демпфированию. Инерционный эффект приводит к снижению частоты, а аэродинамическое демпфирование – к росту декремента затухания колебаний балки по сравнению с ее колебаниями в вакууме. К сожалению, даже в плоском приближении задача определения аэродинамических сил, действующих на гармонически колеблющуюся балку, в полном объеме не решена. Особенno слабо исследован промежуточный диапазон изменения безразмерной амплитуды колебаний, когда вязкие и инерционные эффекты соизмеримы. Имеющиеся экспериментальные и численные результаты либо охватывают небольшую часть этого диапазона, либо далеки от той области значений параметров, которые реализуются при лабораторном определении демпфирующих свойств материалов на основе исследования свободных изгибных колебаний тест-образцов.

Вместе с тем, промежуточный диапазон характеризуется числами Рейнольдса, не превышающими нескольких тысяч, а, значит, прямое численное моделирование плоских аэродинамических полей вокруг колеблющейся балки не требует чрезмерно подробной дискретизации. Использование умеренных, порядка нескольких сот тысяч узлов, сеток позволяет выполнить большую (более 200) серию вычислительных экспериментов по динамике двумерного течения газа вокруг балки и вычислить комплексный коэффициент сопротивления во всей практической интересной области экспериментальных параметров.

При определении гидродинамических сил, действующих на балку мы исходили из того, что длина балки значительно больше, чем два других ее характерных размера. Кроме того, длина вибрационной волны, рассматриваемой в работе основной структурной моды значительно больше, чем перемещения балки. Поэтому балка может рассматриваться как локально плоская. В этом случае, трехмерными явлениями, относящимися к колебаниям жидкости вдоль оси балки, в том числе сходом вихрей с ее торца, можно пренебречь, определяя силы путем изучения двумерного движения жидкости, вызванного осцилляциями бесконечно протяженной тонкой жесткой пластины. Такая пластина выступает для окружающей жидкости в роли подвижной твердой границы. В каждом данном сечении  $x$  закон перемещения этой границы задается как  $z = a(x) \cos \omega_0 t$ , где  $a(x)$  амплитуда колебания сечения  $x$ ,  $\omega_0$  собственная частота колебания балки.

В данной работе было проведено прямое численное моделирование обтекания двумерной пластины периодическим потоком вязкой не сжимаемой жидкости в пакете вычислительной гидродинамики OpenFOAM. Пакет OpenFOAM основан на конечно объёмном подходе решения уравнений Навье-Стокса. Все расчеты проводились в области значений параметров течения, которые реализуются при лабораторном определении демпфирующих свойств материалов, с использованием численной модели описанной в работе [5]. На основе известных асимптотик и результатов наших многовариантных расчетов была получена аппроксимационная формула для коэффициента сопротивления, которая переходит в соответствующих предельных случаях в известные асимптотики. Во всем исследуемом диапазоне параметров ее относительная погрешность не превосходит 8%.

## **Литература**

1. *Tuck E.O.* Calculation of unsteady flows due to unsteady motion of cylinders in a viscous fluid // Journal of Engineering Mathematics 3 (1). 1969. P. 29–44.
2. *Aureli M., Basaran M.E. Porfiri M.* Nonlinear finite amplitude vibrations of sharp-edged beams in viscous fluids // Journal of Sound and Vibration 331. 2012. P. 1624–1654.
3. *Keulegan G.H., Carpenter L.H.* Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid // J. Research N.B.S. 60. 1958. P. 423–440.
4. *Graham J.M.R.* The forces on sharp-edged cylinders in oscillatory flow at low Keulegan–Carpenter numbers // Journal of Fluid Mechanics 97 (1). 1980. P. 331–346.
5. *Нуриев А.Н., Зайцева О.Н.* Решение задачи об осциллирующем движении цилиндра в вязкой жидкости в пакете OpenFOAM // Вестн. Каз. технологического ун-та. Т. 8. 2013. С. 116–123.

## **ГИДРОДИНАМИКА И ИНТЕСИФИКАЦИЯ ТЕПЛООБМЕНА В СБОРКАХ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ**

*A.N. Карелин*

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет,  
Санкт-Петербург

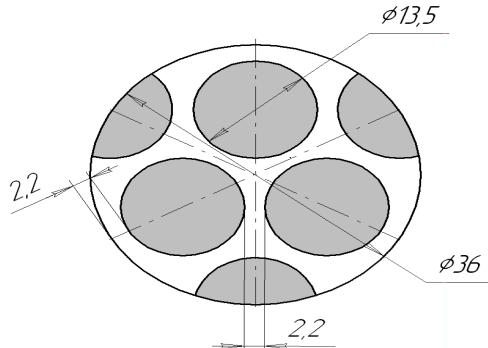
В гидродинамике широко исследуются и применяются закрученные или турбулентные потоки. Закрученные потоки и турбулентные течения могут возникать естественно [1], [2] или формироваться с помощью специально разработанных технических устройств и геометрии объектов [3], [4]. При исследованиях закрученных и турбулентных потоков были обнаружены различные физические явления, определяемые особенностями протекающих потоков [5]. Дальнейшее исследования турбулентных течений представляет практический и теоретический интерес.

На данном рисунке представлена пространственная модель сборки теплоотдающих элементов ядерного реактора, реализованная на основе теории подобия. В ядерной энергетике применяются водо – водяные реакторы под давлением. Теплоноситель в этих реакторах – вода. Для обеспечения необходимых температурных параметров, прочностных характеристик теплоотдающих элементов активной зоны реактора, снижения температурных нагрузок за счёт уменьшения разности температур необходимо интенсифицировать, увеличивать теплообмен с поверхности элементов (оценка производится по коэффициенту теплоотдачи  $\alpha$ ). Турбуляция или закрутка потока возможна с помощью нанесения шероховатости, выступов, канавок на наружную или внутреннюю поверхность элементов и каналов. Для отклонения от прямолинейного движения применяются дефлекторы или подобные конструктивные устройства.

Изучением процессов интенсификации достаточно подробно занимаются в различных институтах в Российской Федерации и за рубежом. В основном эти исследования занимаются изучением вопросов зависимости интенсификации теплообмена за счёт формы поверхности теплообмена. В ядерных энергетических установках толщина стенок теплоотдающего элемента недостаточна для применения данных технологий, поэтому необходимы исследования по интенсификации теплообмена с помощью других методов.

Если рассматривать зависимости теплообмена в теплоотдающем элементе ядерного реактора, то необходимо различать процессы внутри и вовне твэл. В целом

теплообмен проходит в системе «твэл – теплоноситель», что усложняет построение многомерной математической модели на основе уравнений теплопроводности с граничными условиями на оболочке и проведение вычислений уравнений неразрывности. Каналы в ядерной энергетической установке (см. рисунок) – сложной формы, что затрудняет решение.



Поэтому для изучения процессов теплопередачи и интенсификации теплообмена необходимо создать модель тепловыделяющей сборки на основе симметрично размещенных тепловыделяющих элементов ядерного реактора. Математическое моделирование выполняется на основе уравнений неразрывности, движения энергии. Физическое моделирование – на основе теории подобия, реальной тепловыделяющей сборки ядерного реактора (см. рисунок).

Исследования проводились, и данные получены эмпирическим путем. В качестве теплоносителя, при данных параметрах давлений и скорости на основе гидродинамической аналогии воды и газа, используется воздух, нагнетаемый вентиляторами. Измерение температуры на входе и выходе сборки осуществляется лабораторными термометрами и термопарами медь–константан с помощью потенциометра ПП-63.

### Литература

1. Альбом течений жидкости и газа: Пер. с англ. Сост. М. Ван-Дайк. М.: Мир. 1986.
2. *Фабер Т.Е.* Гидроаэродинамика // М.: Постмаркет. 2001.
3. *Ф.Т. Каменьщиков, В.А. Решетов, А.Н. Рябов и др.* Вопросы механики вращающихся потоков и интенсификации теплообмена в ядерных энергетических установках // М.: Энергоиздат. 1984.
4. *Халатов А.А.* Теория и практика закрученных потоков // АН УССР. Ин-т технич. теплофизики.– Киев: Наукова думка. 1989.
5. *Идельчик И.Е.* Аэродинамика технологических аппаратов // М.: Машиностроение. 1983.

## HYDRODYNAMICS AND INTENSIFICATION OF HEAT TRANSFER IN ASSEMBLY NUCLEUS REACTOR

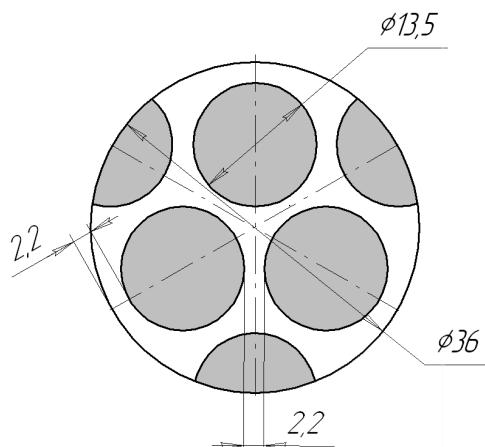
*A.N. Karelina*

Sankt-Petersburg state sea technical university, Sankt – Petersburg

In hydrodynamics are broadly researched and are used twisted or turbulent flows. Twisted flows and turbulent currents can appear naturally [1], [2] or be formed by means of

specially designed technical device and geometries object [3], [4]. At study twisted and turbulent flow were discovered different physical phenomena, defined particularity running flow [5]. The most further study of the turbulent currents presents practical and theoretical interest.

On given drawing is presented spatial model of the assembly fuel elements nucleus reactor marketed on base of the theories of the resemblance. In nucleus energy are used water - a water reactors under pressure. Teplonositeli in these reactor – water. For ensuring necessary warm-up parameter, the strength of the features fuel elements of the active zone of the reactor, reductions of the warm-up loads for count of the reduction to differences of the temperature necessary intensify, enlarge heat transfer with surfaces element (the estimation is produced on factor heat transfer?). Turbulency or spin flow possible by means of fixings of the roughnesses, salient, gouges on external or internal surface element and channel. For detour from rectilinear motion are used baffles or like constructive device.



The study of the processes intensify it is enough in detail concern with in different institute in Russian Federation and overseas. Basically, these studies concern with the study of the questions to dependencies intensify heat transfer for count of the form to surfaces heat transfer. In nucleus energy installation thickness wall heat element insufficient data for using technology so necessary studies on intensify heat transfer by means of the other methods.

If consider the dependencies an heat transfer in fuel element of the nucleus reactor, that necessary to distinguish the processes inwardly and outward fuel elements. As a whole heat transfer passes in system "fuel elements – heat carrier" that complicates the building to multi-variate mathematical model on base of the equations thermal conductivity with border condition on shell and undertaking the calculations of the equations continuity. The Channels in nucleus energy installation (refer to drawing) – a complex form that obstructs the decision.

So for study of the processes heat transfer and intensify heat transfer necessary to create the model fuel assemblies on base symmetrical placed fuel element of the nucleus reactor. Mathematical modeling is executed on base of the equations continuity, motion to energy. Physical modeling - on base of the theories of the resemblance, real fuel assemblies of the nucleus reactor (refer to drawing).

The Studies were conducted, and given are received by empirical way. As heat carrier, at data parameter pressures and velocities on base hydrodynamic to analogies of water and gas, is used air, forced ventilator. The Measurement of the temperature at the input and leaving the assembly is realized laboratory thermometer and thermocouple copper-Constantan by means of potentiometer PP-63.

## References

1. Album of liquid and gas: Per. s angl. Sost. M. Van Dyke.– M: Mir. 1986.
2. Faber I.E. Hydrodynamics // M: Postmarket. 2001.

3. F.T. Masons, V.A. Reshetov, A.N. Ryabov and other. Issues of mechanics of rotating flows and intensification of heat exchange in nuclear power plants // M: Energoizdat. 1984.
4. Gowns A.A. Theory and practice of swirling flows // NAN Ukrain. Inst. of tech. Thermophysics.– Kiev: Naukova Dumka. 1989.
5. Idelichik I.E. Aerodynamics of technological devices // M: machine-building. 1983.

## ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИЯ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

*Н.Н. Картаевых, Б.Л. Смородин*

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Динамика механических, гидродинамических и конвективных систем сильно изменяется в переменном внешнем поле (вибрационном, электрическом, магнитном). Классическим примером является маятник Капицы, для которого верхнее положение становится устойчивым под действием высокочастотных вибраций. Под действием внешней силы произвольной амплитуды и частоты спектр конвективных течений становится более разнообразным, демонстрируя явления параметрического резонанса, связанные в общем случае с режимами синхронного, субгармонического и квазипериодического отклика. Поведение анизотропных слабопроводящих сред (нематических жидких кристаллов) в переменном электрическом поле еще более интересно: возмущения субгармонического отклика отсутствуют, а режимы синхронных колебаний делятся на типа: диэлектрический и электропроводный [1].

В данном докладе обсуждаются конвективные течения неизотермических слабопроводящих жидкостей, где действует электрокондуктивный механизм зарядообразования. При этом возникновение электроконвекции в переменном электрическом поле связано только с синхронными колебаниями. Это доказано строго математически на основе анализа свойств системы уравнений, характеризующих поведение малых возмущений. Показано, что синхронные колебания делятся на два типа: в одном режиме при сдвиге во времени на половину периода меняет знак плотность заряда, в другом вертикальная скорость и температура жидкости.

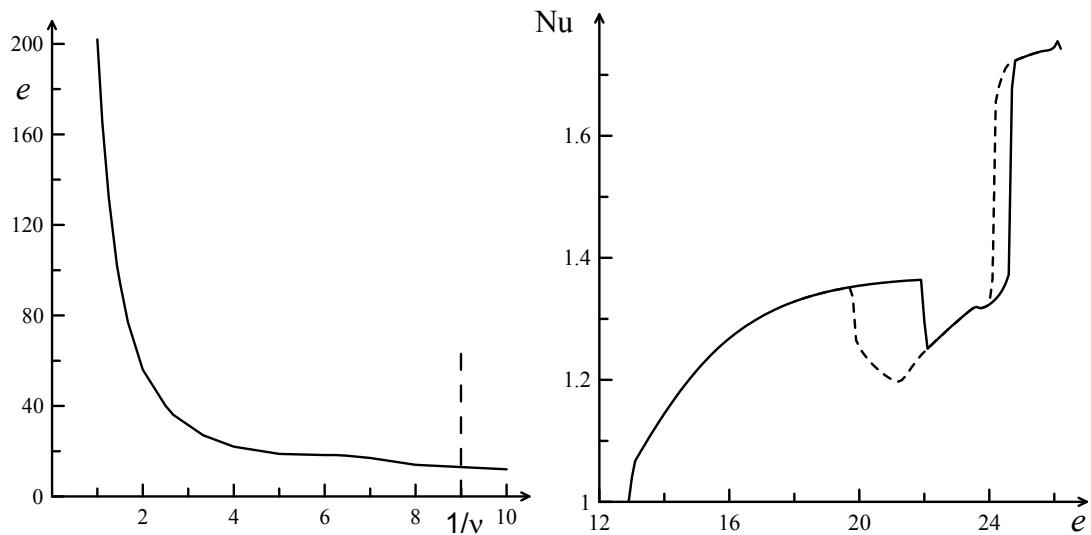
Нелинейная эволюция течений смоделирована с помощью маломодовой модели электроконвекции [2] на примере поведения трансформаторного или конденсаторного масла (число Прандтля  $Pr = 400$ , электрическое число Прандтля  $Pr_e = 30$ ).

На левом рисунке представлена граница устойчивости равновесия слабопроводящей жидкости на плоскости электрическое число – период колебаний поля  $T=1/\nu$ . Ниже кривой число Нуссельта (среднее по времени значение безразмерного теплопотока, приходящегося на единицу горизонтальной границы конденсатора), равно единице, выше границы мягко возникают электроконвективные регулярные колебания, в спектре Фурье которых существует набор кратных частот. Причем, при малых периодах внешнего поля ( $T < 6$ , до излома на границе) основная частота в спектре колебаний скорости соответствует удвоенной внешней, а при  $T > 6$  совпадает с ней.

Рост амплитуды поля приводит к переходам между различными типами колебательных режимов, характеризующихся различным теплопереносом через конвективную ячейку. На правом рисунке представлен график зависимости теплопотока от электрического числа для частоты  $\nu = 0.11$  (что соответствует штриховой линии на левом рисунке). Переходы между режимами сопровождаются гистерезисом. Штриховая ли-

ния на правом рисунке соответствует эволюции течений при уменьшении управляющего параметра. При больших амплитудах переменного поля ( $e=25.87$ ) наблюдается переход к хаотическим колебаниям, который происходит через каскад удвоения периода.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 13-01-00171).



### Литература

1. Пикин С.А. Структурные превращения в жидких кристаллах // М.: Наука. 1981.
2. Ильин В.А., Смородин Б.Л. Нелинейные режимы конвекции слабопроводящей жидкости // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. В. 8. С. 81–87.

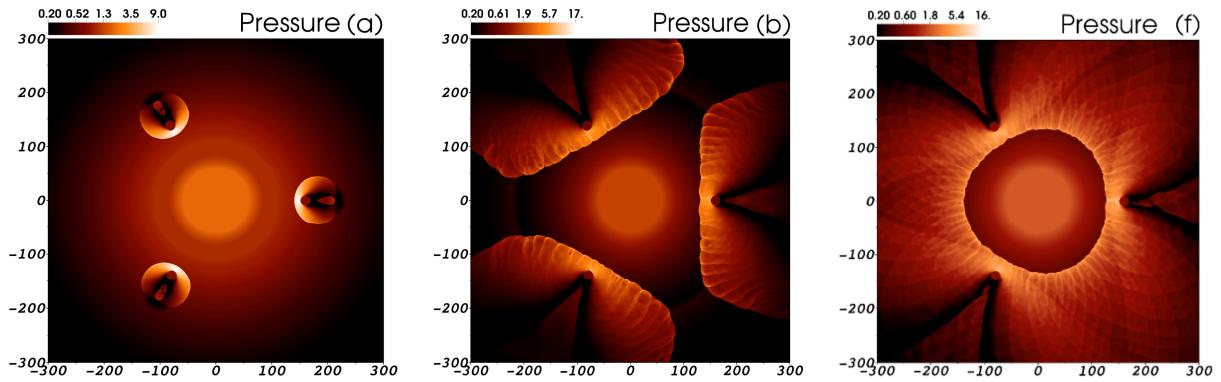
## ДЕТОНАЦИЯ В СВЕРХЗВУКОВОМ РАДИАЛЬНОМ ПОТОКЕ

*A.P. Касимов, С. В. Корнеев*

King Abdullah University of Science and Technology, Thuwal, Saudi Arabia

Мы исследуем газовую детонацию в новой конфигурации, в которой сверхзвуковой поток горючей смеси истекает из центрального источника в радиальном направлении. На определенном расстоянии от источника газ сгорает в детонационной волне. Такую конфигурацию можно создать в потоке между двумя параллельными пластинами, в пространство между которыми горючая смесь подается извне в область источника. Существование и устойчивость стационарной детонационной волны в такой конфигурации являются основным предметом исследования в данной работе. Предполагается, что течение описывается уравнениями Эйлера для химически реагирующей смеси. Газ считается идеальным, а реакции описываются глобальной кинетикой Аррениуса. Сверхзвуковой поток из источника является адиабатическим перед детонационным фронтом. Поскольку такой поток ускоряется, то на каком-то расстоянии от источника его скорость может достичь скорости детонации. На этом расстоянии возможно существование стационарной детонационной волны, что подтверждается решением уравнений Эйлера. Волна является самоподдерживающейся, поскольку за ударной волной существует звуковая точка. Мы исследовали роль различных параметров задачи в существовании такого решения и обнаружили, что возможны случаи с двумя или одним ре-

шением или решение отсутствует. Далее мы исследовали нелинейную устойчивость найденных решений с помощью численного решения уравнений Эйлера. Обнаружили, что решения неустойчивы, приводя либо к быстрому схлопыванию волны, либо к очень медленному расширению. Расширение можно остановить с помощью нескольких твердых препятствий, расположенных в потоке за положением стационарной звуковой точки.



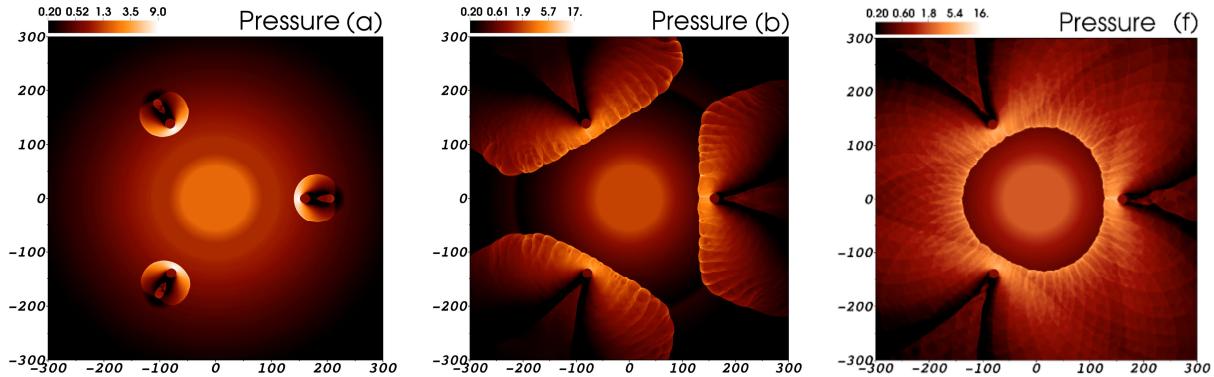
На рисунках показаны три стадии инициирования детонации в результате столкновения сверхзвукового потока из центрального источника с тремя препятствиями. Видно, что головные ударные волны переходят в детонационные, которые затем сливаются в единый стационарный фронт, поддерживаемый слабыми головными ударными волнами перед каждым препятствием.

## DETONATION IN SUPERSONIC RADIAL OUTFLOW

*A.R. Kasimov, S.V. Korneev*

King Abdullah University of Science and Technology, Thuwal, Saudi Arabia

We explore gaseous detonation in a new configuration wherein a supersonic stream of a combustible mixture emanates radially from a circular source and undergoes detonative combustion at some distance downstream. Such a flow configuration can be imagined to form between two parallel plates with an outside source of the mixture providing the inflow from the center. Necessary high-speed flow conditions at the exit from such a source can be generated by rapid expansion through a nozzle-like configuration. The existence and stability of a standing detonation wave downstream of such a flow is of interest and is the subject of the present study. The flow is described by the reactive Euler equations for an ideal gas with a one-step Arrhenius chemistry. The supersonic flow from the source is assumed to be non-reacting so that the initial expansion is adiabatic. Such flow accelerates during the expansion and at some distance,  $r_s$ , from the source, the flow speed reaches the detonation speed for a given mixture. Therefore, one expects a standing detonation to exist at about  $r_s$ . It is found that the geometry admits a steady-state circular self-sustained detonation. The self-sustained nature follows from the existence of a sonic point near the end of the reaction zone. We compute the steady-state structure and investigate its dependence on the conditions of the incoming flow and to understand the stability of the steady solutions, we perform two-dimensional numerical simulations that start either with the steady solution as the initial condition or with a supersonic adiabatic flow impinging on a number of rigid obstacles.



In the figures, we show the development of detonation from a supersonic adiabatic flow that impinges on three obstacles. The bow shocks that form in front of the obstacles turn into three cellular detonation waves that merge to form a dynamically stabilized detonation wave.

## **ВОЗНИКНОВЕНИЕ И РАЗВИТИЕ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ И ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ**

*М.М. Камасонов, В.В. Козлов, Н.В. Никитин, Д.С. Сбоев*

ИТПМ СО РАН, Новосибирск. НИИ механики МГУ, Москва

В докладе представлены результаты большого цикла экспериментальных исследований возникновения и развития локализованных возмущений в круглой трубе и пограничном слое. Найдены особенности таких возмущений, включая возникновение и развитие волновых пакетов (предвестников) на фронтах в случае импульсного воздействия на пограничный слой или на течение в канале. Показана их роль в ламинарно - турбулентном переходе при повышенной степени турбулентности набегающего потока.

## **ПРОЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В НАНО- И МИКРОПОТОКАХ**

*В.А. Кирий, В.С. Шелистов*

Кубанский государственный университет

В работе исследуется задача микрофлюидики – устойчивость микро- и нанопотоков, возникающих в электрическом поле. Когда внешнее электрическое поле индуцирует поток ионов к селективной поверхности (мембрана, электрод, система микро- или наноканалов), вблизи этой поверхности возникает новый тип неустойчивости – электрокинетическая неустойчивость [1,2]. Она включает механизм конвективного переноса ионов и приводит к бифуркации и сверхкритическим вольтамперным характеристикам (ВАХ). Данный эффект имеет множество практических применений: а) используется для создания асимметричных входных и выходных характеристик тока (например, для создания гидродинамических диодов в наноканалах); б) электрокинетическая неустойчивость порождает электрофорез 2-го рода, который может быть использован для

управления движением микрочастиц; в) неустойчивость оказывает значительное влияние на разделение белков по их свойствам с помощью электрического поля и т.д.

Электрокинетическая неустойчивость исследована теоретически с использованием методов теории динамических систем, бифуркаций и гидродинамической устойчивости. Модель бинарного электролита между бесконечными катионообменными мембранами описывается уравнениями Нернста-Планка-Пуассона-Стокса. Эта многомерная система описывается четырьмя параметрами: значением разности потенциалов  $\Delta V$ , толщиной двойного ионного слоя  $v$ , коэффициентом сцепления  $\kappa$  и концентрацией катионов в мембране  $c$ . Концентрация катионов качественно не влияет на систему, поэтому число параметров сокращается до трех [3].

Одномерное решение теряет устойчивость при достаточно больших значениях разности потенциалов  $\Delta V$ . В малой окрестности критической точки решение системы можно найти аналитически путем сведения его к уравнению Гинзбурга-Ландау. Для больших закритичностей исследование выполнено с помощью численного интегрирования полной системы уравнений. Численные эксперименты выполнены на суперкомпьютере СКИФ МГУ «Чебышев».

На полученные с помощью численного интегрирования решения накладывались малые нелинейные возмущения для вычисления коэффициентов роста. В дополнение к поиску границы устойчивости была предпринята попытка обобщить теорию Шильникова на рассматриваемую систему.

Проведенные численные эксперименты показали, что, несмотря на микро- и наномасштабы явления, электрокинетической неустойчивости присущи многие из характеристик классической гидродинамической неустойчивости: выбор возмущений с характерной длиной волны из начального случайног шума малой амплитуды, присутствие каскада бифуркаций, наличие режима "детерминированного хаоса" с доминированием в нем когерентных структур. Полученные результаты планируется в дальнейшем обобщить на более сложные задачи: неустойчивость в микроканалах, электрокинетические свойства гидрофобных и неровных поверхностей [4] и др.

Работа выполнена в рамках проектов РФФИ №№ 11-08-00480-а и 13-08-96536-р\_юг\_а.

## Литература

1. *Nikonenko V.V., Zabolotsky V.I., Gnisin N.P.* Electric transport of ions through diffusion layers with impaired electroneutrality // Sov. Electrochem. 1989. V. 25 P. 301.
2. *Rubinstein I., Zaltzman B.* Electro-osmotically induced convection at a permselective membrane // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 2238.
3. *Demekhin E.A., Shelistov V.S., Polyanskih S.V.* Linear and nonlinear evolution and diffusion layer selection in electrokinetic instability // Phys. Rev. E. 2011. V. 84. 036318.
4. *Chang H.-C., Demekhin E.A., Shelistov V.S.* Competition between Dukhin's and Rubinstein's electrokinetic modes // Phys. Rev. E. 2012. V. 86. 046319.

# MANIFESTATION OF ELECTROKINETIC INSTABILITY IN NANO- AND MICROFLOWS

*V.A. Kiriy, V.S. Shelistov*

Kuban State University

In the present work, the problem of microfluidics – stability of micro- and nanojets in an electric field – is investigated. When an external electric field induces ions flow to a selective surface (membrane, electrode, a system of micro- or nanochannels), a new type of instability occurs near that surface – electrokinetic instability [1,2]. It enables the mechanism of convective ion and leads to bifurcations and supercritical volt-current characteristics. This effect has many practical applications: a) it is used for creating asymmetric input/output current characteristics (for example, in order to create hydrodynamic diodes in nanochannels); b) electrokinetic instability enables electrophoresis of the 2nd kind which can be used to control micro-particles' movement; c) the instability greatly affects separation of proteins by their properties with the help of an electric field, etc.

Electrokinetic instability is investigated theoretically using the methods of the theory of dynamic systems, bifurcations and hydrodynamic stability. The model of a binary electrolyte between infinite cation-exchange membranes is described with Nernst-Planck-Poisson-Stokes equations. This multidimensional system is described by four parameters: potential drop  $\Delta V$ , double-ion layer thickness  $v$ , the coupling coefficient  $\kappa$  and cations' concentration  $c$  in the membrane. The cations' concentration does not qualitatively affect the system, so the number of parameters is reduced to three [3].

One-dimensional solution loses stability for sufficiently large values of the potential drop  $\Delta V$ . In the small vicinity of the critical point, the solution of the system can be found analytically by reducing it to Ginsburg-Landau equation. For large supercriticalities, the investigation is held by numerical integration of the full system of equations. Numerical experiments have been carried out on the "Chebyshev" supercomputer (Moscow State University).

Small nonlinear perturbations have been imposed on the solutions obtained by numerical integration in order to find the growth coefficients. In addition to searching the margins of stability, an attempt has been made to extend Shilnikov's theory to the system in question.

The numerical experiments have shown that, in spite of micro- and nanoscales of the phenomenon, electrokinetic instability features many characteristics of classical hydrodynamic instability: the selection of disturbances with the characteristic wavelength from the initial low-amplitude random noise; the existence of a cascade of bifurcations; the existence of the "deterministic chaos" regime with coherent structures dominating in it. These results are to be extended in future to more complex problems: instability in microchannels, electrokinetic properties of hydrophobic and irregular surfaces [4], etc.

The work is conducted under RFBR project No. 11-08-00480-a and No. 13-08-96536-r\_yug\_a.

## References

1. Nikonenko V.V., Zabolotsky V.I., Gnusin N.P. Electric transport of ions through diffusion layers with impaired electroneutrality // Sov. Electrochem. 1989. V. 25. P. 301.
2. Rubinstein I., Zaltzman B. Electro-osmotically induced convection at a permselective membrane // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 2238.
3. Demekhin E.A., Shelistov V.S., Polyanskikh S.V. Linear and nonlinear evolution and diffusion layer selection in electrokinetic instability // Phys. Rev. E. 2011. V. 84. 036318.

4. Chang H.-C., Demekhin E.A., Shelistov V.S. Competition between Dukhin's and Rubinstein's electrokinetic modes // Phys. Rev. E. 2012. V. 86. 046319.

## ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ ОБТЕКАНИИ ПЛАСТИНЫ ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА В ВЫСОКОЭНТАЛЬПИЙНОЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

С.В. Кириловский, Т.В. Поплавская, И.С. Цырюльников

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича, Новосибирск  
Новосибирский государственный университет

Реальные свойства газа (в частности, возбуждение и неравновесность колебательных степеней свободы молекул) оказывают существенное воздействие на среднее течение и развитие возмущений в гиперзвуковых пограничных и ударных слоях [1]. Однако, влияние реальных свойств невозможно без учета процессов, идущих в тракте аэродинамических труб, где формируется поток, который влияет на развитие возмущений. В данной работе впервые в схему моделирования развития возмущений включены процессы, идущие в набегающем потоке (в сопловом тракте аэродинамической трубы).

Углекислый газ – это газ с низкой температурой возбуждения колебательных степеней свободы (150К). В ИТПМ СО РАН в высокоэнтальпийной аэродинамической трубе ИТ-302 были проведены эксперименты по обтеканию пластины гиперзвуковым потоком CO<sub>2</sub> и смесей CO<sub>2</sub> с воздухом.

Одновременно с помощью пакета ANSYS Fluent было проведено численное моделирование обтекания пластины гиперзвуковым ( $M_\infty=6-10$ ) потоком воздуха, CO<sub>2</sub> и смесей CO<sub>2</sub> с воздухом при температурах торможения 2000-3000К. Задача решалась в три этапа. 1-ый этап — численное моделирование течения в тракте аэродинамической трубы ИТ-302М и получение параметров потока на выходе из сопла (т.е. в рабочей камере трубы). Расчётные области строились на основе чертежей реальных профилированных сопел. 2-ой этап — численное моделирование обтекания пластины потоком воздуха, углекислого газа и смесей воздуха и CO<sub>2</sub> в рамках модели термически совершенного газа, учитывающей возбуждение колебательных степеней свободы молекул. 3-ий этап — решение нестационарной задачи о взаимодействии ударного слоя пластины с акустическими возмущениями набегающего потока.

Модель равновесного термически совершенного газа не учитывает конечность времени энергообмена между внутренними и внешними степенями свободы молекул. При этом время релаксации колебательных степеней свободы молекул CO<sub>2</sub> в условиях истечения из реального соплового тракта сопоставимо с характерным временем течения, поэтому для моделирования неравновесности колебательных степеней свободы в работе используется двухтемпературная модель релаксационных течений, где изменение колебательной энергии от времени моделируется уравнением Ландау-Теллера. На рис. 1 видно, что положение УВ в случае неравновесного течения CO<sub>2</sub> лучше совпадает с экспериментальными данными. Далее для условий эксперимента использовалась модель неравновесного термически совершенного газа.

На рис.2 представлены среднеквадратичные пульсации давления на поверхности пластины для воздуха, CO<sub>2</sub> и их смесей (Mix1- 44% CO<sub>2</sub>, Mix2- 77% CO<sub>2</sub>). Видно, что возбуждение колебательных степеней свободы молекул CO<sub>2</sub> оказывает существенное влияние на интенсивность возмущений в ВУС.

Степень возбуждения колебательных степеней свободы молекул зависит от температуры газа. Поэтому в работе проведено численное исследование влияния температуры торможения (1200–4000К) при постоянстве температуры поверхности (300К) на среднее течение и характеристики пульсаций потока в ударном слое пластины. Получено существенное увеличение амплитуды пульсаций давления с ростом температуры торможения (см. рис.3), т.е. дестабилизация течения, связанная с влиянием колебательных степеней свободы молекул CO<sub>2</sub>.

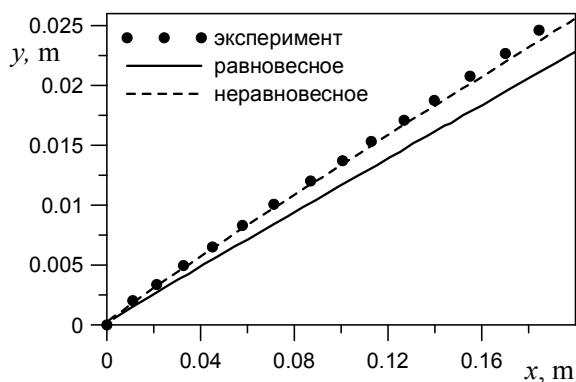


Рис.1

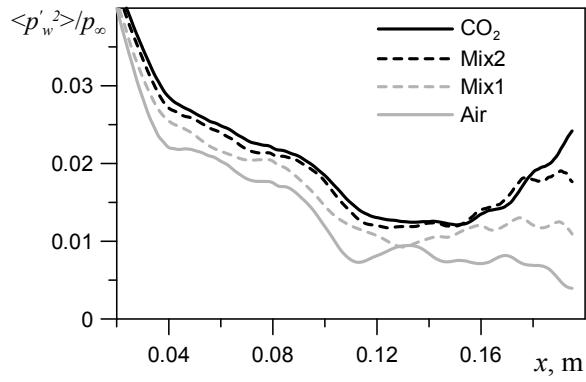


Рис.2

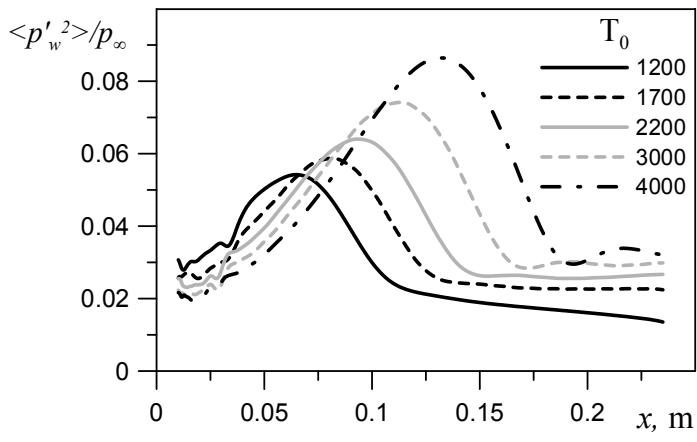


Рис.3

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 12-08-00435).

### Литература

- Keisuke F., Hornung H.G. Experimental investigation of high-enthalpy effects on attachment-line boundary-layer transition // AIAA Journal. 2003. V. 41. № 7. P. 1282–1291.

# SPECIFIC FEATURES OF THE EVOLUTION OF DISTURBANCES IN A HYPERSONIC GAS FLOW PAST A FLAT PLATE IN A HIGH-ENTHALPY WIND TUNNEL

S.V. Kirilovskiy, T.V. Poplavskaya, and I.S. Tsyryulnikov

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Siberian Branch,  
Russian Academy of Sciences, Novosibirsk  
Novosibirsk State University

Real gas properties (in particular, excitation and nonequilibrium of vibrational degrees of freedom of molecules) exert a significant effect on the mean flow and evolution of disturbances in hypersonic boundary and shock layers [1]. However, it is impossible to estimate the real gas effects without taking into account the processes in the wind tunnel duct where the flow is formed, which affects the evolution of disturbances. In this work, the free-stream processes (proceeding in the wind tunnel nozzle) are included in disturbance development simulations for the first time.

Carbon dioxide is a gas with a low temperature of excitation of vibrational degrees of freedom (150 K). Experiments on a hypersonic flow of CO<sub>2</sub> and CO<sub>2</sub>/air mixtures past a flat plate were performed in an IT-302M high-enthalpy wind tunnel based at the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics.

Simultaneously, the ANSYS Fluent software package was used to perform numerical simulations of hypersonic ( $M_\infty=6-10$ ) flows of air, CO<sub>2</sub>, and CO<sub>2</sub>/air mixtures past a flat plate at stagnation temperatures of 2000–3000 K. The problem was solved in three stages. *The first stage* included numerical modeling of the flow in the duct of the IT-302M wind tunnel and obtaining flow parameters at the nozzle exit (i.e., in the wind tunnel test section). The computational domains were constructed on the basis of drawings of real contoured nozzles. *The second stage* was aimed at numerical modeling of the air, carbon dioxide, and CO<sub>2</sub>/air mixtures past a flat plate within the framework of the model of a thermally perfect gas, which takes into account excitation of vibrational degrees of freedom of molecules. *The third stage* was solving an unsteady problem of interaction of the shock layer on the flat plate with acoustic disturbances in the incoming flow.

The model of the equilibrium thermally perfect gas ignores the finiteness of the time of energy exchange between internal and external degrees of freedom. The time of relaxation of vibrational degrees of freedom of CO<sub>2</sub> molecules under conditions of exhaustion from a real nozzle is comparable with the characteristic time of the flow; therefore, a two-temperature model of relaxation flows, where the vibrational energy as a function of time is modeled by the Landau-Teller equation, is used for modeling the nonequilibrium character of vibrational degrees of freedom. It is seen in Fig. 1 that the shock wave position in a nonequilibrium CO<sub>2</sub> flow agrees better with experimental data. Thus, the model of the equilibrium thermally perfect gas was further used for the present test conditions.

Figure 2 shows the root-mean-square fluctuations of pressure on the plate surface for air, CO<sub>2</sub>, and CO<sub>2</sub>/air mixtures (Mix1- 44% CO<sub>2</sub>, Mix2- 77% CO<sub>2</sub>). It is seen that excitation of vibrational degrees of freedom of CO<sub>2</sub> molecules has a significant effect on the intensity of disturbances in the viscous shock layer.

The degree of excitation of vibrational degrees of freedom depends on gas temperature. Therefore, we performed a numerical study of the influence of the stagnation temperature (1200-4000 K) at a constant surface temperature (300 K) on the mean flow and characteristics of flow disturbances in the shock layer on the flat plate. The amplitude of pressure fluctuations was found to increase appreciably with increasing stagnation temperature (Fig. 3),

i.e., the flow is destabilized owing to the influence of vibrational degrees of freedom of CO<sub>2</sub> molecules.

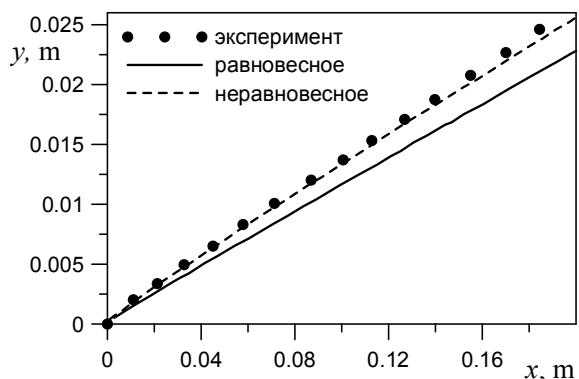


Fig.1

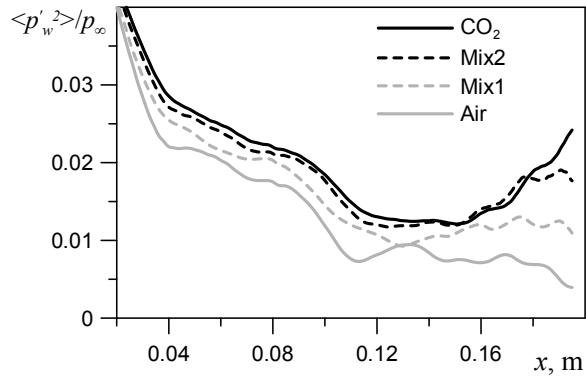


Fig.2

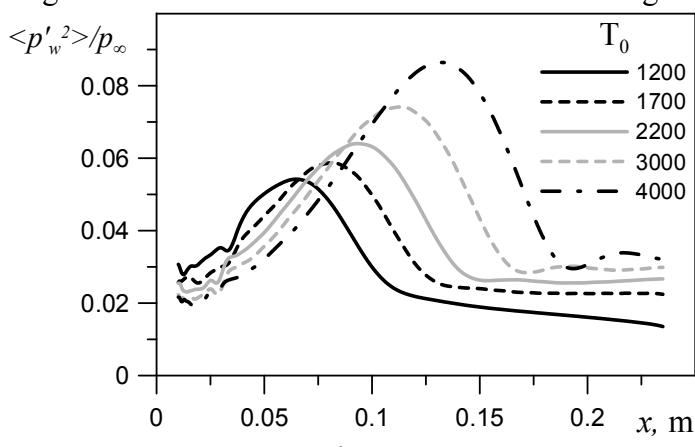


Fig.3

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (Grant No. 12-08-00435).

## References

1. Keisuke F., Hornung H.G. Experimental investigation of high-enthalpy effects on attachment-line boundary-layer transition // AIAA Journal. 2003. V. 41. № 7. P. 1282–1291.

## УСТОЙЧИВОСТЬ ДОЗВУКОВЫХ МИКРО-СТРУЙ И ИХ ГОРЕНIE

B.B. Козлов<sup>1,2</sup>, Г.Р. Грек<sup>1</sup>, М.М. Катасонов<sup>1</sup>, О.П. Коробейников<sup>3</sup>, Ю.А. Литвиненко<sup>1</sup>,  
А.Г. Шмаков<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича  
Сибирского отделения Российской Академии Наук, Новосибирск, Россия

<sup>2</sup>Новосибирский Государственный Университет, Новосибирск, Россия

<sup>3</sup>Институт химической кинетики и горения  
Сибирского отделения Российской Академии Наук, Новосибирск

В работе представлены результаты экспериментальных исследований горения пропана в круглой и плоской микро – струе при малых числах Рейнольдса, находящих-

ся под воздействием поперечного акустического поля. Выявлены особенности эволюции пламени в настоящих условиях. На основе полученной информации обнаружен ряд новых явлений в процессе развития пламени при горении топлива в круглой и плоской микро – струе (см., например, рис. 1 и рис. 2). Эти явления описаны и объяснены.

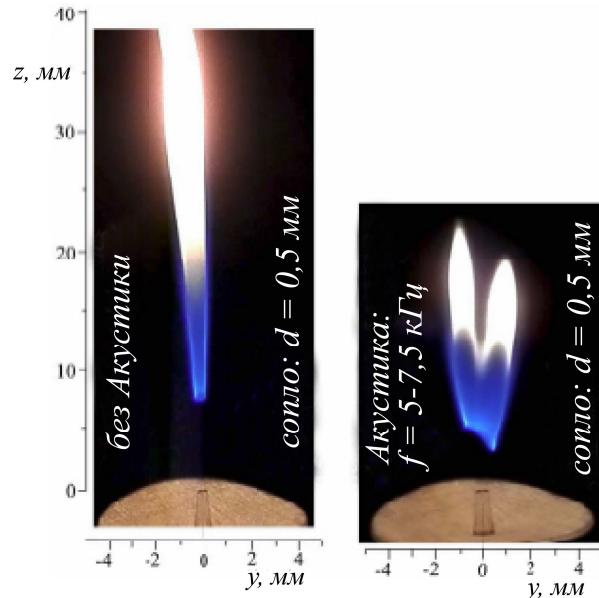


Рис. 1. Раздвоение пламени круглой микро – струи (диаметр сопла  $d = 0.5 \text{ mm}$ ) в по – перечном акустическом поле

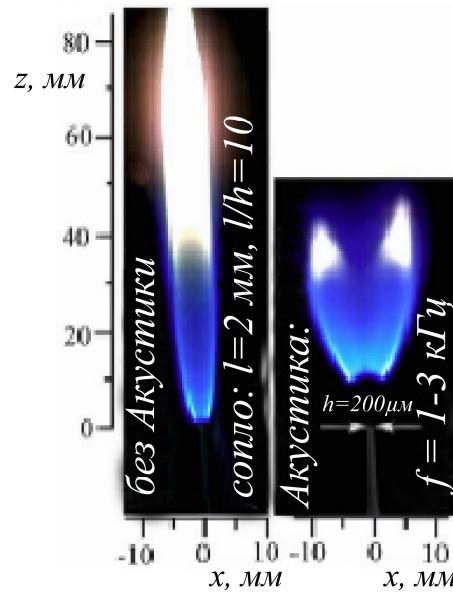


Рис. 2. Раздвоение пламени плоской микро – струи в поперечном акустическом поле. (сопло:  $l = 2 \text{ mm}$ ,  $h = 200 \mu\text{m}$ ,  $l/h = 10$ ).

### Литература

- Гrek Г.З., Козлов В.В., Литвиненко Ю.А. Устойчивость дозвуковых струйных течений // Новосибирск. 2012. Ред.-изд.центр НГУ. 208 с.
- Kozlov V.V., Grek G.R., Dovgal A.V., Litvinenko Y.A. Stability of Subsonic Jet Flows // Journal of Flow Control, Measurement & Visualization. 2013. 1. P. 94–101.
- Kozlov V.V., Grek G.R., Katasonov M.M., Korobeinichev O.P., Litvinenko Y.A., Shmakov A.G. // Journal of Flow Control, Measurement & Visualization. 2013. 1. P. 108–111.
- Гrek Г.З., Катасонов М.М., Козлов В.В., Коробенечев О.П., Литвиненко Ю.А., Шмаков А.Г. Особенности горения пропана в круглой и плоской макро- и микроструе в поперечном акустическом поле при малых числах Рейнольдса // Вестник НГУ «Физика». 2013. Т. 8. В. 3. С. 98–119.

## УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЙ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ СФЕРИЧЕСКИМ ТЕЛОМ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОЛОСТИ С ЖИДКОСТЬЮ

*В.Г. Козлов, Н.В. Козлов, С.В. Субботин, Н.И. Балмашева*

Лаборатория вибрационной гидромеханики,  
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Экспериментально исследуются течения, возникающие вследствие дифференциального вращения свободного сферического тела во вращающейся вокруг горизонтальной оси полости с жидкостью. Тело легче жидкости и располагается вблизи оси враще-

ния под действием центробежной силы. Поле силы тяжести приводит к круговым осцилляциям тела относительно полости. В результате пульсационного движения в пограничном слое Стокса возникает осредненная массовая сила, раскручивающая тело [1]. Скорость вращения полости  $\Omega_{rot}$  всегда превышает скорость вращения тела  $\Omega_s$ .

Дифференциальное вращение тела приводит к формированию течения в виде столбика Тейлора – Праудмена, поперечный размер которого совпадает с диаметром сферы. При медленном дифференциальном вращении столбик имеет форму цилиндра кругового сечения (рис. 1 $a$ ). При увеличении  $|\Delta\Omega| = |\Omega_s - \Omega_{rot}|$  граница столбика испытывает неустойчивость, на его поверхности рождается азимутальная волна (рис. 1 $b$ ). Фазовая скорость волны в лабораторной системе отсчета меньше скорости вращения сферического тела [2]. Появление волны связано с неустойчивостью сдвигового слоя Стюартсона. Внутри столбика обнаружено наличие двумерной системы вихрей, вытянутых вдоль оси вращения.

Устойчивость структур различного типа характеризуется числом Россби  $Ro = \Delta\Omega / \Omega_{rot}$  и безразмерной частотой  $\omega = \Omega_{rot} r^2 / v$ . Для обоих случаев с повышением  $\omega$  критическое значение числа Россби понижается по закону  $|Ro_c| \sim \omega^{-1.0}$ . Таким образом, пороги неустойчивости определяются числом Рейнольдса  $Re = |Ro| \cdot \omega$ ,  $Re = 52 \pm 5$  для появления вихревой системы и  $Re = 105 \pm 7$  для неустойчивости слоя Стюартсона.

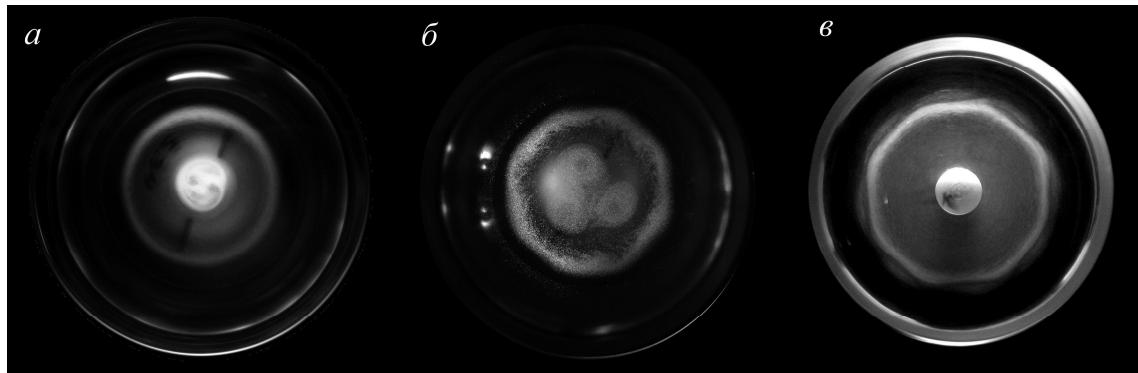


Рис. 1. Фотографии течений

Ранее устойчивость столбика Тейлора – Праудмена изучалась в постановке, когда тело было закреплено на оси вращения полости, а его дифференциальное вращение задавалось независимо при помощи дополнительного привода [3,4]. В этих работах также была обнаружена волновая неустойчивость сдвигового слоя. Для сравнения двух разных случаев в настоящей работе были проведены дополнительные эксперименты с телом, закрепленным на оси вращения полости (рис. 1 $c$ ). Порог неустойчивости границы столбика для этого случая выше на порядок,  $Re = (31.5 \pm 0.7) \cdot 10^2$ , при этом вихревая система в центре полости отсутствует. Это согласуется с экспериментами других авторов [3,4].

Таким образом, существуют различные механизмы неустойчивости столбика Тейлора – Праудмена. Если ось вращения тела фиксирована, то имеет место классическая неустойчивость сдвиговых слоев. В случае свободного тела дифференциальное вращение имеет вибрационную природу, что обуславливает качественно иную структуру течений и, как следствие, снижение порога неустойчивости.

Работа выполнена в рамках программы стратегического развития ПГГПУ (проект 029-Ф), при частичной поддержке РФФИ (грант 13-01-00675а) и Мин. образования Пермского края (проект С26/625).

## Литература

1. Козлов В.Г., Козлов Н.В. Вибрационный гидродинамический волчок // Докл. РАН. 2007. Т. 415. № 6. С. 759–762.
2. Иванова А.А., Козлов Н.В., Субботин С.В. Вибрационная динамика легкого сферического тела во вращающемся цилиндре с жидкостью // Изв. РАН. МЖГ. 2012. № 6. С. 3–14.
3. Schaeffer N., Cardin P. Quasi-geostrophic model of the instabilities of the Stewartson layer in flat and depth varying containers // Phys. Fluids. 2005. V. 17. P. 104111.
4. Hollerbach R., Futterer B., More T., Egbers C. Instabilities of the Stewartson layer. Part 2. Supercritical mode transitions // Theoret. Comput. Fluid Dynamics. 2004. V. 18. P. 197–204.

## STABILITY OF THE FLOWS EXCITED BY A SPHERICAL BODY IN A ROTATING CAVITY WITH LIQUID

V.G. Kozlov, N.V. Kozlov, S.V. Subbotin, N.I. Balmashewa

Laboratory of Vibrational Hydromechanics,  
Perm State Humanitarian Pedagogical University, Perm

The flow excited by the differential rotation of a free spherical body in a rotating about horizontal axis cavity filled with liquid is experimentally investigated. The body is lighter than the liquid and is located near the rotation axis under the action of centrifugal force. The gravity force field leads to the circular oscillations of the body relative to the cavity. As a result of the pulsating motion in the Stokes boundary layer the averaged mass force arises, spinning the body [1]. The cavity rotation velocity  $\Omega_{rot}$  is always larger than the body rotation velocity  $\Omega_s$ .

The body differential rotation leads to the formation of the flow in the form of a Taylor – Proudman column, transverse size of which coincides with the sphere diameter. At slow differential rotation the column has the shape of a circular cylinder (fig. 1a). With increase of the  $|\Delta\Omega| = |\Omega_s - \Omega_{rot}|$  the column boundary becomes unstable and an azimuthal wave develops on its surface (fig. 1b). The wave phase velocity in the laboratory frame is less than the body rotation velocity [2]. The appearance of the wave is due to the Stewartson shear layer instability. Inside the column the presence of a two dimensional vortex system is found.

The stability of the structures of different type is determined by Rossby number  $Ro = \Delta\Omega / \Omega_{rot}$  and dimensionless frequency  $\omega = \Omega_{rot} r^2 / v$ . For both cases, with increase of  $\omega$  the critical value of Rossby number decreases by a law  $|Ro_c| \sim \omega^{-1.0}$ . Thus, the instability thresholds are determined by Reynolds number  $Re = |Ro| \cdot \omega$ ,  $Re = 52 \pm 5$  for the appearance of the vortex system and  $Re = 105 \pm 7$  for the Stewartson layer instability.

Earlier, the stability of the Taylor – Proudman column was studied in the case when the body was fixed on the cavity rotation axis, and its differential rotation was set independently by an additional drive [3,4]. In these works a wave-type instability of a shear layer was also found. For comparison of two different cases in the present study additional experiments were

performed with the body fixed on the cavity rotation axis (fig. 1c). Instability threshold of the column boundary for this case is one order higher,  $\text{Re} = (31.5 \pm 0.7) \cdot 10^2$ , while the vortex system in the center of the cavity is absent. This is in agreement with the experiments of other authors [3,4].

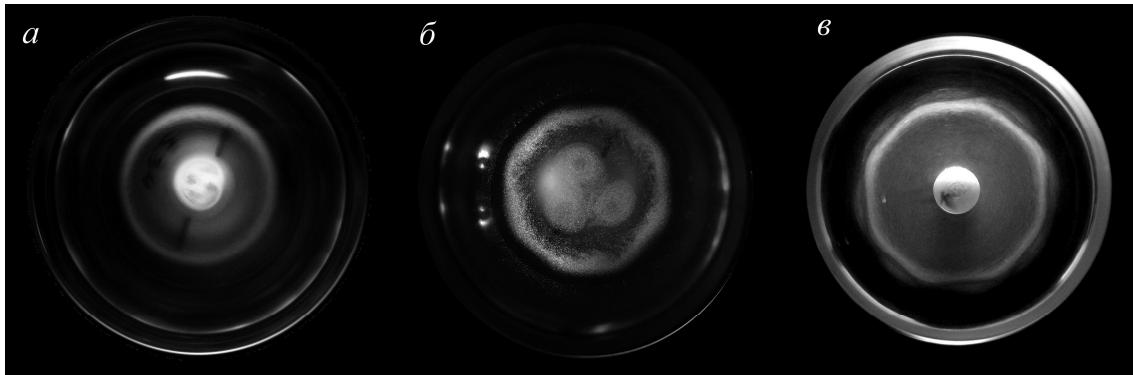


Fig. 1. Photos of the flows

Thus, there are different mechanisms of a Taylor – Proudman column instability. If the body rotation axis is fixed, then we have the classical shear layer instability. In the case of the free body the differential rotation has a vibrational nature that determines the qualitatively different flow structure and, consequently, the reduction of the instability threshold.

The work is done in the frame of the strategic development program of PSHPU (project 029-F), with partial support from RFBR (grant 13-01-00675a) and Ministry of Education of Perm region (project S26/625).

### References

1. Kozlov V.G., Kozlov N.V. Vibrational Hydrodynamic Gyroscope // Doklady Physics. 2007. V. 52. № 8. P. 458–461.
2. Ivanova A.A., Kozlov N.V., and Subbotin S.V. Vibrational Dynamics of a Light Spherical Body in a Rotating Cylinder Filled with a Fluid // Fluid Dynamics. 2012. V. 47. № 6. P. 683–693.
3. Schaeffer N., Cardin P. Quasi-geostrophic model of the instabilities of the Stewartson layer in flat and depth varying containers // Phys. Fluids. 2005. V. 17. P. 104111.
4. Hollerbach R., Futterer B., More T., Egbers C. Instabilities of the Stewartson layer. Part 2. Supercritical mode transitions // Theoret. Comput. Fluid Dynamics. 2004. V. 18. P. 197–204.

## О ВЛИЯНИИ ХАРАКТЕРИСТИК ПОДВОДЯЩИХ МАГИСТРАЛЕЙ НА КАВИТАЦИОННЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ ПРИ СОЗДАНИИ С ПОМОЩЬЮ СТРУЙНОЙ ЗАВЕСЫ ВЕНТИЛИРУЕМОЙ ГАЗОВОЙ ПОЛОСТИ С ПОВЫШЕННЫМ ДАВЛЕНИЕМ

*И.И. Козлов, С.А. Очеретяный, В.В. Прокофьев*

НИИ механики МГУ, Москва

Исследования на струйной установке автоколебаний, возникающих при создании с помощью струйной завесы вентилируемой газовой полости с повышенным (по срав-

нению с внешним) давлением показали, что могут иметь место различные типы автоколебаний. Оказалось, что параметры автоколебаний сильно зависят от характеристик магистралей подвода газа и жидкости. Эксперимент был организован таким образом, что параметры подводящих магистралей контролировались – колебания в магистрали подачи газа ограничивались областью ниже сопротивления, работающего в запертом газодинамическом режиме, а в водяной магистрали – ниже бака-демпфера обеспечивающего постоянство давления на входе в магистраль. Показано, что низкочастотные колебания существенно зависят от объема, присоединенного к газовой полости. Более того, существует предельная величина объема, выше которой низкочастотные режимы автоколебаний не наблюдаются. Также заметно влияют на тип колебаний характеристики подводящей воду магистрали. Для достаточно короткой и «жесткой» магистрали высокочастотные режимы в исследованном диапазоне коэффициентов поддува не наблюдались. Исследования проводились для различных вариантов геометрии течения.

## **INFLUENCE CHARACTERISTICS OF FEED LINES (OR MAGISTRALS) ONTO CAVITATION AUTO-OSCILLATION WHEN VENTED GAZ ZONE WITH PRESSURE HIGHER THAN EXTERNAL IS CREATED BY MEANS OF JET VEIL**

*I.I. Kozlov, S.A. Ocheretyany, V.V. Prokof'ev*

Institute of mechanics of the Moscow State University

Studies on the jet installation of auto-oscillations occurring when vented gas zone with pressure higher than external is created by means of jet veil have shown that there may be different types of self-oscillation. It turned out that auto-oscillation parameters strongly depend on the characteristics of the pipelines supplying the gas and liquid.

The experiment was arranged in such a way that the parameters of the feed pipelines has been controlled: fluctuations in the gas input supply line were restricted by the area below the resistance which is in a locked gasdynamic mode, in the feed water pipeline - below the tank damper which ensures constant inlet pressure in the pipeline.

It is shown that low frequency oscillations are essentially dependent on the volume of gas adjoining to the cavity. Moreover, there exists a limiting value of the cavity volume, above which the low-frequency auto-oscillation modes are not observed. Also parameters of the feed water pipeline significantly affect the type of oscillations.

High-frequency oscillations modes were not observed in the investigated range of air blowing rate for sufficiently short and the "hard" supplying pipeline. Studies were conducted for different flow geometries.

## **ВИБРАЦИОННАЯ ДИНАМИКА ЛЁГКОГО ТЕЛА ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОЛОСТИ С ЖИДКОСТЬЮ**

*H.B. Козлов, С.В. Субботин*

Лаборатория вибрационной гидромеханики,  
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Изучается динамика лёгких тел цилиндрической и сферической формы 1 во вращающихся полостях с жидкостью 2 (Рис. 1). Используются полости цилиндрической и

сферической формы. Система приводится во вращение, достаточно быстро, чтобы тело занимало устойчивое положение вблизи оси полости под действием центробежной силы. Воздействие внешней периодической силы на вращающуюся систему приводит к возбуждению инерционных колебаний лёгкого включения (тела) и, как следствие, его дифференциального вращения. Механизм дифференциального вращения заключается в генерации средней массовой силы в вязком пограничном слое вблизи колеблющейся поверхности тела [1, 2, 3]. В эксперименте используются два вида внешнего воздействия. Вращение горизонтальной полости в поле силы тяжести приводит к круговым колебаниям тела с частотой вращения, в результате которых оно вращается с отставанием от полости. Внешние вибрации, ориентированные перпендикулярно оси вращения, приводят к резонансному возбуждению интенсивных колебаний тела, в результате которых последнее раскручивается или в направлении вращения полости (и затем вращается с опережением), или в обратном (после чего отстает).

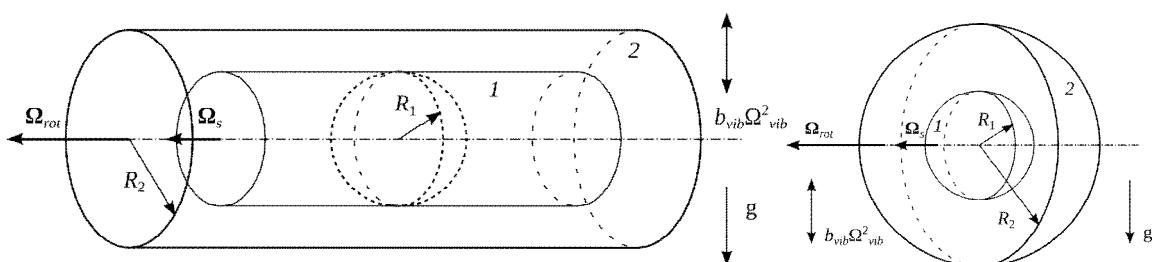


Рис. 1. Постановка задачи

Собственная частота колебаний вращающейся системы определяется отношением частот вибраций и вращения  $n = \Omega_{vib} / \Omega_{rot}$ , относительной плотностью и относительным радиусом тела. Интенсивность колебаний тела (заданных размера и плотности) и, следовательно, скорость его дифференциального вращения определяются безразмерным ускорением  $\Gamma = g / (R_1 \Omega_{rot}^2)$  при гравитационном возбуждении и  $\Gamma_{vib} = b_{vib} \Omega_{vib}^2 / (R_1 \Omega_{rot}^2)$  – при вибрационном.

Объяснён механизм генерации дифференциального вращения. В случае цилиндрического тела, помещённого в цилиндрическую полость, построена линейная теория в приближении малой амплитуды колебаний тела и тонких вязких пограничных слоёв. При вращении в отсутствие вибраций под действием силы тяжести тело совершает вынужденные колебания относительно полости, амплитуда которых может быть рассчитана. Проведённое в этом случае сравнение показывает хорошее согласие теории и эксперимента. Качественное согласие сохраняется и в случае сферического тела.

Проводится обобщение результатов для различной геометрии.

Работа выполнена в рамках программы стратегического развития ПГГПУ (проект 030-Ф), при частичной поддержке РФФИ (грант 13-01-00675а) и Мин. образования Пермского края (проект С26/625).

## Литература

1. Козлов В.Г., Козлов Н.В. Вибрационный гидродинамический волчок // Докл. РАН. 2007. Т. 415. № 6. С. 759–762.
2. Козлов Н.К. Теории вибрационного гидродинамического волчка // Конвективные течения. Вып. 5. Пермь: Перм. пед. Ун-т. 2011. С. 93–100.

3. Иванова А.А., Козлов Н.В., Субботин С.В. Вибрационная динамика лёгкого сферического тела во вращающемся цилиндре с жидкостью // Изв. РАН. МЖГ. 2012. № 6. С. 3–14.

## VIBRATIONAL DYNAMICS OF A LIGHT BODY IN A ROTATING CAVITY WITH LIQUID

N.V. Kozlov, S.V. Subbotin

Laboratory of vibrational hydromechanics,  
Perm State Humanitarian Pedagogical University, Perm

Dynamics of light bodies of cylindrical and spherical shape 1 in rotating cavities with liquid 2 (Fig. 1) is studied. The cavities of cylindrical and spherical shape are used. The system is set at rotation, sufficiently fast, so that the body occupies a steady position near the cavity axis under the action of centrifugal force. Action of an external periodic force on the rotating system leads to the excitation of inertial oscillations of a light inclusion (the body) and, as consequence, of its differential rotation. The mechanism of differential rotation consists in the generation of an average mass force in a viscous boundary layer near the oscillating body surface [1, 2, 3]. In experiment, two types of external action are used. Rotation of a horizontal cavity in the gravity field leads to circular body oscillations with the frequency of rotation, and as a result the rotating body is lagging behind the cavity. External vibration, oriented perpendicularly to the rotation axis, leads to a resonant excitation of intensive body oscillations, as a result of which the body spins either in the direction of cavity rotation (and then performs outrunning rotation), or in the opposite direction (after which it performs lagging rotation).

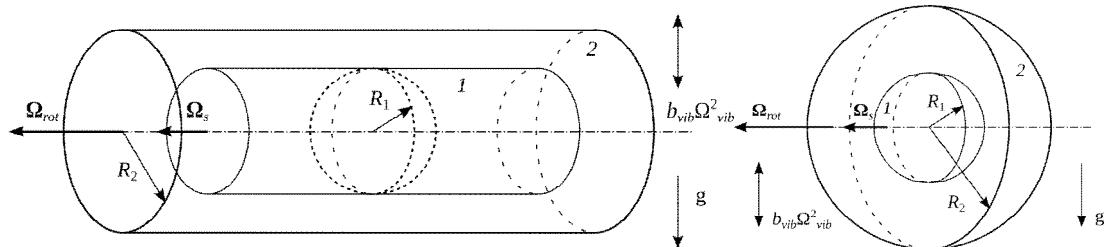


Fig. 1. Problem formulation

The eigenfrequency of rotating system oscillations is determined by the ratio of vibration frequency to rotation frequency  $n = \Omega_{vib} / \Omega_{rot}$ , by the relative density and radius of the body. Oscillations intensity of the body (of given size and density) and, consequently, its differential rotation velocity are determined by the dimensionless acceleration  $\Gamma = g / (R_1 \Omega_{rot}^2)$  at the gravitational excitation and  $\Gamma_{vib} = b_{vib} \Omega_{vib}^2 / (R_1 \Omega_{rot}^2)$  – at the vibrational one.

The mechanism of differential rotation generation is explained. In the case of cylindrical body, placed in cylindrical cavity, a linear theory is developed in approximation of small amplitude of body oscillations and thin viscous boundary layers. At rotation in the absence of vibration, under the action of gravity force the body performs forced oscillations relative to the cavity, the amplitude of which can be calculated. The realized in that case comparison

shows a good agreement between the theory and the experiment. A qualitative agreement persists in the case of spherical body, too.

Generalization of results for different geometry is done.

The work is done in the frame of the strategic development program of PSHPU (project 030-F), with partial support from RFBR (grant 13-01-00675a) and Ministry of Education of Perm region (project S26/625).

## References

1. Kozlov V.G., Kozlov N.V. Vibrational Hydrodynamic Gyroscope // Doklady Physics, 2007. V. 52. № 8. pp. 458–461.
2. Kozlov Nick. On the Theory of the Vibrational Hydrodynamic Top // Convective Flows..., 2011. № 5. Perm: Perm ped. Univ.. pp. 93–100.
3. Ivanova A.A., Kozlov N.V., and Subbotin S.V. Vibrational Dynamics of a Light Spherical Body in a Rotating Cylinder Filled with a Fluid // Fluid Dynamics. 2012. V. 47. № 6. pp. 683–693.

## УСТОЙЧИВОСТЬ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЕЙ

*Н.В. Козлов, А.Н. Козлова, С.В. Пичкалев, Д.А. Шувалова*

Лаборатория вибрационной гидромеханики,  
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Экспериментально исследуется динамика вращающейся системы двух несмешивающихся жидкостей разной плотности. Внутри горизонтального цилиндрического контейнера в результате центрифугирования лёгкая жидкость формирует столб на оси вращения полости, а тяжёлая распределена в виде коаксиального слоя. При вращении в поле силы тяжести угловая скорость границы раздела в лабораторной системе отсчёта меньше, чем скорость вращения полости. Это происходит вследствие инерционных колебаний столба лёгкой жидкости (и, следовательно, границы раздела) под действием силы тяжести, вектор которой вращается в системе отсчёта полости. Колебания столба жидкости проявляются в его малом радиальном смещении. Граница раздела при этом сохраняет круговое поперечное сечение. Механизм генерации дифференциального вращения аналогичен описанному для лёгкого цилиндрического тела [1, 2].



Рис. 1. Волна на границе раздела

Интенсивность гравитационного воздействия на систему описывается безразмерным ускорением  $\Gamma = g / \Omega_{rot}^2 R_i$  – отношением ускорения силы тяжести к центробежному

ускорению на границе раздела. При понижении скорости вращения полости, т.е. повышении  $\Gamma$ , при некотором критическом значении доселе цилиндрическая граница раздела теряет устойчивость, и на её поверхности рождается азимутальная двумерная волна, гребни которой вытянуты параллельно оси полости (Рис. 1). Порог возбуждения волны зависит от наполнения  $q = V_i/V_o$  – отношения объёма лёгкой жидкости к объёму полости – и от отношения вязкостей жидкостей.

Найдены пороги устойчивости границы раздела, исследована скорость дифференциального вращения границы и фазовая скорость волны в зависимости от безразмерного ускорения. Возбуждение волны приводит к смене режима течения, скорость границы существенно возрастает. С ростом отношения вязкостей (при постоянной вязкости лёгкой жидкости и понижении вязкости тяжёлой) порог устойчивости  $\Gamma^*$  снижается.

Работа выполнена в рамках программы стратегического развития ПГГПУ (проект 029-Ф), при частичной поддержке РФФИ (грант 13-01-00675а) и Министерства образования Пермского края (проект С26/625).

### Литература

1. Козлов В.Г., Козлов Н.В. Вибрационный гидродинамический волчок // Докл. РАН. 2007. Т. 415. № 6. С. 759–762.
2. Козлов Н.В. К теории вибрационного гидродинамического волчка // Конвективные течения… В. 5. Пермь: Перм. пед. Ун-т. 2011. С. 93–100.

## STABILITY OF A ROTATING LIQUID-LIQUID INTERFACE

*N.V. Kozlov, A.N. Kozlova, S.V. Pichkalev, D.A. Shuvalova*

Laboratory of vibrational hydromechanics,  
Perm State Humanitarian Pedagogical University, Perm

Dynamics of a rotating system of two immiscible liquids of different density is studied experimentally. Inside a horizontal cylindrical container, as a result of centrifugation the light liquid forms a column on the cavity rotation axis, and the heavy liquid is distributed in an annular layer. At rotation in gravity field the angular velocity of the interface in laboratory frame is smaller than the cavity rotation velocity. This happens due to inertial oscillations of the light liquid column (and, hence, of the interface) under the action of gravity force, the vector of which is rotating in the cavity frame. Oscillations of the liquid column manifest themselves in its small radial displacement. The interface meanwhile keeps the circular cross-section. The mechanism of differential rotation generation is analogous to the one described for light cylindrical body [1, 2].

The intensity of gravity action on the system is described by the dimensionless acceleration  $\Gamma = g/\Omega_{rot}^2 R_i$  – ratio of gravity acceleration to centrifugal acceleration on the interface. With a decrease of the cavity rotation velocity, i.e. an increase of  $\Gamma$ , at a certain threshold value the heretofore cylindrical interface loses its stability, and an azimuthal two-dimensional wave, the crests of which are elongated parallel to the cavity axis, is excited on the interface (Fig. 1). The threshold of wave excitation depends on the fill ratio  $q = V_i/V_o$  – the ratio of the light liquid volume to the cavity volume – and on liquids viscosities ratio.

The thresholds of interface stability are found, the velocity of interface differential rotation and the wave phase velocity as functions of the dimensionless acceleration are investigated. Wave excitation leads to the flow mode change, the interface velocity significantly in-

creases. With an increase of viscosities ratio (at the constant light liquid viscosity and with a decrease of the heavy liquid viscosity) the stability threshold  $\Gamma^*$  decreases.



Fig. 1. Wave on the interface

The work is done in the frame of the strategic development program of PSHPU (project 029-F), with partial support from RFBR (grant 13-01-00675a) and Ministry of Education of Perm region (project S26/625).

### References

1. Kozlov V.G., Kozlov N.V. Vibrational Hydrodynamic Gyroscope // Doklady Physics, 2007. V. 52. № 8. P. 458–461.
2. Kozlov Nick. On the Theory of the Vibrational Hydrodynamic Top // Convective Flows..., 2011. № 5. Perm: Perm ped. Univ.. P. 93–100.

## УСТОЙЧИВОСТЬ ГАЗОВОГО ПОТОКА НА СПИНКЕ ПРОФИЛЯ ЛОПАТКИ

Е.Г. Колесова, И.А. Немтырева, Ф.В. Карпов

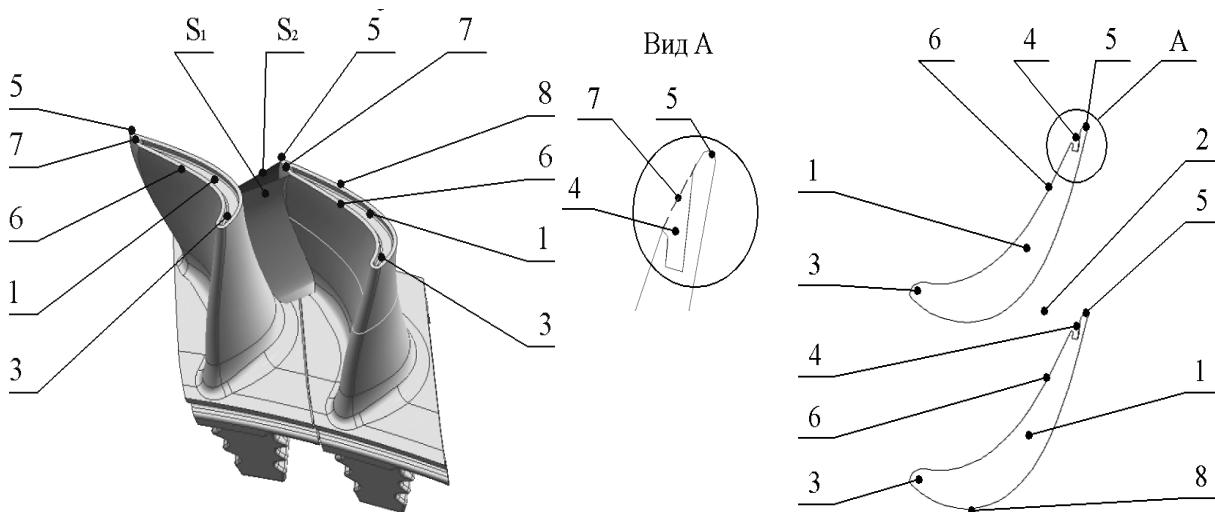
ОАО «НПО «Сатурн», г. Рыбинск, Россия

В настоящей работе предлагается на этапе проектирования лопатки газовой турбины рассчитать и ввести в конструкцию геометрию среза профиля пера лопатки, расположенного на участке от отверстий для выпуска охлаждающей среды до выходной кромки таким образом, чтобы участок среза был с переменной площадью проходного сечения, увеличивающейся к выходной кромке. Такая геометрия среза позволяет вернуть горло лопатки на выходную кромку, что приводит к большей гидродинамической устойчивости потока газа.

Кроме того, в ходе работы получено, что изменение формы выходной кромки – ее подрезка или наращивание по отношению к исходной – приводит к возникновению условий для изменения перепада давления по системе охлаждения рабочей лопатки. Газ, протекающий в межлопаточном канале 2, имеет наибольшее давление в сечении горла в начале среза S<sub>1</sub>, перед отверстиями 4, и наименьшее давление на срезе от S<sub>1</sub> до S<sub>2</sub>, что способствует большему перепаду давления для выдува охлаждающего воздуха. При таком выполнении лопатки 1 давление на спинке 8 в области выходной кромки 5 минимальное, что улучшает выход охлаждающей среды из отверстия 4.

Организация выдува необходимого количества охлаждающего воздуха в выходную кромку при допустимом увеличении потерь кинетической энергии возможна при изменении выходной кромки в интервале  $a_{\text{вых кр}}/a_r \approx 1 \pm 2\%$ , где  $a_r$  – минимальное рассто-

жение от спинки до корыта (горло лопатки),  $a_{\text{вых кр}}$  – минимальное расстояние от спинки лопатки до модифицированной, что подтверждается аналогичными исследованиями и на лопатках других турбин.



При реализации настоящей модификации получается так называемое *плавающее горло*. Это участок межлопаточного канала от начала скоса до выходной кромки с постоянной геометрической площадью на входе и на выходе, включающий в себя выдув охлаждающего воздуха. Несмотря на геометрическое равенство *физическое горло* окажется на выходной кромке из-за притока охлаждающего воздуха. Выдув в скос позволяет вернуть горло на выходную кромку. Получаем расчетную пропускную способность турбины.

Численные исследования проведены на примере рабочей лопатки 1-ой ступени ТВД двигателя Е70/8РД. В ходе работы в ANSYS CFX 14.0 была решена задача вязкого обтекания лопатки с постоянным по высоте сечением (поочередно корневым, средним и периферийным). Расчетные модели выполнены в программном комплексе для построения неструктурированных сеток ANSYS ICEM CFD 11.0. Для расчетов использовалась модель турбулентности SST. Качество математических моделей соответствует всем общезвестным требованиям: высота первой ячейки составляет  $1 \cdot 10^{-5}$  м, соотношение размеров между рядом стоящими ячейками не превышает 3.4, стыкуемые ячейки совпадают, угол элемента не меньше  $14^\circ$ .

По результатам работы получено, что модификация выходной кромки в рекомендуемых пределах приводит к повышению экономичности и эффективности охлаждения, в частности снижения расхода охлаждающего воздуха на 0,4 %. На данную разработку оформлен патент.

### Литература

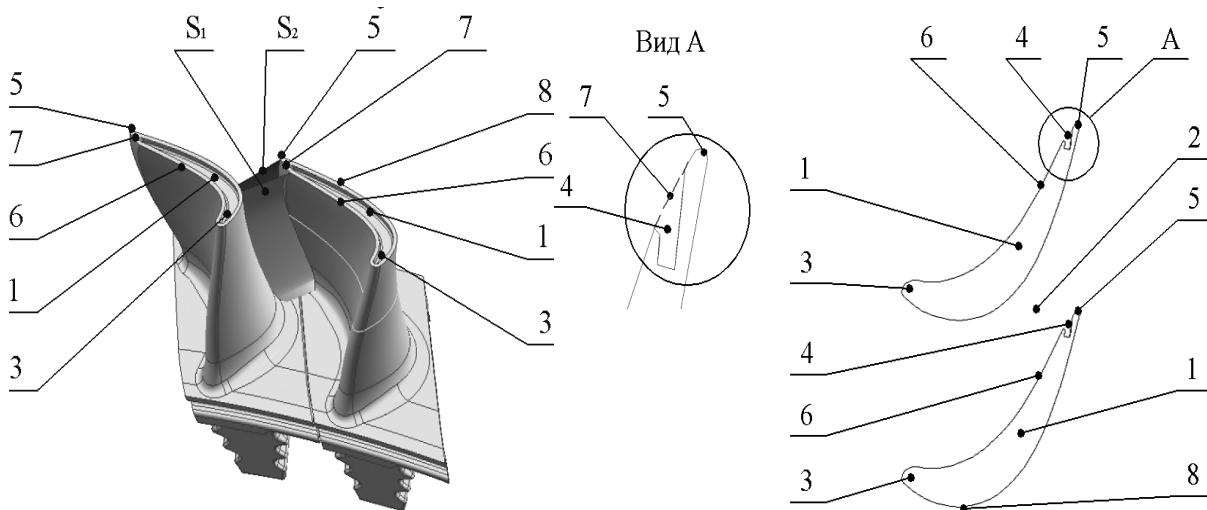
1. Агеев А.Б., Мамаев Б.И., Нагога Г.П., Шуверова Т.И. Авторское свидетельство Российской Федерации №1450462. кл. F01D5/08. 1996.

## GAS FLOW STABILITY ON SUCTION SIDE OF THE PROFILE OF THE BLADE

E.Kolesova, I.Nemytareva, F.Karpov

OAO NPO Saturn, Rybinsk, Russia

In this work one of the ways to increase the cooling air flow through the blade gas turbine cooling system at the cooling air blowing out to the pressure surface in front of the trailing edge at the expense of the edge shape modification is considered. While trimming the trailing edge the blade ring throat section is transferred to the section in front of the cooling air outlet holes. Such geometry of the cut allows to return the throat of the blade on output edge that brings about hydrodynamic stability of the flow of the gas.



In the presented work at the blade design stage the geometry of the section is calculated, the section being located within the zone of the holes for cooling medium outlet and the blade trailing edge in such a way as the section area have a variable flow area increasing to the trailing edge. This geometry of the section does not concern the theoretical profile of the blade airfoil, and therefore has no impact on the flow about the airfoil.

In the course of work it was found that a change of the trailing edge shape, i.e. its cutting or buildup relative to the initial shape, results in creation of conditions for changing the pressure differential from S1 to S2 within the blade cooling system. Under such performing the blade 1 pressure on back 8 in the field of output edge 5 minimum that perfects output cooling air from hole 4.

Organization of the required quantity of the cooling air blowout to the trailing edge at the allowable increase of the kinetic energy losses is possible with the trailing edge modification within the range of  $a_{\text{trail. edge}}/a_{\text{th}} \approx 1 \pm 2\%$ , where  $a_{\text{th}}$  is the minimum distance from the suction surface to the pressure surface of the blade (blade throat),  $a_{\text{trail. edge}}$  is the minimum distance from the blade suction surface to the modified edge, which is confirmed by the similar investigations and on blades of other turbines.

At realization persisting modification is got floating blade throat. This area blade channel from begin rake before output edge with constant geometric area at the input and on output, including in itself invented cooling air. In spite of geometric equality physical throat will turn out to be on output edge because of influx cooling air. We get the calculation gas flow of the gas through turbine.

The numerical investigations were conducted on HPT Stage 1 blade of the E70/8РД engine and product 30. Through application of ANSYS CFX 14.0 the task of viscous flow about the airfoil with a section constant in height (successively root, middle and tip) was solved. The calculated models are made in ANSYS ICEM CFD 11.0 software system for unstructured grids generation. For calculations the SST turbulence model was used. Quality of the mathematical models corresponds to all requirements. Height of the first cell forms  $1 \cdot 10^{-5}$  m, jointing cell coincide, the corner of the element not less  $14^\circ$ .

Based on the results of work it was found that modification of the trailing edge within the recommended limits results in increase of the performance and cooling efficiency, particularly reduction of the cooling air flow by 0,4 %. The patent has been filed for this development.

## References

1. Ageev A., Nagoga G., Suverova T. Certificate of authorship RU №1450462. кл. F01D5/08. 1996.

## О ТРАЕКТОРИИ ДРЕЙФА СФЕРИЧЕСКИХ ТЕЛ

*A.H. Кондрашов, В.А. Ельтищев*

Пермский государственный национальный исследовательский университет

Дрейф тел – один из самых распространённых процессов на Земле. В природе это всплывающие по винтовой траектории болотные пузырьки, замысловатые движения падающих осенью с деревьев листьев или снежинок в тихую погоду. В прикладных задачах подобное движение возникает, например, во флотационных колоннах. Известна работа [1], в которой приводятся результаты исследования изменений траекторий всплывающих воздушных пузырьков в зависимости от их размеров и вязкости жидкости.

В работе экспериментально исследованы характеристики дрейфа твердых шаров и воздушных пузырьков. Определены траектории движения и частоты колебаний всплывающих тел. Построена поверхность наиболее вероятного положения тела в пространстве.

В эксперименте использовалась кювета  $100 \times 25 \times 25$  см<sup>3</sup>, заполненная дистиллированной водой, к которой сбоку было установлено зеркало под углом в  $45^\circ$  к вертикальной плоскости кюветы (см. рис.1). Для регистрации процесса дрейфа тела применялась высокоскоростная съемка одновременно двух плоскостей лабораторной системы координат, связанной с кюветой. Полученные таким образом видео ряды обрабатывались при помощи специально разработанного алгоритма, реализованного в программном пакете MATLAB с целью вычисления положения центра масс ( $x_c, y_c, z_c$ ) в пространстве. Схожий метод использовался в работе [2]. Найденные траектории центра масс изучаемого объекта (рис.2) анализировались с использованием алгоритма быстрого Фурье-преобразования для выявления преобладающих частот. Обнаружено, что тело всплывает с непостоянной скоростью, причём, не только горизонтальная, но и вертикальная координата шара (пузырька) меняется периодически. Частота колебаний тела вдоль вертикальной оси вдвое превосходит соответствующую частоту колебаний по горизонтали (рис.3). В ходе анализа двадцати реализаций эксперимента исследовалась вероятность обнаружения всплывающего тела в определенной точке пространства. Для этого, в ви-

ду осевой симметрии задачи, была построена зависимость ширины доверительного интервала радиальной координаты от высоты.

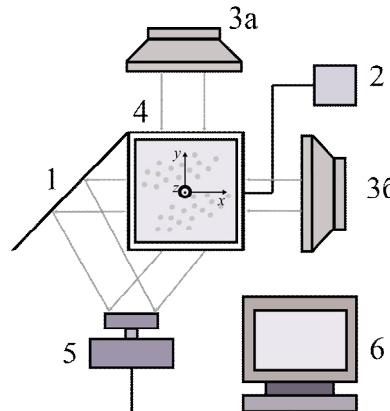


Рис.1

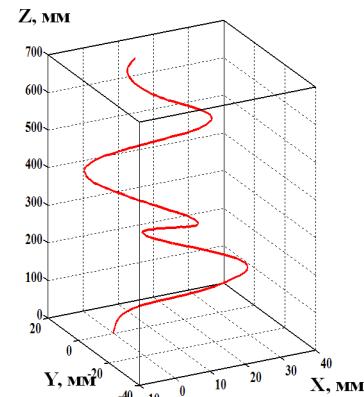


Рис.2

1. Зеркало
2. Пусковое устройство
3. Осветительные приборы
4. Кювета
5. Высокоскоростная камера
6. Компьютер

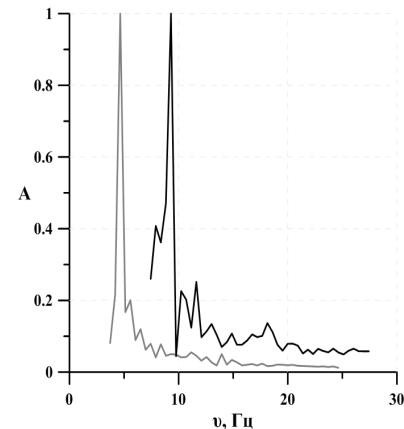


Рис.3

## Литература

1. *Mingming Wu, Morteza Gharib*. Experimental studies on the shape and path of small air bubbles rising in clean water.
2. *Tomiyama A., Celata G.P., Hosokawa S., Yoshida S.* Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime.

## SOMETHING ABOUT DRIFT TRAJECTORY OF BUBBLES AND BALLS

*A.N. Kondrashov, V.A. Yeltishchev*

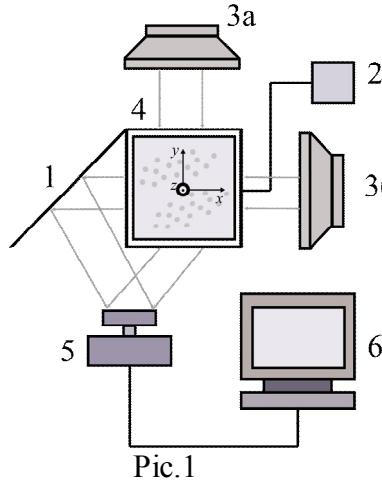
Perm State University

Drift of bubbles and balls is one of the most spread processes on the Earth. In nature it is rising by screw trajectory swamp bubbles, intricate movements falling autumn leaves from trees or snowflakes in calm weather. In applied tasks like movement appears for example in flotation column. There is the known work [1] in which the results of floating up air bubbles trajectory change research are shown by depending on their size and viscosity of liquid.

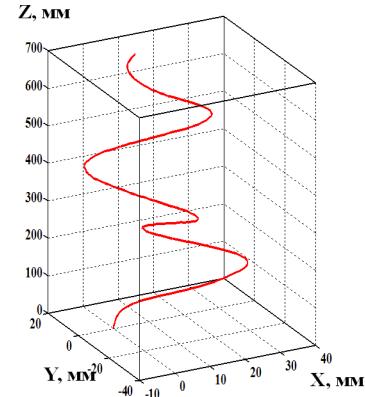
In the work it has been experimentally researched drift characteristics solid spheres and air bubbles. It has been defined the movement trajectories and the oscillation frequency of ris-

ing up bodies. It has been built the surface of the most probable body position in space.

In the experiment was used cuvette dimensions  $100 \times 25 \times 25 \text{ cm}^3$ , filled distilled water by which laterally the mirror was set at angle 45 degree to vertical flat of cuvette (pic. 1). For the registration of body drift process it was applied high-speed camera at the same time the two flats of the laboratory system of coordinates associated with the cuvette. Thus obtained video series was processed by using specially developed algorithm realized in software package MATLAB with purpose to calculate center mass position. The same method was used in article [2]. The trajectories of mass position (pic. 2) were analyzed by using fast Fourier-transform to find dominate frequency. It was found, that explored body rises up with changing velocity. At that not only horizontal coordinate but and vertical coordinate of sphere (bubble) changes periodically. Body oscillation frequency along vertical axis exceeds twice corresponding frequency by horizontal axis (pic.3). During analysis of twenty experiment realizations were researched probability of rising up body detection in certain point of space. It was built dependence of radial coordinate confidence interval width from height.

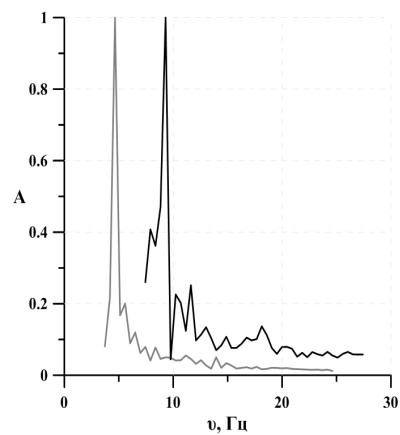


Pic. 1



Pic. 2

1. Mirror
2. Starter
3. Lighting devices
4. Cuvette
5. High-speed camera
6. Computer



Pic.3

## References

1. *Mingming Wu, Morteza Gharib*. Experimental studies on the shape and path of small air bubbles rising in clean water.
2. *Tomiyama A., Celata G.P., Hosokawa S., Yoshida S.* Terminal velocity of single bubbles in surface tension force dominant regime.

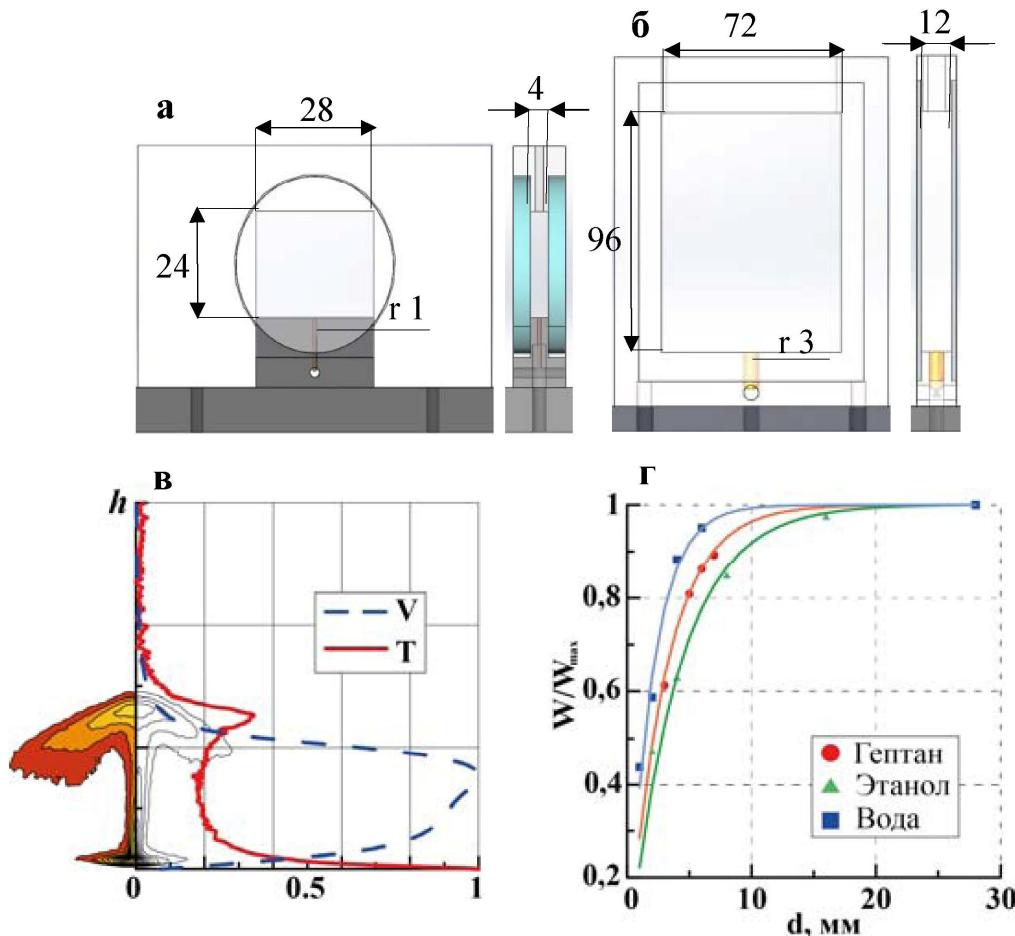
## ВЛИЯНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ И СВОЙСТВ ЖИДКОСТИ НА СКОРОСТЬ РОСТА КОНВЕКТИВНОГО ФАКЕЛА

A.H. Кондрашов, И.О. Сбоев

Пермский государственный национальный исследовательский университет

В случае локализованного нагрева жидкости в поле силы тяжести образуется структура, по форме напоминающая гриб. Такие образования, именуемые тепловыми плюмами, часто встречаются в природных и промышленных процессах, поэтому исследование их динамики представляет значительный интерес. Параметрами таких задач могут быть мощность подогрева, размеры нагревателя и размеры конвективной полости, а также свойства рабочего вещества [1]. Известны работы [2,3], в которых проводится классификация подобного рода конвекции в зависимости от соотношения толщин температурного и вязкого пограничных слоев.

В настоящей работе описываются этапы развития конвективного осесимметричного факела, возникающего в результате действия точечного источника тепла, и развивающегося в плоском вертикальном слое жидкости. Изучается динамика температурного поля в рабочей полости. Решается задача о нахождении скорости роста ламинарного плюма в зависимости от управляющих параметров.



Экспериментальные исследования проводятся на двух лабораторных моделях различной геометрии (рис. а, б, размеры указаны в миллиметрах). Измерительная ячейка представляет собой прямоугольный параллелепипед, образованный путем стягива-

ния пары стекол на твердом массиве. В качестве нагревателя, помещенного в основание полости, используется медный цилиндрический проводник с диаметром равным половине толщины слоя рабочей жидкости, соединенный с резистором сопротивлением  $R = 1$  кОм. Использование кристаллических стекол позволяет фиксировать распределение температуры тепловизором. Исследование динамики температурного поля заключается в нахождении скорости движения температурного фронта (в).

Натурный эксперимент сопровождается расчетом в вычислительном пакете ANSYS CFX, что позволяет изучить зависимость скорости роста конвективного факела от основных параметров рабочей жидкости (коэффициента теплового расширения, кинематической вязкости, температуропроводности, плотности), геометрии задачи (изменение толщины рабочей полости  $d$ , рис. г) и тепловых условий на границах. Пространственное разрешение расчетной сетки составляет пять узлов на один миллиметр длины. Для верификации расчета проводится сравнение показаний термопары, спая которой располагаются вдоль вертикальной оси над нагревателем на расстоянии 50 мм друг от друга, с температурными зависимостями, полученными в аналогичных точках расчетной модели. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментом (расходимость не превышает 4%).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №14-01-31430 мол\_а).

### Литература

1. Kaminski E., Jaupart C. Laminar starting plumes in high-Prandtl-number fluids // J. Fluid Mech. 2003. V. 478. P. 287–298.
2. Lappa M. Thermal Convection: Patterns, Evolution and Stability // A John Wiley and Sons. Ltd. 2009. 670.
3. Гаврилов К.А., Демин В.А., Попов Е.А. Режимы всплытия тепловых плюмов в вертикальном слое // Вычислительная механика сплошных сред. 2013. Т. 6. № 3. С. 261–268.

## THE INFLUENCE OF BOUNDARY CONDITIONS AND FLUID PROPERTIES ON THE GROWTH RATE OF THE CONVECTIVE PLUME

A. Kondrashov, I. Sboev

Perm state national research university

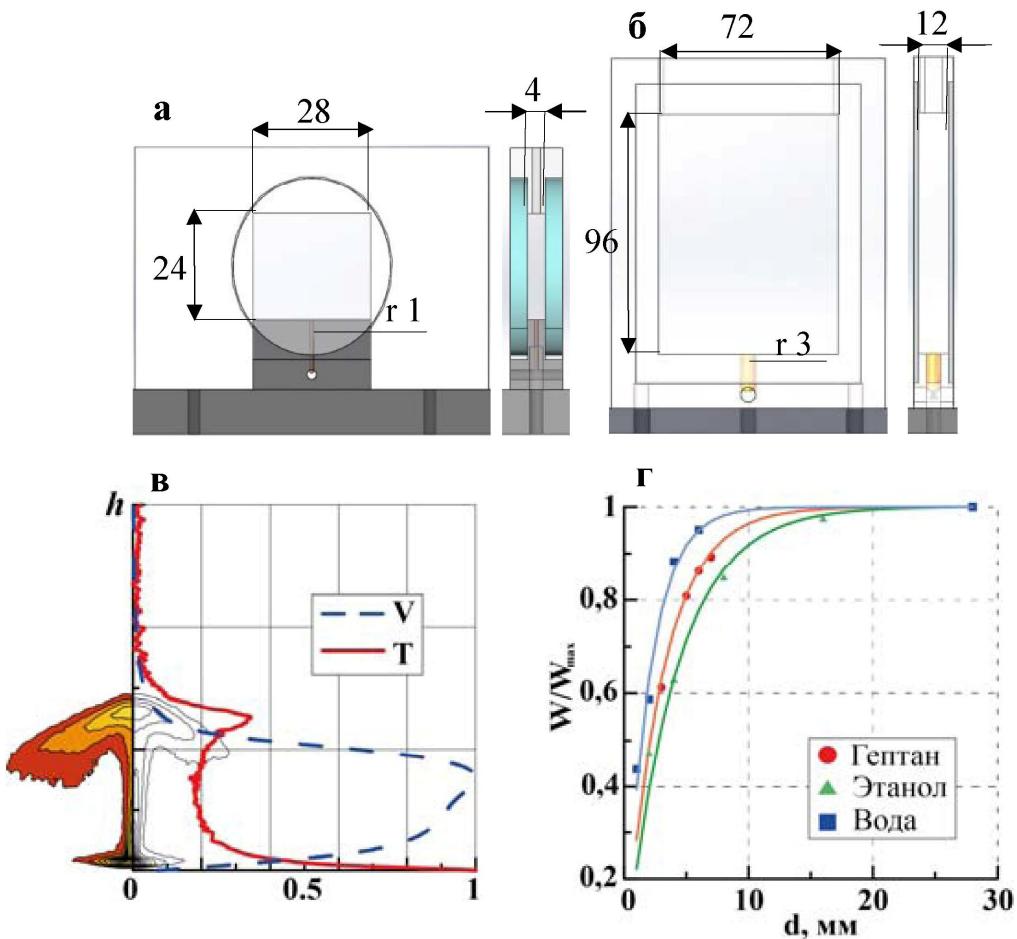
In the case of localized heating of the fluid in the gravity field is a structure shaped like a mushroom. Such entities, called thermal plumes, are often found in natural and industrial processes, so study their dynamics is of great interest. The parameters of such tasks can be heating power, heater dimensions and dimensions of the convective cavity, as well as the working fluid [1]. There are known works [2,3], after classification of such convection depending on temperature and thickness of viscous boundary layers.

In the present work the stages of development of an axially symmetric convective plume resulting from the point source of heat and developing in a flat vertical layer of liquid are described. The dynamics of the temperature field in the cavity is studied. The work is aimed to solve the problem of finding the speed of growth of the laminar plume depending on control parameters.

This is the experimental research on two laboratory models of different geometry (fig. a, b, dimensions in millimetres). Measuring cell is a rectangular parallelepiped formed by tightening a pair of glasses on a solid array. As the heater based upon the cavity a copper cylinder

conductor is used with a diameter equal to half the thickness of the layer of fluid, connected to a resistor of resistance  $R = 1 \text{ kOm}$ . The use of crystalline glass allows to record the temperature distribution of the thermal imager. Studying of the dynamics of the temperature field is finding the speed of the temperature front (fig. c).

Field experiment is performed by software ANSYS CFX that allows to study the dependence of the speed of growth in the convective plume from the basic parameters of the working fluid (thermal expansion coefficient, kinematic viscosity, density, thermal diffusivity), geometry of the cavity (the thickness D, fig. d) and thermal conditions on the borders. The spatial location of the design grid consists of five units per millimeter of lengths. To verify the calculation the readings of thermocouples which sealing products are located above the heater, along the vertical axis at a distance of 50 mm from each other, with temperature dependencies from similar points of the design model are compared. The results correspond to experiment data (divergence up to 4%)



This work is supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant No. 14-01-31430 мол\_a).

## References

1. Kaminski E., Jaupart C. Laminar starting plumes in high-Prandtl-number fluids // J. Fluid Mech. 2003. V. 478. P. 287–298.
2. Lappa M. Thermal Convection: Patterns, Evolution and Stability // A John Wiley and Sons. Ltd. 2009. 670.

3. Гаврилов К.А., Демин В.А., Попов Е.А. Режимы всплытия тепловых плюмов в вертикальном слое // Вычислительная механика сплошных сред. 2013. Т. 6. № 3. С. 261–268.

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧНОЙ ПЛОСКОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТРУЕ

*A.B. Конюхов*

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Выполнено численное моделирование плоской затопленной нестационарной ультрапрелятивистской струи. От расчетов прелятивистских струй, имеющих отношение к астрофизическим приложениям [1,2], рассматриваемая постановка задачи отличается высокой плотностью окружающего вещества ( $5 \cdot 10^{-2}$  в единицах плотности массы покоя инжектируемой струи) и высокой внутренней энергией, как струи, так и окружающего вещества (до  $10^3$  в единицах  $c^2$ , где  $c$ —скорость света). Первое условие обеспечивает формирование развитого прелятивистского вихря при взаимодействии струи с окружающим газом, второе обуславливает ряд особенностей высокогенергетических прелятивистских струйных течений [4], в частности, высокие значения Лоренц-фактора, которые достигаются в расширяющейся сверхзвуковой части струи. Границные условия ставятся таким образом, чтобы скорость струи превышала ультрапрелятивистский предел скорости звука для используемого в расчетах уравнения состояния, поэтому, в структуре взаимодействия струи с окружающим газом присутствует область сверхзвукового

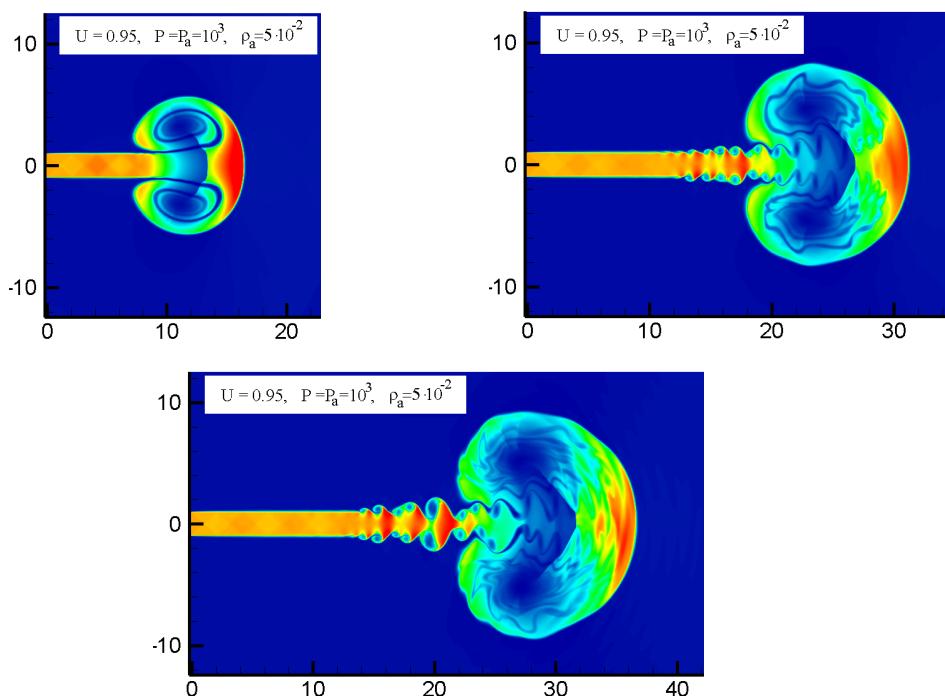


Рис.1. Развитие неустойчивости плоской затопленной  
прелятивистской струи

течения и система ударных волн. Максимальное значение фактора Лоренца в такой струе достигается непосредственно перед внутренним скачком торможения (положение скачка см. на рисунке 1, где показано распределение плотности массы покоя в последовательные моменты времени). Исследуется нелинейная стадия развития неустойчивости Кельвина-Гельмгольца и дальнейшего взаимодействия возникающей вихревой структуры с внутренними ударными волнами и релятивистским вихрем, приводящего к турбулизации последнего (рисунок 1).

Расчеты показывают, что в процессе перемешивания струи с окружающим газом интенсивность внутреннего скачка торможения остается высокой, что объясняется разгоном потока в расширяющейся части струи перед скачком до достижения больших значений Лоренц-фактора. Обнаружено взаимодействие пульсаций в тыльной части вихря со струей, приводящее к возбуждению в струе возмущений в виде поперечных волн (см. рисунок 2, где показан случай недорасширенной струи).

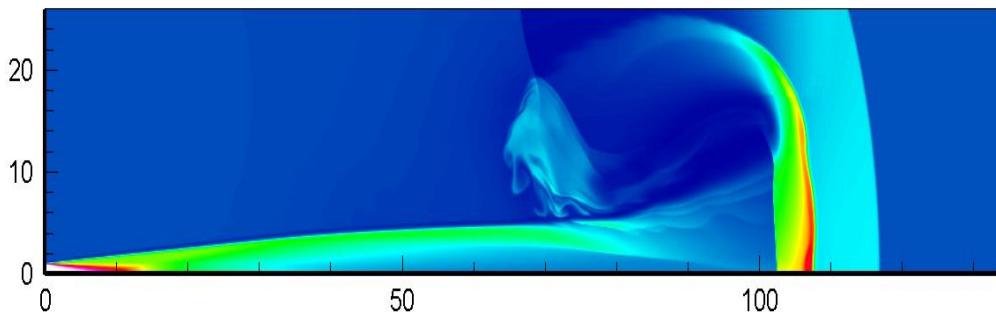


Рис.2. Возбуждение возмущений в области взаимодействия струи с вихрем

Расчеты выполнялись на основе уравнений релятивистской гидродинамики [3] в двумерной постановке, применялся метод высокого разрешения, основанный на локально-характеристическом подходе и неосциллирующих схемах третьего порядка аппроксимации [4]. Применялись расчетные сетки с количеством ячеек  $10^6\text{-}10^7$ . В расчетах использовалось уравнение состояния  $p=(\gamma-1)(e-\rho c^2)$  при  $\gamma=5/3$ , где  $p$ ,  $e$  – давление и плотность энергии в собственной системе координат,  $\rho$  – плотность массы покоя.

### Литература

1. *Marti J.-M., Muller E.* Numerical hydrodynamics in special relativity // Living Rev. Rel. 2003. 6: 7.
2. *Marti J.-M., Perucho M., Hanasz M.* Stability of Relativistic Hydrodynamical Planar Jets: Linear and Nonlinear Evolution of Kelvin-Helmholtz Modes // Astrophysics and Space Science. V. 293. 2004. Issue 1–2. P. 139–147.
3. *Landau L.D., Lifshits E.M.* Theoretical physics // VI.Hydrodynamics. M.: Nauka. 1988.
4. *Konyukhov A.* On shocks in high energy relativistic jets: numerical simulation // In: Physics of Extreme States of Matter–2013. Moscow 2013. P. 126–129.

# NUMERICAL INVESTIGATION OF HYDRODINAMICAL INSTABILITY PHENOMENA IN HIGH ENERGY PLANAR NON-STATIONARY RELATIVISTIC JET

*A.V. Konyukhov*

Joint Institute for High Temperatures of RAS, Moscow

Numerical simulation of plane non-stationary ultrarelativistic jet has been performed. The jet is injected into the half-space  $x>0$ , which contains a matter being at rest in the coordinate system attached to the boundary. Unlike the calculations of the relativistic jets relevant to astrophysical applications [1, 2], the problem formulation is characterized by high density of the surrounding matter ( $5 \cdot 10^{-2}$  in units of the rest mass density of the jet) and high internal energy of both jet and surrounding gas (up to value  $10^3$  in the units of  $c^2$ , where  $c$  is the speed of light). The first condition leads to formation of developed relativistic vortex, being the result of the interaction between the jet and the medium. The second one provides the characteristic features of high energy relativistic jet [4]; particularly, very high values of Lorentz factor can be reached in the expanding supersonic part of such jet.

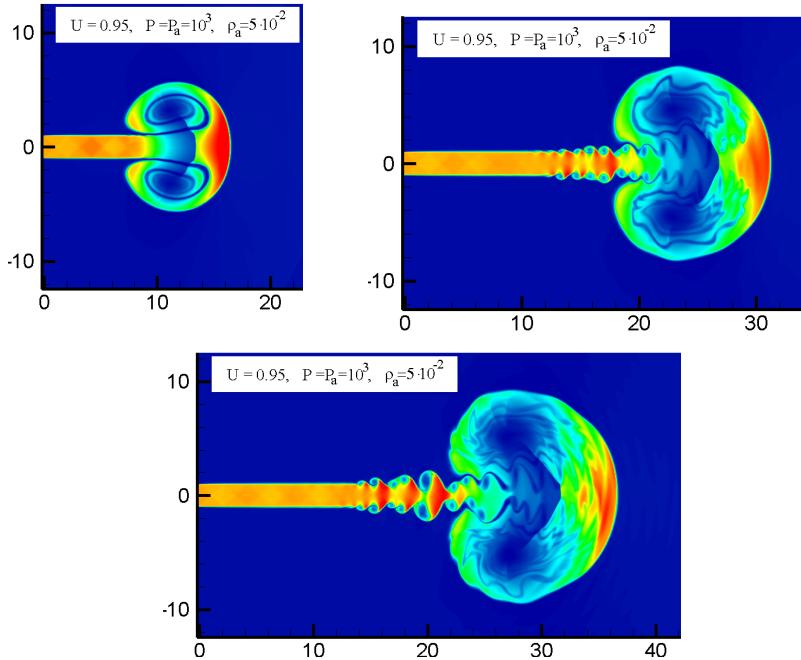


Figure 1. Development of the instability of plane relativistic jet

The boundary conditions ensure that the injection velocity exceeds the ultrarelativistic limit of speed of sound for the adopted equation of state. Therefore, the flow field includes supersonic regions and a system of shocks. The local Lorentz factor has the maximum directly in front of the internal shock in which the jet decelerates (see figure 1, where the distributions of rest mass density is shown in the successive points in time). The non-linear stage of the Kelvin-Helmholtz instability development and interaction of the arising vortex structure with the internal shocks and the relativistic vortex is investigated; this interaction leads to turbulence formation in the vortex (figure 1). The calculations have shown that the intensity of the internal shock, in which the gas of the jet decelerates, remains high in spite of the mixing of the jet with surrounding gas. This can be explained by additional acceleration of the jet in its expan-

sion part. The interaction of pulsations in the backward part of the vortex with the jet leads to excitation of the perturbations, which have the form of transverse waves in the head part of the jet (see figure 2, where rest mass density in the underexpanded jet is shown).

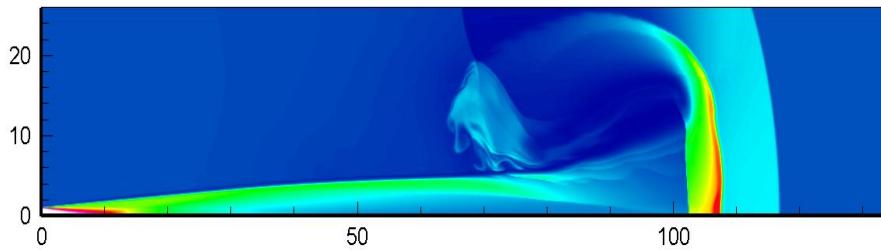


Figure 2. Excitation of perturbations in the region of jet-vortex interaction.

The calculations have been performed on the basis of relativistic hydrodynamics equations [3] in two-dimensional formulation. High resolution numerical method [4] based on the local characteristic approach and non-oscillatory third order scheme has been applied. Computational grids with number of cells  $10^6\text{--}10^7$  were used to provide fine resolution of the flow field structures. The relativistic hydrodynamics equations were closed by the equation of state  $p=(\gamma-1)(e-\rho c^2)$  with  $\gamma=5/3$ , where  $p$  and  $e$  are the pressure and the energy density in the rest coordinate system,  $\rho$  is the rest mass density.

## References

1. *Marti J.-M., Muller E.* Numerical hydrodynamics in special relativity // Living Rev. Rel. 2003. 6: 7.
2. *Marti J.-M., Perucho M., Hanasz M.* Stability of Relativistic Hydrodynamical Planar Jets: Linear and Nonlinear Evolution of Kelvin-Helmholtz Modes // Astrophysics and Space Science. V. 293. 2004. Issue 1–2. P. 139–147.
3. *Landau L.D., Lifshits E.M.* Theoretical physics // VI.Hydrodynamics. M.: Nauka. 1988. [in Russian].
4. *Konyukhov A.* On shocks in high energy relativistic jets: numerical simulation // In: Physics of Extreme States of Matter–2013. Moscow 2013. P. 126–129.

## К ПРОБЛЕМЕ УСТОЙЧИВОСТИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН В СУБАДРОННОМ ВЕЩЕСТВЕ

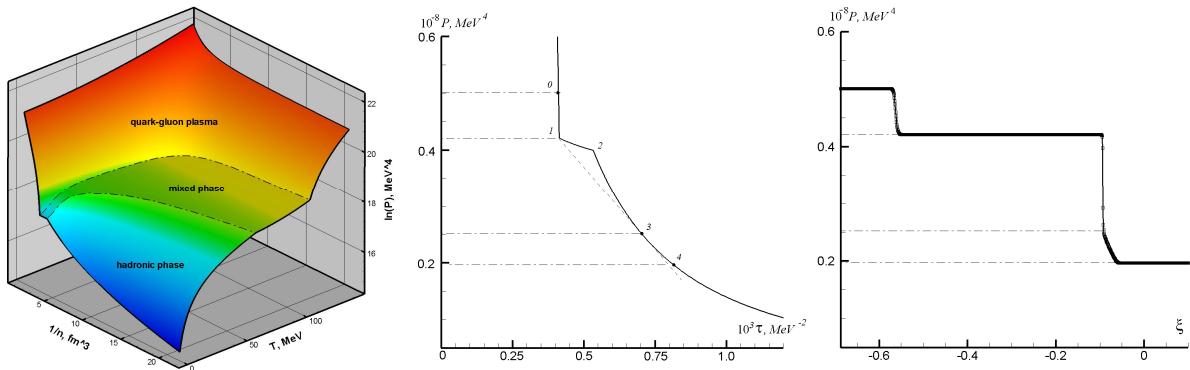
*A.B. Конюхов, А.П. Лихачев*

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Уравнение состояния ядерного вещества, описывающее фазовый переход от его адронного состояния к кварк-глюонной плазме, построено с использованием варианта модели МИТ-мешка [1]. Проведен анализ построенного уравнения состояния с целью проверки выполнения критериев неустойчивости и нейтральной устойчивости релятивистских ударных волн [2, 3]. Показано, что адиабаты Тауба, проходящие через область фазового перехода, содержат сегменты с неоднозначным представлением ударноволнового разрыва. Такая неоднозначность обусловлена выполнением первого из двух условий неустойчивости ударной волны  $L < -1$  (термин  $L$  имеет тот же смысл, что и в пионерской работе [4], но записан с релятивистскими поправками). Ударные волны, принадлежащие к таким сегментам, расщепляются с формированием комбинированной

волны сжатия [5]. Изэнтропы, проходящие через область смешанной фазы, имеют изломы и не являются полностью выпуклыми (в плоскости  $p$ - $\tau$ , где  $\tau$  – динамический объем). В этой связи в субадронном веществе следует ожидать появления ударных и комбинированных волн разрежения. Такое поведение ударных волн и волн разрежения является типичным для сред с фазовым переходом первого рода. Этот вопрос в отношении субадронного вещества рассматривался в ряде работ (см. например, [6]).

Уравнение состояния субадронного вещества было включено в релятивистские гидродинамические коды [7], разработанные ранее на основе существенно неосцилирующей схемы третьего порядка точности. Результаты моделирования полностью подтвердили выводы теоретического анализа. Кроме того, расчеты показали, что разность между скоростями ударной волны–предвестника и замыкающей волны фазового перехода намного меньше, чем релятивистская скорость вещества. Это означает, что в экспериментах с соударением тяжелых ионов расщепление ударной волны может маскироваться вязкими и неравновесными эффектами, а его идентификация представляется весьма проблематичной. Было также показано, что для используемого уравнения состояния условие нейтральной устойчивости выполняется лишь для ударных волн с конечным состоянием в области смешанной фазы. Однако такие ударные волны не реализуются в связи с их расщеплением. Это означает, что только ударные волны фазового перехода, замыкающие комбинированную волну сжатия, могут быть нейтрально устойчивыми.



На рисунке показаны фазовая диаграмма ядерного вещества с кварк-адронным фазовым переходом (левая панель), изэнтропа с изломами в точках пересечения с границами смешанной фазы (средняя панель) и комбинированная волна разрежения, обра- зующаяся вместо простой изэнтропической волны (правая панель). Комбинированная волна разрежения состоит из двух изэнтропических волн (“0-1” и “3-4”) и ударной волны разрежения “1-3” между ними. Волна разрежения “0-1” целиком принадлежит фазе кварк-глюонной плазмы, прямая “1-3” является касательной к исходной изэнтропе в точке 3.

## References

1. Cleymans J., Gavai R.V., Suhonen E. Quarks and gluons at high temperatures and densities // Phys. Reports. 1986. 130 (4). P. 217–292.
2. Kontorovich V.M. Stability of shock waves in relativistic hydrodynamics // JETP. 1960. 34 (7). P. 127–132.
3. Russo G. and Anile A.M. Stability properties of relativistic shock waves // Basic results. Physics of Fluids. 1987. 30. P. 2406–2413.
4. D'yakov S.P. On the stability of shock waves // JETP. 1954. 27 (3). P. 288–295.

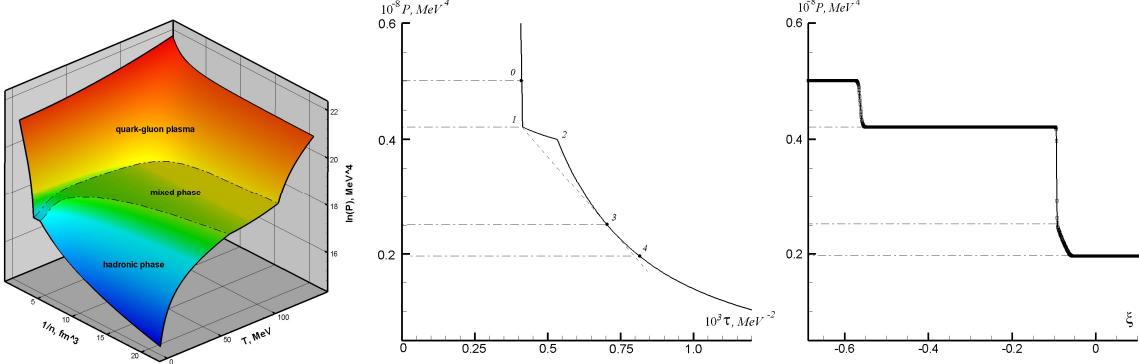
5. Konyukhov A.V., Likhachev A.P., Oparin A.M., Anisimov S.I., Fortov V.E. Numerical modeling of shock-wave instability in thermodynamically nonideal media // JETP. 2004. 98 (4). P. 811–819.
6. Bugaev K.A., Gorenstein M.I., Kampfer B., Zhdanov V.I. Generalized shock adiabatics and relativistic nuclear collisions // Phys. Rev. D. 1989. V. 40. № 9. P. 2903–2913.
7. Konyukhov A. On shocks in a high energy relativistic jets: numerical simulation // In: Physics of Extreme States of Matter–2013. M. 2013. P. 126–129.

## ON PROBLEM OF RELATIVISTIC SHOCK WAVE STABILITY IN SUBHADRONIC MATTER

*A.V. Konyukhov, A.P. Likhachev*

Joint Institute for High Temperatures of RAS, Moscow

The equation of state of subhadronic matter describing the quark-hadronic phase transition has been built using the MIT-bag model variant [1]. The theoretical analysis of the EOS constructed has been carried out to check the fulfillment of the criteria of the instability and neutral stability of relativistic plane shock waves [2, 3]. It has been shown that the Taub adiabats passing through mixed phase have segments with an ambiguous representation of the shock wave discontinuity. The ambiguity is due to the implementation of the first condition of the shock wave corrugation instability  $L < -1$  (the term  $L$  has the same meaning as in the pioneering work [4] but with relativistic corrections). Shock waves belonging to such the segments split with formation of composite compression wave [5]. Isentropes passing through mixed phase have kinks and are not convex (in  $p-\tau$  plane,  $\tau$  is dynamic volume) and the appearance of rarefaction shocks or composite rarefaction waves is expected. Such the behavior of shock and rarefaction waves is typical for the media with the phase transition of the first order. This issue for the subhadronic matter has been discussed before in a number of works (see, for instance, [6]).



The EOS built was embedded in the previously elaborated relativistic hydrodynamic codes [7] based on the third order essentially non-oscillatory scheme. The results of calculations have completely confirmed the predictions of the theoretical analysis. Besides, it has been found that the difference between the velocities of the precursor shock in hadronic phase and the shock wave of phase transition is much less than relativistic speed of the matter. It means that in experiments with heavy ion collisions the splitting may be masked by viscous and nonequilibrium effects and the identification of this phenomenon in the real events seems rather problematic. It has been also found that for the equation of state used the neutral stability condition is fulfilled only for shocks with the final state in the mixed phase. However, these shocks are unstable with respect to splitting and are not realized as unique wave. Thus,

only the shocks of phase transition being a part of the composite compression wave may be neutrally stable.

The picture demonstrates the phase diagram of subhadronic matter with quark-hadronic phase transition (left panel), the isentrope kinked in the points of its intersection with the mixed phase boundaries (middle panel) and the composite rarefaction wave formed instead of simple isentropic expansion (right panel). The composite rarefaction wave consists of two isentropic waves (“0-1” and “3-4”) and the rarefaction shock “1-3” between them. The wave “0-1” is completely disposed in the quark-gluon phase; the straight line “1-3” is tangent to the initial isentrope at the point 3.

## References

1. *Cleymans J., Gavai R.V., Suhonen E.* Quarks and gluons at high temperatures and densities // Phys. Reports. 1986. 130 (4). P. 217–292.
2. *Kontorovich V.M.* Stability of shock waves in relativistic hydrodynamics // JETP. 1960. 34 (7). P. 127–132.
3. *Russo G. and Anile A.M.* Stability properties of relativistic shock waves: Basic results // Physics of Fluids. 1987. 30. P. 2406–2413.
4. *D'yakov S.P.* On the stability of shock waves // JETP. 1954. 27 (3). P. 288–295.
5. *Konyukhov A.V., Likhachev A.P., Oparin A.M., Anisimov S.I., Fortov V.E.* Numerical modeling of shock-wave instability in thermodynamically nonideal media // JETP. 2004. 98 (4). P. 811–819.
6. *Bugaev K.A., Gorenstein M.I., Kampfer B., Zhdanov V.I.* Generalized shock adiabatics and relativistic nuclear collisions // Phys. Rev. D. 1989. V. 40. № 9. P. 2903–2913.
7. *Konyukhov A.* On shocks in a high energy relativistic jets: numerical simulation // In: Physics of Extreme States of Matter–2013. M. P. 126–129.

## УПРАВЛЕНИЕ ШУМОМ СТРУИ С ПОМОЩЬЮ ПЛАЗМЕННЫХ АКТУАТОРОВ

*Б.Ф. Копьев*

ФГУП ЦАГИ, Московский комплекс

Снижение шума самолета является одной из важнейших проблем современной авиации как в России, так и за рубежом. Так как шум струи является одним из доминирующих источников шума самолета на взлете, снижение общего шума самолета требует значительного уменьшения шума струи, причем желательно, чтобы это снижение не влекло за собой снижение рабочих характеристик авиадвигателя. Поэтому особый интерес представляют активные способы управления шумом струи, которые можно при необходимости включать (например, на взлете) и выключать (например, на крейсерском полете).

В настоящей работе рассмотрены результаты комплексных исследований по разработке технологий активного управления волнами неустойчивости в струях с помощью различных типов воздействия, включая плазменные актуаторы. Работа включала проведение теоретических исследований излучения шума волнами неустойчивости и выработку стратегии управления ими, разработку методов диагностики волн неустойчивости в турбулентных струях, исследования плазменных технологий для создания актуаторов нового уровня, способных управлять шумом турбулентных струй и созда-

ние лабораторного прототипа активной системы управления волнами неустойчивости для снижения шума двигателя.

Теоретически показано, что в горячих дозвуковых струях реализуется механизм генерации шума волнами неустойчивости, что позволяет рассматривать стратегию направленного влияния на волны неустойчивости в горячей дозвуковой струе, как эффективное средство подавления шума струи [1]. Разработка методов диагностики волн неустойчивости проведена по двум направлениям: термоанемометрия и PIV метод. Термоанемометрические измерения пульсаций скорости в слое смешения струи позволяют получать информацию в режиме реального времени. Это позволило использовать термоанемометр в петле обратной связи системы управления. В отличие от термоанемометра PIV метод дает возможность получать картину поля скорости сразу во всей плоскости сечения струи, что позволило однозначно утверждать, что гашение волны неустойчивости происходит сразу во всем слое смешения

На основе разработанных теоретических представлений был создан лабораторный прототип активной системы управления, в котором реализовано акустическое управление волной неустойчивости, возбужденной заданным внешним источником, т.е. экспериментально подтвержден вывод о том, что гармоническая по времени волна неустойчивости может быть погашена внешней волной при условии правильного выбора ее амплитуды и фазы. Данный результат означает, что управление искусственно созданными волнами неустойчивости в слое смешения турбулентной струи реализуемо в эксперименте, причем, с различными типами актуаторов, способными периодически воздействовать на кромку сопла, включая плазменные актуаторы.

С учетом проведенных исследований, при сотрудничестве с ГНЦ ТРИНИТИ, ИОФ РАН и ОИВТ РАН проводилась разработка моделей плазменных актуаторов на основе различных видов газовых разрядов [2]. Исследованы два основных механизма воздействия плазменных актуаторов на течение газа: локальный нагрев газа (актуаторы на основе скользящего поверхностного и дугового разрядов) и генерация электрогазодинамических струй в сильных электрических полях (актуаторы на основе коронного и барьерного разрядов). Созданы модели плазменных актуаторов и продемонстрирована их способность эффективно воздействовать на турбулентную струю.

Разработана технология применения плазменных актуаторов для снижения шума реактивной струи и сделаны оценки требуемой интенсивности воздействия плазменных актуаторов для подавления волн неустойчивости, с целью снижения шума.

С целью повышения точности настройки актуатора отработана схема обратной связи для системы активного управления волнами неустойчивости. Управление происходит в режиме реального времени как реакция на измеренный и обработанный сигнал в цепи обратной связи согласно алгоритму его минимизации. Эта система позволяет отслеживать точность амплитудно-фазовой настройки управляющего воздействия, которой определяется степень подавления волн неустойчивости.

Работа выполнена в рамках скоординированного EU-RF проекта № ACP9-GA-2010-266103 “ORINOCO” и гранта Российского фонда фундаментальных исследований (проект 13-01-00476)

## Литература

1. Беляев И.В., Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф., Копьев В.А., Фараносов Г.А. Акустическое управление волнами неустойчивости в турбулентной струе // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 1. С. 19–30.

2. Kopiev V.F, Belyaev I.V., Faranosov G.A., Kopiev V.I.A., Ostrikov N.N., Zaitsev M.Yu., Akishev Yu.S., Grushin M.E., Trushkin N.I., Bityurin V.A., Klimov A.I., Moralev I.A., Kossyi I.A., Berezetskaya N.K., Taktakishvili M.I. Instability Wave Control in Turbulent Jet by Acoustical and Plasma Actuators // 5th European Conference for Aero-nautics and Space Sciences (EUCASS). Munich, Germany. 1–5 July 2013.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СПЕКТРА ШУМА ПРИ ОБТЕКАНИИ СИСТЕМЫ ТЕЛ ЦИЛИНДР-ПРОФИЛЬ КРЫЛА

*M.B. Крапошин, И.Н. Сибгатуллин, С.В. Стрижак*

НИЦ КИ, НИИ Механики МГУ, Москва, Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

Снижение шума в авиации и на транспорте является актуальной задачей. Для определения и оценки уровня шума необходимо проводить эксперименты в безэховых камерах и математическое моделирование. Один из подходов в численном моделировании связан с гибридным методом, который включает в себя расчет вихревых нестационарных турбулентных течений газа на базе LES, акустические аналогии для расчета акустических полей в дальнем поле и быстрое преобразование Фурье для получения спектра шума. Одной из модельных задач в вычислительной аэроакустике является расчет обтекания тела в форме цилиндр–профиль крыла NACA0012. При обтекании таких систем возникают вихревые нестационарные турбулентные течения газа. Они являются источниками возмущений, распространяющихся в окружающей среде и создающих акустическое давление. Для данного примера существуют как результаты эксперимента, так и тестовые расчеты. Использование осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, замкнутых при помощи полуэмпирических моделей турбулентности, оказывается неэффективным при моделировании течений с нестационарными крупномасштабными вихревыми структурами. Для моделирования течения целесообразно использовать модель крупных вихрей и расчет крупномасштабных вихревых структур за телом при помощи интегрирования фильтрованных уравнений Навье–Стокса. Мелкие вихри, размер которых не превышает шага расчетной сетки, моделируются с помощью дифференциального уравнения для подсеточной кинетической энергии. Для дискретизации уравнений используется метод конечных объемов. Расчеты проведены с использованием модифицированных библиотек OpenFoam и нестационарного решателя pisoFoam. На входе расчетной области на средние значения накладываются случайные возмущения в виде белого шума. На стенке задаются условия непротекания и используются пристеночные функции. На выходе задаются условия продолжения потока или неотражающие граничные условия. Для расчета акустического давления и спектра шума SPL используется разработанная библиотека libAcoustics с акустической аналогией Керла. Для учета трехмерных эффектов в акустическую аналогию введена дополнительная поправка для расчета значений SPL. Для получения значений в частной области используется быстрое преобразование Фурье. Размеры расчетной области выбираются равными (-0.44; -0.56; 0) и (1.24; 0.56; 0.8) метра относительно положения центра цилиндра. Количество ячеек 1.34 и 2.6 млн. Расчеты проводились для значений  $c=0.1$  м,  $d=0.01$  м,  $V=72$  м/с,  $\rho=1.2$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu=1.5 \cdot 10^{-5}$ . Полученные значение числа Струхала  $St=0.2$  и интенсивности шума SPL были близки к экспериментальным значениям. Целесообразно расширить возможности разработанной ранее библиотеки libAcoustics и добавить акустическую аналогию Фокса–Уилльямса–Хокингса (FW-H)

для расчета SPL в дальнем поле. Расчеты проводились в лаборатории UniHUB ([www.unihub.ru](http://www.unihub.ru)) и на суперкомпьютере Ломононосов.

## К ВОПРОСУ О ТУРБУЛИЗАЦИИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА АКТИВНОЙ И ПАССИВНОЙ СРЕД

*С.Е. Куратов, А.Ю. Микулин*

ФГУП ВНИИА им. Н.Л. Духова, Москва

На данный момент известно несколько физических процессов, для удовлетворительного теоретического описания которых переход из горения в детонацию является необходимым. Наиболее общепринятой причиной данного перехода считается турбулизация фронта горения. Процесс её возникновения, тем не менее, до сих пор остаётся неясным. В настоящей работе предлагается рассмотрение возможного механизма, объясняющего данное явление.

Суть этого механизма заключается в развитии неустойчивости на границе раздела активной и пассивной сред. Под активной средой понимается вещество, в котором происходят реакции с образованием высокоэнергичных частиц.

Для анализа данной неустойчивости в работе был использован гидродинамической подход. С помощью метода Чепмена - Энскога определены условия, при выполнении которых этот подход правомерен. Основные теоретические результаты работы подтверждены численным моделированием. Путём оценок сделан вывод о значительности вклада рассмотренной неустойчивости в процесс турбулизации фронта горения для некоторых физических процессов.

## RANS МОДЕЛИРОВАНИЕ АТМОСФЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ПРИ УСТОЙЧИВОЙ СТРАТИФИКАЦИИ: ВИХРЕВОЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЕ И ГЛОБАЛЬНАЯ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

*А.Ф. Курбацкий<sup>1,2</sup>, Л.И. Курбацкая<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

RANS схема турбулентности [1], включающая эффект внутренних гравитационных волн, применена для анализа структуры течения и статистики турбулентности атмосферных течений при устойчивой стратификации. Акцент делается на анализе возможности RANS метода моделирования турбулентности в описании некоторых особенностей вихревого перемешивания и глобальной перемежаемости турбулентности [2], как в устойчиво-стратифицированном планетарном пограничном слое, так и в свободной атмосфере.

В планетарном пограничном слое вертикальный перенос импульса и тепла турбулентными вихрями существенно ослабляется стратификацией. Возрастающая при этом активность внутренних гравитационных волн способствует поддержанию импульса течения, но не тепла. Включение в трехпараметрическую  $E - \varepsilon - \langle \theta^2 \rangle$  RANS схему стратифицированной турбулентности [1] эффекта воздействия внутренних волн на перенос

импульса и тепла позволяет корректно воспроизвести поведение вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла (рис. 1) в согласии с данными измерений в атмосфере [3].

В верхней тропосфере и нижней стратосфере воздух обычно устойчиво стратифицирован и внутренние гравитационные волны, индуцируемые течением в пограничном слое, и орография оказываются доминирующими. Генерация турбулентных вихрей в этих атмосферных слоях происходит спорадически, когда гравитационные волны разрушаются, и возникает сдвиговая неустойчивость. Эти турбулентные вихри одновременно переносят импульс и массу, разрушаясь затем плавучестью и вязкими силами. На рис. 2 представлены вертикальные профили вихревого коэффициента диффузии импульса  $K_m$ , вычисленные по: двухпараметрическим схемам турбулентности и трехпараметрической  $E - \varepsilon - \overline{\theta^2}$  RANS схеме турбулентности. Хорошее согласие с измеренным [4] профилем коэффициента  $K_m$  (толстая сплошная линия на рис. 2) показывает профиль (толстая штриховая линия), вычисленный по трехпараметрической RANS схеме турбулентности. Можно сделать вывод, что приближение слаборавновесной турбулентности, положенное в основу вывода полностью явной трехпараметрической RANS схемы геофизической турбулентности, физически более аккуратно учитывает воздействие стратификации в вихревых коэффициентах диффузии импульса и тепла.

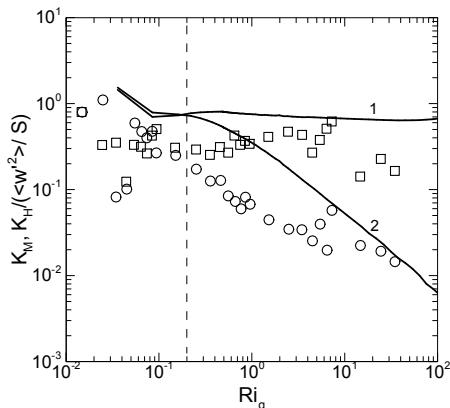


Рис. 1. Коэффициенты вихревой диффузии импульса  $K_m$  (линия – 1) и тепла  $K_h$  (линия – 2), нормализованные на величину  $\overline{w'^2}/S$ , как функции градиентного числа Ричардсона в устойчиво стратифицированном планетарном пограничном слое. Данные измерений [2]:  $K_m$  –  $\square$ ,  $K_h$  –  $\circ$

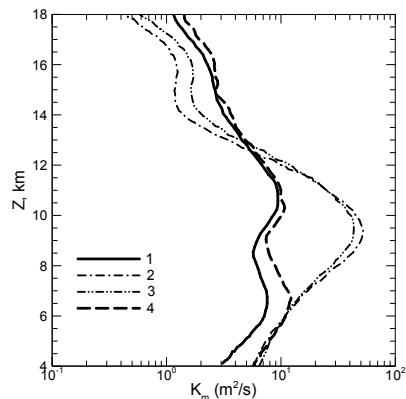


Рис. 2. Вихревой коэффициент диффузии импульса  $K_m$  прямо измеренный доплеровским радаром (толстая сплошная линия 1) в сравнении с вычисленным по трем схемам турбулентности: тонкая штрих-пунктирная линия 2 – стандартная  $k - \varepsilon$  модель, тонкая штриховая двух-пунктирная линия 3 – алгебраическая  $k - \varepsilon$  модель и толстая штриховая линия 4 – трехпараметрическая RANS схема турбулентности

В верхней тропосфере и нижней стратосфере (атмосферных слоях от 4 км до 8 км и от 14 км до 18 км, соответственно), наблюдаемые [3] и вычисленные по трехпараметрической RANS схеме коэффициенты вихревой диффузии импульса и тепла, оказываются сравнимы по порядку величины:  $K_h \approx K_m$  (здесь не показано). Это поразительно контрастирует с внешней областью, слоем гетерогенной температурной инверсии, устойчиво-

го планетарного пограничного слоя (рис. 1), где отношение  $K_h / K_m$  в условиях сильно устойчивой стратификации может достигать значений, равных 0, 1 – 0,02 [1].

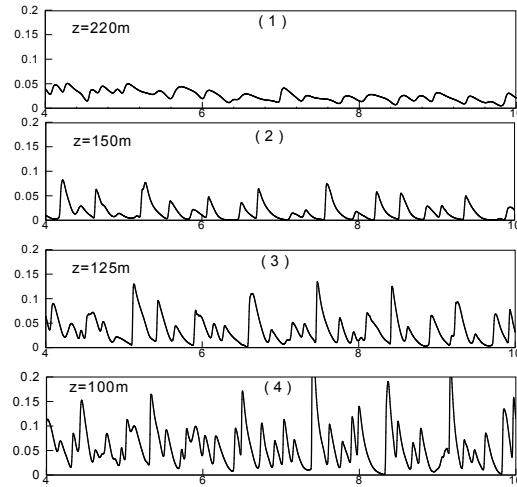


Рис. 4. Временные ряды кинетической энергии турбулентности  $E = 1/2(u'^2 + v'^2 + w'^2)$  над верхней ветвью струи (диаграмма (1)) и на нижней ветви струи (диаграммы (2) – (4)) в сильно устойчивом пограничном слое ( $(\overline{w'\theta'})_s = -0,05 \text{ К м с}^{-1}$ ), полученные при численном моделировании по трехпараметрической RANS схеме турбулентности. На каждой из диаграмм по оси абсцис – локальное время в часах, по оси ординат – кинетическая энергия турбулентности  $E (\text{м}^2 \text{с}^{-2})$

Отличительная особенность устойчиво стратифицированных планетарных пограничных слоев связана с перемежающейся турбулентностью, которая характеризуется короткими периодами турбулентного состояния (bursts) и промежуточными периодами относительно слабых флюктуаций. Представленные ниже результаты вычислительного эксперимента ставили своей целью выяснение чувствительности трехпараметрической RANS схемы турбулентности к воспроизведению перемежающейся турбулентности как вблизи твердой поверхности (здесь не показано), так и ‘поднятой’ турбулентности, генерируемой струйным течением низкого уровня в термически устойчивом планетарном пограничном слое (рис. 4).

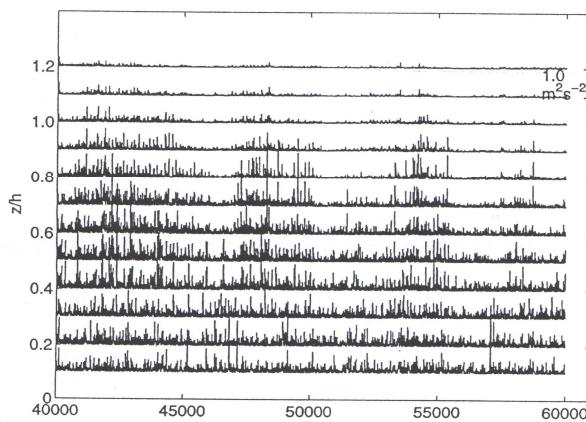


Рис. 5. Временные ряды перемежающейся кинетической энергии турбулентности  $E = 1/2(u'^2 + v'^2 + w'^2)$ , полученные в сильно устойчивом пограничном слое LES моделированием [5] ( $(\overline{w'\theta'})_s = -0,05 \text{ К м с}^{-1}$ ;  $z$  – вертикальная координата,  $h$  – высота пограничного слоя)

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, в рамках проекта №13-05-00006а, а также интеграционного проекта по фундаментальным исследованиям №132 и №35 СО РАН.

## Литература

1. Курбаский А.Ф., Курбаская Л.И. О турбулентном числе Прандтля в устойчиво стратифицированном атмосферном пограничном слое // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46. № 2. С. 187–196.
2. Курбаский А.Ф., Курбаская Л.И. RANS-моделирование перемежающейся турбулентности в термически устойчиво стратифицированном пограничном слое // Прикладная механика и техническая физика. 2013. Т. 54. № 4. С. 55–67.
3. Pardyjak E. R., Monti P., Fernando H. J. S. Flux Richardson number measurements in stable atmospheric shear flows // J. Fluid Mech. 2002. V. 459. P. 307–316.
4. Ueda H., Fukui T., Kajno M., Horiguchi M. Eddy Diffusivities for Momentum and Heat in the Upper Troposphere and Lower Stratosphere Measured by MU Radar and RASS, and a Comparison of Turbulence Model Predictions // J. Atmos. Sci. 2012. V. 69. P. 323–337.
5. Zhou B., Chow F. K. Large-Eddy Simulation of the Stable Boundary Layer with Explicit Filtering and Reconstruction Turbulence Modeling // J. Atmos. Sci. 2011. V. 68. P. 2142–2155.

## RANS MODELLING OF ATMOSPHERIC FLOWS UNDER STABLE STRATIFICATION: EDDY MIXING OF MOMENTUM AND HEAT AND GLOBAL INTERMITTENCY OF TURBULENCE

A. Kurbatskiy <sup>1, 2</sup>, L. Kurbatskaya <sup>3</sup>

<sup>1</sup>Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics,  
Russian Academy of Sciences, Siberian Branch, Novosibirsk, RUSSIA

<sup>2</sup>Novosibirsk State University, Novosibirsk, RUSSIA

<sup>3</sup>Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics,  
Russian Academy of Sciences, Siberian Branch, Novosibirsk, RUSSIA

Certain qualitative features of the eddy mixing in a planetary boundary layer during stronger stratification are highlighted using the simulations with the mesoscale RANS turbulence scheme. Behavior of turbulent eddy mixing coefficients for momentum and heat in this study is consistent with the representation that the flow can sustain propagating internal waves that can effectively transport momentum, but not heat. This behavior is in good agreement with observational results for stably stratified planetary boundary layer flows and in free atmosphere (upper troposphere and lower stratosphere). This paper is focused also on the modelling with use of the RANS turbulence scheme of intermittent turbulence as near to a surface and about the LLJ (Low-Level-Jet). The role of the turbulent diffusion processes (the statistical moments of the third order) in generation of intermittent turbulence is discussed. The simulation results are agreed with the LES simulation, showing presence of the intermittency of the TKE as near to a surface and the intermittent turbulence below of the LLJ. RANS scheme of turbulence [1] which is included of internal gravitational waves effect is applied to the analysis of structure and statistics of turbulence in atmospheric flows at stable stratification. The accent becomes on the analysis of possibility of the RANS method in the description

of some features of eddy mixing momentum and heat and global turbulence intermittency[2], both in the stably stratified planetary boundary layer, and in a free atmosphere.

In a planetary boundary layer the vertical transport of a momentum and heat by the turbulent eddies essentially is relaxed by stratification. Increasing influence of buoyancy accentuates internal gravitational waves activity, which sustains transport momentum, but not much of heat fluxes. Including into the three-parametric  $E - \varepsilon - \langle \theta^2 \rangle$  RANS -scheme for the stratified turbulence [1] of internal waves effect on momentum and heat transport over allows reproducing correctly behavior of eddy diffusivities of momentum and heat (fig. 1) in the consent with of measurements data in an atmosphere [3].

In the upper troposphere and lower stratosphere, air is usually stably stratified, and internal gravity waves induced by boundary layer flow and geography are predominant. Turbulence eddies in these layers are generated intermittently and sporadically when gravity waves breaking and shear instability occurs. These turbulent eddies transport heat and mass, and then they are partly destructed by buoyancy and viscous forces. On fig. 2 vertical profiles of eddy diffusivity of momentum are presented, computed by: two-parametric turbulence schemes and the three-parametric turbulence RANS-scheme. The good consent with the measured [4] profile of coefficient (the thick full line on fig. 2) shows a profile (a thick dashed line), computed by the three-parametric turbulence RANS-scheme. It is possible conclude, that approach of the week-equilibrium turbulence, used for obtaining of the fully explicit three-parametric RANS-scheme of geophysical turbulence, physically more correctly include the stratification effects in the eddy diffusivities of momentum and heat then the two-parametric turbulence schemes. In the upper troposphere and lower stratosphere (atmospheric layers from 4km to 8km and from 14 km to 18 km, accordingly), observable [3] and computed on the three-parametric RANS-scheme of turbulence the eddy diffusivities of momentum and heat appear are comparable on the order of magnitude:  $K_h \approx K_m$  (here it is not shown). This is remarkable contrast to in the outer region of the boundary layer where the ratio  $K_h / K_m$  is 0, 1 - 0, 02 [1] in such strong conditions.

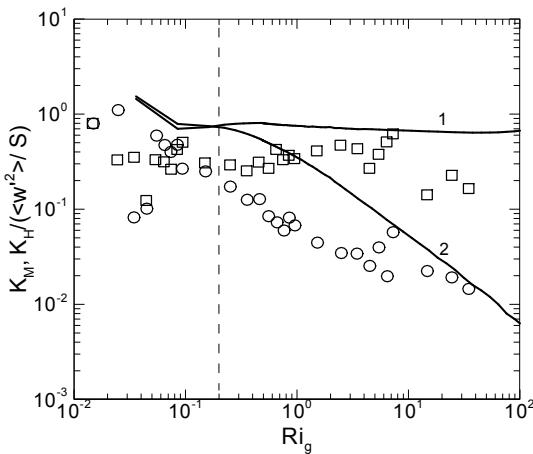


Figure 1. Eddy diffusivities of momentum  $K_m$  (line-1) and the heat  $K_h$  (line-2), normalized on  $\overline{w'^2} / S$ , as function of gradient Richardson number in the stably stratified planetary boundary layer. Data are [2]:  $K_m$  -  $\square$ ,  $K_h$  -  $\circ$ .

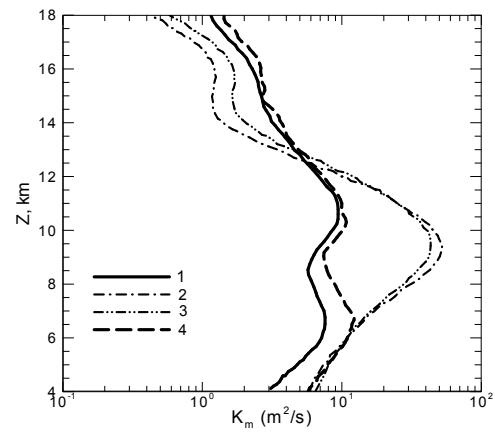


Figure 2. Eddy diffusivity of momentum  $K_m$  direct measurements by Doppler radar (thick line 1) in comparison with computed on the three schemes turbulence: thin dash-dot line 2 – ‘standard’  $k - \varepsilon$  model, thin dashdotdot line 3 – алгебраическая  $k - \varepsilon$  модель и толстая штриховая линия 4 – трехпараметрическая RANS схема турбулентности.

Distinctive feature of stably stratified planetary boundary layers is connected with occurrence the intermittent turbulence which is characterized by the short periods of a turbulent state (bursts) and the intermediate periods concerning weak fluctuations. The results of computing experiment presented more low set as the purpose study of sensitivity of the three-parameter RANS -scheme of turbulence to reproduction of occurring intermittently turbulence as near to a solid surface (here it is not shown), and ‘lifted’ the turbulence generated by a low-level-jet in thermally stable planetary boundary layer (fig. 4).

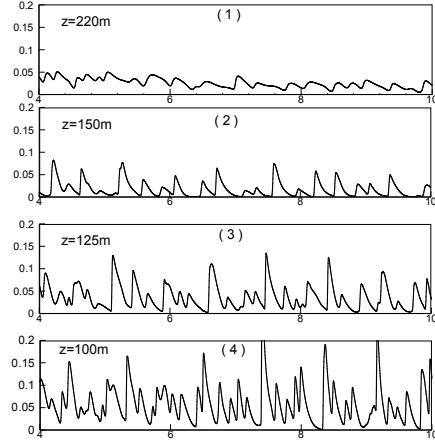


Figure 4. Time series of  $E = 1/2(\bar{u'^2} + \bar{v'^2} + \bar{w'^2})$  above the upper branch of low-level-jet (1) and on the lower branch of jet (2)–(4) in strong stable boundary layer ( $(\bar{w'\theta'})_s = -0,05 \text{ K m c}^{-1}$ ), obtained by the numerical modeling with use the three-parameter RANS-scheme of turbulence. On axis of abscissa – local time in hours, on axes ordinates – the kinetic turbulent energy  $E (\text{m}^2 \text{c}^{-2})$ .

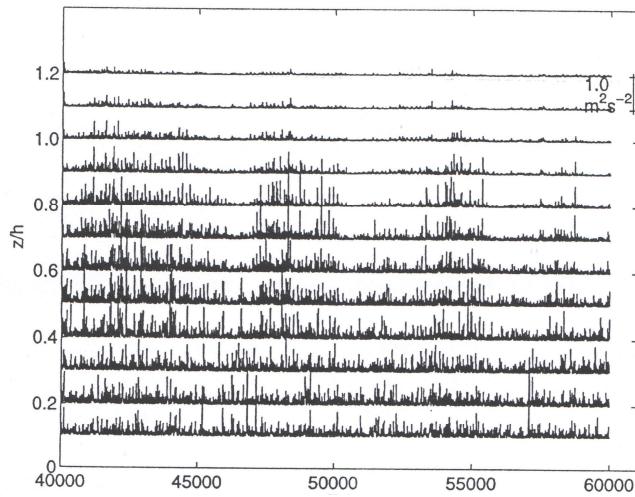


Figure 5. Time series of intermittent turbulent kinetic energy  $E = 1/2(\bar{u'^2} + \bar{v'^2} + \bar{w'^2})$ , obtained in strong stable planetary boundary layer by LES [5] ( $(\bar{w'\theta'})_s = -0,05 \text{ K m c}^{-1}$ ;  $z$  – vertical coordinate,  $h$  – height of boundary layer).

The reported study was partially supported by RFBR, research project No. 13-05-00006a, and also by integration projects No. 132 and No. 35 SB RAS.

## References

1. A.F. Kurbatskii and L.I. Kurbatskaya. On the Turbulent Prandtl Number in a Stably Stratified Atmospheric Boundary Layer // Izvestiya, Atmospheric and Ocean Physics. 2010. V. 46. № 2. C. 169–177.
2. A.F. Kurbatskii and L.I. Kurbatskaya. RANS modeling of intermittent turbulence in a thermally stable stratified boundary layer // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2013. V. 54. C. 561–571.
3. Pardyjak E. R., Monti P., Fernando H. J. S. Flux Richardson number measurements in stable atmospheric shear flows // J. Fluid Mech. 2002. V. 459. P. 307–316.
4. Ueda H., Fukui T., Kajno M., Horiguchi M. Eddy Diffusivities for Momentum and Heat in the Upper Troposphere and Lower Stratosphere Measured by MU Radar and RASS, and a Comparison of Turbulence Model Predictions // J. Atmos. Sci. 2012. V. 69. P. 323–337.
5. Zhou B., Chow F. K. Large-Eddy Simulation of the Stable Boundary Layer with Explicit Filtering and Reconstruction Turbulence Modeling // J. Atmos. Sci. 2011. V. 68. P. 2142–2155.

## ЭЛЕКТРОФОРЕЗ 2 РОДА. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

A.C. Куцепалов, В.С. Шелистов, Е.С. Трухачева

Кубанский государственный университет, Краснодар

Электрофорез — хорошо известный феномен, широко применяемый в индустрии и биологии. Интерес к данной задаче в последнее время усилился благодаря ее применению в нанотехнологиях, она является частью некоторых космических биотехнологий.

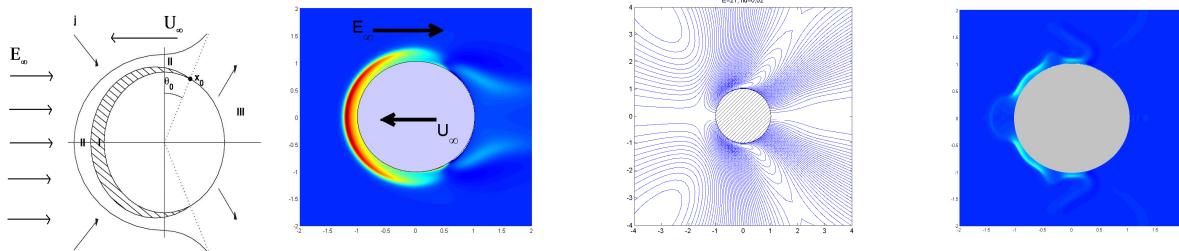
При малых напряженностях электрического поля, согласно теории Смолуховского, скорость частицы пропорциональна напряженности поля и не зависит от размера микрограммулы; при больших — скорость частицы пропорциональна радиусу и квадрату напряженности поля. Это явление носит название электрофореза 2-го рода.

Несмотря на обилие как теоретических, так и экспериментальных работ, обзор которых можно найти в [1–3], многие вопросы, связанные с электрофорезом, остаются открытыми.

Движение проводящей микрочастицы в растворе бинарного электролита под действием электрического поля описывается замкнутой системой Нернста-Планка-Пуассона-Стокса. Частица считается непроницаемой для анионов, на ее поверхности задается постоянная концентрация катионов, потенциал на проводящей поверхности постоянен, и выполняются условия прилипания. Вдали от частицы концентрация ионов стремится к равновесной, скорость жидкости — к скорости частицы, электрическое поле — к внешнему наложенному.

В настоящей работе численными методами получено замкнутое решение задачи. Трудности построения решения связаны с рядом факторов: уравнения Нернста-Планка-Пуассона-Стокса являются сильно сцепленной нелинейной системой в частных производных; задача имеет малый параметр при старшей производной. Существует несколько характерных пространственных масштабов, причем в каждом пространственном диапазоне происходят свои достаточно сложные явления, а весь феномен электрофореза 2-го рода является интегральным результатом действия этих факторов. Задача опи-

сывается тремя безразмерными параметрами: напряженностью внешнего поля  $E_\infty$ , коэффициентом сцепления гидродинамики и электростатики  $\kappa$  и безразмерным числом Дебая  $v$ .



На рисунке слева изображена частица и основные области решения, существование которых подтверждено расчетами(на 2 слева рисунке). Стрелками обозначено направление потока катионов к поверхности частицы. В процессе расчетов получены поля скоростей, электрического потенциала, концентраций ионов и плотности заряда в пространстве.

Анализ контрольных расчётов выявил следующие особенности модельной системы:

- 1) чрезвычайно большой градиент концентрации одного сорта ионов (не проходящих через поверхность частицы) в малой окрестности частицы;
- 2) слабое изменение полей концентраций на расстоянии порядка 4–5 радиусов частицы;
- 3) формирование за частицей вихрей (2 справа рисунок).

Результаты расчетов показали хорошее сходство с теоретическими результатами .

В заключение укажем на выявленный в настоящей работе переход от регулярного течения к хаотическому при достаточно больших напряженностях внешнего поля (рисунок справа).

### Литература

1. *Dukhin S.S. Electrokinetic phenomena of second kind and their applications // Adv. Colloid Interface Sci.* 1991. V. 35. P. 173–196.
2. *Ben Y., Demekhin E.A., Chang H.-C. Nonlinear electrokinetics and "superfast" electrophoresis // J. Colloid Interface Sci.* 2004. V. 276. P. 483–497.
3. *Калайдин Е.Н., Демехин Е.А., Коровяковский А.С. К теории электрофореза второго рода // ДАН.* 2009. Т. 425. № 5. С. 626–630.

## ELECTROPHORESIS OF THE SECOND KIND. NUMERICAL MODELING

*A. Kuzepalov, V. Shelistov, E. Truhacheva*

Kuban State University, Krasnodar, Russia

Electrophoresis is a well-known phenomenon that is widely used in industry and biology. Interest to this problem has recently increased due to its applications in nanotechnology; it also arises in space biotechnology.

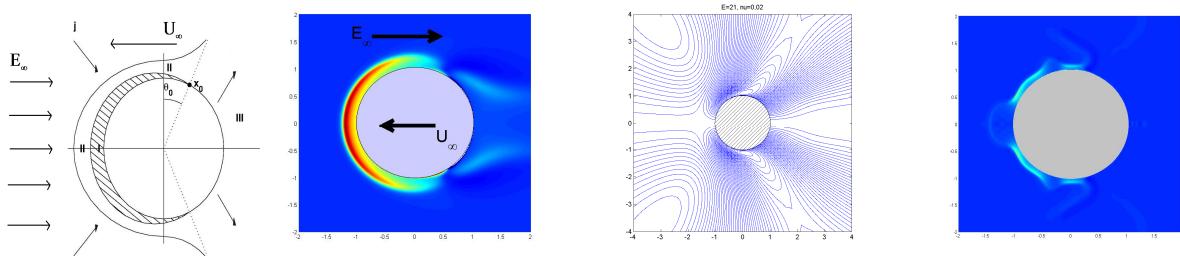
For small electric fields, according to Smoluchowsky's theory, the particle's velocity is proportional to the strength of the field and does not depend on the particle's size; for strong fields, it is proportional to the radius and to the square of the field's strength. This phenomenon is called electrophoresis of the second kind.

Despite the abundance of both theoretical and experimental works, a review of which can be found in [1–3], many questions concerning electrophoresis remain open.

The movement of a conducting microparticle in a solution of a binary electrolyte under an electric field is described by a closed system of Nernst-Planck-Poisson-Stokes equations. The particle is assumed impermeable to anions; a constant concentration of cations is assumed on its surface. The potential of the conducting surface remains constant, adhesion conditions for the fluid are assumed on it. Far from the particle, both ions' concentrations tend to an equilibrium concentration; the fluid's velocity, to that of the particle; the electric field, to that externally imposed.

In the present work, a closed solution to the problem is obtained numerically. The difficulties of obtaining such a solution arise due to a number of factors: the Nernst-Planck-Poisson-Stokes equations are a strongly coupled partial differential equations system; the problem has a small parameter at the higher-order derivative. Several characteristic spatial scales exist in the problem and each of them features its own rather complex phenomena, so the electrophoresis of the second kind is an integral result of those factors' interaction. The problem is described by three dimensionless parameters: the strength  $E_\infty$  of an external field, the coupling coefficient  $\kappa$  of hydrodynamics and electrostatics, and the dimensionless Debye number  $v$ .

The leftmost figure depicts the particle and main regions of the solution, the existence of which has been confirmed with our calculations (the second figure from the left). The arrows denote the direction of cations' flow to the particle's surface. Velocity, electric potential, ions' concentrations and charge density fields have been obtained in the calculations.



Analysis of the calculations has revealed the following features of the system:

- 1) very high gradient of anions' concentration (which do not pass through the surface) in a small vicinity of the particle;
- 2) small changes in concentration at a distance of about 4–5 times the particle's radius;
- 3) development of vortices behind the particle (the rightmost figure).

The calculations have shown a good agreement with theoretical results.

To conclude, a transition from a regular flow to a chaotic one for sufficiently large external fields has been found in the present work (see the figures in the right).

## References

1. Dukhin S.S. Electrokinetic phenomena of second kind and their applications // Adv. Colloid Interface Sci. 1991. V. 35. P. 173–196.
2. Ben Y., Demekhin E.A., Chang H.-C. Nonlinear electrokinetics and "superfast" electrophoresis // J. Colloid Interface Sci. 2004. V. 276. P. 483–497.
3. Kalaidin E.N., Demekhin E.A., Korovyakovskiy A.S. On the theory of electrophoresis of the second kind // Doklady Physics. 2009. V. 54. № 4. P. 210–214.

# РАЗВИТИЕ ЛАГРАНЖЕВЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В МНОГОФАЗНЫХ ДИСПЕРСНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

*Н.А. Лебедева*

НИИ механики МГУ, Москва

Работа посвящена развитию лагранжевых методов и моделей для исследования вихревых структур типа вихревого кольца и его плоского аналога – вихревой пары. Такого рода вихревые структуры являются распространёнными элементами многих природных и технологических течений. В многофазных дисперсных течениях эти вихревые образования существенно влияют на распределение, транспорт и перемешивание дисперсной фазы. Так, например, типичный процесс впрыска топлива в камеру сгорания двигателя сопровождается формированием двухфазного вихревого кольца, которое переносит и перемешивает дисперсную фазу из капель топлива [1].

Основным инструментом исследования, используемым в работе, является комбинированный бессеточный полностью лагранжев подход, основы которого заложены в работе [2]. Подход основан на сочетании вихревого бессеточного метода [3–4] для решения уравнения Навье-Стокса для несущей фазы и полного лагранжева метода [5] для вычисления полей параметров дисперсной фазы. Соответствующая модификация и сочетание этих двух методов позволили свести задачу нахождения параметров обеих фаз (включая концентрацию примеси) в основном к решению систем обыкновенных дифференциальных уравнений высокого порядка. Метод реализует полностью бессеточное моделирование движения как несущей, так и дисперсной фазы, и позволяет вести аккуратный расчет поля концентрации примеси, учитывающий существенную деформацию элементарного фазового объема дисперсной среды. Предложенный подход делает возможным детальное изучение структуры областей аккумуляции примеси и особенностей поля числовой концентрации частиц в сложных нестационарных вихревых потоках, в которых присутствуют локализованные зоны накопления дисперсной фазы, области пересекающихся траекторий частиц, складки и фрагментация в дисперсном континууме примеси. Подход позволяет проводить исследования дисперсных течений в широком диапазоне определяющих параметров и делает возможным моделирование разнообразных двухфазных смесей (аэрозолей, запыленных газов, пузырьковых сред, разреженных суспензий и пр.).

При помощи развитого подхода в работе исследуются вихревые многофазные течения с особенностями типа вихревого кольца в двумерном и осесимметричном случае. Обсуждаются проблемы переноса, перемешивания и аккумуляции дисперсных частиц в зависимости от параметров дисперсной примеси и условий формирования вихревой структуры. Проводится сравнение результатов с известными экспериментальными данными и аналитическими моделями вихрей. В рассмотренных течениях в распределении примеси имеются зоны аккумуляции частиц и сингулярности в поле концентрации примеси, а также наблюдается образование областей множественных пересечений траекторий частиц, фрагментация и складки фазового объема примеси. В таких течениях для корректного вычисления параметров дисперсной фазы необходимо учитывать многозначность полей параметров дисперсной фазы, а также с высокой точностью вычислять значения скоростей и производных скоростей несущей фазы. Для таких вычислений развитый комбинированный лагранжева подход обладает существенными преимуществами по сравнению с традиционными эйлеровыми и лагранжево-эйлеровыми методами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 12-01-31124, 14-01-00147) и программы «Государственные задания ВУЗ на проведение научно-исследовательской работы» (проект 1.370.2011).

## Литература

1. *Begg S., Kaplanski F., Sazhin S.S., Hindle M., Heikal M.* Vortex ring-like structures in gasoline fuel sprays under cold-start conditions // Int. J. of Engine Research. 2009. V. 10. P. 195–214.
2. *Lebedeva N.A., Osipov A.N., Sazhin S.S.* A combined fully Lagrangian approach to mesh-free modelling of transient two-phase flows // Atomization and Sprays. 2013. 23 (1). P. 47–69.
3. *Cottet G.H., Koumoutsakos P.D.* Vortex Methods: Theory and Practice // Cambridge Univ. Press, Cambridge. 2000.
4. *Дынникова Г.Я.* Лагранжев подход к решению нестационарных уравнений Навье-Стокса // ДАН. 2004. Т. 399. № 1. С. 42–46.
5. *Osipov A.N.* Lagrangian modeling of dust admixture in gas flows // Astroph. Sp. Sci. 2000. V. 274. P. 377–386.

## FULLY LAGRANGIAN APPROACH FOR MODELLING VORTEX STRUCTURES IN MULTIPHASE DISPERSED FLOWS

*N. Lebedeva*

Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow

The main goal of the study is to develop novel models and approaches for mathematical modeling of the two-phase vortex ring-like structures in 2D planar and axisymmetric geometry. Such two-phase flows are of interest in connection with the modeling different technological and nature flows. The motion of such vortex structures induces the transport, advection, mixing, and stirring of the dispersed admixture. For example, in the case of gasoline engines, the formation of spray is accompanied by formation of vortex ring-like structures that transport and mix the dispersed fuel drops [1].

The study of transient vortex multiphase dispersed flows is based on the combined fully Lagrangian method. The basic ideas of this method were formulated in [2]. The approach is based on modification and combination of Lagrangian mesh-free vortex method for Navier-Stokes equations describing the carrier phase [3–4], and the full Lagrangian method for the dispersed phase, proposed in [5]. In this case, the problem of calculation of all parameters in both phases (including admixture concentration) is reduced to the solution of a high-order system of ordinary differential equations, describing transient processes in both carrier and dispersed phases. The combined method implements the fully mesh-free modelling of the motion of both phases and makes it possible to calculate dispersed flows with regions of multiple intersections of particle trajectories, particle accumulation zones, and multi-valued particle velocity and concentration fields. The approach also allows one to study in detail local zones of particle accumulation in transient two-phase flows with different ratios of phase material densities, including aerosol or dusty-gas flows and flows of bubbly liquids or dilute suspensions.

This new approach is applied to simulate the development of two-phase vortex ring-like structures in 2D planar and axisymmetric geometry. Different regimes of transport, advection, mixing, and accumulation of the dispersed phase are investigated in detail for a wide range of

governing parameters. The comparison of the numerical results with known experimental studies and theoretical models are also performed. Various specific flow features are manifested, e.g. discontinuities and singularities in the dispersed-phase concentration, multiple intersections of particle trajectories, formation of local particle accumulation zones and ‘folds’ in the particle continuum, etc. The proposed combined Lagrangian mesh-free approach enables one to reproduce with a controlled accuracy the local flow features without excessive computational costs. The correct simulation of these flow features involves serious difficulties when conventional Eulerian or Eulerian/Lagrangian methods, described in the literature, are used.

The work is supported by the Russian Foundation for Basic Research (grants 12-01-31124, 14-01-00147) and by the program “State High School Tasks on Research” (project no. 1.370.2011.)

## References

1. *Begg S., Kaplanski F., Sazhin S.S., Hindle M., Heikal M.* Vortex ring-like structures in gasoline fuel sprays under cold-start conditions // Int. J. of Engine Research. 2009. V. 10. P. 195–214.
2. *Lebedeva N.A., Osipov A.N., Sazhin S.S.* A combined fully Lagrangian approach to mesh-free modelling of transient two-phase flows // Atomization and Sprays. 2013. 23 (1). P. 47–69.
3. *Cottet G.H., Koumoutsakos P.D.* Vortex Methods: Theory and Practice // Cambridge Univ. Press. Cambridge. 2000.
4. *Dynnikova G. Ya.* The Lagrangian approach to solving the time-dependent Navier-Stokes equations // Doklady Physics. 2004. V. 49. P. 648–652.
5. *Osipov A.N.* Lagrangian modeling of dust admixture in gas flows // Astroph. Sp. Sci. 2000. V. 274. P. 377–386.

## АВТОКОЛЕБАНИЯ В КОНВЕКЦИИ МАГНИТНОЙ НАНОЖИДКОСТИ

Г.Л. Лосев, А.А. Божко, Г.Ф. Путин, А.С. Сидоров

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Магнитные наножидкости представляют собой стабилизированные коллоидные дисперсии ферромагнетиков (средний размер частиц около 10 нм) в жидкости-носителе и являются перспективными теплоносителями в энергетике, в космических, микро- и нано-технологиях. Однако при разработке теплообменных устройств необходимо понимать и учитывать, что в магнитных жидкостях на основе углеводородов, помимо сложного состава самой жидкости-носителя, состоящей из молекул разной массы и величины, присутствуют агрегаты, включающие десятки частиц, и свободные молекулы поверхностью-активного вещества. Как показали эксперименты, на теплоперенос, конвективную устойчивость и структуру течений в магнитной наножидкости существенное влияние оказывают неоднородности плотности, которые могут индуцироваться вследствие седиментации и термодиффузии магнитных частиц и агрегатов, термодиффузионного разделения составляющих керосина и олеиновой кислоты [1–4].

В работе исследован автоволновой режим первичного термогравитационного течения в обогреваемом сбоку вертикальном слое магнитной жидкости и влияние внешнего магнитного поля на его устойчивость. Эксперименты проводились с вертикальным слоем магнитной жидкости толщиной  $6.0 \pm 0.5$  мм и размерами сторон 180 мм и 375 мм. Для визуализации течений использовалась инфракрасная камера, регистриро-

вавшая распределение поля температур на поверхности текстолитовой стенки. В опытах использовалась магнитная жидкость с плотностью  $1.44 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, динамической вязкостью  $7.66 \cdot 10^{-3}$  кг/(м·с), числом Прандтля 53, начальной магнитной восприимчивостью 2.88, намагниченностью насыщения 43 кА/м и средним размером частиц магнетита 10 нм. Магнитное поле, напряженностью до 35 кА/м, создавалось при помощи катушек Гельмгольца.

Первичное конвективное течение в вертикальном обогреваемом сбоку слое магнитной жидкости представляет собой вихрь, подъемное движение в котором происходит вблизи горячей стенки, опускное – вблизи холодной. В опытах было обнаружено формирование на фоне основного потока дополнительного вихря в нижней области слоя. Добавочный вихрь возникал и затем размывался потоком с характерным периодом около двух часов в течение нескольких недель. При наложении внешнего магнитного поля происходило разрушение дополнительного вихря, и автоколебательный режим течения сменялся термомагнитной валиковой конвекцией [5].

Причиной автоколебаний в вертикальном подогреваемом слое может являться образование неоднородностей концентрации по высоте слоя и их последующее спонтанное конвективное перемешивание. Для определения наиболее важных механизмов автоколебаний в магнитных коллоидах в настоящее время выполняются исследования с магнитной жидкостью на основе предельного углеводорода (из керосиновой фракции нефти), очищенной от свободных молекул олеиновой кислоты.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 12-08-31423.

## References

1. Путин Г. Ф. Экспериментальное исследование влияния барометрического распределения на течения ферромагнитных коллоидов // Материалы 11-го Рижского совещания по магнитной гидродинамике. Рига. 1984. Т. 3. С. 15–18.
2. Bozhko A.A., Putin G.F. Heat transfer and flow patterns in ferrofluid convection // Magnetohydrodynamics. 2003. Vol. 39. № 2. P. 147–168.
3. Bozhko A.A., Tynjala T. Influence of gravitational sedimentation of magnetic particles on ferrofluid convection in experiments and numerical simulations // J. Magn. Magn. Mater. 2005. V. 289. P. 281–285.
4. Bozhko A.A., Putin G.F., Sidorov A.S., Suslov S.A. Convection in a vertical layer of stratified magnetic fluid // Magnetohydrodynamics. 2013. V. 49. № 1. P. 143–152.
5. Bozhko A.A., Putin G.F., Sidorov A.S., Suslov S.A. Thermomagnetic convective flows in a vertical layer of ferrocolloid: Perturbation energy analysis and experimental study // Physical Review E. 2012. V. 86. 016301.

## AUTO-OSCILLATIONS IN CONVECTION OF MAGNETIC NANOFUID

G.L. Losev, A.A. Bozhko, G.F. Putin, A.S. Sidorov

Perm State University

Magnetic nanofuids are stable colloidal dispersions of ferromagnetic (average particle size of about 10 nm) in a carrier fluid and promising heat-carrier in power the industry, space, micro- and nanotechnologies. However, the design of heat exchange devices requires the considering of complex composition of magnetic nanofuids based on hydrocarbons. The carrier liquid consisting of molecules with different masses, there are aggregates composed of tens

particles and free molecules of a surfactant. As experiments shown the heat transfer, convective stability and flow structures in the magnetic nanofluids are strongly influenced by the density in homogeneity, which can be induced due to sedimentation and thermodiffusion of magnetic particles and aggregates, the thermal diffusion separation of components of kerosene and oleic acid [1–4].

The purpose of present research is the investigation of auto-oscillation regime of primary thermogravitational flow in vertical layer of magnetic nanofluid heated on one side and the influence of external magnetic field on its stability. Experiments were performed with vertical layer of magnetic fluid dimensions  $6.0 \times 180 \times 375 \text{ mm}^3$ . Temperature gradient on the layer is created by aluminum heat exchanger and free textolite side of layer. We used thermal camera to observe temperature field on surface of textolite side. Parameters of magnetic fluid are density  $1.44 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , viscosity  $7.66 \cdot 10^{-3} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ , Prandtl number 53, initial susceptibility 2.88, specific magnetism 43 kA/m and average dimension magnetic particles 10 nanometers.

Primary convective flow in a vertical layer heated side nanofluids represents a vortex with lifting movement near the hot wall and sliding – near the cold wall. The formation of additional roll on the background of the base flow in the lower part of layer has been found in experiments. Secondary vortices appear and then are eroded by stream with a characteristic period of about an hour for a few weeks. When an external magnetic field was applied the destruction of additional vortex and replacement of the auto-oscillating flow regime by thermo-magnetic roll convection [5] were observed.

The oscillations reason in a vertical layer heated laterally may be the formation of density inhomogeneities in height of layer and their subsequent spontaneous convective mixing. To determine the most important mechanisms of auto-oscillations in the magnetic colloids the follow study will be performed with magnetic fluid based on saturated hydrocarbon (kerosene fraction of crude oil) purified from the free molecules of oleic acid.

The reported study was partially supported by the Russian Foundation for Basic Research, research project No. 12-08-31423.

## References

1. *Putin G.F.* Experimental research influence of barometric distribution on flows of ferromagnetic colloids // Proceedings of the 11th meeting of the Riga on magnetohydrodynamics. Riga. 1984. V. 3. P. 15–18.
2. *Bozhko A.A., Putin G.F.* Heat transfer and flow patterns in ferrofluid convection // Magnetohydrodynamics. 2003. V. 39. № 2. P. 147–168.
3. *Bozhko A.A., Tynjala T.* Influence of gravitational sedimentation of magnetic particles on ferrofluid convection in experiments and numerical simulations // J. Magn. Magn. Mater. 2005. V. 289. P. 281–285.
4. *Bozhko A.A., Putin G.F., Sidorov A.S., Suslov S.A.* Convection in a vertical layer of stratified magnetic fluid // Magnetohydrodynamics. 2013. V. 49. №. 1. P. 143–152.
5. *Bozhko A.A., Putin G.F., Sidorov A.S., Suslov S.A.* Thermomagnetic convective flows in a vertical layer of ferrocolloid: Perturbation energy analysis and experimental study // Physical Review E. 2012. V. 86. 016301.

# О ВОЗМОЖНОСТИ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ТЕПЛООБМЕНА В КРУГЛЫХ КАНАЛАХ ПРИ НИЗКИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

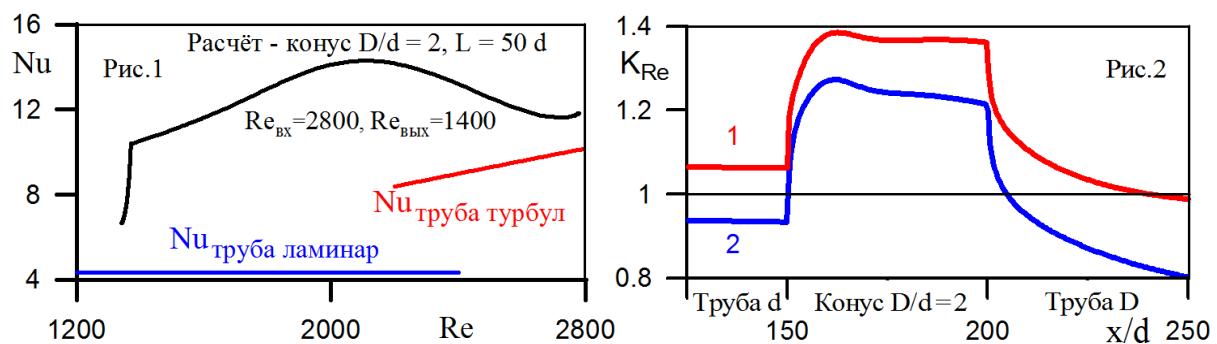
В.Г. Луцик, А.И. Решмин

НИИ механики МГУ, Москва

Повышение эффективности теплообменных аппаратов за счет интенсификации процессов теплообмена является актуальной задачей энергосбережения. К настоящему времени предложено большое количество разнообразных способов интенсификации теплообмена, обзору и анализу которых посвящена обширная литература (см., например, [1]). Как следует из [1], одним из критериев эффективности теплообмена является соотношение между теплоотдачей и гидравлическими потерями – так называемый коэффициент аналогии Рейнольдса  $K_{Re} = 8Nu/\xi Re Pr$ , где  $Nu$  – число Нуссельта (безразмерный коэффициент теплоотдачи),  $Re$ ,  $Pr$  – числа Рейнольдса и Прандтля,  $\xi$  – коэффициент гидравлического сопротивления. Известно [1], что наиболее низкий теплообмен наблюдается в газовых ( $Pr \approx 1$ ) теплообменниках при низких числах Рейнольдса. Так, для развитого турбулентного ( $Re > 10^4$ ) течения воздуха в трубах  $K_{Re} \approx 1,05 - 1,15$ , а для ламинарного ( $Re < 2000$ ) течения с постоянным тепловым потоком в стенку –  $K_{Re} \approx 0,78$ .

Проведенные экспериментальные и расчетные исследования течения в круглом коническом безотрывном диффузоре с малым углом раскрытия, показали сильное влияние расширения на режим течения. Измерения, проведенные в потоке воздуха в выходном сечении диффузора с углом наклона образующей 0.3 градуса и длиной 70 входных диаметров, показали, что при числах Рейнольдса  $Re > 1300$  в таком диффузоре может формироваться развитое турбулентное течение [2]. Измеренные профили скорости и напряжений Рейнольдса хорошо согласуются с расчетами, выполненными с использованием трехпараметрической дифференциальной модели турбулентности [3]. При этом напряжения Рейнольдса в диффузоре были заметно выше, чем в круглой трубе при тех же числах Рейнольдса. Это позволило предположить, что использование в теплообменных аппаратах слабо расширяющихся каналов вместо круглых труб постоянного сечения может привести к более интенсивному теплообмену.

Рассмотрена возможность интенсификации теплообмена в коническом расширяющемся канале с гидравлически гладкой поверхностью, обеспечивающей минимальные гидравлические потери; теплоноситель – газ с числом Прандтля  $Pr = 0.7$ . Ниже представлены результаты численного моделирования теплообмена с использованием трехпараметрической дифференциальной модели турбулентности [3], дополненной уравнением переноса для турбулентного потока тепла [4].



При тепловом потоке в стенку канала  $100 \text{ Вт}/\text{м}^2$  число Нуссельта на участке расширения канала примерно в полтора раза выше, чем в круглой трубе при турбулентном

течении для тех же чисел Рейнольдса. Для  $1300 < Re < 2000$ , когда в трубе реализуется только ламинарное течение, значения Nu в расширяющемся канале в несколько раз превышают соответствующие значения для трубы (рис.1).

Расчеты для участка расширения канала (рис.2 – линия 1:  $Re=10^4$  на входе –  $5 \cdot 10^3$  на выходе, линия 2:  $Re=2800$  – 1400) показали, что коэффициент аналогии Рейнольдса примерно в полтора раза выше, чем на цилиндрических участках. На участке расширения может иметь место положительный градиент давления, что также улучшает эффективность теплообменного аппарата.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 013-08-00084).

### Литература

1. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Конн И.З., Мякочин А.С. Эффективные поверхности теплообмена // М.: Энергоатомиздат. 1998.
2. Реимин А.И., Тепловодский С.Х., Трифонов В.В. Турбулентное течение в круглом безотрывном диффузоре при числах Рейнольдса меньших 2000 // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 2. С. 121–130.
3. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978 № 3. С. 13–25.
4. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Уравнение переноса для турбулентного потока тепла. Расчет теплообмена в трубе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 42–50.

## THE POSSIBILITY OF INTENSIFICATION OF HEAT TRANSFER IN ROUND CHANNELS AT LOW REYNOLDS NUMBERS

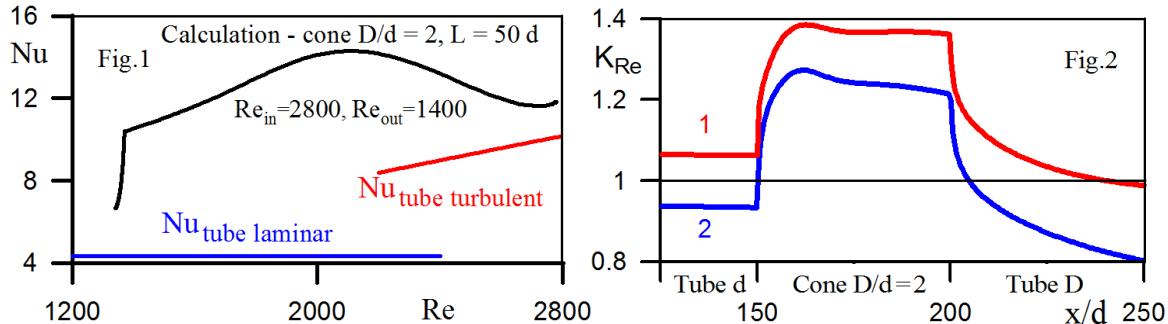
V.G. Lushchik, A.I. Reshmin

LMSU Institute of Mechanics

Improving the efficiency of heat exchangers due to the intensification of heat transfer processes is an important task of energy saving. To date, proposed a wide variety of ways of intensification of heat exchange, review and analysis of which is devoted to the extensive literature (see, for example, [1]). As it follows from [1], one of the criteria of the heat exchange efficiency is the ratio between the heat transfer and hydraulic loss – the so-called Reynolds analogy factor  $K_{Re} = 8Nu/\xi RePr$ , where Nu - Nusselt number (dimensionless heat transfer coefficient), Re, Pr – numbers of Reynolds and Prandtl,  $\xi$  – coefficient of hydraulic resistance. It is known [1], that the most low heat exchange is observed in the gas ( $Pr \approx 1$ ) heat exchangers at low Reynolds numbers. So, for developed turbulent ( $Re > 10^4$ ) air flow in pipes  $K_{Re}$  is about 1.05 to 1.15, and for laminar ( $Re < 2000$ ) flow with a constant heat flux in the wall,  $K_{Re} \approx 0.78$ .

The experimental and computational studies of flow in a circular conical diffuser unseparated with small angle showed a strong influence of the channel expansion on the flow regime. Measurements carried out in an air stream at the outlet section of the diffuser with an angle of inclination of the generatrix of 0.3 degrees and a length of 70 diameters input showed that for Reynolds numbers  $Re > 1300$  in a diffuser can be formed developed turbulent flow [2]. The measured velocity profiles and Reynolds stresses are in good agreement with calculations using a three-parameter differential turbulence model [3]. In this case the turbulent stresses in the diffuser was significantly higher than in a circular tube with the same Reynolds numbers. This suggested that the use of heat exchangers with weakly expanding channels instead of round pipes of constant cross section can lead to more intense heat transfer.

Considered the possibility of enhancement of heat transfer in a conical divergent channel with a hydraulically smooth surface, ensuring minimum friction loss; coolant - a gas with Prandtl number  $\text{Pr}=0.7$ . Below are the results of numerical modeling of heat transfer using a three-parameter differential turbulence model [3], supplemented by the transport equation for the turbulent heat flux [4].



When the value of the heat flow on the channel wall is  $100 \text{ W/m}^2$ , the Nusselt number for the expanding section of the channel, approximately one and a half times higher than in a circular tube with a turbulent flow for the same Reynolds number. For  $1300 < \text{Re} < 2000$ , when in the tube only laminar flow is realized, Nu numbers in an expanding channel is several times higher than the corresponding values for the pipe (Fig. 1).

Calculations for the channel extension area (Fig. 2 – Line 1:  $\text{Re} = 10^4$  for input -  $5 \cdot 10^3$  at the output. Line 2:  $\text{Re} = 2800 - 1400$ ) showed that the Reynolds analogy factor in about a half times higher than in the cylindrical portions. On the extension portion may be a positive pressure gradient, which also improves the efficiency of the heat exchanger.

This work was supported by RFBR (№ 013-08-00084).

## References

1. Kalinin E.K., Dreitser G.A., Kopp I.Z., Myakotchin A.S. Effective heat transfer surface // M. Energoatomizdat. 1998.
2. Reshmin A.I., Teplovodskii C.Kh., Trifonov V.V. Turbulent flow in a circular separationless diffuser at Reynolds number smaller than 2000 // Fluid Dynamics 46 (2). 278. 2011.
3. Lushchik V.G., Paveliev A.A., Yakubenko A.E. Three-parameter model of shear turbulence // Fluid Dynamics. 1978. 13(3). 350.
4. Lushchik V.G., Paveliev A.A., Yakubenko A.E. Transfer equation for turbulent heat flux. Calculation of heat exchange in a pipe // Fluid Dynamics 23 (6). 1988. 835.

## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В УЗКОМ КОАКСИАЛЬНОМ ЗАЗОРЕ

E.C. Мазунина, Д.П. Утробин

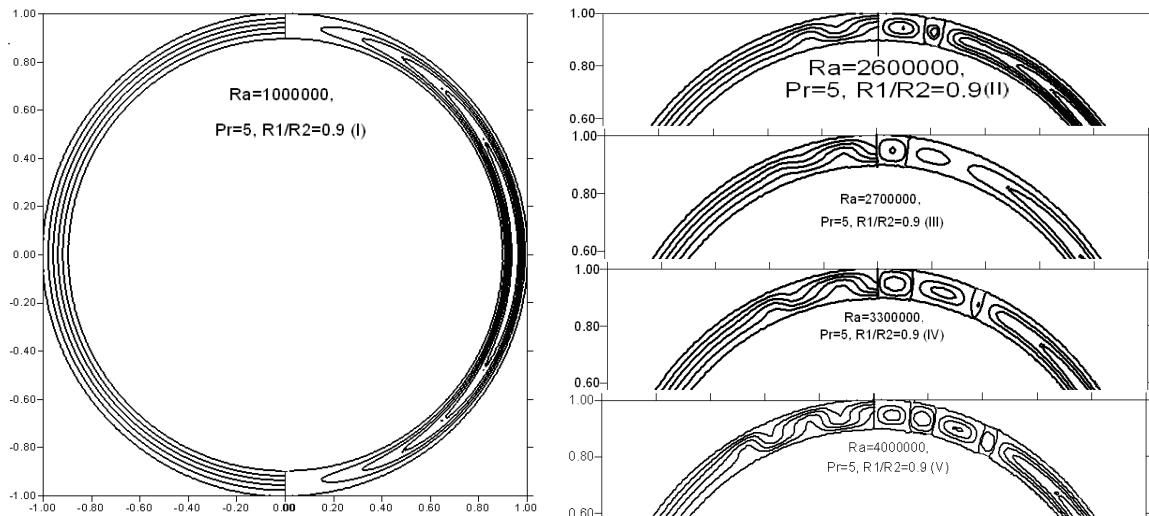
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Целью данной работы является изучение конвекции вязкой несжимаемой жидкости находящейся в горизонтальном цилиндрическом зазоре. Поверхности цилиндров твердые, изотермические и имеют разную температуру. Температура внутреннего цилиндра больше, чем внешнего.

Исследованиям конвекции в таком коаксиальном зазоре посвящены работы [1 – 3]. Движение жидкости при малых числах Релея имеет форму двух симметричных серповидных вихрей относительно вертикального диаметра. Вдоль горячей стенки поток жидкости поднимается вверх, вдоль холодной опускается вниз.

При численном решении задачи использовались нелинейные уравнения для момента импульса и температуры в полярной системе координат [1]. Система уравнений и граничных условий имеет три безразмерных параметра: число Релея, число Прандтля и отношение радиусов цилиндров. Расчет проведен с помощью схемы Кранка-Николсона на половине области. Были получены поля функции тока и температуры для разных значений числа Релея при числе Прандтля равном 5 и  $R_1/R_2 = 0.9$ .

Конвекция возникает при любом числе Релея отличном от нуля. В рассматриваемом диапазоне значений числа Релея движение жидкости абсолютно симметрично относительно вертикальной оси. Слева расположен положительный вихрь, справа – отрицательный (стационарный режим I). Функция тока вихрей увеличивается по степенному закону. В верхней части зазора формируется конвективный факел. При  $Ra > 2.2 \cdot 10^6$  в верхней части слоя формируются две пары дополнительных вихрей противоположной закрутки, конвективный факел остается (стационарный режим II). При дальнейшем увеличении значений числа Релея обнаружен еще один стационарный режим, при котором в верхней части слоя образуются два вихря противоположной закрутки и конвективный факел в верхней части исчезает (стационарный режим III). При еще больших числах Релея наблюдаются два колебательных режима, при которых в процессе движения меняется количество вихрей в верхней части зазора (колебательные режимы IV и V). Диапазоны чисел Релея существования конвективных режимов существенно перекрываются.



## Литература

- Чернатынский В.И. Численное исследование конвекции в зазоре между горизонтальными коаксиальными цилиндрами. // Гидродинамика. Вып. VIII: сб.статей.–Пермь. 1976. С.84–92.
- Иванова А.А. Вибрационная механика неоднородных гидродинамических систем. Экспериментальное исследование // Дисс. доктора физ.-мат. наук. Пермь: ПГУ. 2000. С. 24–40.

3. Mizushima J., Hayashi S., Adachi T. Transitions of natural convection in a horizontal annulus. // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2001. V. 44. P. 1249–1257.

## ABOUT THE STABILITY OF CONVECTIVE FLOW IN A NARROW COAXIAL GAP

*E.S. Mazunina, D.P. Utrobin*

Perm state pedagogical university, Perm

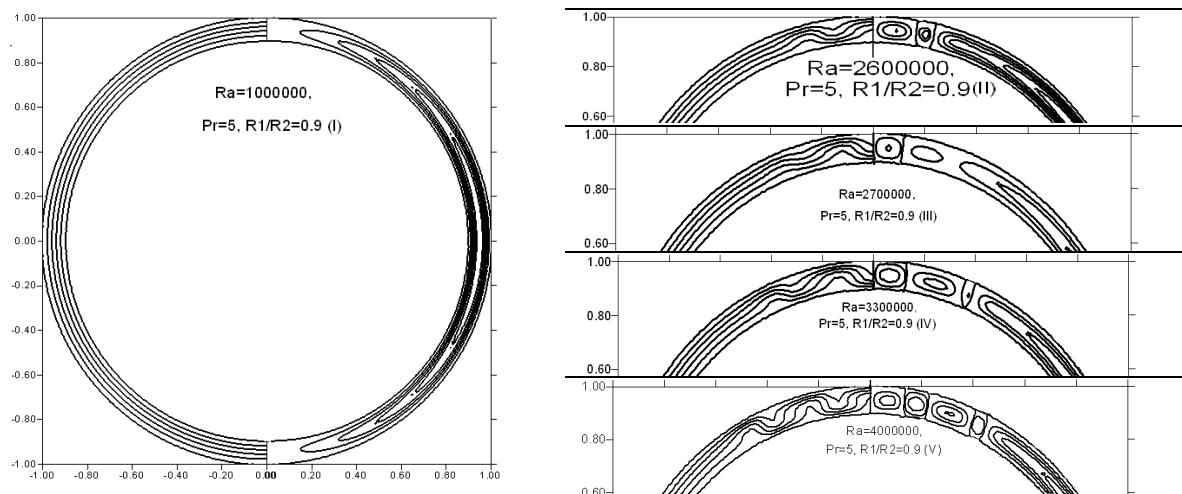
The purpose of this work is the convection study of incompressible viscous liquid in the horizontal cylindrical gap. The surface of the cylinder is solid, insulated and has a different temperature. The temperature of the inner cylinder is more than external one.

Works [1–3] are dedicated to research convection in such a coaxial gap. Fluid movement at small Rayleigh numbers has the shape of two sickle-shaped symmetric vortices about a vertical diameter. Along the hot wall fluid flow rises up, along the cold goes down.

Nonlinear equations for the momentum of impulse and temperature in the polar coordinate system are used in the numerical solution. The system of equations and boundary conditions has three dimensionless parameters: Rayleigh number, Prandtl number, the ratio of the radii of the cylinders.

The calculation is done using the implicit difference scheme in the half of the field. Streamline and isothermal patterns were obtained for different values of the Rayleigh number when Prandtl number equals to 5 and  $R_1/R_2 = 0.9$ .

Convection occurs when any number of Rayleigh other than zero. At small numbers of Raleigh in the gap two symmetric of the vortexes about the vertical axis are formed (stationary regime I). A function of stream increases exponentially. At  $Ra > 2.2 \cdot 10^6$  at the top of the layer two pairs of additional vortices opposite spin are formed, thermal plume remains (stationary regime II). With further increase of the values of the Rayleigh number another stationary regime is found according to at the top of the layer two vortexes opposite spin and thermal plume at the top disappears. When Rayleigh number become higher two oscillation regimes were discovered, during the period of oscillation the number of vortices in the upper part of the gap changed (oscillation regimes IV и V). Rayleigh number ranges of existence of convective regimes overlap are significantly.



## References

1. Чернатаинский В.И. Численное исследование конвекции в зазоре между горизонтальными коаксиальными цилиндрами // Гидродинамика. Вып. VIII: сб. статей. Пермь. 1976. С. 84–92.
2. Иванова А.А. Вибрационная механика неоднородных гидродинамических систем. Экспериментальное исследование // Дисс. доктора физ.-мат. наук. Пермь: ПГУ. 2000. С. 24–40.
3. Mizushima J., Hayashi S., Adachi T. Transitions of natural convection in a horizontal annulus // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2001. V. 44. P. 1249–1257.

## ВЛИЯНИЕ ЧИСЛА ПРАНДТЛЯ НА ТЕПЛООБМЕН И ТРЕНИЕ ПРИ ТЕЧЕНИИ ГАЗА В ТРУБЕ

M.C. Макарова

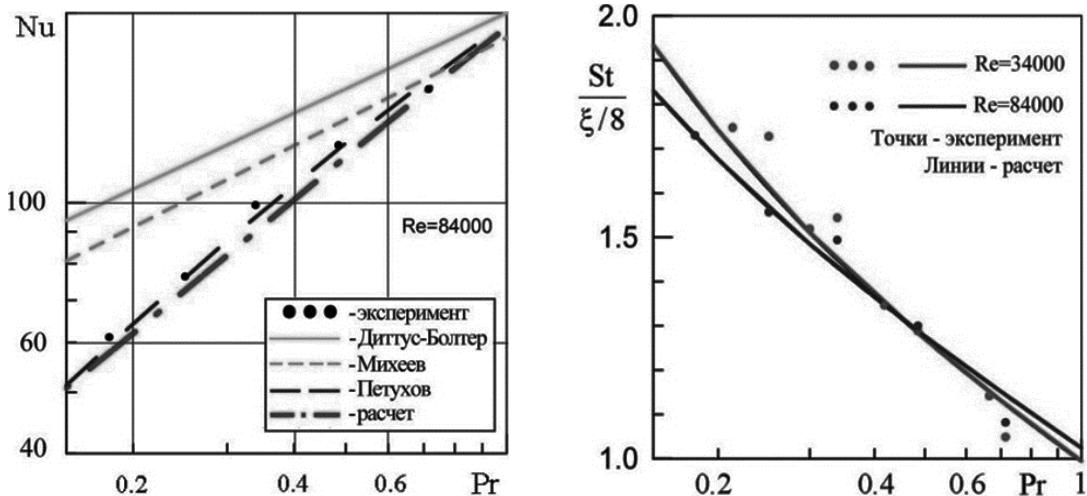
НИИ механики МГУ, Москва

Для теплообменных аппаратов основными показателями эффективности являются число Нуссельта  $Nu$  (безразмерный аналог коэффициента теплоотдачи) и коэффициент аналогии Рейнольдса  $St/(\xi/8)$  ( $St$  – число Стентона,  $\xi$  – коэффициент трения в трубе). Поскольку экспериментальные данные для зависимости этих величин от числа Рейнольдса и интенсивности отсоса малочисленны, целью работы явилось установление такой зависимости расчетным путем с использованием дифференциальной модели турбулентности. Задача решалась в следующей постановке. Уравнения неразрывности, движения и энергии, описывающие течение и теплообмен в круглой трубе в приближении узкого канала, приведены в [1]. В расчетах использована трехпараметрическая модель турбулентности, предложенная в работах [2,3]. В модели уравнения переноса записаны для энергии турбулентности  $E = \Sigma < u_i'^2 >$ , напряжения сдвига  $\tau = - < u'v' >$  и величины  $\omega = E / L^2$  содержащей поперечный интегральный масштаб турбулентности  $L$ . Эта модель дополнена уравнением переноса для величины турбулентного потока тепла [2].

На приведенном рисунке показано, что эмпирические зависимости Диттуса-Болтера и Михеева при значениях числа Прандтля  $Pr < 0.6$  не соответствуют экспериментальным данным [4] в отличие от зависимости Петухова-Кириллова и расчетной зависимости настоящей работы. Отличие для двух последних от экспериментальных данных не превосходит погрешности эксперимента [4], которая составляет  $\pm 5\text{--}8\%$ . Расчетные данные по коэффициенту аналогии Рейнольдса также вполне удовлетворительно согласуются с экспериментом (см. рисунок).

Установлено, что при слабом отсосе, как при постоянной, так и при убывающей (пропорционально числу Рейнольдса) по длине интенсивности отсоса, профили скорости становятся более наполненными, интенсивность турбулентности в большей части сечения трубы уменьшается, а на оси трубы она сначала возрастает, а затем убывает по длине. При сильном постоянном по длине отсосе с ростом интенсивности отсоса профили скорости вытягиваются, интенсивность турбулентности возрастает, т.е. имеет место турбулизация потока. При этом средняя по сечению скорость потока (число Рейнольдса) существенно падает. С увеличением интенсивности отсоса на стенке профили скорости и температуры, а теплоотдача растет. Коэффициент аналогии Рейнольдса с

увеличением параметра  $j_w$  выходит на постоянное значение, отличающееся от единицы и не зависящее от значения молекулярного числа Прандтля потока.



Полученные результаты численного исследования в основном соответствуют экспериментальным данным, однако для достижения лучшего согласования с экспериментом необходимо учесть ряд особенностей экспериментов, в частности, значительную шероховатость стенок трубы, условия на входе в участок отсоса и др. Поэтому, ввиду значительного числа параметров задачи, представление результатов в виде обобщенных критериальных зависимостей затруднительно и до настоящего времени отсутствует.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (№№ 13-08-00084-а, 14-08-31624) и Совета по грантам Президента РФ (СП-3874.2013.1).

### Литература

1. Луцик В.Г., Якубенко А.Е. Дифференциальная модель турбулентности: численное исследование смешанной конвекции в вертикальных трубах // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 2. С. 73–86.
2. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 3. С. 13–25.
3. Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Уравнение переноса для турбулентного потока тепла. Расчет теплообмена в трубе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 42–50.
4. McEligot D.M., Taylor M.F. The turbulent Prandtl number in the near-wall region for low-Prandtl-number gas mixtures // Int. J. Heat Mass Transfer. 1996. V. 39. № 6. P. 1287–1295. [april27\\_86@mail.ru](mailto:april27_86@mail.ru)

## ТЕЧЕНИЕ МЕЖДУ ВРАЩАЮЩИМИСЯ ЦИЛИНДРАМИ РАЗНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

*Ф.А. Максимов*

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

Представлены результаты численного моделирования трехмерного течения вязкого газа между вращающимися цилиндрами, имеющими разную температуру. Рассмат-

ривается случай, когда внешний цилиндр нагрет, а, следовательно, газ около его поверхности имеет меньшую плотность. Из-за действия центробежной силы в системе вращающихся цилиндров будет развиваться неустойчивость Релея-Тейлора.

Геометрия задачи: радиус внешнего цилиндра в два раза больше радиуса  $R$  внутреннего цилиндра, вращающегося с угловой скоростью  $\omega$ . Число Рейнольдса определяется выражением  $Re = \omega \cdot R \cdot (2R - R)/\nu$ , где  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости. Критическое число  $Re$  при котором течение Куэтта перестраивается в течение вихрями Тейлора для рассматриваемой геометрии [1] составляет приблизительно  $Re^* \approx 70$ . Для образования неустойчивости Релея-Тейлора температура внешнего цилиндра задавалась в два раза выше температуры внутреннего цилиндра. Решение получается методом установления либо из состояния покоя с разрывом по скорости на стенках вращающихся цилиндров, либо из близкого по условиям состояния. Метод моделирования и некоторые результаты исследований течений между вращающимися цилиндрами приведены в [2]. В данных расчетах для того, чтобы уменьшить область расчета (а, соответственно, уменьшить необходимое число узлов расчетной сетки) и исключить краевые эффекты, дополнительно использовалось условие периодичности по длине цилиндров [3]. Размер периодичности полагался равным 2. Приведенные ниже результаты получены на сетке  $361 \times 57 \times 57$  узлов (361 узлов в окружном направлении). Скорость

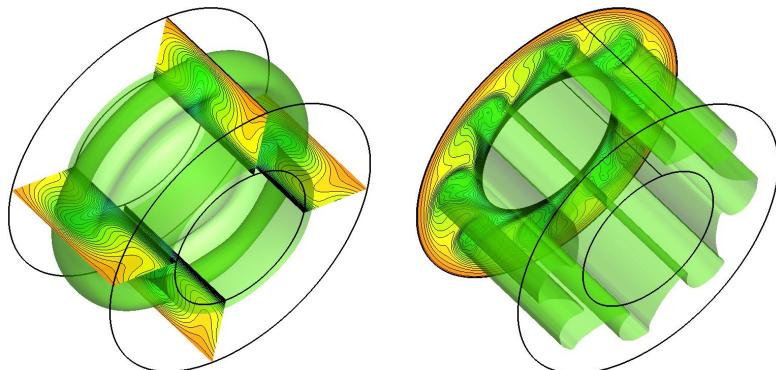


Рис.1

Рис.2

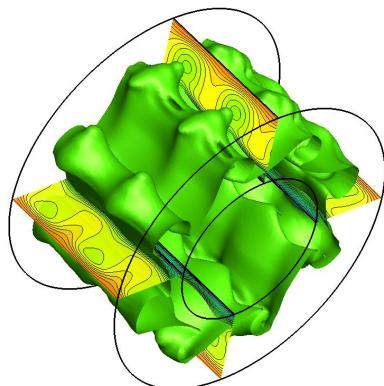


Рис.3

вращения внутреннего цилиндра задавалась такой, чтобы линейная скорость частиц на поверхности цилиндра была дозвуковой ( $M=0.1$ ). В качестве переменных параметров, которые полностью доопределяют условия расчета, является число  $Re$  и отношение к скорости на внешнем цилиндре к скорости на внутреннем цилиндре.

По результатам расчетов при невысоких числах  $Re$  получено 4 режима регулярного течения. Первый режим – плоское течение типа Куэтта, реализуется при достаточно малых числах  $Re$ . Второй режим – течение с вихрями Тейлора, реализуется при достаточно малой скорости вращения внешнего цилиндра (рис.1,  $Re=300$ ,  $k=0.5$ ). Третий режим - плоское течение, вызванное перепадом температур между цилиндрами, в виде волн поперек направления движения (рис.2,  $Re=300$ ,  $k=1.0$ ). Четвертый режим является объединяющим второй и третий режимы, содержит как вихри Тейлора, расположенные вдоль направления движения, так и "тепловые" волны, расположенные поперек движения (рис.3,  $Re=400$ ,  $k=1.0$ ). Режимы 2–4 продемонстрированы на рис.1–3 поверхностью постоянной плотности и изолиниями в некоторых характерных сечениях.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-08-01229). Расчеты проводились на МВС-100К МСЦ РАН.

### Литература

1. *Donnelly R.J.* Experiments on the stability of viscous flow between rotating cylinders // Proceedings of Royal Society. Ser. A. № 1246. 1958. V. 246. P. 312–325.
2. *Максимов Ф.А., Шевелев Ю.Д.* Моделирование течений вязкого газа между вращающимися цилиндрами // Супервычисления и математическое моделирование. Тр. XIII межд.семинара. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ». 2012. С. 339–349.
3. *Максимов Ф.А., Шевелев Ю.Д.* Моделирование течения между бесконечными цилиндрами с условием периодичности на границах // Сб. «Фундаментальные основы баллистического проектирования. - 2012». Т. 1. СПб.: БГТУ. 2012. С. 35–38.

## ГЕНЕРАЦИЯ СПИРАЛЬНО-ВИНТОВОГО ДВИЖЕНИЯ В ПРОВОДЯЩИХ ЖИДКОСТЯХ

*О.В. Митрофанова, К.С. Закарян*

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Важной особенностью вихревого движения в электропроводных средах, находящихся во внешнем магнитном поле, является возникновение магнитогидродинамических эффектов, приводящих к появлению крупномасштабных флюктуаций индуцированного магнитного поля и так называемому альфа-эффекту (динамо-эффекту) [1].

Задачей настоящего исследования являлось изучение взаимовлияния трех факторов в проводящей жидкости: постоянного магнитного поля, электрического поля и за jaki потока. Наличие двух из трех упомянутых условий приводит к появлению третьего. Программа проведения исследований включала в себя создание экспериментальной установки, выбор электролита в качестве модельной жидкости, разработку методики измерений и визуализацию процессов вихреобразования. Постоянное магнитное поле создавалось посредством размещения магнита в форме шара в центре емкости с электролитом, в качестве которого была выбрана уксусная кислота. Двумя электродами, на которые подавалось электрическое напряжение? были сам шар и подвижный цилиндрический щуп с возможностью изменения угла подвода к постоянному магниту. В результате протекания постоянного тока в жидкости вокруг подвижного электрода наблюдались образование вложенных восходяще-нисходящих спиральных вихревых структур сложной конфигурации. Фрагмент визуализации такого течения представлен на рисунке 1.



Рис. 1. Визуализированная картина вихревого движения.

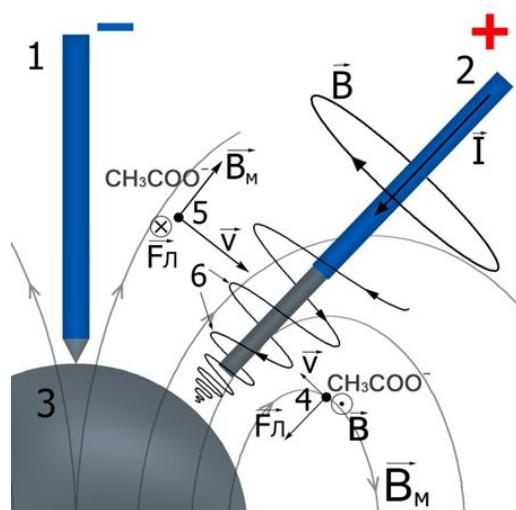


Рис. 2. Схема модели вихреобразования.

На основе проведенных исследований была предложена физическая модель наблюдаемого эффекта вихреобразования. На рисунке 2 показаны направления сил, действующих на заряды в растворе, а также траектория движения жидкости, при рассмотренной взаимной ориентации силовых линий магнитного и электрического полей. В электропроводных средах (растворы солей, кислот и т.д.) присутствуют положительно и отрицательно заряженные ионы. В состоянии термодинамического равновесия при равном количестве ионов противоположного знака можно говорить о присутствии в растворе электрических диполей, магнитные дипольные моменты которых хаотически ориентированы в пространстве. При этом в среде нельзя выделить суммарный дипольный момент. При пропускании электрического тока в жидкости под воздействием электромагнитных сил диполи начинают упорядоченное движение, ориентируясь определенным образом и создавая суммарный магнитный момент в жидкой среде, что, в конечном счете, приводит к появлению механического момента и закрутке жидкости. Таким образом, физический процесс вихреобразования в электропроводной среде может быть описан следующим сценарием. Направленное движение электрических зарядов или наличие токов в электродах индуцирует магнитное поле. Благодаря индуцированному магнитному полю возникает упорядоченное движение электрических диполей, образованных разноименными зарядами. Это является основным механизмом создания макроскопического вращения потока жидкости за счет действия механического момента сил, связанного с наличием суммарного магнитного дипольного момента.

Работа выполнена при поддержке Программы по развитию системы ведущих научных школ: НШ-878.2012.8, гранта РФФИ 13-08-00020-а, ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России».

### Литература

1. Кирко И.М. Кирко Г.Е. Магнитная гидродинамика. Современное виденье проблем // М.: Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». Ижевский институт компьютерных исследований. 2009. 632 с.

# GENERATION OF HELICAL-VORTEX MOTION IN CONDUCTIVE LIQUIDS

O.V. Mitrofanova, K.S. Zakaryan

National Nuclear Research University "MEPHI"

An important peculiarity for conductive media placed in external magnetic field is an appearance of magneto-hydrodynamic (MHD) effects. These effects lead to generation of large-scale fluctuations of induced magnetic field and to so-called alfa-effect (dynamo-effect) [1].

The main purpose of the present investigation is a study of interaction of three factors available in conductive fluid: constant magnetic field, electric field and swirling of a flow. Presence two of the three above-mentioned factors lead to appearance of the third. Investigation program includes making of experimental setup, choice of electrolyte as a modeling liquid, elaboration of testing procedure and visualization of vortex formation process. Constant magnetic field was created by means of location of sphere-shape magnet in the centre of a tank with electrolyte. For obtaining of the most precise visualization picture acetic acid was chosen as conductive medium. There were two electrodes under electrical voltage: spherical magnet itself and mobile cylindrical probe having the opportunity to change an angle between probe direction and magnetic axis of sphere. Formation of complicated closed helical vortex structures was visualized in the liquid around moving probe during the passing of electric current. The picture of such flow is shown in Fig. 1.



Fig. 1. The visualized picture of vortex motion

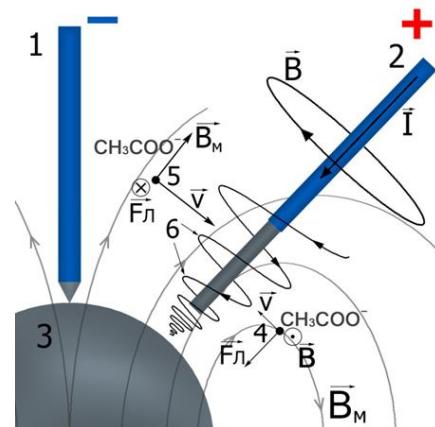


Fig. 2. Scheme of vortex formation model

On the base of obtained experimental results the physical model of the observed effect was proposed. Fig. 2 illustrates the scheme of forces acted on the charges and direction of screw flow of conductive liquid for established configuration of magnetic and electrical fields. There are positive and negative ions in conductive media (solutions of salts and acids, etc). Under condition of thermodynamic equilibrium for equal number of ions with opposite signs it may be supposed that solution contains electrical dipoles which have magnetic moments of arbitrary orientation. For this case a total magnetic (dipole) moment in the medium is absent. During the passing of electric current through liquid dipoles begin ordered motion, get orientation and create the total magnetic moment. In one's turn summarized magnetic moment in the liquid medium leads to appearance of torque and to the swirl of liquid. Thus, the process of vortex formation in conductive medium may be described as following. The directed motion of electrical charges in electrolyte or the presence electrical currents in electrodes induces

the magnetic field. Due to induced magnetic field the ordered motion of electrical dipoles contained by unlike charges arises. That is the primary mechanism for appearance of macroscopic swirl of liquid flow owing to action of mechanical torque connected with availability of total magnetic moment.

The work was done with support of the Russian Basic Research Foundation (grant 13-08-00020-a), the Program of development of a system of leading Scientific Schools: NSH-878.2012.8 and Russian Federal Program FCP “Scientific and scientific-teaching staffs of innovative Russia”.

## References

1. Kirkko I.M., Kirkko G.E. “Magnetic hydrodynamics. Modern vision on problems” // M. Izhevsk. NIC Research Center «Regular and chaotic dynamics». Izhevsk Institute of computer researches. 2009. 632 p.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИХРЕВОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ В ТРЕХМЕРНОМ ТЕЧЕНИИ ГАРТМАНА

*О.В. Митрофанова, Г.Д. Подзоров*

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

Проведено численное моделирование вихревого течения жидкостного теплоносителя в цилиндрическом канале с вихревым генератором, выполненным в виде гиба. При расчете использовался программный пакет ANSYS Fluent. Движение жидкости рассматривалось при наложении поперечного магнитного поля для турбулентного режима течения при числе Рейнольдса  $Re=0,8 \cdot 10^6$ . Для уравнений гидромеханики использовалась модель турбулентности k-omega SST. При расчете магнитного поля использовался магнитогидродинамический модуль MHD. Внешнее магнитное поле  $B=0.01$  Тл было направлено по оси Z перпендикулярно плоскости гиба. Для индуцируемого магнитного поля на стенах ставилось граничное условие изоляции. В данном случае, поскольку число Альфвена имеет малое значение  $Al = 7.6 \cdot 10^{-4}$ , электромагнитные силы не оказывают влияния на гидродинамику и уравнение магнитного поля в стационарном режиме можно решать после решения уравнений гидродинамики. В этих условиях поле скоростей не зависит от ориентации магнитного поля.

В результате моделирования определены зоны наибольшей интенсивности индуцированного магнитного поля для рассматриваемых случаев трехмерного течения Гартмана.

На рис. 1 представлена расчетная сетка, состоящая из 645933 элементов. Получены пространственные распределения полей скоростей, давления и магнитной индукции с учётом расположения источника возмущения потока.

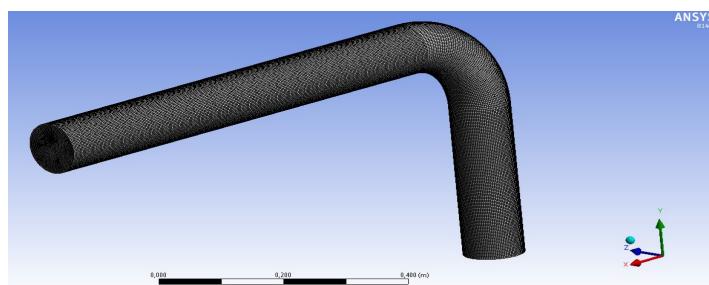


Рис.1. Расчетная сетка

На рис. 2 представлены распределения спиральности (скалярного произведения локальных компонент скорости и завихренности потока  $H = (\vec{u} \cdot \vec{\omega})$  [1]) и составляющих индуцируемого магнитного поля в потоке натрия на расстоянии трех калибров от выхода из гиба при наложении поперечного магнитного поля  $B_z = 0,01$  Тл. Распределение составляющей магнитной индукции  $B_x$  наиболее близко коррелирует с распределением спиральности  $H$ .

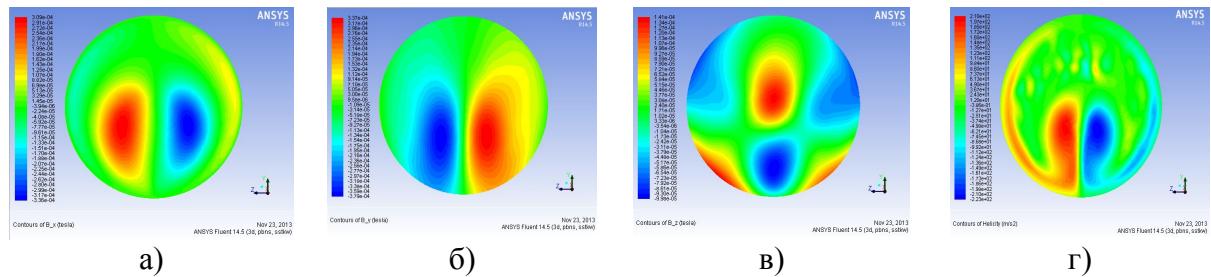


Рис. 2. Распределения компонент магнитной индукции и спиральности на расстоянии трех калибров от выхода из гиба: а) составляющая магнитной индукции  $B_x$ ; б) составляющая магнитной индукции  $B_y$ ; в) составляющая магнитной индукции  $B_z$ ; г) распределение спиральности  $H$  [1]

Работа выполнена при поддержке Программы по развитию системы ведущих научных школ: НШ-878.2012.8, гранта РФФИ 13-08-00020-а, ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России».

### Литература

1. Митрофанова О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерно-энергетических установок // М.: ФИЗМАТЛИТ. 2010. 288 с.

## MODELLING OF VORTEX AND MAGNETIC FIELDS IN HARTMANN'S THREE-DIMENSIONAL FLOW

O.V. Mitrofanova, G.D. Podzorov

National Research Nuclear University “MEPhI”, Moscow

Numerical modeling of a vortex flow of the liquid metal coolant in the cylindrical channel with the vortex generator, which was executed as a tube bend, was made. The software package of ANSYS Fluent was used for the calculations. Movement of a liquid metal was considered under condition of external magnetic field for the turbulent flow of sodium at Reynolds number  $Re=0.8 \cdot 10^6$ . For solution of hydromechanics equations the turbulence model k–omega SST was used. The magneto-hydrodynamic (MHD) module was applied for computation of the induced magnetic field. The external magnetic field of a magnetic field strength  $B_{z0} = 0.01$  T was directed along axis Z perpendicular to the plane of a bend. For an induced magnetic field on walls there was the boundary condition of isolation. In this case, as Alfvén number has small value, electromagnetic forces have no influence on hydrodynamics and it is possible to solve the equation of a magnetic field in a stationary mode after the solution of the equations of hydrodynamics. At these conditions the field of velocity doesn't depend on orientation of a magnetic field. As a result of modeling, zones of the highest intensity

of the induced magnetic field for considered cases of a Hartmann's three-dimensional flow were defined. The grid consisting of 645933 elements is presented on fig. 1.

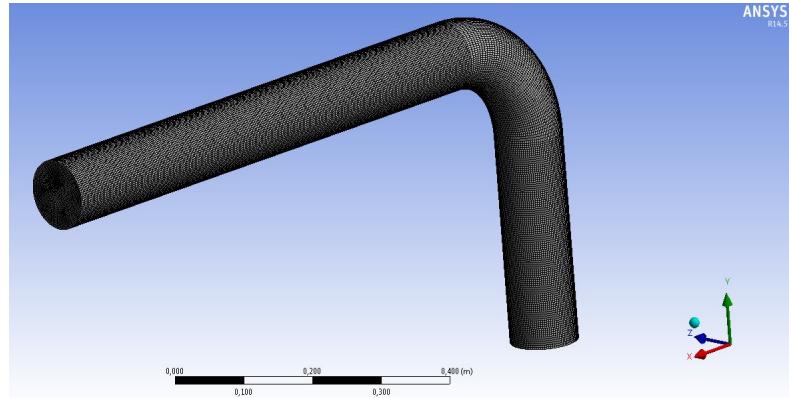


Fig.1. Grid for the calculations

Spatial distributions of fields of velocity, pressure and magnetic induction, taking into account an arrangement of a source of a flow disturbance, were received.

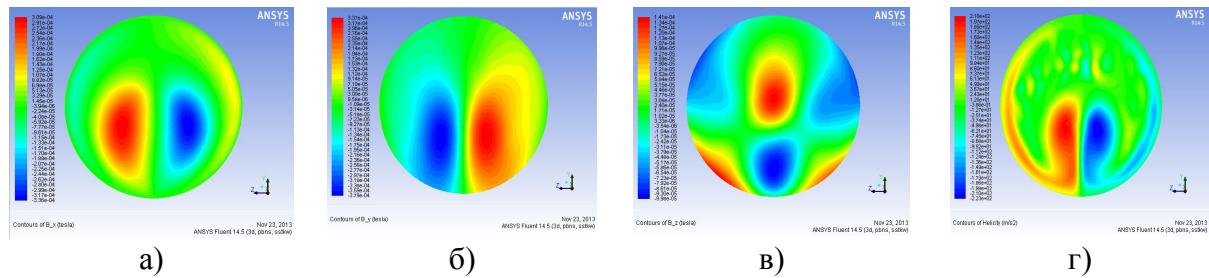


Fig. 2. Distributions of components of an induced magnetic field and helicity on the length equal to 3 units from an exit of the bend: a)  $B_x$  component of magnetic induction; b)  $B_y$  component of magnetic induction; c)  $B_z$  component of magnetic induction; d) distribution of helicity  $H$  [1].

Distributions of helicity (a scalar product of local components of velocity and vorticity of a flow  $H = (\vec{u} \cdot \vec{\omega})$  [1]) and components of the induced magnetic field in the sodium flow at the distance of three calibers (units) from the exit of the bend are presented on fig. 2 under condition of the overlaid external magnetic field  $B_{z0} = 0.01$  T. Distribution of a component of magnetic induction  $B_x$  most close correlates with distribution of helicity  $H$ .

The work was done with support of the Russian Basic Research Foundation (grant 13-08-00020-a), the Program of development of a system of leading Scientific Schools: NSH-878.2012.8 and Russian Federal Program FCP “Scientific and scientific-teaching staffs of innovative Russia”.

## References

1. *Mitrofanova O.V. Hydrodynamics and Heat Transfer of Swirl Flows in Channels of Nuclear Power Installations // Fizmatlit. Moscow. 2010. 288 p.*

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ БАЛАНС ПРИ ГЕНЕРАЦИИ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ИМПАКТНОМ ЗАКРУЧЕННОМ ТЕЧЕНИИ

O.B. Митрофанова, И.Г. Поздеева

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

Работа посвящена исследованию импактного закрученного течения в акустическом поле. Генерация акустических колебаний, связанных с образованием вихревых структур, сопровождает большинство гидродинамических процессов. Крупномасштабные вихреобразования, как правило, способствуют сосредоточению больших энергий в относительно малых объемах, поэтому возникновение подобных структур может быть чревато негативными последствиями.

В настоящей работе на основании использования акустического метода и различных способов визуализации вихревой структуры потока выявлены топологические особенности закрученного импактного течения и исследовано влияние геометрических и режимных параметров гидромеханической системы на генерацию звуковых колебаний. В экспериментах с истечением импактного закрученного потока из вихревой камеры [1] по измеренным амплитудно-частотным характеристикам акустических колебаний вихревого течения оценена энергия звуковой волны. Рассмотрен энергетический баланс для двух режимов течения: докритического (режим №1 на рис. 1) при отсутствии совпадения частот вихревого движения с собственными частотами гидромеханической системы, и критического (режим №2 на рис. 1), соответствующего условию резонанса.

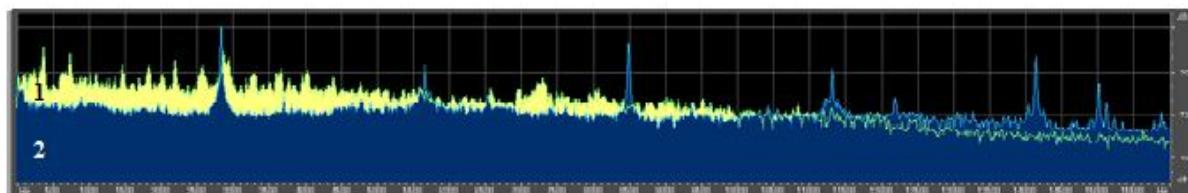


Рис. 1. Амплитудно-частотная характеристика акустических колебаний для преграды диаметром  $D = 50\text{мм}$  при диаметре выходного отверстия вихревой камеры  $d_0 = 5\text{мм}$  и расходе воздуха  $G = 1.15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ : режим №1 – до перстройки, режим №2 – после перстройки.

Предложена физическая модель, объясняющая механизм перераспределения энергии в открытой системе при резонансе. Экспериментальные наблюдения показали, что сложная топология вихреобразования при истечении импактного потока связана с притоком воздуха из внешней среды (рис 2).

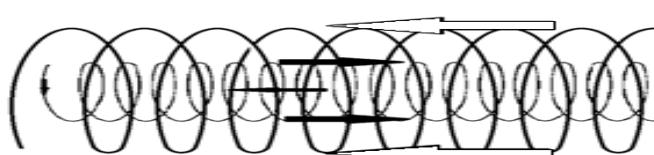


Рис. 2. Двойная вихревая структура.

измерения (рис. 3) показали, что падение температуры между периферией и центром преграды составляло  $5 \Rightarrow 20^\circ\text{C}$  в зависимости от размеров преграды. Резкое уменьшение давления в этой области, благодаря вихреобразованию, обеспечивало условие перехода через точку росы.

С помощью тепловизора получены распределения температур на нижней поверхности преграды и оценены потери энергии, связанные с охлаждением потока при его расширении (эффект Джоуля-Томсона). Проведенные тепловые

Работа выполнена при поддержке Программы по развитию системы ведущих научных школ: НШ-878.2012.8, гранта РФФИ 13-08-00020-а и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России».

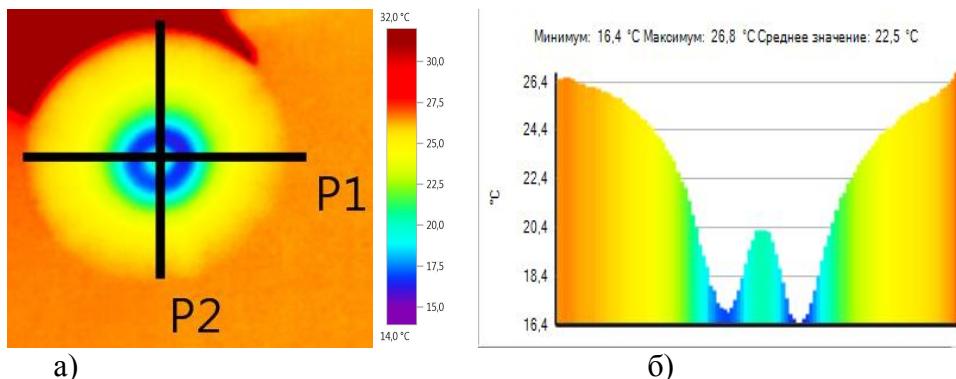


Рис 3. Поле температур на нижней поверхности плексигласовой преграды диаметром  $D=50\text{мм}$  (а) и профиль температур вдоль прямой Р2 (б) при диаметре выходного отверстия вихревой камеры  $d_0=5\text{ мм}$  и расходе  $G=1,3 \cdot 10^{-3}$

### Литература

1. Митрофанова О.В., Егорцов П.П., Кокорев Л.С., Круглов В.Б., Чернов А.И. Исследование механизма акустических колебаний в закрученных течениях // «Теплофизика высоких температур». 2010. Т. 48. № 2. С. 241–249.

## POWER BALANCE AT GENERATION OF ACOUSTIC FLUCTUATIONS IN THE IMPACT SWIRL FLOW

O.V. Mitrofanova, I.G. Pozdeeva

National Research Nuclear University “MEPhI”, Moscow

The work is devoted to research of the impact swirl flow in an acoustic field. Generation of the acoustic fluctuations connected with formation of vortex structures, accompanies the majority of hydrodynamic processes. Large-scale vortex formations, as a rule, promote concentration of high energy in rather small volumes, therefore emergence of similar structures can be fraught with negative consequences.

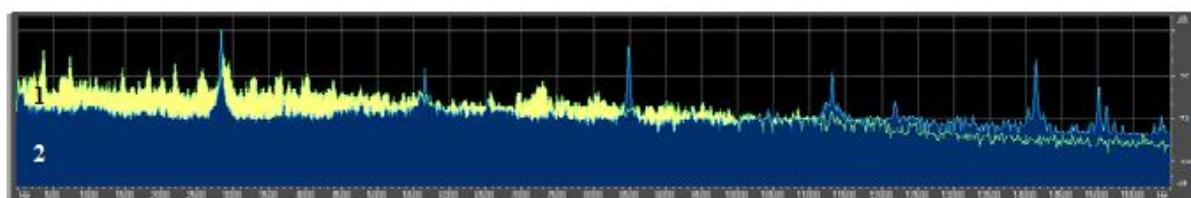


Fig. 1. The amplitude-frequency characteristic of acoustic fluctuations for a barrier with diameter  $D = 50\text{мм}$  and diameter  $d_0 = 5\text{мм}$  of an exhaust outlet of the vortex chamber. Flow rate of air  $G = 1.15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ . Mode No. 1 – before the structure reorganization of the flow; mode No. 2 – after reorganization under condition of acoustic resonance.

In this work on the basis of use of an acoustic method and various ways of visualization of vortex structure of a flow, topological features of the swirl impact flow are revealed and

influence of geometrical and regime parameters of hydromechanical system on generation of sound vibrations is investigated. In experiments with the outflow of the impact swirl flow from the vortex chamber [1] energy of sound waves is estimated on a base of analysis of measured amplitude-frequency characteristics of acoustic vibrations spectrum of the vortex flow. The power balance for the two modes of a flow is considered: subcritical (a mode No. 1 in fig. 1) under condition of the absence of coincidence of frequencies of the vortex flow to own frequencies of hydromechanical system, and critical (a mode No. 2 in fig. 1), corresponding to a condition of resonance.

The physical model explaining the mechanism of redistribution of the energy in considered open system corresponding to acoustic resonance condition is proposed. Experimental observations showed that the complicated topology of vortex formations in the outlet zone of the impact swirl flow is connected with an existence of an opposed air flow from environment (fig. 2).

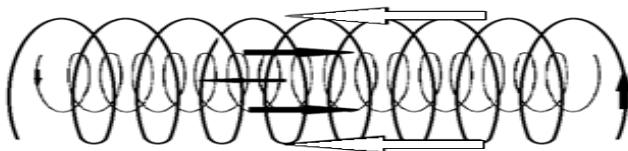


Fig. 2. Double vortex structure

By the means of the thermal imager distributions of temperatures on the bottom surface of the barrier were received and the losses of energy connected with cooling of a flow at its expansion (effect of Joule Thomson) were estimated. The carried-out thermal measurements (fig. 3) showed that temperature drop between the periphery and the center of the barrier is 5  $\div$  20 °C depending on the barrier size. Sharp reduction of the pressure in this area, thanks to vortex formation, provided a condition for transition through a dew-point.

The work was done with support of the Russian Basic Research Foundation (grant 13-08-00020-a), the Program of development of a system of leading Scientific Schools: NSH-878.2012.8 and Russian Federal Program FCP “Scientific and scientific-teaching staffs of innovative Russia”.

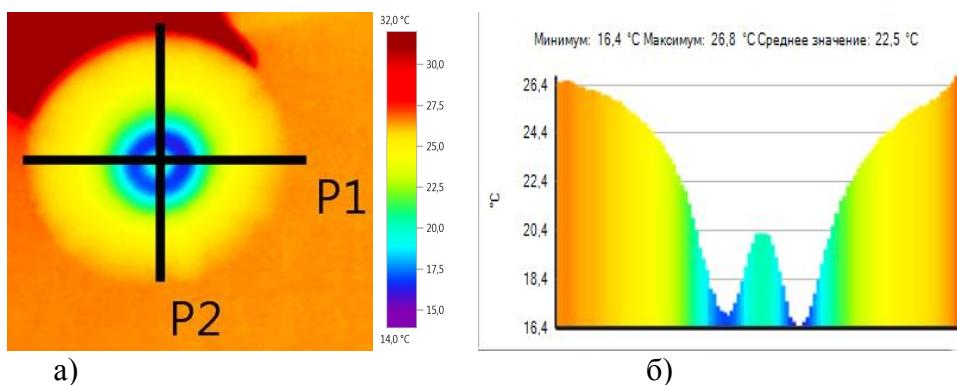


Fig. 3. Field of temperature on the bottom surface of a plexiglass barrier with diameter D=50MM (a) and a temperature profile along direct P2 (b). Diameter of the exhaust outlet of the vortex chamber  $d_0 = 5\text{MM}$ . Flow rate of air  $G=1.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{c}$ .

## References

1. Mitrofanova O.V., Egortsov P.P., Kokorev L.S., Kruglov V.B., Chernov A.I. Investigation of mechanism of acoustic fluctuations in swirl flows // High Temperature. 2010. 48(2). P. 241–249.

# МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ВИХРЕВОМ ДВИЖЕНИИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНЫХ СРЕД

O.В. Митрофанова, Ю.Н. Токарев

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

Проведенные расчетно-теоретические исследования предприняты с целью выявления физических условий образования когерентных вихревых структур и их влияния на гидродинамику турбулентных потоков жидкокометаллических теплоносителей в элементах сложного теплогидравлического тракта ядерных энергетических установок (ЯЭУ). Возможность предсказания эффектов вихревой генерации, влекущих за собой возникновение магнитогидродинамических эффектов, отрицательно влияющих на гидродинамику жидкокометаллического теплоносителя, позволит предотвратить опасные эксплуатационные режимы и оптимизировать геометрию коллекторной системы корпусных ядерных реакторов на быстрых нейтронах.

Объектами исследования в настоящей работе являются трехмерные течения жидкого натрия, текущего при наличии внешнего поперечного магнитного поля в изогнутом и прямолинейных цилиндрических каналах с размещенными в них препятствиями различной геометрии, генерирующими крупномасштабное вихревое движение. Особое внимание уделено так называемому альфа-эффекту, имеющему место при возникновении спирально-винтового движения и способствующему самогенерации магнитного поля, препятствующего движению теплоносителя.

Для проведения теоретического анализа, определения управляющих безразмерных критериев и их влияния на распределения скоростного и магнитного полей, влияния граничных условий первоначально была рассмотрена упрощенная задача - течение Гартмана в двумерном приближении. В результате ее решения получены аналитические зависимости для распределения безразмерных полей скорости, завихренности и магнитной индукции, а также характеристики изменения гидравлического сопротивления канала в зависимости от числа Гартмана, магнитного числа Рейнольдса и параметра МГД-взаимодействия.

При проведении трехмерных численных расчетов для решения уравнений гидромеханики использовалась модель турбулентности k-omega SST. Размеры ячеек в пристеночной области выбирались исходя из заданного числа Рейнольдса, геометрических данных и транспортных свойств натрия (вязкость, плотность) так, чтобы узлы ближайших к стенкам ячеек попадали в логарифмический подслой и можно было использовать стандартные пристеночные функции.

На рис.1,2 представлены примеры расчета поля завихренности  $\vec{\omega} = \text{rot} \vec{u}$  и продольной составляющей генерируемого магнитного поля  $B_z$  в области крупномасштабных вихревых образований за препятствием (тонкой плоской заслонкой высотой, равной 1/3 диаметра канала) в цилиндрическом канале при наложении поперечного магнитного поля  $B_{0y} = 0.01$  Тл.

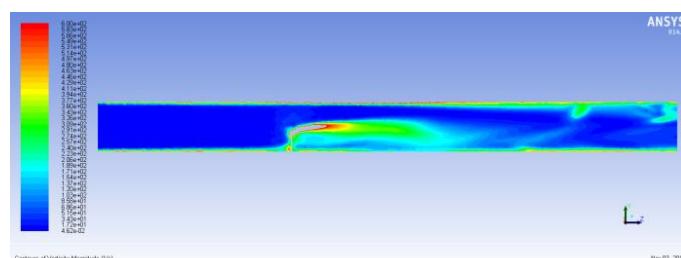


Рис. 1. Распределение завихренности по длине канала

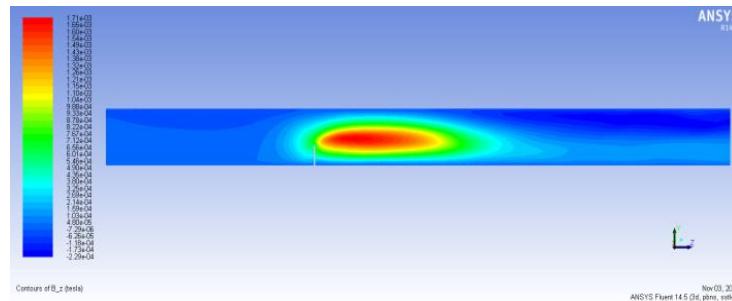


Рис. 2. Контуры магнитного поля  $B_z$  по длине канала

Важным параметром, указывающим на возможность возникновения а-эдс (альфа-эффекта) является параметр спиральности  $H = (\vec{u}\vec{\omega})$  [1,2]. Рисунки 3, 4 иллюстрируют распределение спиральности и составляющей магнитного поля  $B_x$  за заслонкой.

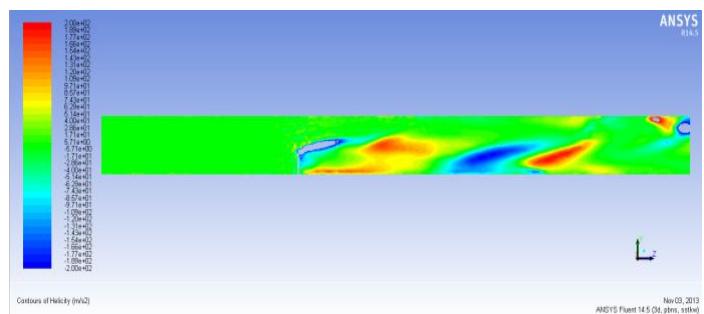


Рис. 3. Распределение спиральности по длине канала.

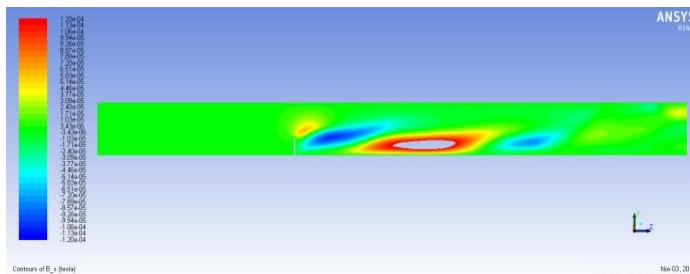


Рис. 4. Контуры магнитного поля  $B_x$  по длине канала.

Работа выполнена при поддержке Программы по развитию системы ведущих научных школ: НШ-878.2012.8, гранта РФФИ 13-08-00020-а, ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России».

### Литература

1. Митрофанова О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерно-энергетических установок // М.: ФИЗМАТЛИТ. 2010. 288 С. ISBN 978-5-9221-1223-9.
2. Глухих В.А., Тананаев А.В., Кириллов И.Р. Магнитная гидродинамика в ядерной энергетике // М.: Энергоатомиздат. 1987. 264 с.

# MAGNETO-HYDRODYNAMIC EFFECTS UNDER CONDITION OF VORTEX MOTION IN ELECTROCONDUCTIVE MEDIA

O.V. Mitrofanova, Yu.N. Tokarev

National Nuclear Research University "MEPHI"

Fulfilled investigations and computer simulation are undertaken with the purpose of revelation of physical conditions for generation of coherent vortex structures and their influence the hydrodynamics of turbulent flows of liquid-metal coolants in the complicated channels of nuclear-power installations. The possibility of prediction of large-scale vortex generation leading to appearance of magneto-hydrodynamic (MHD) effects allows to prevent the dangerous operation conditions and to optimize the collector array of shell-type fast-breeder reactors.

The objects of investigation in the present work are the three-dimensional flows of liquid sodium streaming under condition of applied magnetic field in the curved and straight cylindrical channels with internal obstacles of different geometry, which lead to generation of the large-scale vortex motion. Particular attention is attended to so-called alfa-effect, which takes place in the presence of helical-screw motion and promotes to self-generation of magnetic field resulting in coolant flow interrupt.

For carrying out of the theoretical analysis, the determination of governing dimensionless criteria and their influence the distributions of the velocity and magnetic fields, influence of boundary conditions, primarily it was considered the simplified problem - Hartmann's two-dimensional flow. As a result of its decision the analytical dependences for the distribution of dimensionless fields of velocity, vorticity and magnetic induction were obtained. As well the change of pressure drop depending on Hartmann number, magnetic Reynolds number and parameter MHD – interaction was defined for considered two-dimensional channel.

For 3-D numerical modeling of high-velocity vortex flows in the tested complicated channels the turbulence model k-omega SST was used. The mesh size in zone near the wall was chosen taking into account the given Reynolds number, geometrical data and transport properties of sodium (viscosity, density) so that the nearest to the wall points of division fell into the logarithmic sublayer and the standard near-wall functions may be used.

Fig. 1, 2 represent examples of calculations of the vorticity field  $\vec{\omega} = \text{rot} \vec{u}$  and longitudinal component of induced magnetic field  $B_z$  in region of large-scale vortex formations behind obstacle (thin plate with the height equal to 1/3 of cross-section diameter) in the cylindrical channel under condition of the superposition of cross magnetic field  $B_{0y} = 0.01 T$ .

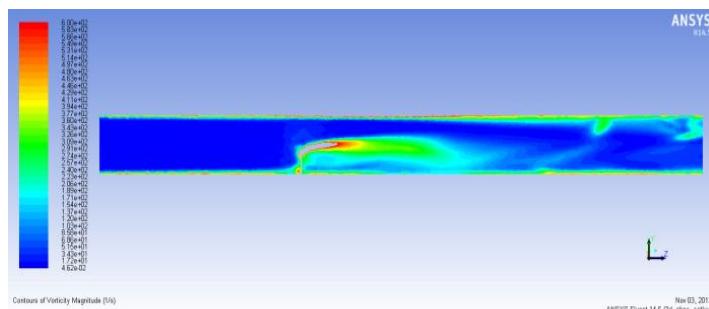


Fig. 1. Vorticity distribution on the channel's length.

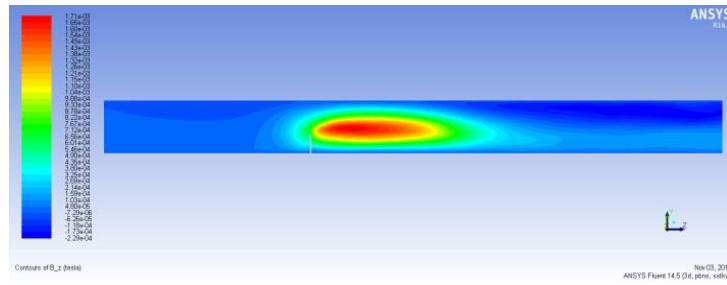


Fig. 2. Distribution of magnetic field component  $B_z$ .

An important parameter indicating an ability of the alfa-effect (alfa-emf) appearance is the such parameter as helicity  $H = (\vec{u}\vec{\omega})$  [1, 2]. Fig. 3, 4 illustrate the distributions of the helicity and the transversal component of induced magnetic field  $B_x$  behind obstacle.

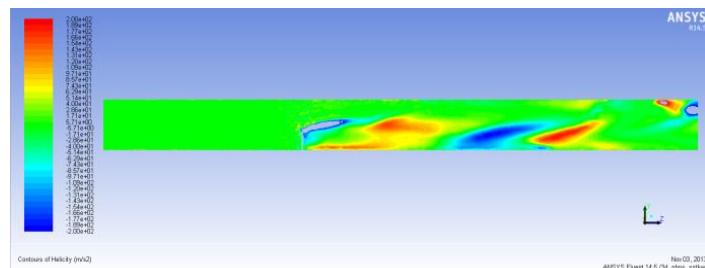


Fig. 3. Helicity distribution on the channel's length

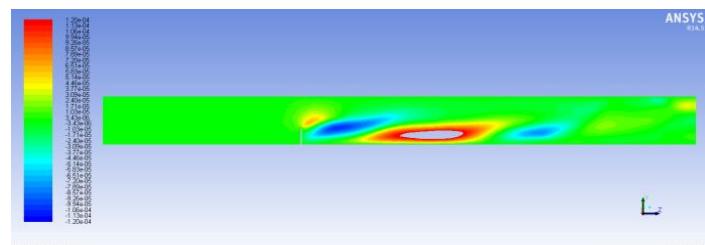


Fig. 4. Distribution of magnetic field component  $B_x$ .

The work was done with support of the Russian Basic Research Foundation (grant 13-08-00020-a), the Program of development of a system of leading Scientific Schools: NSH-878.2012.8 and Russian Federal Program FCP “Scientific and scientific-teaching staffs of innovative Russia”.

## References

1. Mitrofanova O.V. “Hydrodynamics and heat exchange of swirled flows in canals of nuclear power stations” // M. FIZMATLIT. 2010. 288 p.
2. Gluhikh V.A., Tananaev A.V., Kirillov I.R. “Magnetic hydrodynamics in nuclear energetics” // M. Energoatomizdat. 1987 264 p.

# **ПРОБЛЕМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРИ РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ МАССООБМЕНА**

*B.B. Моденова*

ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

Работа посвящена постановке и решению нелинейной начально-краевой задачи, моделирующей процессы в протяженных противоточных системах. Целью работы являлась идентификация параметров при моделировании этих процессов. Предложен эффективный численно-аналитический алгоритм решения начально-краевой задачи для системы существенно нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных.

Управление процессами, протекающими в противоточных массообменных колоннах, их оптимизация и планирование экспериментальных исследований основаны на применении различных математических моделей массообменных систем. Рассматривались модели динамики сорбции, обобщенные на двухфазные противоточные системы, учитывающие диффузию, конвекцию и межфазовый перенос.. Достаточно полной считается так называемая неравновесная диффузионная модель ,основными эмпирическими параметрами которой являются коэффициент межфазового переноса и коэффициенты продольного перемешивания в обеих фазах. Как предельные из нее получаются неравновесная модель идеального вытеснения и , допускающая аналитическое решение ,модель конвективной диффузии. Идентификация и установление границ применимости каждой из этих моделей – одна из важных задач рассматриваемого исследования. Обычно предполагают ,что коэффициенты продольной дисперсии для каждого из потоков могут быть измерены в независимых экспериментах по изучению распространения вдоль колонны индикаторного вещества ,растворимого лишь в одной из фаз, т.е.не участвующего в массообмене. В действительности же, все эффективные коэффициенты переноса в массообменной системе должны быть взаимосвязанными параметрами. Поэтому возникает проблема одновременного определения всех эффективных параметров модели путем изучения динамических систем, в условиях протекания межфазового обмена.

Исследование процесса проводилось методом импульсного ввода в колонну одного из обмениваемых компонентов (предпочтительно микрокомпонента). Математически задача сводится к решению нелинейной системы дифференциальных уравнений в частных производных с “мягкими” граничными условиями и сингулярным начальным условием. Предложен эффективный численно-аналитический алгоритм решения задачи. Соответствующая конвективно-диффузионной модели математическая начально-краевая задача с гладкими начальными условиями теоретически исследована и ,в частности, для нее рассмотрено решение обратной задачи. При сингулярном начальном условии, задаваемом дельта – функцией Дирака, для конвективно-диффузионной модели проведено численное решение начально-краевой задачи, выполнено численно-аналитическое исследование начального периода противоточного массообменного процесса с импульсным вводом в начальный момент “обогащенной” смеси. Проведен многопараметрический вычислительный эксперимент, на основе которого выполнено сравнение и установлена область применимости рассматриваемых моделей. Определены их динамические параметры. Показана адекватность математических моделей исследуемому процессу.

# КАВИТАЦИОННОЕ НАРУШЕНИЕ СПЛОШНОСТИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ТЕЧЕНИИ МЕЖДУ ЭКЦЕНТРИЧНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

A.A. Монахов<sup>1</sup>, Н.Б. Ромашова<sup>1</sup>, В.М. Чернявский<sup>1</sup>, B.Yu. Shtemler<sup>2</sup>

<sup>1</sup>НИИ механики МГУ, Москва

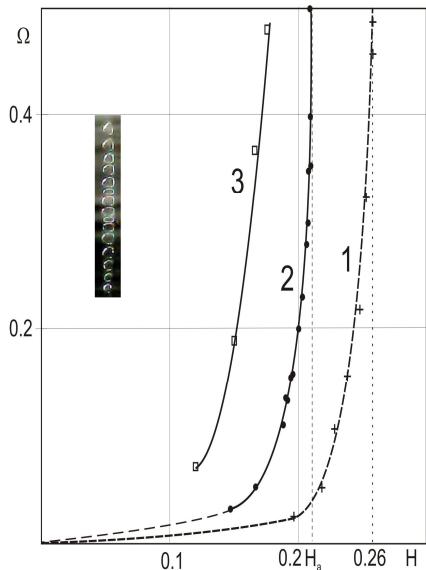
<sup>2</sup>Department of Mechanical Engineering, Ben-Gurion University of the Negev, Israel

Задача о движении тела в жидкости при малых числах Рейнольдса достаточно хорошо исследована как теоретически, так и экспериментально и нарушение сплошности среды при этом не наблюдается. Однако, как показали экспериментальные исследования, при движении тела около стенки, с такой же скоростью, происходит существенное изменение структуры течения с нарушением сплошности среды [1,2]. Скорость движения тела при этом может составлять несколько мм/с. Такие ползущие течения широко используются во многих технических, химических и медико-биологических процессах и понимание условий возникновения кавитации является крайне важным.

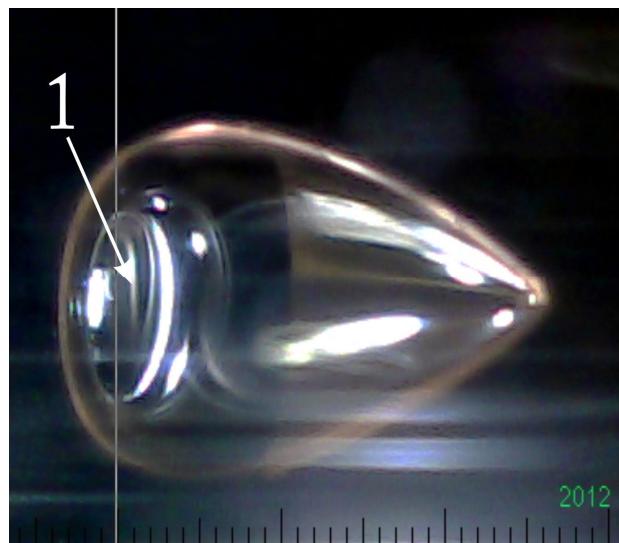
В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования кавитации в зазоре между цилиндрическим телом диаметром 7, 5 мм и движущейся стенкой для следующих жидкостей: силиконовое масло (ПМС 1000), глицерин, индустриальное масло с вязкостью 60 сСт. Числа Рейнольдса, вычисленные по радиусу полусилиндра для силиконового масла не превышали 0.05.

Методом макросъемки установлено, что при некоторой толщине зазора на поверхности цилиндра, вдоль образующей, возникают кавитационные пузырьки размером менее 0.1мм в виде нити [3]. Пузырьки располагаются на некотором расстоянии от линии минимального зазора вниз по потоку и их размер очень чувствителен к величине закритичности.

Установлено, что граница образования кавитационных пузырьков в плоскости параметров зазор- скорость движения стенки имеет асимптотическую зависимость и при некоторой величине зазора кавитационные пузырьки не образуются. Эта граница также зависит от вязкости жидкости и степени дегазации. На Фиг.1. приведена граница 1 возникновения кавитации для силиконового масла, которое не подвергалось дегазации. Величина максимального зазора между цилиндром и движущейся стенкой для кавитации составляет 0,26 мм. Кавитационные пузырьки в основном состоят из растворенного газа и образуются при условии, когда локальное давление становится меньше давления насыщенных паров. Но, если давление снова возрастет, то газовые пузырьки не исчезают в отличие от паровых, и с увеличением зазора всплывают, отрываясь от поверхности цилиндра. Для дегазированной жидкости до давления 50 мкм рт. ст. граница возникновения кавитации 2 смещается в область меньших зазоров на 0, 05мм. Измерения показали, что с уменьшением зазора давление на поверхности цилиндра в области кавитации также падает и может достигать значений, при которых происходит паровая кавитация. В этой области образование и распад кавитационных пузырьков практически совпадают. Для тонких зазоров и вязкой жидкости был предложен иной критерий образования кавитации [4], без необходимости падения давления в жидкости. Согласно которому кавитация наступает, если напряжение растяжения превышает предел прочности жидкости. Возможно в более тонких слоях на Фиг.1 кавитация возникнет в области минимального расстояния между цилиндром и движущейся стенкой.



Фиг.1. Границы возникновения кавитационных пузырьков.



Фиг.2. Область крепление кавитационного пузырька 1 к поверхности цилиндра.

Для жидкости с меньшей вязкостью кавитационная граница 3 смещается в область меньших зазоров. В менее вязких жидкостях для передачи необходимой скорости от стенки к цилиндру зазор должен быть меньше. Считалось, что образования кавитационного пузырька связано с разрывом жидкости. Проведенные эксперименты показывают, что кавитационный пузырек возникает в результате отрыва жидкости от поверхности цилиндра за линией минимального зазора. На Фиг.2 представлена фотография кавитационного пузырька с областью 1 в виде «киллюминатора», которым пузырек крепится к поверхности цилиндра. Крепление пузырька наблюдается для цилиндров выполненных как из диэлектрика, так и из металла, что свидетельствует о падении давления на поверхности цилиндра. В закритической области, с уменьшением зазора кавитационные пузырьки уширяются в сторону линии минимального зазора. С увеличением зазора распад кавитационных пузырьков зависит от степени дегазации жидкости. Для дегазированной жидкости образование и распад пузырьков происходит практически без гистерезиса.

### Литература

1. Прокунин А.Н. Об одном парадоксе при движении твердой частицы вдоль стенки в жидкости // Известия АН. МЖГ. 2003. № 3. с.107.
2. Mullin T. et al // PRL 94. 2005. 124501.
3. Monakhov A.A., Chernyavski V. Shtemler M. and Yu. Bounds of cavitation inception in a creeping flow between eccentric cylinders rotating with a small minimum gap // Physics of fluids 25. 2013. 093102.
4. Taylor G.I. Cavitation in hydrodynamic lubrication. Cavitation and related phenomena in lubrication // Proc. of the 1st Leeds-Lyon symp. on tribology held in the Inst. of tribology. Dep. of mec. Engineering, the Univ. of Leeds. England. 1974. p. 80.

# PLOSHNOSTI'S CAVITATIONAL VIOLATION OF VISCOUS LIQUID DURING BETWEEN EKTSENTRICHNY CYLINDERS AT REYNOLDS'S SMALL NUMBERS

*A.A. Monakhov<sup>1</sup>, N.B. Romashova<sup>1</sup>, V.M. Chernyavskiy<sup>1</sup>, Shtemler B.Yu.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Institute of Mechanics, Moscow State University, Moscow 119899, Russia

<sup>2</sup>Department of Mechanical Engineering, Ben-Gurion University of the Negev, Israel.

The task about body movement in liquid at Reynolds's small numbers is rather well studied both theoretically, and experimentally and violation of a sploshnost of the environment thus isn't observed. However, as showed pilot studies, at body movement about a wall, with the same speed, there is an essential change of structure of a current to violation of a sploshnost of the environment [1,2]. Speed of movement of a body thus can make some mm/page. Such creeping currents widely are used in many technical, chemical and medicobiological processes and the understanding of conditions of emergence of cavitation is the extremely important.

In the real work results of a pilot study of cavitation in a gap between a cylindrical body with a diameter of 7, 5 mm and a moving wall for the following liquids are presented: silicone oil (PMS 1000), glycerin, industrial oil with viscosity of 60 cSt. Reynolds's calculated on radius of the semi-cylinder for silicone oil the numbers didn't exceed 0.05.

By method of macroshooting it is established that at some thickness of a gap on a cylinder surface, along forming, there are cavitation bubbles the size less 0.1MM in the form of a thread [3]. Bubbles settle down at some distance from the line of the minimum gap down on a stream and their size is very sensitive to zakritichnost size.

It is established that the border of formation of cavitation bubbles in the plane of parameters a gap - the speed of movement of a wall has asymptotic dependence and at some size of a gap cavitation bubbles aren't formed. This border also depends on viscosity of liquid and extent of decontamination. On Fig.1. the border of 1 emergence of cavitation for silicone oil which wasn't exposed to decontamination is given. The size of the maximum gap between the cylinder and a moving wall for cavitation makes 0,26 mm. Cavitation bubbles generally consist of the dissolved gas and are formed under a condition when local pressure becomes less than pressure of saturated steam. But, if pressure again increases, gas bubbles don't disappear unlike steam, and with increase in a gap emerge, coming off a cylinder surface. For the decontaminated liquid to pressure of 50 microns hg the border of emergence of cavitation 2 is displaced in area of smaller gaps on 0, 05MM. Measurements showed that with gap reduction pressure upon cylinder surfaces in the field of cavitation also falls and can reach values at which there is a steam cavitation. In this area education and disintegration of cavitation bubbles practically coincide. For thin gaps and viscous liquid other criterion of formation of cavitation [4], without the need for pressure drop in liquid was offered. According to which cavitation comes if tension of stretching exceeds strength of liquid. Probably in thinner layers on Fig.1 cavitation will arise in the field of the minimum distance between the cylinder and a moving wall.

For liquid with smaller viscosity the cavitation border 3 is displaced in area of smaller gaps. In less viscous liquids for transfer of necessary speed from a wall to the cylinder the gap has to be less. Was considered that formations of a cavitation bubble it is connected with a rupture of liquid. The made experiments show that the cavitation bubble results from a liquid separation from a cylinder surface behind the line of the minimum gap. On Fig.2 the photo of a cavitation bubble with area 1 in the form of "window" with which the bubble fastens to a cylinder surface is submitted. Fastening of a bubble is observed for cylinders executed

both from dielectric, and from metal that testifies to pressure drop on a cylinder surface. In zakritichesky area, with gap reduction cavitation bubbles broaden towards the line of the minimum gap. With increase in a gap disintegration of cavitation bubbles depends on extent of decontamination of liquid. For the decontaminated liquid education and disintegration of bubbles happens practically without hysteresis.

This work was partially supported grant RFFI №.11-0801061-a

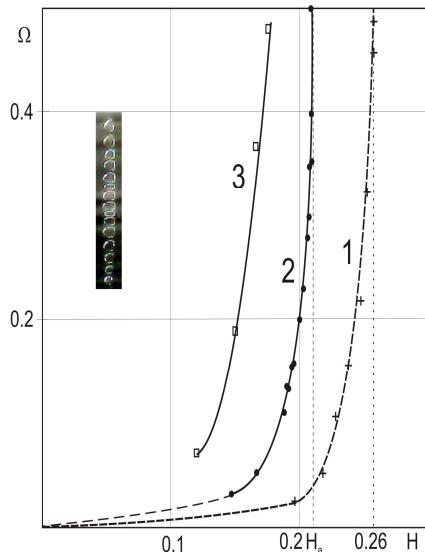


Fig.1. Emergence borders

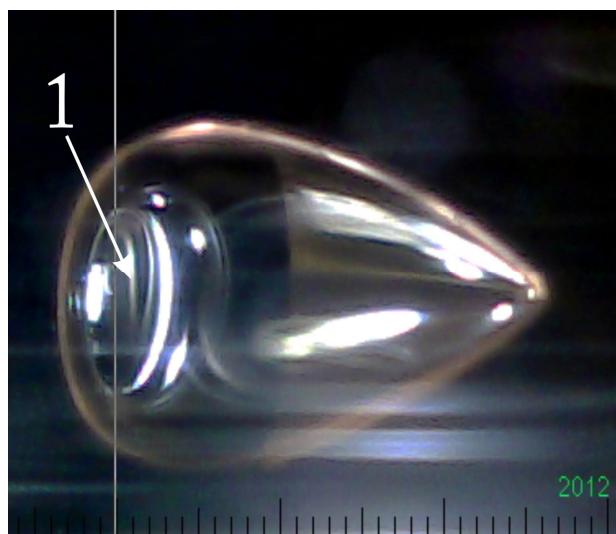


Fig.2. Area fastening of a cavitation bubble to a cylinder surface

## References

1. Prokunin A.N. "On a paradox in the motion of a rigid particle along a wall in a fluid" // Fluid Dyn. 38. 2003. 443.
2. T. Mullin et al // PRL 94. 2005. 124501.
3. Monakhov A.A., Chernyavski V. M., Shtemler and Yu. Bounds of cavitation inception in a creeping flow between eccentric cylinders rotating with a small minimum gap // Physics of fluids 25. 2013. 093102.
4. Taylor G.I. Cavitation in hydrodynamic lubrication. Cavitation and related phenomena in lubrication // Proc. of the 1st Leeds-Lyon symp. on tribology held in the Inst. of tribology. Dep. of mec. Engineering, the Univ. of Leeds. England. 1974. P. 80.

## РЕЗОНАНСНЫЕ РЕЖИМЫ В ЗАДАЧЕ КУЭТТА-ТЕЙЛОРА

И.В. Моринева, С.Н. Овчинникова

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассматривается течение вязкой несжимаемой жидкости в зазоре между двумя соосными бесконечно длинными вращающимися цилиндрами. Поля скорости и давления предполагаются периодическими вдоль общей оси цилиндров с заданным периодом. Нелинейная задача и линеаризованная на течении Куттса система Навье-Стокса обладают цилиндрической группой симметрии – инвариантны относительно вращений вокруг и сдвигов вдоль оси  $z$  и преобразования инверсии.

Изучается возникновение режимов в окрестности точки пересечения двух нейтральных кривых колебательной потери устойчивости течения Куэтта. Рассматривается случай резонансной ситуации Res 2 (всего их семь), которая возникает, когда у нейтральных мод совпадают фазовые частоты и азимутальные квантовые числа, а осевые квантовые числа различны. При вращении цилиндров в противоположные стороны точки резонанса Res 2 существуют и образуют однопараметрическое семейство в пространстве параметров задачи.

В точке пересечения нейтральных кривых линеаризованная задача в силу симметрии имеет четыре независимые нейтральные моды. Нелинейное взаимодействие этих слегка измененных мод в окрестности точки пересечения бифуркаций аналитически описывается с помощью системы четырех комплексных уравнений для амплитуд, впервые построенной методом осреднения для резонанса Res 2 В. И. Юдовичем и С. Н. Овчинниковой [1], [2]. Если перейти в этой системе к полярным координатам, то для модулей комплексных амплитуд и фазового инварианта получается замкнутая система уравнений пятого порядка (моторная подсистема). Всякое равновесие моторной подсистемы вместе с проходящей через него орбитой действия группы симметрии порождает периодическое или квазипериодическое решение амплитудной системы, которые дают ведущие члены асимптотики периодических и квазипериодических режимов уравнений Навье-Стокса.

В докладе перечислены решения, отвечающие равновесиям моторной подсистемы в малой окрестности точки резонанса Res 2, даны условия существования и устойчивости некоторых из них. Изучен один из видов равновесий, у которых все амплитуды отличны от 0. У этих равновесий попарно равны вещественные амплитуды. Им отвечают суперпозиции азимутальных волн. Выписаны выражения для амплитуд. Они зависят от фазового инварианта. Для него получено уравнение, которое может иметь от 0 до четырех решений. Это означает, что возможно существование до четырех различных суперпозиций азимутальных волн. Проведено численное исследование существования суперпозиции азимутальных волн и количества таких режимов при различных значениях параметров задачи.

### **Литература**

1. *Yudovich V.I., Ovchinnikova S.N. Resonances in the intersections of bifurcations in the Couette-Taylor problem // Patterns and Waves. Saint-Petersburg. 2003. P. 55–77.*
2. *Yudovich V.I., Ovchinnikova S.N. Resonances in the codimension-2 bifurcations in the Couette-Taylor problem // J. Math. Fluid Mech. 2009. № 11. P. 469–491.*

## **THE RESONANT REGIMES IN THE COUETTE-TAYLOR PROBLEM**

*I.V. Morshneva, S.N. Ovchinnikova*

Southern Federal University, Rostov-on-Don

The problem of flow of viscous incompressible fluid between two rigid co-axial rotating infinite cylinders are considered. We study the flow of a viscous fluid with velocity and pressure fields periodic along the axial variable  $z$ . Both the Navier-Stokes equations and the linear stability problem have a cylindrical symmetry group, they are invariant under rotations around the  $z$  axis and translations along it and under inversion transformation.

At the point of intersection of neutral curves (the point of intersection of bifurcations) in the Couette-Taylor problem there exists several independent neutral modes. Near the point

of intersection a strong interaction of these (slightly modified) neutral modes becomes possible. This interaction is described by nonlinear system of amplitude equations on the central manifold. In the case of interaction of non-rotational symmetric modes there are seven relations between the parameters of the system (resonance relations), which produce amplitude systems, differing from each other by additional resonance summands [1], [2].

The present study is devoted to investigation of amplitude systems, corresponding to Res 2 situation. It occurs in the point of intersection of bifurcations when the ratio of neutral modes' frequencies and azimuthal quantum numbers equals and axial quantum numbers are not equal. The results of calculation of points of resonances Res 2 are presented.

The equilibria of the amplitude systems are listed. The periodic and quasiperiodic regimes of the equations of motion that correspond to these equilibria are given. Numerical analysis of the existence and stability of certain periodic and quasiperiodic regimes arising near resonance points Res 2 is performed. Superpositions of azimuthal waves are studied. They correspond to periodic regimes of amplitude systems, which produce the main part of asymptotic expression of corresponding periodic regimes of Navier-Stokes system if the parameters are near their critical values.

## References

1. *Yudovich V.I., Ovchinnikova S.N.* Resonances in the intersections of bifurcations in the Couette-Taylor problem // Patterns and Waves, Saint-Petersburg. 2003. P. 55–77.
2. *Yudovich V.I., Ovchinnikova S.N.* Resonances in the codimension–2 bifurcations in the Couette-Taylor problem // J. Math. Fluid Mech. 2009. № 11. P. 469–491.

## О КОНИЧЕСКОМ МГД ТЕЧЕНИИ

*Р.И. Мулляджанов<sup>1</sup>, Н.И. Яворский<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Институт теплофизики СО РАН им. акад. С.С. Кутателадзе,

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

В работе представлено точное решение МГД уравнений в бесконечном пространстве. Стационарное течение вызвано точечным источником импульса и электродом, испускающим электрический ток  $J$ , оба из которых расположены на конце тонкого полубесконечного изолированного проводника. Решение имеет автомодельный вид, когда скорость и магнитное поле уменьшаются обратно пропорционально расстоянию от источника. Если проводник бесконечно тонкий, то условие прилипания не может быть выполнено. В этом случае у радиальной компоненты скорости имеется логарифмическая особенность на проводнике; однако, величина  $J$  не является функцией осевого гидродинамического импульса струи и может быть установлена независимо. С увеличением  $J$  вдоль проводника появляется возвратное течение, которое является причиной запирания плотности тока в заданной точке пространства. При больших  $J$  найдено решение типа пограничного слоя. Получено, что толщина пограничного слоя около проводника имеет масштаб  $J^{1/f(Bt)}$  ( $0 < f \leq 1/2$ ).  $Bt$  – число Бэтчелора. Для  $Bt = 0$  точное решение существует только при конечных значениях  $J$ . Для объяснения причины возникновения возвратного течения рассмотрен баланс сил около проводника. Показано, что силы вязкости, давления и Лоренца компенсируются в ведущих порядках.

Найдена бифуркация полоидального магнитного поля, приводящая к возникновению вращения жидкости. Продемонстрирован физический механизм бифуркации. Согласно теории бифуркаций решение без вращения теряет устойчивость, в то время как

новое решение с вращением будет устойчиво. Возникновение вращения устраниет эффект запирания электрического тока.

Рассмотрена задача в пределе узкого конуса, стремящегося к линейному проводнику при заданном условии скольжения на стенке конуса. В этом случае в области течения нет сингулярностей, в отличие от случая, когда конус становится линейным проводником. Радиальная скорость на конусе увеличивается как  $J^2$  при больших  $J$ . Условие же прилипания на стенке (для конечного угла конуса) приводит к следующему. Ток определяет значение источника импульса. Когда конус стремится к линейному проводнику, влияние магнитного поля на течении устраниется, а условие прилипания на стенке стирается. Решение задачи о МГД течение превращается в решение Слезкина-Ландау-Сквайра [1–3] для затопленной струи. Эти результаты подчеркивают уместность существующей формулировки, когда течение определено числом Рейнольдса и током в проводнике, которые можно задавать независимо.

### Литература

1. Слезкин Н.А. Об одном случае интегрируемости полных дифференциальных уравнений движения вязкой жидкости // Ученые записки МГУ. 1934. Т. 2. С. 89.
2. Ландау Л.Д. Об одном новом точном решении уравнений Навье-Стокса // Доклады АН СССР. 1944. Т. 43. С. 299.
3. Squire H.B. The round laminar jet // Q. J. Mech. Appl. Math. 1951. V. 4. P. 321.

## ON CONICAL MHD FLOW

*R.I. Mullyadzhanov<sup>1</sup>, N.I. Yavorsky<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Institute of Thermophysics SB RAS, <sup>2</sup>Novosibirsk State University, Novosibirsk

The work presents the exact solution of the MHD equations in infinite space. The steady flow is induced by the point source of momentum and point electrode discharging the electric current  $J$ , which are both located at the end of a thin semi-infinite insulated wire. The solution has a self-similar form when the velocity and magnetic field decrease as the inverse distance from the origin. If the wire is infinitely thin, then the no-slip condition cannot be satisfied. In this case, the radial velocity has a logarithmic singularity on the wire; however, the current magnitude  $J$  is not a function of the axial momentum of the jet flow and can be set independently. With the increase in  $J$ , a reverse flow occurs along the wire, which causes the confinement of the current density in a certain point of space. At large  $J$  the solution of the boundary layer type is derived. It is found that the boundary layer thickness near the wire scales as  $J^{1/f(Bt)}$  ( $0 < f \leq 1/2$ ).  $Bt$  – Batchelor number. For  $Bt = 0$  the exact solution exists only at finite values of  $J$ . We consider the balance of the forces in the vicinity of the wire so as to explain the reverse flow. It is shown that viscous, pressure, and Lorentz forces compensate each other in the leading orders.

A pitchfork bifurcation of the poloidal magnetic field is found, which leads to the arising of rotation of the fluid. A physical mechanism of the bifurcation is demonstrated. According to the bifurcation theory, the solution without rotation is likely to lose stability, while a new solution with rotation is expected to be stable. The generation of rotation eliminates the current confinement effect.

The limit of the problem is considered when a narrow cone tends to the wire while the slip condition is set on the wall of the cone. No singularities in the flow region occur, unlike when the cone appears to be a wire (a line). The radial velocity on the cone increases as  $J^2$  at

large  $J$ . The no-slip condition on the wall (for finite cone angle) results in the following. The current determines the value of the momentum source. When the cone tends to a wire, the effect of the magnetic field on the flow is eliminated and the no-slip condition on the wall vanishes. The solution of the MHD problem approaches the Slezkin-Landau-Squire solution. These findings emphasize the relevance of the present formulation when the flow is determined by the Reynolds number and the current, which can be set independently.

## References

1. *Slezkin, M.A.* 1934 On a case of integrability of the complete differential equations of a viscous fluid // Uc. Zap. MGU 2. P. 89–90.
2. *Landau, L.D.* 1944 On a new exact solution of the Navier-Stokes equations // Dokl. Akad. Nauk SSSR 43. P. 299–301.
3. *Squire H.B.* The round laminar jet // Q. J. Mech. Appl. Math. 1951. Vol. 4. P. 321.

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА КОРТЕВЕГА – ДЕ ФРИСА – БЮРГЕРСА

*К.Б. Мурашкина*

МГУ им. М.В.Ломоносова, факультет ВМК, Москва

Работа посвящена численному исследованию краевой задачи для нелинейного уравнения третьего порядка с малыми параметрами при старших производных (уравнения типа Кортевега – де Фриса - Бюргерса). Уравнение имеет вид  $\frac{\partial f}{\partial t} = \mu \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - f \frac{\partial f}{\partial x}$  (1), где  $\mu$  и  $\nu$  – малые параметры. Это уравнение можно рассматривать как совокупность двух уравнений

$$\frac{\partial f}{\partial t} + f \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} = 0 \quad (2) \text{ - уравнение Кортевега – де Фриса третьего порядка}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - f \frac{\partial f}{\partial x} \quad (3) \text{ – нелинейное уравнение второго порядка}$$

Приведенные уравнения (2) и (3) рассматриваются в качестве модельного уравнения для дальнейших расчетов вязких течений с использованием системы модифицированных уравнений Навье-Стокса.[1].

Постановка задачи На ограниченном отрезке рассматривалось уравнение (1). В качестве начального условия выбиралось решение уравнения Кортевега – де Фриса – уединенная волна – солитон. В качестве граничных условий на левой границе задавались значения функции  $f(x,t=0)$  и ее производной, а также периодические граничные условия.

Для интегрирования уравнения третьего порядка применялись аппроксимации четвертого порядка точности, полученные как результат линейных комбинаций конечно – разностных операторов от функции и ее сплайн- производных[2]. Разностное уравнение третьего порядка рассчитывалось в три этапа, количество итераций задавалось или «принудительно», или выход из итерационного процесса осуществлялся при достижении заданной точности ( $10^{-4}$ ). Численное решение вырожденной задачи прово-

дилось несколькими методами, но предпочтение было отдано явно-неявной схеме с уточнением из-за практически полного отсутствия осцилляций решения на различных сетках.

Основные результаты. При закрепленных малых параметрах проводились методические расчеты на различных сетках, временной шаг варьировался в диапазоне от  $10^{-3}$  до  $10^{-6}$ . Из анализа проведенных расчетов были выбраны оптимальные для получения необходимой точности решения временные и пространственные шаги. Также численно было исследовано влияние малых параметров  $\mu$  и  $v$  при старших производных на характер решения.

### Литература

1. *Paskonov V.M. Modified Navier- Stokes Equation for finite-difference Computation of Viscous Flow // Comp.Math and Modelling.* 1997. V. 8. № 4.
2. *Русаков С.В. Разностные сплайн-схемы для задач тепло – и массопереноса // Иркутск. Изд-во Иркутского ун-та.* 1990. 124 с.
3. *Ландау Л.Д., Либшиц Е.М. Гидродинамика // М.: Наука.* 1976.

## УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДОМ К ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СЛОЕ СМЕШЕНИЯ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЛОКАЛЬНОЙ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАЩИТЫ ОБЪЕКТОВ

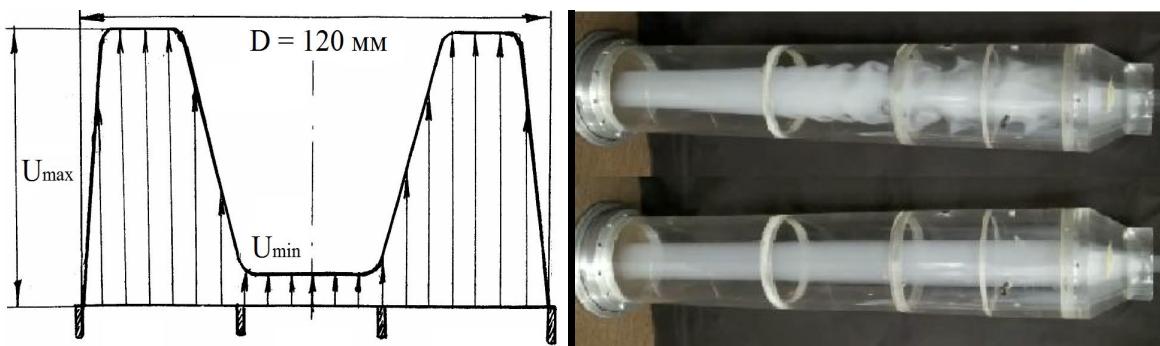
*О.И. Навознов, А.И. Реимин, С.Х. Тепловодский, В.В. Трифонов*

НИИ механики МГУ, Москва

Потоки ограниченной протяженности, в которых длина зоны перехода к развитому режиму сравнима с характерными размерами устройства и зависит от начальных и граничных условий, называют неравновесными. В этих потоках процессы генерации и диссипации турбулентности, которые определяют скорость перехода к развитому течению, могут развиваться так, что переход к турбулентности на рассматриваемом участке течения не происходит. К неравновесным течениям можно отнести переход к турбулентности в слоях смешения и в потоках с градиентом скорости.

Обычно переход к турбулентности в таких течениях происходит практически в самом начале потока. Считалось, что увеличение длины участка перехода невозможно, тем более что в линейном приближении критическое число Рейнольдса для слоя смешения равно нулю. Первые экспериментальные результаты, показывающие, что участок перехода к турбулентности в спутных потоках может быть значительно увеличен, получены О.И. Навозновым и А.А. Павельевым [1] больше 30 лет назад. Однако до последнего времени в литературе можно встретить заключение о невозможности такого увеличения в слоях смешения при больших числах Рейнольдса.

Используя во входном устройстве перегородки с переменным по сечению потока гидравлическим сопротивлением, можно независимо формировать начальные средние скорости и пульсационные характеристики потока в слое смешения. В исследованиях смешения соосных разноскоростных струй (скорость в периферийной струе в 10 раз больше, чем в центральной, подкрашенной дымом) создание в начальном сечении слоя конечной толщины со сдвигом скорости и малой интенсивностью турбулентности (меньше 1%) вместо тангенциального разрыва скоростей повысило устойчивость течения к длинноволновым возмущениям, что привело к значительному увеличению длины участка перехода к турбулентности.



На рисунке (слева) показан профиль входной скорости, необходимый для формирования течения с длиной ламинарного участка более 15 диаметров центральной струи (справа внизу). При нарушении параметров течения на входе ламинарное течение в канале разрушается (справа вверху)

Для формирования заданного профиля скорости с низким уровнем турбулентности поступающий поток сначала расширялся, пропускался через мелкопористые металлические сетки, а затем поджимался в конфузоре. Интенсивность турбулентных пульсаций при этом уменьшалась до долей процента. Для последующего расширения потока и получения заданного профиля скорости разработаны сверхкороткие безотрывные диффузоры [2], в которых диаметр канала увеличивается в несколько раз на длине около одного входного калибра. Безотрывное течение в диффузоре обеспечивается за счёт профилирования канала диффузора и установки мелкопористой проницаемой перегородки в выходном сечении. Расширение потока происходит без увеличения уровня относительных пульсаций скорости. Потери давления в таком диффузоре определяются потерями на проницаемой перегородке и могут быть меньше входного скоростного напора. Независимое формирование в начальном сечении распределений скорости и характеристик пульсационного движения оказалось эффективным способом реализации течений, в которых интенсивность процессов переноса при больших числах Рейнольдса близка к молекулярному уровню.

Одной из целей этого направления исследований является разработка новой технологии создания локальных ламинарных зон с заданной температурой, химическим составом или концентрацией твёрдых частиц отличаются от значений этих параметров в окружающей среде. Такие зоны могут быть использованы в медицине, технологиях защиты сверхчистых поверхностей, производстве чистых материалов и т. д.

### Литература

1. Навознов О.И., Павельев А.А. О переходе к турбулентности в спутных струях // Известия АН СССР. МЖГ. 1969. № 6.
2. Реимин А.И., Тепловодский С.Х., Трифонов В.В. Круглый короткий диффузор с большой степенью расширения и проницаемой перегородкой // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2012. № 5. С. 32–39.

# MANAGING THE TRANSITION TO TURBULENCE IN A MIXING LAYER TO FORM GASDYNAMIC LOCAL PROTECTION OF OBJECTS

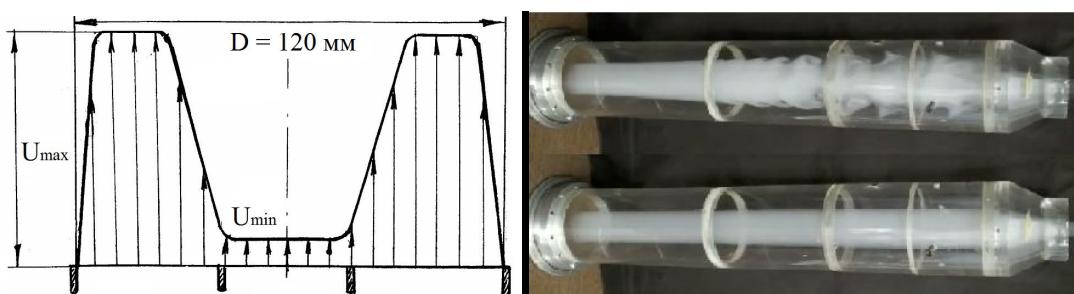
O.I. Navoznov, A.I. Reshmin, C.Kh. Teplovodskii, V.V. Trifonov

LMSU Institute of Mechanics

Flows of limited length, in which the length of the zone of transition to a developed regime is comparable with the characteristic sizes of the device and depends on the initial and boundary conditions, called non-equilibrium. In these streams processes of generation and dissipation of turbulence that determine the speed of the transition to a developed downstream can develop so that the transition to turbulence in the area of flow not occur. The non-equilibrium trends can be attributed transition to turbulence in the layers of confusion and flows velocity gradient.

Typically, the transition to turbulence in such trends occurs near the beginning of the stream. It was believed that increasing the length of the crossing is impossible, especially in the linear approximation of the critical Reynolds number for mixing layer is zero. The first experimental results show that the area of transition to turbulence in the cocurrent flow can be increased significantly, obtained O.I. Navoznov and A.A. Paveliev [1] more than 30 years ago. However, until recently in the literature can be found conclusion about impossibility of such increase in mixing layers at large Reynolds numbers.

Using the input device partitions with variable hydraulic resistance of the cross section of the channel can be independently form the initial average speed and pulsation characteristics of the flow in the mixing layer. In studies of mixing coaxial jets of different speed (the speed of the peripheral jet in 10 times more, than in the central stream, colored smoke) the establishment of the initial section of the layer of finite thickness with a shift speed and low turbulence intensity (below 1%) instead of the tangential shear velocities increase resilience of flow to long-wavelength perturbations, which led to a significant increase in the length of the segment of transition to turbulence.



The figure on the left shows the profile of the input speed required for forming a flow with the length of the laminar of over 15 diameter of the central stream (bottom right). At infringement of the flow parameters on inlet laminar flow in a channel is destroyed (top right).

To form a predetermined velocity profile with low turbulence flow coming first expanded, passed through a fine-pore metal mesh , and then contracted in confusor. Intensity of turbulent fluctuations while reduced to fractions of a percent. To further enhance the flow and obtain the desired speed profile developed non-separable ultrashort diffusers [2 ], in which the bore diameter is increased several times over the length of about one caliber of the input . Un-separated flow in the diffuser is provided by profiling channel diffuser and install finely porous permeable partition in the output section. Better flow occurs without increasing the relative velocity fluctuations . The pressure loss in the diffuser is determined such losses permea-

ble partition and can be lower than the input speed pressure. Independent formation in the initial section velocity distributions and characteristics of pulsate motion proved effective way to implement flows in which the intensity of transport processes at high Reynolds numbers close to the molecular level.

One of the aims of this direction of research is the development of a new technology of creation of local laminar zones with temperature, chemical composition or concentration of solid particles differ from the values of these parameters in the environment. Such zones may be used in medicine, technology, protection of extra-clean surfaces, production of pure materials, etc.

## References

1. *Navoznov O.I., Paveliev A.A.* On the transition to turbulence in cocurrent jets // Izvestiya Akademii Nauk of USSR. Mekhanika Zhidkosti i Gaza. 1969. No 6.
2. *Reshmin A.I., Teplovodskii C.Kh., Trifonov V.V.* Short round diffuser with a high area ratio and a permeable partition // Fluid Dynamics. 2012. V. 47. №. 5. P. 583–589.

## О МЕТОДАХ И МЕХАНИЗМАХ СНИЖЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТРЕНИЯ

*H.B. Никитин*

НИИ механики МГУ, Москва

Считается, что цикл самоподдержания турбулентности в пристенных течениях включает в себя несколько звеньев. Результаты лабораторных и численных экспериментов свидетельствуют, что вспышки пульсационной активности происходят на фоне вытянутых вдоль потока полос замедленного движения, где локальный профиль скорости имеет точку перегиба. Для возникновения полос необходимы движения в поперечной к основному потоку плоскости. Последние образуются в результате нелинейного взаимодействия мелкомасштабных пульсаций. Попытки снижения турбулентного трения нацелены на разрыв одного из звеньев турбулентного цикла. В работе будет дан краткий обзор существующих методов, таких как продольное оребрение, поперечные колебания обтекаемой поверхности и комбинация этих двух подходов. Будут представлены результаты, полученные автором и другими исследователями. Интересно выявление механизма снижения трения. Последние результаты свидетельствуют о существенной роли так называемых оптимальных возмущений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 11-01-00088-а. Вычисления проводились на суперкомпьютерном комплексе МГУ "Чебышев".

## ON THE METHODS AND MECHANISMS OF TURBULENT DRAG REDUCTION

*N. Nikitin*

Institute of mechanics of Moscow State University. Moscow.

It is considered, that turbulence generation loop consists of several links. Laboratory and numerical results indicate that bursts of turbulent activity happen on the background of

elongated streaks of slow velocity with inflection local velocity profile. To generate streaks motion is necessary in transverse to mean flow plane. The latter appears as a result of nonlinear interaction of small-scale pulsations. Drag reduction efforts are aimed on disruption of turbulence generating loops in one of its links. A short review of turbulent drag-reducing techniques will be presented. The list of methods contains longitudinal riblets, spanwise surface oscillations and their combination. Results of the author as well as of other investigators will be presented. It is interesting to detect mechanisms underlying turbulent drag reduction. Recent results indicate importance of so called optimal perturbations.

The work was supported by RFBR, under the grant № 11-01-00088-a. Calculations were performed on the “Chebyshov”supercomputing complex.

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ВЫТЕСНЕНИИ БИНГАМОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ

*A.A. Осипцов, С.А. Боронин*

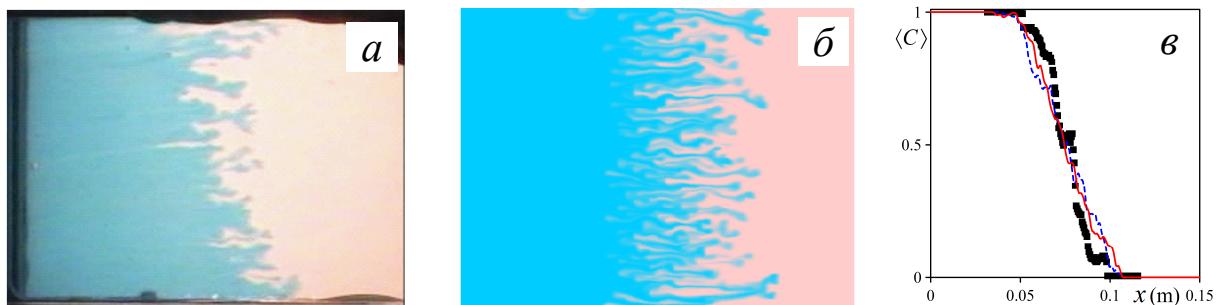
Московский научно-исследовательский центр компании Шлюмберже, Москва

С развитием нефтесервисных технологий, таких как гидроразрыв пласта и очистка трещин гидроразрыва, моделирование течений неньютоновских жидкостей становится все более важным. Теоретический анализ подобных течений требует построения математических моделей, учитывающих развитие неустойчивости на границе раздела жидкостей, транспорт, осаждение частиц и формирование плотной упаковки частиц, отток жидкости через пористые стенки. Изучению двумерных течений бингамовской жидкости посвящено лишь небольшое количество работ [1–2]. Всесторонний анализ гидродинамического взаимодействия бингамовских суспензий в узком канале до сих пор не проводился. Целью настоящей работы является изучение различных физических явлений, сопутствующих многофазному течению в ячейке Хеле-Шоу, таких как комбинированный эффект гравитационной конвекции и пальцевой неустойчивости, осаждения частиц и образования плотной упаковки частиц.

Рассматривается совместное течение нескольких неньютоновских жидкостей с частицами в ячейке Хеле-Шоу. Течение суспензии описывается в рамках двухконтинуального подхода [3]. Несущая фаза состоит из нескольких несмешивающихся жидкостей, распределение которых описывается полем концентрации. В рамках приближения тонкого слоя получена редуцированная система асимптотических уравнений, состоящая из гиперболического уравнения переноса для концентрации частиц и жидкости, а также квазилинейного эллиптического уравнения для давления. Определяющие безразмерные параметры включают: число Бингама (отношение предела текучести к характерному сдвиговому напряжению), число плавучести (отношение числа Рейнольдса к числу Фруда в квадрате), и отношения плотностей и вязкостей жидкостей. Система уравнений решается численно конечно-разностным методом на разнесенной прямоугольной сетке. Уравнения переноса решаются явно с использованием TVD-схемы с ограничением потоков. Эллиптическое уравнение решается с помощью итерационного алгоритма с использованием стабилизированного метода сопряженных градиентов (BiCGStab) и предобусловливания ILU(2).

Модель и ее численная реализация валидировались на имеющихся экспериментальных данных по развитию пальцевой неустойчивости при вытеснении водного раствора глицерина с помощью воды в ячейке при контрасте вязкости 9 [4] (Фиг. 1).

Осредненные по высоте профили концентрации воды практически не зависят от разрешения сетки. Получено хорошее соответствие с экспериментом.



Фиг. 1. Вытеснение водного раствора глицерина водой в слоте при отношении вязкостей 9. (а) – фото эксперимента [4], (б) – расчет, (в) – профиль концентрации закачиваемой воды, осредненный по высоте, экспериментальные данные показаны квадратами, прерывистая и непрерывная линии – численный расчет на сетках 300x600 и 450x900.

Проведено параметрическое исследование различных сценариев закачки. Получено, что при отсутствии неустойчивости пластические зоны не формируются. При неустойчивом вытеснении, бингамовские жидкости демонстрируют формирование пластических зон вследствие падения локальной скорости сдвига. Предел текучести уменьшает эффект гравитационного оплывания переднего фронта закачиваемой жидкости. Увеличение числа Бингама приводит к усилению эффекта экранирования пальцев: мелкие пальцы вытесняющей жидкости имеют тенденцию к полной остановке. Показано что гравитационное оплывание приводит к уменьшению развития пальцевой неустойчивости.

### Литература

1. Bittleston S.H., Ferguson J., and Frigaard I.A. Mud removal and cement placement during primary cementing of an oil well – Laminar non-Newtonian displacements in an eccentric annular Hele-Shaw cell // J. Eng. Math. 2002. 43. P. 229–253.
2. Pelipenko S. and Frigaard I.A. Mud removal and cement placement during primary cementing of an oil well – Part 2; steady-state displacements // J. Eng. Math. 2004. 48(1). P. 1–26.
3. Boronin S.A., Osiptsov A.A. Two Continua Model of Suspension Flow in a Hydraulic Fracture. Doklady Physics. 2010. 55(4). 199–202.
4. Smirnov, Nikitin N.N., Maximenko V.F., Thiercelin A., Legros M.J.C. Instability and mixing flux in frontal displacement of viscous fluids from porous media // Phys. Fluids. 2005. 17. 084102.

## VISCOUS FINGERING IN THE DISPLACEMENT OF BINGHAM FLUIDS IN HELE-SHAW CELL

A.A. Osiptsov, S.A. Boronin

Schlumberger Moscow Research, Moscow, Russian Federation.

With the expansion and development of industrial processes and technologies including hydraulic fracturing and cleanup of hydraulically fractured wells, modeling of non-Newtonian

fluid flows in naturally fractured reservoirs and hydraulic fractures is becoming important. A theoretical analysis of such flows is usually complicated and requires the formulation of mathematical models accounting for various physical phenomena including development of waves and instability at fluid-fluid interfaces, fluid slumping, particle transport and settling, granular packing and fluid leak-off through porous walls into surrounding rock formation. Only a few studies in the open literature are devoted to two-dimensional flows of Bingham fluids [1–2]. Comprehensive analysis of interactions of Bingham particle-laden fluids in a narrow slot has not been carried out yet. The aim of the present study is to analyze various physical phenomena accompanying multiphase flow in a Hele-Shaw cell, such as combined effect of gravitational slumping and viscous fingering, particle settling and granular packing.

We consider a flow of a mixture of non-Newtonian particle-laden fluids in a Hele-Shaw cell. The suspension flow is described within the framework of the two-continuum approach [3], where the two interpenetrating continua are assumed to be a carrier medium (fluid), and a dispersed continuum (particles). Particles are assumed to be large enough to omit their Brownian motion, and their diameter is much smaller than the length scale of the flow. Carrier fluid is composed of several immiscible fluids; their distribution in the cell is described by fluid tracers. Governing equations for three-dimensional flow of a mixture in the slot are reduced to width-averaged equations based on the lubrication approximation. The resulting system involves hyperbolic equations for transport of fluids and particles coupled with quasi-linear elliptic equation for the pressure. Governing parameters involve Bingham number, which is the ratio of typical shear stress to the fluid yield stress, Buoyancy number, as well as density and viscosity ratios of the fluids in the cell.

The system of governing equations is solved numerically using the finite-difference approach and staggered rectangular grid. Transport equations are solved explicitly using TVD flux-limiting scheme, while elliptic equation for pressure is solved by iterative algorithm using BiCGStab method and ILU(2) preconditioner.

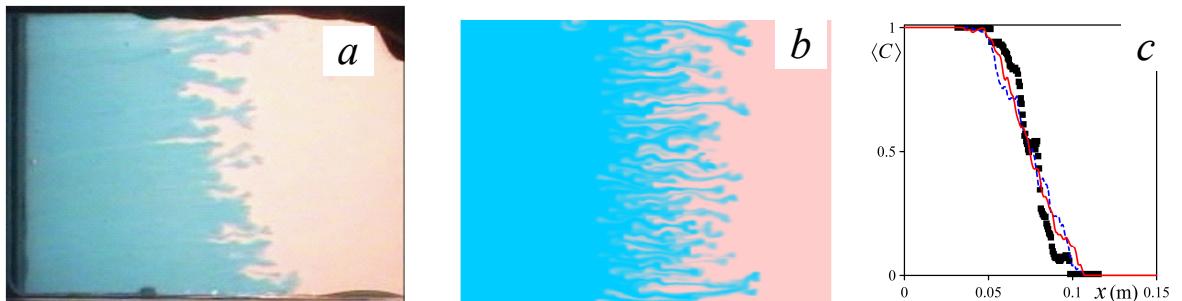


Fig. 1. Displacement of water-glycerin solution by water in a slot at viscosity ratio 9. (a) – photo of the experiment [4], (b) – simulations, (c) – height-averaged profiles of water concentration, experimental data shown by boxes, solid and dashed line correspond to simulations at 300x600 and 450x900 mesh

The model and code are validated against the available experimental data on viscous fingering during the displacement of water-glycerin solution by water in a slot at viscosity ratio 9 [4] (Fig. 1). Height-averaged profiles of water concentration depend only slightly on the mesh resolution considered, good agreement is obtained.

Parametric study of different injection sequences is carried out. It is found that in the absence of fingering no unyielded zones are created, Bingham fluids behaves similarly to Newtonian ones. In the presence of fingers, Bingham fluid becomes essentially unyielded due to decrease in its velocity. Yield stress mitigates slumping, therefore the slumping rate of a Bingham fluid is always lower than that of a Newtonian fluid with the same viscosity and density. Increase in Bingham number leads to increase in finger shielding effect: smaller fin-

gers of the displacing fluid left behind tend to stop completely. Simulations of fluid injection under the conditions when both viscous fingering and gravitational slumping occurs showed that slumping damps fingering.

## References

1. *Bittleston S.H., Ferguson J. and Frigaard I.A.* Mud removal and cement placement during primary cementing of an oil well – Laminar non-Newtonian displacements in an eccentric annular Hele-Shaw cell // *J. Eng. Math.* 2002. 43. P. 229–253.
2. *Pelipenko S. and Frigaard I.A.* Mud removal and cement placement during primary cementing of an oil well – Part 2; steady-state displacements // *J. Eng. Math.* 2004. 48(1). P. 1–26.
3. *Boronin S.A., Osiptsov A.A.* Two Continua Model of Suspension Flow in a Hydraulic Fracture // *Doklady Physics.* 2010. 55(4). P. 199–202.
4. *Smirnov N. N., Nikitin V. F., Maximenko A., Thiercelin M., Legros J. C.* Instability and mixing flux in frontal displacement of viscous fluids from porous media // *Phys. Fluids.* 2005. 17. 084102.

## ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В МНОГОФАЗНЫХ СРЕДАХ

*A.H. Осипцов, Ю.А. Невский*

НИИ механики МГУ, Москва

Процессы гравитационного разделения фаз и сопутствующее явление гравитационной конвекции в многофазных дисперсных системах широко распространены в природе и технике. Примерами могут служить двухфазная конвекция в вулканических очагах, флотация и барботаж в химико-технологических аппаратах, осаждение примеси при промышленной очистке воды, закачка проппанта в трещины гидроразрыва и др.

В связи с необходимостью объяснения ряда неожиданных эффектов, выявленных экспериментально, но не допускающих интерпретации на основе простых аналитических или гидравлических моделей, в последние годы наметился значительный интерес к построению детальных математических моделей для количественного описания гравитационной конвекции супензий. В литературе имеется совсем немного работ, в которых для описания двухфазной конвекции применяются обоснованные модели механики многофазных сред. В докладе дан обзор существующих прикладных проблем и имеющихся моделей гравитационной конвекции супензий. Сделана попытка сформулировать наиболее общую двухконтинуальную модель гравитационной конвекции двухфазной дисперсной среды с ньютоновской несущей фазой и сферическими монодисперсными включениями при произвольном отношении плотностей фаз и конечном объемном содержании дисперсной фазы. Определены параметры подобия, управляющие гравитационной конвекцией. На примере ряда модельных решений задачи о движении одиночной сферы в пульсирующем потоке исследован вклад различных составляющих межфазной силы, в том числе «наследственной» силы Бассэ, в межфазный обмен импульсом при различных режимах. Разработан алгоритм вычисления силы Бассэ, основанный на сведении интегро-дифференциального уравнения движения частицы к дифференциальному уравнению более высокого порядка. Определен диапазон определяющих параметров, в котором описание оседающей супензии возможно без учета не-

стационарных и «наследственных» сил. Построена иерархия предельных (асимптотических по значениям параметров подобия) моделей двухфазной конвекции, часть из которых соответствует распространенным реальным ситуациям. Проведены параметрические численные расчеты медленной гравитационной конвекции супензии в больших (по сравнению с длиной скоростной релаксации фаз) замкнутых двумерных сосудах. Исследовано возникновение мезомасштабных вихревых структур, а также эффектов горизонтального расслоения дисперсной фазы в оседающей супензии. Воспроизведен эффект ускоренного осаждения примеси в сосуде с наклонными стенками (эффект Бойкотта). Показано, что эффект Бойкотта связан с формированием вихревой зоны под наклонной боковой стенкой сосуда, где возникает зона свободная от частиц. Получено качественное соответствие между расчетами и имеющимися в литературе экспериментальными данными. Численно исследованы режимы развития неустойчивости типа Рэлея-Тэйлора на границе между супензией и чистой жидкостью. Обсуждаются отличия в задачах моделирования систем с осаждающимися (тяжелыми) и всплывающими (легкими) частицами. Сформулированы направления возможных дальнейших исследований.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 14-01-00147) и Аналитической ведомственной программы «Государственные задания учреждениям высшего образования на проведение научных исследований» (проект 1.370.2011).

## РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ В ЗМЕЕВИКЕ

*В.П. Парамонов, Б.И. Краснопольский, Н.В. Никитин*

НИИ механики МГУ, Москва

Змеевик или спирально изогнутая труба – труба с кривизной и кручением – типичный элемент большого числа технологических установок. Характерной особенностью течений в непрямых трубах является возникновение вторичных течений, значительно усиливающих перемешивание жидкости в трубе. Этим обусловлено широкое использование змеевиков в технике. Для проектирования устройств со змеевиками используются эмпирические законы сопротивления и теплоотдачи. Целью настоящей работы является разработка алгоритма численного решения уравнений Навье-Стокса для случая геометрии змеевика с целью последующего численного исследования возникающих течений в ламинарном и турбулентном режимах.

Алгоритм строится на базе метода [1], рассчитанного на использование ортогональной системы координат [2]. Одним из наиболее затратных элементов алгоритмов численного расчета нестационарных течений несжимаемой жидкости является решение уравнения Пуассона для определения давления. В рассматриваемом случае оно имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{1}{1 + rk \sin(\theta - \tau s)} \frac{\partial p}{\partial s} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r(1 + rk \sin(\theta - \tau s)) \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \partial \theta} \left( (1 + rk \sin(\theta - \tau s)) \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = q.$$

Здесь  $s, r, \theta$  – спиральные координаты [2],  $\tau$  и  $k$  – кручение и кривизна змеевика. При  $\tau \neq 0$  уравнение (1) не может быть решено прямым быстрым методом. В настоящей работе для его решения применяется стабилизированный метод би-сопряженных градиентов с классическим алгебраическим многосеточным предобуславливателем [3]. Проведен ряд тестовых расчетов решения систем линейных алгебраических уравнений, для различных расчетных сеток. Характерное время решения подобных систем уравнений

на расчетных сетках размером  $256 \times 64 \times 128$  ячеек на одном вычислительном ядре составило порядка 8–12 сек., при этом сходимость нормы относительной невязки до  $10^{-8}$  достигалась за 6–8 итераций. Сгущение сетки по радиальной координате ( $h_{\max} / h_{\min} = 1,5, 25$ ) и также изменение параметров кручения и кривизны ( $\tau = 0,0,1; k = 0, \pi / 5$ ) практически не сказывается на скорости сходимости методов и времени решения задачи. Используемые методы обеспечивают близкую к линейной зависимость времени решения от размера задачи, при этом характерное время в пересчете на 1 млн. неизвестных матрицы составляет порядка 6 сек. Оценки масштабируемости методов на вычислительной системе «Ломоносов» для сетки размером  $256 \times 64 \times 128$  ячеек продемонстрировали ускорение в 3 раза при использовании 8 ядер в пределах одного вычислительного узла, и ускорение до 8 раз на 4 вычислительных узлах.

Работа выполнена с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ имени М.В. Ломоносова [4] при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 14-01-00295-а.

### Литература

1. *Nikitin N.V.* Finite-difference method for incompressible Navier-Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates // Journ. of Comp. Phys. 2006. 217. P.759–781.
2. *Germann M.M.* The Dean equations extended to a helical pipe flow // J. Fluid Mech. 1989. V. 203. P. 289–305.
3. *Краснопольский Б.И.* Об особенностях решения больших систем линейных алгебраических уравнений на многопроцессорных вычислительных системах различной архитектуры // Вычислительные методы и программирование. 2011. Т. 12. № 1. раздел 1. С. 176–182. (<http://num-meth.srcc.msu.ru/>).
4. *Воеводин Вл., Жуматий С., Соболев С., Антонов А., Брызгалов П., Никитенко Д., Стефанов К., Воеводин Вад.* Практика суперкомпьютера "Ломоносов"// Открытые системы. № 7. 2012. С. 36–39.

## ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Л.И. Петрова

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, Москва

Уравнения газодинамических систем (уравнения Эйлера, Навье-Стокса) определены на многообразиях (тангенциальных, сопутствующих и т.д.), которые являются неинтегрируемыми. Производные на таких многообразиях оказываются несогласованными, то есть они не образуют дифференциал. Поэтому решения уравнений, полученные при численном моделировании производных на таких многообразиях, не являются функциями, то есть зависят не только от переменных. Они зависят от коммутатора, образованного некоммутативностью смешанных производных. Такие решения описывают неравновесные состояния газодинамической системы.

Точные решения (функции) уравнений газодинамической системы получаются только в случае, когда реализуются интегральные структуры. Это так называемые обобщенные решения. Такие решения описывают дискретные образования: волны, вихри, турбулентные пульсации и т.д. Переход от решений первого типа к обобщенным решениям описывает такие процессы как возникновение завихренности и турбулентно-

сти. При численном моделировании производных дифференциальных уравнений обобщенные решения невозможно получить непрерывным образом. Они не могут быть получены моделированием уравнений только на исходном многообразии (на котором определены уравнения), так как они получаются на интегральных структурах, которые не принадлежат исходному неинтегрируемому многообразию. Следовательно, чтобы получить обобщенные решения при численном решении уравнений газодинамических систем, необходимо использовать две системы координат. Проблемой получения обобщенного решения является то, что интегральные структуры с обобщенным решением реализуются спонтанно в процессе интегрирования при реализации дополнительных условий – условий интегрируемости. (Дополнительными условиями могут быть характеристические условия, динамические условия согласованности уравнений, входящих в систему уравнений и т.д.). Чтобы получить интегральные структуры, необходимо в процессе численного интегрирования уравнений на исходном многообразии следить за реализацией дополнительных условий. Это дает возможность получать интегральные структуры и переходить к решению на этих структурах.

## FEATURES OF NUMERICAL SOLVING THE EQUATIONS OF GAS-DYNAMICAL SYSTEMS

*L.I. Petrova*

Moscow State University, Russia

The equations of gas-dynamical systems (the Euler, Navier-Stokes equations) are defined on manifolds (tangent, a companying or others) that are not integrable. The derivatives on such manifolds turn out to be inconsistent, i.e. they don't form a differential. Therefore, the solutions to equations obtained in numerical modelling the derivatives on such manifolds are not functions. They will depend on the commutator made up by noncommutative mixed derivatives. These solutions describe the nonequilibrium states of gas-dynamical system.

The exact solutions (functions) to the equations of gas-dynamical system are obtained only in the case when the integral structures are realized. So called generalized solutions are solutions on integral structures. The generalized solutions describe discrete formations such as waves, vortices, turbulent pulsations and so on. A transition from the solutions of first type to generalized solutions describes such processes as emergence vorticity and turbulence.

In numerical simulation of the derivatives of differential equations, one cannot obtain such generalized solutions by continuous way. They cannot be obtained by modelling the equations only on original manifold, since they are obtained on integrable structures that do not belong to original nonintegrable manifold. Therefore, to obtain the generalized solutions by numerical simulation, one must use two systems of reference. One more problem of obtaining the generalized solution relates to the fact that the integrable structures with generalized solution are not initially given, and they are realized spontaneously in the process of integrating under the realization of additional conditions, namely, the integrability conditions. (As additional conditions it may serve, for example, the characteristic conditions, the dynamical conditions of the consistency of equations in the set of equations and so on). To obtain the integrable structures, it is necessary to trace for the realization of additional conditions, which define the integrable structures, in the process of numerical integrating the equations on the original manifold. This gives a possibility to obtain the integrable structure and to obtain the generalized solution.

# УСТОЙЧИВОСТЬ КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В КУБИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИИ ВЕКТОРА СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Д.Е. Пивоваров

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Классической задачей термогравитационной конвекции является задача о движении вязкой жидкости в слое между двумя изотермическими поверхностями. Имеются многочисленные формулировки этой задачи, включающие различного рода среды, условия на границах, наличие внутренних источников тепла, учет магнитного поля, лучистого теплообмена и др. Исследование внутренней задачи в случае замкнутого слоя, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, осуществлялось лишь для ориентации, заданной углом поворота вокруг одного из ребер, примыкающего к изотермической грани прямоугольного объема. Автору известны лишь две публикации, посвященные исследованию характеристик теплообмена при произвольном положении полости [1,2].

В настоящей работе рассматривается конвективное движение ньютоновской несжимаемой жидкости, вызванное разностью температур, поддерживаемых на противоположных гранях кубической полости. Ориентация полости в поле силы тяжести задается углом наклона  $\theta$  изотермической грани к горизонтали (случай подогрева снизу) и углом поворота  $\phi$  вокруг нормали к изотермической грани. Численно определяется течение и проводится расчет его устойчивости по отношению к бесконечно малым трехмерным возмущениям.

Трудность изучения внутренних течений обусловлена весьма малым количеством известных аналитических решений. Таким образом, рассчитать устойчивость в замкнутой полости на основе линейного приближения возможно лишь для положения равновесия. При ориентации температурного градиента под углом к вектору силы тяжести, возникает ламинарное течение, вызванное подъемом нагретой жидкости вдоль горячей стенки и опусканием жидкости вдоль холодной. Это течение зависит от разности температур. Таким образом, получаемая при линеаризации возмущений спектральная задача остается нелинейной и требует последовательного численного решения уравнений Навье-Стокса и последующего определения амплитуд возмущений. Первый шаг реализуется конечно-разностным методом, а второй псевдоспектральным [3]. Получаемое критическое число Рэлея дает некоторую оценку истинного числа и тем ближе к нему, чем выше число Рэлея, при котором ищется основное решение. Экстраполяцией результатов нескольких расчетов при различных числах Рэлея получена критическая поверхность  $Ra(\theta, \phi)$ .

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 12-08-00034).

## Литература

1. Ozoe H., Okamoto T., Churchill S.W., Sayama H. Natural convection in doubly inclined rectangular boxes // Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf. 1978. Vol. 2. P. 293–298.
2. Kitano T., Tagawa T., Ozoe H. Numerical analysis of air flow in a doubly inclined cubic enclosure // The 16th Symp. on Chem. Eng. 2003. P. 347.
3. Пивоваров Д.Е. Порог устойчивости и трехмерные структуры конвекции в замкнутых наклонных прямоугольных объемах: Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. ИПМех РАН. Москва. 2013.

# STABILITY OF CONVECTION FLOW IN CUBICAL ENCLOSURE WITH ARBITRARY GRAVITY VECTOR ORIENTATION

D.E. Pivovarov

Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow

The motion of viscous liquid in the layer between two isothermal surfaces is a classical thermogravitational problem. There are a lot of formulations of such problem including rather media, boundary condition, existence of inner heat sources, magnetic field, radiation and so on. The inner problem have been investigated in rectangular enclosures tilted from horizontal. Only two papers with arbitrary orientation of enclosure are known for author. They are devoted to heat transfer characteristics [1,2].

The present work is focused on the natural convection motion of Newtonian incompressible liquid caused by isothermal boundary condition on the opposite sides of cubical enclosure. The angle of isothermal side from horizontal and the angle of rotate along normal to isothermal side define the orientation of the volume. The base flow and its stability to infinitesimal perturbation are determined numerically.

It is generated some trouble for investigation because of the pure count of analytical solution. It's only possible to calculate the stability of motionless liquid in enclosure by the linear analysis. The laminar flow forms by noncollinear gravity vector and temperature gradient. Its intensity depends on the temperature difference. The spectral problem for linearization perturbation is nonlinear and it's necessary to numerically obtain the base flow and calculate the amplitude of perturbations. These steps were realized by finite difference technique and pseudospectral method [3]. The estimation of critical Rayleigh number is more precisely when the base flow is obtained with Rayleigh number close to critical one. The critical surface  $\text{Ra}(\theta, \phi)$  was construct by extrapolation of result data obtained for different Rayleigh number.

The work was sponsored by RFFI grand № 12-08-00034.

## References

1. Ozoe H., Okamoto T., Churchill S.W., Sayama H. Natural convection in doubly inclined rectangular boxes // Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf. 1978. Vol. 2. P. 293–298.
2. Kitano T., Tagawa T., Ozoe H. Numerical analysis of air flow in a doubly inclined cubic enclosure // The 16th Symp. on Chem. Eng. 2003. P. 347.
3. Пивоваров Д.Е. Порог устойчивости и трехмерные структуры конвекции в замкнутых наклонных прямоугольных объемах: Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. ИПМех РАН. Москва. 2013.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО ЛОКАЛИЗОВАННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА ПРИ ПЕРЕХОДНЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

B.O. Пиманов, Н.В. Никитин

НИИ Механики МГУ, Мех-Мат МГУ, Москва

При переходных числах Рейнольдса в трубе круглого сечения наблюдаются пространственно локализованные турбулентные структуры, называемые турбулентными

*паффами* (англ. puff). Паффи случайно располагаются вдоль трубы, имеют в длину несколько диаметров трубы, отделены друг от друга ламинарным потоком и дрейфуют примерно со средней скоростью течения. Время жизни паффа в принципе не ограничено, но он может случайным образом как раствориться в ламинарном потоке, так и разделиться на два. Если шанс разделения больше, чем шанс аннигиляции, то вся труба постепенно заполняется паффами и происходит переход к сплошной турбулентности. Понимание механизма зарождения и самоподдержания таких структур может помочь объяснить ламинарно-турбулентный переход как в трубе, так и в других пристенных течениях.

Исследование структуры паффа осложнено присутствием разнообразных хаотических колебаний, за которыми теряются его собственные очертания. В работе [1] было численно найдено решение уравнения Навье-Стокса, качественно повторяющее особенности паффа, однако имеющее весьма простую структуру. Это решение неустойчиво и находится на сепаратрисе, разделяющей области притяжения ламинарного и турбулентного режимов.

В настоящей работе воспроизведены решения, найденные в [1] и изучены их свойства. Уравнения Навье-Стокса в протяженной области (40 диаметров трубы) решаются конечно-разностным методом [2]. Решения на сепаратрисе отыскиваются вариацией начальных условий методом бисекции. В результате удается удержать неустойчивое решение на отрезке времени, достаточном для определения основных его свойств. Решение оказывается периодическим по времени с периодом около  $15D/U$  ( $D$  – диаметр трубы,  $U$  – средняя скорость) и локализованным в продольном направлении с длиной около  $13D$ . Пафф сносится вниз по потоку со скоростью  $1.5U$ .

Работа выполнена с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ имени М.В. Ломоносова [3] при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 14-01-00295-а.

## Литература

1. *Avila M. et al.* Streamwise-Localized Solutions at the Onset of Turbulence in Pipe Flow // Physical Review Letters. 2013. Т. 110. № 22. С. 224502.
2. *Nikitin N.* Finite-difference method for incompressible Navier–Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates // Journal of Computational Physics. 2006. Т. 217. № 2. С. 759–781.
3. *Воеводин В., Жуматый С., Соболев С., Антонов А., Брызгалов П., Никитенко Д., Стефанов К., Воеводин В.* Практика суперкомпьютера "Ломоносов" // Открытые системы. № 7. 2012. С. 36–39.

## SPATIALLY-LOCALIZED TIME-PERIODIC THREE-DIMENSIONAL SOLUTIONS OF THE NAVIER-STOKES EQUATION AT THE TRANSITIONAL REYNOLDS NUMBERS IN PIPE FLOW

V.O. Pimanov, N.V. Nikitin

Institute of Mechanics MSU, Moscow

Pipe flow at transitional Reynolds numbers possess There are streamwise-localized turbulent structure at the onset of turbulence in pipe flow. It is called puff. Puffs are located along the pipe randomly. They spatial extension are several  $D$  ( $D$  is the pipe diameter). Laminar flow separates one puff from another. Puffs drifts with the mean flow velocity. Puff life-

time is no limited but there is a chance to disappear or to rise one more puff. The increase in the number of puffs leads to a continuous turbulence while the decrease of it leads to the laminar. Understanding the mechanisms of nucleation and self-maintenance of this structure leads to explain the laminar-turbulent transition in pipe and other wall-bounded flows.

The dynamics of puff turned out to be too complex to identify underlying invariant solutions. The numerical solution of the Navier-Stokes equations [1] has the simple structure and the same features as the puff. This solution is included in the laminar-turbulent phase-space boundary. It consists of initial conditions that neither turn turbulent nor relaminarise but remain in the dividing edge.

We have reproduced the same solution [1] by the numerical simulation of the Navier-Stokes equation. The numerical simulation of pipe flow were carried out using a finite-different code [2]. The computational domain was chosen to be long (40D) with periodic boundary condition in the streamwise direction. The variation of initial condition by the bisection method is used to find dividing edge. It is possible to keep unstable trajectory enough long to determine main features of the solution. This solution is streamwise-localized with spatial extension about 20D. This solution is time-periodic with period  $T=15D/U$  ( $U$  is bulk velocity). Its average drift speed is about 1.5U.

The reported study was supported by the Supercomputing Center of Lomonosov Moscow State University [3] and Russian Foundation for Basic Research, grant agreement 14-01-00295-a.

## References

1. *Avila M. et al.* Streamwise-Localized Solutions at the Onset of Turbulence in Pipe Flow // Physical Review Letters. 2013. T. 110. № 22. C. 224502.
2. *Nikitin N.* Finite-difference method for incompressible Navier–Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates // Journal of Computational Physics. 2006. T. 217. № 2. C. 759–781.
3. *Voevodin Vl.V., Zhumatiy S.A., Sobolev S.I., Antonov A.S., Bryzgalov P.A., Nikitenko D.A., Stefanov K.S., Voevodin Vad.V.* Practice of "Lomonosov" Supercomputer // Open Systems J. Moscow: Open Systems Publ. 2012. № 7. P. 36–39.

## ЭКОЛОГИЧЕСКИ ЧИСТЫЕ ГТУ С ВПРЫСКОМ ВОДЫ И ПАРА

*Ю.В. Полежаев, В.Д. Гешеле, А.А. Ефимов*

ОИВТ РАН, Институт химической физики РАН, Москва

Проблемы дефицита и диверсификации энергообеспечения, а также замены морально и физически устаревшего оборудования в российской энергетике предполагается решать путем форсированного ввода высокоэффективных парогазовых установок на природном газе, использование которого в качестве топлива останется рентабельным и в ближайшей перспективе. Благодаря децентрализации энергоснабжения и приближения энергетических установок к потребителям можно снизить капитальные затраты, в том числе высокие расходы на землю в городах, и повысить надежность энергосбережения. Автономное энергосбережение на основе газотурбинных энергоустановок (ГТУ) позволит достичь экономии энергоресурсов как за счет повышения эффективности использования топлива, так и за счет снижения потерь при передаче энергии. Однако, для экологически безопасной работы ГТУ вблизи потребителей и, особенно около

жилой зоны, нужно обеспечить высокие экологические характеристики таких установок, снизив до минимума концентрации токсичных компонентов в их выбросах.

Для повышения КПД и удельной мощности ГТУ в контур установок подают водяной пар или воду (циклы STIG, Top Hat и др.). Наряду с достижением более высоких энергетических характеристик этих циклов понижает температуру пламени в камере сгорания (КС) и тормозит процессы формирования токсичных оксидов азота ( $\text{NO}_x$ ). Однако радикально снизить концентрацию  $\text{NO}_x$  до ультразвуковых концентраций (2–5 ppm) таким образом не удается из-за замедления горения, приводящего к недопустимому росту концентрации CO (основного продукта «недожога») в выбросах. В работе проведен анализ кинетики процессов наработки  $\text{NO}_x$  и дожигания CO в характерных условиях ГТУ с впрыском воды или пара и определены пути одновременного снижения концентраций этих токсичных веществ в выбросах ГТУ до ультразвуковых значений, менее 3 ppm.

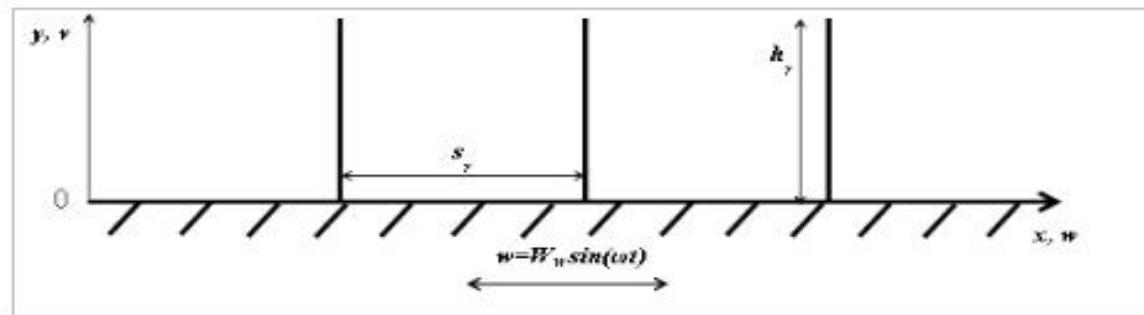
## ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ СТОКСА НАД ОРЕБРЕННОЙ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

H.B. Попеленская, H.B. Никитин

НИИ механики МГУ, Москва

Рассматривается течение вязкой несжимаемой жидкости, вызванное гармоническими осцилляциями оребренной поверхности.

Поверхность принимается гладкой и непроницаемой, совершающей колебания в своей плоскости с частотой  $\omega$  и амплитудой  $W_w$  по закону  $w = W_w \sin(\omega t)$ . Перпендикулярные к поверхности ребра считаются бесконечно тонкими и перемещаются как единое целое с колеблющейся поверхностью. Течение описывается уравнениями Навье–Стокса для несжимаемой жидкости. Задача решается в двумерной постановке с условием прилипания на твердых стенках (на колеблющейся поверхности,  $y=0$ , и поверхностях ребер), условием отсутствия движения при  $y=\infty$  и условием периодичности по горизонтальной координате  $x$ . Расчеты проводились в системе координат, связанной с колеблющейся поверхностью, в области, соответствующей одной межреберной ячейке. Расчетная сетка размером до  $128 \times 96$  (в направлениях  $x$  и  $y$  соответственно) строилась так, чтобы обеспечить сгущение узлов у твердых стенок. Численный метод сочетает консервативную конечно-разностную схему аппроксимации уравнений по пространственным координатам и полуявный метод интегрирования по времени [1]. Для удовлетворения условий прилипания на поверхности ребер используется метод погруженных границ [2,3].



Получены зависимости трения на стенке и силы сопротивления на ребрах от межреберного интервала  $s_r$  при постоянном значении высоты ребра  $h_r$  и фиксированных параметрах осцилляций. Показано, что при  $s_r \rightarrow \infty$  сила трения (отнесенная к единице площади поверхности) стремится к своему максимальному значению, соответствующему осцилляциям гладкой стенки, а относительная сила сопротивления на ребрах – к нулю. И, наоборот, при уменьшении расстояния между ребрами вклад силы сопротивления на ребрах становится максимальным, а вклад силы трения стремится к нулю. В обоих предельных случаях средняя за период мощность сил совпадает со случаем гладкой стенки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 14-01-00295-а, 14-08-00204-а).

### Литература

1. *Nikitin N.* Finite-difference method for incompressible Navier-Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates // Journal of Computational Physics. 2006. 217(2). P. 759–781.
2. *Кит Е., Никитин Н.В., Шмидт В.М., Яхом А.* Применение метода виртуальных границ для численного исследования возникновения колебаний за цилиндром вблизи твердой стенки // МЖГ. 2004. 1. С. 69–77.
3. *Водопьянов И.С., Никитин Н.В., Чернышенко С.И.* Снижение турбулентного сопротивления боковыми колебаниями оребренной поверхности // МЖГ. 2013. 4. С. 46–56.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОГО БАРОТРОНОГО ГАЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВОЙ РАЗНОСТНОЙ СХЕМОЙ

*А.В.Попов<sup>1</sup>, К.А.Жуков<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, механико-математический факультет

<sup>2</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики.

В настоящей работе рассматривается новая неявная разностная схема для системы уравнений, описывающей движение вязкого баротропного газа в переменных Эйлера в случае одной, двух и трех пространственных переменных. Особенностью предлагаемой разностной схемы является то, что ищутся не сами значения функции плотности, а логарифмы этих величин. Тем самым автоматически достигается выполнение условия положительности функции плотности. Для данной разностной схемы доказана теорема существования и единственности для любых соотношений временного и пространственных параметров дискретизации. В предположении гладкости точного решения получены аналитические оценки погрешности численного интегрирования, подтвержденные численным экспериментом. Показано, что схема может быть использована в задачах с негладкими начальными данными и в задачах на областях с негладкой границей. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 12-01-00960а).

## NUMERICAL SIMULATION OF VISCOUS BAROTROPIC GAS FLOWS WITH A NEW DIFFERENCE SCHEME

*A.V.Popov<sup>1</sup>, K.A.Zhukov<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics

<sup>2</sup>Lomonosov Moscow State University,

Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics

In this study a new implicit finite difference scheme for the system of equations, describing the motion of viscous compressible gas, is considered for the one-, two- and three-dimension of space. The peculiarity of the scheme is that instead of the density function its logarithm is computed, so the positivity of the density is guaranteed. The existence and uniqueness theorem for numerical solution is proved for all ratios of time and space discretisation parameters. Assuming solution of differential equations to be smooth, the numerical integration error is estimated analytically, proven to be valid in numerical experiments. It is shown that the scheme can be used for the problems with nonsmooth initial conditions and domains with nonsmooth boundary. This study was supported by the Russian foundation of basic research. (grant 12-01-00960a)

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ УСЛОВИЙ РАВНОВЕСИЯ ЖИДКОСТИ В ПОЛОСТЯХ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ СЕЧЕНИЯМИ

*А.М. Пылаев, П.А. Семенёв*

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

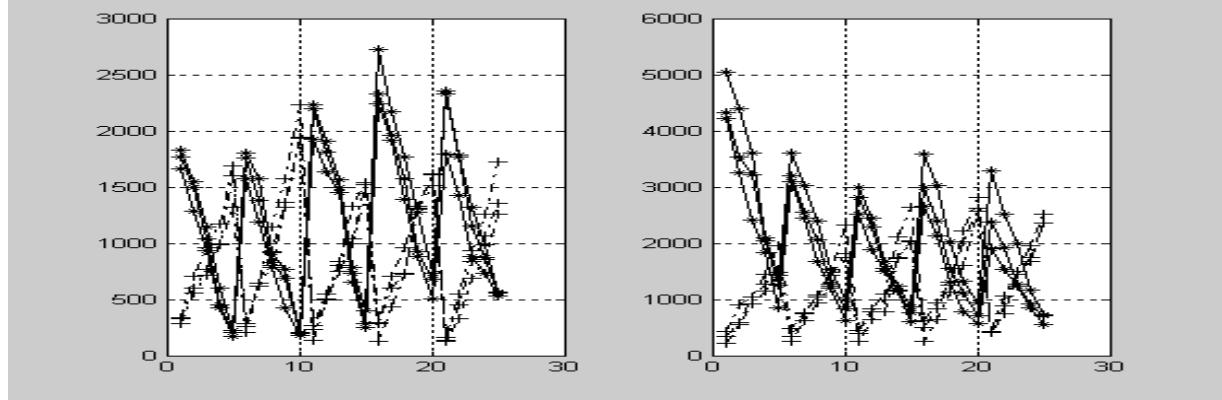
Представленная здесь информация, в частности, полезна при проведении расчетов теплового режима приборных отсеков космических аппаратов в условиях слабой гравитации. Существенно и следующее: возникающие критические движения представляют естественный полный базис для разложения любого конвективного движения в полости [1]. Это обстоятельство может быть полезно при итерационном аналитическом решении нелинейных задач конвекции.

К уравнениям конвекции в приближении Буссинеска применена линейная теория устойчивости. Исключены возмущение давления и горизонтальные компоненты скорости применением к векторному уравнению движения операции rotrot и проектирования на ось  $y$ . На оси тел вращения принимались условия симметрии; на внешних же границах полостей использованы для температур – условия как 1-го ( $\lambda = \infty$ ), так и 2-го ( $\lambda = \infty$ ) рода, а для вертикальной компоненты скорости – условия прилипания, с приравниванием нулю и нормальных производных (следствие уравнения неразрывности). Для температурных и скоростных амплитуд использованы тригонометрические разложения с включением, – для выполнения граничных условий; – коэффициентов, зависящих от координат и, в общем случае, от волновых чисел  $n$ . Масштаб расстояния в выражениях  $\{Ra_{kp}\}$  — всегда половина максимального размера по горизонтали.

В таблице и на рисунках представлена информация для полостей с эллиптическими сечениями: слева – для горизонтальных цилиндров неограниченной протяжённости, а справа – для тел вращения вокруг вертикальной оси. В пяти столбцах таблицы (левых и правых) и в пяти вертикальных полосах каждого из рисунков приведены зна-

чения критических чисел Рэлея ( $Ra_{kp}$ ) в соответствии убыванию значений отношения вертикальной оси к горизонтальной ( $Y \in \{10; 2; 1; 0.5; 0.1\}$ ). Здесь в двух строках таблицы содержатся лишь минимальные  $Ra_{kp}$  – для случаев с идеально изолированными ( $\lambda = 0$ ) и с идеально теплопроводными ( $\lambda = \infty$ ) границами; везде чертой отделяются соответствующие этим  $\{Ra_{kp}\}$  значения волновых чисел  $n$ . А на рисунках представлено по три кривые ( $n \in \{0; 1; 2\}$ ), в каждой из полос которых – по пяти начальных значений  $Ra_{kp}$ ; при этом значения  $\{Ra_{kp}\}$  для случаев с  $\lambda = \infty$  показаны отражёнными относительно центральной вертикали.

283.4-2	203.9-0	133.4-0	125.0-0	124.2-1		225.0-1	254.2-0	255.0-1	256.2-2	405.4-2
526.9-2	506.6-2	252.0-1	179.1-2	170.5-2		555.0-0	570.0-1	597.3-1	627.7-2	858.1-2



Найденные значения согласуются с известными литературными данными [2]. Замечено три группы соотношений во множестве  $\{Ra_{kp}\}$ . Во-первых, из двух значений  $\{Ra_{kp}\}$  большее всегда получается в случае идеально теплопроводной границы – при идентичности всех остальных условий сравнения. Во-вторых, из двух соседних по возрастанию групп  $\{Ra_{kp}\}$  с  $n = 0..2$  даже большее значение из 1-ой группы не превышает меньшего из 2-ой группы. И в-третьих, в полостях с эллиптическими сечениями при  $Y \in \{2; 1; 0.5\}$  влияние роста  $Y$ , при идентичности других условий сравнения, различно; в горизонтальных цилиндрах рост  $Y$  приводит к повышению (рост  $\{Ra_{kp}\}$ ) стойчивости равновесия жидкости, а в телах вращения – к её снижению. Высказано предположение о выполнимости этих соотношений для всех полостей – горизонтально-эллиптических (вместе с их симметричными внутренностями) и для эллипсоидов вращения, – подтверждение которого, конечно, требует дополнительной информации. В работе рассмотрены и структуры возникающих течений, изолинии температур и скоростей.

## Литература

- Уховский М.Р., Юдович В.И. Об уравнениях стационарной конвекции // ПММ. 1963. Т. 27. № 2. С. 295–300.
- Гериун Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости // М.: Наука. 1972. 392 с.

# COMPARATIVE ANALYSIS OF FLUID EQUILIBRIUM CONDITIONS IN CAVITIES OF ELLIPTICAL CROSS-SECTION

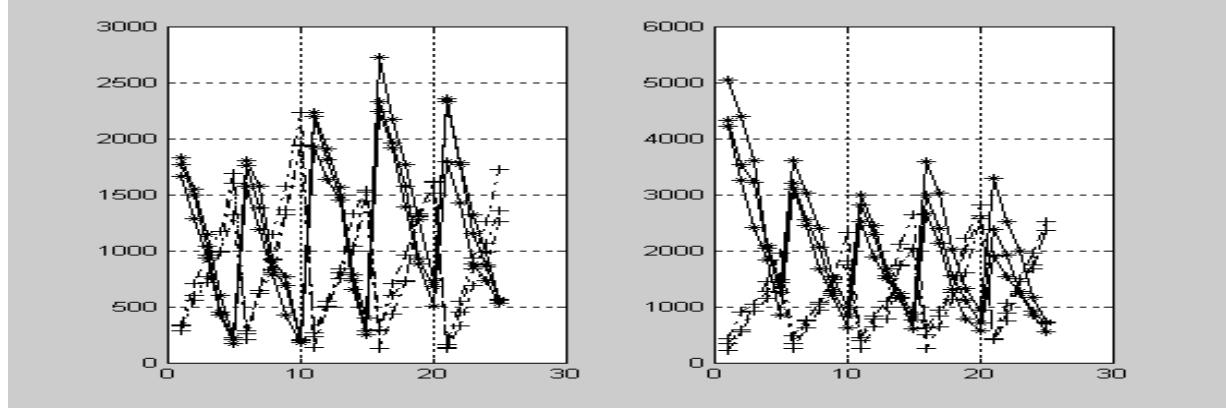
*A.M. Pylaev, P.A. Semenyov*

Bauman Moscow State Technical University

Presented results could be useful in calculation of thermal conditions of instrumentation spaceship modules in weak gravitation field. It is important to mention that emerging critical motions are a natural full basis for description of any convective motion in a cavity [1]. This fact could be used in iterative analytical solution of nonlinear convection problems.

Linear stability theory is applied to Boussinesq approximation of convection equations. Influence of pressure disturbances and horizontal velocity components are eliminated by applying rotrot operation to vector motion equation and projecting it on Y-axis. Symmetry condition was taken on an axis of bodies of revolution; 1st ( $\lambda = \infty$ ), and 2nd ( $\lambda = \infty$ ) type temperature boundary conditions were used on external cavity boundaries; no-slip condition was taken for vertical velocity component, with normal derivatives set equal to 0 due to continuity equation. Trigonometric expansions was used for temperature and velocity amplitudes including coordinate-dependent and in the general case wave number-dependent coefficients for boundary conditions implementation. Length scale in  $\{Ra_{CR}\}$  numbers always equal to half of maximum horizontal dimension.

283.4-2	203.9-0	133.4-0	125.0-0	124.2-1		225.0-1	254.2-0	255.0-1	256.2-2	405.4-2
526.9-2	506.6-2	252.0-1	179.1-2	170.5-2		555.0-0	570.0-1	597.3-1	627.7-2	858.1-2



Calculation results for cavities of elliptical cross-section are presented in table and on figures: left-side data is for horizontal unbounded extent cylinders, right-side data is for bodies of revolution about an vertical axis. In five columns of the table (both left and right parts) and in five vertical stripes of both figures values of critical Rayleigh numbers ( $Ra_{CR}$ ) are shown in compliance with decreasing values of vertical axis – horizontal axis ratio ( $Y \in \{10; 2; 1; 0.5; 0.1\}$ ). Two rows of the table contain only minimal  $Ra_{CR}$  for thermally isolated ( $\lambda=0$ ) and perfectly heat-conducting ( $\lambda = \infty$ ) boundaries; lines (dashes) after values of  $\{Ra_{CR}\}$  separate these values from corresponding wave numbers  $n$ . Each figure contains three curves ( $n \in \{0; 1; 2\}$ ), all stripes in these curves consists of five initial  $Ra_{CR}$  values; critical Rayleigh numbers  $\{Ra_{CR}\}$  for  $\lambda = \infty$  cases are shown reflected about a central vertical line.

Values obtained are consistent with published data [2]. Three groups of correlation are noticed in  $\{Ra_{CR}\}$  set. First of all, larger out of two Rayleigh numbers  $\{Ra_{CR}\}$  always corresponds to perfectly heat-conducting boundary with all other conditions being equal. Secondly, in two adjacent ascending groups  $\{Ra_{CR}\}$  with  $n = 0..2$  largest value from the first group less than the least from the second group. Finally, in cavities of elliptical cross-section at  $Y \in \{2;1;0.5\}$  influence of Y increase, with all other conditions being equal, differs and leads to increasing of  $\{Ra_{CR}\}$  and fluid equilibrium stability in horizontal cylinders, and reduction fluid equilibrium stability in bodies of revolution. It is suggested that these correlations are valid for all types of cavities: horizontally-elliptical (with the symmetrical internal regions) and ellipsoids of revolution; the confirmation of which requires additional data. Flow structures, isolines of temperature and velocity are also discussed in this study.

### References

1. Уховский М.Р., Юдович В.И. Об уравнениях стационарной конвекции // ПММ. 1963. Т. 27. № 2. С. 295–300.
2. Гериун Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости // М.: Наука. 1972. 392 с .

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДРЕЙФА ВОЗДУШНОГО ПУЗЫРЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЕГО РАЗМЕРА И ФОРМЫ

*Д.А. Рева, К.А. Рыбкин*

Пермский государственный национальный исследовательский университет

Работа посвящена экспериментальному изучению зависимостей основных характеристик дрейфа всплывающего воздушного пузырька в поле тяжести, таких как, средняя амплитуда отклонения центра масс  $x_c$  пузырька от вертикали, вертикальной составляющей скорости  $V_z$  и частоты  $v$  колебаний пузырька, в зависимости от его среднего диаметра  $d$ . Обсуждается влияние изменения формы объекта исследования на характеристики дрейфа.

Дрейф воздушных пузырей, в первую очередь, интересен связью с технологическим процессом флотации, в ходе которого происходит обогащение минеральных руд. Измельченная руда взвешивается в жидкости, и частицы, обладающие гидрофобными свойствами, закрепляются на всплывающих пузырьках. Существует ряд работ, в которых изучается поведение всплывающих пузырьков и его влияние на производительность флотационных установок. Например, в работе [1] авторы исследовали перспективы использования биосурфактантов вместо хемосинтезированных ПАВ. Показано, что добавление таких биосурфактантов, как rhamnolipid, T-C8phenolethoxylateEO9 и даже чай, оказывают значительное воздействие на движение пузырей и распределения их по размерам. Однако значение формы всплывающих пузырей при этом не обсуждается.

В представленной работе экспериментально изучалось свободное движение пузырьков воздуха в кювете с квадратным основанием площадью  $625 \text{ см}^2$  и высотой один метр, заполненной дистиллированной водой (см. рис.1). Для наблюдения положения пузырьков одновременно в двух плоскостях  $xz$  и  $yz$  лабораторной системы координат  $(x, y, z)$ , связанной с кюветой, сбоку было установлено зеркало под углом в  $45^\circ$  к верти-

кальной плоскости кюветы. Пузырьки воздуха попадали в измерительную полость через калиброванный капилляр, расположенный в центре дна кюветы.

Процессы всплытия пузырьков фиксировались на высокоскоростную видеокамеру. Полученный видеоряд обрабатывался в программном пакете MATLAB с целью определения проекций контуров пузырей на две ортогональные плоскости:  $xz$  (вид сбоку),  $yz$  (анфас) правой лабораторной системы координат ( $x,y,z$ ). На каждом кадре определялись координаты центра масс дрейфующего пузырька.

В ходе эксперимента было установлено уменьшение частоты колебаний дрейфующего пузыря с увеличением его среднего радиуса ( $0.8 \leq r \leq 2.5$  мм), при этом средняя амплитуда отклонения центра масс пузырька от вертикали росла (см. рис.2). Так же рассматривалось влияние ультразвука на характеристики дрейфа. Обсуждается связь интенсивности и частоты, образующихся в процессе дрейфа вихрей (количественные оценки проведены методом PIV), с изменением размера и формы воздушного пузырька.

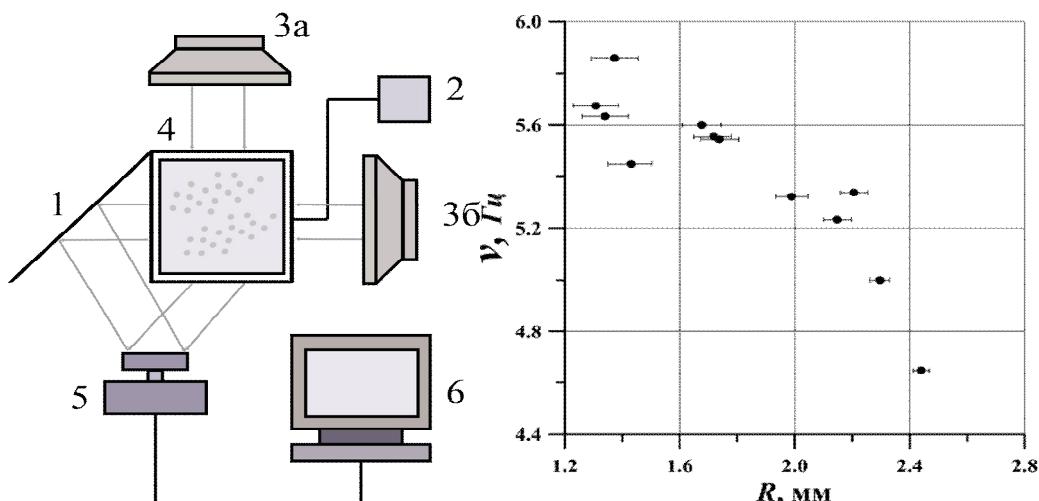


Рис.1

Рис. 2

- 1. Mirror
- 2. Starter
- 3. Lighting devices
- 4. Cuvette
- 5. High-speed camera
- 6. Computer

## Литература

1. Li Yanpeng, Yang Liwei, Zhu Tingting, Yang Jingjing, Ruan Xiaodong. «Bio surfactants as Alternatives to Chemosynthetic Surfactants in Controlling Bubble Behavior in the Flotation Process»

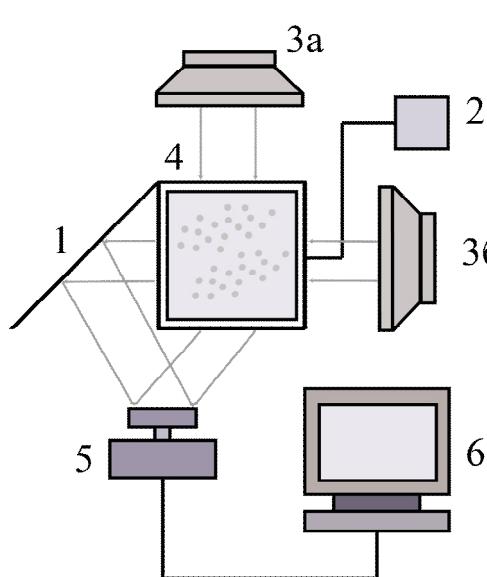
## EXPERIMENTAL STUDY OF AIR BUBBLE DRIFT TRAJECTORIES DEPENDING ON ITS SIZE AND SHAPE

D.A. Reva, K.A. Rybkin

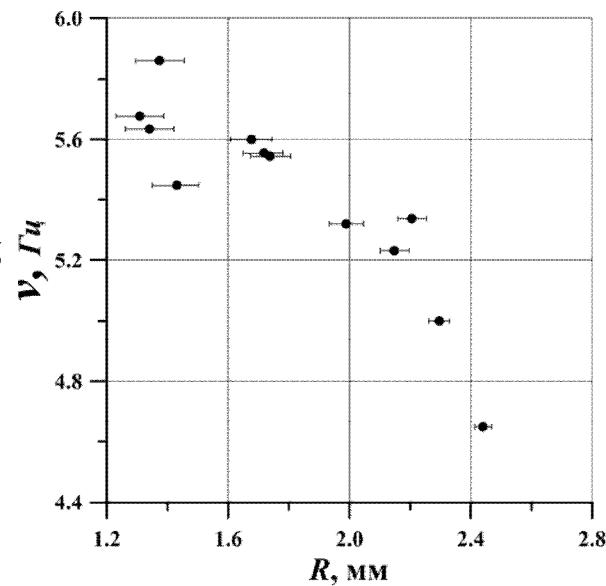
Perm State National Research University, 614990, Perm, Bukireva 15

Work is devoted to the experimental study of the main characteristics of dependency drift pop a bubble in a gravitational field, such as the average amplitude of the center of mass

$x_c$  deviation from vertical bubble , vertical velocity component  $V_z$  and frequency  $v$  bubble oscillation , depending on the average diameter  $d$ . The effect of changing the shape of the object of research on the characteristics of the drift



Pic.1



Pic.2

- 1. Mirror
- 2. Starter
- 3. Lighting devices
- 4. Cuvette
- 5. High-speed camera
- 6. Computer

Drift of air bubbles, primarily interested in the relationship with the flotation process, which occurs during the enrichment of mineral ores. The ground ore is weighed in the liquid , and particles having hydrophobic properties are fixed to pop the bubbles. There are a number of papers in which we study the behavior of rising bubbles and its effect on performance flotation plants. For example, in [1], the authors investigated the prospects of using biosurfactants instead hemosintezirovannyh surfactants. It is shown that the addition of biosurfactants such as rhamnolipid, T -C8phenolethoxylateEO9 and even tea, have a significant impact on the movement of bubbles and size distribution. However, the value form pop bubbles while not discussed.

In the present study, we experimentally studied the free movement of air bubbles in the cuvette with a square base area of  $625 \text{ cm}^2$  and a height of one meter, filled with distilled water (pic. 1). For observation of the bubble position in two planes  $yz$  and  $xz$  laboratory coordinate system ( $x, y, z$ ), associated with the cuvette side mirror was installed at an angle of  $45^\circ$  to the vertical plane of the cuvette. Air bubbles into the measurement chamber through a calibrated capillary located in the center of the bottom of the cell.

Processes ascent bubbles recorded on high-speed video camera. The resulting visuals processed in MATLAB software package to determine the contours of the projections of bubbles in two orthogonal planes:  $xz$  (side view),  $yz$  (front view) Right laboratory coordinate system ( $x, y, z$ ). Each frame determined the coordinates of the center of mass of floating bubble.

During the experiment, it was found a decrease of the oscillation frequency drift bladder with increasing mean radius of ( $0.8 \leq r \leq 2.5 \text{ mm}$ ), and the average amplitude deviation from

the center of mass vertically grown bubble (*pic. 2*). Just examined the effect of ultrasound on the drift characteristics. Discusses the relationship between the intensity and frequency generated in the process of drift vortices (quantitative assessments were conducted using PIV), with the size and shape of the air bubble.

## References

1. *Li Yanpeng, Yang Liwei, Zhu Tingting, Yang Jingjing, Ruan Xiaodong.* «Bio surfactants as Alternatives to Chemosynthetic Surfactants in Controlling Bubble Behavior in the Flotation Process»

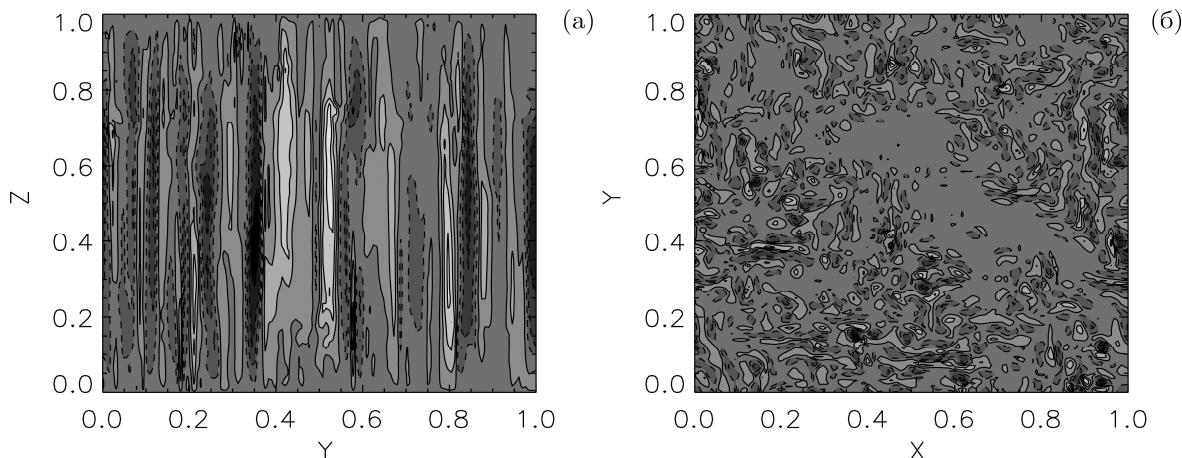
## КАСКАДНЫЕ ПРОЦЕССЫ И РАЗДЕЛЕНИЕ ПО МАСШТАБАМ В МОДЕЛЯХ ТУРБУЛЕНТНОГО ДИНАМО ПРИ БЫСТРОМ ВРАЩЕНИИ

*М.Ю. Решетняк*

Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва

Конвекция в жидких ядрах планет подчиняется геострофическому балансу, когда градиент давления уравновешивается силой Кориолиса, а числа Россби малы. Для этого режима конвективные ячейки имеют циклоническую форму. Циклоны вытянуты вдоль оси вращения, их поперечный масштаб на пороге возбуждения тепловой конвекции порядка  $E^{1/3}$ , где  $E$  – число Экмана. Для металлических ядер планет  $E \sim 10^{-15}$ , что дает на пороге возбуждения конвекции показатель анизотропии течения порядка  $10^5$ . Для реалистичных течений, когда числа Рэлея превышают критические значения на 2–3 порядка, показатель анизотропии уменьшается, однако, все еще оставаясь большим, см. рисунок, где представлены сечения вертикальной компоненты скорости вертикальной (а) и горизонтальной (б) плоскостями.

Оказывается, что геострофическая турбулентность хоть и является трехмерной [1], но может обладать и некоторыми свойствами двумерной, демонстрируя обратные каскады кинетической энергии по спектру и существование нелокального триадного взаимодействия в нелинейном члене в уравнении Навье-Стокса [2]. Данний результат справедлив как для моделей Буссинеска, так и для моделей анеластик сжимаемой жидкости в плоской и сферической оболочке.



Отличительной чертой рассматриваемых геострофических течений является существование крупномасштабной гидродинамической спиральности, равной скалярному

произведению скорости на ее завихренность. Как и кинетическая энергия, гидродинамическая спиральность является интегралом уравнения Навье-Стокса и во многом определяет свойства его решения. Гидродинамическая спиральность является источником крупномасштабных магнитных полей во многих астрофизических объектах и тесно связана с альфа-эффектом, ответственным за генерацию крупномасштабного магнитного поля турбулентностью. Интересно, что быстрое вращение позволяет системе накапливать магнитную энергию на несколько порядков большую кинетической энергии во вращающейся системе отсчета. Последнее связано со стремлением магнитного поля иметь безсиловые конфигурации.

В задаче динамо, когда с уравнениями тепловой конвекции рассматривается уравнение генерации магнитного поля, оказывающего обратное влияние на течение проводящей жидкости посредством силы Лоренца, вводят еще три вида спиральностей: магнитную, токовую и кросс-спиральности. В этом случае полная система динамо имеет три интеграла движения: энергию, магнитную и кросс-спиральности. Используя вейвлет-анализ можно показать [3], что переход от задачи без магнитного поля к задаче динамо в спектральном пространстве связан с генерацией токовой и магнитной спиральностей разных знаков на разных масштабах, что приводит к тривиальному закону сохранения этих величин во время переходных режимов, рассматриваемых ранее в [4].

### Литература

1. Reshetnyak M., Hejda P. Direct and inverse cascades in the geodynamo // Nonlin. Proc. Geophys. 2008. 15. P. 873–880.
2. Hejda P., Reshetnyak M. Effects of anisotropy in the geostrophic turbulence // Phys. Earth Planet. Int. 2009. 177. P. 152–160.
3. Решетняк М. Помасштабная стабилизация магнитного поля в моделях динамо // Физика Земли. 2013. Принято в печать. 17 С.
4. Hejda P., Reshetnyak M. Nonlinearity in dynamo. Geophys. Astrophys // Fluid Dynam. 2010. 104(6). P. 25–34.

## SHELL PROCESS AND SCALE SEPARATION IN THE TURBULENT DYNAMO WITH THE RAPID ROTATION

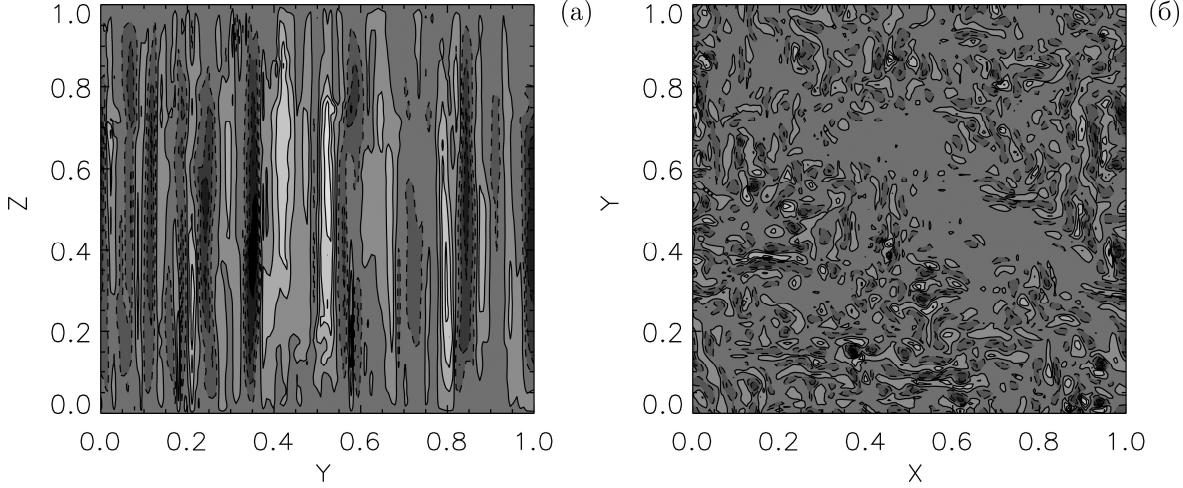
*M.Yu. Reshetnyak*

The Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, Moscow

Convection in the liquid cores of the planets satisfies to the geostrophic balance, when pressure gradient is balanced with the Coriolis force, and the Rossby numbers are small. For this regime convective cells have cyclonic form. Cyclones are elongated along the axis of rotation and their transverse scale at the onset of convection is of the order  $E^{1/3}$ , where  $E$  is the Ekman number. For the iron planet cores  $E \sim 10^{-15}$  that yields anisotropic ratio of order  $10^5$ . For the realistic flows, when the Reyleigh number exceeds of its critical value over 2–3 orders, anisotropic ratio decreases, still being quite large, see Figure with the sections of vertical velocity with the vertical (a) and horizontal (b) planes.

It appears that geostrophic turbulence even being the three-dimensional manifests some properties of the two-dimensional flow [1], demonstrating inverse cascades of the kinetic energy over the spectrum, as well as existing of the non-local triadic interaction in the non-linear term in the Navier-Stokes equation [2]. This result is valid for the Boussinesq-like

models as well as for the anelastic compressible liquid in the plane geometry and spherical shells.



The distinguishing feature of the considered geostrophic flows is existence of the large-scale kinetic helicity defined with the dot product of the velocity field with its vorticity. As well as the kinetic energy, kinetic helicity is the integral of the Navier-Stokes equation, and defines properties of its solution. Kinetic helicity is a source of the large-scale magnetic fields in various astrophysical objects and closely connected with the alpha-effect responsible for the large-scale magnetic fields generation with the turbulence. It is interesting that rapid rotation leads to the states with the large ratio of the magnetic energy to the kinetic energy in the rotating frame of the system. This phenomenon is caused by the free-force configurations of the magnetic field.

In dynamo problems, when in addition to the thermal convection equations the induction equation for the magnetic field, which feeds back on the flow with the Lorentz force, is solved, the other three helicities are introduced: the magnetic, current and cross-helicities. In this case the full dynamo problem has three integrals: energy, magnetic and cross-helicities. Using wavelet analysis [3] we show that transition in the wave space from the non-magnetic problem to the non-linear dynamo regime is accompanied with the generation of the current and magnetic helicities of opposite signs at the different scales. This is the reason why the conservation laws for the helicities are satisfied in the trivial way during transition regimes considered in our previous research [4].

## References

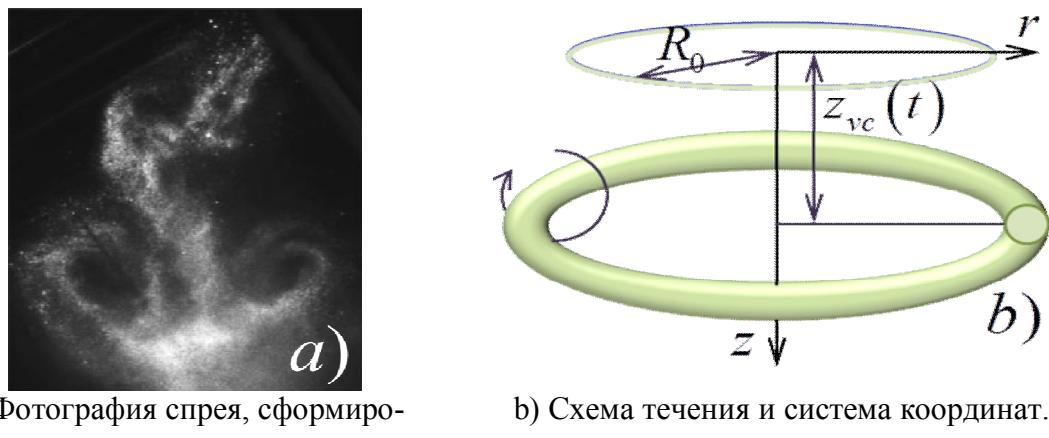
1. Reshetnyak M., Hejda P. Direct and inverse cascades in the geodynamo // Nonlin. Proc. Geophys. 2008. 15. P. 873–880.
2. Hejda P., Reshetnyak M. Effects of anisotropy in the geostrophic turbulence // Phys. Earth Planet. Int. 2009. 177. P. 152–160.
3. Reshetnyak M.Yu. Scale to scale stabilization of the magnetic field in dynamo models // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2013. Accepted. 17 C.
4. Hejda P., Reshetnyak M. Nonlinearity in dynamo. Geophys. Astrophys // Fluid Dynam. 2010. 104(6). P. 25–34.

# ДИНАМИКА ЧАСТИЦ В ТЕЧЕНИИ С ВИХРЕВЫМ КОЛЬЦОМ

O. Рыбылова, С.С. Сажин, С. Бегг, М. Хейкал

Лаборатория имени Сэра Харри Рикардо, Центр автомобилестроения, школа компьютерных вычислений, машиностроения и математики, Факультет науки и машиностроения, Брайтонский университет, Брайтон, Великобритания

Новые требования к расходам топлива и выбросам выхлопных газов стимулируют исследования новых режимов впрыска жидкого топлива в камеры сгорания. В одном из таких исследуемых режимов подготовка смеси происходит с помощью течения с вихревыми кольцами. Жидкое топливо выходит из сопла и увлекает за собой окружающий газ, формируя грибообразные структуры разных размеров. Такой режим течения характерен для систем с прямым впрыском топлива в камеру сгорания (фиг. 1а). В [1] вихревые структуры в течениях в камере сгорания были исследованы экспериментально, результаты сопоставлены с результатами аналитической модели классического вихревого кольца (однофазное течение), предложенной в работе [2]. Цель настоящей работы – исследовать распределение частиц в двухфазных течениях с вихревым кольцом в режимах, характерных для работы бензиновых двигателей.



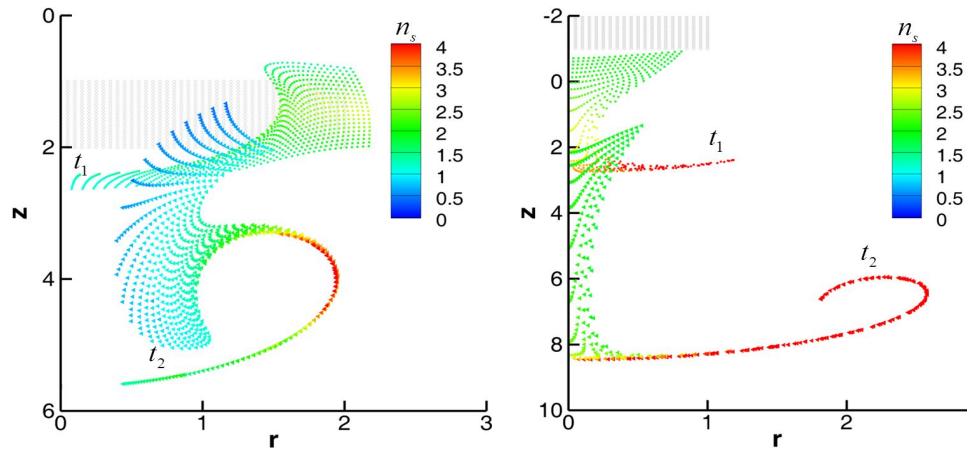
а) Фотография спрея, сформированного инжектором высокого давления прямого впрыска топлива в камеру сгорания двигателя (G-DI);

б) Схема течения и система координат.

Фиг.1.

Исследуется осесимметричное нестационарное течение газа с примесью частиц (рис. 1б). Задача решается в рамках модели взаимопроникающих континуумов, влиянием частиц на несущую фазу пренебрегается [3]. Несущая фаза – вязкая несжимаемая жидкость (воздух). Несущая фаза представлена облаком одинаковых недеформируемых сферических частиц радиуса  $\sigma$ , плотность вещества частиц –  $\rho_{sm}$ . Параметры несущей фазы вычисляются с помощью аналитического решения для вихревого кольца [2], в котором учитывается главный член разложения по малому параметру  $\theta = \sqrt{Re/2t}$ , где  $Re = \Gamma_0 / \nu$ ,  $\Gamma_0$  – начальная циркуляция вихревого кольца. Этому решению соответствует бесконечная завихренность, распределенная вдоль кольца радиуса  $R_0$  в начальный момент времени. Движение дисперсной фазы моделируется на основе полного лагранжева подхода (FLA) [4], который позволяет вычислить все параметры частиц, в том числе концентрацию, из решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений вдоль выбранных траекторий частиц. Исследованы два типа начальных условий, соответ-

ствующие двум способам подвода частиц в течение: (i) облако покоящихся частиц расположено перед вихревым кольцом; (ii) в течение подводится двухфазная струя. На фиг. 2 представлены распределения численной концентрации частиц в разные моменты времени, соответствующие как первому (фиг. 2a), так и второму (фиг. 2b) случаям,  $\beta = 3$  ( $\beta$  – параметр инерционности частиц).



а) Динамика облака частиц, покоявшегося перед вихревым кольцом в начальный момент времени,  $t_1 = 7.5$ ,  $t_2 = 50$ ,  $t_0 = 0.01$ ;  
б) Движение двухфазной струи,  $t_1 = 10$ ,  $t_2 = 180$ ,  $t_0 = 0.2$ .

Фиг 2. Распределение численной концентрации частиц в два момента времени ( $\blacksquare - t_1$ ,  $\blacktriangle - t_2$ ),  $Re = 100$ ,  $\beta = 3$ ;

Работа поддержана Советом по научным исследованиям в области инженерных и физических наук (грант EPSRC EP/K005758/1, UK) and РФФИ (проекты 14-01-00147, 12-01-31124).

### Литература

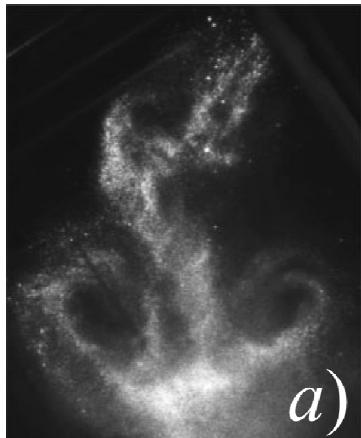
1. Begg S., Kaplanski F., Sazhin S., Hindle M., Heikal M. Vortex ring-like structures in gasoline fuel sprays under cold-start conditions // Int. J. Engine Res. 2009. V. 10. № 4. P. 195–214.
2. Kaplanski F., Rudi U. A model for the formation of ‘optimal’ vortex rings taking into account viscosity // Phys. Fluids. 2005. V. 17. Issue 8. 087101–087101–7.
3. Marble F.E. Dynamics of dusty gases. Annu. Rev // Fluid Mech. 1971. V. 2. P. 397–446.
4. Osipov A.N. Lagrangian modelling of dust admixtures in gas flows // Astrophysics and Space Science. 2000. P. 377–386.

# DROPLET DYNAMICS IN A VORTEX-RING FLOW

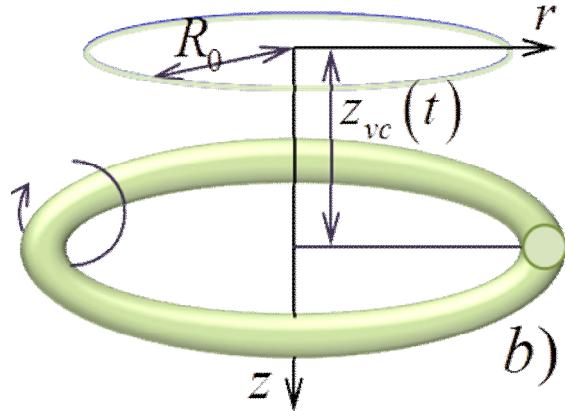
*O. Rybdylova, S.S. Sazhin, S. Begg, M. Heikal*

Sir Harry Ricardo Laboratories, Centre for Automotive Engineering,  
School of Computing, Engineering and Mathematics, Faculty of Science and Engineering,  
University of Brighton, Brighton, UK

Fuel consumption targets and exhaust gas emissions legislation have focussed automotive engineers to investigate new strategies for liquid fuel injection. In one of these concepts, the mixture preparation process is governed by spray vortex ring-like structures in the combustion chamber, close to the spark plug gap. The liquid fuel exits the nozzle and accelerates the surrounding gas forming mushroom-like patterns of various sizes. This type of flow is typical for direct injection combustion systems (Fig. 1a). In [1] the vortex ring-like structures in gasoline fuel sprays were studied experimentally and the results were compared with the analytical model for a classical vortex ring flow (single phase flow) suggested in [2]. The purpose of the current study is to investigate droplet distribution in a two-phase vortex-ring flow typical for gasoline engines.



a) A typical high-speed photograph of a spray generated by a high-pressure atomiser that injects fuel directly into an engine combustion chamber (G-DI);



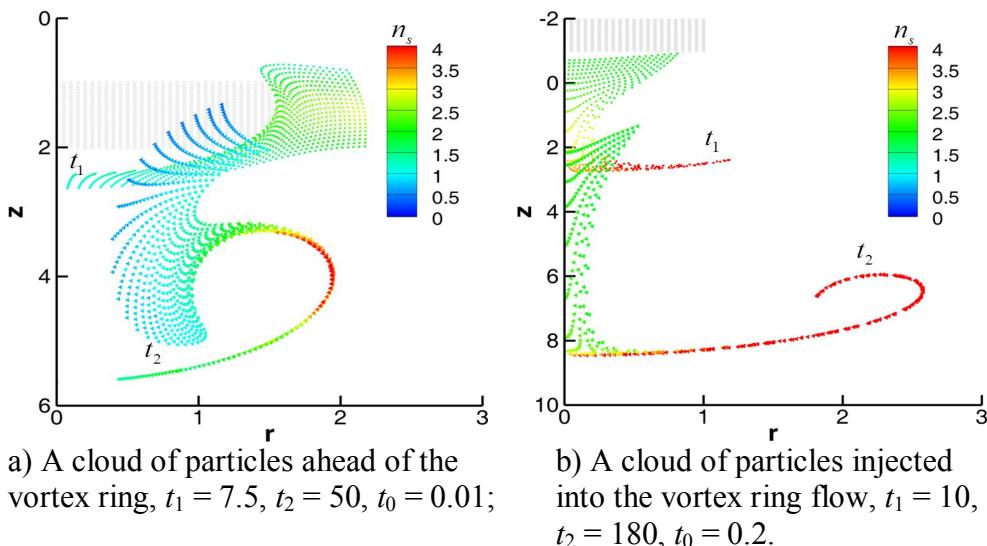
b) Flow diagram and the reference frame.

Fig 1.

The axi-symmetric, non-stationary problem of a gas-droplet flow is investigated theoretically (Fig. 1b). The problem is studied in the frameworks of the one-way coupled two-fluid approach [3]. The carrier phase is a viscous incompressible fluid (air). The dispersed phase is presented by a cloud of identical, non-deformable, spherical particles of radius,  $\sigma$  and material density,  $\rho_{sm}$ . The parameters of the carrier phase are calculated using the analytical solution for a vortex ring flow [2], which takes into account the principal term of the series with respect to a small parameter,  $\theta = \sqrt{Re/2t}$ , where,  $Re = \Gamma_0 / \nu$ ,  $\Gamma_0$  is the initial circulation. This solution corresponds to the vorticity distributed along an infinitely thin circle of radius,  $R_0$  at the initial instant of time. The dispersed phase modelling is based on the full Lagrangian approach (FLA) [4]. According to FLA, all particle parameters, including concentration, are calculated by solving systems of ordinary differential equations on chosen particle trajectories. Two types of initial conditions corresponding to different ways of introducing particles into the

flow are considered: (i) a cloud of quiescent particles ahead of the vortex ring; (ii) a two-phase jet injected into air. Fig. 2 shows the dispersed phase number density distribution at different times both for the first (Fig. 2a) and the second (Fig. 2b) cases for  $\beta = 3$  ( $\beta$  is a particle inertia parameter, the inverse to the Stokes number).

The authors are grateful to the EPSRC (grant EP/K005758/1) (UK) and Russian Foundation for Basic Research (RFBR) (projects 14-01-00147, 12-01-31124) for the financial support of this project.



Initial particle cloud position is marked with grey circles, the admixture parameters are set uniform at  $t_0, n_{s0} = 1$ .

Fig 2. Particle number density distributions at 2 time instants  
 (■ –  $t_1$ , ▲ –  $t_2$ ),  $Re = 100$ ,  $\beta = 3$

## References

1. Begg S., Kaplanski F., Sazhin S., Hindle M., Heikal M. Vortex ring-like structures in gasoline fuel sprays under cold-start conditions // Int. J. Engine Res. 2009. V. 10. № 4. P. 195–214.
2. Kaplanski, F., Rudi U. A model for the formation of ‘optimal’ vortex rings taking into account viscosity // Phys. Fluids. 2005. V. 17. Issue 8. 087101–087101–7.
3. Marble F.E. Dynamics of dusty gases. Annu. Rev // Fluid Mech. 1971. V. 2. P. 397–446.
4. Osipov A. N. Lagrangian modelling of dust admixtures in gas flows // Astrophysics and Space Science. 2000. P. 377–386.

## ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ НАКЛОННОМ ПЛОСКОМ СЛОЕ

K.Yu. Рысин, B.G. Козлов

Лаборатория вибрационной гидромеханики  
 Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Целью работы является изучение тепловой конвекции в наклонном плоском слое (рис.1), вращающемся вокруг оси, ориентированной перпендикулярно его плоскости.

Изучается порог возбуждения конвекции, а также структура надкритических течений (рис.2) в зависимости от угла наклона, разности температур и скорости вращения.

Слой толщиной  $h$  с цилиндрической боковой границей расположен на столике, вращающемся с заданной скоростью вокруг наклонной оси. Гидравлический распределитель обеспечивает циркуляцию жидкости от термостатов в теплообменниках. Эксперименты проводятся на воде и водоглицериновых растворах. Скорость вращения варьируется в диапазоне 0.1–1.5 об/с. Разность температур на границах слоя варьируется в пределах 2–50 К.

В проведенных экспериментах выделяются два предельных случая расположения слоя, горизонтальный ( $\alpha = 90^\circ$ ) и вертикальный ( $\alpha = 0^\circ$ ). Для горизонтального случая полученные результаты хорошо согласуются с теорией [1] и экспериментами [2]. Повышение безразмерной скорости вращения (числа Тейлора) приводит к росту порога устойчивости. При вертикальном расположении слоя конвекция возбуждается пороговым образом под действием термовибрационного механизма [3].

Изучено влияние угла наклона на возникновение тепловой конвекции и структуру надкритических течений. Обнаружено, что отклонение слоя от горизонтали приводит к стабилизации устойчивости квазиравновесия. Изучен теплоперенос в зависимости от угла наклона слоя, при различных значениях разности температур на границе слоя. Обнаружено, что смена механизмов конвекции, сопровождающаяся изменением структуры и теплопереноса, происходит при  $\alpha \approx 30^\circ$ . При меньших углах наклона слоя на смену рэлеевскому механизму конвекции приходит термовибрационный [4]. В этом случае, сила тяжести вызывает колебания неизотермической жидкости в полости и порождает осредненные виброконвективные потоки. Результаты исследования устойчивости квазиравновесия и теплопереноса в надкритической области представлены в зависимости от безразмерных параметров, гравитационного числа Рэлея, вибрационного параметра и скорости вращения. Обнаружено, что возбуждение осредненной термовибрационной конвекции возможно и при  $\alpha < 0^\circ$  (подогрев слоя сверху).

Работа выполнена в рамках Программы Стратегического Развития ПГГПУ (проект 029-Ф) при поддержке РФФИ (проект № 13-01-00675а) и Министерства образования Пермского края (проект С-26/625).

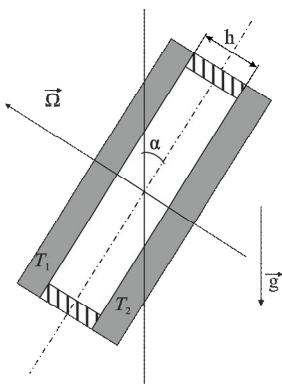


Рис.1. Схема кюветы.  $T_1, T_2$  – температуры границ слоя

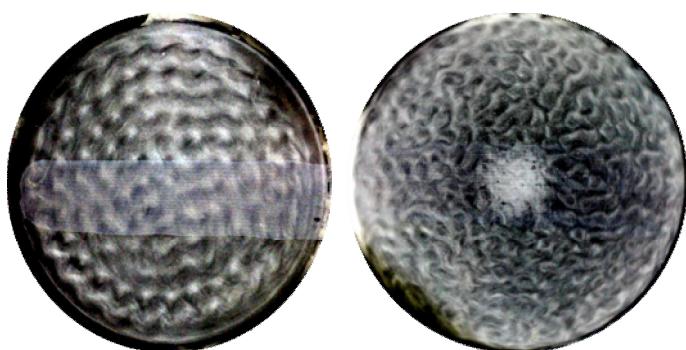


Рис.2. Конвективные структуры:  $\alpha \approx 0^\circ$ ,  $\alpha > 30^\circ$

## Литература

1. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and hydromagnetic stability // Oxford University Press. 1961. 656 p.
2. Rossby H.T. A study of Benard convection with and without rotation // J. Fluid Mech. 1969. 36. № 2. 309.

3. Иванова А.А., Козлов В.Г., Рылова В.В. Тепловая конвекция в плоском слое, вращающемся вокруг горизонтальной оси // Изв. РАН МЖГ. 2003. № 1. С. 12–21.
4. Козлов В.Г. Вибрационная тепловая конвекция во вращающихся полостях // Изв. РАН МЖГ. 2004. № 1. С. 5–14.

## THERMAL CONVECTION IN A ROTATING INCLINED PLANE LAYER

K.Y. Risin, V.G. Kozlov

Laboratory of Vibrational Hydromechanics  
Perm State Humanitarian Pedagogical University, Perm

The aim is to study thermal convection in an inclined plane layer (Fig.1) rotating about an axis oriented perpendicular to the plane. The threshold of convection excitation and the structure of supercritical flows (Fig. 2) depending on the angle of inclination, the temperature difference and the rotational speed are studied.

The layer of thickness  $h$  with cylindrical lateral boundary is located on a table rotating at a predetermined speed around an inclined axis. Hydraulic distributor provides the circulation of liquid from the thermostats in the heat exchangers. Experiments are carried out on water and glycerol-water solutions. The speed of rotation varies in the range 0.1–1.5 rps. The temperature difference at the boundaries of the layer varies in the range 2–50 K.

In the experiments there are two limiting cases of the layer orientation: the horizontal ( $\alpha = 90^\circ$ ) and vertical ( $\alpha = 0^\circ$ ). For the horizontal orientation (the classical case) the results obtained are in good agreement with the theory [1] and experiments [2]. The increase of the dimensionless rotation velocity (Taylor number) leads to growth of stability threshold. In case of vertical layer orientation the convection is excited in a threshold way by the action of thermovibrational mechanism [3].

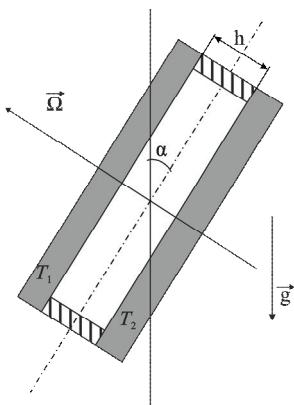


Fig.1. Cavity scheme.  $T_1, T_2$  – temperature of the layer boundaries

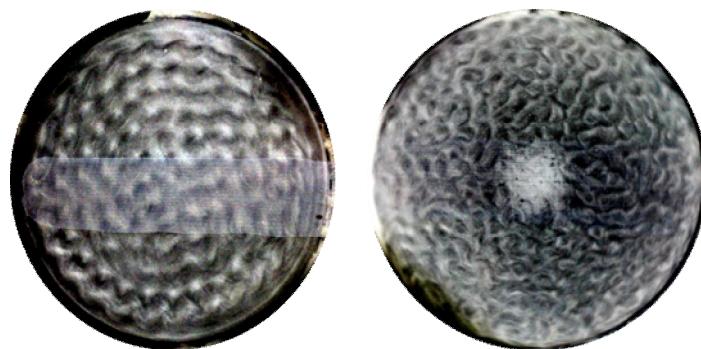


Fig.2. convective structure:  $\alpha \approx 0^\circ$ ,  $\alpha > 30^\circ$

The influence of the inclination angle on the occurrence of thermal convection and structure of supercritical flows is studied. It is found that the deviation of layer from the horizon leads to stabilization of quasi-equilibrium. The heat transfer in dependence on the angle of inclination of the layer is studied for different values of temperature difference at the layer boundaries. It is found that the change of the mechanisms of convection accompanied by changes of convective structure and heat transfer takes place at  $\alpha \approx 30^\circ$ . At lower angles of the

layer inclination the thermovibrational mechanism [4] comes to replace the Rayleigh convective mechanism. In this case the gravity causes fluctuations of nonisothermal fluid in the cavity frame and generates the average vibroconvective flows. The results of investigation of the quasi-equilibrium stability and heat transfer in the supercritical region are plotted against the dimensionless parameters: gravitational Rayleigh number, vibrational parameter and dimensionless rotation velocity. It is found that the excitation of average thermovibrational convection is possible at  $\alpha < 0^\circ$  (heating of layer from the top).

The work is done in the frame of the strategic development program of PSHPU (project 029-F), with partial support from RFBR (grant 13-01-00675a) and Ministry of Education of Perm region (project S26/625).

### Литература

1. *Chandrasekhar S.* Hydrodynamic and hydromagnetic stability // Oxford University Press. 1961. 656 p.
2. *Rossby H.T.* A study of Benard convection with and without rotation // J. Fluid Mech. 1969. 36 № 2. 309.
3. *Ivanova A.A., Kozlov V.G., Rylova V.V.* Thermal convection in a plane layer rotating about a horizontal axis // Fluid Dynamics. 2003. V. 38. № 1. P. 9–17.
4. *Kozlov V.G.* Thermal vibrational convection in rotating cavities // Fluid Dynamics. 2004. V. 39. № 1. P. 3–11.

## ВЛИЯНИЕ ВИБРАЦИЙ НА КОНВЕКЦИЮ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОЛОСТИ

*P.P. Сабиров, А.А. Вяткин, В.Г. Козлов*

Лаборатория вибрационной гидродинамики

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Исследуется влияние поперечных вибраций на тепловую конвекцию и теплоперенос во вращающемся горизонтальном цилиндре, заполненном тепловыделяющей жидкостью. Рассматривается случай достаточно высоких скоростей вращения, когда действие силы тяжести пренебрежимо мало по сравнению с центробежной силой. Осредненная тепловая конвекция, вызываемая силой тяжести [1], при этом не проявляется. Центробежная сила инерции играет стабилизирующую роль и приводит к формированию осесимметричного распределения температуры с максимумом на оси цилиндра. При этом жидкость находится в состоянии механического равновесия. При наложении вибраций с частотой близкой частоте вращения равновесие нарушается, о чем свидетельствует снижение температуры на оси полости.

Эксперименты проводятся с жидкостями различной вязкости в полостях разного размера. Скорость вращения, амплитуда вибраций и мощность внутреннего тепловыделения также варьируются. Помимо теплопереноса исследуется структура конвективных течений. Как видно на фотографиях (Рис.1), частицы визуализатора, плотность которых несколько ниже плотности рабочего раствора, в отсутствие вибраций собираются вблизи оси цилиндра под действием центробежной силы инерции. При вибрационном воздействии с частотой, совпадающей с частотой вращения, столб частиц визуализатора смещается от оси на расстояние, величина которого зависит от амплитуды вибраций. В полости при этом формируется конвективное течение.

Показано, что в развитии конвекции ключевую роль играют вибрационный и центробежный механизмы. Из теоретического анализа [2] следует, что при совпадении частоты вибраций с частотой вращения, в системе отсчета полости генерируется статическое силовое поле, ответственное за конвекцию и теплоперенос. Для описания осредненной конвекции используются вибрационное и центробежное числа Рэлея. По результатам экспериментальных исследований построены изолинии теплопереноса на плоскости управляющих параметров.

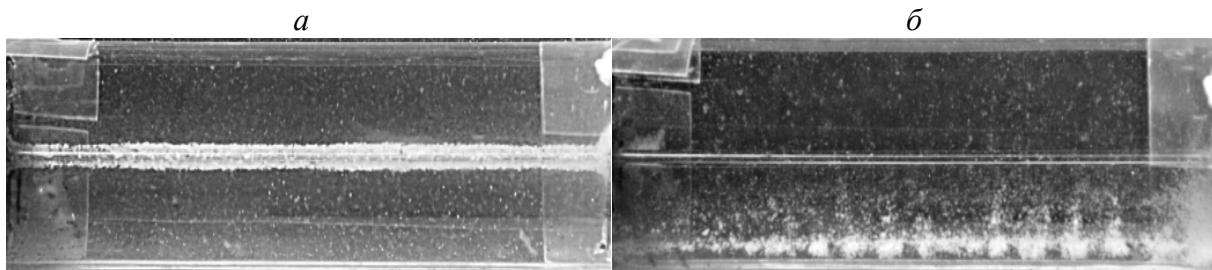


Рис.1. Распределение частиц визуализатора во вращающейся полости в отсутствие вибраций (a) и при вибрациях (б)

Работа выполнена в рамках Программы Стратегического Развития ПГГПУ (проект 029-Ф) при поддержке РФФИ (проект № 13-01-00675а) и Министерства образования Пермского края (проект С-26/625).

### Литература

1. Kozlov V., Vjatkin A., Sabirov S. Convection of liquid with internal heat release in a rotating container // Acta Astronautica. 2013. V. 89. P. 99–106.
2. Козлов В.Г. Вибрационная тепловая конвекция во вращающихся полостях // Изв. РАН. МЖГ. 2004. № 1. С. 5–14.

## EFFECT OF VIBRATIONS ON CONVECTION OF HEAT-GENERATING FLUID IN A ROTATING CAVITY

*R.R. Sabirov, A.A. Vjatkin, V.G. Kozlov*

Laboratory of Vibrational Hydromechanics  
Perm State Humanitarian Pedagogical University, Perm

The effect of transversal vibrations on thermal convection and heat transfer in a rotating horizontal cylinder filled with a heat-generating fluid is investigated. The case of sufficiently high rotation velocity when the effect of gravity is negligible compared to the centrifugal force is considered. In this case the averaged thermal convection caused by gravity [1] does not manifest itself. The centrifugal force plays a stabilizing role and leads to the formation of an axisymmetric temperature distribution with a maximum at the cylinder axis. The liquid is in a state of mechanical equilibrium. The vibrations at a frequency close to the frequency of rotation results in the balance disruption, as follows from the decrease of temperature on the cavity axis.

Experiments are performed with fluids of different viscosities in the cavities of different size. The rotation velocity, vibration amplitude and power capacity of internal heat release also vary. The structure of convective flows as well as heat transfer is studied. As follows

from photos (Fig.1) the visualizing particles of density lower than the density of the working solution condense near the cylinder axis under the action of centrifugal force in the absence of vibration. Under vibration with a frequency coinciding with the frequency of rotation the particles are displaced from the axis by some distance which depends on the amplitude of vibration. The convective flow is excited in the cavity.

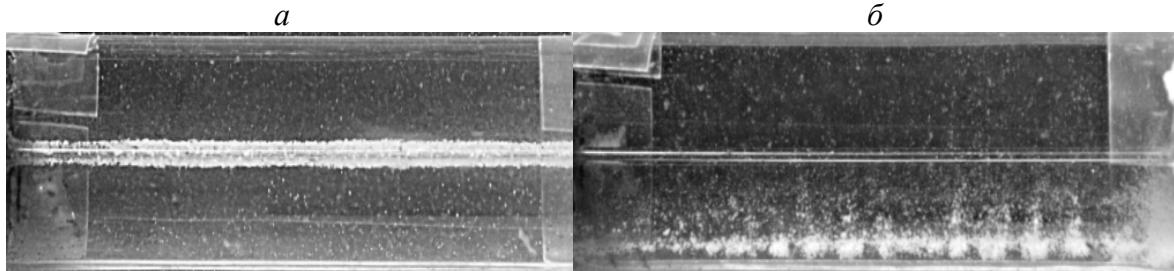


Fig.1. The distribution of particles in a rotating cavity in the absence of vibration (a) and under vibration (b)

It is shown that vibrational and centrifugal mechanisms play the governing role in the development of convection. As follows from the theoretical analysis [2] when the frequency of vibration coincides with rotation frequency the static force field responsible for the convection and heat transfer is generated in the frame cavity. The vibrational and centrifugal Rayleigh numbers are used to describe the average convection. Upon the experimental results the isolines of heat transfer are drown in the plane of the governing parameters.

The work is done in the frame of the strategic development program of PSHPU (project 029-F), with partial support from RFBR (grant 13-01-00675a) and Ministry of Education of Perm region (project S26/625).

## References

1. Kozlov V., Vjatkin A., Sabirov S. Convection of liquid with internal heat release in a rotating container // Acta Astronautica. 2013. V. 89. P. 99–106.
2. Kozlov V.G. Thermal vibrational convection in rotating cavities // Fluid Dynamics. 2004. V. 39. № 1. P. 3–11.

## MODELLING OF SPRAYS IN INTERNAL COMBUSTION ENGINES; ENGINEERING, PHYSICAL AND MATHEMATICAL APPROACHES

S.S. Sazhin

Sir Harry Ricardo Laboratories, School of Computing, Engineering and Mathematics,  
University of Brighton, Brighton BN2 4GJ, U.K.

A complementary nature of engineering, physical and mathematical approaches to the modelling of sprays in Diesel and gasoline internal combustion engines is discussed. Recently developed models, describing the disintegration of liquid jets and the dynamics of vortex ring-like structures in Diesel and gasoline engine-like conditions, described in [1,2], are reviewed. Analytical formulae for vortex ring translational velocities, predicted by vortex ring models, are compared with the results of numerical solutions to the underlying equations and experimental data.

Recently developed approaches to modelling multi-component biodiesel and Diesel fuel droplet heating and evaporation are presented [3,4]. Temperature gradient, recirculation and

species diffusion within the droplets are taken into account. It is pointed out that there are serious problems with the application of the approach to the modelling of heating and evaporation of realistic Diesel fuel droplets, based on the analysis of diffusion of individual components. In our earlier papers [4,5], a new approach to the modelling of heating and evaporation of multi-component droplets, suitable for the case when a large number of components are present in the droplets, was suggested. This approach is based on the introduction of quasi-components, and the model was called the ‘quasi-discrete’ model.

A recently developed kinetic model, taking into account a combined effect of inelastic collisions between molecules, a non-unity evaporation coefficient and the presence of three components in a mixture [6,7], is described. The latter effect is important for the problem of heat and mass transfer in a mixture of Diesel fuel (approximated as a mixture of n-dodecane and p-dipropylbenzene) and air (approximated by nitrogen). Results of functionality testing of the kinetic algorithm, taking into account the contributions of three components, are presented. The effects of inelastic collisions are taken into account [8]. Molecular dynamics (MD) simulation is used to study the evaporation and condensation of n-dodecane ( $C_{12}H_{26}$ ), the closest approximation to Diesel fuel. The interactions in chain-like molecular structures are modelled using an optimised potential for liquid simulation (OPLS) [9]. The results of the estimation of the evaporation/condensation coefficient are presented. This coefficient is used in the kinetic modelling of n-dodecane droplet heating and evaporation.

The authors are grateful to the EPSRC (UK) (Project EP/J006793/1) for the financial support of this project.

## References

1. *Kaplanski F., Sazhin S.S., Begg S., Fukumoto Y., Heikal M.* Dynamics of vortex rings and spray induced vortex ring-like structures // European J of Mechanics B/Fluids. 2010. 29(3). P. 208–216.
2. *Turner M.R., Sazhin S.S., Healey J.J., Crua C., Martynov S.B.* A breakup model for transient Diesel fuel sprays // Fuel. 2012. 97. P. 288–305.
3. *Sazhin S.S., Qubeissi M. Al, Kolodnytska R., Elwardany A., Nasiri R., Heikal M.R.* Modelling of biodiesel fuel droplet heating and evaporation // Fuel. 2014. 115. P. 559–572.
4. *Sazhin S.S., Elwardany A., Sazhina E.M., Heikal M.R.* A quasi-discrete model for heating and evaporation of complex multicomponent hydrocarbon fuel droplets // International J of Heat and Mass Transfer. 2011. 54. P. 4325–4332.
5. *Elwardany A.E., Sazhin S.S.* A quasi-discrete model for droplet heating and evaporation: application to Diesel and gasoline fuels // Fuel. 2012. 97. P. 685–694.
6. *Sazhin S.S., Xie J.-F., Shishkova I.N., Elwardany A.E., Heikal M.R.* A kinetic model of droplet heating and evaporation: effects of inelastic collisions and a non-unity evaporation coefficient // International J of Heat and Mass Transfer. 2013. 56. P. 525–537.
7. *Sazhin S.S., Shishkova I.N.* A solution of the Boltzmann equation in the presence of three components and inelastic collisions // International J of Heat and Mass Transfer. 2014 (in press).
8. *Shishkova I.N., Sazhin S.S., Xie J.-F.* A solution of the Boltzmann equation in the presence of inelastic collisions // J Computational Physics. 2013. 232. 87–99. DOI: 10.1016/j.jcp.2012.07.007.
9. *Xie J.-F., Sazhin S.S., Cao B.-Y.* Molecular dynamics study of the processes in the vicinity of the n-dodecane vapour/liquid interface // Physics of Fluids. 2011. 23. 112104. doi:10.1063/1.3662004.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОБКОВОГО РЕЖИМА ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ, ВЫЗВАННОГО ГЕОМЕТРИЕЙ ТРУБОПРОВОДА

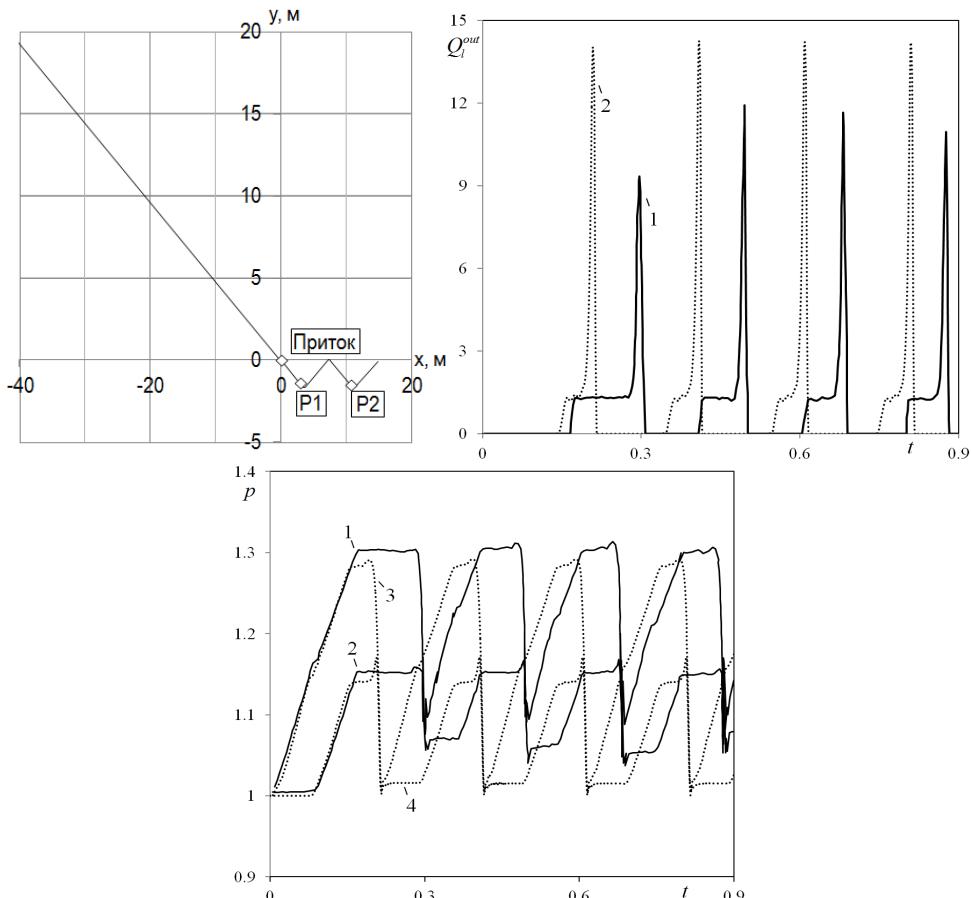
К.Ф. Синьков<sup>1,2</sup>, П.Е. Спесивцев<sup>1</sup>, А.А. Осипцов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский научно-исследовательский центр компании «Шлюмберже»

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт (государственный университет)

Нестационарный пробковый (снарядный) режим течения двухфазного течения (terrain slugging) формируется в трубопроводах с переменным углом наклона к горизонту. В данных конфигурациях жидкость под действием силы тяжести стекает в колена трубопровода и блокирует течение газа. Накопление газа приводит к росту давления за пробкой жидкости, при превышении давлением определенного значения происходит выплысел жидкости вниз по течению. Этот процесс часто оказывается периодическим и сопровождается колебаниями расходов и давлений в системе. Моделирование пробкового режима течения является важной практической задачей, поскольку указанные колебания могут приводить к неустойчивой работе оборудования, такого как сепараторы, рассчитанные на постоянные расходы жидкости и газа, и, в критических ситуациях, выходу его из строя [1].

В настоящей работе для описания пробкового режима течения используется модель дрейфа (drift-flux model) (см. [2]). Рассмотрение проводится на примере экспериментальных данных для течения вода-воздух в W-образном трубопроводе из [3]. Для получения численных решений уравнений модели дрейфа использован алгоритм, основанный на методе SIMPLE. Подробное описание лабораторной установки и эксперимента может быть найдено в [3].



На приведенном рисунке схематически изображена конфигурация экспериментального трубопровода и представлено сравнение результатов эксперимента и численного решения уравнений модели дрейфа. Показаны зависимости расхода воды на выходе из системы (1 – эксперимент, 2 – численное решение) и давлений в двух точках трубопровода (1,2 – эксперимент, точки P1, P2; 3,4 – численное решение, точки P1, P2) от времени. За характерные масштабы расхода и давления выбраны расход на входе и давление на выходе из трубопровода, характерный масштаб времени вычислен по полной длине трубопровода и скорости жидкости, определяемой входным расходом.

Представленные результаты показывают принципиальную возможность моделирования существенно нестационарного пробкового режима течения, обусловленного геометрией трубопровода, в рамках модели дрейфа. Полученные результаты находятся в согласии с выводами работы [4], в которой модель дрейфа использовалась для рассмотрения схожих сильно-нестационарных задач. Несмотря на отличия в формах кривых зависимостей расхода и давлений от времени, общее число выплесков воды, период, суммарный расход приходящийся на один выплеск и общий суммарный расход близки к экспериментальным данным. Для более точного совпадения с экспериментальными данными требуется дополнительная настройка замыкающих соотношений модели дрейфа, неоткалиброванной для нисходящих и окологоризонтальных течений.

### Литература

1. *Baliño J.L., Burr K.P., Nemoto R.H.* Modeling and simulation of severe slugging in air–water pipeline-riser systems // Int. J. Multiphase Flow. 2010. 36(8). P. 643–600.
2. *Осипцов А.А., Синьков К.Ф., Спесивцев П.Е.* Обоснование модели дрейфа для двухфазных течений в круглой трубе // Изв. РАН. МЖГ. 2014. (принято к публикации).
3. *V. De Henau, Raithby G. D.* A study of terrain-induced slugging in two-phase flow pipelines // Int. J. Multiphase Flow. 1995. 21(3). P. 365–379.
4. *Malekzadeh R., Belfroid S.P.C., Mudde R.F.* Transient drift flux modelling of severe slugging in pipeline-riser systems // Int. J. Multiphase Flow. 2012. 46. P. 32—37.

## MODELING OF TERRAIN-INDUCED SLUGGING IN TWO-PHASE FLOW PIPELINES

*K.F. Sinkov<sup>1,2</sup>, P.E. Spesivtsev<sup>1</sup>, A.A. Osipcov<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Schumberger Moscow Research

<sup>2</sup>Moscow Institute of Physics and Technology

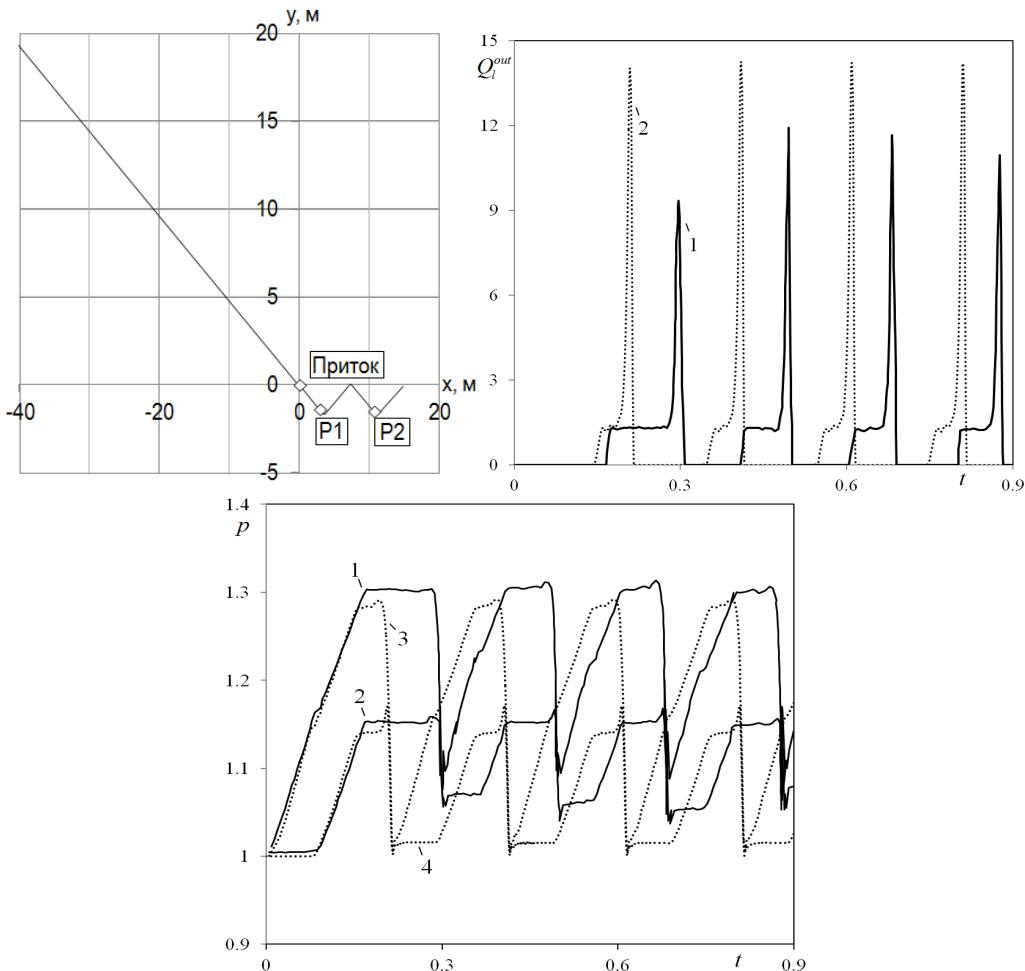
Highly transient slugging flows are often formed in near-horizontal pipelines on a non-uniform topography. In such configurations, the heavy liquid accumulates in low points due to gravity and blocks the flow of gas, causing an increase of pressure in the gas phase. Once the gas pressure is above a certain threshold, the accumulated liquid also referred to as slug is displaced from the low point downstream. This process can be periodical, with significant oscillations of pressure and flow rates in the system. Modeling of slug flows is an important practical problem, because the oscillations may damage surface equipment (e.g., separators, which are designed for steady-state flow conditions) [1].

In this work the drift-flux model (see [2]) is used for simulation of the experimental data on terrain-induced slugging in the W-shaped pipeline reported in [3]. To solve equations of

the drift-flux model numerically, an algorithm based on the SIMPLE method is used. Detailed description of the laboratory set up can be found in [3].

The schematic of flowpath and comparison of the experimental data and the simulation results are shown in figure above. The water flow rate at the exit of the pipe (1 and 2 stand for experiment and simulation correspondingly) and the pressures at two points in the pipe (1 and 2 stand for experiment, points P1 and P2; 3 and 4 stand for simulation, points P1 and P2) are plotted as functions of time. As characteristic scales of the flow rate and pressure, we choose the flow rate at the pipe entry and the pressure at the exit, prescribed in the experiment. Characteristic time scale is defined using the full pipe length and the characteristic fluid velocity defined by inlet flow rate.

The simulation results demonstrate the possibility to simulate the highly transient terrain-induced slugging phenomenon with the drift-flux model. This is in agreement with results obtained earlier in [4] for similar flow configurations. The comparison shows that there is a certain discrepancy between the shape and the peak values of the flow rates in modeling and experiment. Nevertheless, the total number of slugs, the cumulative volume per slug, and the cumulative flow rate are very similar to the experimental data. The drift-flux model is not calibrated for downward and near-horizontal flows and can be further tuned for better match with the experimental data.



## References

1. *Baliño J.L., Burr K.P., Nemoto R.H.* Modeling and simulation of severe slugging in air–water pipeline-riser systems // Int. J. Multiphase Flow. 2010. 36(8). P. 643–600.

2. Osipov A.A., Sinkov K.F., Spesivtsev P.E. Derivation of the drift-flux model for two-phase flows in circular pipes // Fluid Dynamics. 2014. (accepted).
3. V. De Henau, Raithby G.D. A study of terrain-induced slugging in two-phase flow pipelines // Int. J. Multiphase Flow. 1995. 21(3). P. 365–379.
4. Malekzadeh R., Belfroid S.P.C., Mudde R.F. Transient drift flux modelling of severe slugging in pipeline-riser systems // Int. J. Multiphase Flow. 2012. 46. P. 32—37.

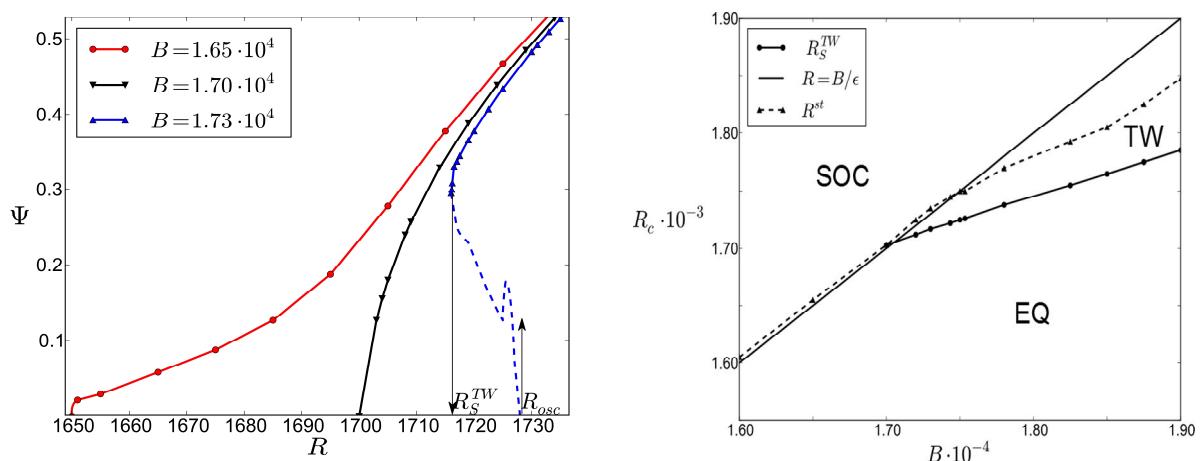
## ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ КОЛЛОИДНОЙ СУСПЕНЗИИ

Б.Л. Смородин, И.Н. Черепанов

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Изучена конвекция коллоидной супензии, представляющей собой бинарную смесь: среду-носитель с примесью наночастиц со средней концентрацией  $\bar{C}$ , обладающих большим положительным значением термодиффузационного параметра. Рассмотрение проведено для случая подогрева снизу горизонтальной ячейки толщиной  $h$  и периодических условиях на вертикальных границах, соответствующих экспериментальной ситуации кольцевых каналов.

Тепловая конвекция коллоидной супензии [1,2] кроме чисел Рэлея, Прандтля, Льюиса и параметра термодиффузационного разделения смеси характеризуется числом Больцмана  $B = g\beta\bar{C}h^4/\nu\chi l_{sed}$  и безразмерной длиной седиментации  $l = l_{sed}/h$  ( $\beta$ ,  $\nu$ ,  $\chi$  – коэффициенты теплового расширения, кинематической вязкости и температуропроводности среды). Для коллоидных растворов обычно число Льюиса мало ( $Le < 10^4$ ), а параметр  $t \sim 10$ .



Построены бифуркационные диаграммы режимов течения коллоидной супензии (левый рисунок). Для монотонных и колебательных режимов конвекции получены зависимости от времени максимальной функции тока и функции тока в фиксированной точке ячейки, а также пространственные распределения поля концентрации коллоидной примеси. Показано, что в случае преобладания термодиффузии над гравитационной стратификацией ( $B/t < R_c^0 = 1708$ ), например, на левом рисунке, линия для ( $B=1.65 \cdot 10^4$ ) наблюдается мягкое возбуждение конвекции. При этом критическое число Рэлея соответствует результатам линейной теории. Отметим, что в очень узком интер-

вале значений числа Рэлея ( $R_c < R < R^{st}$ ) может наблюдаться устойчивый колебательный режим конвекции, а начиная с  $R^{st}$  течение становится стационарным. В случае преобладания гравитационной стратификации ( $B/t > R_c^0 = 1708$ ) конвекция возникает в результате подкритической бифуркации Хопфа (линия для  $B=1.73 \cdot 10^4$ ), и в результате эволюции формируется бегущая волна. Зигзаг на неустойчивой ветви бегущей волны (штриховая линия) соответствует значению числа Рэлея, где фазовая скорость волны совпадает с вертикальной конвективной скоростью.

Показано, что в некоторой области параметров задачи: числа Больцмана и числа Релея, характеризующих гравитационное расслоение и интенсивность теплового воздействия, существует устойчивый режим бегущих волн (область TW на правом рисунке). Частота устойчивой бегущей волны наибольшая при  $R_s^{TW}$ , уменьшается при увеличении числа Рэлея и обращается в ноль при некотором значении  $R^{st}$ .

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 13-01-96010, 14-01-31299).

### Литература

1. *Shliomis M.I., Smorodin B.L.* Onset of convection in colloids stratified by the gravity // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. 036312.
2. *Smorodin B.L., Cherepanov I.N., Myznikova B.I., Shliomis M.I.* Travelling-wave convection in colloids stratified by gravity // Phys. Rev. E. 2011. V. 84. 026305.

## ВОЗМУЩЕНИЯ ТЕЧЕНИЯ В ПОРИСТОЙ НАРАЩИВАЕМОЙ СРЕДЕ И ОСАЖДЕНИЕ ПРИМЕСЕЙ НА ПРИМЕРЕ АККУМУЛЯЦИИ ГАЗОВЫХ ГИДРАТОВ В СЛОИСТЫХ ОСАДКАХ

*E.I. Суетнова*

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук (ИФЗ РАН)

Рассмотрена задача фильтрационного течения в пористой вязкоупругой среде в течение роста ее мощности и уплотнении. Целью работы является выявление характера эволюции возмущений порового давления и скорости фильтрации, вызываемых изменениями реологических и флюидодинамических свойств осадков, которые в разное время участвуют в наращивании слоя и, кроме того, осаждением в порах газовых гидратов в зоне их термобарической стабильности. Математическая модель включает уравнения непрерывности для жидкой и твердой фаз, уравнения фильтрации газосодержащего флюида, уравнения сохранения для газа, уравнение сохранения энергии и реологическое (1). Система уравнений модели решалась численно в безразмерном виде в растущей области.

Анализ решений, полученных с использованием входящих параметров из диапазона типичных значений геофизических данных по осадочным структурам, позволил выявить некоторые закономерности влияния на эволюцию порового давления и фильтрации насыщающего флюида изменений свойств осадков, последовательно поступавших на поверхность слоя. Показано, что уменьшение вязкости и уменьшение проницаемости действуют разнонаправлено на скорость флюида, эволюцию порового давления и аккумуляцию газовых гидратов в истории роста осадочного слоя. Амплитуда этого воздействия зависит от величины падения вязкости или проницаемости и от времени,

когда эти осадки с пониженными значениями вязкости или проницаемости поступили на поверхность осадочного слоя (2). Изменения порового давления при том же распределении температуры в осадках приводят к изменению положения термобарической зоны стабильности газовых гидратов в осадах.

Расчеты показали, что существуют режимы накопления слоев осадков с отличающимися значениями вязкости и проницаемости, при которых в осадочной структуре происходит разложение газовых гидратов на нижней границе зоны их стабильности, которое происходит в силу понижения порового давления. Кроме того, моделирование выявило режимы накопления слоев осадков с отличающимися значениями вязкости и проницаемости, при которых в осадочной структуре происходит возмущение процесса уплотнения, приводящее к росту порового давления, что приводит к наращиванию зоны стабильности газовых гидратов и к возмущениям в процессе их аккумуляции.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект №14-05-00368-а.

### Литература

1. Суетнова Е.И. Аккумуляция газовых гидратов в морском дне при последовательном накоплении осадков с различными транспортными свойствами. // Доклады Академии Наук. 2011. Т. 438. № 6. С. 813–816 .
2. Суетнова Е.И. Аккумуляция газовых гидратов в порах в процессе наращивания слоисто-неоднородной среды осадков // Геофизические исследования. 2013. Т. 14. № 1. С. 71–78.

## НОВЫЕ МЕТОДЫ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

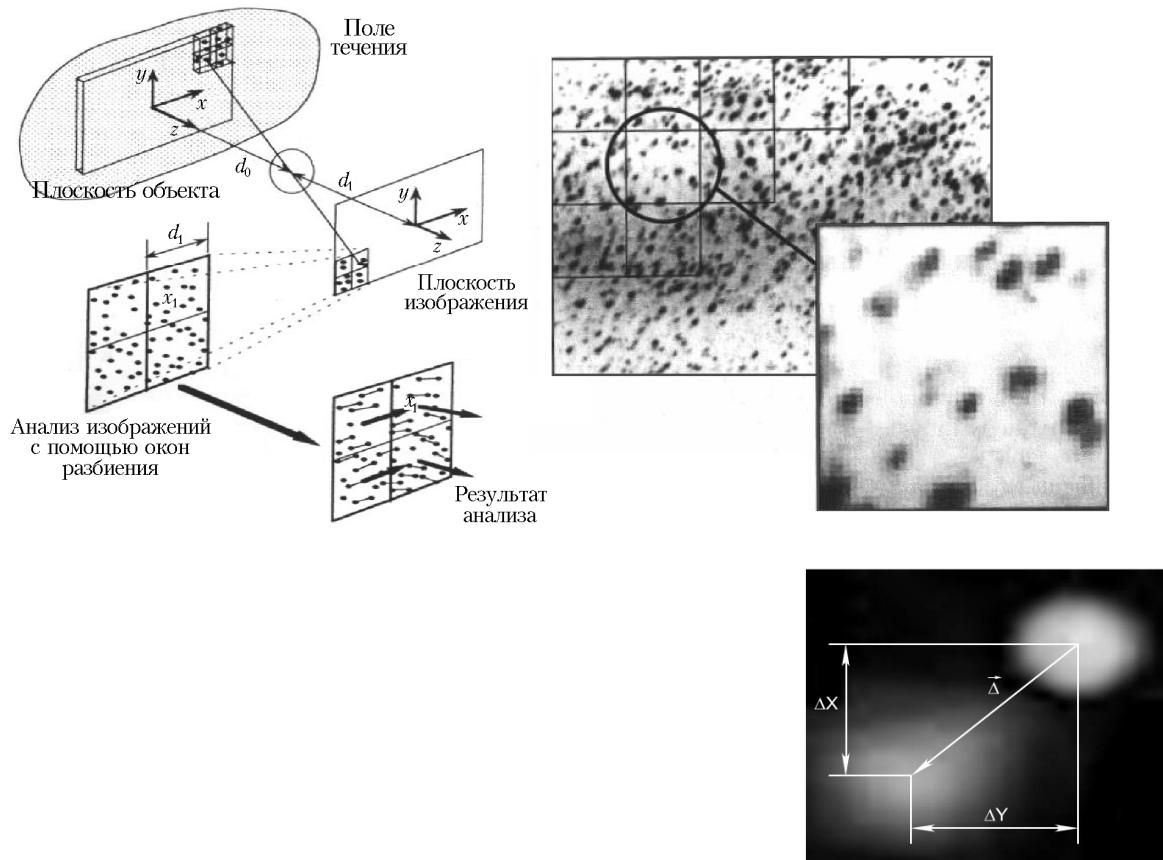
*Н.А. Фомин*

Институт тепло-массообмена им. А.В. Лыкова НАН Беларуси, Минск

Традиционные методы визуализации течений “на просвет” (интерферометрия, теневые и шлирен методы) применительно к ламинарным течениям используются для получения количественной информации с использованием интегральных преобразований Абеля и Радона [1, 2]. Применение таких методов к турбулентным течениям приводят к сложным картинам течения. Автоматизированный анализ таких картин затруднён, что препятствует получению количественных данных о турбулентных течениях по классическим изображениям течений. Использование спекл-полей при цифровой обработке изображений, визуализирующих сложные течения как это показано на рисунке, позволило значительно улучшить пространственное разрешение и точность количественного определения полей показателя преломления в исследуемых течениях с применением оптических методов диагностики “на просвет”. З новых метода цифровой диагностики течений будут описаны и проанализированы. Это – спекл-фотография (СФ), Тальбот интерферометрия (ТИ) и техника BOS, получившая название фоновый теневой метод.

Несмотря на то, что “зашумленные” спектрами картины течения при наложении спекл-поля на качественную интерферограмму выглядят менее привлекательно и даже менее информативно, использование спектров в качестве реперных точек при построении кросс-корреляционных функций последовательности изображений спекл-полей позволяет значительно повысить точность корреляционного анализа изображений. При

этом появляется возможность получения количественной информации об исследуемом течении во всей области изображения. Например, при интерферометрии, значение показателя преломления может быть рассчитано как на интерференционных полосах, так и в «тёмной» области между ними.



Макроструктуры в турбулентных течениях реконструируются по изображениям, получаемым с помощью СФ и голографической интерферометрии с использованием преобразования Радона. Для реконструкции мелкомасштабной турбулентности требуется значительно более высокое пространственное разрешение измерений и использование интегральных преобразований Эрбека-Мерцкирша. Это разрешение при использовании цифровой измерения будет определяться на этапе построения окон усреднения. Размер окна усреднения выбирается таким образом, чтобы окно содержало достаточное для усреднения количество пикселей. Численное моделирование новых оптических схем измерений на основе спектр-технологий [3] показывает, что погрешности статистического определения смещения изображений оказываются минимальными при оптимальном размере изображения спектров. Процедура цифровой обработки спектрограмм оказалась весьма устойчивой, что позволило перейти к регулярным распределениям интенсивности зондирующего излучения. Так, при использовании ТИ регулярные решётки Тальбота образуются в когерентном свете, а в схемах BOS зондирование исследуемой среды может осуществляться и некогерентным источником излучения. Для неизотропной турбулентности реконструкция микромасштабов производится с использованием многоракурсного зондирования и свёртки интегральных преобразований Радона и Эрбека-Мерцкирша.

Работа выполнена при поддержке Белорусского фонда фундаментальных исследований (гранты № Т12СО-019 и Т13Инд-002) и проекта НАН Беларусь Энергоэффективность 2.1.13

## **Литература**

1. *Ван-Дайк М.* Альбом течений жидкости и газа // Перевод с англ., Москва: Мир. 1986.
2. *Ковалёв П.И., Менде Н.П.* Альбом сверхзвуковых течений // Ст-Петербург: Издательство Политехнического университета. 2011.
3. *Fomin N.F.* Speckle Photography for Fluid Mechanical Measurements // Berlin: Springer. 1998.

## **NOVEL TECHNIQUES OF DIGITAL TREATMENT OF TURBULENT FLOW IMAGES**

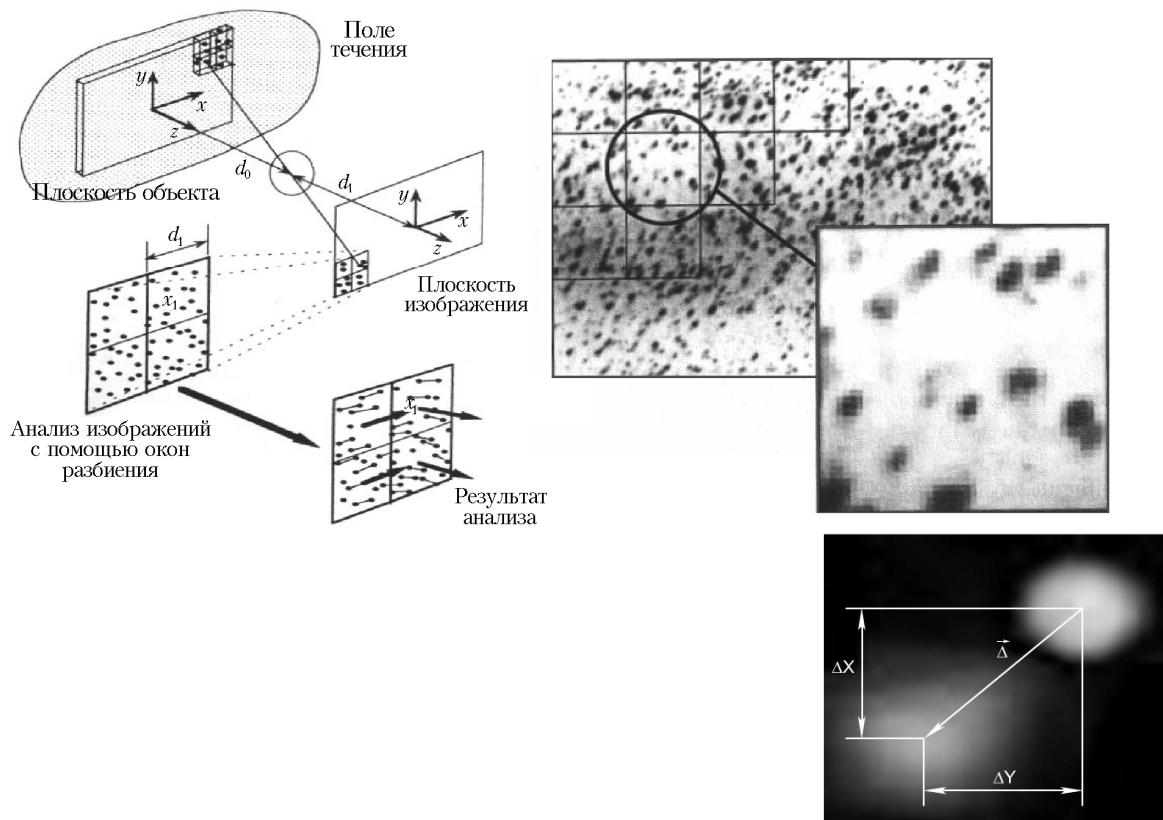
*N.A. Fomin*

Luikov Heat and Mass Transfer Institute of National Academy of Science of Belarus, Minsk

The main difficulty of the quantitative interpretation of data is integration of obtained information over the optical path of probing radiation. For simple laminar flows, efficient tomographic techniques of quantitative processing of integral data with the use of Abel or Radon transforms have been developed. Note that even for such flows the solution is related to the class of ill-posed problems of mathematical physics, which imposes requirements upon the accuracy of primary experimental data and the necessity of application of one or another of the methods to regularize the solution procedure. The difficulties of the quantitative interpretation of data increase immeasurably when one analyzes turbulent flows. In application to turbulent flows, especially complicating is the presence of coherent structures and their multiscale character, see [1, 2]. Modern optical techniques based on computer-aided image pattern analysis extend the methods of flow visualization and diagnostics and allow the quantitative derivation of a 2D map of deflection angle experienced by light passing through a flow-field under study. Such line-in-sight diagnostics with the use of digital images analysis becomes especially attractive when turning to the statistical analysis of the complex flow pattern in turbulent flows with shock waves. In present paper 3 optical line-in-sight methods have been applied to on-line turbulence structure monitoring, namely, Speckle Photography (SP), Talbot Interferometry (TI) and Background Oriented Schlieren (BOS) technique.

Digital speckle photography (DSP) based on the computer-aided acquisition and evaluation of speckle patterns (see figure) extends the SP methods, and this allows the instantaneous quantitative derivation of a 2D map of deflection angles of the light passing through the flow under study. Such a technique uses direct electronic recording and subsequent digital image processing [3].

Both macro and micro spatial structures of the turbulent scalar (density) field in compressible flow can be visualized and quantitatively characterised with the applied holographic and speckle tomography techniques. The macro structures are reconstructed using direct numerical simulation of flow patterns and comparison with holographic interferometry data and by using CAT with Radon integral transform. The microscale turbulence structures are determined by using the 3-D density correlation functions evaluated with Erbeck-Merzkirch integral transforms. Evaluation procedure using this integral transform is referred to ill-posed mathematical problems and care must be taken while performing such calculations. With "high density" speckle photography data the precision of the turbulence microscale determination using this integral transform for the isotropic turbulence is rather higher. For non-isotropic turbulence the evaluation would require a more correct conversion using multi-angular probing and convolution of Radon and Erbeck-Merzkirch integral transforms.



The authors express their gratitude to Belarusian Republic Basic Research Foundation and National Academy of Sciences of Belarus for the partial financial support of the work under the projects “Energy Efficiency” EE 2.1.13, T12CO-019, T13IND-002.

### References

1. *Milton Van Dyke. An Album of Fluid Motion* // Stanford: The Parabolic Press. 1982.
2. *Kovalev P.I., Mende N.P. Album of Supersonic Flows* // Sankt Peterburgh: Polytechnical Univ. Press. 2011.
3. *Fomin N.F. Speckle Photography for Fluid Mechanical Measurements* // Berlin: Springer. 1998.

## МЕХАНИЗМ ВЫПРЯМЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В ЖИДКОСТНЫХ МИКРОДИОДАХ

*E.A. Франц, Г.С. Ганченко*

Кубанский государственный университет, Краснодар

Важным эффектом, применяемым в микро- и нанофлюидных устройствах, является выпрямление электрического тока. В отличие от классического полупроводникового выпрямления тока, при проектировании различных жидкостных микро- и нанодиодов существует большой простор для инженерной мысли. В данной работе предложена простая схема выпрямляющего устройства, состоящая из двух микроканалов размеров  $\tilde{L}_1$  и  $\tilde{L}_2$  с разной геометрией (рис.1), заполненных жидкостями с различными ди-

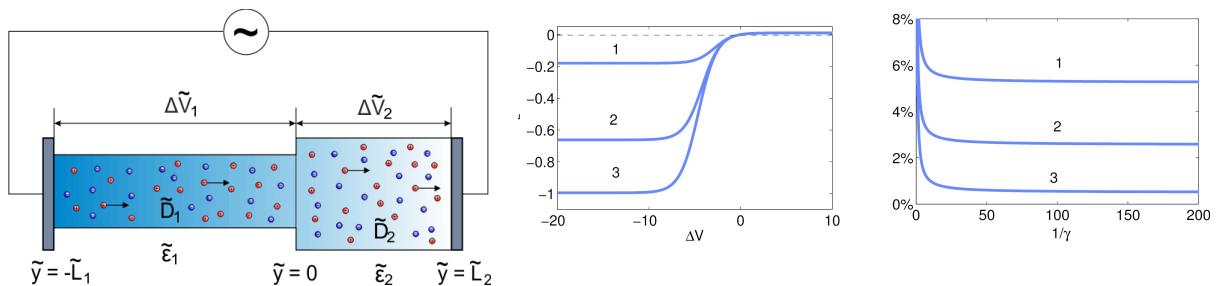
электрическими проницаемостями ( $\tilde{\epsilon}_1$  и  $\tilde{\epsilon}_2$ ) и коэффициентами диффузии  $\tilde{D}_1$  и  $\tilde{D}_2$  (т. е. схема обладает разными видами асимметрии). Предполагается, что микроканалы содержат ионы полностью диссоциировавшего вещества, а на границе раздела имеется поверхностный заряд. Стенки трубы считаются изоляторами; на торцах трубы помещены электроды, разность потенциалов на которых меняется по синусоидальному закону. В одномерном приближении для описания процесса принята нестационарная нелинейная система Нернста-Планка-Пуассона. Границные условия для описанной задачи основаны на классических моделях двойного ионного слоя [1], [2]. При составлении условия для электрического потенциала учитывается наличие неподвижного слоя Штерна [3] с разностью потенциалов между электродом и электролитом. Кроме того, записываются условия непроницаемости для анионов и уравнение Аррениуса [4] для катионов. Нужно отметить, что для каждого из микроканалов с характерными размерами  $\tilde{L}_1$  и  $\tilde{L}_2$  решается своя система. При переходе через границу раздела  $y = 0$  концентрации катионов и анионов, их потоки, а также потенциал считаются непрерывными, а напряженности поля связаны через диэлектрические проницаемости среды с учетом поверхностной плотности заряда  $\tilde{\sigma}$ .

Нелинейность системы и сложные краевые условия затрудняют ее аналитическое решение, поэтому был разработан специальный метод численного решения. Область вблизи электродов и границы раздела жидкостей содержит двойные ионные слои с резким изменением неизвестных, поэтому для дискретизации по пространственной переменной применялся метод Галеркина с полиномами Чебышева в качестве базисных функций. Сгущение нулей полиномов Чебышева на границах интервала их определения позволяет улучшить разрешение схемы в области двойных ионных слоев. Так как полиномы Чебышева не удовлетворяют краевым условиям задачи, применялась  $\tau$ -разновидность метода Галеркина [5]. Динамическая система относительно галеркинских коэффициентов, ввиду ее исключительной жесткости, интегрировалась по времени методом Гира.

После обезразмеривания система описывается 12 параметрами. В работе выявлены параметры системы, влияние которых на степень выпрямления наиболее сильная, а именно  $\alpha = \frac{\tilde{D}_2}{\tilde{D}_1} \frac{\tilde{L}_1}{\tilde{L}_2}$  и  $\gamma = \frac{\tilde{L}_1}{\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2}$ .

На рис. 2 представлена вольт-амперная характеристика при разных значениях  $\gamma$ : 1/20 (1); 1/50 (2); 1/100 (3), параметр  $\alpha$  фиксирован,  $\alpha = 100$ .

На рис. 3 представлена зависимость качества выпрямления от  $\gamma$  при  $\alpha = 20,2$  (1);  $\alpha = 50$  (2);  $\alpha = 100$  (3). Данное устройство в микронных масштабах может дать качество выпрямления вплоть до половины процента.



Стоит отметить, что для лучшего выпрямления необходимо, чтобы в одной из частей микроканала режим был допредельным, а во второй — предельным.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №12-08-00924-а, №11-08-00480-а).

## Литература

1. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика // М.: ГИФМЛ. 1959. 700.
2. Newman J., Tiedermann W. Porous-electrode theory with battery applications // Al-ChE Journal 1975. V. 21. № 1. P. 25–41.
3. Stern O. Zur theorie der elektrolytischen doppelschicht // Z. Elektrochem. 1924. V. 30. P. 508–516.
4. Bazant M.Z., Chu K.T., Bayly D.J. Current-voltage relations for electrochemical thin films // SIAM J. Appl. Math. 2005. V. 65(5). P. 1463–1484.
5. Canuto C., Hussaini M.Y., Quarteroni A., Zang T.A. Spectral Methods. Evolution to Complex Geometries and Applications to Fluid Dynamics // Springer – Verlag Berlin Heidelberg. 2007.

## RECTIFICATION MECHANISM OF ELECTRIC CURRENT IN LIQUID MICRO DIODES

E.A. Franz, G.S. Ganchenko

Kuban State University, Krasnodar

Rectification of electric current is an important effect used in micro- and nanodevices. Design of liquid micro-and nanodiodes allows greater scope for engineering than classical semiconductor rectification. In this paper a simple scheme of a rectifying device consisting of two microchannels with different sizes  $\tilde{L}_1$ ,  $\tilde{L}_2$  and geometries is presented. The microchannels are filled with liquids with various dielectric permeability ( $\tilde{\epsilon}_1$  and  $\tilde{\epsilon}_2$ ) and diffusion coefficients  $\tilde{D}_1$  and  $\tilde{D}_2$  (thus the circuit has different types of asymmetry). It is assumed that the microchannels contain ions of a completely dissociated substance. There is the surface charge at the interface. The walls of the tube are considered insulating. Electrodes are placed at the ends of the tube, the potential difference across the electrodes varies sinusoidally. In the one-dimensional approximation, time-dependent nonlinear system of Nernst-Planck-Poisson equations is used to describe the process. The boundary conditions of the problem are based on classical models of double ionic layer [1], [2]. There is a potential difference between the electrode and the electrolyte, and there is an immobile Stern layer [3], which is taken into account when drawing up the conditions for the electric potential. In addition, there are conditions of impermeability to anions and the Arrhenius equation [4] for cations. It should be noted that a distinct system is solved for each of the microchannels with characteristic dimensions  $\tilde{L}_1$  and  $\tilde{L}_2$ . The concentrations of cations and anions, their flows and the potential are assumed to be continuous when passing through the interface  $y = 0$ ; field intensities are related through the dielectric permeability of the medium taking into account the surface charge density  $\tilde{\sigma}$ .

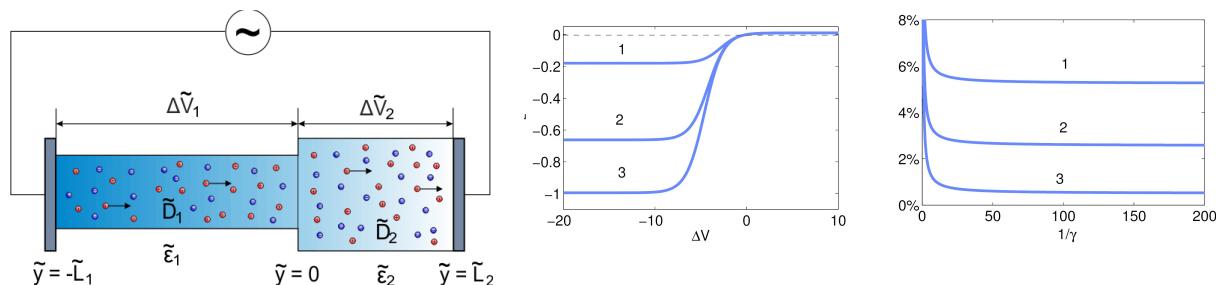
Nonlinearity of the system and complex boundary conditions hamper its analytic solution, so a special method has been developed for numerical solution. The region near the electrodes and the interfaces of fluids contains ionic double layers with a sharp change of unknowns. Therefore, the Galerkin method with Chebyshev polynomials as basis functions has been used for the discretization in the spatial variable. The clustering of the zeros of Chebyshev polynomials near the boundaries of their domain allows improving the scheme's resolution in the ionic double layers. Since Chebyshev polynomials do not satisfy the boundary conditions of the problem, the  $\tau$ -variant of the Galerkin method [5] has been used. The result-

ing dynamic system with respect to the Galerkin coefficients is rigid, so it has been integrated in time by Gear's method.

After reduction to dimensionless form, the system is described by 12 parameters. In the present work, the ones which have the strongest influence on the degree of rectifying are identified, namely  $\alpha = \frac{\tilde{D}_2}{\tilde{D}_1} \frac{\tilde{L}_1}{\tilde{L}_2}$  and  $\gamma = \frac{\tilde{L}_1}{\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2}$ .

Fig. 2 shows the current-voltage characteristics for different values of  $\gamma$ : 1/20 (1) 1/50 (2), 1/100 (3), the parameter  $\alpha$  is fixed,  $\alpha = 100$ .

Fig. 3 shows the dependence of the quality of rectification with respect to  $\gamma$  for  $\alpha = 20, 2$  (1);  $\alpha = 50$  (2);  $\alpha = 100$  (3). This device in micro-scale can provide rectification with quality up to half a percent.



It should be noted that for the best rectification the following condition is necessary: a prelimiting mode takes place in one part of the microchannel, and the limiting mode in the other.

This work was supported by Russian Foundation for Basic Research (projects 12-08-00924, 11-08-00480).

## References

- Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика // М.: ГИФМЛ. 1959. 700.
- Newman J., Tiedemann W. Porous-electrode theory with battery applications // Al-ChE Journal 1975. V. 21. № 1 . P. 25–41.
- Stern O. Zur theorie der elektrolytischen doppelschicht // Z. Elektrochem. 1924 . V. 30. P. 508–516.
- Bazant M.Z., Chu K.T., Bayly D.J. Current-voltage relations for electrochemical thin films // SIAM J. Appl. Math. 2005 . V. 65(5). P. 1463–1484.
- Canuto C., Hussaini M.Y., Quarteroni A., Zang T.A. Spectral Methods. Evolution to Complex Geometries and Applications to Fluid Dynamics // Springer – Verlag Berlin Heidelberg. 2007.

## ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ОДНОСВЯЗНОЙ ФРАКТАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА РАСШИРЕНИЯ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАСШТАБНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

*O.H. Хатунцева*

ОАО РКК “Энергия”, МФТИ, г. Королев

Методы, применяемые в работах, относящихся к описанию процессов, «протекающих» во фрактальных (с дробной размерностью) пространствах, в основном связаны с

заменой производных по времени и производных по пространственным переменным на производные в дробной степени, соответствующие производным Римана-Лиувилля.

Главными недостатками такой процедуры видятся, во-первых, невозможность учета влияния масштаба структурного элемента фрактала на скорость протекания процесса, хотя в задачах подобного рода такая зависимость явно прослеживается; во-вторых, отсутствие четкой обоснованности перехода к дифференцированию с дробными производными.

Поясним сказанное на примере уравнения теплопроводности (диффузии). При описании евклидовых (с целым числом измерений) пространств увеличение числа пространственных переменных в этом уравнении не влечет принципиального изменения вида самого уравнения и его решений. А именно, производная по времени всегда остается дифференциалом первой степени вне зависимости от числа пространственных переменных; «пространственная» часть уравнения представляет собой сумму производных второй степени по соответствующим пространственным переменным. В результате при переходе от задачи в одномерной пространственной постановки к двух- и трехмерной, решения уравнения теплопроводности (диффузии) не приобретают принципиальных различий.

Совсем иное дело – переход к дробным степеням  $\alpha$  и  $\gamma$  производных:

$$\frac{\partial^\alpha T}{\partial t^\alpha} = \frac{\partial^\gamma}{\partial x^\gamma} \left( \chi(T) \frac{\partial^\gamma T}{\partial x^\gamma} \right), \quad 0 < \alpha < 2. \quad \text{В этом случае решение для } 1 < \alpha < 2, \gamma < 1 \text{ характеризуется волновыми свойствами.}$$

Проверка решений таких уравнений, в основном, сводится к переходу к пределу  $\alpha = 1$  и  $\gamma = 1$ . Алгоритм поиска степеней производных  $\alpha$  и  $\gamma$ , как правило, не приводится, хотя всегда говорится, что их значения должны быть связаны с размерностью фрактального пространства.

В данной работе задача исследования процесса теплопроводности (диффузии) в односвязном фрактальном пространстве решается с помощью метода расширения фазового пространства – введения дополнительной переменной, характеризующей масштаб рассмотрения фрактальной структуры. С учетом этого изменяется полная производная по времени и коэффициент теплопроводности.

Найдена аналитическая зависимость температуры от времени, пространственных координат и масштаба рассмотрения фрактальной структуры для случая распространения тепла от локализованного источника в бесконечное пространство, обладающее односвязной фрактальной структурой, “вложенной” в непроводящее (плохо проводящее) тепло трехмерное пространство.

## THE DESCRIPTION OF HEAT CONDUCTION IN SINGLE CONNECTED FRACTAL SYSTEM BY THE METHOD OF THE ENHANCEMENT OF THE PHASE SPACE VIA THE SCALE VARIABLE

*O.N. Khatuntseva*

RSC “Energia”, MIPT, Korolev

The methods applied in works related with processes “occurring” in the fractal (fractional dimension) spaces usually are connected with the replacement of time derivatives and derivatives along space variables by the fractional order derivatives corresponding Riemann-Loiuville derivatives. The main drawbacks of this routine are, first, the impossibility to account the impact of the scale of the fractal element to the rate of the processes (although, this

dependence is visible), second, the absence of rigor foundation of the transfer to the fractional order differentiation.

Let's illustrate this statement on the example of heat transfer (diffusion) equation. Increasing of the number of spatial variables does not cause the principal change of equation itself and its solutions when Euclidian (with integer number of dimensions) space is described. Namely, the time derivative always is the first order differential independently on the number of spatial variables, the "spatial" part of the equation is the sum of the second order derivatives along corresponding space variables. The solutions of heat transfer (diffusion) equations do not obtain principal differences at the transfer from the single dimensional statement towards two or three dimensional ones.

The transition to the fractional orders  $\alpha$  and  $\gamma$  of derivatives demonstrate quite another behavior:

$$\frac{\partial^\alpha T}{\partial t^\alpha} = \frac{\partial^\gamma}{\partial x^\gamma} \left( \chi(T) \frac{\partial^\gamma T}{\partial x^\gamma} \right), \quad 0 < \alpha < 2.$$

In this case the solution for  $1 < \alpha < 2$ ,  $\gamma < 1$  is specified by wave properties. The validation of such equations' solutions is restricted by the transit to limit  $\alpha = 1$  and  $\gamma = 1$ . The algorithm for the search of  $\alpha$  and  $\gamma$  usually is not provided, although their values are stated to be connected with the fractal space dimension. ,

In present work, the problem of studying the heat transfer (diffusion) process in simply connected fractal space is resolved via the method of phase space enhancement by introducing an additional variable specifying the scale of the fractal space consideration. The total time derivative and conductivity coefficients are changed with this account.

The analytic dependence of temperature on the time, space coordinates and the scale of fractal structure consideration is found for the heat transfer from local heat source in the infinite space of simply connected fractal structure "enclosed" to three dimension space with no (or weak) heat conduction.

## О ВОЗМОЖНОСТИ НАХОЖДЕНИЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ КРУГОВОГО СЕЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

O.H. Хатунцева

ОАО РКК "Энергия", МФТИ, г. Королев

Второй закон Ньютона и сформулированное на его основе уравнение движения жидкости предполагают отсутствие внутренних степеней свободы в теле или выделенном объеме жидкости, которые могут участвовать в преобразовании энергии или импульса, передаваемых системе в результате воздействия на нее внешних сил. В случае рассмотрения стохастической системы это условие не выполняется. Случайные возмущение в среде, имеющие разномасштабный характер, способны «переводить» часть воздействия, направленного на выделенный исследуемый объем в дополнительные возбуждения внутренних степеней свободы.

Проблема описания таких систем может быть разрешена с помощью расширения исследуемого фазового пространства, а именно, за счет введения дополнительной координаты  $p$ , характеризующей изменение стохастического состояния системы. В этом случае переход от детерминированного случая описания системы к стохастическому

для некоторого характеризующего систему параметра  $f$ , может заключаться в замене уравнения:  $\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} = \hat{A}f$  (где  $\hat{A}$  – оператор, вид которого зависит от конкретной задачи, определяющий протекание процессов обмена выделенной области с внешней средой и влияние на эту область внешних воздействий), на соотношение:  $\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \dot{x}_i + \frac{\partial f}{\partial p} \dot{p} = \hat{A}f$ , за счет изменения полной производной по времени:

$$\left( \frac{d}{dt} \right)_{\text{deterministic}} = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} V_i \rightarrow \left( \frac{d}{dt} \right)_{\text{stoch}} = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} V_i + \frac{\partial}{\partial p} \dot{p}.$$

Основной проблемой в таком подходе становится нахождение производной  $\dot{p}$  и связь ее с макропараметрами, характеризующими исследуемую систему.

В данной работе для стохастических систем, не имеющих выделенных состояний равновесия, находится соотношение, связывающее отклонение случайной величины от средних значений реализаций случайных величин в двух временных точках, а также плотности вероятности этих реализаций. Что, в свою очередь, позволяет расширить фазовое пространство, за счет введения дополнительной координаты  $p$ , характеризующей отклонение случайной величины от среднего значения, и связать производную  $\dot{p}$  с такими макропараметрами, как энтропия системы, ее временная производная и, опосредованно через них, с временным масштабом рассмотрения системы.

Общепринятым подходом к описанию течения вязкой несжимаемой жидкости, вообще, и течения такой жидкости в трубах различного сечения, в частности, является нахождение решений системы уравнений Навье-Стокса. Если труба имеет круговое сечение, то в стационарном случае система уравнений Навье-Стокса допускает единственное аналитическое решение в виде выражения, описывающего параболический профиль скорости при любых значениях числа Рейнольдса. Причем такое решение является устойчивым при исследовании задачи на устойчивость в линейной постановке, что противоречит огромному количеству экспериментов, в которых обнаруживают различные режимы течения жидкости в трубах кругового сечения и соответствующие им различные осредненные профили скорости. При больших числах Рейнольдса устанавливается турбулентный режим течения жидкости. Такой режим течения является ярким примером недетерминированных – стохастических процессов. В (квази)стационарном случае ему соответствует логарифмический профиль скорости.

Расширение фазового пространства переменных за счет введения стохастической переменной, позволило найти дополнительное аналитическое решение задачи течения вязкой несжимаемой жидкости в трубе кругового сечения на основе уравнений Навье-Стокса для больших значений числа Рейнольдса, характеризуемое логарифмическим профилем осредненной скорости течения

## ON THE FEASIBILITY OF FLOW VELOCITY LOGARITHM SHAPE PRESENCE IN CIRCULAR TUBE ON THE BASE OF STOCHASTIC MODEL OF TURBULENCE

*O.N. Khatuntseva*

RSC “Energia”, MIPT, Korolev

The Newton second law and the equation of dynamics of liquids, based on it, implies the absence of inner degrees of freedom in a body or a chosen liquid volume which may par-

ticipate in transformation of energy or momentum transferred to the system as a result of external forces action. This condition is not satisfied for a stochastic system. The random disturbances of the different scales are able to “transfer” a part of the action to the chosen volume being under the consideration into additional disturbances of inner degrees of freedom.

The problem of such systems description may be resolved via an enhancement of the studied phase space, namely for the sake of introduction of an additional coordinate  $p$ , specifying the change of the stochastic state of the system. характеристующей изменение стохастического состояния системы. In this case the transfer from the determine way of the system description to the stochastic one for certain parameter of system  $f$ , may be reduced th

the change of the equation:  $\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} = \hat{A}f$  (where  $\hat{A}$  is an operator of the form de-

pending on the problem at hand which determine the exchanges of chosen domain with an environment and the influence of external actions) by the expression:

$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \dot{x}_i + \frac{\partial f}{\partial p} \dot{p} = \hat{A}f$ , for the sake of the change of the total time derivative:

$$\left( \frac{d}{dt} \right)_{\text{deterministic}} = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} V_i \rightarrow \left( \frac{d}{dt} \right)_{\text{stoch}} = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} V_i + \frac{\partial}{\partial p} \dot{p}.$$

The determination of the derivative  $\dot{p}$  and its links with macroparameters is the main problem under this approach.

The expression relating the deviation of a random value from the mean magnitudes of realizations of stochastic values in two time points together with the corresponding probability density functions. This enables to enhance the phase space by introduction of additional coordinate  $p$  specifying the deviation of random value from the mean and to connect the derivative  $\dot{p}$  with such macroparameters as the entropy of system, its time derivative, and, through them, with the temporal scale of the system consideration.

Solving Navier-Stokes equations is the common approach to the description of flow of viscous incompressible fluid and the flow of this fluid in tubes of different shapes. For the circular tube, the system of Navier-Stokes equations admits an unique analytic solution in the form of the expression describing the parabolic velocity shape for any Reynolds numbers. This solution is linearly stable that contradict a realm of experiments demonstrating various flow modes and corresponding averaged velocity shapes. The turbulent flow mode exhibits under the great enough Reynolds numbers. This mode is the brilliant example of undetermined – stochastic processes. The logarithm shape of velocity corresponds it at (quasi)steady case.

The enhancement of the phase space via introduction of stochastic variable enabled to find an additional analytic Navier-Stokes solution with the logarithm shape of averaged velocity for viscous incompressible flow in the circular tube for high Reynolds numbers.

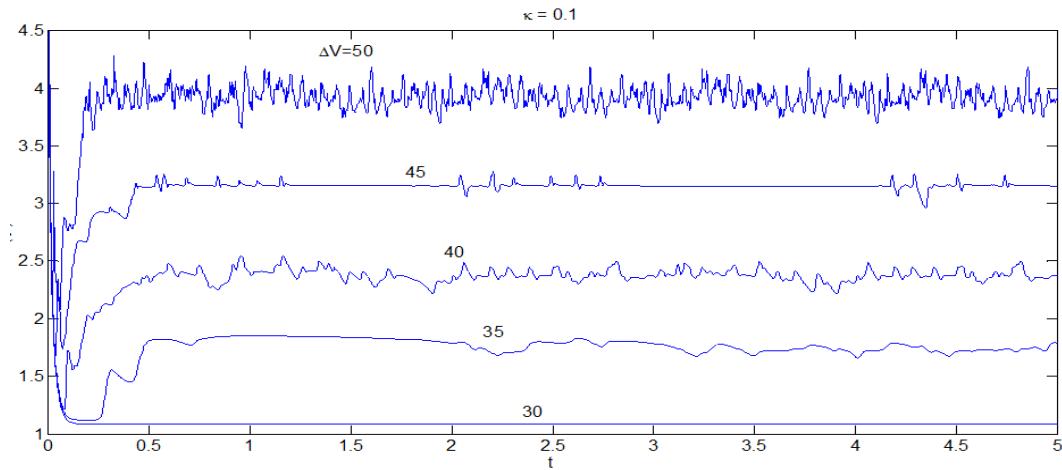
## ГИДРОДИНАМИКА ТЕЧЕНИЙ В МИКРОНАСОСЕ

*A.B. Хахулина, Е.А. Демехин*

Кубанский государственный университет, Краснодар

Рассматривается течение жидкости в микронасосе под действием разности потенциалов  $\Delta V$ . Изначально струя потока ламинарна, но при достаточно большом изменении  $\Delta V$  она обнаруживает неустойчивость: происходит образование вихревых колец и

переход к турбулентному режиму. Данный процесс описывается системой уравнений в частных производных Нернста-Планка-Пуассона с соответствующими краевыми условиями.



Для изучения неустойчивостей течения была разработана компьютерная программа, основанная на алгоритме [5]. Для ускорения расчётов применялись параллельные вычисления. Зависимости протекания тока через систему при различных значениях  $\Delta V$  представлены на следующем графике.

В работе были также оценены характеристики динамической системы, описывающей процесс, в частности, рассчитан Фурье-спектр аттракторов и выделена доминантная частота. Исследована нелинейная устойчивость системы при приложении переменного напряжения. Полученные результаты планируется использовать для оптимизации моделей микронасосов.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ № 12-08-00924-а.

### Литература

1. Беллман. Р. Введение в теорию матриц // М.: Наука. 1966. 368 с.
2. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические хаотические колебания // М: Наука. 1987. 424 с.
3. Марсден Дж. Мак Кракен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения // Издательство «Мир» Москва. 1980. 387 с.
4. Харкевич А.А. Спектры и анализ // Госизд. технико - теоретической литературы Москва 1953. 215 с.
5. Шелистов В.С., Никитин Н.В., Ганченко Г.С., Демёхин Е.А. Численное моделирование электрохимической неустойчивости в полупроницаемых мембранах // Докл. РАН. 2011. Т. 440. № 5. С. 625–630.

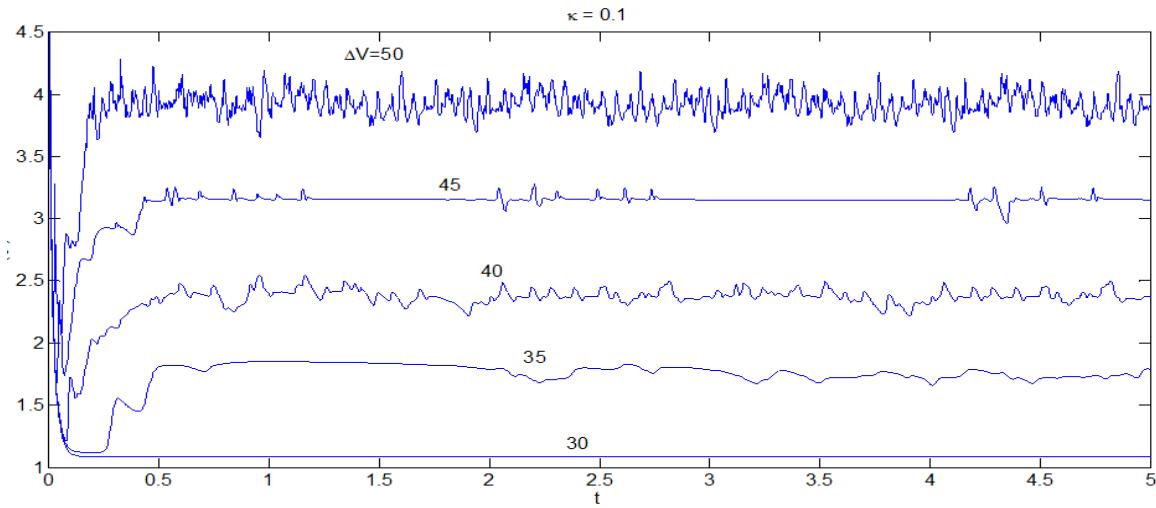
## HYDRODYNAMICS FLOWS MICROPUMPS

*A.V. Khakhulina , E.A. Demekhin*

Kuban State University, Krasnodar

The flow of fluid in the micropump under the influence of a potential difference  $\Delta V$ . Initially laminar jet stream , but a sufficiently large change  $\Delta V$  it detects instability: the formation of vortex rings and the transition to turbulent . This process is described by a system

of partial differential equations of the Nernst -Planck -Poisson with appropriate boundary conditions .



To study the flow instabilities has developed a computer program based on the algorithm [5]. To accelerate the calculations applied parallel computing. Depending on the current flow through the system at different values of  $\Delta V$  are presented in the following graph.

In this paper, were also evaluated characteristics of dynamic system describing the process , in particular, is designed Fourier spectrum allocated attractors and dominant frequency . The nonlinear resistance on the application of alternating voltage. The results obtained will be used for the optimization models micropumps .

Work performed in the framework of RFBR № 12 -08- 00924 -a.

## References

1. *Bellman R.* Introduction to Matrix // Nauka . 1966 . 368 p.
2. *Neimark Yu.I. and Landa, P.S.* Stochastic chaotic oscillations // M.: Science. 1987. 424 c.
3. *Marsden J. Mc Cracken M.* Bifurcation of the cycle and its applications // Publisher "Mir" Moscow. 1980. 387 p.
4. *Kharkevich . A.* Spectra and analysis // Gosizd . Techno - theoretical Literature Moscow 1953. 215 p.
5. *Shelistov V.S., Nikitin N.V., Ganchenko G.S., Demekhin E.A.* Numerical simulation of electrokinetic instability in semipermeable membranes // Dokl. Russian Academy of Sciences. 2011. V. 440. № 5. P. 625–630.

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА СТРУЙ СО СКАЧКАМИ УПЛОТНЕНИЯ

*C.A. Чепрасов*

Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, Москва

Экологические характеристики авиационного транспорта являются важнейшими показателями, определяющими его конкурентоспособность на мировом рынке и возможность эксплуатации на международных авиалиниях. Выхлопная струя двигателя самолета является одним из основных источников шума, излучаемого самолетом.

Вследствие чего, увеличение точности методов моделирования струй – важная проблема, как для расчета шума, так и при разработке методов его снижения. Существуют два основных подхода к описанию течения в турбулентной струе. Один из них основан на решении осредненных уравнений движения, замкнутых полуэмпирической моделью турбулентности – подход RANS. Другой подход основан на решении трехмерных нестационарных уравнений движения – метод LES. Метод RANS менее универсален, но при этом не требует значительных вычислительных ресурсов, в отличие от подхода LES. Поэтому, метод RANS по-прежнему является основным при расчете течений для задач промышленности, и работы по совершенствованию моделей турбулентности продолжаются. Одно из направлений по улучшению моделей турбулентности состоит в увеличении точности описания эффектов сжимаемости. Первые такие модели стали появляться еще в середине 70-х [1], а в настоящее время довольно популярны поправки на сжимаемость, представленные в работах [2,3]. Как можно видеть из анализа литературы последних нескольких лет [4,5], интерес к этой тематике все еще не угасает, и по-прежнему остаются важные для авиастроения такие струйные течения, которые плохо описываются современными моделями турбулентности. Например, анализ результатов работы [6] показывает, что в сверхзвуковых коаксиальных струях со скачками уплотнения, затухание интенсивности скачков уплотнения моделируется методом RANS с большими погрешностями.

В данной работе представлены результаты RANS и LES моделирования двух струйных течений со скачками уплотнения. Одно из них соответствует модельному течению в круглой затопленной струе, истекающей из конического сопла. Другое течение близко по геометрии к течению в струе реального авиационного двигателя на режиме взлета самолета. Это струя в спутном потоке для двухконтурного сопла с центральным телом. Тестирование популярных моделей турбулентности (Nut-92, k- $\omega$  SST, RSM) показало, что ни одна из применяемых моделей турбулентности не позволили описать одновременно и процессы смешения в струе и систему скачков уплотнения. Моделирование методом LES обеспечило высокую точность только для относительно простой струи. Для того чтобы разобраться в причинах погрешностей полуэмпирических моделей турбулентности RANS проведен анализ особенностей процессов турбулентного переноса в области взаимодействия скачка уплотнения и слоя смешения на примере модельной задачи о взаимодействии косого скачка уплотнения и плоского слоя смешения. В результате, которого было установлено, что корреляции  $\langle p' \delta u'_i / \delta x_i \rangle$ ,  $\langle p' v' \rangle$  и др. в области взаимодействия, вычисленные на основе подхода RANS и LES, отличаются, не только количественно, но и качественно. Кроме того, демонстрируется важность анизотропии турбулентности в области взаимодействия скачка уплотнения и слоя смешения. Перечисленные недостатки моделей турбулентности RANS, по-видимому, и являются причиной значительных погрешностей при расчете рассмотренных струй. В заключительной части работы описана и протестирована модификация модели турбулентной вязкости, позволяющая увеличить точность описания скачков уплотнения в струе. Все расчеты, представленные в работе, были выполнены с использованием программы ANSYS Fluent 12.

Автор выражает благодарность профессору Секундову за помощь при выполнении работы, а также К.Я. Якововскому за ценные рекомендации в ходе проведения расчетов. Работа была выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант 13-01-00161).

## Литература

1. *Oh Y.H., Bushnell D.M. Influence of external disturbances and compressibility on free turbulent mixing // NASA Langley Research Center. 1975. NASA SP-347.*

2. *Sarkar S.* Modeling the pressure-dilatation correlation // 1991. NASA CR-187566.
3. Гуляев А.Н., Козлов В.Е., Секундов А.Н. К созданию универсальной однопараметрической модели для турбулентной вязкости // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 69–81.
4. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Моделирование турбулентности в сверхзвуковых струйных течениях // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2010. Т. 9. № 1. С.172–179.
5. *Nichols D.S.* Accounting for shocks in the  $k\epsilon-k\omega$  Turbulence model // AIAA Paper. 2011. № 3573.
6. *Abdelhamid Y.A., Ganz U.W.* Prediction of shock-cell structure and noise in dual flow nozzles // AIAA Paper. 2007. № 3721.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОНИЧЕСКОЙ НАНОСТРУКТУРЫ ДИЭЛЕКТРИК-МЕТАЛЛ-ДИЭЛЕКТРИК

*M.B. Чернов, Г.С. Ганченко*

Кубанский государственный университет, Краснодар

На границе между средами с положительной и отрицательной диэлектрическими проницаемостями могут возбуждаться плазмонные волны [1]. Поле данных волн сосредоточено вблизи границы раздела сред, а соответствующие им длины гораздо меньше длины волны света той же частоты в вакууме. Высокая локализация полей позволяет эффективно управлять светом в наномасштабах.

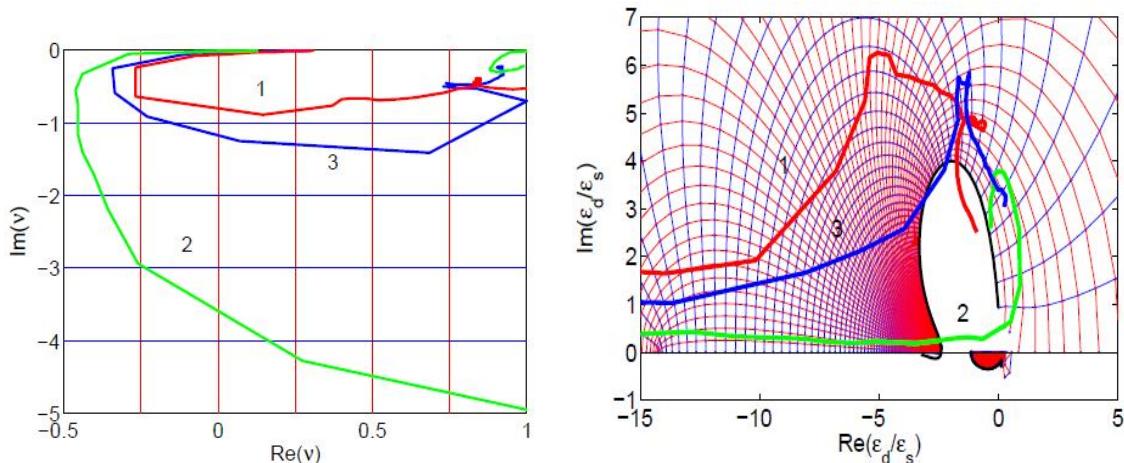
Исследование взаимодействия оптического излучения со слоистыми наноструктурами является одним из активно развивающихся направлений современной физики. В этом случае оптические свойства таких структур определяются не только свойствами самих материалов, но и геометрическими параметрами. Помимо обычных дифракционных эффектов, обусловленных наличием слоистой структуры, существенное влияние могут оказывать резонансные возбуждения колебаний электронной решетки на границе раздела сред, сопровождающиеся локальным усилением полей, и связанный с ними процесс самофокусировки электромагнитного поля. Интерес к этим исследованиям обусловлен тем, что процесс самофокусировки электромагнитных волн на микро- и наноструктурах, возникающий под воздействием поверхностного плазменного резонанса (ППР), является одним из основных эффектов используемых при создании элементов солнечных батарей, фототермической терапии и микроскопии.

Данная работа направлена на моделирование гармонических полей при фиксированной частоте в окрестности наноструктур – в этом случае возбуждение моделируемой системы осуществляется монохроматической волной, а именно волной, имеющей ТМ-поляризацию. Как показано в ряде работ, наиболее подходящей структурой, для усиления и концентрации электромагнитного поля в окрестности наноструктур, является двухслойный наноконус [2,3,5]. В качестве слоистой структуры была рассмотрена система диэлектрик-металл-диэлектрик, в качестве металлического слоя были рассмотрены медь, серебро и золото. Для описания системы использовались уравнения Максвелла в среде и соответствующие им краевые условия [1], следствием преобразования уравнений является система уравнений Гельмгольца, причем краевые условия остаются прежними. Решение уравнений Гельмгольца дает дисперсионное соотношение, подобное тому, что получается при моделировании однослойного конуса [2]. Численное решение позволяет определить оптимальную для возникновения ППР частоту внешне-

го электромагнитного излучения и диэлектрическую проницаемость металлической прослойки, рассчитываемой по модели Друде [5], для данных величин углов при вершине конуса. Поскольку характерные размеры структуры гораздо меньше длины волны, порядка 10–100 нм, для численного расчета электромагнитного поля в такихnanoструктурах был использован метод конечных разностей во временной области (FDTD) [6].

В итоге для каждого из рассматриваемых металлов была получена область частот, в которой происходит ППР, т.е. интенсивность сфокусированного пучка достигает максимума. В частности установлено, что серебро является наиболее подходящим металлом для создания данных структур.

На рисунках показано конформное отображение дисперсионного соотношения для системы воздух-металл-кварц, кривые 1,2,3 соответствуют диэлектрическим проницаемостям меди, серебра и золота.



Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 12-08-00924-а, № 11-08-00480-а).

## Литература

1. Агранович В.М., Миллс Д.Л. под ред. "Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах сред" // «Наука». 1985.
2. Wang Yu., Plouraboue F., Chang H.-C. "Broadband converging plasmon resonance at a conical nanotip" // Optics Express. 2013. 21(5). P. 6609–6617.
3. Kim et all S.-W. "Plasmonic generation of ultrashort extreme-ultraviolet light pulses" // Nature Photonics. 2011. 10.1038. P. 1–5.
4. Bouhelier A., Renger J., Beversluis M.R., Novotny L. "Plasmon-coupled tip-enhanced near-field optical microscopy" // Journal of Microscopy. V. 210. Pt 3 June 2003. P. 220–224.
5. P.B. Johnson and R.W. Christy "Optical constants of the nobel metals" // Phys. Rev. B. 1972. 6. P. 4370–4379.
6. Taflove A., Hagness S.C. "Computational Electrodynamics The Finite-Difference Time-Domain Method" // ARTECH HOUSE. INC. 2005.

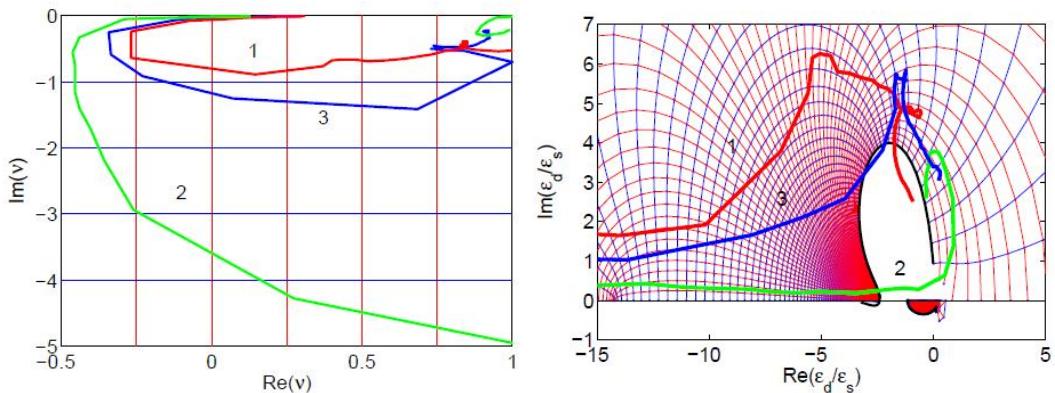
# A STUDY OF OPTICAL PROPERTIES OF A CONICAL INSULATOR-METAL-INSULATOR STRUCTURE

*M.V. Chernov, G.S. Ganchenko*

Kuban State University, Krasnodar

Plasmon waves can be excited at the boundary between media with positive and negative permittivities [1]. The corresponding field is concentrated near the interface, and the lengths of those waves are much smaller than that of the light of the same frequency in vacuum. High localization of that field allows effective nanoscale control on the light.

Investigation of the interaction of optical radiation with layered nanostructures is one of the rapidly developing areas of modern physics. The optical properties of such structures are determined not only by properties of the materials themselves, but also by the geometric parameters. Apart from the usual diffraction effects that occur due to the presence of the layered structure, resonant excitation of the electron lattice vibrations at the interface, accompanied by amplification of local fields, and the associated process of the self-focusing of the electromagnetic field can have a significant impact. The interest to such a research rises due to the fact that the process of self-focusing of electromagnetic waves at the micro- and nanostructures that arises under the influence of surface plasmon resonance (SPR) is one of the main effects used in creating solar cells, photothermal therapy and microscopy.



This work focuses on modeling of harmonic fields at a fixed frequency in the vicinity of structures; in this case, the excitation of the simulated system is performed by a monochromatic wave, namely that having a TM-wave polarization. As it is shown in several studies, the most appropriate structure for strength and concentration of the electromagnetic field in the vicinity of nanostructures is a two-layer nancone [2,3,5]. The insulator-metal-insulator system has been considered as a layered structure with copper, silver and gold in the place of the metal. Maxwell's equations have been used to describe this system along with the corresponding boundary conditions [1]; it is transformed to the system of Helmholtz equations, and the boundary conditions remain the same. The solution of Helmholtz equations produces the dispersion relation similar to that arising in modeling a single-layer cone [2]. Numerical simulation gives the optimal frequency of the external electromagnetic radiation for PPR occurrence and the permittivity of the metal layer, which is calculated by means of Drude model [5], for the given cone angles. Since the characteristic dimensions of the structure are much smaller than the wavelength, namely of the order of 10–100 nm, the finite-difference time domain (FDTD) method [6] has been used for numerical calculation of the electromagnetic field in such nanostructures.

As a result, the frequency region in which the PPR occurs, i.e. the intensity of the focused beam is maximized, has been obtained for each of the metals. In particular, it was found that silver is the most suitable metal for creation of such structures.

The figures show the conformal mapping of the dispersion relation for the air-metal-quartz system, the curves 1,2,3 correspond to the permittivities for copper, silver and gold.

This work has been supported by RFBR (projects № 12-08-00924-a, № 11-08-00480-a).

## References

1. *V.M. Agranovich and D.L. Mills, ed.* “Surface Polaritons. Electromagnetic Waves at Surfaces and Interfaces” // Elsevier. 1982.
2. *Wang Yu., Plouraboue F., Chang H.-C.* “Broadband converging plasmon resonance at a conical nanotip” // Optics Express. 2013. 21(5). P. 6609–6617.
3. *Kim et all S.-W.* “Plasmonic generation of ultrashort extreme-ultraviolet light pulses” // Nature Photonics. 2011. 10.1038. P. 1–5.
4. *Bouhelier A., Renger J., Beversluis M.R., Novotny L.* “Plasmon-coupled tip-enhanced near-field optical microscopy” // Journal of Microscopy. V. 210. Pt 3 June 2003. P. 220–224.
5. *P.B. Johnson and R.W. Christy* “Optical constants of the nobel metals” // Phys. Rev. B. 1972. 6. P. 4370–4379.
6. *Taflove A., Hagness S.C.* “Computational Electrodynamics The Finite-Difference Time-Domain Method” // ARTECH HOUSE. INC. 2005.

## УРАВНЕНИЯ СРЕДНИХ ПОЛЕЙ ВОЗМУЩЕНИЙ КОНВЕКТИВНЫХ МАГНИТНЫХ ДИНАМО

*P. Чертовских*

Технологический Институт Аэронавтики, Бразилия

Мы рассматриваем слабонелинейные возмущения стационарных режимов генерации магнитного поля течениями электропроводной жидкости, вызванными тепловой конвекцией во вращающемся относительно вертикальной оси горизонтальном бесконечном плоском слое. Конвекция считается свободной, т.е. внутри слоя или на его границах нет источников тепла, электрических и магнитных полей, и не действуют никакие дополнительные внешние силы. Возмущения имеют пространственные масштабы в горизонтальных направлениях значительно большие, чем размер ячейки периодичности возмущаемого режима динамо. В [1,2] был рассмотрен случай, когда возмущения магнитного поля имеют ненулевые средние по быстрым переменным, а возмущения поля скорости не имеет. Численно найден конвективный МГД режим [3], когда это условие не выполняется, и оба поля возмущения - магнитного поля и потока - имеют ненулевые средние несмотря на трансляционную инвариантность рассматриваемой конвективной магнитогидродинамической системы. Выведены амплитудные уравнения, описывающие длинномасштабную модуляцию возмущений. Проведены расчеты коэффициентов этих уравнений. Такие расчеты требуют численно решать так называемые вспомогательные задачи - линейные эллиптические уравнения. Это сделано с помощью алгоритма BiCGStab( $\ell$ ) [4,5] с использованием оригинального метода ускорения сходимости.

Работа поддержана грантом FAPESP 2013/01242-8.

## Литература

1. Желиговский В.А. Математическая теория устойчивости магнитогидродинамических режимов к длинномасштабным возмущениям // М: Красанд / УРСС. 2010. 351 с.
2. Zheligovsky V.A. Large-scale perturbations of magnetohydrodynamic regimes: linear and weakly non-linear stability theory // Lecture Notes in Physics. V. 829. Springer-Verlag, Heidelberg. 2011. 330 pp.
3. Chertovskih R., Gama S.M.A., Podvigina O., Zheligovsky V. Zheligovsky. Dependence of magnetic field generation by thermal convection on the rotation rate: a case study // Physica D. 239. 2010. P. 1188–1209 [<http://arxiv.org/abs/0908.1891>].
4. Sleijpen G.L.G., H.A. van der Vorst. Reliable updated residuals in hybrid Bi-CG methods // Computing 56. 1996. P. 141–163.
5. Sleijpen G.L.G., H.A. van der Vorst. Maintaining convergence properties of BiCGstab methods in finite precision arithmetic // Numerical Algorithms. 10. 1995. P. 203–223.

## MEAN-FIELD EQUATIONS FOR PERTURBATIONS OF CONVECTIVE MAGNETIC DYNAMOS

R. Chertovskih

Technological Institute of Aeronautics, Brazil

We consider weakly nonlinear perturbations of steady regimes of magnetic field generation by conducting fluid flows caused by thermal convection in a horizontal infinite plane layer rotating about the vertical axis. Free convection is assumed, i.e., there are no sources of heat, magnetic or electric fields and no additional external body forces act inside the layer and on its boundaries. The perturbations have spatial scales in the horizontal directions that are much larger than the size of the box of periodicity of the perturbed dynamo regime. The case of magnetic field perturbations having non-vanishing means over the fast variables and the flow velocity perturbations lacking them was considered in [1,2]. A convective MHD regime [3] is found numerically, for which this condition is not satisfied, and perturbations of both the magnetic field and flow velocity possess non-zero means despite the convective magnetohydrodynamic system under consideration is translation-invariant. Amplitude equations describing the large-scale modulation of the perturbations have been derived. The coefficients in these equations have been computed. Such computations require to solve numerically the so-called auxiliary problems, that are linear elliptic equations. This has been done by applying the BiCGStab( $\ell$ ) algorithm [4,5] with the use of an original method for acceleration of convergence.

The project was supported by the FAPESP grant 2013/01242-8.

## References

1. Zheligovsky V.A. Mathematical theory of stability of magnetohydrodynamic regimes to large-scale perturbations // Krasand / URSS Publ. Group. Moscow. 2010. 351 pp. (in Russian). 330 pp.
2. Zheligovsky V.A. Large-scale perturbations of magnetohydrodynamic regimes: linear and weakly non-linear stability theory // Lecture Notes in Physics. V. 829. Springer-Verlag. Heidelberg. 2011.

3. Chertovskih R., Gama S.M.A., Podvigina O., Zheligovsky V. Zheligovsky. Dependence of magnetic field generation by thermal convection on the rotation rate: a case study // Physica D. 239. 2010. P. 1188–1209 [<http://arxiv.org/abs/0908.1891>].
4. Sleijpen G.L.G., H.A. van der Vorst. Reliable updated residuals in hybrid Bi-CG methods // Computing 56. 1996. P. 141–163.
5. Sleijpen G.L.G., H.A. van der Vorst. Maintaining convergence properties of BiCGstab methods in finite precision arithmetic // Numerical Algorithms. 10. 1995. P. 203–223.

## УСТРАНЕНИЕ ПАРАДОКСА ЛИНЕЙНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЯ ХАГЕНА-ПУАЗЕЙЛЯ И ВЯЗКИЙ ДИССИПАТИВНЫЙ МЕХАНИЗМ ВОЗНИКОВЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

С.Г. Чефранов<sup>1</sup>, А.Г. Чефранов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва, Россия;

<sup>2</sup>Восточно-Средиземноморский университет, Фамагуста, Северный Кипр

В линейной теории гидродинамической устойчивости до настоящего времени существуют примеры течений, для которых имеется либо значительное количественное расхождение (плоское течение Пуазейля), либо качественное отличие (плоское течение Куэтта и цилиндрическое течение Хагена – Пуазейля (ХП)) выводов теории от данных экспериментов о пороговой величине числа Рейнольдса  $Re_{th}$ , определяющей возможность неустойчивости этих течений относительно предельно малых по амплитуде возмущений при  $Re > Re_{th}$ . Так для течения ХП линейная теория приводит к величине  $Re_{th} = \infty$ , что противоречит наблюдаемой в эксперименте потере устойчивости этого течения при конечной величине  $Re_{th}$ , зависящей от степени гладкости обтекаемой поверхности трубы. Это несоответствие пока принято обходить, предполагая, что неустойчивость течения ХП имеет жесткий характер и осуществляется только для возмущений имеющих конечную достаточно большую амплитуду. Такое предположение, однако, не представляется удовлетворительным, так как, например, даже учет наличия на оси трубы стержня, на котором скорость течения должна обращаться в нуль, приводит к появлению у такого модифицированного течения ХП области линейной неустойчивости, подобной имеющейся у плоского течения Пуазейля (А.С. Монин, 1986).

В настоящей работе показано, что для получения вывода о линейной неустойчивости течения ХП при конечных числах  $Re$  необходимо отказаться от использования традиционной “нормальной” формы представления возмущений, которая предполагает возможность разделения переменных, описывающих изменчивость возмущений в зависимости от радиальной и продольной (вдоль оси трубы) координат. При отсутствии такого разделения переменных в развивающейся линейной теории предложено использовать такую модификацию метода Бубнова – Галеркина, которая дает возможность учета различия периодов продольной изменчивости для разных радиальных мод, определяемых предварительно в результате стандартного применения метода Галеркина – Канторовича к уравнению для эволюции предельно малых аксиально симметричных возмущений тангенциальной компоненты поля скорости. Установлено, что при рассмотрении даже двух линейно взаимодействующих радиальных мод для течения ХП линейная неустойчивость возможна лишь при наличии указанной условно периодической продольной изменчивости возмущений вдоль оси трубы, когда  $Re_{th}(p)$  очень чувствительно зависит от отношения  $p$  двух продольных периодов, каждый из которых

описывает продольную изменчивость только для своей радиальной моды. При этом  $\text{Re}_{th}(p) \rightarrow \infty$  лишь для случаев, когда величина  $p$  принимает любое из следующих значений:  $p = p_k = k$ ;  $p = p_{1/k} = 1/k$ ;  $p = p_{\sqrt{k}} = \frac{k+1 \pm \sqrt{(k+1)^2 - 4}}{2}$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Полученное для реализации линейной неустойчивости течения ХП минимальное число  $\text{Re}_{th}(p) \approx 448$  (когда  $p \approx 1.527$ ) количественно соответствует условию возбуждения волн Толмина - Шлихтинга (ТШ) в пограничном слое, где также  $\text{Re}_{th} = 420$ . Рассматривается сходство и механизмов линейной вязкой диссипативной неустойчивости для течения ХП и волн ТШ. Показано, что для получения вывода о линейной неустойчивости течения ХП является важным использование лишь такой процедуры усреднения системы взвешенных невязок (в модификации метода Бубнова - Галеркина) по продольной переменной, при которой не может быть нивелировано различие периодов продольной изменчивости, характерных для каждой из двух рассматриваемых радиальных мод возмущений поля скорости. Получено хорошее количественное соответствие величин фазовых скоростей рассматриваемых вихревых возмущений с данными экспериментов о скоростях переднего и заднего фронтов турбулентных "пробок", распространяющихся вдоль оси трубы.

## HAGEN-POISEUILLE FLOW LINEAR STABILITY PARADOX RESOLVING AND VISCOSUS DISSIPATIVE MECHANISM OF THE TURBULENCE EMERGENCE IN THE BOUNDARY LAYER

S.G. Chefranov<sup>1</sup>, A.G. Chefranov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics RAS, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Eastern Mediterranean University, Famagusta, North Cyprus

In the linear theory of hydrodynamic stability up to now there exist examples of flows for which there is significant qualitative discrepancy, in several times for flat Poiseuille flow, or full quantitative distinction, as for flat Couette flow and cylindrical Hagen-Poiseuille (HP) flow in a pipe with round section, between theory conclusions and experimental data on the threshold Reynolds number  $\text{Re}_{th}$  value defining possibility of instability of the flows with respect to extremely small disturbances for  $\text{Re} > \text{Re}_{th}$ . So, for HP flow, the linear theory gives the value  $\text{Re}_{th} = \infty$  that contradicts to the observed in the experiments stability loss of the flow for the finite value of  $\text{Re}_{th}$  depending on the level of smoothness of the streamlined pipe surface. This inconsistency is usually coped with assuming that HP flow instability has strict character and is realized only for disturbances having sufficiently large amplitude. Such an assumption however is considered as not satisfactory since for example even accounting presence of a rod on the pipe axis on which velocity must be zeroed, leads to appearance of the region of linear instability for such a modified HP flow which is similar to that of the flat Poiseuille flow (A.S. Monin, 1986).

In the present work, we show that to get a conclusion of linear instability of the HP flow for finite Reynolds numbers  $\text{Re}$ , it is necessary to abandon the use of traditional "normal" form of disturbances which assumes an opportunity of separation of variables describing disturbances variability depending on radial and longitudinal (along the pipe axis) coordinates. In the result of the absence of such variables separation, in the suggested linear theory, it is pro-

posed to use Bubnov-Galerkin's approximation method modification that gives an opportunity to account longitudinal variability periods distinctions for different radial modes defined a priori in the result of standard Galerkin-Cantorovich's method to the equation of evolution of extremely small axially symmetric velocity field tangential component disturbances. We found that when considering even two linearly interacting radial modes for the HP flow, linear instability is possible only when there exists mentioned above conditionally periodic longitudinal along the pipe axis disturbance variability when  $\text{Re}_{th}(p)$  very sensitively depends on the ratio  $p$  of two longitudinal periods each of which describes longitudinal variability for its own radial mode only. Meanwhile,  $\text{Re}_{th}(p) \rightarrow \infty$  only for cases when value  $p$  takes any of the following values:  $p = p_k = k; p = p_{1/k} = 1/k; p = p_{\sqrt{k}} = \frac{k+1 \pm \sqrt{(k+1)^2 - 4}}{2}$ , where  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Obtained for the HP flow linear instability realization minimal value  $\text{Re}_{th}(p) \approx 448$  (when  $p \approx 1.527$ ) quantitatively agrees with the Tolmin-Shlihting (TS) waves in the boundary layer mergence, where also  $\text{Re}_{th} = 420$ . We consider also similarity of the HP and TS waves flow linear viscous dissipative instability mechanisms. E show that to get the conclusion on the HP flow linear instability, it is important to use only such a procedure of the system of weighed discrepancies averaging (in the Bubnov-Galerkin's method) over the longitudinal variable under which it is not possible to exclude longitudinal variability periods distinctions characteristic for each of the both considered velocity field radial mode disturbances. We get good quantitative agreeing of the phase velocity values of the considered vortex disturbances with experimental data on the fore and rear fronts of the "turbulent" corks spreading along the pipe axis.

## О СТРУКТУРЕ МЕТАСТАБИЛЬНЫХ СХЕМ ОБТЕКАНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ЛУНКИ

*A.YO. Чулюнин*

НИИ механики МГУ, Москва

В литературе глубокие лунки (с отношением глубины  $H$  к диаметру пятна  $D$  в диапазоне 0.2–0.5) часто именуются «генераторами смерчеобразных вихрей»[1]. При этом в экспериментах по изучению обтекания одиночной лунки на плоской стенке наблюдается чередование «левосторонней» и «правосторонней» несимметрии течения около поверхности лунки[2]. Причем временные интервалы существования левого и правого состояний течения могут изменяться в очень широком диапазоне при одних и тех же геометрических размерах лунки и параметрах набегающего потока. С помощью дополнительных внешних воздействий можно зафиксировать один из несимметричных режимов, а также получить стационарный режим симметричного обтекания. Это дает основание предположить, что задача об обтекании глубокой лунки имеет три стационарных решения: одно симметричное нестабильное и два несимметричных метастабильных (с небольшой областью устойчивости). Известные численные расчеты методами LES и URANS не вносят ясности в этот вопрос[3,4]. В этой связи целями настоящей работы являются: воспроизведение в вычислительном эксперименте равновесных режимов обтекания полусферической лунки (при наличии мелкомасштабных элементов управления); сравнение структуры и термогидравлических характеристик равновесных режимов обтекания глубокой лунки в рамках RANS и DES моделирования.

Рассматривается плоскопараллельный канал прямоугольно сечения с полусферической лункой на стенке. В качестве пассивного элемента управления применен выступающий со дна лунки тонкий receptor, ориентированный под разными углами к плоскости симметрии лунки. Используется два подхода к численному моделированию явления. В первом, течение несжимаемой жидкости в канале с лункой описывается системой уравнений Рейнольдса, замыкаемой с помощью двухпараметрической дифференциальной модели турбулентности SST. Такой подход в литературе называется RANS (Reynolds Average Navier-Stokes). При втором подходе, используется метод отсоединенных вихрей DES (Detached Eddy Simulation), представляющий собой гибрид RANS и LES методов. Расчеты производились с помощью вычислительной технологии STAR-CCM+ на сетках многогранного и гексаэдрального типа с надлежащим сгущением в окрестности лунки.

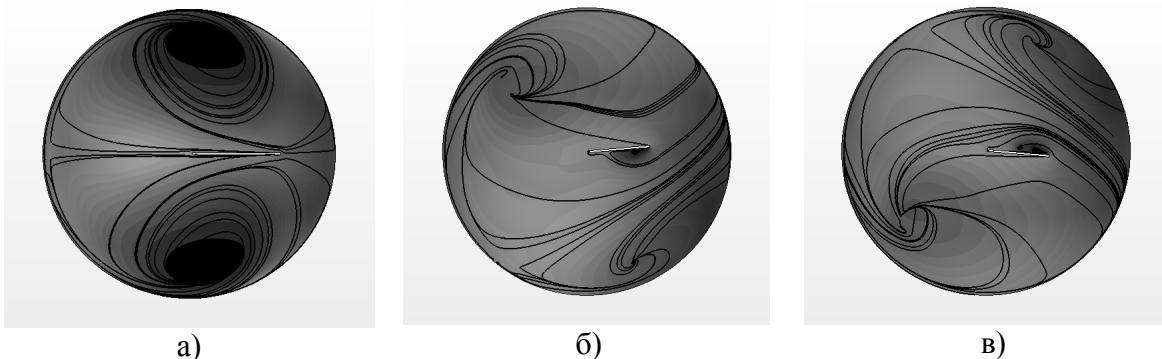


Рис.1. Режимы обтекания лунки с receptorом:

- а) симметричный режим,
- б) левый несимметричный режим,
- в) правый несимметричный режим

В результате вычислительного эксперимента с применением пассивных элементов управления воспроизведены три равновесных состояния обтекания одиночной лунки: один симметричный и два несимметричных (с левой и правой закруткой вихря) (рис.1а,б,в). Несимметричные режимы обтекания обладают примерно на 24% большим коэффициентом теплоотдачи лунки по сравнению с симметричным режимом, однако при этом коэффициент гидравлического сопротивления возрастает на 33%. Сделан вывод, что для практических устройств, целью которых является интенсификация теплообмена с помощью «облуненных» поверхностей, целесообразно стремиться к несимметричным режимам обтекания.

## Литература

1. Дзюбенко Б.В., Кузма-Кичта Ю.А., Леонтьев А.И., Федик И.И., Холпанов Л.П. Интенсификация тепло- и массообмена на макро-, микро- и наномасштабах // М.: ФГУП “ЦНИИАТОМИНФОРМ”. 2008. с цв.вкладкой.
2. Коваленко Г.В., Терехов В.И., Халатов А.А. Режимы течения в одиночной лунке, расположенной на поверхности канала // Прикладная механика и техническая физика. 2010. Т. 51. № 6. С. 78–88.
3. Isaev S.A., Kornev N.V., Hassel E., and A.I. Leontiev. Influence of the reynolds number and the spherical dimple depth on turbulent heat transfer and hydraulic loss in a narrow channel // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2010. 53(1–3). P. 178–197.

4. Turnow J., Kornev N., Isaev S., and E. Hassel. Vortex mechanism of heat transfer enhancement in a channel with spherical and oval dimples // Heat and Mass Transfer. 2011. 47(3). P. 301–313.

## ABOUT THE STRUCTURE OF METASTABLE SCHEMES AT A FLOW PAST SPHERICAL DIMPLE

*A.Yu. Chulyunin*

Researched institute of mechanics MSU, Moskow

In the literature, deep dimples (with a depth  $H$  to the spot diameter  $D$  in the range 0.2–0.5) are often referred to as "tornado-like vortices" [1]. In experiments are observed switching of asymmetric "left-handed" and "right-handed" vortexes[2] Moreover, time interval of the existence of left and right regimes of the flow can vary over a wide range with the same geometrical dimensions of the dimples, and the parameters of the incident flow . With additional external influences can fix one of the asymmetrical modes, as well as get a stationary mode symmetric flow. This suggests that the problem of flow around a deep dimple has three stationary solutions: one unstable symmetric and two metastable asymmetric (with a small area of sustainability). Known papers with numerical calculations of LES and URANS not bring clarity to this issue [3,4]. In this context, the objectives of this work are: reproduction of equilibrium flow modes on hemispherical dimple in a computational experiment (with small-scale controls elements); comparison of the thermal-hydraulic characteristics on the different flow regimes with using RANS and LES models.

In this paper considered a plane-parallel channel of rectangular cross section with a hemispherical dimple on the wall. As passive control element applied protruding from the bottom of the dimple thin receptor oriented at different angles to the plane of symmetry of the dimple. Used two approaches to numerical simulation of the phenomenon. In the first, for an incompressible fluid flow in a channel with the dimple is described by the Reynolds equations closed by means of a two-parameter differential turbulence model SST. This approach is called RANS (Reynolds Average Navier-Stokes). In the second approach, the method of detached vortices DES (Detached Eddy Simulation), which is a hybrid RANS and LES method is used. Calculations were made in STAR-CCM + on polyhedral and hexahedral types of meshes with smoothing on dimple surface.

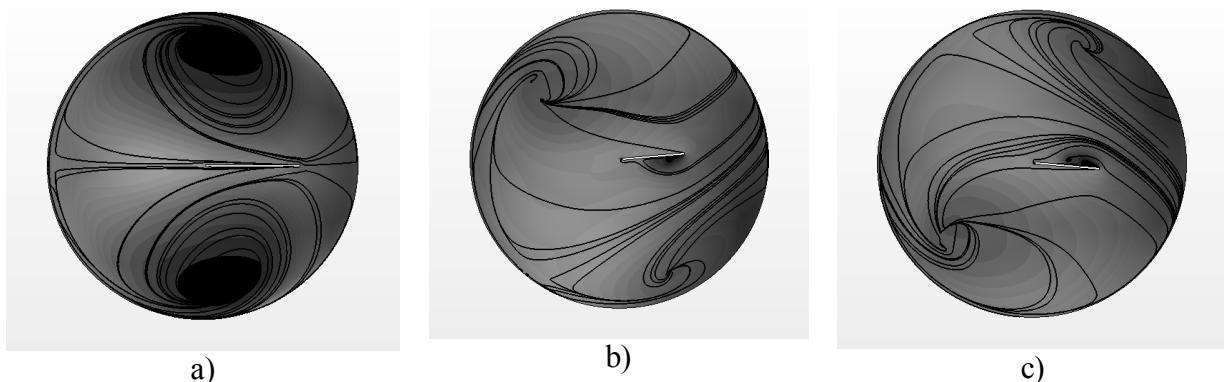


Fig 1. Modes of flow around a dimple:  
 a)symmetric mode,  
 b) "left" asymmetric mode, c) "right" asymmetric mode

As a result of computer simulation using passive control element reproduced three equilibrium states of a flow at single dimple : one symmetric and two asymmetric ("left-handed" and "right-handed") (Fig. 1 a , b, c) . Asymmetric flow modes have approximately 24% more heat transfer coefficient dimple compared to symmetric mode, however, the coefficient of hydraulic resistance increases by 33%. Concluded that for practical devices whose purpose is to intensify the heat exchange with the help of dimpled surfaces, it is advisable to used asymmetric flow modes.

## References

1. *Dzyubenko B.V., Kuzma-Kichta Yu.A., Leontjev A.I., Fedik I.I., Kholpanov L.P.* Intensification of heat and mass transfer on macro- micro- and nano scales // M.: FGUP "CNIATOMINFORM". 2008.
2. *Kovalenko G.V., Terekhov V.I., Khalatov A.A.* Flow regimes in a single dimple on the channel surface // 2010. Volume 51. Issue 6. P. 839–848.
3. *Isaev S.A., Kornev N.V., Hassel E., and A.I. Leontiev.* Influence of the reynolds number and the spherical dimple depth on turbulent heat transfer and hydraulic loss in a narrow channel // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2010. 53(1–3). P. 178–197.
4. *Turnow J., Kornev N., Isaev S., and E. Hassel.* Vortex mechanism of heat transfer enhancement in a channel with spherical and oval dimples // Heat and Mass Transfer. 2011. 47(3). P. 301–313.

## ВЛИЯНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА НА ГЛОБАЛЬНУЮ СТРУКТУРУ ОБТЕКАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

*В.И. Шалаев*

Московский физико-технический институт, г. Жуковский

Влияние положения ламинарно-турбулентного перехода на обтекание элементов летательных аппаратов обычно связывают с изменением вязкого сопротивления. В. Пфенninger также указывал на возможное улучшение структуры обтекания в целом [1]. В действительности изменение положения перехода может приводить к существенным изменениям глобальной структуры течения около аппарата. Это явление может иметь как положительные, так и негативные последствия. Некоторые практически важные примеры таких задач представлены в настоящем докладе.

Сверхкритические трансзвуковые профили с близким к «полочному» распределением давления в средней части – обычные компоненты крыльев магистральных самолетов, ламиниризация пограничного слоя на которых является одним из перспективных методов уменьшения сопротивления. На основе расчетов показано [2], что при полностью турбулентном обтекании таких крыльев на некоторых режимах за замыкающим сверхзвуковую зону скачком возникает отрыв пограничного слоя, который устраняется перемещением положения перехода  $x_{tr} > x_c$ , где  $x_c$  – критическое значение. Дальнейшие оценки показали, что при этом скачок также перемещается вниз потоку. Таким образом, ламиниризация трансзвукового течения на сверхкритическом крыле может приводить не только к снижению сопротивления трения, но и к увеличению подъемной силы, то есть благоприятному изменению всей поляры и, в частности, к росту максимального

и оптимального аэродинамического качества. Полученные результаты также показывают, что искусственная турбулизация течения при низких числах Рейнольдса не всегда способствует правильному моделированию натурных условий в аэродинамической трубе, поскольку может быть причиной появления отрыва потока из-под скачка, который отсутствует в естественных условиях.

Ламинаризация обтекания крыла – один из немногих путей повышения аэродинамического качества сверхзвуковых пассажирских самолетов (СПС). Представленные расчеты показывают, что достижение положительного результата в этом направлении требует комплексного подхода к разработке крыла. Обнаружено, что в отдельных случаях ламинаризация пограничного слоя может приводить к расширению области отрыва вверх по потоку и существенному ухудшению глобальной структуры течения, которая не компенсируется уменьшением вязкого трения [3]. Для устранения этого эффекта необходимо изменение распределения давления, то есть – формы крыла – и эта задача должна решаться совместно с задачей ламинаризации.

Другой класс задач – это явление спонтанного возникновения асимметрии при обтекании головных частей летательных аппаратов, для устраниния которого были предложены различные способы фиксации положения отрыва, в частности, с помощью электрического разряда [4]. Приближенный критерий возникновения асимметрии на конических телах в виде зависимости критического угла атаки от положения линии отрыва был получен и верифицирован сравнением с экспериментальными данными. В настоящем докладе, основываясь на этом критерии показано, что увеличению критических углов атаки возникновения асимметрии может быть достигнуто с помощью ламинаризации обтекания, т.е. более простыми методами, чем предлагались ранее.

Представленные результаты показывают, что ламинаризация течения может быть эффективным методом управления не только локальной структуры пограничного слоя, но и глобальной структуры обтекания элементов летательного аппарата. Однако в ряде случаев применение этого метода требует комплексного подхода и детального анализа последствий.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки в рамках госзадания ГЗ 18 (шифр заявки № 1.4394.2011) и грант РФФИ № 44-01-00649.

## Литература

1. *Pfenninger W.* Long-Range LFC Transport // NASA CP–2487. 89. 1987.
2. *Шалаев В.И.* Влияние положения перехода на состояние турбулентного пограничного слоя при околозвуковых скоростях // Сб. докладов Школы-семинара ЦАГИ «Механика жидкости и газа». Турбулентный пограничный слой. ЦАГИ. 1992. С. 60–63.
3. *Shalaev V.I.* Effects of laminar-turbulent transition to global flow structure and control possibilities // International Conference on the Methods of Aerophysical Research. Novosibirsk. Russia. Proceedings. Novosibirsk. 2007. Part 1. P. 179–185.
4. *Shalaev V.I.* A stability of symmetric vortex flow over slender bodies and control possibility by local gas heating // EUCASS book series. Progress in Flight Physics. Eds: P. Reijasse. D. Knight. M. Ivanov and I. Lipatov. 2013. V. 5. P. 155–168.

# LAMINAR-TURBULENT TRANSITION EFFECTS TO GLOBAL FLOW STRUCTURE OVER AIRCRAFT ELEMENTS

*V.I. Shalaev*

Moscow Institute of Physics and Technology, Zhukovsky

The influence of the laminar-turbulent transition to the flow over aircraft elements is related usually with a variation of the viscous drag. W. Pfenninger indicated also about a possibility of the flow structure improvement as a whole [1]. Really, a variation of transition location can lead to essential changes of the global flow structure over an aircraft. This phenomenon can have as positive and negative consequences. Some practically important examples of such problems are presented in this report.

Supercritical transonic profiles with close to constant pressure distribution in its middle part are common components of aircraft wings. The boundary-layer flow laminarization on such wings is one of perspective ways to its drag reduction. It was shown on the base of calculation [2] that at the fully turbulent flow over such wings at some regimes the boundary layer separation appears after the shock closed the supersonic zone. This separation is removed by the displacement of the transition location  $x_{tr} > x_c$ , where  $x_c$  is critical value. Further estimations shown that the shock is also displaced downstream. Thus, the laminarization of transonic flow leads not only to friction drag reduction but also to the lift increase, i.e. to a favorable variation of the aircraft polar, and particularly it leads to a growth of maximum and optimal lift-to-drag ratio. Obtained results shown also that the artificial flow turbulization at low Reynolds numbers not always promote to a correct natural condition modeling in wind tunnels since it can lead to the flow separation under the shock that doesn't occur at flight conditions.

The flow laminarization over a wing is one of few ways for supersonic aircraft lift-to-drag ratio increasing. Presented calculations shown that an integrated approach to wing construction is required to achieve a positive result in this direction. It was found in some cases, that the boundary layer laminarization can lead to a separation zone extension upstream and to essential degradation of the global flow structure, which doesn't compensate by the viscous drag reduction [3]. In order to remove this effect a change of pressure distribution (i.e. the wing shape change) is needed, and this problem will be solved jointly with the laminarization problem.

Another class of considered problems is phenomenon of the spontaneous asymmetry appearance in the flow over aircraft nose parts. Different methods were proposed to remove this effect, particularly using the electric discharge [4]. An approximate criterion of the asymmetry appearance in the form of the critical angle of attack dependence from separation angle on conical bodies was derived and was verified by comparison with experimental data [4]. In this report, it was shown with the help of this criterion that a critical angle of attack increase can be achieved using flow laminarization, i.e. simply that was proposed early.

Presented results indicate that the flow laminarization can be an effective method to control not only local boundary layer structure but the global flow structure over an aircraft also. However, in some cases this method requires of an integrated approach application and a detail analysis of consequences.

This work was supported by Ministry of Education and Science Минобрнауки in the framework of the state task Г3 18 (application code N 1.4394.2011) and RFBR grant № 44-01-00649.

## References

1. *Pfenninger W.* Long-Range LFC Transport // NASA CP-2487. 89. 1987.
2. *Shalaev V.I.* Transition location effect to turbulent boundary layer state at transonic speeds // Reports of TsAGI School-seminar «Mechanics of liquid and gas». Turbulent boundary layer. ЦАГИ. 1992. P. 60–63.
3. *Shalaev V.I.* Effects of laminar-turbulent transition to global flow structure and control possibilities // International Conference on the Methods of Aerophysical Research. Novosibirsk. Russia. Proceedings. Novosibirsk. 2007. Part 1. P. 179–185.
4. *Shalaev V.I.* A stability of symmetric vortex flow over slender bodies and control possibility by local gas heating // EUCASS book series. Progress in Flight Physics. Eds: P. Reijasse, D. Knight, M. Ivanov and I. Lipatov. 2013. V. 5. P. 155–168.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ: БИФУРКАЦИИ И ПЕРЕХОД К ХАОТИЧЕСКОМУ ДВИЖЕНИЮ

*B.C. Шелистов, Н.В. Никитин, Е.А. Демёхин*

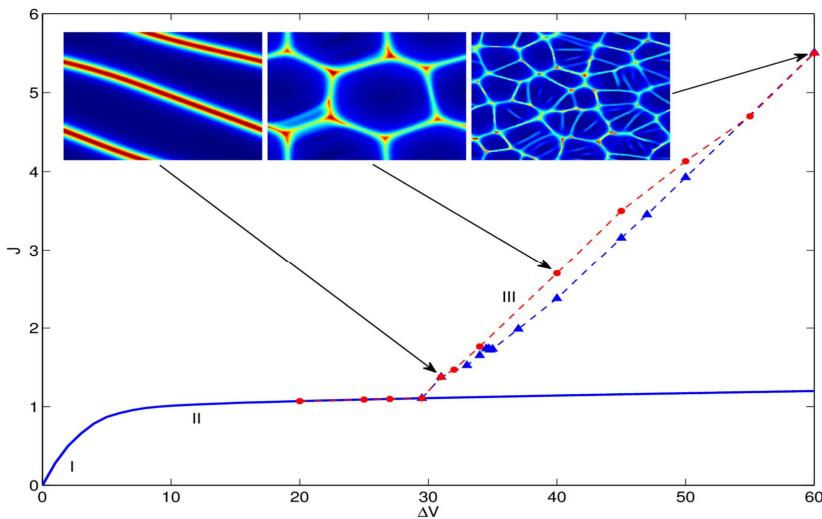
Кубанский государственный университет, Краснодар  
НИИ механики МГУ, Москва

В настоящей работе рассматриваются результаты моделирования кинетики бинарного электролита, заключённого между плоскими полупроницаемыми поверхностями (мембранами, электродами или системами микро-/наноканалов), под воздействием наложенного электрического поля. Как известно [1], данная система подвержена электрокинетической неустойчивости. Неустойчивость приводит к разрушению одномерного распределения концентраций ионов и интенсификации электрического тока через поверхности. Эксперименты [2] демонстрируют возникновение различных сценариев поведения системы, однако полного теоретического описания этого поведения до настоящего момента не существовало.

В ходе исследования, проведённого авторами, был разработан эффективный алгоритм численного моделирования вышеуказанной системы. Этот алгоритм (детали которого приведены в [3]) использует методы, типичные для решения задач турбулентной гидродинамики, адаптированные под систему уравнений Нернста-Планка-Пуассона-Стокса. Авторами рассмотрен широкий диапазон значений параметров: характерной толщины слоя Дебая, разности потенциалов, сцепленности электростатики и гидродинамики. Ряд расчётов в полноразмерной постановке, требующий больших вычислительных ресурсов, выполнен на суперкомпьютере СКИФ МГУ «Чебышёв».

На приведённом рисунке показана вольт-амперная характеристика рассматриваемой системы и типовые сценарии её поведения в зависимости от разности потенциалов. Помимо одномерного, докритического, распределения концентраций обнаружены три характерных режима: режим квазидвумерных «шипов», реализующийся при небольшой закритичности; режим трёхмерных шестиугольных структур, рёбрами которых являются двумерные «шипы», – при умеренной; стохастический режим – при большой закритичности. Была найдена зависимость критических значений разности потенциалов, при которых происходят переходы между этими режимами, от параметров системы. При достаточно сильной сцепленности электростатических и гидродинамических эффектов эта зависимость имеет гистерезис, который подтверждается экспериментальными данными [4].

Наряду с численным моделированием, авторы провели аналитическое исследование системы. Полученные результаты позволяют провести параллели между электро-кинетическими эффектами и классической гидродинамической неустойчивостью. При помощи слабонелинейного анализа были определены границы устойчивости квазидвумерных режимов, характерных для слабой закритичности.



Применённые в настоящей работе методы и подходы допускают распространение на другие актуальные задачи электрокинетики: задачи электрофореза, выпрямления тока в микродиодах, управления плёночными течениями посредством электрического тока и т.д.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 11-08-00480, 12-08-00924, 13-08-96536).

### Литература

1. Zaltzman B., Rubinstein I. Electroosmotic slip and electroconvective instability // J. Fluid Mech. 2007. 579. 173.
2. Druzgalski C.L., Andersen M.B., Mani A. Direct numerical simulation of electroconvective instability and hydrodynamic chaos near an ion-selective surface // Phys. Fluids. 2013. 25. 110804.
3. Demekhin E.A., Nikitin N.V., Shelistov V.S. Direct numerical simulation of electrokinetic instability and transition to chaotic motion // Phys. Fluids. 2013. 25. 122001.
4. Pham V.S., Li Z., Lim K.M., White J.K., Han J. Direct numerical simulation of electroconvective instability and hysteretic current-voltage response of a permselective membrane // Phys. Rev.E. 2012. 86. 046310.

## MODELING ELECTROKINETIC INSTABILITY: BIFURCATIONS AND TRANSITION TO CHAOTIC MOTION

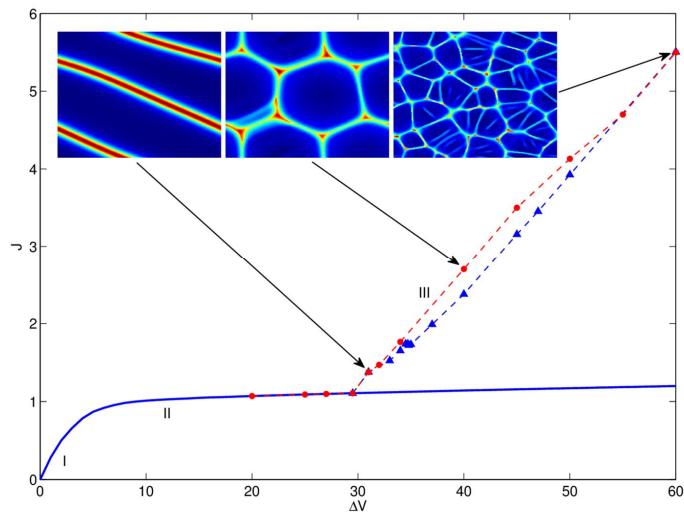
V.S. Shelistov, N.V. Nikitin, E.A. Demekhin

Kuban State University, Krasnodar  
Institute of Mechanics for Lomonosov Moscow State University, Moscow

In the present work, the results of modeling the kinetics of a binary electrolyte between flat semipermeable surfaces (membranes, electrodes or systems of micro-/nanochannels) un-

der imposed electric field are considered. As it is known [1], this system is susceptible to electrokinetic instability. The instability destroys one-dimensional distribution of ion concentrations and intensifies electric current through the surfaces. Experiments [2] show different scenarios of the system's behavior, but no full theoretic description of such behavior existed until now.

In the study, conducted by the authors, an effective algorithm for numeric modeling of the system in question has been developed. This algorithm (which is described in detail in [3]) uses the methods that are typical for the problems of turbulent hydrodynamics, adapted for the Nernst-Planck-Poisson-Stokes system of equations. The authors have examined a wide range of parameters' values; the parameters include the characteristic Debye layer thickness, the drop of potential, the coupling coefficient for electrostatics and hydrodynamics. Several full-size calculations which require a lot of computational resources have been carried on the «Chebyshev» supercomputer in MSU.



The figure illustrates the volt-current characteristic of the system in question and typical scenarios of its behavior depending on the drop of potential. Apart from one-dimensional, subcritical, concentrations distribution, three typical regimes have been found: the regime of quasi-two-dimensional «vortexes», which takes place for low supercriticalities; the regime of three-dimensional hexagonal structures with the two-dimensional «vortexes» in their edges, for moderate; and a stochastic regime, for a big supercriticality. The dependence of the critical values for the drop of potential (for which transitions occur between there regimes) on the system's parameters have been found. For a strong enough coupling between electrostatic and hydrodynamic effects, this dependence exhibits a hysteresis, which is confirmed with experimental observations [4].

Along with numerical simulations, the authors have conducted an analytical study of the system. The results allow to draw parallels between electrokinetic effects and classic hydrodynamic instability. From a weakly nonlinear analysis, the stability boundaries have been determined for quasi-two-dimensional regimes that are typical for the low supercriticality.

The methods of the present work can be extended to other actual problems of electrokinetics: electrophoresis, electric current rectification in microdiodes, film flows controlling using electric current, etc.

The work is supported by Russian Fund for Basic Research (projects 11-08-00480, 12-08-00924, 13-08-96536).

## References

1. Zaltzman B., Rubinstein I. Electroosmotic slip and electroconvective instability // J. Fluid Mech. 2007. 579. 173.
2. Druzgalski C.L., Andersen M.B., Mani A. Direct numerical simulation of electroconvective instability and hydrodynamic chaos near an ion-selective surface // Phys. Fluids. 2013. 25. 110804.
3. Demekhin E.A., Nikitin N.V., Shelistov V.S. Direct numerical simulation of electrokinetic instability and transition to chaotic motion // Phys. Fluids. 2013. 25. 122001.
4. Pham V.S., Li Z., Lim K.M., White J.K., Han J. Direct numerical simulation of electroconvective instability and hysteretic current-voltage response of a permselective membrane // Phys. Rev.E. 2012. 86. 046310.

# КОНВЕКТИВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЭЛЕЯ В ПРИСУТСТВИИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ВЛАГИ. ФОРМИРОВАНИЕ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ АТМОСФЕРНЫХ ВИХРЕЙ РАЗЛИЧНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МАСШТАБОВ И УПОРЯДОЧЕННЫХ ОБЛАЧНЫХ СТРУКТУР

Б.Я. Шмерлин<sup>1</sup>, М.В. Калашник<sup>1,2,3</sup>, М.Б. Шмерлин<sup>1,4</sup>

<sup>1</sup>ФГБУ НПО “Тайфун”, Обнинск, Калужская обл., Россия

<sup>2</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва

<sup>3</sup>Обнинский институт атомной энергетики – филиал НИЯУ “МИФИ”,  
Обнинск, Калужская обл., Россия

<sup>4</sup>Учреждение РАН Геофизическая Служба РАН, Обнинск, Калужская обл., Россия

В работах [1–6] в постановке, максимально приближенной к постановке классической задачи Рэлея о конвективной неустойчивости, предложена теория конвективной неустойчивости вязкого теплопроводного вращающегося слоя атмосферы, насыщенного водяным паром.

Система уравнений влажной конвекции отличается от классической системы уравнений Рэлея только дополнительным объемным источником тепла конденсации. Этот источник пропорционален вертикальной скорости на восходящей ветви циркуляции и обращается в ноль на нисходящей. Такое представление отвечает конденсации избытка водяного пара с выделением скрытой теплоты при подъеме влажного насыщенного воздуха и отсутствию поглощения тепла на испарение капель при опускании (вследствие выпадения капель в виде дождя). Поскольку границы областей восходящих движений заранее неизвестны, задача становится нелинейной. Нами предложен подход, впервые позволяющий исследовать задачу аналитическими методами.

Обнаружено принципиальное отличие влажно-конвективной неустойчивости от классической конвективной неустойчивости Рэлея. Показано, что в общем случае область неустойчивости в пространстве параметров задачи состоит из двух подобластей, в одной из которых наибольшей скоростью роста обладают локализованные возмущения. В двумерном случае, когда нет зависимости от одной из горизонтальных координат, такие возмущения представляют собой уединенные конвективные валы. В осесимметричном случае они представляют собой уединенные конвективные вихри со структурой урагана (тропического циклона) на ранней стадии развития. Во второй подобласти области неустойчивости наибольшей скоростью роста обладают пространственно-периодические нелинейные структуры – облачные улицы и конвективные

ячейки, для них характерна существенная локализация областей восходящих движений.

В [1-5] построена теория влажно-конвективной неустойчивости в приближении гидростатики. При этом в [1-4] рассмотрены отдельные частные задачи теории. Так, в [1] рассмотрено формирование локализованных конвективных валов, в [2,4] – формирование пространственно-периодических систем конвективных валов – облачных улиц, в [3] – уединенных осесимметричных конвективных вихрей со структурой урагана, и т.д. Результаты этих исследований обобщены и представлены с единой точки зрения в работе [5], которую, таким образом, можно считать наиболее полным изложением теории в приближении гидростатики. Это оказалось целесообразным, поскольку за время, прошедшее между публикациями [1-4] и [5], полученные ранее результаты не утратили своей актуальности.

Приближение гидростатики дает асимптотически точные результаты в случае существенной анизотропии турбулентного перемешивания в горизонтальном и вертикальном направлениях, в частности, при описании крупномасштабных процессов масштаба тропических циклонов. В работе [6] предложенный авторами подход применен для построения теории в постановке, свободной от использования гидростатического приближения. Это позволило распространить развитую теорию на описание процессов масштаба отдельных конвективных облаков и упорядоченных облачных структур.

Таким образом, в зависимости от параметров, характеризующих атмосферу, предложенная теория описывает рост локализованных и упорядоченных структур различных пространственных масштабов от масштаба отдельного конвективного облака (смерча) до масштаба тропических циклонов.

## Литература

1. Шмерлин Б.Я., Калашник М.В. Структура растущих локализованных мод в модели влажной конвекции // Изв. АН СССР. ФАО. 1989. 25(4). С. 4221–4228.
2. Шмерлин Б.Я., Калашник М.В. Структура растущих периодических мод в модели влажной конвекции // Изв. АН СССР. ФАО. 1989. 25(8). С. 810–818.
3. Калашник М.В., Шмерлин Б.Я. Спонтанный рост возмущений типа урагана в модели влажной конвекции // Изв. АН СССР. ФАО. 1990. 26(8). С. 787–793.
4. Калашник М.В., Шмерлин Б.Я. О конвективной неустойчивости влажного насыщенного слоя // Изв. АН СССР. ФАО. 1990. 26(10). С. 1034–1044.
5. Шмерлин Б.Я., Калашник М.В. Конвективная неустойчивость Релея в присутствии фазовых переходов влаги. Формирование крупномасштабных вихрей и облачных структур // УФН. 2013. 183(5). С. 497–510.
6. Шмерлин Б.Я., Калашник М.В., Шмерлин М.Б. Конвективная неустойчивость слоя атмосферы, насыщенного водяным паром. Формирование локализованных и периодических облачных структур // ЖЭТФ. 2012. 142(6). С. 1265–1283.

# **RAYLEIGH CONVECTIVE INSTABILITY IN THE PRESENCE OF PHASE TRANSITIONS OF WATER VAPOR. THE FORMATION OF LOCALIZED ATMOSPHERIC VORTICES OF DIFFERENT SPATIAL SCALES AND ORDERED CLOUD STRUCTURES**

*B.Ya. Shmerlin<sup>1</sup>, M.V. Kalashnik<sup>1, 2, 3</sup>, M.B. Shmerlin<sup>1, 4</sup>*

<sup>1</sup> Scientific and Production Association "Typhoon", Odninsk, Kaluga region, Russia

<sup>2</sup> Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>3</sup> Odninsk Institute for Nuclear Power Engineering, branch of "MEPhI" National Research Nuclear University, Odninsk, Kaluga region, Russia

<sup>4</sup> Geophysical Service of the Russian Academy of Sciences, Odninsk, Kaluga region, Russia

The classical Rayleigh problem of convective instability of the viscous and heat conductive atmospheric layer is generalized to the case of water vapor condensation in an approach that is free from hydrostatic approximation [1]. The corresponding theory under the hydrostatic approximation was developed earlier [2–6]. The equation system of moist convection differs from that of the classical Rayleigh dry convection only by an additional heat source, caused by the condensation latent heat release. This source is proportional to the vertical velocity on the circulation ascending branch and turns to zero on the descending one. This idea corresponds to the condensation of a water vapor excess with the release of latent heat and the precipitation of droplets in the form of rain as moist saturated air rises as well as to the absence of heat absorption through droplet evaporation as it sinks (due to the absence of droplets). The parameterization mentioned is known as the "conventional heating". Since the boundary of the ascending motions is unknown, the system becomes nonlinear.

We present an analytical solution demonstrating a fundamental difference between moist convection and Rayleigh convection. The curve of the critical Rayleigh number versus the number characterizing the intensity of condensation heat release is constructed. The spatial structure of neutral solutions corresponding to each point of the curve is established. In general case this curve consists of two parts, with spatially localized neutral solutions corresponding to one of them. For the problem in a plane geometry, where there is no dependence on one of the horizontal coordinates, such solutions correspond to a solitary convective cloud bar. In the case of axial symmetry these correspond to a localized convective vortices with circulation characteristic of tropical cyclones (hurricanes) at the early stage of development. Spatially periodic neutral solutions correspond to the second part of the curve; these are characterized by a significant localization of the regions of ascending motions, so that the coverage ratio of atmospheric clouds is always strictly less than unity. The spatial period of periodic neutral solutions is changing from the spatial period of the most unstable perturbations of the classical Rayleigh convection (at a value of the number characterizing the intensity of condensation heat release tends to zero) to infinity at the boundary between the two parts of the curve, so that crossing the boundary is a continuous way. At the boundary between parts of the curve aspect ratio of cells (the spatial period-to-height) also tends to infinity, and the coverage ratio of atmospheric clouds tends to zero. The boundary between parts of the curve corresponds to a value of the number characterizing the intensity of condensation heat release that is reasonably to be called critical. For values of this number less than critical, the most unstable perturbations can be only those periodic in space. For values exceeding the critical, the most unstable perturbations can be both localized and periodic in space depending on the value of the Rayleigh number.

The theory proposed [1–6] describes the origin and development of localized atmospheric convective vortices of different spatial scales and ordered cloud structures. It allows

one from a single point of view to interpret the results of numerical studies carried out on the problem. It can be a good basis for improving parameterizations of convective clouds in models of tropical cyclones, atmospheric general circulation, climate models, etc.

## References

1. *Shmerlin B.Ya., Kalashnik M.V.* Convective Instability of a Water-Vapor-Saturated Atmospheric Layer. The Formation of Localized and Periodic Cloud Structures // JETP. 2012. 115(6). P. 1111–1127.
2. *Shmerlin B.Ya., Kalashnik M.V.* Structure of Growing Localized Modes in a Moist Convection Model // Izv. Atmos. Ocean. Phys. 1989. 25(4). P. 307–312.
3. *Shmerlin B.Ya., Kalashnik M.V.* Structure of Amplifying Periodic Modes in a Model of Moist Convection // Izv. Atmos. Ocean. Phys. 1989. 25(8). P. 599–604.
4. *Kalashnik M.V., Shmerlin B.Ya.* Spontaneous Grows of Hurricane-like Disturbances in a Moist Convection Model // Izv. Atmos. Ocean. Phys. 1990. 26(8). P. 577–581.
5. *Kalashnik M.V., Shmerlin B.Ya.* Convective Instability for a Moist Saturated Layer // Izv. Atmos. Ocean. Phys. 1990. 26(10). P. 759–765.
6. *Shmerlin B.Ya., Kalashnik M.V.* Rayleigh Convective Instability in the Presence of Phase Transitions of Water Vapor. The Formation of Large-Scale Eddies and Cloud Structures // Phys. Usp. 2013. 56(5). P. 473–485.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ТРОПИЧЕСКИХ ЦИКЛОНОВ

Б.Я. Шмерлин<sup>1</sup>, М.Б. Шмерлин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ФГБУ НПО “Тайфун”, Обнинск, Калужская обл., Россия

<sup>2</sup>Учреждение РАН Геофизическая Служба РАН, Обнинск, Калужская обл., Россия

Приводятся результаты диагностических, квазипрогностических и прогностических расчетов перемещения тропических циклонов (ТЦ) в рамках предложенной нами гидромеханической модели (ГММ) [1–3]. Перемещение ТЦ определяется крупномасштабным полем ветра и интенсивностью ТЦ, а также параметрами, характеризующими размер и распределение тангенциального ветра ТЦ. Диагностические и квазипрогностические расчеты означают, что в течение всего времени жизни ТЦ в качестве крупномасштабных полей ветра и интенсивности ТЦ используется соответствующий объективный анализ. При диагностических расчетах модельные параметры (константы для каждого ТЦ) определяются из условия наилучшего совпадения расчетной и реальной траектории ТЦ в течение всего времени жизни ТЦ, при квазипрогностических расчетах – в течение предпрогностического периода, соответствующего части траектории, известной на момент квазипрогноза. Показано, что в диагностическом режиме ГММ достаточно корректно описывает перемещение ТЦ. Примеры диагностических расчетов для ТЦ с нестандартными траекториями приведены на Рис. 1. Первые 4 цифры в имени ТЦ обозначают год, следующие – порядковый региональный номер ТЦ в сезоне, символ “W” соответствует северо-западу Тихого океана. Метки на траекториях проставлены через 12 часов, траектории с кружками – расчетные. По горизонтали отложена долгота, по вертикали – широта в градусах.

Из результатов квазипрогностических расчетов следует, что параметры ГММ достаточно корректно могут быть определены на предпрогностическом периоде: для се-

зоны ТЦ 2010 г. средние ошибки квазипрогнозов по северо-западной части Тихого океана составляют 217, 272, 258, 257, 267 км на 3, 4, ..., 7 суток.

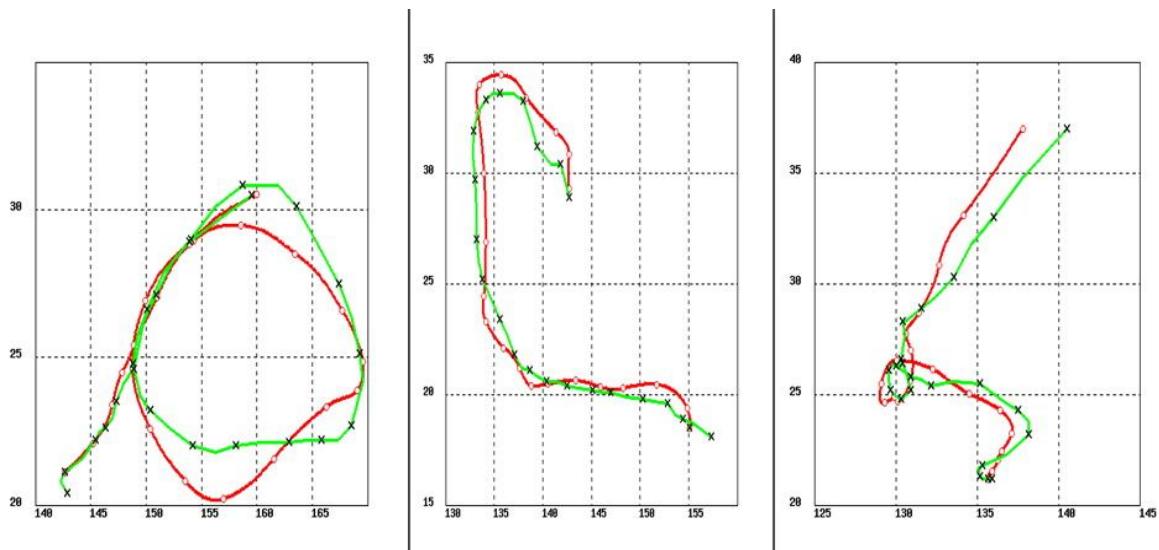


Рис. 1. Примеры диагностических расчетов: слева – ТЦ 2003 21W, время жизни 10 суток, средняя вдоль траектории ошибка 87 км; в центре – ТЦ 2011 08W, время жизни 10 суток, средняя вдоль траектории ошибка 118 км; справа – ТЦ 2011 18W, время жизни 9.5 суток, средняя вдоль траектории ошибка 103 км.

Средняя по сезону ТЦ 2010 года ошибка прогнозов ГММ на трое суток составила 350 км по указанному региону, что незначительно (на 35 км) превышает ошибку официальных американских прогнозов и находится на уровне ошибок прогнозов наиболее развитых зарубежных динамических методов прогноза.

По мере того, как прогнозы крупномасштабных полей ветра и интенсивности ТЦ будут приближаться к объективному анализу, ошибки прогнозов ГММ будут приближаться к ошибкам квазипрогнозов.

### Литература

1. Шмерлин Б.Я., Шмерлин М.Б. и др. Квазипрогностические расчеты перемещения тропических циклонов в рамках гидромеханической модели. “Потоки и структуры в жидкостях – 2007” // Избранные тексты докладов, представленных на международной конференции. М.: ИПМ РАН. 2008. С. 269–274.
2. Шмерлин Б.Я., Шмерлин М.Б. Использование гидромеханической модели для описания перемещения тропических циклонов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И.Лобачевского. 2011. № 4 Часть 2. Н. Новгород. Изд-во ННГУ им. Н.И.Лобачевского. 2011. С. 564–566.
3. Шмерлин Б.Я., Шмерлин М.Б. Гидромеханическая модель перемещения тропических циклонов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2012. 9(2). С. 243–248.

# APPLICATION OF THE HYDROMECHANICAL MODEL FOR A DESCRIPTION OF TROPICAL CYCLONES MOTION

B.Ya. Shmerlin<sup>1</sup>, M.B. Shmerlin<sup>2</sup>

<sup>1</sup> “Research and Production Association “Typhoon”, Obninsk, Kaluga region, Russia

<sup>2</sup> Russian National Seismological Center GS RAS, Obninsk, Kaluga region, Russia

Within the frameworks of the hydromechanical model (HMM) [1–3] the diagnostic, quasi-prognostic and prognostic calculations of tropical cyclones (TC) movement are carried out. A TC motion is defined by a large-scale wind field and a TC intensity. The model contains parameters describing TC dimensions and a distribution of the tangential wind. Diagnostic and quasi-prognostic calculations mean that an objective analysis of a large scale wind field and an objective analysis of a TC intensity are used during the TC whole lifetime. In case of diagnostic calculations, model parameters (constants for each TC) are defined during all the TC life cycle; for quasi-prognostic calculations they are defined during the preliminary “preprognostic” period from the best coincidence between the real and calculated track of a TC. Diagnostic calculations show that the HMM rather correctly describes peculiarities of TC motion during the whole TC lifetime. Examples of diagnostic calculations for cyclones with atypical trajectories are shown in fig. 1. The first four digits in the name of a TC mean the year, the next two digits mean the serial regional number of the TC of this year, symbol “W” corresponds to the North-West Pacific. Labels are set in 12 hours, trajectories with circles are the calculated ones. The horizontal axis shows the longitude and the vertical axis shows the latitude in degrees.

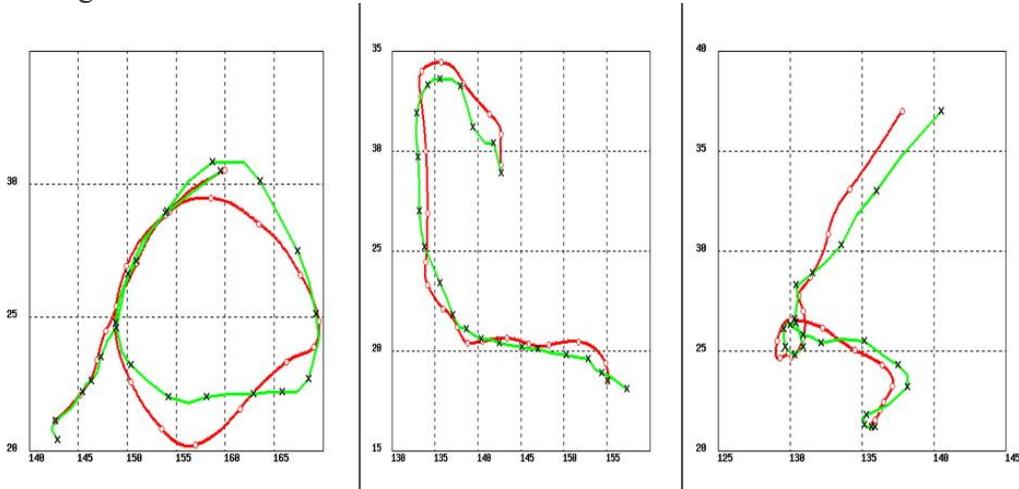


Fig. 1. Examples of diagnostic calculations: to the left - TC 2003 21W, lifetime is 10 days, mean along the trajectory error is 87 km; in the center – TC 2011 08W, lifetime is 10 days, mean along the trajectory error is 118 km; to the right - TC 2011 18W, lifetime is 9.5 days, mean along the trajectory error is 103 km

Quasi-prognostic calculations show that model parameters may be rather correctly defined during the preliminary “preprognostic” period. Mean forecast errors of the quasi-prognostic calculations for the North-West Pacific are: 217, 272, 258, 257, 267 km for 3, 4, ... 7 days correspondingly in the TC season of 2010.

The mean forecast error of the prognostic calculations for the North-West Pacific and the TC season of 2010 is 350 km for 72 hours, that insignificantly (about 35 km) exceeds the

official error and is within the limits of the forecast errors of the most developed dynamical prediction models.

As soon as forecasts of a large-scale wind field and forecasts of a TC intensity will approach to a corresponding objective analysis, a TC displacement forecast errors will approach to the errors of quasi-prognostic calculations.

## References

1. *Shmerlin B.Ya., Korishev O.V., Denkin V.A., Korenev A.I., Shmerlin M.B.* Quasi-prognostic calculations of a tropical cyclones motion within the frameworks of the hydromechanical model // Selected papers of international conference “Fluxes and structures in fluids – 2007”. Moscow. 2008. P. 269–274 (in Russian).
2. *Shmerlin B.Ya., Shmerlin M.B.* Application of the hydromechanical model for a description of tropical cyclones motion // Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod. 2011. № 4. Part 2. Nizhni Novgorod University Press. 2011. P. 564–566 (in Russian).
3. *Shmerlin B.Ya., Shmerlin M.B.* Hydromechanical model of a tropical cyclones motion // Actual problems in remote sensing of the Earth from space. 2012. 9(2). P. 243–248 (in Russian).

## ДИНАМИКА ТЕЛА В ЖИДКОСТИ БЛИЗКОЙ ПЛОТНОСТИ ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПОЛОСТИ

В.Д. Шипицын, В.Г. Козлов

Лаборатория вибрационной гидромеханики

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Возникновение осредненной подъемной силы, действующей на твердое тело в жидкости при вращательных вибрациях полости, было экспериментально обнаружено и теоретически описано в [1]. Эксперименты проводились с тяжелым цилиндрическим телом, помещенным в коаксиальный зазор с жесткой непроницаемой перегородкой, заполненный жидкостью. В [2] экспериментально обнаружено возникновение азимутального тангенциального смещения тяжелого тела вдоль границы полости, при высокочастотных вращательных колебаниях последней. Дано объяснение природы явления, а также роли вязкого гидродинамического взаимодействия тела с границами полости. При теоретическом рассмотрении перечисленных задач колебания жидкости и тела предполагаются высокочастотными, при этом граничные слои пренебрежимо тонки, и жидкость рассматривается как невязкая.

Предлагаемая работа посвящена экспериментальному исследованию динамики твердого цилиндрического тела  $l$  кругового сечения (рис. 1) в жидкости в односвязном горизонтальном коаксиальном зазоре  $2$  с перегородкой  $3$ , совершающем высокочастотные вращательные вибрации вокруг своей оси. Разность плотностей тела  $\rho_s$  и жидкости  $\rho_l$  мала и варьируется: эксперименты выполняются как с «легкими» ( $\rho_l > \rho_s$ ), так и с «тяжелыми» ( $\rho_l < \rho_s$ ) цилиндрами. В ходе экспериментов варьируется частота и амплитуда вибраций. Изучается гидродинамическое взаимодействие тела со стенкой кюветы.

Обнаружено, что при вибрациях тела отталкиваются от стенок и занимают квазиравновесные положения (рис. 1a,b) на некотором расстоянии от границ полости (легкое – у потолка, тяжелое – у дна). Показано, что расстояние, на которое удаляются тела,

сравнимо с толщиной пограничного слоя Стокса. Дальнейшая интенсификация вибраций полости приводит к переходу тяжелого цилиндра к внутренней границе слоя. В случае легкого тела перехода к внутренней границе слоя не наблюдается.

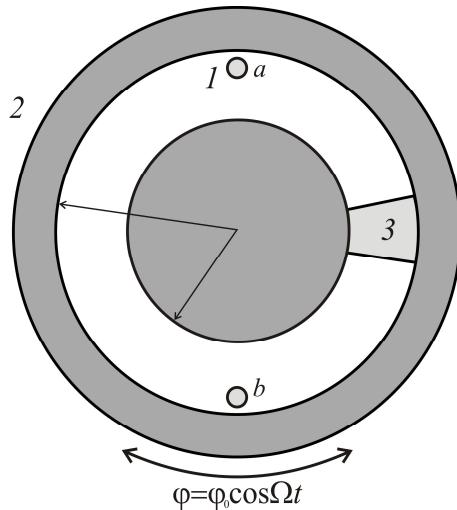


Рис.1. Схема кюветы

Проведено сравнение с результатами исследования динамики тел, плотность которых значительно отличается от плотности жидкости [2]. Показано, что вибрационная подъемная сила, действующая на тела нейтральной плавучести вблизи стенок, не связана с инерционными колебаниями тела относительно жидкости, а вызвано сдвиговыми колебаниями самой жидкости. Изучение характера поступательных и вращательных колебаний тела, а также его взаимодействия с границами полости выполнено с применением скоростной видеосъемки высокого разрешения.

Рассмотренные эффекты могут представлять интерес в задачах вибрационного управления твердыми включениями в вязких жидкостях в условиях микрогравитации.

Исследования выполнены в рамках программы стратегического развития Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета (проект 030-Ф) при поддержке Министерства образования Пермского края (проект С 26/625).

### Литература

1. Kozlov V.G. Solid-body dynamics in cavity with liquid under high-frequency rotational vibration // *Europhys. Letters*. 1996. V. 36. № 9. P. 651–656.
2. Kozlov V., Ivanova A., Schipitsyn V., Stambouli M. Lift force acting on the cylinder in viscous liquid under vibration // *Acta Astronautica*. 2012. V. 79. P. 44–51.

### DYNAMICS OF BODY IN LIQUID OF SIMILAR DENSITY UNDER ROTATIONAL VIBRATIONS OF CAVITY

V.D. Schipitsyn, V.G. Kozlov

Laboratory of vibrational hydromechanics  
Perm State Humanitarian Pedagogical University, Perm

The generation of the average lift force acting on a rigid body in a cavity filled with fluid under rotational vibrations was experimentally observed and theoretically described in [1].

The experiments were performed with a heavy cylindrical body placed in the filled with liquid annulus with a longitudinal impermeable partition. The vibrations results in body suspension in gravity field. In [2] the occurrence of an azimuth tangential lift force acting on heavy body under high-frequency rotational oscillations was experimentally observed. An explanation of the phenomenon and the role of viscous hydrodynamic interaction of the body with the cavity boundaries is offered. In the theoretical analysis of the listed problems the oscillations of the body and fluid are assumed to be of high frequency, when the boundary layers are negligibly thin, and fluid is regarded as a non-viscous one.

The present investigation is devoted to the experimental study of the dynamics of a solid cylindrical body 1 (fig. 1) of circular cross section in the liquid in the horizontal annulus 2 with a partition 3 under high frequency rotational vibrations around its axis. The density difference of the body  $\rho_s$  and the liquid  $\rho_L$  is small and varies: the experiments are carried with both «light» ( $\rho_L > \rho_s$ ), and «heavy» ( $\rho_L < \rho_s$ ) cylinders. During the experiments the frequency and the amplitude of vibration vary. The hydrodynamic interaction of the body with the cavity wall is studied.

It was found that under vibrations the bodies are repelled from the walls and take the quasi-steady position ( $a$  and  $b$  in Fig. 1) at some distance from the cavity borders (the light – near the ceiling, the heavy – near the bottom). It is shown that the distance between the body and the wall is comparable to the thickness of the Stokes layer. Further intensification of the cavity vibrations leads to a heavy cylinder transition to the inner boundary of the annulus. In the case of a light body the transition to the inner boundary does not occur.

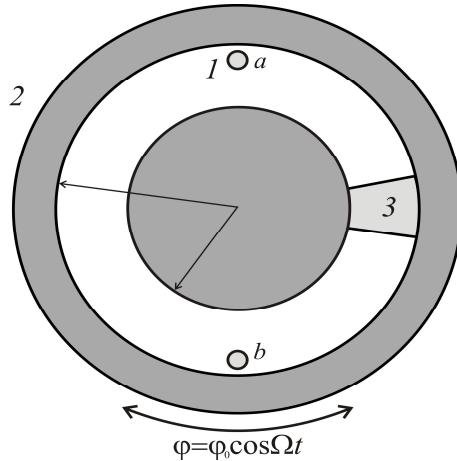


Fig. 1. The cavity scheme

A comparison with the results of study of the dynamics of bodies with density significantly different from the density of the liquid [2] is curried. It is shown that the vibration lift force acting on a body of neutral buoyancy near the walls is not associated with inertial oscillations of the body relative to the fluid, and caused by the shear oscillations of the fluid itself. The study of the nature of translational and rotational oscillations of the body, as well as its interaction with the boundaries of the cavity was performed using high-speed videorecording.

The considered effects are of great interests to vibrational control of solid inclusions in viscous liquids under microgravity conditions.

The investigations were carried out in the frame of strategic development program of PSHPU (project 030-F) and supported by Ministry of Education of Perm Region (project C26/625).

## References

1. *Kozlov V.G.* Solid-body dynamics in cavity with liquid under high-frequency rotational vibration // *Europhys. Letters*. 1996. V. 36. № 9. P. 651–656.
2. *Kozlov V., Ivanova A., Schipitsyn V., Stambouli M.* Lift force acting on the cylinder in viscous liquid under vibration // *Acta Astronautica*. 2012. V. 79. P. 44–51.

## СОДЕРЖАНИЕ

Академик Горимир Горимирович Черный .....	3
Список приглашенных лекций .....	5
Список устных докладов .....	5
Список стендовых докладов .....	8
Тезисы докладов .....	12
Агеев А.И., Осипцов А.Н. Растворение тонкого слоя вязкой жидкости вдоль супергидрофобных поверхностей .....	12
Александров С.М., Ваганов А.В., Шалаев В.И. Численное исследование структуры гиперзвукового течения вязкого газа около треугольного крыла с заполненными передними кромками .....	14
Бабушкин И.А., Карпунин И.Э. Экспериментальное исследование конвекции бинарной смеси в плоском вертикальном слое .....	16
Бессонов О.А. Конвективные неустойчивости в модели метода Чохральского при медленном вращении кристалла .....	19
Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И. К устойчивости пограничного слоя при трансзвуковом режиме свободного вязко-невязкого взаимодействия ...	23
Боголепов В.В., Нейланд В.Я. Асимптотическая модель возникновения отрывов внутри пограничного слоя под воздействием бегущей волны давления ....	28
Бородулин В.И., Иванов А.В., Качанов Ю.С. Возникновение турбулентности на скользящих крыльях .....	29
Бородулин В.И., Иванов А.В., Качанов Ю.С., Мищенко Д.А., Феденкова А.А. Экспериментальное исследование трехмерной распределенной восприимчивости пограничного слоя с неблагоприятным градиентом давления к трехмерным вихрям набегающего потока в присутствии неоднородностей поверхности .....	31
Боронин С.А. Модальная и немодальная устойчивость течения запыленного газа в пограничном слое с неоднородным распределением частиц .....	34
Будаев В.П., Брутян М.А., Волков А.В., Меньшов И.С., Житлухин А.М., Карпов А.В., Клиmov Н.С., Кудряшов И.Ю., Подковыров В.Л., Урусов А.Ю., Успенский А.А., Устинов М.В. Управление турбулентным пограничным слоем фрактальной поверхностью .....	37
Власова О.А., Козлов В.Г. Вибрационная динамика легкого параллелепипеда в жидкости .....	40
Водопьянов И.С., Никитин Н.В. О снижении турбулентного сопротивления боковыми колебаниями оребренной поверхности .....	43
Вяткин А.А., Козлов В.Г. Влияние вязкости жидкости на конвекцию во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое .....	43
Ганченко Г.С., Горбачева Е.В. Устойчивость микро-nano пленки электролита с мобильным зарядом на границе раздела газ/жидкость .....	46
Гвоздева Л.Г., Гавренков С.А., Нестеров А.С. Исследование тангенциальных поверхностей разрыва, возникающих при дифракции ударных волн .....	49
Гембаржевский Г.В. Простая модель следа в форме нелинейно-связанных осцилляторов .....	50
Глинов А.П. Об устойчивости течений электропроводной сплошной среды, обусловленных джоулевым тепловыделением в наклонном плоском слое в поле силы тяжести .....	53
Городничев К.Е., Куратов С.Е., Сережкин С.А. Нелинейные эффекты при распространении УВ в неоднородных средах .....	56

Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Устойчивость сверхзвукового течения Куэтта термически неравновесного молекулярного газа .....	57
Гувернюк С.В., Дынников Я.А., Дынникова Г.Я. О волновом механизме перестройки дорожки Кармана в дальнем следе за цилиндром .....	59
Данилов Д.С. Нестационарное трансзвуковое ламинарное обтекание профиля при больших числах Рейнольдса .....	63
Джалалова М.В. Численное исследование задачи о раскрытии купола парашюта .....	65
Доброхотов С.Ю., Шафаревич А.И. О фокальных точках и уединенных локальных вихрях на мелкой воде .....	68
Докукина О.И., Терентьев Е.Н., Штеменко Л.С., Шугаев Ф.В. Турбулентное течение аргона в ударной трубе .....	69
Дрюма В.С. Геометрический подход к изучению (A, B, C) течения несжимаемой идеальной жидкости .....	71
Дьякова В.В., Полежаев Д.А. Экспериментальное изучение динамики сыпучей среды в частично заполненном вращающемся горизонтальном цилиндре.	73
Егоров И.В., Шведченко В.В. Влияние малых пространственных возмущений сверхзвукового потока на тепловой поток к поверхности затупленного тела.	76
Ермаков М.К. Немодовые эффекты устойчивости конвективного течения гидродинамической модели роста кристаллов по Чохральскому .....	78
Жаров В.А. Волноводная модель когерентных структур в развитом турбулентном пограничном слое в одномодовом приближении .....	80
Жданов И.А., Говорухин В.Н. Семейство частных решений стационарной задачи протекания идеальной жидкости через канал .....	84
Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. Турбулентные течения, вызванные периодической внешней силой, и методы их анализа .....	86
Завьялов И.Н., Конюхов А.В. Экспериментальное и численное исследование неустойчивости многофазной фильтрации при наличии реакции с образованием газовой фазы .....	89
Захаренков М.Н. О выполнении условия строгой симметрии тензора напряжений на точных решениях уравнений Навье-Стокса .....	91
Захаренков М.Н. «Операторная» запись уравнений Навье-Стокса при зависимости вязкости от температуры .....	93
Зеленый А.С., Шелистов В.С. Размерность странного аттрактора, возникающего при электрокинетической неустойчивости .....	96
Иванов А.В., Качанов Ю.С., Мищенко Д.А. Экспериментальное исследование распределенного порождения мод герцлеровской неустойчивости вихрями набегающего потока .....	97
Камалутдинов А.М., Нуриев А.Н. Определение аэродинамических сил, действующих на консольно закрепленную балку при затухающих изгибных колебаниях .....	100
Карелин А.Н. Гидродинамика и интенсификация теплообмена в сборках ядерных реакторов .....	102
Картавых Н.Н., Смородин Б.Л. Электроконвекция слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле .....	105
Касимов А.Р., Корнеев С.В. Детонация в сверхзвуковом радиальном потоке .....	106
Катасонов М.М., Козлов В.В., Никитин Н.В., Сбоев Д.С. Возникновение и развитие локализованных возмущений в круглой трубе и пограничном слое .....	108

Кирий В.А., Шелистов В.С. Проявление электрокинетической неустойчивости в нано- и микропотоках .....	108
Кириловский С.В., Поплавская Т.В., Цырюльников И.С. Особенности развития возмущений при обтекании пластины гиперзвуковым потоком газа в высокоэнтальпийной аэродинамической трубе.....	111
Козлов В.В., Грек Г.Р., Катасонов М.М., Коробейничев О.П., Литвиненко Ю.А., Шмаков А.Г. Устойчивость дозвуковых микро – струй и их горение .....	114
Козлов В.Г., Козлов Н.В., Субботин С.В., Балмашева Н.И. Устойчивость течений, возбуждаемых сферическим телом во вращающейся полости с жидкостью .....	115
Козлов И.И., Очеретяный С.А., Прокофьев В.В. О влиянии характеристик подводящих магистралей на кавитационные автоколебания при создании с помощью струйной завесы вентилируемой газовой полости с повышенным давлением .....	118
Козлов Н.В., Субботин С.В. Вибрационная динамика легкого тела во вращающейся полости с жидкостью .....	119
Козлов Н.В., Козлова А.Н., Пичкалев С.В., Шувалова Д.А. Устойчивость вращающейся границы раздела жидкостей .....	122
Колесова Е.Г., Немтырева И.А., Карпов Ф.В. Устойчивость газового потока на спинке профиля лопатки .....	124
Кондрашов А.Н., Ельтишев В.А. Траектории дрейфа сферических тел .....	127
Кондрашов А.Н., Сбоев И.О. Влияние граничных условий и свойств жидкости на скорость роста конвективного факела .....	130
Конюхов А.В. Численное исследование явлений гидродинамической неустойчивости в высокоэнергетичной плоской нестационарной релятивистской струе .....	133
Конюхов А.В., Лихачев А.П. К проблеме устойчивости релятивистских ударных волн в субадронном веществе .....	136
Копьев В.Ф. Управление шумом струи с помощью плазменных актуаторов	139
Крапошин М.В. Сибгатуллин И.Н., Стрижак С.В. Моделирование спектра шума при обтекании системы тел цилиндр – профиль крыла .....	141
Куратов С.Е., Микулин А.Ю. К вопросу о турбулизации границы раздела активной и пассивной сред .....	142
Курбацкий А.Ф., Курбацкая Л.И. RANS Моделирование атмосферных течений при устойчивой стратификации: вихревое перемешивание и глобальная перемежаемость турбулентности .....	142
Куцепалов А.С., Шелистов В.С., Трухачева Е.С. Электрофорез 2 рода. Численное моделирование .....	148
Лебедева Н.А. Развитие лагранжевых методов для описания вихревых структур в многофазных дисперсных течения .....	151
Лосев Г.Л., Божко А.А., Путин Г.Ф., Сидоров А.С. Автоколебания в конвекции магнитной наножидкости .....	153
Лущик В.Г., Решмин А.И. О возможности интенсификации теплообмена в круглых каналах при низких числах Рейнольдса .....	156
Мазунина Е.С., Утробин Д.П. Об устойчивости конвективного течения в узком коаксиальном зазоре .....	158
Макарова М.С. Влияние числа Прандтля на теплообмен и трение при течении газа в трубе .....	161
Максимов Ф.А. Течение между вращающимися цилиндрами разной температуры .....	162

Митрофанова О.В., Закарян К.С. Генерация спирально–винтового движения в проводящих жидкостях .....	164
Митрофанова О.В., Подзоров Г.Д. Моделирование вихревого и магнитного полей в трехмерном течении Гартмана .....	167
Митрофанова О.В., Поздеева И.Г. Энергетический баланс при генерации акустических колебаний в импактном закрученном течении .....	170
Митрофанова О.В., Токарев Магнитогидродинамические эффекты при вихревом движении электропроводных сред .....	173
Моденова В.В. Проблема определения параметров при решении нелинейной задачи массообмена .....	177
Монахов А.А., Ромашова Н.Б., Чернявский В.М., Shtemler B.Yu. Кавитационное нарушение сплошности вязкой жидкости в течении между эксцентричными цилиндрами при малых числах Рейнольдса .....	178
Моршнева И.В., Овчинникова С.Н. Резонансные режимы в задаче Куэтта–Тейлора .....	181
Мулляджанов Р.И., Яворский Н.И. О коническом МГД течении .....	183
Мурашкина К.Б. Численное исследование краевой задачи для нелинейного уравнения типа Кортевега – Де Фриса – Бюргерса .....	185
Навознов О.И., Решимин А.И., Тепловодский С.Х., Трифонов В.В. Управление переходом к турбулентности в слое смешения для формирования локальной газодинамической защиты объектов .....	186
Никитин Н.В. О методах и механизмах снижения турбулентного трения ...	189
Осипцов А.А., Боронин С.А. Неустойчивость при вытеснении бингамовских жидкостей в ячейке Хеле–Шоу .....	190
Осипцов А.Н., Невский Ю.А. Проблемы моделирования гравитационной конвекции в многофазных средах .....	193
Парамонов В.П., Краснопольский Б.И., Никитин Н.В. Расчет течения в змеевике .....	194
Петрова Л.И. Особенности численного решения уравнений газодинамических систем .....	195
Пивоваров Д.Е. Устойчивость конвективного течения в кубической полости при произвольной ориентации вектора силы тяжести .....	197
Пиманов В.О., Никитин Н.В. Исследование трехмерных пространственно локализованных периодических решений уравнений Навье–Стокса при переходных числах Рейнольдса в круглой трубе .....	198
Полежаев Ю.В., Гешеле В.Д., Ефимов А.А. Экологически чистые ГТУ с впрыском воды и пара .....	200
Попеленская Н.В., Никитин Н.В. Пограничный слой Стокса над оребренной осциллирующей поверхностью .....	201
Попов А.В., Жуков К.А. Численное моделирование течений вязкого баротронного газа с использованием новой разностной схемой .....	202
Пылаев А.М., Семенов П.А. Сравнительный анализ условий равновесия жидкости в полостях с эллиптическими сечениями .....	203
Рева Д.А., Рыбкин К.А. Экспериментальное изучение траектории дрейфа воздушного пузыря в зависимости от его размера и формы .....	206
Решетняк М.Ю. Каскадные процессы и разделение по масштабам в моделях турбулентного динамика при быстром вращении .....	209
Рыбылова О., Сажин С.С., Бэгг С., Хейкал М. Динамика частиц в течении с вихревым кольцом .....	212

Рысин К.Ю., Козлов В.Г. Тепловая конвекция во вращающемся наклонном плоском слое .....	215
Сабиров Р.Р., Вяткин А.А., Козлов В.Г. Влияние вибраций на конвекцию тепловыделяющей жидкости во вращающейся полости .....	218
Sazhin S.S. Modelling of sprays in internal combustion engines; engineering, physical and mathematical approaches.....	220
Синьков К.Ф., Спесивцев П.Е., Осипцов А.А. Моделирование пробкового режима двухфазного течения, вызванного геометрией трубопровода .....	222
Смородин Б.Л., Черепанов И.Н. Тепловая конвекция стратифицированной коллоидной супензии .....	225
Суэтнова Е.И. Возмущения течения в пористой наращиваемой среде и осаждение примесей на примере аккумуляции газовых гидратов в слоистых осадках .....	226
Фомин Н.А. Новые методы цифровой обработки изображений турбулентных течений .....	227
Франц Е.А., Ганченко Г.С. Механизм выпрямления электрического тока в жидкостных микродиодах .....	230
Хатунцева О.Н. Описание процесса теплопроводности в односвязной фрактальной системе с помощью метода расширения фазового пространства с использованием масштабной переменной .....	233
Хатунцева О.Н. О возможности нахождения логарифмического профиля скорости течения жидкости в трубе кругового сечения на основе стохастической модели турбулентности .....	235
Хахулина А.В., Демехин Е.А. Гидродинамика течений в микронасосе .....	237
Чепрасов С.А. Совершенствование модели турбулентности для расчета струй со скачками уплотнения .....	239
Чернов М.В., Ганченко Г.С. Исследование оптических свойств коническойnanoструктуры диэлектрик–металл–диэлектрик .....	241
Чертовских Р. Уравнения средних полей возмущений конвективных магнитных динамо .....	244
Чефранов С.Г., Чефранов А.Г. Устранение парадокса линейной устойчивости течения Хагена–Пуазеля и вязкий диссипативный механизм возникновения турбулентности в пограничном слое .....	246
Чулюнин А.Ю. О структуре метастабильных схем обтекания сферической лунки .....	248
Шалаев В.И. Влияние положения ламинарно–турбулентного перехода на глобальную структуру обтекания элементов летательного аппарата .....	251
Шелистов В.С., Никитин Н.В., Демехин Е.А. Моделирование электроинергетической неустойчивости: бифуркации и переход к хаотическому движению ....	254
Шмерлин Б.Я., Калашник М.В., Шмерлин М.Б. Конвективная неустойчивость Рэлея в присутствии фазовых переходов влаги. Формирование локализованных атмосферных вихрей различных пространственных масштабов и упорядоченных облачных структур .....	257
Шмерлин Б.Я., Шмерлин М.Б. Использование гидромеханической модели для описания перемещения тропических циклонов .....	260
Щипицын В.Д., Козлов В.Г. Динамика тела в жидкости близкой плотности при вращательных колебаниях полости .....	263

*Научное издание*

Материалы международной конференции  
«Нелинейные задачи теории гидродинамической  
устойчивости и турбулентность»  
25 февраля – 4 марта 2014 года  
Моск. обл., панс. «Звенигородский» РАН

Технический редактор И.В.Топорнина

---

Подписано в печать 4.06.2014  
Формат 60x90 1/16

Печать офсетная  
Усл. печ. л. 16,9

Бумага офсетная №1  
Тираж 120 экз.

---

Издательство Московского университета  
125009, Москва, ул. Б. Никитская, 5

Отпечатано на ризографе НИИ механики МГУ  
117192, Москва, Мичуринский пр., 1