Рекурсия. Алгоритмы сортировки

@pvavilin

13 августа 2022 г.



Что такое рекурсия? Правильная рекурсия Что такое стек вызовов? Что такое стек вызовов? Почему рекурсия это плохо Recursion depth Глубина рекурсии Почему рекурсия это хорошо Вариант задачи для рекурсии Хвостовая рекурсия Оптимизация хвостовой рекурсии и почему её нет в Python Пример когда рекурсия помогает Дополнительная литература Зачем нужна сортировка данных Глупая сортировка / сортировка дурака Пузырьковая сортировка Сортировка вставками Сортировка вставками Сортировка Шелла

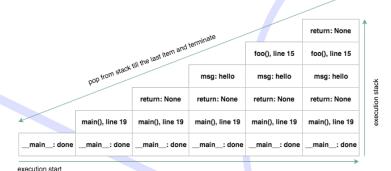


Быстрая сортировка Быстрая сортировка без рекурсии Сортировка слиянием (Merge Sort) Параллельный MergeSort Сравнение алгоритмов сортировки Устойчивость сортировки Экзотические сортировки Дополнительная литература Вопросы-ответы Приём в программировании, когда задача может быть разделена на несколько таких же, но проще, задач.

```
def pow(x, n):
    # возведение числа в степень это
    # умножение числа на число
    # в степени n-1
    if n == 0:
        return 1
```

Яндекс пакт**return** х * pow(х, n-1)

```
def pow(x, n):
      # хорошо бы проверить,
      # что база достижима
      assert n >= 0
      # base case / база рекурсии
      if n == 0:
          return 1
      # recursive case / шаг рекурсии
      return x * pow(x, n-1)
 def foo(msq):
      print '{} foo'.format(msq)
 def main():
     msq = 'hello'
      foo(msq)
 if name == ' main ':
ηρκο Πηρντ<u>main()</u>
```



- стек вызовов растёт вместе с ростом глубины рекурсии
- можно попасть в бесконечную рекурсию и истратить всю память на стек вызовов

```
def inf_counter(x):
    print(x)
    return inf_counter(x+1)
inf counter(0)
```

```
import sys
print(sys.getrecursionlimit())
sys.setrecursionlimit(
    sys.getrecursionlimit() + 234
print(sys.getrecursionlimit())
1000
12.34
Помогает описать решение задачи понятным языком
\# n! = n * (n-1)
def factorial(n):
    if n == 0:
         return 1
    return n * factorial(n-1)
```

```
print(factorial(5))
Яндек120аКТИКУМ
```

Попробуйте реализовать решение этой задачи без использования рекурсии ©

Рекурсия, не требующая действий с возвращённым результатом из шага рекурсии.

```
def factorial(n, collected=1):
    if n == 0:
        return collected
    return factorial(n-1, collected*n)
print(factorial(5))
120
```

► Интерпретаторы/компиляторы могут оптимизировать хвостовую рекурсию (Tail Call Optimization) и не делать записей в стек вызовов, а подменять переменные в стеке вызовов, таким образом код получится равнозначным обычному циклу

Почему ТСО нет и не будет в Python



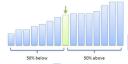
Задача У вас есть вложенная структура данных и вы хотите просуммировать значения поля X во всех объектах этой структуры.

Решение задачи https:

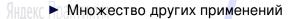
//gist.github.com/pimiento/
bc4d5800f66541cb59ea388c1c3c263c

- ► SICP
- ► CUKU
- Можем получить медианное значение

Median



- Можем использовать бинарный поиск
- Проще найти минимум/максимум





```
def sort_alg(1):
  while True:
    C = 0
    for i in range(len(1)-1):
       if l[i] > l[i+1]:
         l[i+1], l[i] = I[i], l[i+1]
       else:
         c += 1
    if c == (len(1) - 1): return 1
print(sort_alg([1, 3, 2, 0]))
[0, 1, 2, 3]
 ▶ Эффективность глупой сортировки: \mathcal{O}(n^3)
def sort_alg(1):
    for i in range(len(1)):
         for j in range(len(l[i+1:])):
              if 1[j] > 1[j+1]:
                  1[i], 1[i+1] = (
                       1[j+1], (1] (1) (1) (2) 1 000
```

```
print(sort_alg([1, 3, 2, 0]))
   \bar{[}0, 1, 2, 3]
    ▶ Эффективность пузырьковой сортировки: O(n²)
  def sort alg(1):
       for i in range(1, len(1)):
            k = 1[i]
            print(f"i: {i}; k: {k}")
            while j >= 0 and k < l[j]:
                 1[i+1] = 1[i]
                 print(f"1: {1}")
                 i -= 1
            l[i+1] = k
            print(f"j: {j}; l: {l}")
Яндека Практикий, 11, 13, 5, 6]
                            ◆ロ → ◆昼 → ◆ 星 → ◆ 夏 ・ 夕 ♀ ○
```

return l

ightharpoonup Эффективность сортировки вставками: $\mathcal{O}(n^2)$

Ho! Эта сортировка эффективна если у вас уже частично отсортированные данные, так как пропускается этап перестановки данных.

- Дополнительно почитать
- ▶ Код
- на практике получается скорость работы быстрее O(n²) но нет математических описаний как выбор последовательности дистанций влияет на алгоритмическую сложность.

```
[e for e in L[1:] if e >= L[0]]
)
return []
```

- % ./quicksort.py 16K
- 2 вызовов для 16К данных: лучший результат равен 20.7
- % ./quicksort.py 32K
- 2 вызовов для 32К данных: лучший результат равен 78.9
 - ► Код
 - ▶ мультик

Сортировка слиянием позволяет нам распараллелить процесс сортировки. Это очень эффективно на больших данных и широко используется в алгоритмах map/reduce.

Comparison sorts						
Best	Average	Worst	Memory	Stable	Method	Other notes
$n \log n$	$n \log n$	n^2	$\log n$	No	Partitioning	Quicksort is usually done in-place with $O(\log n)$ stack space. [5][6]
$n \log n$	$n \log n$	$n \log n$	n	Yes	Merging	Highly parallelizable (up to $O(\log n)$ using the Three Hungarians' Algorithm). ^[7]
-	-	$n \log^2 n$	1	Yes	Merging	Can be implemented as a stable sort based on stable in-place merging. ^[8]
$n \log n$	$n \log n$	$n \log n$	$\log n$	No	Partitioning & Selection	Used in several STL implementations.
$n \log n$	$n \log n$	$n \log n$	1	No	Selection	
n	n^2	n^2	1	Yes	Insertion	O(n+d), in the worst case over sequences that have d inversions.
n	$n \log n$	$n \log n$	1	Yes	Insertion & Merging	Combine a block-based $O(n)$ in-place merge algorithm ^[9] with a bottom-up merge sort.
n	$n \log n$	$n \log n$	n	Yes	Insertion & Merging	Makes n-1 comparisons when the data is already sorted or reverse sorted.
n^2	n^2	n^2	1	No	Selection	Stable with $O(n)$ extra space, when using linked lists, or when made as a variant of Insertion Sort instead of swapping the two items. (10)
n	$n \log n$	$n \log n$	n	Yes	Insertion	Makes n-1 comparisons when the data is already sorted or reverse sorted.
$n \log n$	$n^{4/3}$	$n^{3/2}$	1	No	Insertion	Small code size.
n	n^2	n^2	1	Yes	Exchanging	Tiny code size.
n^2	n^2	n^2	1	Yes	Exchanging	Tiny code size.
$n \log n$	$n \log n$	n log n (balanced)	n	Yes	Insertion	When using a self-balancing binary search tree.
n^2	n^2	n^2	1	No	Selection	In-place with theoretically optimal number of writes.
$n \log n$	$n \log n$	n^2	п	No	Insertion	Similar to a gapped insertion sort. It requires randomly permuting the input to warrant with-high-probability time bounds, which makes it not stable.
n	$n \log n$	$n \log n$	n	No	Insertion & Selection	Finds all the longest increasing subsequences in $O(n \log n)$.
n	$n \log n$	$n \log n$	1	No	Selection	An adaptive variant of heapsort based upon the Leonardo sequence rather than a traditional binary heap.
n	n^2	n^2	n	Yes	Selection	
$n \log n$	$n \log n$	$n \log n$	n[11]	No	Selection	Variation of Heapsort.
n	n^2	n^2	1	Yes	Exchanging	A variant of Bubblesort which deals well with small values at end of list
$n \log n$	n^2	n^2	1	No	Exchanging	Faster than bubble sort on average.
n	n^2	n^2	1	Yes	Exchanging	Tiny code size.
	n^2	n ²	1	Yes	Exchanging	Can be run on parallel processors easily.
	n log n n n log n n n n n n n n n n n n n n n n n n n	n logn n		m log n n log n log n n log n	m logn m logn m ² logn No	n logn n logn n² logn NO Partitioning no n logn n logn n Yes Merging n logn n logn logn NO Partitioning 6 n logn n logn logn NO Selection n logn n logn 1 NO Selection n n logn n logn 1 NO Insertion A Merging n n logn n logn 1 NO Insertion A Merging n n logn n logn 1 NO Selection n n logn n logn 1 NO Insertion A Merging n n logn n logn n logn No No Selection n n logn n logn n logn n logn No No Insertion n n n n n n logn n logn n logn n logn No No Insertion n logn n logn n logn n logn No No Insertion n logn n logn<

```
records = [
   (("A", "X"), ("B", 1)),
   (("A", "Y"), ("B", 1)),
   (("A", "X"), ("B", 2)),
```

```
for r in records:
        print(f"{r[0][1]}, {r[1][1]}")

X, 1
X, 2
Y, 1
```

- ▶ Тыц
- Тыц

- Пузырьковая сортировка и её улучшения
- ▶ Сравнение алгоритмов
- ► Т.Кормен, Ч.Лейзерсон, Р.Ривест, К.Штайн «Алгоритмы. Построение и анализ.»

