Pergunta 9

Por responder

Nota: 2,00

Para a construção de intervalos de confiança para o parâmetro p de uma distribuição de Bernoulli podemos recorrer à variável fulcral

$$Z_1 = \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \overset{a}{\sim} N(0,1)$$

obtida pela aplicação do teorema do limite central a uma amostra aleatória de tamanho n suficientemente grande da referida população. Duas variantes são possíveis:

Método 1

Usando Z_1, não é difícl mostrar que os limites do intervalo de confiança são as soluções da seguinte equação do segundo grau em p:

$$\bar{X}^2 - 2p\bar{X} + p^2 - z^2\,\frac{p(1-p)}{n} = 0,$$

em que $\bar{x}$ representa a média amostral e $z = \phi^{-1}\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)$, para um nível de confiança aproximado $\gamma \in]0,1[$.

Método 2

Uma segunda aproximação conduz à variável fulcral

$$Z_2 = \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n}}} \overset{a}{\sim} N(0,1)$$

que permite a construção de intervalos de confiança de uma forma mais simples e habitual.

Com o objetivo de comparar os dois métodos e, em particular, avaliar a adequação da segunda aproximação, implemente os seguintes passos no R:

1. Fixe a semente em 1158 e para cada valor de $n \in \{30, 50, 100, 200, 300, 500, 1000\}$:
   a. gere $k = 1500$ amostras de tamanho n de uma distribuição de Bernoulli com parâmetro $p = 0.7$;
   b. para cada amostra gerada, calcule a diferença entre os comprimentos dos intervalos de confiança construídos pelo **Método 2** e pelo **Método 1**, com um nível de confiança aproximado $\gamma = 0.98$.
   c. calcule a média das $k = 1500$ diferenças anteriores.
2. Construa um gráfico que ilustre a variação das diferenças médias em função do tamanho da amostra.

Submeta um ficheiro em formato PDF, com uma única página A4, que inclua:

1. O código em R.
2. O gráfico pedido.
3. Comentários sobre os resultados obtidos.

Tamanho máximo do ficheiro: 150MB, número máximo de ficheiros: 1

Ficheiros

arraste para aqui os ficheiros para os carregar