

COMPITI 2 – EQUAZIONI LOGARITMICHE, FUNZIONI ESPONENZIALI E LOGARITMICHE

Compito 2.1 – equazioni logaritmiche 1/2

Risolvi le equazioni:

- | | |
|--|--------------------|
| 1. $\log_{\frac{3}{2}} x = -3$ | $x = \frac{8}{27}$ |
| 2. $\log_5(3x + 1) = 2$ | $x = 8$ |
| 3. $\log_{\frac{1}{2}} \log_3(2x - 3) = -2$ | $x = 42$ |
| 4. $\log_{\frac{1}{8}} \log_5(2x - 5) = 0$ | $x = 5$ |
| 5. $\log_3 x + \log_3(2x + 5) = 1$ | $x = \frac{1}{2}$ |
| 6. $\log_2(3x - 1) - \log_2(x - 3) = 2$ | $x = 11$ |
| 7. $\log_2(2x + 3) - \log_2(x - 1) = 1 + \log_2 3$ | $x = \frac{9}{4}$ |

Compito 2.2 – equazioni logaritmiche 2/2

Risolvi le equazioni:

- | | |
|---|----------------------------------|
| 1. $\log^2 x - 2 \log x - 8 = 0$ | $x = 10^4, x = 10^{-2}$ |
| 2. $2(\log_5 x)^2 - 3 \log_5 x = 2$ | $x = 25, x = \frac{\sqrt{5}}{5}$ |
| 3. $\log_2 x + \log_8 x + \log_{16} x = \frac{19}{6}$ | $x = 4$ |
| 4. $\log_2 x \cdot \log_{16} x = 4$ | $x = 16, x = \frac{1}{16}$ |
| 5. $\log_5 x - 2 \log_x 5 = 1$ | $x = 25, x = \frac{1}{5}$ |
| 6. $2 \log_2 x - 4 \log_x 2 + 7 = 0$ | $x = \sqrt{2}, x = \frac{1}{16}$ |

Compito 2.3 – funzioni

1. Una funzione che associa un cibo al suo contenuto di zuccheri in grammi è iniettiva? Motiva la risposta.
2. Traccia una funzione iniettiva e una non iniettiva. Motiva la risposta.
3. Disegna due diagrammi di Venn che rappresentano il dominio e il codominio di una funzione (come visto a lezione) con almeno 5 punti ciascuno. Disegna una coppia di diagrammi che rappresenta una funzione biiettiva e una coppia di diagrammi che rappresenta una funzione iniettiva ma non suriettiva.

Compito 2.4 – la funzione esponenziale

1. Considera la funzione $f(x) = -\frac{1}{3} \cdot 3^{x+2} - 2$.
 - a. Prova a determinare la sua immagine e la crescita/decrecita senza tracciare il grafico.
 - b. Traccia il grafico della funzione. La tua risposta all'esercizio 1.a era corretta?
2. Considera la funzione $g(x) = 2^x - 4$.
 - a. Prova a determinare il suo punto nullo, la sua immagine e la crescita/decrecita senza tracciare il grafico.
 - b. Traccia il grafico e determina il punto nullo e la sua immagine.
3. Determina il dominio delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$ degli esercizi 1 e 2.
4. Perché una funzione esponenziale non può avere mai due punti nulli?

Compito 2.5 – la funzione logaritmica

1. Analizzare una funzione significa (almeno per adesso) determinare: dominio, punti nulli, tracciare il grafico, determinare la monotonia (crescita/decrecita) e la sua immagine.
Analizza la funzione $f(x) = -2 \log_3(2x - 1) + 5$.
2. Analizza la funzione $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 1) - 2$.
3. Determina la funzione inversa delle funzioni $f(x) = \log_{\frac{5}{4}} x$ e $g(x) = 3^x$.
4. Le funzioni inverse sono simmetriche rispetto alla retta di equazione $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

Compito 2.6 – applicazioni delle funzioni esponenziali e logaritmiche

1. Usando la capitalizzazione composta (formula sulla scheda data a lezione), quanti anni servono per aumentare del 50% un importo di 1000€ se il tasso d'interesse è del 5%?
2. Ogni ramo di un albero si sdoppia ogni anno. Se all'inizio c'è solo un ramo, dopo quanti anni ci saranno almeno 4000 rami?
3. Ogni volta che laviamo un'automobile riusciamo a rimuovere l'80% delle piccole macchie. Se su un'automobile vecchia ci sono 1000 macchie, quante macchie restano dopo 5 lavaggi? Quante volte dobbiamo lavare l'automobile se vogliamo che restino al massimo 5 macchie?