

## COMPITI 2 – EQUAZIONI LOGARITMICHE, FUNZIONI ESPONENZIALI E LOGARITMICHE

### Compito 2.1 – equazioni logaritmiche 1/2

Risolvi le equazioni:

1.  $\log_3 \frac{x}{2} = -3$   $x = \frac{8}{27}$
2.  $\log_5(3x + 1) = 2$   $x = 8$
3.  $\log_{\frac{1}{2}} \log_3(2x - 3) = -2$   $x = 42$
4.  $\log_{\frac{1}{8}} \log_5(2x - 5) = 0$   $x = 5$
5.  $\log_3 x + \log_3(2x + 5) = 1$   $x = \frac{1}{2}$
6.  $\log_2(3x - 1) - \log_2(x - 3) = 2$   $x = 11$
7.  $\log_2(2x + 3) - \log_2(x - 1) = 1 + \log_2 3$   $x = \frac{9}{4}$

### Compito 2.2 – equazioni logaritmiche 2/2

Risolvi le equazioni:

1.  $\log^2 x - 2 \log x - 8 = 0$   $x = 10^4, x = 10^{-2}$
2.  $2(\log_5 x)^2 - 3 \log_5 x = 2$   $x = 25, x = \frac{\sqrt{5}}{5}$
3.  $\log_2 x + \log_8 x + \log_{16} x = \frac{19}{6}$   $x = 4$
4.  $\log_2 x \cdot \log_{16} x = 4$   $x = 16, x = \frac{1}{16}$
5.  $\log_5 x - 2 \log_x 5 = 1$   $x = 25, x = \frac{1}{5}$
6.  $2 \log_2 x - 4 \log_x 2 + 7 = 0$   $x = \sqrt{2}, x = \frac{1}{16}$

### Compito 2.3 – funzioni

1. Una funzione che associa un cibo al suo contenuto di zuccheri in grammi è iniettiva? Motiva la risposta.
2. Traccia una funzione iniettiva e una non iniettiva. Motiva la risposta.
3. Disegna due diagrammi di Venn che rappresentano il dominio e il codominio di una funzione (come visto a lezione) con almeno 5 punti ciascuno. Disegna una coppia di diagrammi che rappresenta una funzione biiettiva e una coppia di diagrammi che rappresenta una funzione iniettiva ma non suriettiva.

### Compito 2.4 – la funzione esponenziale

1. Considera la funzione  $f(x) = -\frac{1}{3} \cdot 3^{x+2} - 2$ .
  - a. Prova a determinare la sua immagine e la crescenza/decrescenza senza tracciare il grafico.
  - b. Traccia il grafico della funzione. La tua risposta all'esercizio 1.a era corretta?
2. Considera la funzione  $g(x) = 2^x - 4$ .
  - a. Prova a determinare il suo punto nullo, la sua immagine e la crescenza/decrescenza senza tracciare il grafico.
  - b. Traccia il grafico e determina il punto nullo e la sua immagine.
3. Determina il dominio delle funzioni  $f(x)$  e  $g(x)$  degli esercizi 1 e 2.
4. Perché una funzione esponenziale non può avere mai due punti nulli?

### Compito 2.5 – la funzione logaritmica

1. Analizzare una funzione significa (almeno per adesso) determinare: dominio, punti nulli, tracciare il grafico, determinare la monotonia (crescenza/decrescenza) e la sua immagine.  
Analizza la funzione  $f(x) = -2 \log_3(2x - 1) + 5$ .
2. Analizza la funzione  $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 1) - 2$ .
3. Determina la funzione inversa delle funzioni  $f(x) = \log_{\frac{5}{4}} x$  e  $g(x) = 3^x$ .
4. Le funzioni inverse sono simmetriche rispetto alla retta di equazione  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### Compito 2.6 – applicazioni delle funzioni esponenziali e logaritmiche

1. Usando la capitalizzazione composta (formula sulla scheda data a lezione), quanti anni servono per aumentare del 50% un importo di 1000€ se il tasso d'interesse è del 5%?
2. Ogni ramo di un albero si sdoppia ogni anno. Se all'inizio c'è solo un ramo, dopo quanti anni ci saranno almeno 4000 rami?
3. Ogni volta che laviamo un'automobile riusciamo a rimuovere l'80% delle piccole macchie. Se su un'automobile vecchia ci sono 1000 macchie, quante macchie restano dopo 5 lavaggi? Quante volte dobbiamo lavare l'automobile se vogliamo che restino al massimo 5 macchie?