

COMPITI 1 – EQUAZIONI ESPONENZIALI E CALCOLO CON LOGARITMI

Compito 1.1 – potenze e radicali

Gli esercizi in **bold** sono obbligatori.

1. Semplifica l'espressione $\frac{9^{3n} \cdot 27}{81 \cdot 3^{2n}}$. 3^{4n-1}
2. Scrivi l'espressione $\frac{4^{-7} \cdot 8 \cdot \frac{1}{32}}{8^{-2} \cdot 128^2}$ in forma di potenza con base 2. 2^{-24}
3. **Semplifica l'espressione** $\frac{\sqrt[3]{64 \cdot 4^3 \cdot \sqrt{8}}}{\sqrt{128} \cdot \sqrt[3]{16}}$. $2^{\frac{14}{3}}$
4. Scrivi l'espressione $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a^{-7}}$ in forma di potenza con base a . $a^{\frac{25}{6}}$
5. **Scrivi l'espressione** $\left(x^{0.75} \cdot \sqrt[8]{x^5} \cdot x^{-\frac{1}{3}}\right)^{24}$ in forma di potenza. x^{25}

Compito 1.2 – problemi con potenze e radicali

1. **Scrivi il numero** $4^7 - 3 \cdot 2^{12}$ **in forma di potenza con base 2.** 2^{12}
2. Scrivi il numero $3^a + 3^a + 3^a$ in forma di una potenza. 3^{a+1}
3. Scrivi in forma di una potenza il numero $125 \cdot 0.2 \cdot 25^2$. 5^6
4. Scrivi il numero $6^7 + 30 \cdot 6^6$ in forma di una potenza. 6^8
5. Quante cifre ha il numero $8^5 \cdot 25^3$? Hint: $2^9 = 512$ **9 cifre**
6. **Di quanto è maggiore il numero** $5 \cdot 10^{30}$ **rispetto al numero** $4 \cdot 10^{27}$? **È maggiore di** $4996 \cdot 10^{27}$
7. Quante volte è maggiore il numero $5 \cdot 10^{30}$ rispetto a $4 \cdot 10^{27}$? **1250 volte (va bene anche** $\frac{5}{4} \cdot 10^3$ **o** $1.25 \cdot 10^3$ **)**
8. Ordina i numeri a^{-2} , a^{-3} , a^3 e a^{-4} in ordine crescente se $a > 1$. $a^{-4}, a^{-3}, a^{-2}, a^3$

Compito 1.3 – legame tra potenze e logaritmi

1. Scrivi le uguaglianze in forma di logaritmo:
 - a. $8^{\frac{1}{3}} = 2$, perché...
 - b. $10^{-3} = 0.001$, perché...

2. Scrivi le uguaglianze in forma di potenza:

a. $\log_6 36 = 2 \rightarrow$

b. $\log_4 8 = \frac{3}{2} \rightarrow$

3. Calcola:

a. $\log_{10} 0.0001 = -4$

b. $\log_7 7 =$

c. $\log_4 2 = \frac{1}{2}$

d. $\log_8 0.125 = -1$

e. $\log_3 \frac{1}{9} = -2$

f. $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$

Compito 1.4 – esercizi con logaritmi

1. Trova il valore di x se:

a. $\log_{0.1} x = -1$ $x = 10$

b. $\log_{\frac{1}{2}} x = -5$ $x = 32$

c. $\log_x 16 = 2$ $x = 4$

d. $\log_x \frac{7}{8} = 1$ $x = \frac{7}{8}$

2. Calcola:

a. $81^{\frac{1}{2} \log_3 7}$ 49

b. $9^{-\log_3 8}$ $\frac{1}{64}$

Compito 1.5 – equazioni esponenziali 1/3

Risolvi le equazioni:

1. $0.5^x = \frac{1}{8}$ $x = 3$

2. $4^x = -\frac{1}{4}$ *impossibile*

$$3. \left(\frac{4}{3}\right)^x = \frac{27}{64} \quad x = -3$$

$$4. 1.5^x = \frac{4}{9} \quad x = -2$$

$$5. 27^x = \frac{1}{3} \quad x = -\frac{1}{3}$$

Compito 1.6 – equazioni esponenziali 2/3

Risolvi le equazioni:

$$1. 9^{2x-8} = 27^{x-4} \quad x = 4$$

$$2. 0.125^{3-x} - 4^{4x-1} = 0 \quad x = -\frac{7}{5}$$

$$3. \frac{2^{x+1}}{27} - \frac{3^{x+1}}{8} = 0 \quad x = -4$$

$$4. 2 \cdot 5^x - 5^{x-1} = 45 \quad x = 2$$

Compito 1.7 – equazioni esponenziali 3/3

Risolvi le equazioni:

$$1. 3^x - 3^{x-1} = 2^x \quad x = 1$$

$$2. 3^x + 3^{x+1} = 5^{x+1} - 5^x \quad x = 0$$

$$3. 16^x - 4^x = 12 \quad x = 1$$

$$4. 2 \cdot 25^x - 3 \cdot 10^x + 5 \cdot 4^x = 0 \quad \textit{impossibile}$$

Compito 1.8 – esercizi con logaritmi 1/2

Semplifica:

$$1. \log_2 4\sqrt[3]{x} \quad 2 + \frac{1}{3}\log_2 x$$

$$2. \log_5 \frac{5}{a^5} \quad 1 - 5\log_5 a$$

$$3. \log_4 \left(\frac{x^3 y}{\sqrt{z}}\right) \quad 3\log_4 x + \log_4 y - \frac{1}{2}\log_4 z$$

$$4. \log(y^2 - 2y + 1) \quad 2\log(y - 1)$$

Se $\log 3 = y$, quanto vale:

$$1. \log 30 \quad y + 1$$

$$2. \log 0.3 \quad y - 1$$

- | | |
|--------------------------|----------|
| 3. $\log 900$ | $2y + 2$ |
| 4. $\log 8.1$ | $4y - 1$ |
| 5. $\log \frac{100}{27}$ | $2 - 3y$ |

Compito 1.9 – esercizi con logaritmi 2/2

Scrivi in forma di un logaritmo:

- | | |
|--|--------------------------|
| 1. $\frac{1}{2} + \log a$ | $\log (\sqrt{10}a)$ |
| 2. $4 - \log_2 x - 2 \log_2 y$ | $\log_2 \frac{16}{xy^2}$ |
| 3. $\log_3 4 + \log_3 (x - 3)$ | $\log_3 (4(x - 3))$ |
| 4. $1 - \log_5 (x + 2)$ | $\log_5 \frac{5}{x+2}$ |
| 5. $\log_5 10 + \log_{25} 16$ | $\log_5 40$ |
| 6. $\log_7 t + \log_{49} t - \log_{\frac{1}{7}} t$ | $\log_{\frac{2}{7^5}} t$ |

Calcola:

- | | |
|---|---------------|
| 1. $\frac{\log_3 \sqrt{8}}{\log_3 36 - 2}$ | $\frac{3}{4}$ |
| 2. $\frac{2 \log 4 + \log 5}{1 + 3 \log 2}$ | 1 |
| 3. $\frac{4 \log_3 2 + \log_3 5}{\frac{1}{2} \log_3 4 + \log_3 40}$ | 1 |

Calcola:

- | | |
|--|------|
| 1. $\log_6 7 \cdot \log_7 36$ | 2 |
| 2. $\log_4 25 \cdot \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{8}$ | -6 |