simple_reg_1.R

SANGHOOJEFFREY

Tue Jun 26 19:41:53 2018

```
# 회귀분석 기초와 상관분석

# 회귀분석의 이해
# http://www.shodor.org/interactivate/activities/Regression/

# 회귀분석 기초1(Simple regression analysis 1)
# 가장 간단한 형태의 회귀분석은 한 개의 설명변수와 한 개의 반응변수 간의 관계식을
찾는 문제
# 이러한 경우를 단순회귀분석이라고 한다.

# 단순회귀분석을 위해선 가장 먼저 산점도를 통해 설명변수와 반응변수 간 선형 관계가
있는지 확인해야한다.
# 산점도는 plot()함수를 이용

data(cars) # 속도에 따른 정지거리(dist)에 관한 데이터

cars

##    speed dist
## 1      4    2
## 2      4   10
## 3      7    4
## 4      7   22
## 5      8   16
## 6      9   10
## 7     10   18
## 8     10   26
## 9     10   34
## 10    11   17
## 11    11   28
## 12    12   14
## 13    12   20
## 14    12   24
## 15    12   28
## 16    13   26
## 17    13   34
```

```
## 18    13   34
## 19    13   46
## 20    14   26
## 21    14   36
## 22    14   60
## 23    14   80
## 24    15   20
## 25    15   26
## 26    15   54
## 27    16   32
## 28    16   40
## 29    17   32
## 30    17   40
## 31    17   50
## 32    18   42
## 33    18   56
## 34    18   76
## 35    18   84
## 36    19   36
## 37    19   46
## 38    19   68
## 39    20   32
## 40    20   48
## 41    20   52
## 42    20   56
## 43    20   64
## 44    22   66
## 45    23   54
## 46    24   70
## 47    24   92
## 48    24   93
## 49    24  120
## 50    25   85
```

```r
plot(cars$speed, cars$dist)

# 산점도를 그려보면 속도(speed)와 정지거리(dist) 간 선형관계가 있어보인다.
# 설명변수와 반응변수 간 상관정도를 정량적으로 확인하기 위해 상관분석을 실시한다.
# R 에서는 cor()함수를 이용

cor(cars$speed, cars$dist)
```

```
## [1] 0.8068949
```

```r
cor.test(cars$speed, cars$dist) # 가설검정까지 원하는 경우
```

```
##
##  Pearson's product-moment correlation
```

```
##
## data:  cars$speed and cars$dist
## t = 9.464, df = 48, p-value = 1.49e-12
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  0.6816422 0.8862036
## sample estimates:
##       cor
## 0.8068949
```

```
# 그러면 최적 선형식은 어떻게 구할까? (모수추정)
# 최적 선형식을 위해선 dist = beta_0 + beta_1 * speed 의 beta_0 와 beta_1 을 추정해야 한다.

# 만약 beta_0= -2, beta_1= 4 를 넣는다면
# dist = -2 + 4* speed 로 예측된다.

hat.dist = -2 + 3.8 * cars$speed

# 실제값과 예측값의 차이를 만들어보자.
diff = cars$dist - hat.dist

# 실제값과 예측값이 차이의 제곱 합을 계산하면 다음과 같다.
sum(diff^2)
```

```
## [1] 20544.12
```

```
# 그러면 위의 값을 최소로 하는 식이 최적식이 아닐까? (최소제곱법)
f.out <- function(x) {
  hat.dist = x[1] + x[2] * cars$speed
  diff = cars$dist - hat.dist
  return(sum(diff^2))
}

f.out(x=c(-2,4))
```

```
## [1] 25171
```

```
f.out(x=c(-17,4))
```

```
## [1] 11491
```

```
f.out(x=c(-18,4))
```

```
## [1] 11379
```

```
f.out(x=c(-19,4))
```

```
## [1] 11367
```

```r
f.out(x=c(-20,4))
```

```
## [1] 11455
```

```r
f.out(x=c(-21,4))
```

```
## [1] 11643
```

```r
# 대충 최적값을 짐작하면 beta_0 = -19, beta_1 =4 이다.
# 하지만 이 값이 최적점일까? NO

optim(c(0,1), f.out)$par # 수치적 방법을 이용하여 최적값을 찾을 수 있다.
```

```
## [1] -17.578151   3.932216
```

```r
# 이러한 모수 추정방법을 최소제곱법이라 한다.
# 하지만 위의 방법으로 수치적 방법을 이용하지 않더라도 lm()함수를 이용하면 결과 확
인 가능

out <- lm(cars$dist~cars$speed) # 반응변수 ~ 설명변수 식을 lm()에 넣어주면 된다.
out <- lm(dist~speed, data=cars) # 또 다른 표현

summary(out)  # 결과 확인
```

```
## 
## Call:
## lm(formula = dist ~ speed, data = cars)
## 
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max 
## -29.069  -9.525  -2.272   9.215  43.201 
## 
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
## (Intercept) -17.5791     6.7584  -2.601   0.0123 *  
## speed         3.9324     0.4155   9.464 1.49e-12 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## 
## Residual standard error: 15.38 on 48 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6511, Adjusted R-squared:  0.6438 
## F-statistic: 89.57 on 1 and 48 DF,  p-value: 1.49e-12
```

```r
# 모수의 추정방법으로 우도함수를 이용한 최대우도법이 있으나, 모수추정치는 동일하여
설명은 생략한다.

# 모형평가
out <- lm(dist~speed, data=cars) # 또 다른 표현
summary(out)

##
## Call:
## lm(formula = dist ~ speed, data = cars)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -29.069  -9.525  -2.272   9.215  43.201
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -17.5791     6.7584  -2.601   0.0123 *
## speed         3.9324     0.4155   9.464 1.49e-12 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 15.38 on 48 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6511, Adjusted R-squared:  0.6438
## F-statistic: 89.57 on 1 and 48 DF,  p-value: 1.49e-12

# summary() 함수의 가장 처음에는 함수식을 나타낸다.
# Residuals 부분은 실제 데이터에서 관측된 잔차를 보여준다.
# Residual =  관측값 - 예측값

obs <- cars$dist # 실제 정지거리
pred <- -17.5791+3.9324*cars$speed # 추정된 선형식을 통한 예측값
resd <- obs- pred

summary(resd) # summary(out)의 Residuals 값과 동일

##      Min.   1st Qu.    Median      Mean   3rd Qu.      Max.
## -29.06890  -9.52520  -2.27170   0.00014   9.21490  43.20150

out$residuals # 잔차를 불러오기

##          1          2          3          4          5          6
##   3.849460  11.849460  -5.947766  12.052234   2.119825  -7.812584
##          7          8          9         10         11         12
```

```
##  -3.744993   4.255007  12.255007  -8.677401   2.322599 -15.609810 
##         13         14         15         16         17         18 
##  -9.609810  -5.609810  -1.609810  -7.542219   0.457781   0.457781 
##         19         20         21         22         23         24 
##  12.457781 -11.474628  -1.474628  22.525372  42.525372 -21.407036 
##         25         26         27         28         29         30 
## -15.407036  12.592964 -13.339445  -5.339445 -17.271854  -9.271854 
##         31         32         33         34         35         36 
##   0.728146 -11.204263   2.795737  22.795737  30.795737 -21.136672 
##         37         38         39         40         41         42 
## -11.136672  10.863328 -29.069080 -13.069080  -9.069080  -5.069080 
##         43         44         45         46         47         48 
##   2.930920  -2.933898 -18.866307  -6.798715  15.201285  16.201285 
##         49         50 
##  43.201285   4.268876
```

```
residuals(out)
```

```
##          1          2          3          4          5          6 
##   3.849460  11.849460  -5.947766  12.052234   2.119825  -7.812584 
##          7          8          9         10         11         12 
##  -3.744993   4.255007  12.255007  -8.677401   2.322599 -15.609810 
##         13         14         15         16         17         18 
##  -9.609810  -5.609810  -1.609810  -7.542219   0.457781   0.457781 
##         19         20         21         22         23         24 
##  12.457781 -11.474628  -1.474628  22.525372  42.525372 -21.407036 
##         25         26         27         28         29         30 
## -15.407036  12.592964 -13.339445  -5.339445 -17.271854  -9.271854 
##         31         32         33         34         35         36 
##   0.728146 -11.204263   2.795737  22.795737  30.795737 -21.136672 
##         37         38         39         40         41         42 
## -11.136672  10.863328 -29.069080 -13.069080  -9.069080  -5.069080 
##         43         44         45         46         47         48 
##   2.930920  -2.933898 -18.866307  -6.798715  15.201285  16.201285 
##         49         50 
##  43.201285   4.268876
```

```
out$fitted.values # 추정된 선형식으로 예측된 값을 선형식을 세우지 않고 불러올 수 있다.
```

```
##         1         2         3         4         5         6         7 
## -1.849460 -1.849460  9.947766  9.947766 13.880175 17.812584 21.744993 
##         8         9        10        11        12        13        14 
## 21.744993 21.744993 25.677401 25.677401 29.609810 29.609810 29.609810 
##        15        16        17        18        19        20        21 
## 29.609810 33.542219 33.542219 33.542219 33.542219 37.474628 37.474628 
##        22        23        24        25        26        27        28 
## 37.474628 37.474628 41.407036 41.407036 41.407036 45.339445 45.339445 
##        29        30        31        32        33        34        35
```

```
## 49.271854 49.271854 49.271854 53.204263 53.204263 53.204263 53.204263
##        36        37        38        39        40        41        42
## 57.136672 57.136672 57.136672 61.069080 61.069080 61.069080 61.069080
##        43        44        45        46        47        48        49
## 61.069080 68.933898 72.866307 76.798715 76.798715 76.798715 76.798715
##        50
## 80.731124
```

```r
fitted(out)
```

```
##         1         2         3         4         5         6         7
## -1.849460 -1.849460  9.947766  9.947766 13.880175 17.812584 21.744993
##         8         9        10        11        12        13        14
## 21.744993 21.744993 25.677401 25.677401 29.609810 29.609810 29.609810
##        15        16        17        18        19        20        21
## 29.609810 33.542219 33.542219 33.542219 33.542219 37.474628 37.474628
##        22        23        24        25        26        27        28
## 37.474628 37.474628 41.407036 41.407036 41.407036 45.339445 45.339445
##        29        30        31        32        33        34        35
## 49.271854 49.271854 49.271854 53.204263 53.204263 53.204263 53.204263
##        36        37        38        39        40        41        42
## 57.136672 57.136672 57.136672 61.069080 61.069080 61.069080 61.069080
##        43        44        45        46        47        48        49
## 61.069080 68.933898 72.866307 76.798715 76.798715 76.798715 76.798715
##        50
## 80.731124
```

```r
# Coefficients 에서는 회귀모형의 계수와 이 계수의 통계적 유의성을 보여준다.
# Estimate 열은 절편과 계수의 추정치
# dist = -17.5791+3.9324*speed
# Pr(>|t|)는 t 분포를 이용하여 각 변수가 유의한지 판단. 기준은 일반적으로 0.05
# 만약, p-value 가 0.05 보다 크면 해당 계수가 0 이라는 귀무가설을 기각할 수 없으므로 0 으로 봐야한다.


# 마지막으로 결정계수 (Multiple R-squared) 와  회귀모형의 유의성을 의미하는 F 통계량이 제시됨
# 여기서 결정계수란?? 선형모형의 설명력으로 해석

var(cars$dist) # Var(관측값)
```

```
## [1] 664.0608
```

```r
var(cars$dist-fitted(out)) + var(fitted(out)) # Var(관측값-예측값)+Var(예측값)
```

```
## [1] 664.0608
```

```r
SST = sum((cars$dist - mean(cars$dist))^2)
SSE = sum((cars$dist - fitted(out))^2)
SSR = sum((fitted(out)-mean(cars$dist))^2)
SST == SSE+ SSR  # 논리 확인
```

```
## [1] FALSE
```

```r
# 모형이 잘 맞는다는건 관측값과 예측값이 비슷하다고 볼 수 있다. 즉 SSE 가 0 에 가까워짐
# SSR/SST 는 전제분산 중 예측값으로 설명되는 분산의 비
# Multiple R-squared 로 의미는 반응변수의 분산 중 설명변수로 설명되는 분산의 비율

SSR/SST
```

```
## [1] 0.6510794
```

```r
# R^2 는 0 과 1 범위에 존재하며 단순회귀모형의 경우 상관계수의 제곱과 같다.
cor(cars$speed, cars$dist)^2
```

```
## [1] 0.6510794
```

```r
# F 통계량은 full model : dist = beta_0 + beta_1 * speed
#             Reduced model : dist = beta_0
# 간 차이를 비교한 값. 즉 통계적으로 유의미한다는건 설명변수가 반응변수에 영향을 미침

model1 <- lm(dist~speed, data=cars)
model2 <- lm(dist~1, data=cars)
anova(model1, model2)
```

```
## Analysis of Variance Table
##
## Model 1: dist ~ speed
## Model 2: dist ~ 1
##   Res.Df   RSS Df Sum of Sq      F   Pr(>F)
## 1     48 11354
## 2     49 32539 -1    -21186 89.567 1.49e-12 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# 즉 speed 가 유의미한 설명변수이다.

anova(out) #회귀모형에서의 분산분석결과
```

```
## Analysis of Variance Table
##
## Response: dist
##           Df Sum Sq Mean Sq F value   Pr(>F)
## speed      1  21186 21185.5  89.567 1.49e-12 ***
## Residuals 48  11354   236.5
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
# 새로운 값이 있을 때 예측은? predict()함수 이용
out <- lm(dist~speed, data=cars)
predict(out, newdata=data.frame(speed=c(3,4,5)))
```

```
##         1         2         3
## -5.781869 -1.849460  2.082949
```

```r
predict(out, newdata=data.frame(speed=c(3,4,5)), interval="confidence")
```

```
##         fit       lwr       upr
## 1 -5.781869 -17.02659  5.462853
## 2 -1.849460 -12.32954  8.630624
## 3  2.082949  -7.64415 11.810048
```

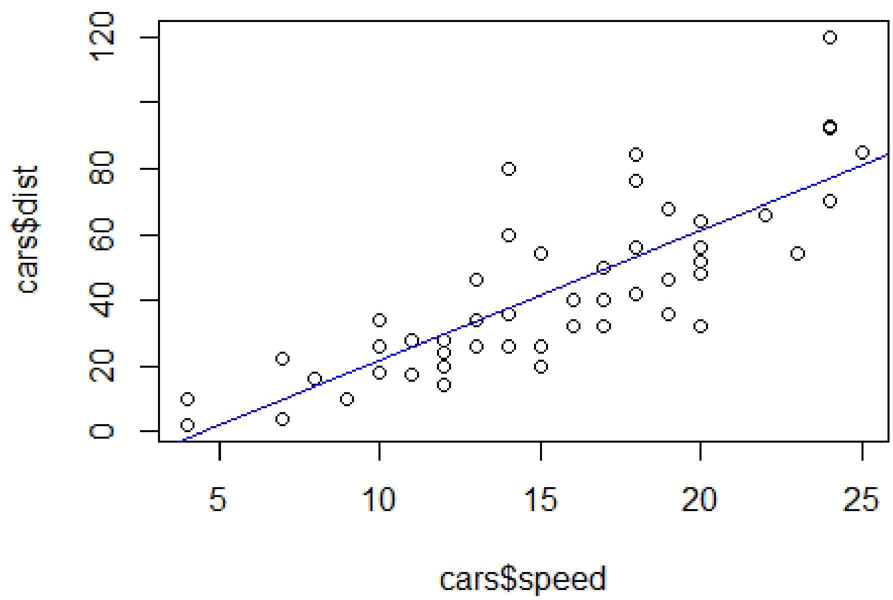
```r
# 신뢰구간의 하한과 상한 제시, 평균적인 차량에 대한 신뢰구간

predict(out, newdata=data.frame(speed=c(3,4,5)), interval="prediction")
```

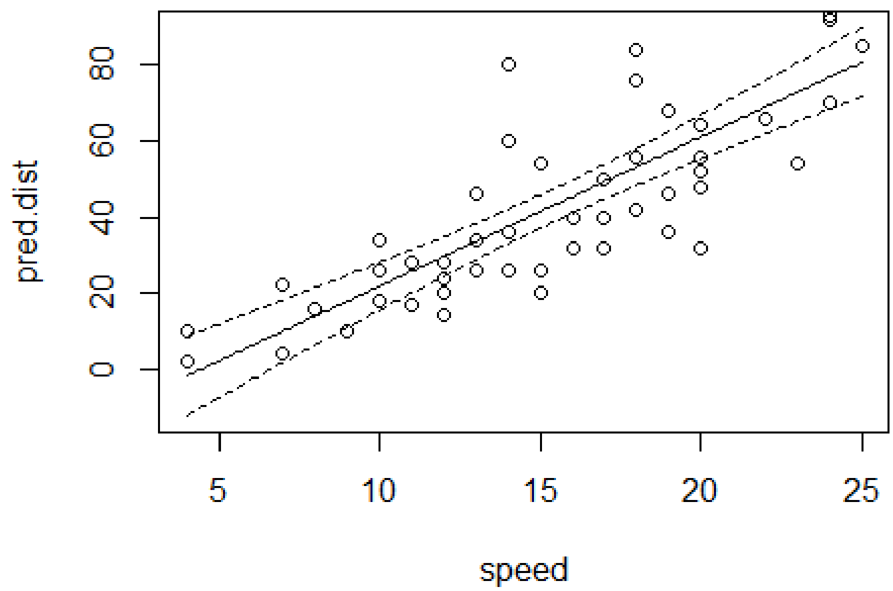
```
##         fit       lwr      upr
## 1 -5.781869 -38.68565 27.12192
## 2 -1.849460 -34.49984 30.80092
## 3  2.082949 -30.33359 34.49948
```

```r
# 특정 속도를 가진 차량 한대의 제동거리는 평균적인 차량에 비해 오차가 크므로 범위가
 더 넓어짐

# 단순회귀모형의 시각화
plot(cars$speed, cars$dist)
abline(coef(out), col="blue")
```




```
speed <- seq(min(cars$speed), max(cars$speed),.1)
pred.dist <- predict(out, newdata=data.frame(speed=speed), interval="confidence")
matplot(speed, pred.dist, type='n')
matlines(speed, pred.dist, lty=c(1,2,2), col=1) # 선형 회귀식은 직선, 신뢰구간은 점선으로 표현
matpoints(cars$speed, cars$dist, pch=1)
```




```
################################################################
# 단순회귀분석 Summary 1

# 1. 설명변수와 반응변수의 산점도를 그린다. plot()
#     - 설명변수와 반응변수 간 1 차 선형관계가 있는지 확인한다.

# 2. 상관분석을 통해 설명변수와 반응변수의 1 차 선형관계를 확인한다. cor()
#     - p-value<0.05 이하 이면 유의미한 관계가 있다고 판단.

# 3. lm()함수를 이용하여 1 차 선형식을 추정한다.

# 4. F 통계량으로 설명변수의 회귀모형의 유의성을 확인한다.

# 5. 결정계수를 통해 선형회귀모형의 설명력을 정량적으로 계산한다.

# 6. 추정된 회귀계수를 통해 선형식을 구한다.

# 7. predict()함수로 새로운 값의 예측값을 계산한다.

alligator = data.frame(
```

```r
  lnLength = c(3.87, 3.61, 4.33, 3.43, 3.81, 3.83, 3.46, 3.76,
               3.50, 3.58, 4.19, 3.78, 3.71, 3.73, 3.78),
  lnWeight = c(4.87, 3.93, 6.46, 3.33, 4.38, 4.70, 3.50, 4.50,
               3.58, 3.64, 5.90, 4.43, 4.38, 4.42, 4.25)
)

# Q.1 다음은 악어의 길이와 무게로 구성된 자료이다.
#      연구자가 악어의 길이로 무게를 예측하기 위한 선형식을 구한다고 한다.
#      적합한 선형식은?
# Q.2. summary()함수를 이용하여 회귀분석 결과에 대해 해석하세요.
# Q.3 길이가 4.5 인 악어가 잡혔다고 한다. 이 악어의 예상 무게는?
# Q.4 회귀분석 결과를 시각화 하세요

plot(alligator$lnWeight, alligator$lnLength) # 산점도
```