



Fundamentos de la Lógica Proposicional

Conectores Lógicos y el Arte de las Tablas de Verdad

Autores:

Danny Beltran

Christopher Pineda

Carlos Martinez

Jeancarlos Aguirre

¿Qué es la Lógica Proposicional?



Estudio del Razonamiento

Es la rama de la lógica que se enfoca en el estudio sistemático de las proposiciones y las relaciones que existen entre ellas.



El Concepto Clave: Proposición

Una proposición es cualquier enunciado declarativo que puede ser clasificado inequívocamente como **Verdadero (V)** o **Falso (F)**, pero no ambos a la vez.



Ejemplo Simple

La oración "**Hoy está lloviendo**" es una proposición, pues en un momento dado es V o F. En cambio, una pregunta o una orden no lo son.

La Arquitectura de los Enunciados

Proposición simple



Indivisible

Proposición compuesta



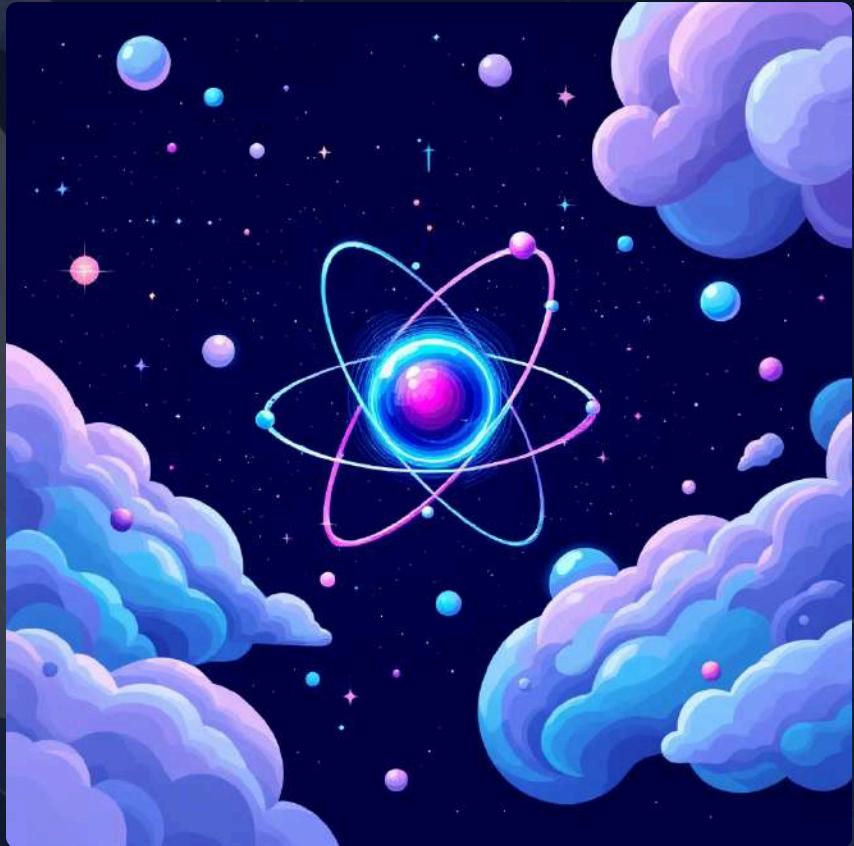
Combinada



Usa conectivos

Sin conectores





Proposiciones Simples (Atómicas)

Son aquellas que no contienen ningún conector lógico y no pueden descomponerse en enunciados más pequeños.

- ❑ Ejemplo: "**El sol brilla**" o "**2 + 2 = 4**". Son la unidad fundamental.



Proposiciones Compuestas (Moleculares)

Son formadas uniendo dos o más proposiciones simples mediante la aplicación de conectores lógicos.

- ❑ Ejemplo: "**El sol brilla y hace calor**".

Los Conectores Lógicos: El Vocabulario de la Lógica

Los conectores son operadores que permiten enlazar o modificar proposiciones, creando enunciados complejos con un nuevo valor de verdad.

1 Negación (\neg)

Significado: No (Es falso que...)

Fórmula: $\neg p$

2 Conjunción (\wedge)

Significado: Y (Ambos)

Fórmula: $p \wedge q$

3 Disyunción (\vee)

Significado: O (Al menos uno)

Fórmula: $p \vee q$

4 Condicional (\rightarrow)

Significado: Si... entonces...

Fórmula: $p \rightarrow q$

5 Bicondicional (\leftrightarrow)

Significado: Si y solo si (Equivalencia)

Fórmula: $p \leftrightarrow q$



Las Tablas de Verdad: El Método de Evaluación

Una tabla de verdad es una herramienta gráfica que muestra el valor de verdad (V o F) de una proposición compuesta para cada una de las combinaciones posibles de valores de verdad de sus proposiciones simples constituyentes.

- Permiten **evaluar** la validez de cualquier fórmula lógica.
- Se construyen listando **todas las combinaciones** V/F para las variables.
- Si hay 'n' proposiciones simples, habrá 2^n filas.



Ejemplo Práctico: El Operador O (Disyunción)

La disyunción ($p \vee q$) es **Verdadera** siempre que al menos una de las proposiciones sea verdadera. Solo es Falsa si ambas son Falsas.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p = V, q = V

Si tienes coche y moto, el enunciado "Tienes coche o moto" es **Verdadero**.

p = V, q = F

Si tienes coche pero no moto, el enunciado sigue siendo **Verdadero**.

p = F, q = V

Si no tienes coche pero sí moto, el enunciado es **Verdadero**.

p = F, q = F

Si no tienes ni coche ni moto, el enunciado es **Falso**.

Ejemplo Práctico: El Operador Y (Conjunción)

La conjunción ($p \wedge q$) solo es **Verdadera** si ambas proposiciones constituyentes son verdaderas simultáneamente. En cualquier otro caso, es Falsa.

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p = V, q = V

Si tienes dinero y tienes tiempo libre, el enunciado "Tengo dinero **Y** tengo tiempo libre" es **Verdadero**.

p = V, q = F

Si tienes dinero pero no tienes tiempo libre, el enunciado "Tengo dinero **Y** tengo tiempo libre" es **Falso**.

p = F, q = V

Si no tienes dinero pero sí tienes tiempo libre, el enunciado "Tengo dinero **Y** tengo tiempo libre" es **Falso**.

p = F, q = F

Si no tienes dinero ni tiempo libre, el enunciado "Tengo dinero **Y** tengo tiempo libre" es **Falso**.

Ejemplo Práctico: El Operador Si...Entonces (Condicional)

La condicional ($p \rightarrow q$) es **Falsa** únicamente cuando el antecedente (p) es verdadero y el consecuente (q) es falso. En todos los demás casos, la condicional es Verdadera.

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p = V (Llueve), q = V (Me quedo en casa)

Si llueve y te quedas en casa, la promesa "Si llueve → me quedo en casa" es **Verdadera**.

p = V (Llueve), q = F (No me quedo en casa)

Si llueve pero no te quedas en casa, la promesa "Si llueve → me quedo en casa" es **Falsa**, porque rompiste la condición.

p = F (No llueve), q = V (Me quedo en casa)

Si no llueve y te quedas en casa, la promesa "Si llueve → me quedo en casa" sigue siendo **Verdadera**. La condición inicial no se cumplió, por lo que no importa lo que hagas después.

p = F (No llueve), q = F (No me quedo en casa)

Si no llueve y no te quedas en casa, la promesa "Si llueve → me quedo en casa" también es **Verdadera**, por la misma razón que el caso anterior.

Ejemplo Práctico: El Operador Si y Solo Si (Bicondicional)

La bicondicional ($p \leftrightarrow q$) es **Verdadera** únicamente cuando ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad (ambas son Verdaderas o ambas son Falsas). Es **Falsa** si sus valores de verdad son diferentes.

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

$p = V, q = V$

Si estudias y apruebas el examen, el enunciado "Apruebo el examen si y solo si estudio" es **Verdadero**.

$p = V, q = F$

Si apruebas el examen pero no estudiaste, el enunciado es **Falso**, ya que las condiciones no coinciden.

$p = F, q = V$

Si estudiaste pero no aprobaste el examen, el enunciado es **Falso**, pues no se cumplió lo esperado.

$p = F, q = F$

Si no estudiaste y no aprobaste el examen, el enunciado es **Verdadero**, porque ambas condiciones son igualmente falsas.

Ejemplo Práctico: Tabla de Verdad con Tres Proposiciones

Con tres proposiciones (p, q, r), hay $2^3 = 8$ combinaciones posibles de valores de verdad.

Consideremos el enunciado: (Tengo dinero \wedge Tengo tiempo) \leftrightarrow Es fin de semana

La fórmula representaría: "Tengo dinero Y tiempo, entonces es fin de semana"

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \leftrightarrow r$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	V
F	V	V	F	F
F	V	F	F	V
F	F	V	F	F
F	F	F	F	V

p=V, q=V, r=V

Si tienes dinero, tiempo y es fin de semana, el enunciado es **Verdadero**.

p=V, q=F, r=F

Si tienes dinero, pero no tiempo y no es fin de semana, el enunciado es **Falso**.

p=F, q=V, r=V

Si no tienes dinero, pero tienes tiempo y es fin de semana, el enunciado es **Verdadero** (gracias al fin de semana).

p=F, q=F, r=F

Si no tienes dinero, ni tiempo y no es fin de semana, el enunciado es **Falso**.

La Relevancia de la Lógica Proposicional

Estudiar lógica no es solo un ejercicio académico; es desarrollar habilidades fundamentales aplicables a múltiples campos.

Programación e Informática

Los fundamentos lógicos son la base del diseño de algoritmos, estructuras de control (IF/ELSE) y el funcionamiento interno de los circuitos digitales y bases de datos.

Pensamiento Crítico

Mejora la capacidad de analizar argumentos complejos, identificar falacias y construir razonamientos coherentes y bien estructurados en la vida diaria.

Ciencias y Matemáticas

Es esencial para la demostración de teoremas, la comprensión de estructuras formales y el modelado de sistemas complejos.

