

# Fundamentos de la Lógica Proposicional

**Conectores Lógicos y el Arte de las Tablas de Verdad**

Autores:

Danny Beltran

Christopher Pineda

Carlos Martinez

Jeancarlos Aguirre

# ¿Qué es la Lógica Proposicional?



## Estudio del Razonamiento

Es la rama de la lógica que se enfoca en el estudio sistemático de las proposiciones y las relaciones que existen entre ellas.



## El Concepto Clave: Proposición

Una proposición es cualquier enunciado declarativo que puede ser clasificado inequívocamente como **Verdadero (V)** o **Falso (F)**, pero no ambos a la vez.

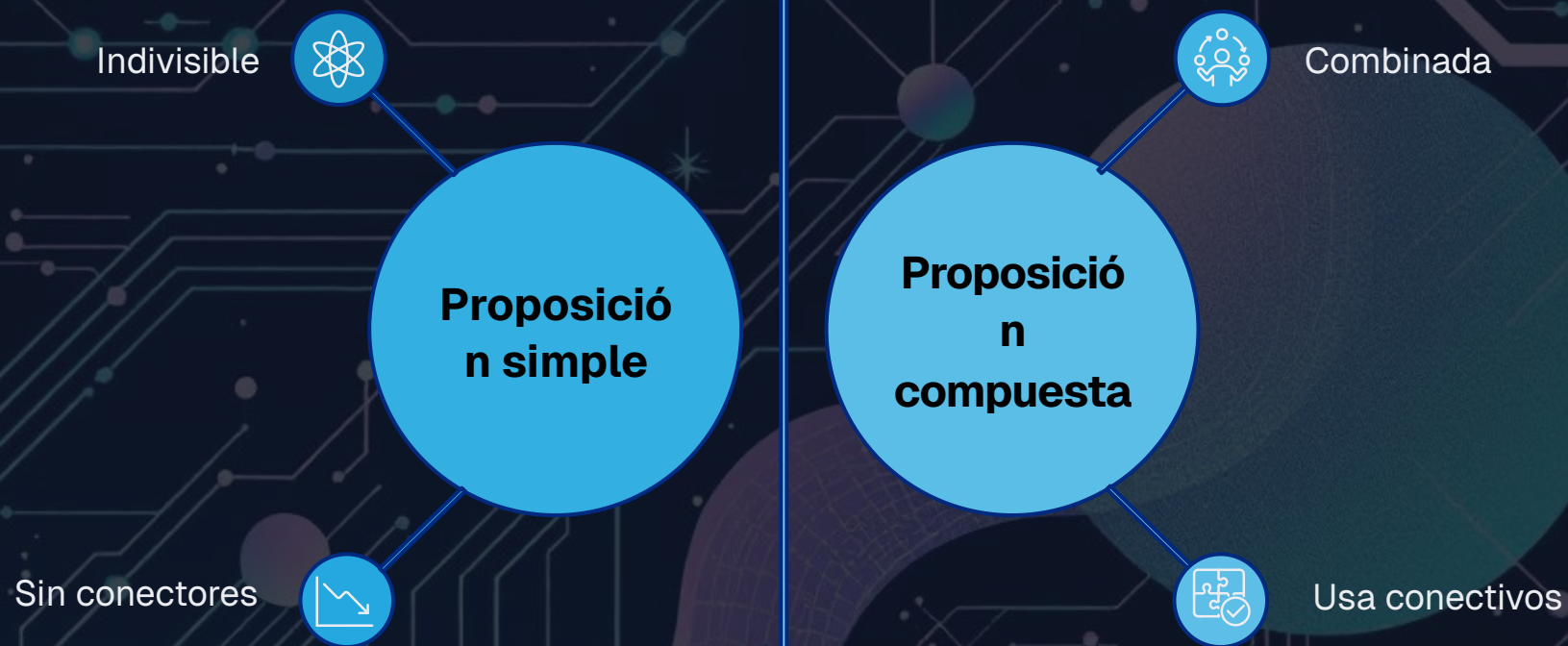


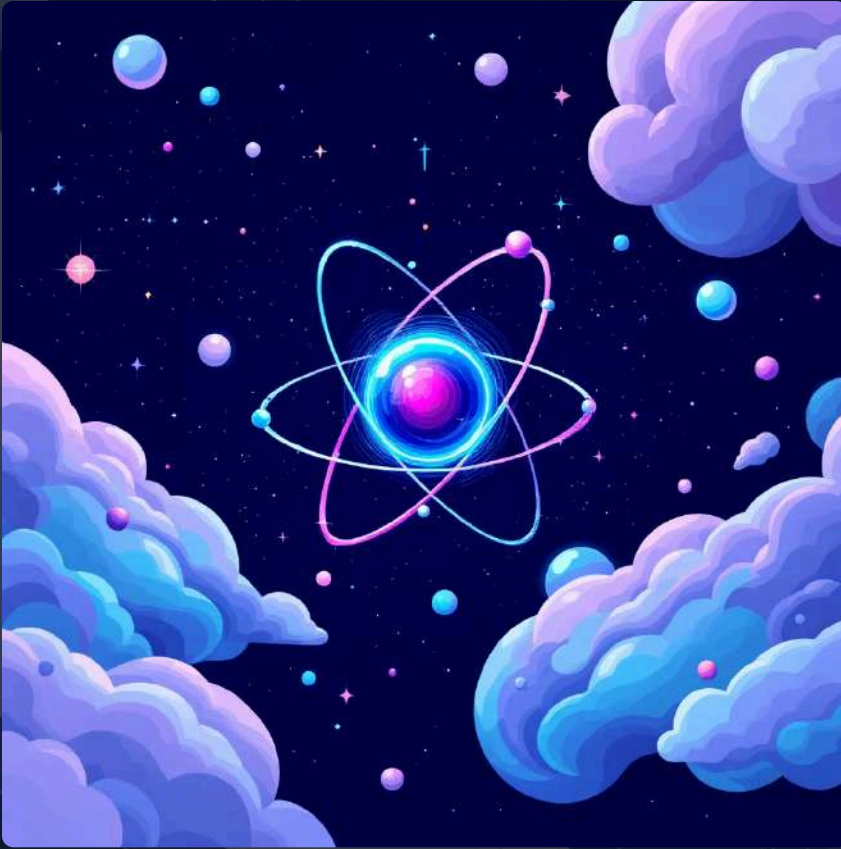
## Ejemplo Simple

La oración "**Hoy está lloviendo**" es una proposición, pues en un momento dado es V o F. En cambio, una pregunta o una orden no lo son.



# La Arquitectura de los Enunciados





## Proposiciones Simples (Atómicas)

Son aquellas que no contienen ningún conector lógico y no pueden descomponerse en enunciados más pequeños.

- ❏ Ejemplo: "**El sol brilla**" o " **$2 + 2 = 4$** ". Son la unidad fundamental.



## Proposiciones Compuestas (Moleculares)

Son formadas uniendo dos o más proposiciones simples mediante la aplicación de conectores lógicos.

- ❏ Ejemplo: "**El sol brilla y hace calor**".



# Los Conectores Lógicos: El Vocabulario de la Lógica

Los conectores son operadores que permiten enlazar o modificar proposiciones, creando enunciados complejos con un nuevo valor de verdad.

1

## Negación ( $\neg$ )

**Significado:** No (Es falso que...)

**Fórmula:**  $\neg p$

2

## Conjunción ( $\wedge$ )

**Significado:** Y (Ambos)

**Fórmula:**  $p \wedge q$

3

## Disyunción ( $\vee$ )

**Significado:** O (Al menos uno)

**Fórmula:**  $p \vee q$

4

## Condicional ( $\rightarrow$ )

**Significado:** Si... entonces...

**Fórmula:**  $p \rightarrow q$

5

## Bicondicional ( $\leftrightarrow$ )

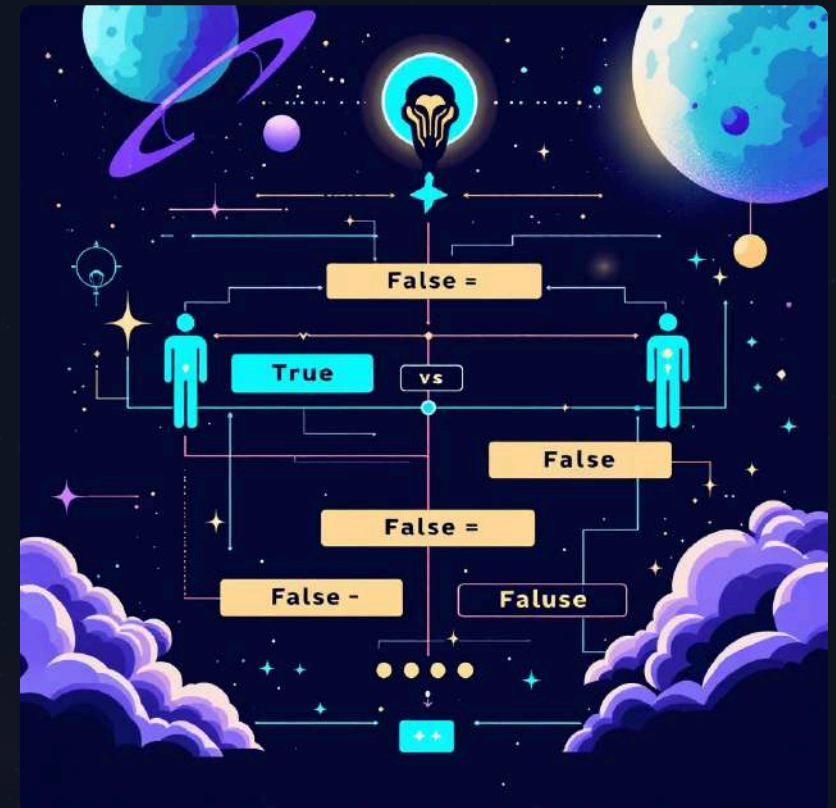
**Significado:** Si y solo si (Equivalencia)

**Fórmula:**  $p \leftrightarrow q$

# Las Tablas de Verdad: El Método de Evaluación

Una tabla de verdad es una herramienta gráfica que muestra el valor de verdad (V o F) de una proposición compuesta para cada una de las combinaciones posibles de valores de verdad de sus proposiciones simples constituyentes.

- Permiten **evaluar** la validez de cualquier fórmula lógica.
- Se construyen listando **todas las combinaciones** V/F para las variables.
- Si hay 'n' proposiciones simples, habrá  $2^n$  filas.



# Ejemplo Práctico: El Operador **o** (Disyunción)

La disyunción ( $p \vee q$ ) es **Verdadera** siempre que al menos una de las proposiciones sea verdadera. Solo es Falsa si ambas son Falsas.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

**p = V, q = V**

Si tienes coche y moto, el enunciado "Tienes coche **o** moto" es **Verdadero**.

**p = V, q = F**

Si tienes coche pero no moto, el enunciado sigue siendo **Verdadero**.

**p = F, q = V**

Si no tienes coche pero sí moto, el enunciado es **Verdadero**.

**p = F, q = F**

Si no tienes ni coche ni moto, el enunciado es **Falso**.



# Ejemplo Práctico: El Operador Y (Conjunción)

La conjunción ( $p \wedge q$ ) solo es **Verdadera** si ambas proposiciones constituyentes son verdaderas simultáneamente. En cualquier otro caso, es Falsa.

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

**p = V, q = V**

Si tienes dinero y tienes tiempo libre, el enunciado "Tengo dinero Y tengo tiempo libre" es **Verdadero**.

**p = V, q = F**

Si tienes dinero pero no tienes tiempo libre, el enunciado "Tengo dinero Y tengo tiempo libre" es **Falso**.

**p = F, q = V**

Si no tienes dinero pero sí tienes tiempo libre, el enunciado "Tengo dinero Y tengo tiempo libre" es **Falso**.

**p = F, q = F**

Si no tienes dinero ni tiempo libre, el enunciado "Tengo dinero Y tengo tiempo libre" es **Falso**.



# Ejemplo Práctico: El Operador Si...Entonces

## (Condicional)

La condicional ( $p \rightarrow q$ ) es **Falsa** únicamente cuando el antecedente ( $p$ ) es verdadero y el consecuente ( $q$ ) es falso. En todos los demás casos, la condicional es Verdadera.

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

**p = V (Llueve), q = V (Me quedo en casa)**

Si llueve y te quedas en casa, la promesa "Si llueve  $\rightarrow$  me quedo en casa" es **Verdadera**.

**p = V (Llueve), q = F (No me quedo en casa)**

Si llueve pero no te quedas en casa, la promesa "Si llueve  $\rightarrow$  me quedo en casa" es **Falsa**, porque rompiste la condición.

**p = F (No llueve), q = V (Me quedo en casa)**

Si no llueve y te quedas en casa, la promesa "Si llueve  $\rightarrow$  me quedo en casa" sigue siendo **Verdadera**. La condición inicial no se cumplió, por lo que no importa lo que hagas después.

**p = F (No llueve), q = F (No me quedo en casa)**

Si no llueve y no te quedas en casa, la promesa "Si llueve  $\rightarrow$  me quedo en casa" también es **Verdadera**, por la misma razón que el caso anterior.

# Ejemplo Práctico: El Operador Si y Solo Si

## (Bicondicional)

La bicondicional ( $p \leftrightarrow q$ ) es **Verdadera** únicamente cuando ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad (ambas son Verdaderas o ambas son Falsas). Es **Falsa** si sus valores de verdad son diferentes.

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

**p = V, q = V**

Si estudias y apruebas el examen, el enunciado "Apruebo el examen **si y solo si** estudio" es **Verdadero**.

**p = V, q = F**

Si apruebas el examen pero no estudiaste, el enunciado es **Falso**, ya que las condiciones no coinciden.

**p = F, q = V**

Si estudiaste pero no aprobaste el examen, el enunciado es **Falso**, pues no se cumplió lo esperado.

**p = F, q = F**

Si no estudiaste y no aprobaste el examen, el enunciado es **Verdadero**, porque ambas condiciones son igualmente falsas.

# Ejemplo Práctico: Tabla de Verdad con Tres Proposiciones

Con tres proposiciones (p, q, r), hay  $2^3 = 8$  combinaciones posibles de valores de verdad.

Consideremos el enunciado: (Tengo dinero  $\wedge$  Tengo tiempo)  $\leftrightarrow$  Es fin de semana

La fórmula representaría: "Tengo dinero Y tiempo, entonces es fin de semana"

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \leftrightarrow r$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	V
F	V	V	F	F
F	V	F	F	V
F	F	V	F	F
F	F	F	F	V

**p=V, q=V, r=V**

Si tienes dinero, tiempo y es fin de semana, el enunciado es **Verdadero**.

**p=V, q=F, r=F**

Si tienes dinero, pero no tiempo y no es fin de semana, el enunciado es **Falso**.

**p=F, q=V, r=V**

Si no tienes dinero, pero tienes tiempo y es fin de semana, el enunciado es **Verdadero** (gracias al fin de semana).

**p=F, q=F, r=F**

Si no tienes dinero, ni tiempo y no es fin de semana, el enunciado es **Falso**.



# La Relevancia de la Lógica Proposicional

Estudiar lógica no es solo un ejercicio académico; es desarrollar habilidades fundamentales aplicables a múltiples campos.

## Programación e Informática

Los fundamentos lógicos son la base del diseño de algoritmos, estructuras de control (IF/ELSE) y el funcionamiento interno de los circuitos digitales y bases de datos.

## Pensamiento Crítico

Mejora la capacidad de analizar argumentos complejos, identificar falacias y construir razonamientos coherentes y bien estructurados en la vida diaria.

## Ciencias y Matemáticas

Es esencial para la demostración de teoremas, la comprensión de estructuras formales y el modelado de sistemas complejos.

