Pergunta 1.

- $\delta_i j$ tem o valor 1 quando $i = j$ e tem o valor 0 qdo $i \neq j$.
- Para perceberem o sistema
$$B^T W B c = B^T W y \tag{1}$$
considerem um exemplo pequeno, como aqueles dois que estão resolvidos na sebenta. Vejam que o sistema chamado das eqs normais (o que tem os produtos internos) tambem se obtem fazendo o produto das matrizes como está em (1), com $W = I$, a matriz identidade. Esse é o **caso clássico**. Na sebenta, $Q(c) = Q(c_1, ..., c_n)$ corresponde a $D(\alpha_0, ..., \alpha_m)$). A função aproximante g pode ser reta, parábola ou qualquer outra função da forma geral $g(x) := \sum_{i=1}^{m} c_i \phi_i(x)$ que também considerámos na sebenta. As componentes do vetor c s ao as incógnitas $c_1, ..., c_n$. Depois de resolvido o sistema (1), devem substituir-se os c_j na expressão de g.
- Podem testar o vosso programa com um exemplo conhecido (os que estão na sebenta).
- No enunciado e' considerado um caso novo, quando se introduzem uns pesos $w_1, ..., w_n$. A função g tem a mesma forma mas a soma a minimizar fica
$$Q(c) = \sum_{k=1}^{n} w_k [y_k - g(x_k)]^2,$$
Corresponde a minimizar-se uma norma do vetor dos desvios que não é a Euclideana, mas sim uma norma com pesos. Estes pesos, dados por $w_k = 1/d_k^2$ (ver última linha da tabela) vão afetar o sistema normal (1) através das entradas da matriz W.

Pergunta 2.

Devem comentar os valores obtidos na tabela, como é pedido no enun ciado.

Pergunta 3.

Note que o sistema de equações diferenciais tem a forma

$$\begin{cases} S'(t) & = -0.001\, S(t)\, I(t) \qquad = f_1(t, S(t), I(t), R(t)) \\ I'(t) & = 0.001\, S(t)\, I(t) - 0.3\, I(t) \qquad = f_2(t, S(t), I(t), R(t)) \\ R'(t) & = 0.3\, I(t) \qquad = f_3(t, S(t), I(t), R(t)) \end{cases}$$

Ou seja, na forma vetorial,
$$Y'(t) = F(t) \tag{2}$$
onde $Y'(t) = [S'(t), I'(t), R'(t)]^T$

e
$$F(t) = [f_1(t, S(t), I(t), R(t)),\ f_2(t, S(t), I(t), R(t)),\ f_3(t, S(t), I(t), R(t))]^T$$

Os métodos numéricos válidos para o caso duma só equação $y'(t) = f(t, y(t))$ são estendidos aos sistemas usando a forma vetorial (2).

Interpolação inversa

Seja dado um conjunto de pontos $a = x_0 < x_1 < ... < x_n = b$ e os valores $y_i = f(x_i)$. Pede-se o valor de $\bar{x} \in [a, b]$, tal que $f(\bar{x}) = \alpha$ é conhecido. Ou seja, pretende-se $\bar{x} = f^{-1}(\alpha)$. Este problema pode ser resolvido por interpolação inversa, que consiste em aproximar a função inversa $g(y) = f^{-1}(y)$ por um polinómio interpolador baseado na tabela de valores $(y_i, g(y_i) = f^{-1}(y_i))$. Um exemplo é o exercício 2-a) da Lista de exercicios EXCap4.pdf (Ver Materiais na pag. do Fenix de MC/MEEC)