

# **Camada equivalente aplicada ao processamento e interpretação de dados de campos potenciais**

Vanderlei C. Oliveira Jr.

2016



**Observatório  
Nacional**



# Funções harmônicas

Vanderlei C. Oliveira Jr.

2016



Observatório  
Nacional



Seja  $f(x, y, z)$  uma função escalar que depende das coordenadas  $(x, y, z)$

Seja  $f(x, y, z)$  uma função escalar que depende das coordenadas  $(x, y, z)$

Esta função é considerada harmônica se ela satisfaz a equação de Laplace

$$\nabla^2 f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2}$$

Seja  $f(x, y, z)$  uma função escalar que depende das coordenadas  $(x, y, z)$

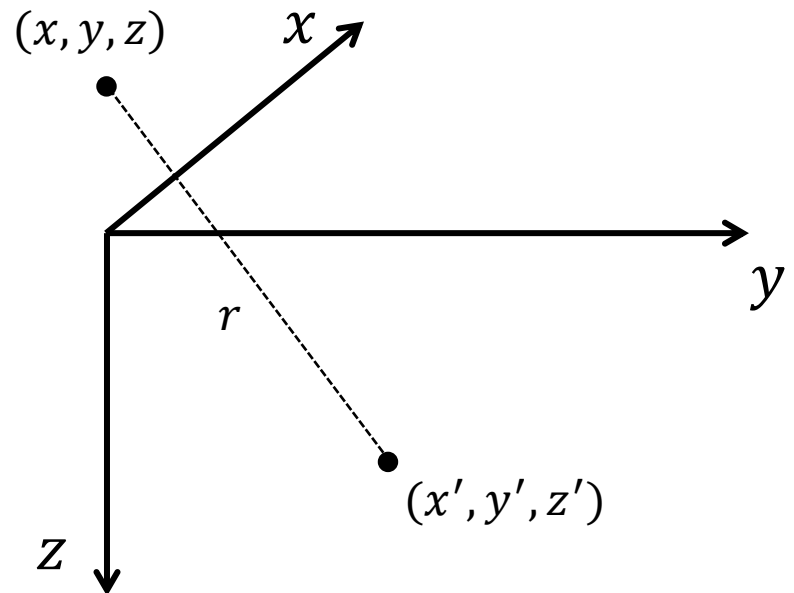
Esta função é considerada harmônica se ela satisfaz a equação de Laplace

$$\nabla^2 f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2}$$

Exemplo de função harmônica

$$f(x, y, z) = \frac{1}{r}$$

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$



Seja  $f(x, y, z)$  uma função escalar que depende das coordenadas  $(x, y, z)$

Esta função é considerada harmônica se ela satisfaz a equação de Laplace

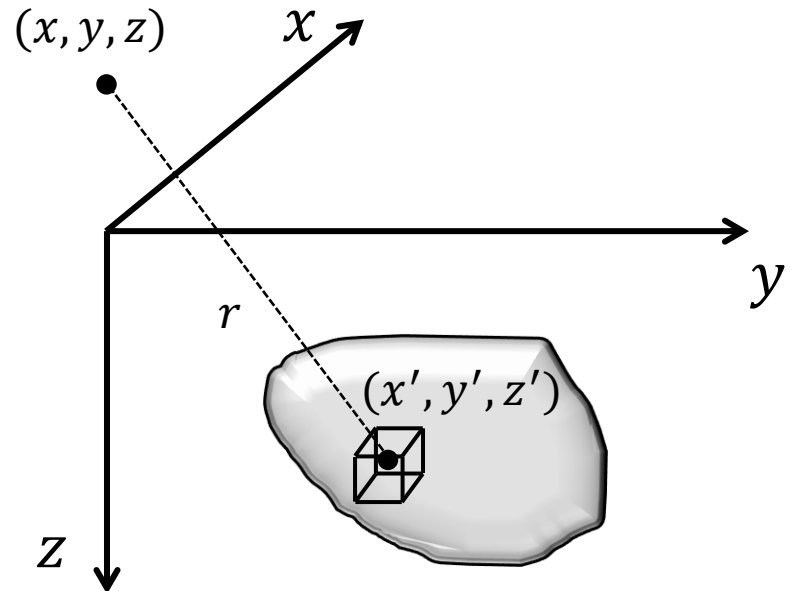
$$\nabla^2 f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2}$$

Exemplo de função harmônica

As variáveis de integração são as coordenadas  $(x', y', z')$

$$\Phi(x, y, z) = \iiint_v \frac{1}{r} dv$$

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$



Seja  $f(x, y, z)$  uma função escalar que depende das coordenadas  $(x, y, z)$

Esta função é considerada harmônica se ela satisfaz a equação de Laplace

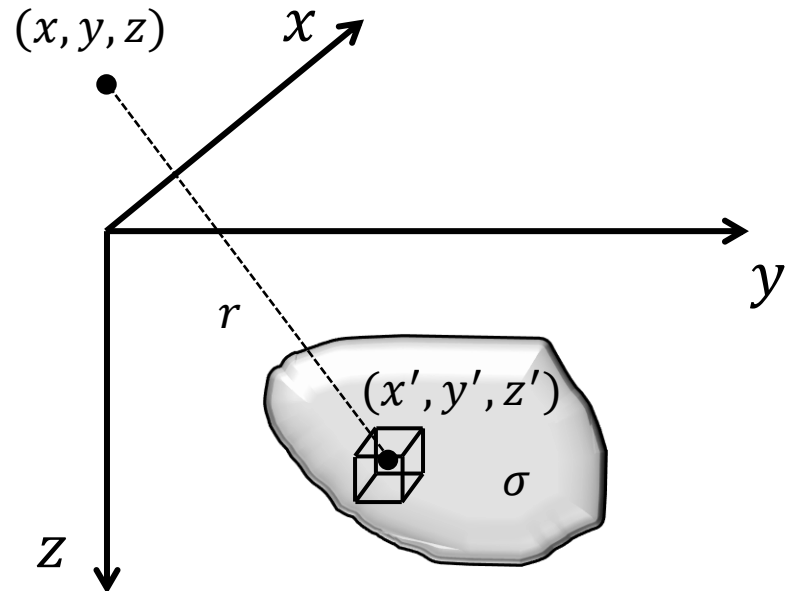
$$\nabla^2 f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2}$$

Exemplo de função harmônica

As variáveis de integração são as coordenadas  $(x', y', z')$

$$\Phi(x, y, z) = \iiint_v \sigma(x', y', z') \frac{1}{r} dv$$

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$



Seja  $f(x, y, z)$  uma função escalar que depende das coordenadas  $(x, y, z)$

Esta função é considerada harmônica se ela satisfaz a equação de Laplace

$$\nabla^2 f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2}$$

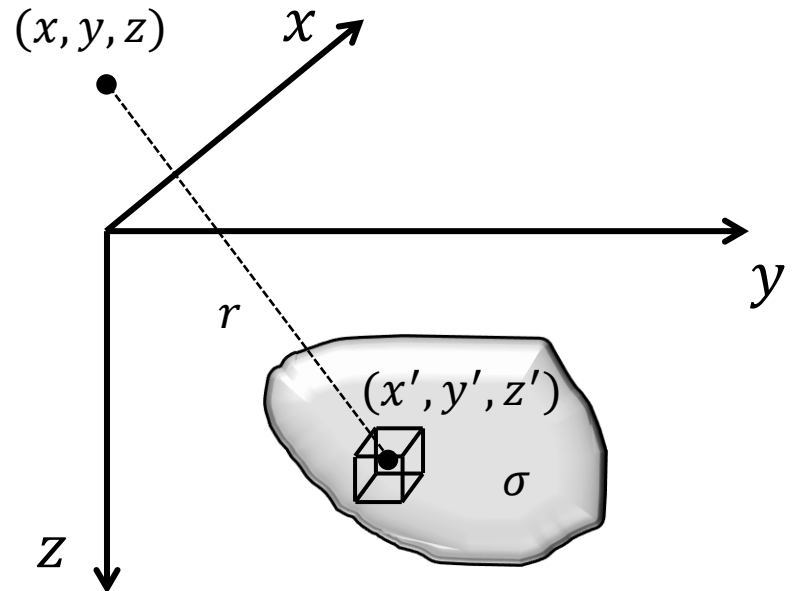
Exemplo de função harmônica

As variáveis de integração são as coordenadas  $(x', y', z')$

$$\frac{\partial \Phi(x, y, z)}{\partial \alpha} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \iiint_v \sigma(x', y', z') \frac{1}{r} dv$$

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

$$\alpha = x, y, z$$





Seja  $f(x, y, z)$  uma função escalar que depende das coordenadas  $(x, y, z)$

Esta função é considerada harmônica se ela satisfaz a equação de Laplace

$$\nabla^2 f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2}$$

Exemplo de função harmônica

Distúrbio de gravidade

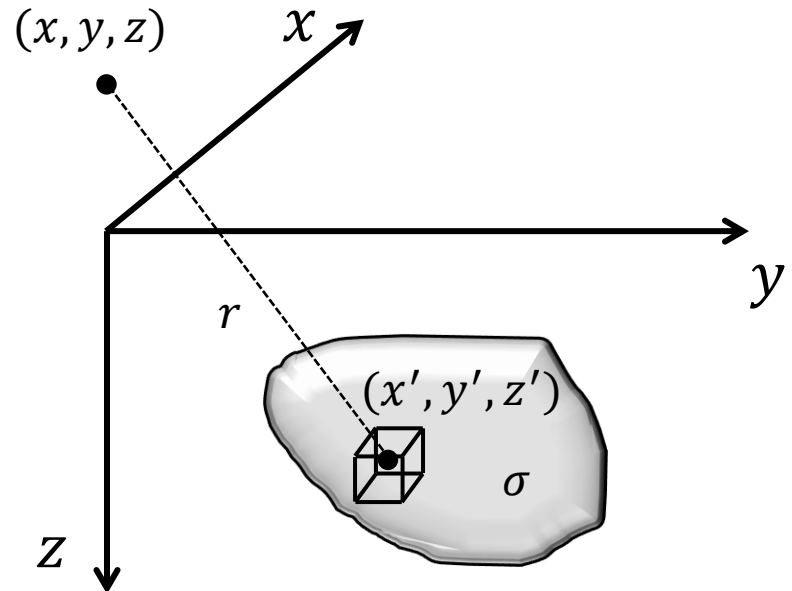
$\delta g$

As variáveis de integração são as coordenadas  $(x', y', z')$

$$\frac{\partial \Phi(x, y, z)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \iiint_v \underbrace{\sigma(x', y', z')}_{\kappa_g \Delta \rho} \frac{1}{r} dv$$

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

$$\alpha = x, y, z$$



Seja  $f(x, y, z)$  uma função escalar que depende das coordenadas  $(x, y, z)$

Esta função é considerada harmônica se ela satisfaz a equação de Laplace

$$\nabla^2 f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2}$$

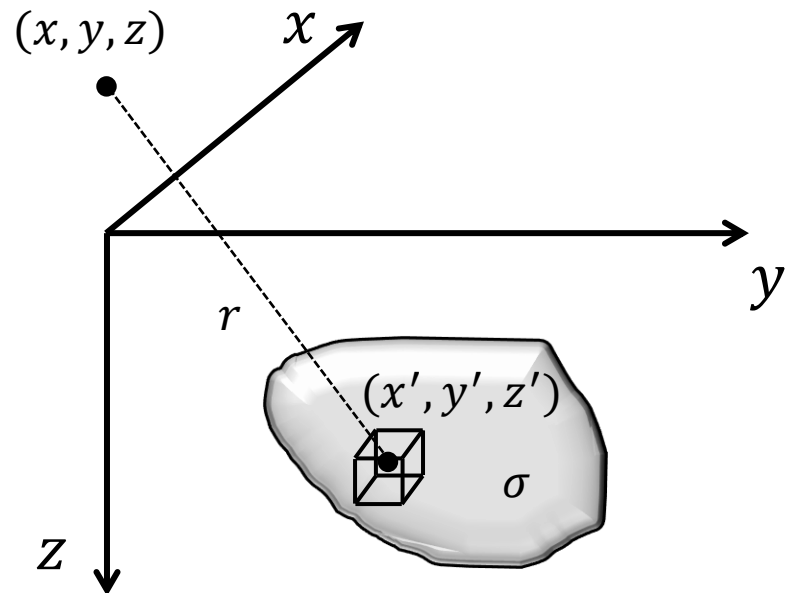
Exemplo de função harmônica

As variáveis de integração são as coordenadas  $(x', y', z')$

$$\frac{\partial^2 \Phi(x, y, z)}{\partial \alpha \partial \beta} = \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \iiint_v \sigma(x', y', z') \frac{1}{r} dv$$

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

$$\alpha = x, y, z \quad \beta = x, y, z$$



Seja  $f(x, y, z)$  uma função escalar que depende das coordenadas  $(x, y, z)$

Esta função é considerada harmônica se ela satisfaz a equação de Laplace

$$\nabla^2 f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2}$$

Exemplo de função harmônica

As variáveis de integração são as coordenadas  $(x', y', z')$

$$\frac{\partial^2 \Phi(x, y, z)}{\partial \alpha \partial \beta} = \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \iiint_v \underbrace{\sigma(x', y', z')}_{\kappa_m m} \frac{1}{r} dv$$

Anomalia de campo total

$$\Delta T = \hat{\mathbf{F}}^T \begin{bmatrix} \partial_{xx} \Phi & \partial_{xy} \Phi & \partial_{xz} \Phi \\ \partial_{xy} \Phi & \partial_{yy} \Phi & \partial_{yz} \Phi \\ \partial_{xz} \Phi & \partial_{yz} \Phi & \partial_{zz} \Phi \end{bmatrix} \hat{\mathbf{m}}$$

