

Daiana de Paula Sales

## **Estimativa do vetor de magnetização total de corpos aproximadamente esféricos**

Rio de Janeiro  
2014, Agosto



Daiana de Paula Sales

**Estimativa do vetor de magnetização total de corpos  
aproximadamente esféricos**

Observatório Nacional

Programa de pós-graduação em Geofísica

Orientador: Vanderlei Coelho de Oliveira Junior

Coorientador: Valéria Cristina Ferreira Barbosa

Rio de Janeiro

2014, Agosto

---

Daiana de Paula Sales

Estimativa do vetor de magnetização total de corpos aproximadamente esféricos/ Daiana de Paula Sales. – Rio de Janeiro, 2014, Agosto-

**72** p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Vanderlei Coelho de Oliveira Junior

Dissertação de Mestrado – Observatório Nacional

Programa de pós-graduação em Geofísica, 2014, Agosto.

1. Direção de Magnetização. 2. Problema inverso. I. Vanderlei Coelho de Oliveira Junior. II. Observatório Nacional. III. Programa de pós graduação em Geofísica. IV. Mestrado

---



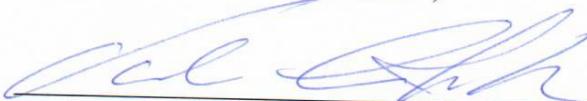
**"ESTIMATIVA DO VETOR DE MAGNETIZAÇÃO TOTAL DE CORPOS  
APROXIMADAMENTE ESFÉRICOS"**

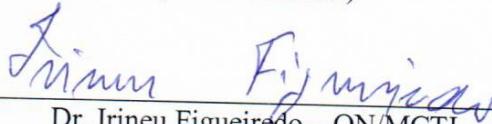
DAIANA DE PAULA SALES

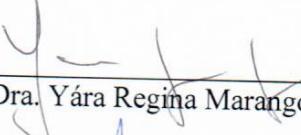
DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM GEOFÍSICA.

Aprovada por:

  
Dr. Vanderlei Coelho de Oliveira Junior – ON/MCTI  
(orientador)

  
Dra. Valéria Cristina Ferreira Barbosa – ON/MCTI  
(Co-orientadora)

  
Dr. Irineu Figueiredo – ON/MCTI

  
Dra. Yára Regina Marangoni – IAG/USP

  
Dr. Renato Cordani – Reconsult/Geofísica

RIO DE JANEIRO – BRASIL

28 DE AGOSTO DE 2014

*Dedico este trabalho ao meu Pai,  
Cordelito Oliveira Sales,  
por ser essencial em minha vida, minha mãe,  
Eliana de Fátima de Paula Sales e à minha irmã,  
Fernanda de Paula Sales, pelo socorro presente  
na hora da angústia.*



# Agradecimentos

À Deus por todas as dificuldades que apareceram no meu caminho e a força de vontade para vencer todas elas.

Aos meus familiares por ter me ensinado os valores permanentes da vida.

Ao meu orientador Professor Dr.Vanderlei Coelho de Oliveira Junior, pela dedicação e competência.

À minha coorientadora Professora Dra. Valéria Cristina Ferreira Barbosa cujos conselhos extrapolaram os fundamentos da ‘inversão’.

Aos meus eternos mestres, por tanto se dedicarem a mim, não somente por terem ensinado, mas por terem me feito aprender! A palavra mestre, nunca fará justiça aos professores dedicados, aos quais, sem nominar terão meu eterno agradecimento.

Aos meus amigos de longa data que lhes dei uma férias para não terem de me aguentar durante esse período. E aos que mesmo assim tiveram de conviver comigo durante esse período e descobriram como eu posso ser insuportável, me desculpem.

São direcionados ao Observatório Nacional-ON e à Companhia de Pesquisa e Recursos Minerais-CPRM pela a estrutura.

Aos meus colegas e amigos de ambas as instituições, os quais não vou nomeá-los pois se não meus agradecimentos serão maiores que toda a minha dissertação e com certeza esqueceria de alguns.

Ao diretor da CPRM, Dr. Roberto Ventura Santos, pelo incentivo e compreensão.

À equipe de apoio dessas instituições por terem demonstrado carinho quando eu menos esperava.

E a ‘querida bolsa azul’ que me mostrou como explorar lugares com um peso morto.



*"A causa da derrota,  
não está nos obstáculos,  
ou no rigor das circunstâncias,  
está na falta de determinação e  
desistência da própria pessoa."  
(Buda)*



# Resumo

Apresentamos um método novo computacionalmente efetivo para estimar a direção de magnetização de múltiplas fontes com formato aproximadamente esférico e centro conhecido por meio da inversão da anomalia de campo total produzida por estas. As múltiplas fontes podem ter diferentes direções de magnetização e o método pode ser aplicado diretamente a dados de anomalia de campo total, que podem estar irregularmente espaçados sobre superfícies onduladas. O método é baseado na solução de um problema inverso linear para estimar as componentes do vetor de magnetização das fontes magnéticas. Os testes com dados sintéticos respeitando as premissas do nosso método apresentam um bom desempenho na recuperação da direção de magnetização verdadeira. Já os testes que violam a premissa do conhecimento do centro da fonte mostram duas características: i) se há erros na localização horizontal do centro da fonte, nosso método não é capaz de recuperar a direção de magnetização verdadeira e ii) se há erros na localização vertical do centro da fonte, nosso método é capaz de recuperar a direção de magnetização verdadeira. Testes sintéticos adicionais mostram que a continuação para cima pode ser útil para possibilitar a aplicação do nosso método na interpretação de corpos não-esféricos. Os resultados obtidos pela aplicação do nosso método aos dados reais sobre uma região da Província Alcalina de Goiás (PAGO), próxima à cidade de Diorama, sugerem a presença de fontes não-aflorantes com intensa magnetização remanente. A direção de magnetização estimada para esta região implica em uma anomalia de campo total reduzida ao polo predominantemente positiva. Esta mesma direção de magnetização também produz anomalias de campo total predominante positivas em uma outra região da PAGO, denominada complexo alcalino de Montes Claros de Goiás. Estes resultados mostram que as fontes não-aflorantes na região de Diorama possuem praticamente a mesma direção de magnetização daquelas no complexo alcalino de Montes Claros de Goiás, o que sugere que estas fontes intrudiram a crosta dentro de praticamente o mesmo intervalo de tempo geológico.

**Palavras-chaves:** anomalia de campo total. inversão. direção de magnetização. novo método.



# Abstract

We present a new computationally effective method to estimate the magnetization direction from multiple sources, with roughly spherical center and known by the inversion of total field anomaly produced by these format. Multiple sources can have different directions of magnetization and the method can be applied directly to total failure data field, which may be irregularly spaced on corrugated surfaces. The method is based on the solution of a linear inverse problem to estimate the magnetization vector components of the magnetic sources. Tests with synthetic data show a good performance in recovering the direction of true magnetization, respecting the assumptions of our method. The tests that violate the premise of the knowledge of the center of the fountain show two features: i) if there are errors in the horizontal location of the center of the fountain, our method is not able to recover the true direction of magnetization, and ii) if there are errors in location vertical center of the fountain, our method is able to recover the true direction of magnetization. Additional testing shows that synthetic upward continuation can be useful to allow application of our method in the interpretation of non-spherical bodies. The results obtained by applying our method to real data on a region of Goiás Alkaline Province (PAGO), near the city of Diorama, suggest the presence of non-outcropping sources with strong remanent magnetization. The direction of magnetization estimated for this region implies a total field anomaly reduced to predominantly positive pole. This same magnetization direction also produces anomalies prevailing field overall positive in another region of PAGO, called alkaline complex of Montes Claros de Goiás. These results show that non-outcropping sources in the region of Diorama have practically the same magnetization direction of those alkaline complex in Montes Claros de Goiás, suggesting that these sources intruded the crust inside almost the same range of geological time. We present a new method computationally effective for estimating the magnetization direction from multiple sources with roughly spherical center and known by the inversion of total field anomaly produced by these format. The multiple sources may have different directions of magnetization, and the method can be applied directly to total failure data field, which may be spaced irregularly over undulating surfaces. The method is based on solving a linear inverse problem to estimate the magnetization vector components of the magnetic sources. Tests with synthetic data respecting the assumptions of our method perform well in recovering the true direction of magnetization. The tests that violate the premise of the knowledge of the center of the fountain show two features: i) if there are errors in the horizontal location of the center of the fountain, our method is not able to recover the true direction of magnetization, and ii) if there are errors in location vertical center of the fountain, our method is able to recover the true direction of magnetization. Additional testing shows that synthetic upward continuation can be useful to allow application of our method in the interpretation of non-spherical bodies. The results obtained by applying our method to real data on a region of Goiás Alkaline Province (PAGO), near the city of Diorama, suggest the presence of non-outcropping sources with strong remanent magnetization. The direction of magnetization estimated for this region implies a total field anomaly reduced to predominantly positive pole. With the same magnetization direction also produces anomalies prevailing field overall positive in another region of PAGO, called alkaline complex of Montes Claros de Goiás. These results show that non-outcropping sources in the region of Diorama have practically the same magnetization direction those in the alkaline complex of Montes Claros de Goiás,

suggesting that these sources intruded the crust inside almost the same interval of geologic time.

**Key-words:** total field anomaly. inversion. magnetization direction. new method.

# Listas de ilustrações

- Figura 1 – Representação esquemática de uma esfera uniformemente magnetizada, com o centro nas coordenadas  $(x_0, y_0, z_0)$ , na subsuperfície. A anomalia de campo total  $\Delta T_i^o$  produzida por essa esfera pode ser observada nos pontos  $(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$  (pontos pretos). A norma euclidiana do vetor  $\mathbf{r}$  representa a distância entre o centro da esfera e a posição do ponto  $(x_i, y_i, z_i)$ . Neste sistema de coordenadas cartesianas,  $x$  aponta para o norte geográfico,  $y$  aponta para leste e  $z$  aponta para baixo. . . . . 29
- Figura 2 – Teste sintético com um corpo esférico. Representação esquemática de um corpo esférico com raio  $R = 500 m$ , centro nas coordenadas  $x_0 = 5000 m$ ,  $y_0 = 5000 m$  e  $z_0 = 800 m$ , com inclinação  $I = -40^\circ$ , declinação  $D = -13^\circ$  e intensidade  $\|\mathbf{m}\| = 8 A/m$ . . . . . 36
- Figura 3 – Teste sintético com um corpo esférico. Anomalia de campo total produzida pelo corpo sintético representado esquematicamente na Figura 2. Esses dados foram calculados no plano  $z = 0 m$ , em  $N = 2601$  pontos regularmente espaçados de  $200 m$  nas direções  $x$  (norte-sul) e  $y$  (leste-oeste). Os dados foram contaminados por ruído Gaussiano de média 0 e desvio padrão  $5 nT$ . O campo Geomagnético simulado possui intensidade  $23500 nT$ , inclinação  $-9.5^\circ$  e declinação  $-13^\circ$ . . . . . 37
- Figura 4 – Teste sintético com um corpo esférico. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) produzidos pelo corpo sintético representado esquematicamente na Figura 2 e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 1). À direita, histograma dos resíduos, que é a diferença entre os dados sintéticos (linhas vermelhas à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas à esquerda). . . . . 38
- Figura 5 – Teste sintético com dois corpos esféricos. Anomalia de campo total produzida por dois corpos esféricos, com raios  $R^1 = 3200 m$  e  $R^2 = 2700 m$ , centros nas coordenadas  $x_0^1 = 11500 m$ ,  $y_0^1 = 15400 m$ ,  $z_0^1 = 3200 m$  e  $x_0^2 = 2700 m$ ,  $y_0^2 = 23830 m$  e  $z_0^2 = 2970 m$ , vetores de magnetização  $\mathbf{m}^j$ ,  $j = 1, 2$  (eq. 2.4) com inclinações  $I^1$  e  $I^2 = -40^\circ$ , declinações  $D^1$  e  $D^2 = -13^\circ$  e intensidades  $\|\mathbf{m}^1\| = 3.5 A/m$  e  $\|\mathbf{m}^2\| = 12.1 A/m$ . Esses dados foram calculados no plano  $z = -150 m$  e contaminados por ruído Gaussiano de média 0 e desvio padrão  $5 nT$ . O campo Geomagnético simulado possui intensidade  $23500 nT$ , inclinação  $-9.5^\circ$  e declinação  $-13^\circ$ . . . . . 39

Figura 6 – Teste sintético com dois corpos esféricos. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 2). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas à esquerda). . . . . 40

Figura 7 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 4). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas à esquerda). . . . . 41

Figura 8 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 4). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas à esquerda). . . . . 43

Figura 9 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 6). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas à esquerda). . . . . 44

Figura 10 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 8). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas à esquerda). . . . . 45

Figura 11 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 10). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas à esquerda). . . . . 46

Figura 12 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 12). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda. . . . .	47
Figura 13 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 14). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda. . . . .	48
Figura 14 – Teste sintético com um prisma. Representação gráfica de um prisma reto, retangular e com centro nas coordenadas $x_0 = 5000\text{ m}$ , $y_0 = 5000\text{ m}$ e $z_0 = 500\text{ m}$ . Este prisma possui dimensões $2000\text{ m}$ , $1000\text{ m}$ e $1000\text{ m}$ ao longo dos eixos $x$ , $y$ e $z$ , respectivamente, e está uniformemente magnetizado com inclinação $I = -40^\circ$ , declinação $D = -13^\circ$ e intensidade $\ \mathbf{m}\  = 6\text{ A/m}$ . . . . .	49
Figura 15 – Teste sintético com um prisma. Anomalia de campo total produzida pelo corpo sintético representado esquematicamente na Figura 14. Esses dados foram calculados nos planos (a) $z = 0\text{ m}$ , (b) $z = -857\text{ m}$ e (c) $z = -1286\text{ m}$ . O campo Geomagnético simulado possui intensidade $23500\text{ nT}$ , inclinação $-9,5^\circ$ e declinação $-13^\circ$ . . . . .	50
Figura 16 – Teste sintético com um prisma. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) em $z = 0\text{ m}$ (Figura 15a) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 15). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda. . . . .	51
Figura 17 – Teste sintético com um prisma. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) em $z = -857\text{ m}$ (Figura 15b) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 15). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda. . . . .	51

- Figura 18 – Teste sintético com um prisma. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) em  $z = -1286\text{ m}$  (Figura 15c) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 15). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda. . . . . 52
- Figura 19 – Mapa de localização central e sul, mostrando a localização das muitas províncias Alcalinas (grandes círculos pretos), entre dois crátons e Bacia do Paraná. Tanto a Província Ígnea Alto Paranaíba (PIAP) como Província Alcalina Goiás (PAGO) estão a margem da Bacia do Paraná. Essas duas províncias acompanham a direção do lineamento *AZ 125* (linha tracejada). Figura modificada do Sgarbi e Gaspar (2002). . . . . 54
- Figura 20 – Localização da anomalia na PAGO. Mapa geológico simplificado da área de estudo, localização da anomalia estudada (retângulo azul), cidades próximas (pontos pretos) e identificação dos complexos alcalinos: (1) Montes Claros de Goiás, (3) Córrego dos Bois, (4) Fazenda Buriti e (5) Morro do Macaco e as (2) intrusões subvulcânicas de Diorama . O datum horizontal é o elipsoide *WGS84*. . . . . 55
- Figura 21 – Localização da anomalia na PAGO. Mapa da anomalia de campo total com a localização da anomalia estudada (retângulo azul), cidades próximas (pontos brancos) e identificação dos complexos alcalinos: (1) Montes Claros de Goiás, (3) Córrego dos Bois, (4) Fazenda Buriti e (5) Morro do Macaco e as (2) intrusões subvulcânicas de Diorama. O datum horizontal é o elipsoide *SAD69*. . . . . 56
- Figura 22 – Aplicação a dados reais sobre a PAGO. Anomalia de campo total observada na região delimitada pelo retângulo azul nas Figuras 20 e 21. Os valores estão em  $nT$  e as coordenadas estão em *UTM km* sobre o datum horizontal *SAD69*. O meridiano central é o  $51^\circ$  oeste e a origem das coordenadas leste e norte são  $500\text{ km}$  e  $10000\text{ km}$ , respectivamente. As linhas pretas representam as linhas de voo. . . . . 57
- Figura 23 – Aplicação a dados reais sobre a PAGO. Anomalia de campo total (Figura 22) continuada para cima em uma superfície plana com altitude geométrica contante igual a  $1000\text{ m}$ . . . . . 57
- Figura 24 – Aplicação a dados reais sobre a PAGO. Anomalia de campo total (Figura 22) reduzida ao polo utilizando-se a direção de magnetização estimada neste trabalho ( $I = -69, 26^\circ$  e  $D = -16, 23^\circ$ ). . . . . 59

Figura 25 – Aplicação a dados reais sobre a PAGO. Anomalia de campo total observada sobre o complexo alcalino de Montes Claros de Goiás (Figuras 20 e 21). Os valores estão em  $nT$  e as coordenadas estão em  $UTM\ km$  sobre o datum horizontal  $SAD69$ . O meridiano central é o  $51^{\circ}$  oeste e a origem das coordenadas leste e norte são  $500\ km$  e  $10000\ km$ , respectivamente. As linhas pretas representam as linhas de voo. . . . . 59



# Listas de tabelas

Tabela 1 – Teste sintético com um corpo esférico. Comparação entre os parâmetros verdadeiros e estimados. As incertezas da intensidade, inclinação e declinação foram calculadas pelas equações 2.30, 2.32 e 2.36, respectivamente. . . . .	37
Tabela 2 – Teste sintético com dois corpos esféricos. Comparação entre os parâmetros verdadeiros e estimados. As incertezas da intensidade, inclinação e declinação foram calculadas pelas equações 2.30, 2.32 e 2.36, respectivamente. . . . .	40
Tabela 3 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está deslocado 200 m para baixo, ao longo do eixo $z$ . . . . .	41
Tabela 4 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está localizado nas coordenadas mostradas na Tabela 3. Esta tabela apresenta a comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados. . . . .	42
Tabela 5 – Teste sintético com erro no centro das coordenadas do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está deslocado 200 m para cima, ao longo do eixo $z$ . . . . .	43
Tabela 6 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está localizado nas coordenadas mostradas na Tabela 5. Esta tabela apresenta a comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados. . . . .	43
Tabela 7 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está deslocado 200 m para o norte, ao longo do eixo N-S ou $x$ . . . . .	44
Tabela 8 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está localizado nas coordenadas mostradas na Tabela 7. Esta tabela apresenta a comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados. . . . .	44
Tabela 9 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está deslocado 200 m para o sul, ao longo do eixo $x$ . . . . .	45
Tabela 10 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está localizado nas coordenadas mostradas na Tabela 9. Esta tabela apresenta a comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados. . . . .	45

Tabela 11 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está deslocado 200 m para o oeste, ao longo do eixo $y$ .	46
Tabela 12 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está localizado nas coordenadas mostradas na Tabela 11. Esta tabela apresenta a comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados.	46
Tabela 13 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está deslocado 200 m para o leste, ao longo do eixo $y$ .	47
Tabela 14 – Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está localizado nas coordenadas mostradas na Tabela 13. Esta tabela apresenta a comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados.	47
Tabela 15 – Teste sintético com um prisma. Comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados. Cada estimativa foi obtida a partir de uma anomalia de campo total em uma altura $z$ diferente, $z = 0\text{ m}$ , $z = -857\text{ m}$ e $z = -1286\text{ m}$ (Figura 15).	49

# Sumário

<b>Lista de ilustrações . . . . .</b>	<b>15</b>
<b>1 Introdução . . . . .</b>	<b>25</b>
<b>2 Metodologia . . . . .</b>	<b>29</b>
2.1 Parametrização e Problema Direto . . . . .	29
2.2 Problema Inverso . . . . .	31
2.3 Determinação da incerteza dos parâmetros estimados . . . . .	32
2.4 Mudança de coordenadas . . . . .	33
<b>3 Resultados . . . . .</b>	<b>35</b>
3.1 Aplicação a dados sintéticos . . . . .	35
3.1.1 Validação da metodologia . . . . .	35
3.1.1.1 Teste com um corpo . . . . .	35
3.1.1.2 Teste com dois corpos . . . . .	38
3.1.2 Violação das premissas da metodologia . . . . .	41
3.1.2.1 Erro nas coordenadas do centro do corpo . . . . .	41
3.1.2.2 Corpos não-esféricos . . . . .	48
3.2 Aplicação a dados reais . . . . .	53
<b>4 Conclusão . . . . .</b>	<b>61</b>
<b>Referências . . . . .</b>	<b>63</b>
<b>Apêndices</b>	<b>67</b>
<b>APÊNDICE A Aproximação por série de Taylor . . . . .</b>	<b>69</b>
<b>APÊNDICE B Mínimos quadrados . . . . .</b>	<b>71</b>



# 1 Introdução

O método magnético é uma das técnicas geofísicas mais antigas e desempenha um papel de destaque na exploração mineral. Este método sofreu um grande progresso após o advento de magnetômetros propriamente desenvolvidos para aerolevantamentos. Atualmente, os sistemas modernos de posicionamento por satélite e as melhorias na instrumentação e nas aeronaves fazem dos levantamentos aeromagnéticos uma das técnicas de aquisição de dados mais importante devido a sua ampla cobertura em um período de tempo relativamente curto (BLAKELY, 1996; NABIGHIAN et al., 2005). As principais aplicações do método magnético são a estimativa do relevo do embasamento sob bacias sedimentares, o mapeamento de falhas geológicas e de contatos geológicos abruptos, a definição dos limites espaciais de alvos exploratórios, a determinação da localização de corpos geológicos e identificação de estruturas geológicas favoráveis à recursos minerais. Do ponto de vista físico, todos estes cenários geológicos podem ser associados a uma distribuição de magnetização produzida por rochas magnetizadas em subsuperfície. Estas rochas magnetizadas constituem as fontes magnéticas, que produzem uma indução magnética, que por sua vez podem ser detectáveis por magnetômetros na superfície (ou próximo a esta) da Terra. Esta indução magnética causa diferenças locais entre os dados obtidos em levantamentos e a indução magnética predita por modelos globais que descrevem o campo geomagnético. Ao isolar estas diferenças locais, o intérprete pode determinar a indução magnética produzida pelas fontes magnéticas que constituem os alvos exploratórios.

O dado magnético que comumente é fornecido por levantamentos magnéticos é o campo total, que é a norma Euclidiana da indução magnética produzida por todas as fontes magnéticas ao redor que são devido a crosta, sua anomalias e campo magnético interno. Após a remoção da norma Euclidiana da indução magnética predita por um modelo global do campo geomagnético e a correção da diversidade de artefatos indesejáveis que afetam os dados, o resultado é uma quantidade escalar denominada anomalia de campo total. A anomalia de campo total representa a norma Euclidiana da indução magnética produzida pelas fontes magnéticas localizadas em subsuperfície, parte oriunda da crosta. Por meio das anomalias de campo total, o geofísico pode caracterizar as fontes magnéticas em subsuperfície e então melhor definir os alvos exploratórios (TELFORD; GELDART; SHERIFF, 1990; BLAKELY, 1996).

Várias técnicas para a interpretação de anomalias de campo total têm sido desenvolvidas desde o século XX. Dentre estas técnicas estão a redução ao polo, transformação pseudogravimétrica, e o sinal analítico. A redução ao polo permite a transformação da anomalia de campo total medida em qualquer lugar naquela que seria medida se a magnetização da fonte e do campo geomagnético fossem verticais (BARANOV, 1957; BARANOV;

NAUDY, 1964; SILVA, 1986). Esta transformação facilita a interpretação dos dados magnéticos porque reduz a parte negativa da anomalia de campo total e posiciona a parte positiva sobre a fonte magnética, tal como em anomalias de gravidade. Entretanto, esta técnica só funciona se a direção de magnetização (remanente mais induzida) da fonte é conhecida. A transformação pseudogravimétrica usa a relação de Poisson para converter uma anomalia de campo total observada na anomalia de gravidade que seria produzida por uma fonte cuja densidade é proporcional à intensidade de magnetização da fonte magnética (BARANOV, 1957). Esta transformação também suprime a obliquidade da anomalia de campo total e necessita do conhecimento da direção de magnetização da fonte e do coeficiente de proporcionalidade. O sinal analítico é uma quantidade complexa que é comumente usada na determinação da localização de fontes magnéticas. A amplitude do sinal analítico (ASA) tem uma grande importância na interpretação de anomalias produzidas por distribuições de magnetização 2D. Neste caso, a ASA não depende da direção de magnetização da fonte (NABIGHIAN, 1972; NABIGHIAN, 1984). Entretanto, ao contrário do que foi difundido na comunidade científica durante anos, a ASA produzida por distribuições de magnetização 3D depende da direção de magnetização da fonte (NABIGHIAN, 1984; DANNE MILLER; LI, 2006).

Como podemos ver, a direção de magnetização das fontes é um importante parâmetro na interpretação de anomalias de campo total. Devido a esta grande importância, vários métodos para a determinação da direção de magnetização das fontes têm sido desenvolvidos. Estes métodos podem ser classificados em dois grupos. O primeiro é formado por aqueles que não impõem fortes restrições à forma da fonte. Fedi, Florio e Rapolla (1994), por exemplo, apresentaram um método que, dada uma anomalia de campo total, produz sucessivas reduções ao polo no domínio do número de onda utilizando diferentes valores para a direção de magnetização das fontes. Dentre este conjunto de anomalias reduzidas ao polo, esses autores escolhem aquelas cuja amplitude da parcela negativa é mínima. Como este método utiliza uma abordagem no domínio do número de onda, ele requer que a anomalia de campo total esteja regularmente espaçada sobre uma grade horizontal com altitude constante para que a eficiência computacional da FFT (*Fast Fourier Transform*) possa ser aproveitada. Além disso, é conhecido que a redução ao polo no domínio do número de onda é instável para baixas latitudes e não pode ser aplicada na interpretação de anomalias de campo total produzidas por várias fontes magnéticas com direções de magnetização diferentes. Medeiros e Silva (1995) utilizaram os momentos magnéticos provenientes da expansão do potencial magnético em multipolos até segunda ordem para estimar a direção de magnetização e a orientação espacial de uma fonte magnética. Embora este método não imponha fortes restrições ao formato da fonte, ele presume que esta possui três planos de simetria ortogonais e que se interceptam no centro da fonte. Este método também presume que a fonte esteja distante das observações. Phillips (2005) propôs um método baseado na avaliação numérica da integrais desenvolvidas por HEL-

[BIG \(1963\)](#) para estimar a direção de magnetização e possivelmente a localização espacial de múltiplas fontes a partir dos seus momentos magnéticos de primeira ordem. O autor enfatiza que o método é útil para a análise rápida de dados magnéticos em grade, funciona melhor para fontes compactas e isoladas e falha na interpretação se aplicado aos dados provenientes de fontes alongadas na horizontal. [Tontini e Pedersen \(2008\)](#) estenderam este método para utilizar os momentos magnéticos até segunda ordem com o intuito de obter informação adicional sobre a posição horizontal e vertical do centro de magnetização da fonte. [Dannemiller e Li \(2006\)](#) estenderam o método proposto por [Roest, Verhoef e Pilkington \(1992\)](#), que trabalharam com anomalias de campo total produzidas por fontes 2D, para estimar a direção de magnetização de fontes 3D por meio da correlação entre o gradiente vertical e o gradiente total da anomalia de campo total reduzida ao polo. A correlação é obtida para um conjunto de anomalias reduzidas ao polo com diferentes direções de magnetização. Tal como os autores enfatizam, o método considera que a anomalia de campo total é produzida por um conjunto de fontes 3D com a mesma direção de magnetização e não por múltiplas fontes com diferentes direções de magnetização. Um método similar foi proposto por [Gerovska, Arauzo-Bravo e Stavrev \(2009\)](#) baseado na comparação entre a anomalia reduzida ao polo e a anomalia de amplitude total, norma das derivadas horizontais ao quadrado. [Lelievre e Oldenburg \(2009\)](#) desenvolveram um método muito flexível para estimar a distribuição de magnetização em ambientes geológicos complexos. Este método estima as três componentes (cartesianas ou esféricas) do vetor de magnetização de cada célula que forma uma grade regular de prismas 3D, retangulares e justapostos. Este método permite a incorporação de informação a priori para obter diferentes tipos de modelos de magnetização e também usa funções de ponderação para lidar com a perda de resolução em profundidade. Recentemente, [Ellis, Wet e Macleod \(2012\)](#) apresentaram um método similar para a interpretação de dados magnéticos provenientes de levantamentos voltados à exploração mineral.

No outro grupo estão os poucos métodos que têm sido propostos para estimar a direção de magnetização de fontes magnéticas com forma conhecida. [Bhattacharyya \(1966\)](#), por exemplo, propôs um método iterativo para a determinação da magnetização de um prisma retangular uniformemente magnetizado. O desempenho deste método é altamente dependente da posição correta do centro e da determinação dos eixos maior e menor do corpo. [Emilia e Massey \(1974\)](#) desenvolveram um método iterativo para estimar a distribuição vertical de magnetização em montes submarinos. Este método aproxima o monte submarino por um conjunto de prismas retos, verticalmente justapostos e com seção horizontal poligonal. Cada prisma tem uma magnetização com a mesma direção, mas com intensidade diferente. [Parker, Shure e Hildebrand \(1987\)](#) também desenvolveram um método para estimar a direção de magnetização em montes submarinos. Este método foi formulado como um problema de otimização denominado “*seminorm minimization*” e permite estimar uma distribuição de magnetização que é a mais próxima possível da dis-

tribuição uniforme. Este vínculo de uniformidade, entretanto, limita a qualidade do ajuste aos dados em situação práticas. Finalmente, Kubota e Uchiyama (2005) apresentaram um método para estimar a distribuição 3D de magnetização interna para montes submarinos. Estes autores estimaram as componentes Cartesianas do vetor de magnetização de cada célula de uma grade regular de prismas retangulares e justapostos.

Neste trabalho, apresentamos um método computacionalmente eficiente para a inversão da anomalia de campo total produzida por múltiplas fontes com formato aproximadamente esférico para estimar a direção de magnetização de cada uma das fontes. A inversão é um procedimento matemático para estimar a "causa" a partir do "efeito". Neste trabalho, o "efeito" é a anomalia de campo total e a "causa" é a magnetização de corpos geológicos com formatos aproximadamente esféricos. Presumimos que as fontes têm os seus centros conhecidos, que podem ser fornecidos pela deconvolução de Euler (SILVA; BARBOSA; MEDEIROS, 2001), por exemplo. O método proposto é parte do grupo de métodos que presume o conhecimento da forma das fontes conhecida. Ele pode ser aplicado para interpretar múltiplas fontes com diferentes direções de magnetização e não necessita o uso de dados regularmente espaçados sobre uma grade horizontal. O método é baseado na minimização de uma norma  $L_2$ , que resulta na solução de um problema inverso linear para obter uma estimativa por mínimos quadrados das componentes do vetor de magnetização das fontes. Aplicações a dados sintéticos mostram a robustez do método à presença de erros nas coordenadas do centro da fonte e também como a continuação para cima pode ser útil para tornar possível a interpretação de fontes não-esféricas. Aplicações a dados reais sobre a Província Alcalina de Goiás (PAGO), no norte da Bacia do Paraná, mostram o bom desempenho do método proposto na estimativa de direções de magnetização com significado geológico. Os resultados obtidos sobre uma região da PAGO, próxima às intrusões subvulcânicas de Diorama, sugerem a presença de fontes não-aflorantes com intensa magnetização remanente, corroborando trabalhos anteriores. Os valores estimados para a inclinação e declinação são,  $-69,26^\circ \pm 0,00$  e  $-16,23^\circ \pm 0,02$ , respectivamente. Esta estimativa da direção de magnetização produz anomalias reduzidas ao polo predominantemente positivas não apenas para a região de Diorama, mas também para outra região da PAGO, sobre o complexo alcalino de Montes Claros de Goiás.

## 2 Metodologia

### 2.1 Parametrização e Problema Direto

Seja  $\Delta \mathbf{T}^o$  o vetor de dados observados, cujo o  $i$ -ésimo elemento,  $\Delta T_i^o$ ,  $i = 1, \dots, N$ , é a anomalia de campo total medida na posição  $i$ , com coordenadas Cartesianas  $(x_i, y_i, z_i)$ , de um levantamento magnético. Neste sistema de coordenadas,  $x$  aponta para Norte geográfico,  $y$  para Leste e  $z$  para baixo (Figura 1).

A anomalia de campo total é produzida por uma distribuição de magnetização que ge-

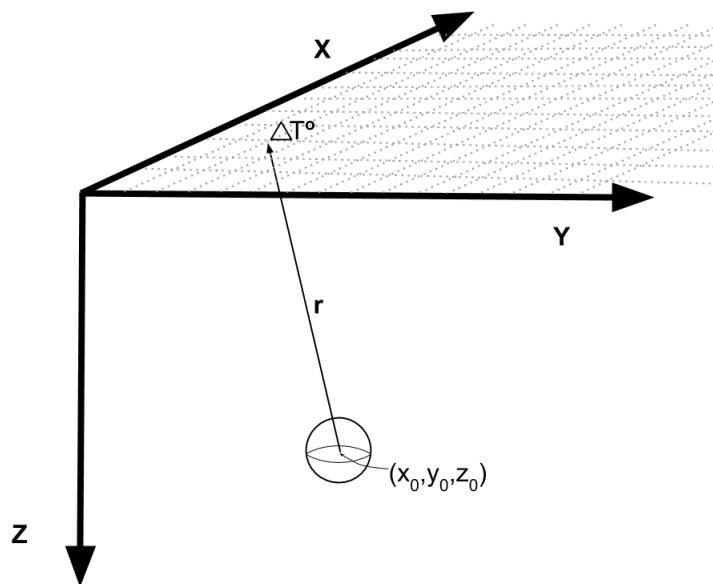


Figura 1: Representação esquemática de uma esfera uniformemente magnetizada, com o centro nas coordenadas  $(x_0, y_0, z_0)$ , na subsuperfície. A anomalia de campo total  $\Delta T_i^o$  produzida por essa esfera pode ser observada nos pontos  $(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$  (pontos pretos). A norma euclidiana do vetor  $\mathbf{r}$  representa a distância entre o centro da esfera e a posição do ponto  $(x_i, y_i, z_i)$ . Neste sistema de coordenadas cartesianas,  $x$  aponta para o norte geográfico,  $y$  aponta para leste e  $z$  aponta para baixo.

ralmente está associada a uma distribuição de susceptibilidade magnética anômala em relação a susceptibilidade média da crosta. Matematicamente, a anomalia de campo total, na posição  $(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , pode ser descrita da seguinte forma (BLAKELY, 1996; LANGEL; HINZE, 1998):

$$\Delta T_i = \|\mathbf{T}_i\| - \|\mathbf{F}_i\|, \quad (2.1)$$

em que  $\|\cdot\|$  indica norma Euclidiana e os vetores  $\mathbf{F}_i$  e  $\mathbf{T}_i$  são, respectivamente, o campo geomagnético e o campo total na posição  $i$ . O vetor campo total  $\mathbf{T}_i$  na  $i$ -ésima posição é dado pela soma:

$$\mathbf{T}_i = \mathbf{F}_i + \mathbf{B}_i, \quad (2.2)$$

sendo o vetor  $\mathbf{B}_i$  a indução magnética produzida por uma distribuição de magnetização em subsuperfície. Vamos presumir que a anomalia de campo total observada seja causada por uma distribuição de magnetização que pode ser representada por um conjunto de  $L$  esferas com magnetização uniforme. Neste caso o vetor  $\mathbf{B}_i$  é dado por:

$$\mathbf{B}_i = \sum_{j=1}^L \mathbf{b}_i^j, \quad (2.3)$$

em que  $\mathbf{b}_i^j$  é a indução magnética, produzida na posição  $i$ , por uma esfera com raio  $R_j$ , centro localizado na posição  $(x_0^j, y_0^j, z_0^j)$  e vetor de magnetização  $\mathbf{m}_j$  dado por:

$$\mathbf{m}_j = \begin{bmatrix} m_x^j \\ m_y^j \\ m_z^j \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

O vetor  $\mathbf{b}_i^j$  é dado por:

$$\mathbf{b}_i^j = C_m M_i^j \frac{4}{3} \pi R_j^3 \mathbf{m}_j \quad (2.5)$$

em que  $C_m$  é uma constante dada por  $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} H/m$ ,  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética no vácuo e  $M_i^j$  é uma matriz de segundas derivadas dada por:

$$\mathbf{M}_i^j = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x \partial x} \frac{1}{r^j} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{1}{r^j} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \frac{1}{r^j} \\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{1}{r^j} & \frac{\partial^2}{\partial y \partial y} \frac{1}{r^j} & \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \frac{1}{r^j} \\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \frac{1}{r^j} & \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \frac{1}{r^j} & \frac{\partial^2}{\partial z \partial z} \frac{1}{r^j} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Os elementos da matriz  $\mathbf{M}_i^j$  (eq. 2.6) são as segundas derivadas, avaliadas na posição  $(x_i, y_i, z_i)$ , da função

$$\frac{1}{r^j} \equiv \frac{1}{\sqrt{(x - x_0^j)^2 + (y - y_0^j)^2 + (z - z_0^j)^2}} \quad (2.7)$$

em relação as variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$ . A anomalia de campo total na posição  $i$  (eq. 2.1) é uma grandeza escalar, já que é uma diferença entre a norma Euclidiana do campo total e do campo geomagnético. É comum considerar que o campo geomagnético  $\mathbf{F}_i$  é igual a um vetor  $\mathbf{F}$  (BLAKELY, 1996), constante em toda área do levantamento, e que  $\mathbf{B}_i$  é uma pequena perturbação nesse campo (Apêndice A). Essas duas considerações permitem aproximar a anomalia de campo total  $\Delta T_i$  (eq. 2.1) por

$$\Delta T_i \approx \hat{\mathbf{F}}^T \mathbf{B}_i, \quad (2.8)$$

sendo  $\hat{\mathbf{F}}$  um vetor unitário com a mesma direção e sentido do campo geomagnético (Apêndice A, eq. A.12). Ao substituir a indução magnética  $\mathbf{B}_i$  (eq. 2.3) na equação da anomalia de campo total aproximada (eq. 2.8), temos que:

$$\Delta T_i \approx \hat{\mathbf{F}}^T \sum_{j=1}^L \mathbf{b}_i^j. \quad (2.9)$$

Utilizando a indução magnética produzida pela  $j$ -ésima esfera (eq. 2.5), a equação acima (eq. 2.9) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}\Delta T_i &\approx \hat{\mathbf{F}}^T \left[ \sum_{j=1}^L Cm \mathbf{M}_i^j \frac{4}{3} \pi R_j^3 \mathbf{m}_j \right] \\ &\approx \mathbf{a}_i^T \mathbf{h},\end{aligned}\quad (2.10)$$

em que

$$\mathbf{a}_i^T = \hat{\mathbf{F}}_{1 \times 3}^T \left[ \mathbf{M}_{i \times 3}^1 \cdots \mathbf{M}_{i \times 3}^L \right]_{1 \times 3} \quad (2.11)$$

e

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{h}_L \end{bmatrix}_{3L \times 1 = M \times 1}. \quad (2.12)$$

O vetor  $\mathbf{h}_j$  é dado por

$$\mathbf{h}_j = \begin{bmatrix} h_x^j \\ h_y^j \\ h_z^j \end{bmatrix}_{3 \times 1} \quad (2.13)$$

$$= Cm \frac{4}{3} \pi R_j^3 \mathbf{m}_j, \quad (2.14)$$

possuindo, portanto, a mesma direção e sentido do vetor  $\mathbf{m}_j$  (equação 2.4) e intensidade igual ao momento de dipolo da  $j$ -ésima esfera,  $j = 1, \dots, L$ . Observe que o vetor  $\mathbf{h}$  (eq. 2.12) possui  $m = 3L$  elementos, sendo  $L$  o número de esferas. Sendo assim, definimos o vetor dados calculados  $\mathbf{d}^c$ , cujo o  $i$ -ésimo elemento é a anomalia de campo total aproximada (eq. 2.10) produzida pelo conjunto de  $L$  esferas na posição  $(x_i, y_i, z_i)$ . Este vetor pode ser escrito em notação matricial da seguinte forma

$$\mathbf{d}^c = \mathbf{A} \mathbf{h}. \quad (2.15)$$

Em que,  $\mathbf{A}$  é uma matriz  $N \times 3L$  dada por

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{a}_N^T \end{bmatrix}_{N \times 3L}, \quad (2.16)$$

sendo  $\mathbf{a}_i$ ,  $i, \dots, N$ , vetores 3L-dimensionais dados pela equação 2.11.

## 2.2 Problema Inverso

Ao presumirmos que a anomalia de campo total observada  $\Delta \mathbf{T}^o$  seja causada por um conjunto de  $L$  esferas de centros conhecidos e que a anomalia de campo total produzida

por esse conjunto de  $L$  esferas possa ser aproximada pelo vetor  $\mathbf{d}^c$  (eq. 2.15), podemos estimar um vetor de parâmetros  $\mathbf{h}$  (eq. 2.12) que torna mínima a diferença entre  $\Delta\mathbf{T}^o$  e  $\mathbf{d}^c$ . Para tanto, basta estimar o vetor de parâmetros  $\mathbf{h}^*$  que minimiza a função

$$\begin{aligned}\psi(\mathbf{h}) &= \|\Delta\mathbf{T}^o - \mathbf{d}^c\|^2 \\ &= [\Delta\mathbf{T}^o - \mathbf{A}\mathbf{h}]^T [\Delta\mathbf{T}^o - \mathbf{A}\mathbf{h}].\end{aligned}\quad (2.17)$$

O vetor  $\mathbf{h}^*$  que minimiza a função acima satisfaz a seguinte condição

$$\bar{\nabla}\psi(\mathbf{h}^*) = \mathbf{0}, \quad (2.18)$$

em que o vetor  $\mathbf{0}$  possui todos os elementos nulos. Sendo  $\bar{\nabla}\psi(\mathbf{h})$  o gradiente da função  $\psi(h)$  (eq. 2.17). Da equação 2.18 resulta que (BARD, 1973; TWOMEY, 1977; MENKE, 1989; ASTER; BORCHERS; THURBER, 2005):

$$\mathbf{h}^* = [\mathbf{A}^T \mathbf{A}]^{-1} [\mathbf{A}^T \Delta\mathbf{T}^o]. \quad (2.19)$$

Os detalhes envolvidos na dedução da equação acima são apresentados no Apêndice B.

## 2.3 Determinação da incerteza dos parâmetros estimados

As observações da anomalia de campo total obtidas em um levantamento geofísico são contaminadas por erros experimentais. Esses erros experimentais têm sua causa associada a todos os elementos que impossibilitam obter os mesmos valores da anomalia de campo total mesmo que seja possível reproduzir as mesmas condições do levantamento. Neste trabalho, vamos presumir que os erros nas observações são aditivos. Além disso, vamos considerar que o erro é Gaussiano, com média nula e desvio padrão  $\sigma_{\Delta T^o}$  para todas as observações da anomalia de campo total. Utilizando essas premissas e considerando que os erros nas observações são não-correlacionados, podemos estimar a incerteza do vetor de parâmetros  $\mathbf{h}^*$  (eq. 2.19) por meio da fórmula de propagação de covariâncias (BARD, 1973; ASTER; BORCHERS; THURBER, 2005). A fórmula da propagação da covariância permite estimar a incerteza do vetor de parâmetros  $\mathbf{h}^*$  por meio da matriz de covariância de  $\mathbf{h}^*$ . Essa matriz é dada por:

$$\mathbf{C}(\mathbf{h}^*) = \mathbf{H} \mathbf{D} \mathbf{H}^T, \quad (2.20)$$

em que  $\mathbf{D}$  é a matriz de covariância dos dados e

$$\mathbf{H} = [\mathbf{A}^T \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T, \quad (2.21)$$

em que a matriz  $\mathbf{A}$  é dada pela equação 2.16. Neste trabalho, vamos presumir que todos os dados são estatisticamente independentes e com igual variância dada por  $\sigma_{\Delta T^o}^2$ . Dessa premissa resulta que a matriz de covariância dos dados pode ser escrita como  $\mathbf{D} = \sigma_{\Delta T^o}^2 \mathbf{I}$ ,

em que  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade de ordem  $N$ . Utilizando essa matriz  $\mathbf{D}$ , a matriz de covariância dos parâmetros (eq. 2.20) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{C}(\mathbf{h}^*) = \sigma_{\Delta T^o}^2 [\mathbf{A}^T \mathbf{A}]^{-1}. \quad (2.22)$$

A diagonal principal da matriz  $\mathbf{C}(\mathbf{h}^*)$  contém a variância de cada elemento do vetor de parâmetros  $\mathbf{h}^*$  (BARD, 1973; ASTER; BORCHERS; THURBER, 2005). Matematicamente, isso pode ser escrito da seguinte forma:

$$\text{diag} [\mathbf{C}(\mathbf{h}^*)] = \mathbf{v}^*, \quad (2.23)$$

sendo o vetor  $\mathbf{v}^*$  representado por

$$\mathbf{v}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^* \\ \vdots \\ \mathbf{v}_L^* \end{bmatrix}_{3L \times 1}, \quad (2.24)$$

em que

$$\mathbf{v}_j^* = \begin{bmatrix} (\sigma_x^j)^2 \\ (\sigma_y^j)^2 \\ (\sigma_z^j)^2 \end{bmatrix}_{3 \times 1}, \quad j = 1, \dots, L, \quad (2.25)$$

sendo  $\sigma_\alpha^j$ ,  $\alpha = x, y, z$ , a incerteza de  $h_\alpha^j$  (eq. 2.13)

## 2.4 Mudança de coordenadas

O vetor de parâmetros  $\mathbf{h}^*$  como descrito na equação 2.19 está representado em coordenadas Cartesianas, em função dos elementos  $m_\alpha^j$ ,  $\alpha = x, y, z$ , do vetor  $\mathbf{m}_j$  (eq. 2.4). Entretanto, na literatura, o vetor magnetização total é comumente representado em termos de sua intensidade, declinação e inclinação. Então, por conveniência, representaremos o vetor  $\mathbf{h}_j$  (eq. 2.13) em coordenadas esféricas

$$\mathbf{h}^j = Q^j \begin{bmatrix} \cos I^j \cos D^j \\ \cos I^j \sin D^j \\ \sin I^j \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

em que a intensidade  $Q^j$  é dada por:

$$Q^j = [(h_x^j)^2 + (h_y^j)^2 + (h_z^j)^2]^{1/2} \quad (2.27)$$

e a inclinação  $I^j$  e a declinação  $D^j$  são, respectivamente, dadas por:

$$I^j = \arctan \left( \frac{h_z^j}{\sqrt{(h_x^j)^2 + (h_y^j)^2}} \right) \quad (2.28)$$

e

$$D^j = \arctan \left( \frac{h_y^j}{h_x^j} \right). \quad (2.29)$$

Nesse trabalho, presumimos que  $h_x^j$ ,  $h_y^j$  e  $h_z^j$  são estatisticamente independentes. Desta premissa resulta que a incerteza da intensidade  $Q^j$  (eq. 2.27) é dada por

$$\sigma_{Q_j} = \left[ \left( \frac{\partial Q_j}{\partial h_x^j} \sigma_x^j \right)^2 + \left( \frac{\partial Q_j}{\partial h_y^j} \sigma_y^j \right)^2 + \left( \frac{\partial Q_j}{\partial h_z^j} \sigma_z^j \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.30)$$

em que

$$\frac{\partial Q_j}{\partial h_\alpha^j} = \frac{h_\alpha^j}{Q_j}, \quad (2.31)$$

sendo  $\alpha = x, y, z$ . De forma análoga, a incerteza da inclinação  $I^j$  (eq. 2.28) é

$$\sigma_{I_j} = \left[ \left( \frac{\partial I_j}{\partial h_x^j} \sigma_x^j \right)^2 + \left( \frac{\partial I_j}{\partial h_y^j} \sigma_y^j \right)^2 + \left( \frac{\partial I_j}{\partial h_z^j} \sigma_z^j \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.32)$$

em que as derivadas em relação a  $h_x^j$ ,  $h_y^j$  e  $h_z^j$  são, respectivamente, dadas por

$$\frac{\partial I_j}{\partial h_x^j} = -\frac{h_x^j h_z^j}{\left( (h_x^j)^2 + (h_y^j)^2 \right)^{1/2} \left( (h_x^j)^2 + (h_y^j)^2 + (h_z^j)^2 \right)}, \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial I_j}{\partial h_y^j} = -\frac{h_y^j h_z^j}{\left( (h_x^j)^2 + (h_y^j)^2 \right)^{1/2} \left( (h_x^j)^2 + (h_y^j)^2 + (h_z^j)^2 \right)} \quad (2.34)$$

e

$$\frac{\partial I_j}{\partial h_z^j} = \frac{(h_x^j)^2 + (h_y^j)^2}{\left( (h_x^j)^2 + (h_y^j)^2 + (h_z^j)^2 \right)}. \quad (2.35)$$

Por fim, a incerteza da declinação  $D^j$  (eq. 2.29) é

$$\sigma_{D_j} = \left[ \left( \frac{\partial D_j}{\partial h_x^j} \sigma_x^j \right)^2 + \left( \frac{\partial D_j}{\partial h_y^j} \sigma_y^j \right)^2 + \left( \frac{\partial D_j}{\partial h_z^j} \sigma_z^j \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.36)$$

em que as derivadas em relação a  $h_x^j$ ,  $h_y^j$  e  $h_z^j$  são, respectivamente, dadas por

$$\frac{\partial D_j}{\partial h_x^j} = -\frac{h_y^j}{(h_y^j)^2 + (h_x^j)^2}, \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial D_j}{\partial h_y^j} = \frac{h_x^j}{(h_x^j)^2 + (h_y^j)^2}. \quad (2.38)$$

# 3 Resultados

## 3.1 Aplicação a dados sintéticos

A seguir apresentamos os resultados provenientes da aplicação do método para a interpretação de dados sintéticos. Primeiramente, apresentamos os resultados obtidos em testes sintéticos produzidos por corpos dipolares e com as coordenadas do centro conhecidas, que são as duas premissas da metodologia. Estes testes tem o objetivo de validar a metodologia proposta. Em seguida, apresentamos testes realizados para verificar os efeitos da violação das premissas da nossa metodologia.

### 3.1.1 Validação da metodologia

#### 3.1.1.1 Teste com um corpo

Para validar a metodologia, simulamos um corpo esférico (Figura 2), com raio  $R = 500\text{ m}$ , centro nas coordenadas  $x_0 = 5000\text{ m}$ ,  $y_0 = 5000\text{ m}$  e  $z_0 = 800\text{ m}$ , vetor de magnetização  $\mathbf{m}$  (eq. 2.4) com inclinação  $I = -40^\circ$ , declinação  $D = -13^\circ$  e intensidade  $\|\mathbf{m}\| = 8\text{ A/m}$ . Neste teste, simulamos um campo Geomagnético  $\mathbf{F}_i = \mathbf{F}$  (eq. 2.1),  $i = 1, \dots, N$ , constante em toda área de estudo, com intensidade  $23500\text{ nT}$ , inclinação  $-9,5^\circ$  e declinação  $-13^\circ$ . Calculamos a anomalia de campo total  $\Delta T_i$  (eq. 2.1),  $i = 1, \dots, N$ , em  $N = 2601$  pontos regularmente espaçados de  $200\text{ m}$  nas direções  $x$  (norte-sul) e  $y$  (leste-oeste), na área delimitada pelas coordenadas  $x_{min} = 0\text{ m}$ ,  $x_{max} = 10000\text{ m}$ ,  $y_{min} = 0\text{ m}$  e  $y_{max} = 10000\text{ m}$ . Os dados foram calculados no plano constante com coordenada  $z = 0\text{ m}$  e foram contaminados com um ruído pseudo-aleatório, de distribuição Gaussiana, com média  $\mu = 0\text{ nT}$  e desvio padrão  $\sigma = 5\text{ nT}$ . Neste teste, estes dados simulam uma anomalia de campo total observada  $\Delta\mathbf{T}^o$  e estão representados na Figura 3.

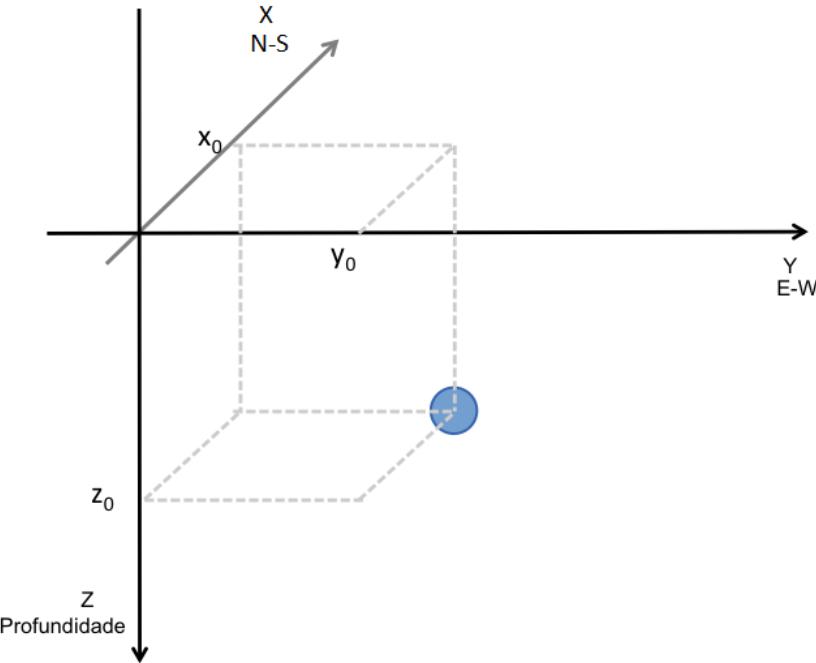


Figura 2: Teste sintético com um corpo esférico. Representação esquemática de um corpo esférico com raio  $R = 500\text{ m}$ , centro nas coordenadas  $x_0 = 5000\text{ m}$ ,  $y_0 = 5000\text{ m}$  e  $z_0 = 800\text{ m}$ , com inclinação  $I = -40^\circ$ , declinação  $D = -13^\circ$  e intensidade  $\|\mathbf{m}\| = 8\text{ A/m}$ .

Em seguida, aplicamos a metodologia descrita no Capítulo 2 aos dados observados  $\Delta \mathbf{T}^o$  (Figura 3). Para tanto, presumimos que as coordenadas  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$  do centro do corpo são conhecidas e iguais aos valores verdadeiros. Além disso, consideramos conhecidos o vetor  $\hat{\mathbf{F}}$  (eq. 2.11) e a incerteza dos dados  $\sigma_{\Delta \mathbf{T}^o} = 5\text{ nT}$ . Utilizando estas informações, estimamos o vetor de parâmetros  $\mathbf{h}^*$  (eq. 2.19) e a matriz de covariância  $\mathbf{C}(\mathbf{h}^*)$  (eq. 2.22). Por fim, calculamos a intensidade  $Q$  (eq. 2.27), inclinação  $I$  (eq. 2.28), declinação  $D$  (eq. 2.29) e as respectivas incertezas  $\sigma_Q$  (eq. 2.30),  $\sigma_I$  (eq. 2.32) e  $\sigma_D$  (eq. 2.36). Estes valores estão mostrados na Tabela 1.

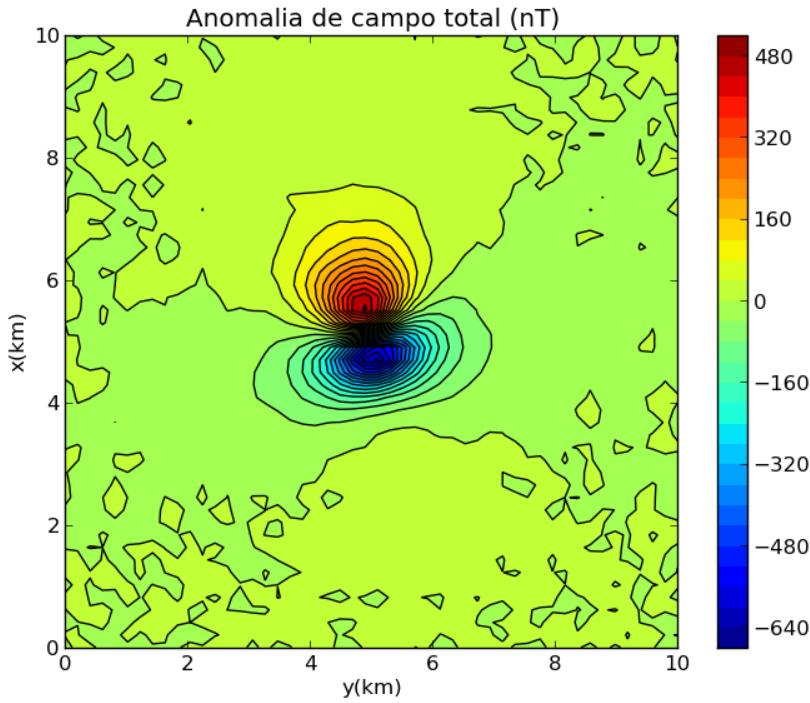


Figura 3: Teste sintético com um corpo esférico. Anomalia de campo total produzida pelo corpo sintético representado esquematicamente na Figura 2. Esses dados foram calculados no plano  $z = 0\text{ m}$ , em  $N = 2601$  pontos regularmente espaçados de  $200\text{ m}$  nas direções  $x$  (norte-sul) e  $y$  (leste-oeste). Os dados foram contaminados por ruído Gaussiano de média  $0$  e desvio padrão  $5\text{ nT}$ . O campo Geomagnético simulado possui intensidade  $23500\text{ nT}$ , inclinação  $-9.5^\circ$  e declinação  $-13^\circ$ .

Parâmetros	$Q\text{ (HAM)}$	$I\text{ (}^\circ\text{)}$	$D\text{ (}^\circ\text{)}$
Verdadeiros	$418,88$	$-40$	$-13$
Estimados	$417,13 \pm 0,01$	$-41,38 \pm 0,04$	$-12,85 \pm 0,02$

Tabela 1: Teste sintético com um corpo esférico. Comparaçāo entre os parāmetros verdadeiros e estimados. As incertezas da intensidade, inclinação e declinação foram calculadas pelas equações 2.30, 2.32 e 2.36, respectivamente.

Os parāmetros estimados sāo muito próximos aos verdadeiros (Tabela 1) e produzem os dados preditos  $\mathbf{d}^e$  (eq. 2.15) mostrados na Figura 4 (linhas tracejadas azuis). Observe que os dados preditos ajustam os dados observados (linhas vermelhas da Figura 4), o que pode ser comprovado pelo histograma dos resíduos mostrado na Figura 4. Note que o histograma dos resíduos é Gaussiano com média  $-0,135\text{ nT}$  e desvio padrão  $5,091\text{ nT}$ , que sāo muito próximos aos valores que descrevem o ruído que foi adicionado aos dados.

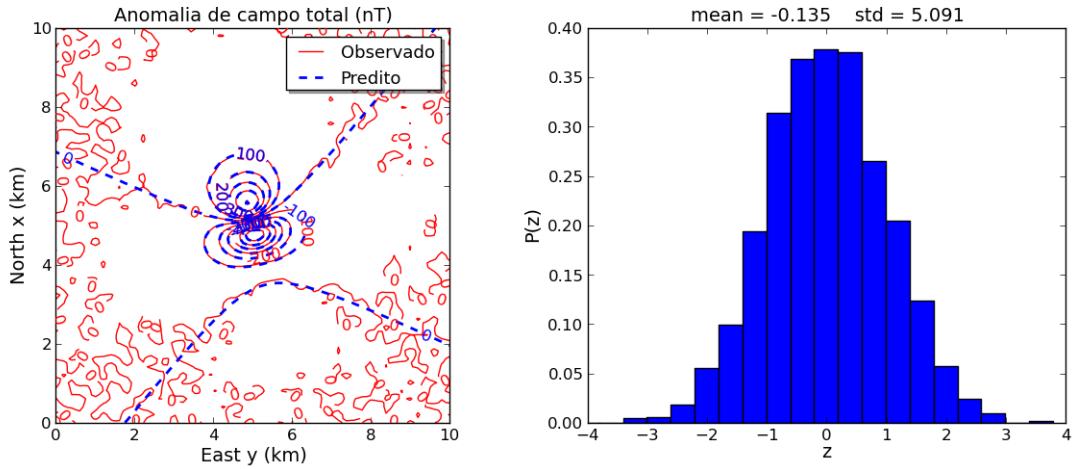


Figura 4: Teste sintético com um corpo esférico. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) produzidos pelo corpo sintético representado esquematicamente na Figura 2 e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 1). À direita, histograma dos resíduos, que é a diferença entre os dados sintéticos (linhas vermelhas à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas à esquerda).

### 3.1.1.2 Teste com dois corpos

Nesta subseção, apresentamos os resultados provenientes da aplicação da nossa metodologia aos dados sintéticos produzidos por dois corpos esféricos, com raios  $R^1 = 3200\text{ m}$  e  $R^2 = 2700\text{ m}$ , centros nas coordenadas  $x_0^1 = 11500\text{ m}$ ,  $y_0^1 = 15400\text{ m}$ ,  $z_0^1 = 3200\text{ m}$  e  $x_0^2 = 23830\text{ m}$ ,  $y_0^2 = 36350\text{ m}$  e  $z_0^2 = 2970\text{ m}$ , vetores de magnetização  $\mathbf{m}^j$ ,  $j = 1, 2$  (eq. 2.4), com inclinações  $I^1$  e  $I^2 = -40^\circ$ , declinações  $D^1$  e  $D^2 = -13^\circ$  e intensidades  $\|\mathbf{m}^1\| = 3,5\text{ A/m}$  e  $\|\mathbf{m}^2\| = 12,1\text{ A/m}$ . Neste teste, simulamos um campo Geomagnético  $\mathbf{F}_i = \mathbf{F}$  (eq. 2.1),  $i = 1, \dots, N$ , constante em toda área de estudo, com intensidade  $23500\text{ nT}$ , inclinação  $-9,5^\circ$  e declinação  $-13^\circ$ . Calculamos a anomalia de campo total  $\Delta T_i$  (eq. 2.1),  $i = 1, \dots, N$ , em  $N = 8281$  pontos regularmente espaçados de  $500\text{ m}$  nas direções  $x$  (norte-sul) e  $y$  (leste-oeste), na área delimitada pelas coordenadas  $x_{min} = 0\text{ m}$ ,  $x_{max} = 45000\text{ m}$ ,  $y_{min} = 0\text{ m}$  e  $y_{max} = 45000\text{ m}$ . Os dados foram calculados no plano constante com coordenada  $z = -150\text{ m}$ , contaminados com um ruído pseudo-aleatório de distribuição Gaussiana, média  $\mu = 0\text{ nT}$  e desvio padrão  $\sigma = 5\text{ nT}$ . Neste teste, estes dados simulam uma anomalia de campo total observada  $\Delta \mathbf{T}^o$  e estão representados na Figura 5. Estes dados contaminados com ruído simulam os dados observados neste teste numérico.

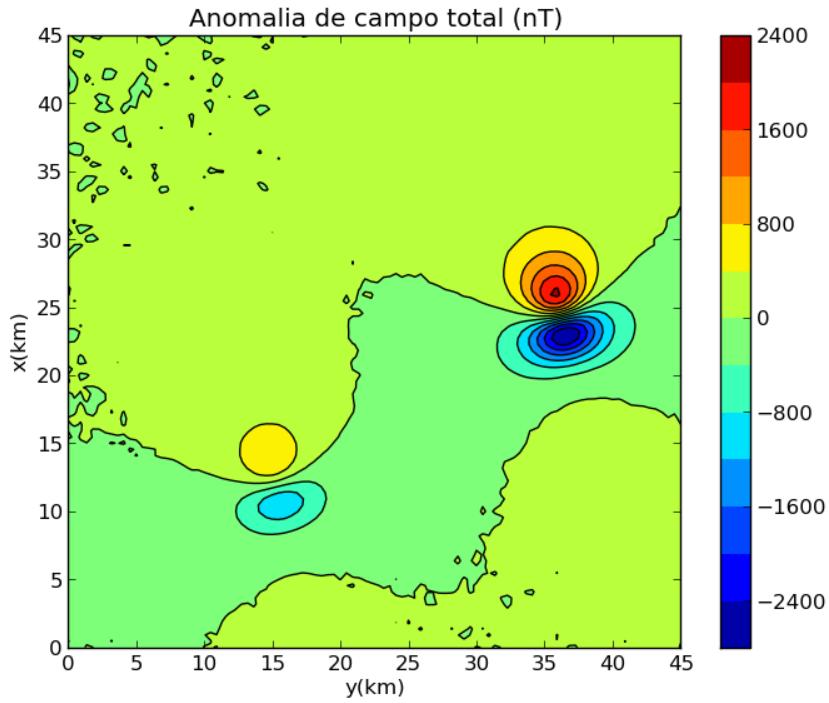


Figura 5: Teste sintético com dois corpos esféricos. Anomalia de campo total produzida por dois corpos esféricos , com raios  $R^1 = 3200\text{ m}$  e  $R^2 = 2700\text{ m}$ , centros nas coordenadas  $x_0^1 = 11500\text{ m}$ ,  $y_0^1 = 15400\text{ m}$ ,  $z_0^1 = 3200\text{ m}$  e  $x_0^2 = 2700\text{ m}$ ,  $y_0^2 = 23830\text{ m}$  e  $z_0^2 = 2970\text{ m}$ , vetores de magnetização  $\mathbf{m}^j$ ,  $j = 1, 2$  (eq. 2.4) com inclinações  $I^1$  e  $I^2 = -40^\circ$ , declinações  $D^1$  e  $D^2 = -13^\circ$  e intensidades  $\|\mathbf{m}^1\| = 3.5\text{ A/m}$  e  $\|\mathbf{m}^2\| = 12.1\text{ A/m}$ . Esses dados foram calculados no plano  $z = -150\text{ m}$  e contaminados por ruído Gaussiano de média 0 e desvio padrão 5 nT. O campo Geomagnético simulado possui intensidade 23500 nT, inclinação  $-9.5^\circ$  e declinação  $-13^\circ$ .

Em seguida, aplicamos a metodologia descrita no Capítulo 2 aos dados observado  $\Delta \mathbf{T}^o$  (Figura 5). Para tanto, presumimos que as coordenadas do centro dos corpos são conhecidas e iguais aos valores verdadeiros. Além disso, consideramos conhecidos o vetor  $\hat{\mathbf{F}}$  (eq. 2.11) e a incerteza dos dados  $\sigma_{\Delta \mathbf{T}^o} = 5\text{ nT}$ . Utilizando estas informações, estimamos o vetor de parâmetros  $\mathbf{h}^*$  (eq. 2.19) e a matriz de covariância  $\mathbf{C}(\mathbf{h}^*)$  (eq. 2.22). Por fim, calculamos a intensidade  $Q$  (eq. 2.27), inclinação  $I$  (eq. 2.28), declinação  $D$  (eq. 2.29) e as respectivas incertezas  $\sigma_Q$  (eq. 2.30),  $\sigma_I$  (eq. 2.32) e  $\sigma_D$  (eq. 2.36). Estes valores estão mostrados na Tabela 2.

Parâmetros	$Q$ ( $HAm$ )	$I$ ( $^{\circ}$ )	$D$ ( $^{\circ}$ )
Verdadeiro corpo 1	48041	-40	-13
Estimados corpo 1	$48043 \pm 0,00$	$-39,98 \pm 0,02$	$-12,97 \pm 0,08$
Verdadeiro corpo 2	99762	-40	-13
Estimados corpo 2	$99748 \pm 0,00$	$-39,97 \pm 0,01$	$-13,00 \pm 0,03$

Tabela 2: Teste sintético com dois corpos esféricicos. Comparação entre os parâmetros verdadeiros e estimados. As incertezas da intensidade, inclinação e declinação foram calculadas pelas equações 2.30, 2.32 e 2.36, respectivamente.

Tal como no teste anterior, os parâmetros estimados são muito próximos aos verdadeiros (Tabela 2) e produzem os dados preditos  $\mathbf{d}^e$  (eq. 2.15) mostrados na Figura 6 (linhas tracejadas azuis). Observe que os dados preditos ajustam os dados observados (linhas vermelhas da Figura 6), o que pode ser comprovado pelo histograma dos resíduos mostrado na Figura 6. Note que o histograma dos resíduos é Gaussiano com media  $-0,004$   $nT$  e desvio padrão  $4,980$   $nT$ , que são muito próximos aos valores que descrevem o ruido que foi adicionado aos dados.

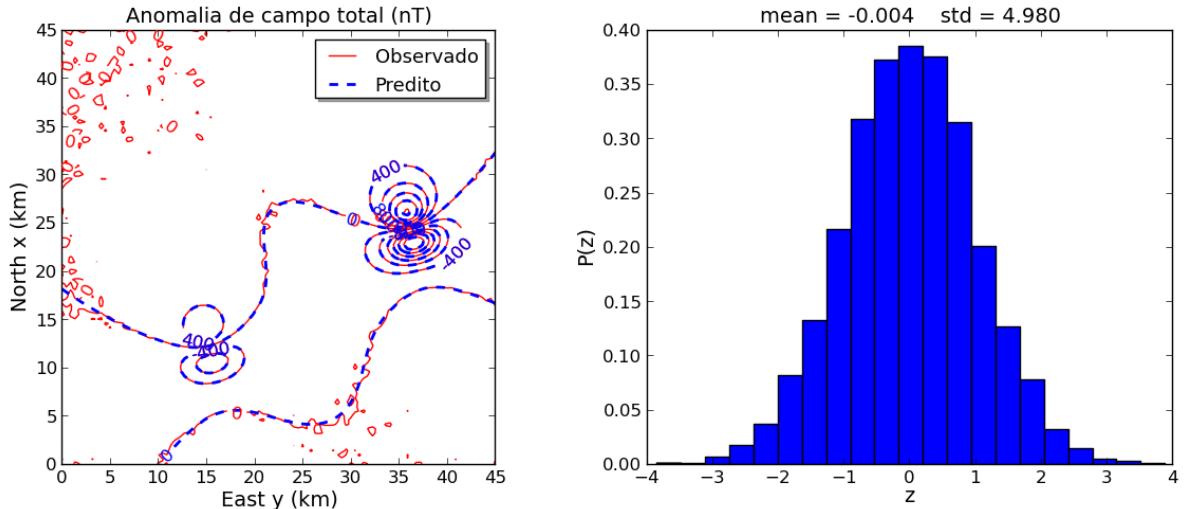


Figura 6: Teste sintético com dois corpos esféricicos. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 2). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas à esquerda).

### 3.1.2 Violão das premissas da metodologia

Nesta subseção apresentamos testes sintéticos que têm o objetivo de analisar os resultados obtidos pela metodologia proposta neste trabalho quando a premissa do conhecimento da forma e das coordenadas do centro dos corpos são violadas.

#### 3.1.2.1 Erro nas coordenadas do centro do corpo

Para analisar como os erros nas coordenadas do centro da fonte influenciam os resultados obtidos pela metodologia proposta neste trabalho (cap. 2), utilizamos os dados mostrados na Figura 4, que são produzidos por um corpo sintético esférico e foram descritos previamente na subseção 3.1.1.1. A seguir, mostramos os resultados obtidos com a metodologia proposta neste trabalho presumindo-se um erro de 200 m na posição do centro do corpo sintético esférico, de acordo com as Tabelas 3, 5, 7, 9, 11 e 13. Os parâmetros estimados nestes testes são mostrados nas Tabelas 4, 6, 8, 10, 12 e 14. Os ajustes produzidos nestes testes são mostrados nas Figuras 9 - 13.

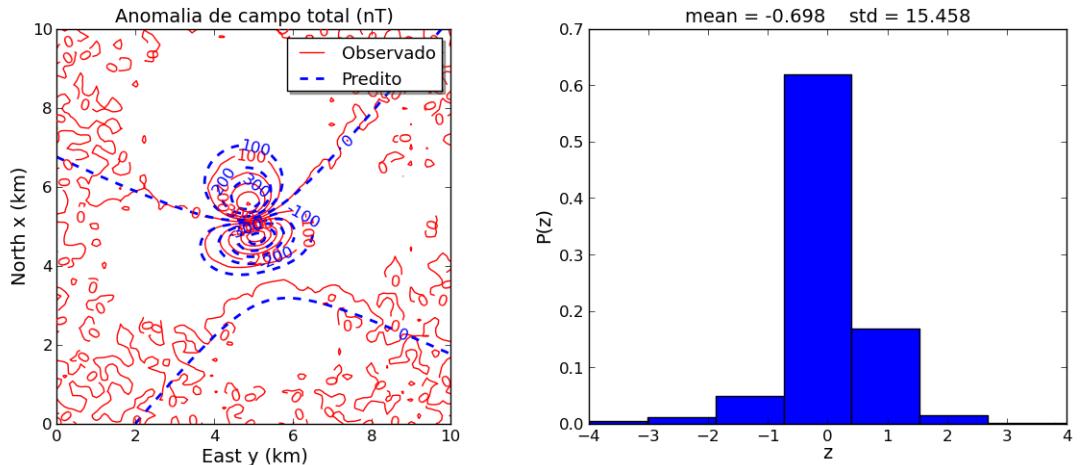


Figura 7: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 4). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas à esquerda).

Posição do centro	$x_0$ (m)	$y_0$ (m)	$z_0$ (m)
Verdadeira	5000	5000	800
Presumida	5000	5000	1000

Tabela 3: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está deslocado 200 m para baixo, ao longo do eixo  $z$ .

De maneira geral, os resultados mostram que a presença de erros nas coordenadas do centro do corpo verdadeiro impossibilitam o ajuste dos dados, como pode ser visto

nos histogramas dos resíduos mostrados nas Figuras 9 -13. Além disso, observa-se que a direção de magnetização estimada é muito próxima da verdadeira quando os erros nas coordenadas do centro do corpo verdadeiro são na vertical, tal como mostrado nas Tabelas 4 e 6. Por outro lado, se os erros nas coordenadas do centro do corpo verdadeiro são na horizontal, a direção de magnetização estimada pode ser muito diferente da verdadeira, tal como mostrado nas Tabelas 8, 10, 12 e 14. Os resultados mostram que os erros nas coordenadas horizontais ( $x_0$  e  $y_0$ ) do centro da fonte leva à grandes erros nas estimativas da direção de magnetização (inclinações e declinações Tabelas 2 - 11), quando comparadas com ao vetor de magnetização verdadeiro. Por outro lado, as declinações e inclinações estimadas são menos sensíveis à escolhas errada da profundidade (coordenada vertical,  $z_0$ ) do centro da fonte (Tabela 2 - 11). Estes resultados sobre a localização do centro da fonte ao longo das direções horizontais do que na direção vertical. Felizmente, a sensibilidade do método da deconvolução de Euler para estimar a localização de fontes magnéticas 3D funciona na direção oposta. [Silva, Barbosa e Medeiros \(2001\)](#) mostraram, para fontes magnéticas 2D, que as posições horizontais estimadas pela deconvolução de Euler são mais robustas do que as estimativas das posições verticais porque elas são insensíveis à escolha do índice estrutura errado e ao ruído do lado. Isto significa dizer que as posições horizontais estimadas pela deconvolução de Euler são mais precisas. Para fontes magnéticas 3D, a melhor precisão das estimativas das posições horizontais ( $x_0$  e  $y_0$ ) pela deconvolução de Euler foi confirmada por [Silva e Barbosa \(2003\)](#) e [Melo et al. \(2013\)](#). Esta característica torna a deconvolução de Euler adequada para fornecer a localização do centro da fonte magnética para ser usado no método proposto como informação a priori na formação da matriz dada pela equação 2.6.

Parâmetros	$Q$ (HAm)	$I$ ( $^{\circ}$ )	$D$ ( $^{\circ}$ )
Verdadeiro	418,88	-40	-13
Estimados	$635,33 \pm 0,01$	$-41,32 \pm 0,04$	$-12,89 \pm 0,02$

Tabela 4: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está localizado nas coordenadas mostradas na Tabela 3. Esta tabela apresenta a comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados.

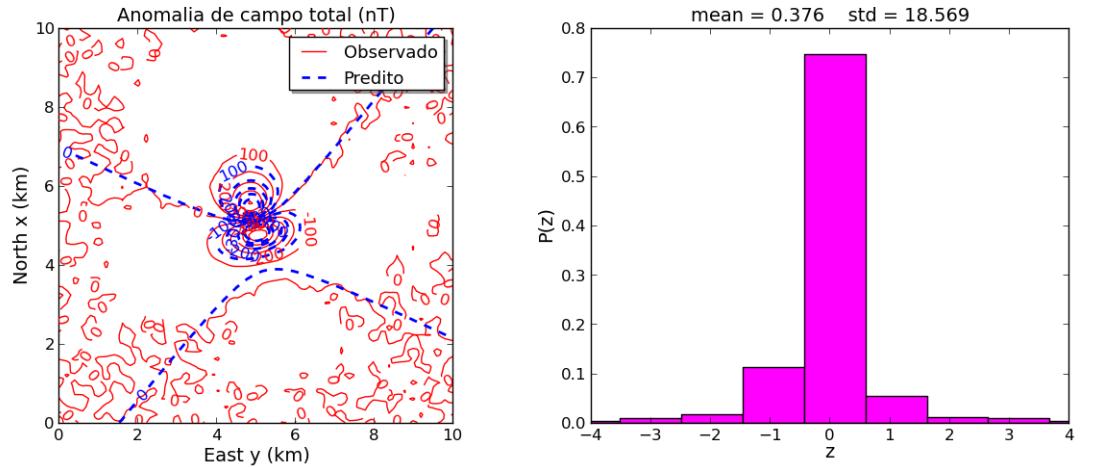


Figura 8: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 4). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda.

Posição do centro	$x_0$ (m)	$y_0$ (m)	$z_0$ (m)
Verdadeira	5000	5000	800
Presumida	5000	5000	600

Tabela 5: Teste sintético com erro no centro das coordenadas do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está deslocado 200 m para cima, ao longo do eixo  $z$ .

Parâmetros	$Q$ (HAm)	$I$ ( $^{\circ}$ )	$D$ ( $^{\circ}$ )
Verdadeiro	418,88	-40	-13
Estimados	$225,47 \pm 0,01$	$-41,48 \pm 0,04$	$-12,80 \pm 0,02$

Tabela 6: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está localizado nas coordenadas mostradas na Tabela 5. Esta tabela apresenta a comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados.

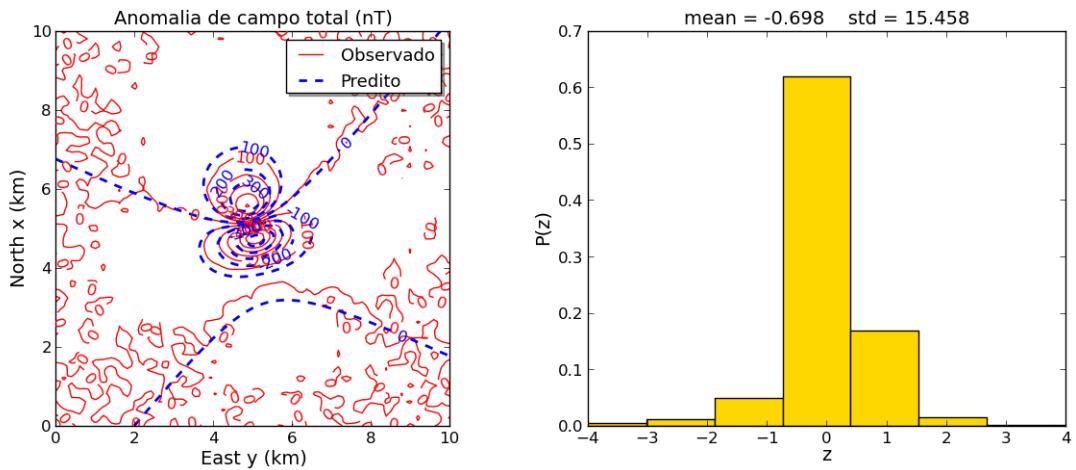


Figura 9: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 6). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda.

Posição do centro	$x_0$ (m)	$y_0$ (m)	$z_0$ (m)
Verdadeira	5000	5000	800
Presumida	5200	5000	800

Tabela 7: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está deslocado 200 m para o norte, ao longo do eixo N-S ou  $x$ .

Parâmetros	$Q$ (HAM)	$I$ ( $^{\circ}$ )	$D$ ( $^{\circ}$ )
Verdadeiro	418, 88	-40	-13
Estimados	$383, 57 \pm 0, 01$	$-66, 44 \pm 0, 02$	$-27, 01 \pm 0, 39$

Tabela 8: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está localizado nas coordenadas mostradas na Tabela 7. Esta tabela apresenta a comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados.

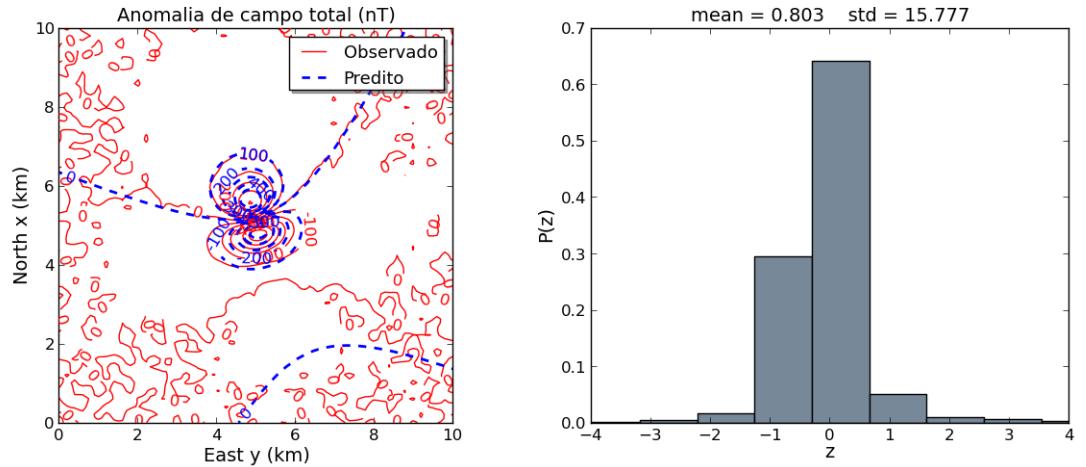


Figura 10: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 8). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda.

Posição do centro	$x_0$ (m)	$y_0$ (m)	$z_0$ (m)
Verdadeira	5000	5000	800
Presumida	4800	5000	800

Tabela 9: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está deslocado 200 m para o sul, ao longo do eixo  $x$ .

Parâmetros	$Q$ (HAm)	$I$ ( $^{\circ}$ )	$D$ ( $^{\circ}$ )
Verdadeiro	418, 88	-40	-13
Estimados	$426, 66 \pm 0, 01$	$-19, 22 \pm 0, 04$	$-10, 17 \pm 0, 16$

Tabela 10: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está localizado nas coordenadas mostradas na Tabela 9. Esta tabela apresenta a comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados.

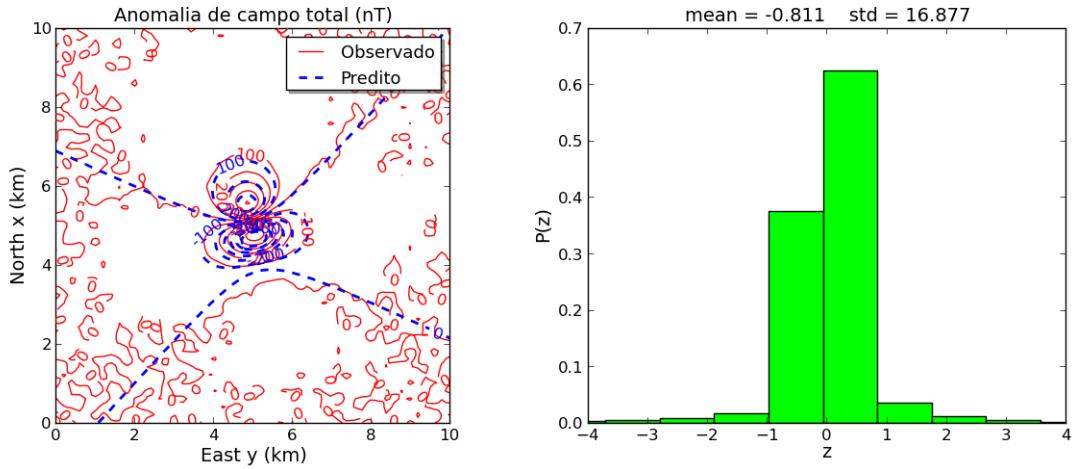


Figura 11: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 10). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda.

Posição do centro	$x_0$ (m)	$y_0$ (m)	$z_0$ (m)
Verdadeira	5000	5000	800
Presumida	5000	5200	800

Tabela 11: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está deslocado 200 m para o oeste, ao longo do eixo  $y$ .

Parâmetros	$Q$ (HAM)	$I$ ( $^{\circ}$ )	$D$ ( $^{\circ}$ )
Verdadeiro	418,88	-40	-13
Estimados	$426,89 \pm 0,01$	$-34,03 \pm 0,05$	$-32,65 \pm 0,16$

Tabela 12: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está localizado nas coordenadas mostradas na Tabela 11. Esta tabela apresenta a comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados.

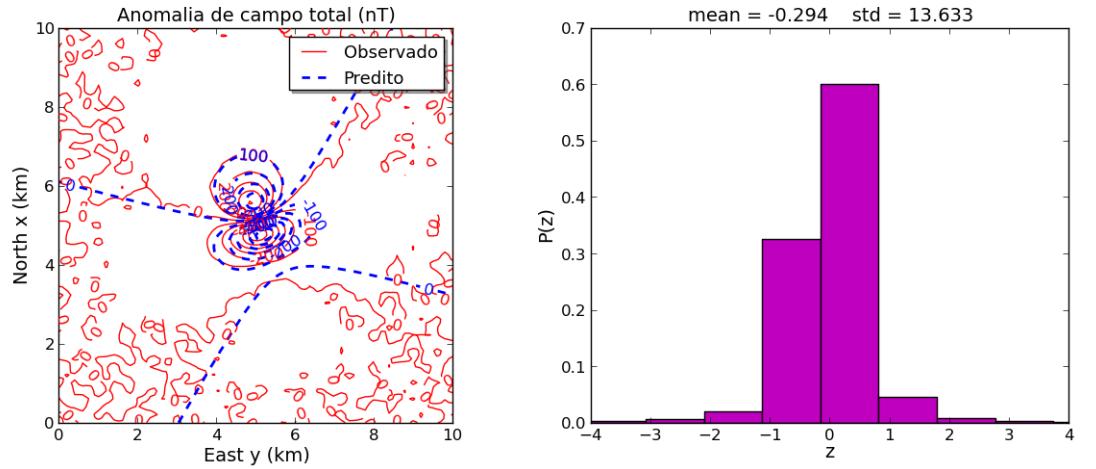


Figura 12: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 12). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda.

Posição do centro	$x_0$ (m)	$y_0$ (m)	$z_0$ (m)
Verdadeira	5000	5000	800
Presumida	5000	4800	800

Tabela 13: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está deslocado 200 m para o leste, ao longo do eixo  $y$ .

Parâmetros	$Q$ (HAM)	$I$ ( $^{\circ}$ )	$D$ ( $^{\circ}$ )
Verdadeiro	418,88	-40	-13
Estimados	$421,31 \pm 0,01$	$-43,21 \pm 0,04$	$13,98 \pm 0,20$

Tabela 14: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. Neste teste, presumimos que o centro do corpo está localizado nas coordenadas mostradas na Tabela 13. Esta tabela apresenta a comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados.

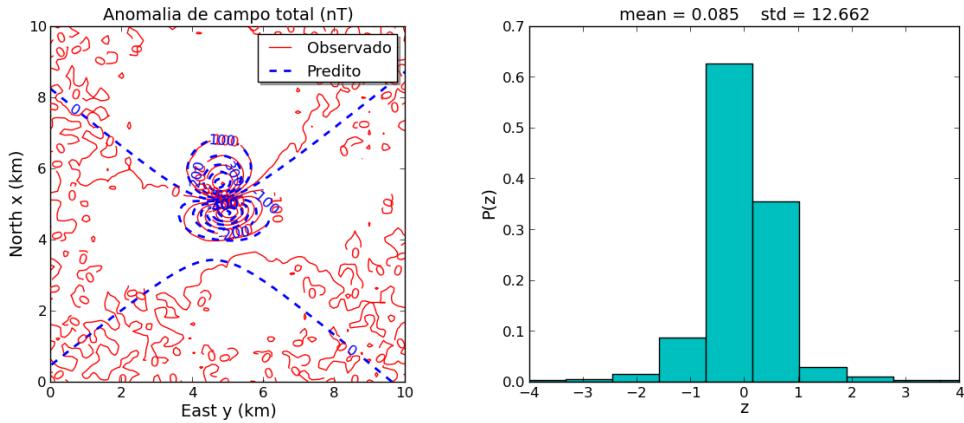


Figura 13: Teste sintético com erro nas coordenadas do centro do corpo. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 14). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda) e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda.

### 3.1.2.2 Corpos não-esféricos

Nesta subseção, apresentamos os resultados obtidos com a metodologia proposta para estimar a direção de magnetização do corpo sintético mostrado na Figura 14. Este corpo é um prisma retangular com tamanho horizontal 2000 m na direção norte-sul, 1000 m na direção leste-oeste, extensão vertical de 1000 m, topo na profundidade  $z = 0$  m, centro nas coordenadas  $x_0 = 5000$  m,  $y_0 = 5000$  m e  $z_0 = 500$  m e vetor de magnetização  $\mathbf{m}$  (eq. 2.4) com intensidade  $\|\mathbf{m}\| = 6$  A/m, com inclinação  $I = -40^\circ$  e declinação  $D = -13^\circ$ . Neste teste, simulamos um campo Geomagnético  $\mathbf{F}_i = \mathbf{F}$  (eq. A.12),  $i = 1, \dots, N$ , constante em toda área de estudo, com intensidade 23500 nT, declinação  $-9.5^\circ$  e inclinação  $-13^\circ$ . Aplicamos o nosso método para interpretar a anomalia de campo total produzida por esse corpo sintético em diferentes níveis (Figura 14). Em cada nível, os dados foram calculados em  $N = 10000$  pontos igualmente distribuídos em um grid delimitado pelas coordenadas  $x_{min} = 0$  m,  $x_{max} = 10000$  m,  $y_{min} = 0$  m e  $y_{max} = 10000$  m. Os dados foram calculados nos planos constantes com coordenadas  $z = 0$  m,  $z = -856$  m e  $z = -1286$  m, os quais foram contaminados com um ruído pseudo-aleatório, de distribuição Gaussiana, com média  $\mu = 0$  nT e desvio padrão  $\sigma = 5$  nT. Os parâmetros estimados são mostrados na Tabela 15 e os ajustes produzidos nestes testes são mostrados nas Figuras 16 -18.

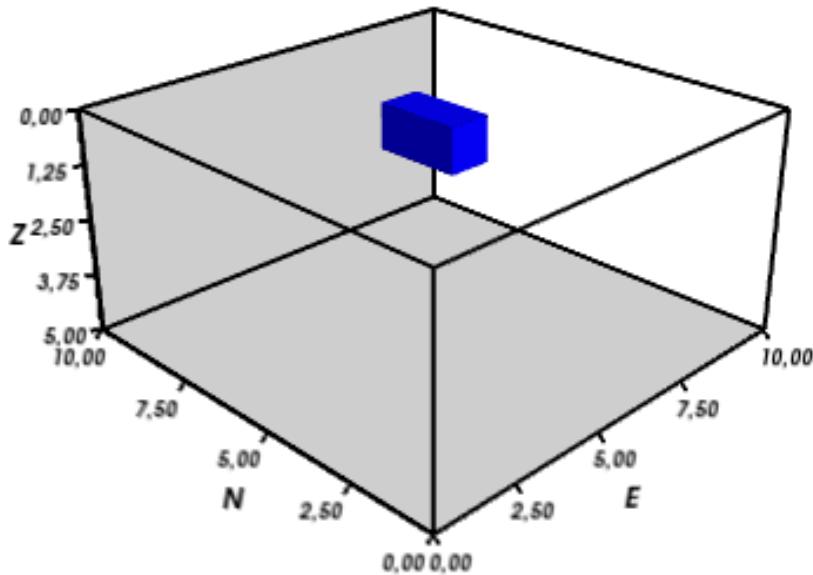


Figura 14: Teste sintético com um prisma. Representação gráfica de um prisma reto, retangular e com centro nas coordenadas  $x_0 = 5000\text{ m}$ ,  $y_0 = 5000\text{ m}$  e  $z_0 = 500\text{ m}$ . Este prisma possui dimensões  $2000\text{ m}$ ,  $1000\text{ m}$  e  $1000\text{ m}$  ao longo dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente, e está uniformemente magnetizado com inclinação  $I = -40^\circ$ , declinação  $D = -13^\circ$  e intensidade  $\|\mathbf{m}\| = 6\text{ A/m}$

Parâmetros	$I\text{ }(\circ)$	$D\text{ }(\circ)$
Verdadeiros	-40	-13
Estimados a altura $0\text{ m}$	$-40,21 \pm 0,02$	$-55,05 \pm 0,06$
Estimados a altura $-857\text{ m}$	$-40,79 \pm 0,03$	$-17,64 \pm 0,13$
Estimados a altura $-1286\text{ m}$	$-40,55 \pm 0,04$	$-15,46 \pm 0,20$

Tabela 15: Teste sintético com um prisma. Comparação entre os parâmetros verdadeiros e os estimados. Cada estimativa foi obtida a partir de uma anomalia de campo total em uma altura  $z$  diferente,  $z = 0\text{ m}$ ,  $z = -857\text{ m}$  e  $z = -1286\text{ m}$  (Figura 15).

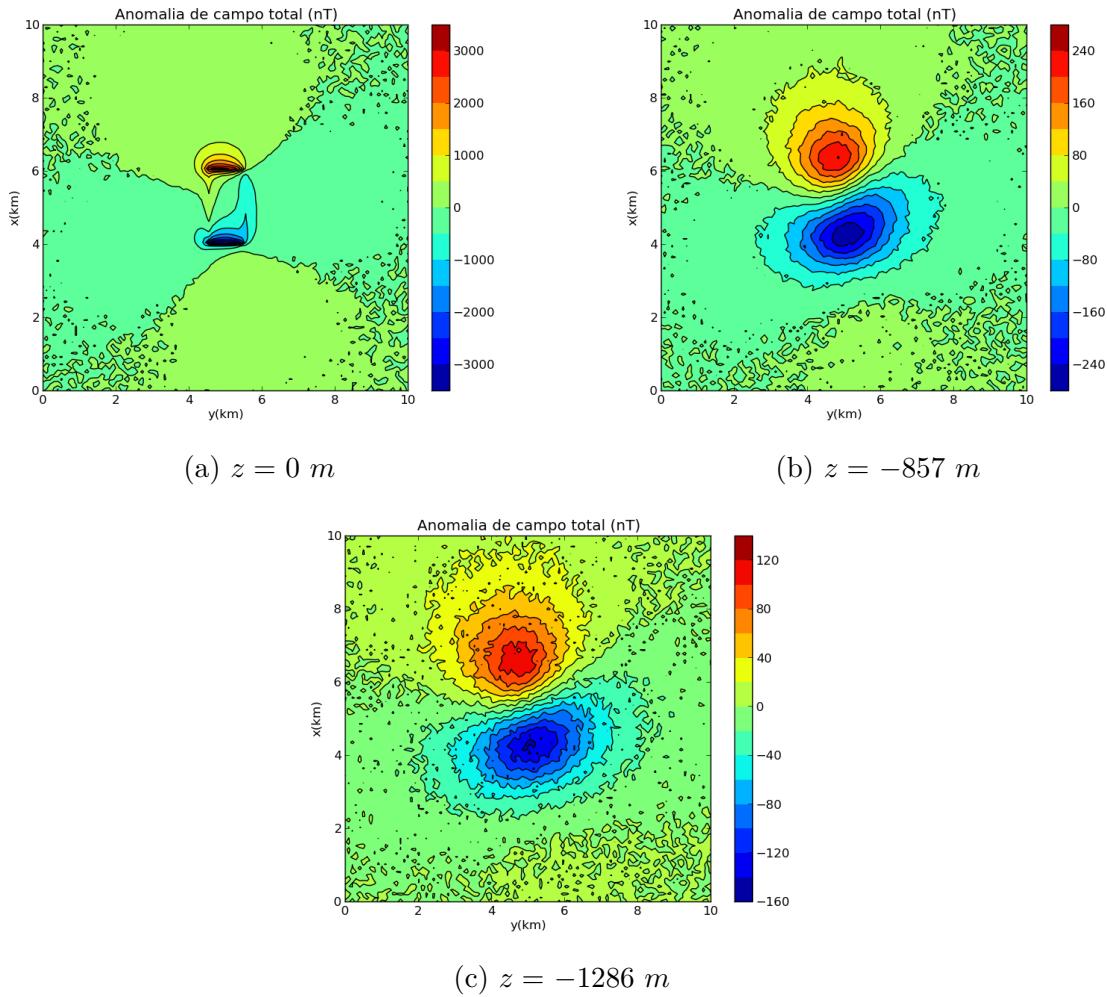


Figura 15: Teste sintético com um prisma. Anomalia de campo total produzida pelo corpo sintético representado esquematicamente na Figura 14. Esses dados foram calculados nos planos (a)  $z = 0\text{ m}$ , (b)  $z = -857\text{ m}$  e (c)  $z = -1286\text{ m}$ . O campo Geomagnético simulado possui intensidade 23500  $nT$ , inclinação  $-9,5^\circ$  e declinação  $-13^\circ$ .

Os resultados mostram que os parâmetros estimados não são próximos aos verdadeiros (Tabela 15) quando aplicamos o nosso método aos dados em  $z = 0\text{ m}$  (Figura 15a). Observe que os dados obtidos neste teste (linhas azuis tracejadas na Figura 16) não ajustam os dados observados (linhas vermelhas da Figura 16), como pode ser comprovado pelo histograma dos resíduos mostrado na Figura 16. Note que o histograma dos resíduos possui média 3,52  $nT$  e desvio padrão 209,83  $nT$ , que são muito discrepantes em relação aos valores que descrevem o ruído que foi adicionado aos dados (5  $nT$ ).

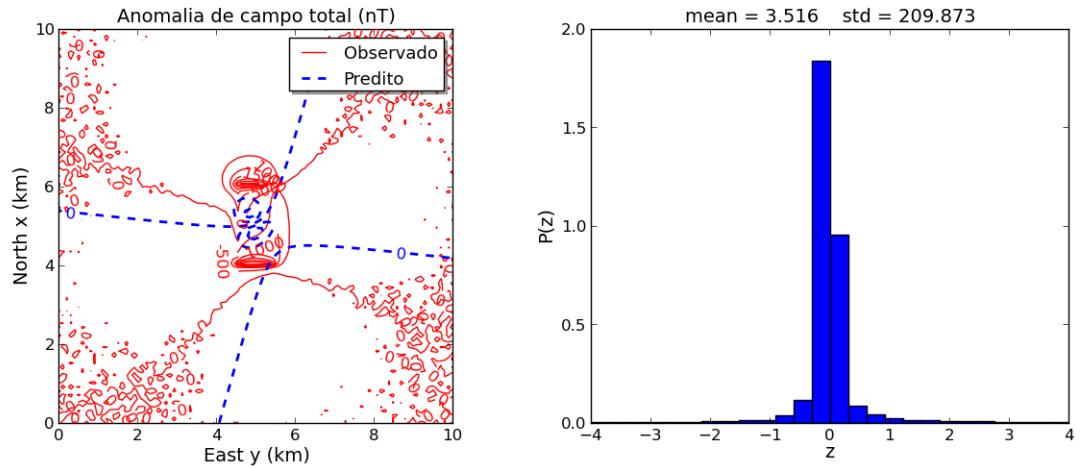


Figura 16: Teste sintético com um prisma. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) em  $z = 0$  m (Figura 15a) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 15). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda.

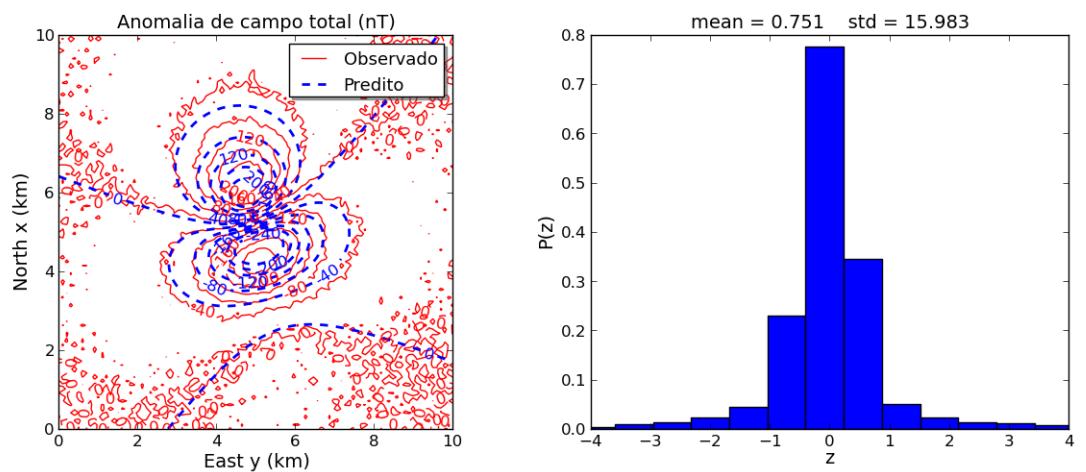


Figura 17: Teste sintético com um prisma. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) em  $z = -857$  m (Figura 15b) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 15). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda.

Por outro lado, ao aplicarmos o método aos dados em  $z = -1286 \text{ m}$ , (15c), observa-se que os parâmetros estimados se aproximam dos valores verdadeiros (Tabela 15). Observe que os dados preditos obtidos neste teste (linhas azuis tracejadas na Figura 18) produzem um ajuste muito melhor do que o obtido no teste com os dados em  $z = 0 \text{ m}$  (Figura 16), o que pode ser comprovado pelo histograma dos resíduos mostrado na Figura 18. Note que o histograma dos resíduos possui média  $0,55 \text{ nT}$  e desvio padrão  $7,45 \text{ nT}$ , que são próximos aos valores que descrevem o ruido que foi adicionado aos dados.

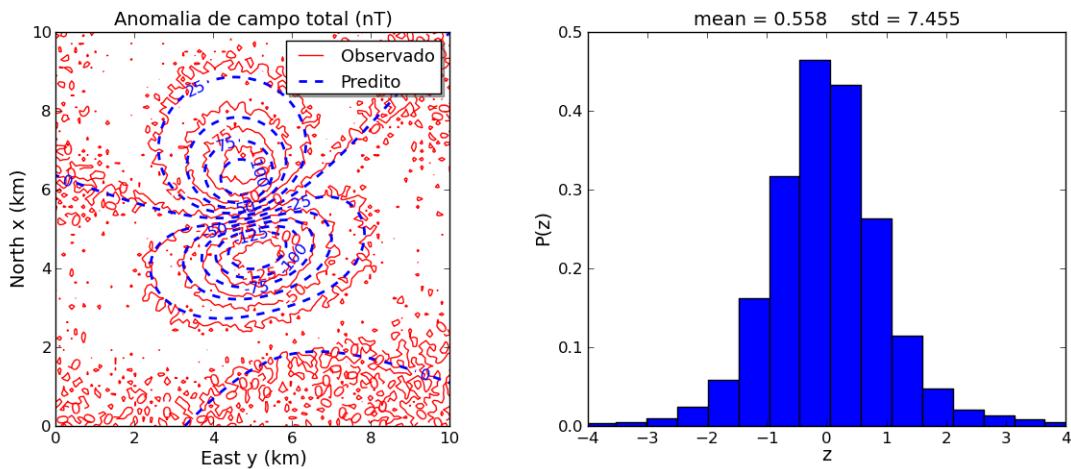


Figura 18: Teste sintético com um prisma. À esquerda, comparação entre os dados observados (linhas vermelhas) em  $z = -1286 \text{ m}$  (Figura 15c) e os dados preditos (linhas azuis tracejadas) pelos parâmetros estimados na inversão (Tabela 15). À direita, histograma dos resíduos entre os dados sintéticos (linhas vermelhas) à esquerda e preditos (linhas azuis tracejadas) à esquerda.

Essa melhora nos resultados obtidos para a situação em que a fonte está mais distante dos dados é compatível com o fato de que a anomalia produzida por um corpo não-esférico tende a ficar próxima daquela que seria produzida por um corpo esférico se a distância até a fonte aumenta. Isto é, os efeitos não-dipolares são atenuados a medida em que os dados se distanciam da fonte. Nesse sentido, a anomalia de campo total produzida por uma fonte não-esférica (não-dipolar), quando continuada para cima, se aproxima daquela que seria produzida por uma fonte esférica. Nesse caso, os efeitos não-dipolares são atenuados, o que possibilita aplicarmos o nosso método para estimar a direção de magnetização de corpos não-esféricos.

## 3.2 Aplicação a dados reais

Na região Centro-Oeste do Brasil, no estado de Goiás, há uma ocorrência de rochas alcalinas na borda norte da Bacia do Paraná, datadas do Cretáceo, que vêm sendo estudadas desde os anos 60. Em um estudo regional, [ALMEIDA \(1983\)](#) denominou as ocorrências dessas rochas alcalinas como Província Ígnea de Rio Verde-Iporá. Posteriormente, [Sgarbi e Gaspar \(2002\)](#) agruparam a Província Ígnea de Rio Verde-Iporá e as Províncias Ígneas do Alto Paranaíba (localizadas entre os estados de Minas Gerais e Goiás) sob o nome de Província Alcalina de Minas-Goiás. Segundo esses autores, a Província Alcalina de Minas-Goiás seria dividida em quatro subprovíncias: Mata da Corda, Alto Paranaíba, Iporá e Santo Antônio da Barra. Em um estudo feito no mesmo ano, [Junqueira-Brod et al. \(2005\)](#) retomaram o conceito de duas províncias distintas. Estes autores mantiveram o nome anterior de Província Ígnea do Alto Paranaíba para designar as rochas alcalinas localizadas no oeste do estado de Minas Gerais, próximo à cidade de Catalão (GO), e denominaram as rochas alcalinas próximas às cidades de Iporá (GO) e Rio Verde (GO) como Província Alcalina de Goiás (PAGO), tal como mostrado na Figura 19. Neste trabalho, utilizamos essa nomenclatura proposta por [Junqueira-Brod et al. \(2005\)](#).

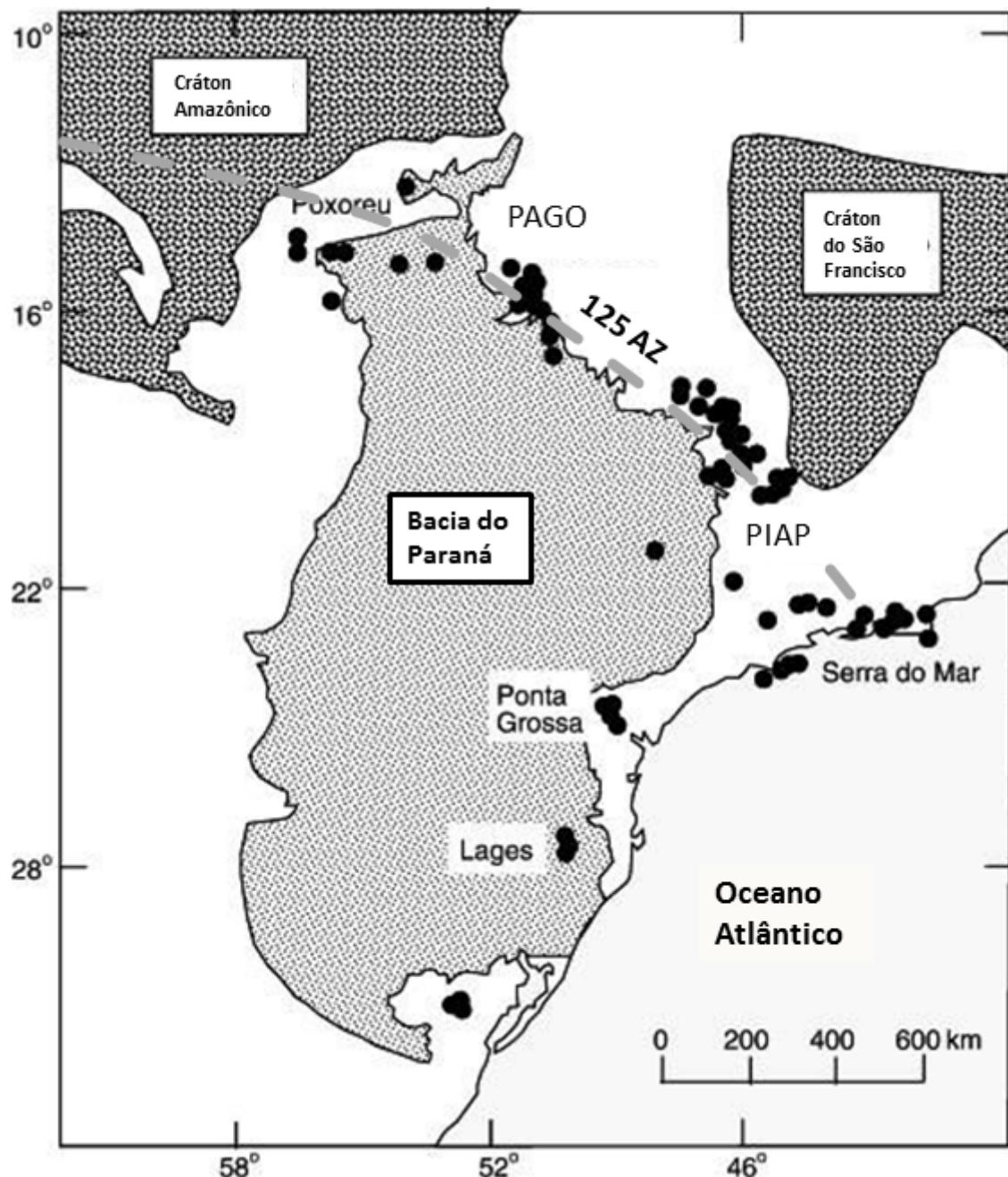


Figura 19: Mapa de localização central e sul, mostrando a localização das muitas províncias Alcalinas (grandes círculos pretos), entre dois cráticos e Bacia do Paraná. Tanto a Província Ígnea Alto Paranaíba (PIAP) como Província Alcalina Goiás (PAGO) estão a margem da Bacia do Paraná. Essas duas províncias acompanham a direção do lineamento AZ 125 (linha tracejadas). Figura modificada do [Sgarbi e Gaspar \(2002\)](#).

A PAGO é formada por intrusões alcalinas de caráter ultramáfico, que apresentam uma imensa variedade de tipos petrográficos ([JUNQUEIRA-BROD et al., 2005](#); [DARDENNE M.A.; SCHOBENHAUS, 2003](#)). Na porção norte da PAGO, destacamos os complexos alcalinos Montes Claros de Goiás, Córrego dos Bois, Morro do Macaco e Fazenda Buriti (Figura 20).

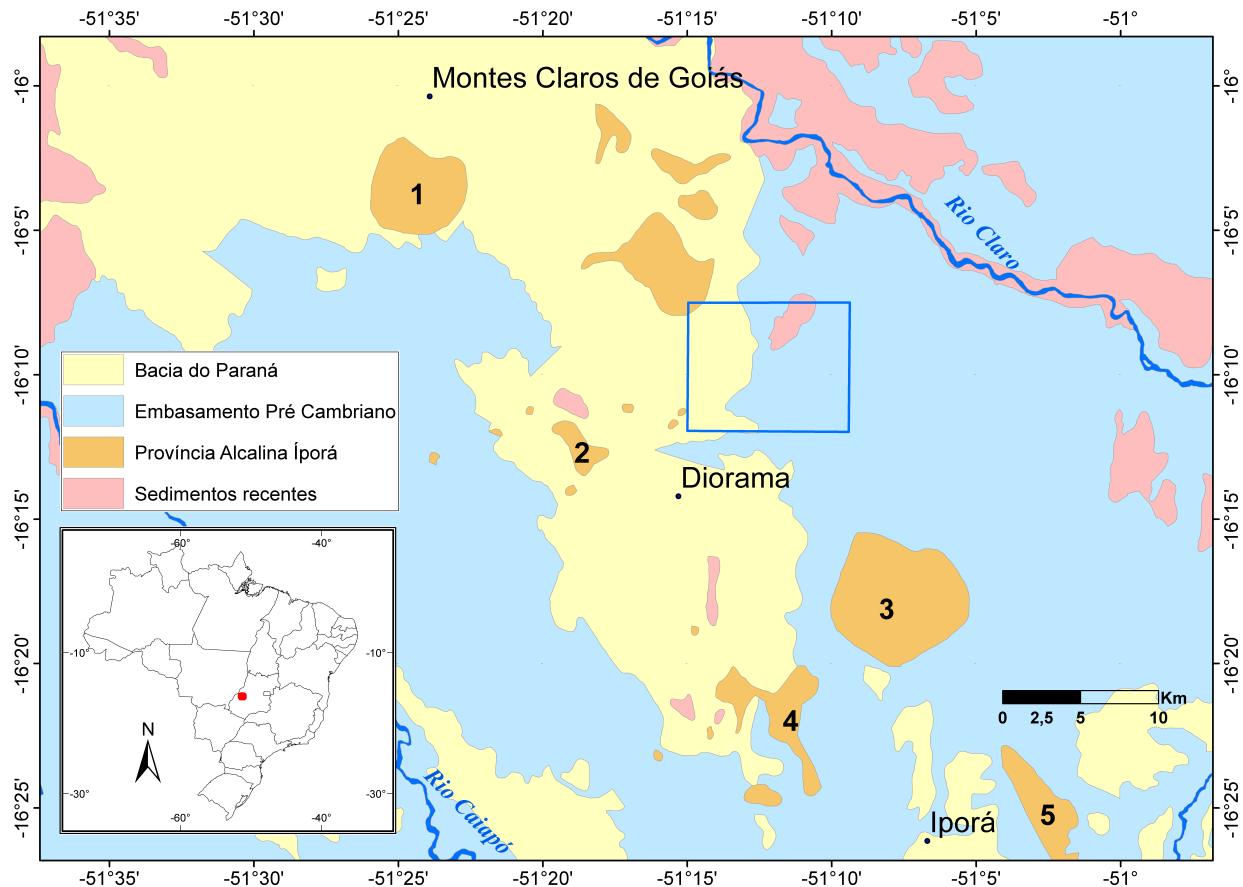


Figura 20: Localização da anomalia na PAGO. Mapa geológico simplificado da área de estudo, localização da anomalia estudada (retângulo azul), cidades próximas (pontos pretos) e identificação dos complexos alcalinos: (1) Montes Claros de Goiás, (3) Córrego dos Bois, (4) Fazenda Buriti e (5) Morro do Macaco e as (2) intrusões subvulcânicas de Diorama . O datum horizontal é o elipsoide WGS84.

Entre as cidades de Iporá e Montes Claros, próximo a cidade de Diorama (Figura 20), existem intrusões subvulcânicas (Figura 20, número 2), diques<sup>1</sup>, plugs<sup>2</sup> e sills de pecrito<sup>3</sup>. Em 2004, essa região foi recoberta pelo Levantamento Aerogeofísico do Estado de Goiás, Arco Magmático de Arenópolis - Sequência de Juceilândia, realizado pela empresa LASA Engenharia e Prospecções S.A. Neste levantamento, foram coletados dados aeromagnéticos com linhas de voo na direção N-S, espaçados de 500 m, e linhas de controle na direção E-W, espaçadas de 5000 m. Ao longo das linhas, o espaçamento entre as medidas é de aproximadamente 8 m e a altura de voo do levantamento (em relação ao terreno) é de aproximadamente 100 m (altura geométrica de aproximadamente 500 m). O campo geomagnético regional que foi removido dos dados foi calculado utilizando o IGRF

<sup>1</sup> Corpos magmáticos intrusivos, tabulares, com forte mergulho e discordantes das rochas encaixantes.

<sup>2</sup> Pequenos corpos magmáticos, intrusivos e de forma grosseiramente circular.

<sup>3</sup> Corpos tabulares, intrusivos, sub-horizontais, constituídos de rocha basáltica rica em olivina e concordantes com as rochas encaixantes.

avaliado época 2004.64, com inclinação igual a  $-19,5^{\circ}$  e declinação  $-18,5^{\circ}$ . De acordo com esses dados, essa região é caracterizada por anomalias magnéticas (Figura 21) causadas por corpos geológicos com intensa magnetização remanente. Trabalhos anteriores indicam que as principais fontes magnéticas nessa região são as intrusões ígneas da PAGO (MARANGONI; MANTOVANI, 2013).

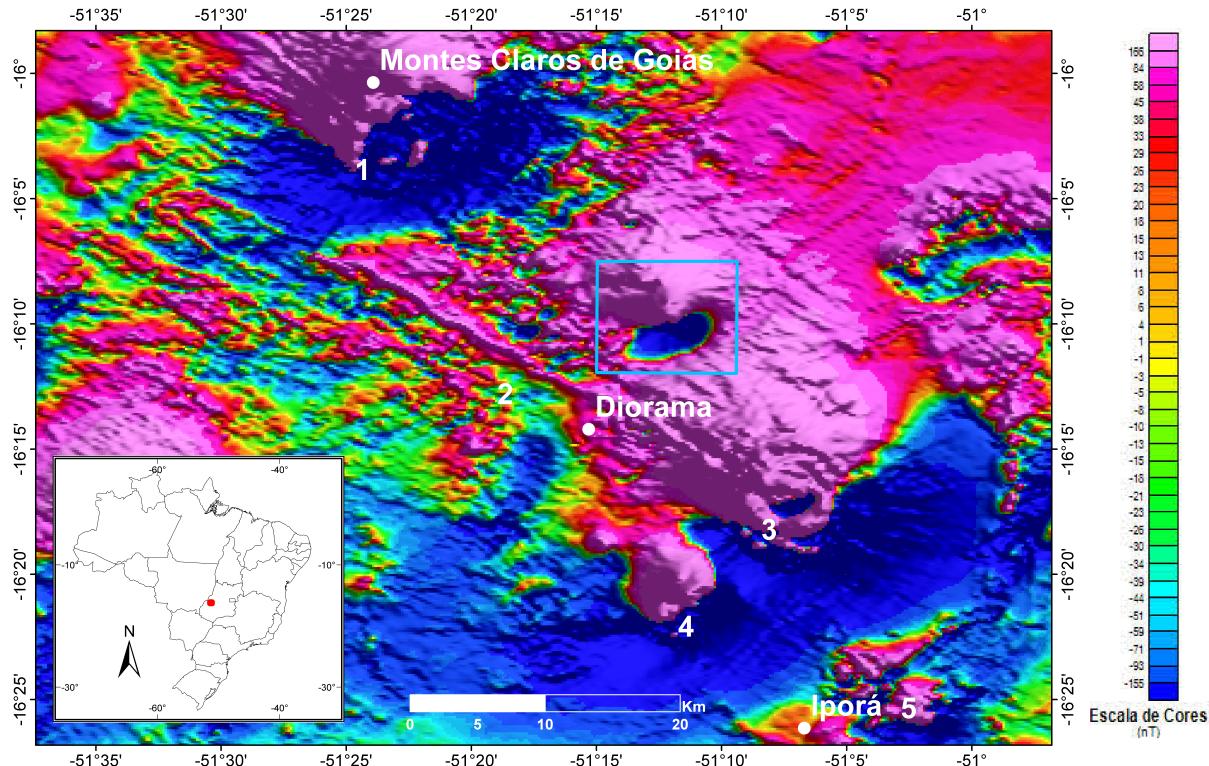


Figura 21: Localização da anomalia na PAGO. Mapa da anomalia de campo total com a localização da anomalia estudada (retângulo azul), cidades próximas (pontos brancos) e identificação dos complexos alcalinos: (1) Montes Claros de Goiás, (3) Córrego dos Bois, (4) Fazenda Buriti e (5) Morro do Macaco e as (2) intrusões subvulcânicas de Diorama. O datum horizontal é o elipsoide SAD69.

Neste trabalho, apresentamos os resultados obtidos na aplicação no nosso método para interpretar uma anomalia de campo total mostrada na Figura 22, localizada na região próximo à cidade de Diorama (retângulos azuis nas Figuras 20 e 21).

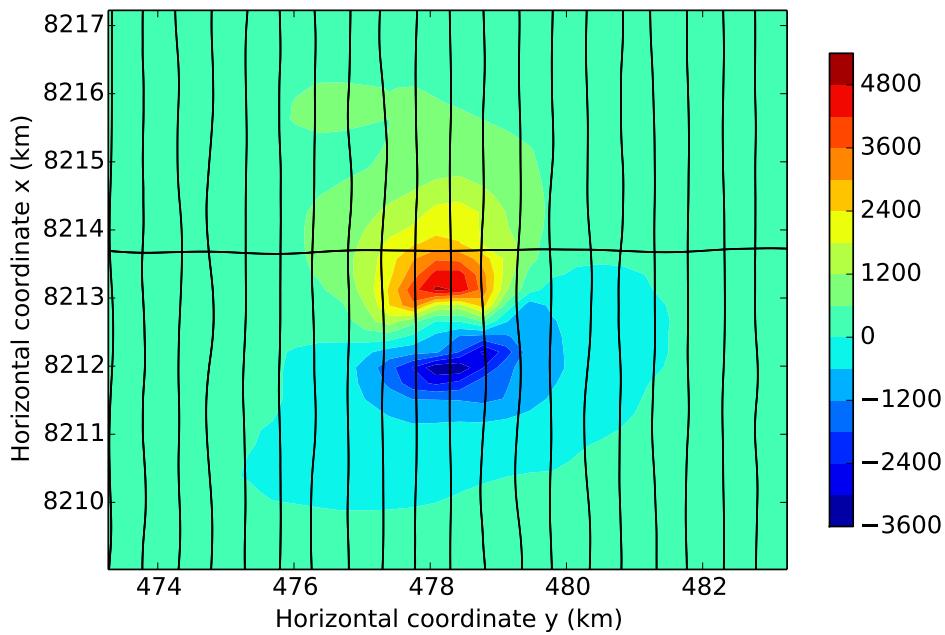


Figura 22: Aplicação a dados reais sobre a PAGO. Anomalia de campo total observada na região delimitada pelo retângulo azul nas Figuras 20 e 21. Os valores estão em  $nT$  e as coordenadas estão em  $UTM\ km$  sobre o datum horizontal *SAD69*. O meridiano central é o  $51^\circ$  oeste e a origem das coordenadas leste e norte são  $500\ km$  e  $10000\ km$ , respectivamente. As linhas pretas representam as linhas de voo.

Para tanto, os dados foram continuados para cima (Figura 23) em uma grade regular, com altitude geométrica constante de  $1000\ m$  utilizando-se a técnica da Camada Equivalente Polinomial (OLIVEIRA; BARBOSA; UIEDA, 2012).

Feito isso, estimamos o centro de corpo por meio da Deconvolução de Euler com índice estrutural igual a 3. A Camada Equivalente Polinomial e a Deconvolução de Euler utilizadas são aquelas que estão disponíveis no software livre Fatiando a Terra e podem ser acessadas no site ([www.fatiando.org](http://www.fatiando.org)). Com o nosso método, estimamos uma inclinação de  $-69,26^\circ \pm 0,00$  e uma declinação de  $-16,23^\circ \pm 0,02$ . Para validar o resultado obtido, realizamos uma redução ao polo (pela técnica da Camada Equivalente Polinomial) utilizando a direção de magnetização total estimada. O resultado se encontra na Figura 24.

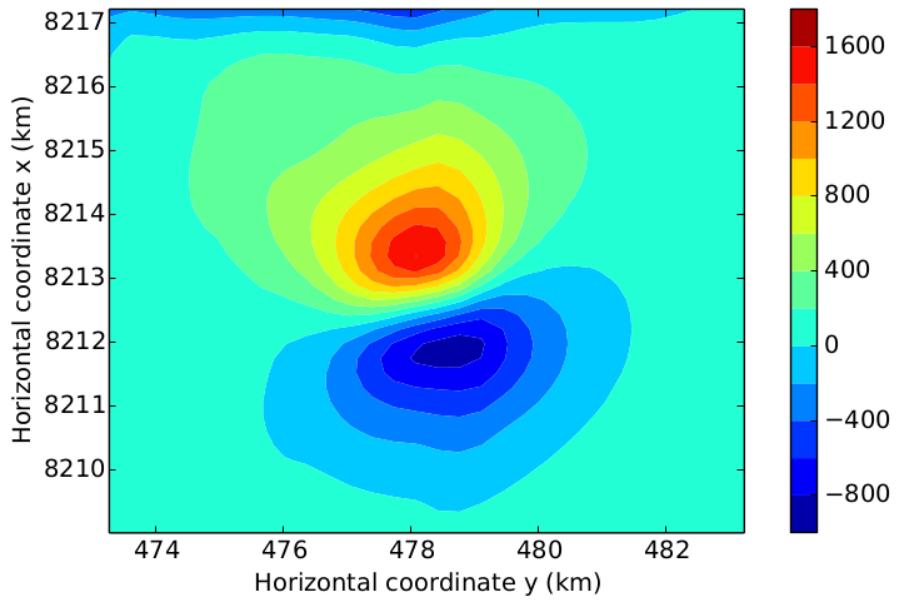


Figura 23: Aplicação a dados reais sobre a PAGO. Anomalia de campo total (Figura 22) continuada para cima em uma superfície plana com altitude geométrica constante igual a 1000 m.

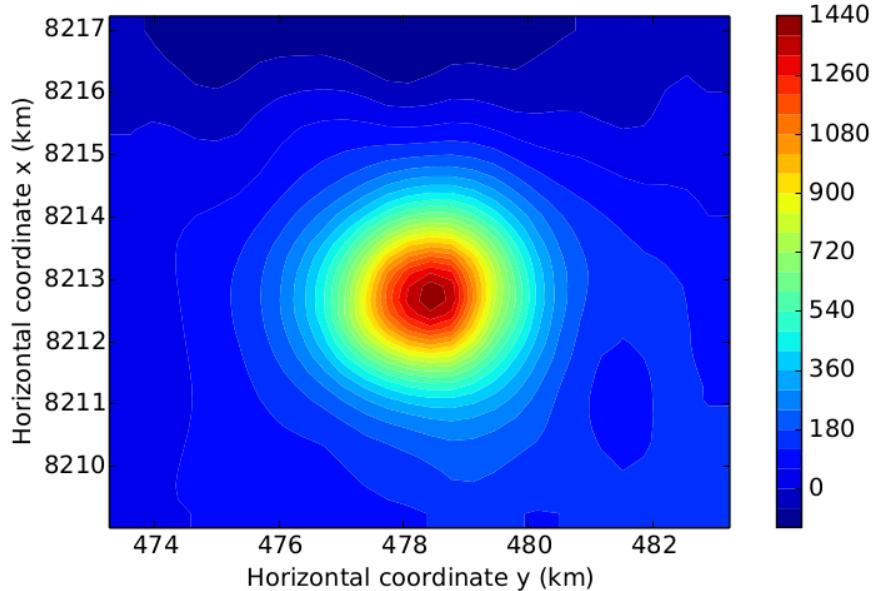


Figura 24: Aplicação a dados reais sobre a PAGO. Anomalia de campo total (Figura 22) reduzida ao polo utilizando-se a direção de magnetização estimada neste trabalho ( $I = -69, 26^\circ$  e  $D = -16, 23^\circ$ ).

A Figura 24 mostra que a redução ao polo removeu completamente o caráter dipolar da anomalia de campo total (Figura 22), o que indica que a direção de magnetização estimada é muito próxima da verdadeira. Esta mesma direção de magnetização também foi utilizada para reduzir ao polo a anomalia de campo total sobre o complexo alcalino de Montes Claros de Goiás (Figura 25), conforme pode ser observado na Figura 26.

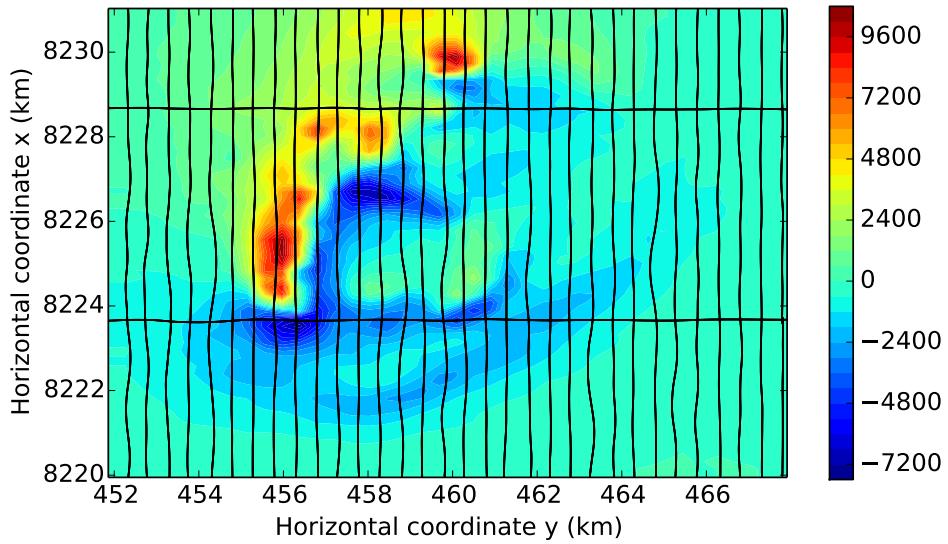


Figura 25: Aplicação a dados reais sobre a PAGO. Anomalia de campo total observada sobre o complexo alcalino de Montes Claros de Goiás (Figuras 20 e 21). Os valores estão em  $nT$  e as coordenadas estão em *UTM km* sobre o datum horizontal *SAD69*. O meridiano central é o  $51^{\circ}$  oeste e a origem das coordenadas leste e norte são  $500\text{ km}$  e  $10000\text{ km}$ , respectivamente. As linhas pretas representam as linhas de voo.

Os resultados (Figura 26) mostram que a anomalia foi reduzida ao polo de forma satisfatória, indicando que a direção de magnetização total deste complexo alcalino deve ser aproximadamente a mesma daquela estimada para a região de Diorama. Esse resultado é consistente com o fato de que essas duas anomalias magnéticas são causadas por corpos pertencentes a PAGO e com aproximadamente a mesma idade geológica.

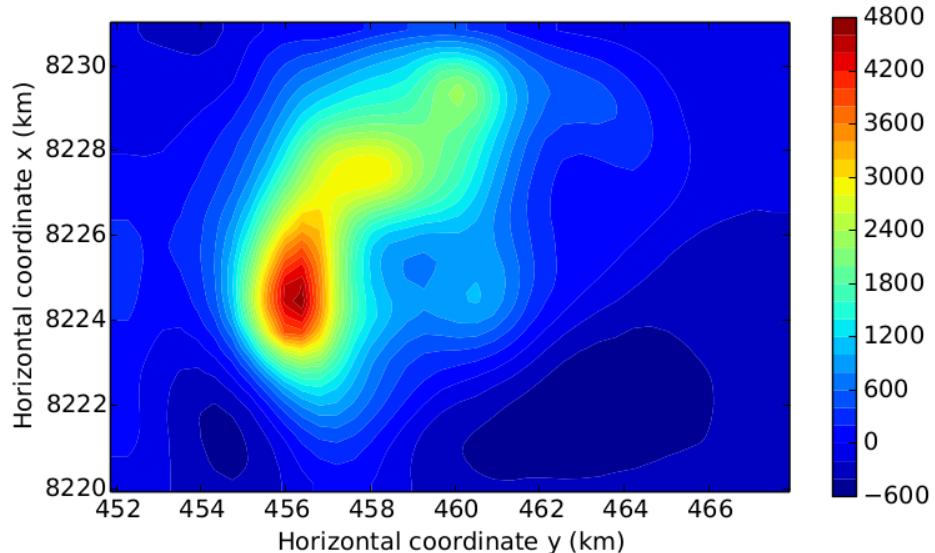


Figura 26: Aplicação a dados reais sobre a PAGO. Anomalia de campo total (Figura 25) reduzida ao polo utilizando-se a direção de magnetização estimada neste trabalho ( $I = -69, 26^{\circ}$  e  $D = -16, 23^{\circ}$ ).



## 4 Conclusão

Apresentamos um método computacionalmente efetivo para estimar a direção de magnetização de múltiplas fontes com formato aproximadamente esférico por meio da inversão da anomalia de campo total produzida por estas. Consideramos que a posição do centro das fontes é conhecida. Nossa método pode ser aplicado para interpretar múltiplas fontes com diferentes direções de magnetização, permite a utilização de dados irregularmente espaçados sobre superfícies onduladas e pode ser aplicado diretamente aos dados de anomalia de campo total sem a necessidade de computar qualquer transformação prévia, tais como redução ao polo, gradiente total ou anomalia de amplitude total. O método é baseado na minimização da norma  $L2$  dos resíduos entre as anomalias de campo total observada e predita, o que resulta na solução de um problema inverso linear para obter uma estimativa de mínimos quadrados das componentes do vetor de magnetização das fontes magnéticas. A solução numérica do problema inverso é praticamente instantânea, o que mostra a eficiência computacional do nosso método.

Os resultados obtidos com dados sintéticos simulando fontes esféricas e com centros conhecidos, mostram o ótimo desempenho do nosso método em recuperar a direção de magnetização verdadeira. Aplicações a dados sintéticos que violam a premissa do conhecimento do centro da fonte mostram que o nosso método é muito sensível à presença de erros na posição horizontal do centro da fonte. Por outro lado, nosso método é capaz de produzir bons resultados se os erros na posição do centro da fonte são na direção vertical. Pode-se pensar que a forte sensibilidade do método proposto a incerteza nas horizontais dos centros das fontes é uma desvantagem. Felizmente, isto não é verdade por que as coordenadas horizontais do centros das fontes magnéticas são bem estimadas pelo método de Euler. Adicionalmente, mostramos como a continuação para cima pode ser útil para possibilitar a aplicação do nosso método na interpretação de corpos não-esféricos, que produzem anomalias de campo total com feições não-dipolares. Estas feições não-dipolares podem afetar severamente os resultados obtidos quando os dados estão próximos às fontes. Invertendo-se o dado continuado para cima as feições não-dipolares da anomalias magnéticas são atenuadas e o método proposto estima razoavelmente bem a direção de magnetização das fontes.

A aplicação do nosso método a dados reais sobre a Província Alcalina de Goiás (PAGO), no norte da Bacia do Paraná, mostram que o nosso método pode ser uma ferramenta poderosa na interpretação de cenários geológicos reais. A direção de magnetização estimada em uma região da PAGO, próxima às intrusões subvulcânicas de Diorama, sugerem a presença de fontes não-aflorantes com intensa magnetização remanente, concordando com trabalhos anteriores. A partir dessa direção de magnetização estimada

obtivemos reduções ao polo predominantemente positivas não somente para a região de Diorama, mas também para outra região denominada como complexo alcalino de Montes Claros de Goiás. Estes resultados mostram que as fontes não-aflorantes na região de Diorama possuem praticamente a mesma direção de magnetização daquelas no complexo alcalino de Montes Claros de Goiás, o que sugere que estas fontes intrudiram a crosta dentro do mesmo intervalo de tempo geológico.

O método proposto deve ser utilizado com cautela na interpretação de ambientes geológicos muito complexos. Embora a continuação para cima se mostrou útil para contornar as dificuldades envolvidas na interpretação de anomalias de campo total com feições fortemente não-dipolares, sempre há um limite para a utilização desta técnica. O intérprete deve sempre verificar a qualidade da direção de magnetização estimada por meio de uma redução ao polo, por exemplo. Outro gargalo do nosso método é a presença de erros nas coordenadas do centro da fonte, especialmente se estes erros são na horizontal. Este problema pode ser visto de outro ponto de vista. A alta sensibilidade aos erros na localização horizontal do centro da fonte sugere que as coordenadas horizontais do centro da fonte também poderiam ser estimadas por inversão. Por outro lado, a baixa sensibilidade à presença de erros na vertical mostra que a coordenada vertical do centro da fonte não poderia ser facilmente estimada por inversão. Um desenvolvimento possível do método proposto neste trabalho é a sua adaptação para estimar não apenas as componentes do vetor de magnetização, mas também as coordenadas do centro das fontes. Esta adaptação implicaria na solução de um problema inverso não-linear, que deve ser resolvido de forma iterativa.

## Referências

- ALMEIDA, F. Relações tectônicas das rochas alcalinas mesozóicas da região meridional da plataforma sul-americana. *Revista Brasileira de Geociências*, v. 13, n. 3, p. 139–158, 1983. Citado na página 53.
- ASTER, R. C.; BORCHERS, B.; THURBER, C. H. *Parameter Estimation and Inverse Problems (International Geophysics)*. [S.l.]: Academic Press, 2005. ISBN 0120656043. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.
- BARANOV, V. A new method for interpretation of aeromagnetic maps: pseudo-gravimetric anomalies. *Geophysical Journal International*, v. 22, n. 2, p. 359–382, 1957. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1438369>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- BARANOV, V.; NAUDY, H. Numerical calculation of the formula of reduction to the magnetic pole. *Geophysics*, v. 29, p. 67, fev. 1964. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- BARD, Y. *Nonlinear Parameter Estimation*. [S.l.]: Academic Press, 1973. ISBN 0120782502. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.
- BHATTACHARYYA, B. A method for computing the magnetization vector and the dimensions of a rectangular block shaped body magnetic anomalies. *Geophysics*, v. 31, n. 1, p. 74–96, 1966. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1-1439765>>. Citado na página 27.
- BLAKELY, R. J. *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1996. ISBN 0521575478. Citado 3 vezes nas páginas 25, 29 e 30.
- DANNEMILLER, N.; LI, Y. A new method for determination of magnetization direction. *Geophysics*, v. 71, n. 6, p. L69–L73, 2006. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.2356116>>. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- DARDENNE M.A.; SCHOBENHAUS, C. Geologia, tectônica e recursos minerais do brasil. In: \_\_\_\_\_. [S.l.]: CPRM, 2003. (Depósitos Minerais no Tempo Geológico e Épocas Metalogenéticas - VII), cap. Depósitos Minerais no Tempo Geológico e Épocas Metalogenéticas - VII, p. 365–448. Citado na página 54.
- ELLIS, R. G.; WET, B. de; MACLEOD, I. N. Inversion of magnetic data for remanent and induced sources. *ASEG Extended Abstracts*, v. 2012, n. 1, p. 1–4, 01 2012. Disponível em: <<http://www.publish.csiro.au/paper/ASEG2012ab117>>. Citado na página 27.

EMILIA, D.; MASSEY, R. Magnetization estimation for nonuniformly magnetized seamounts. *Geophysics*, v. 39, n. 2, p. 223–231, 1974. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1440423>>. Citado na página 27.

FEDI, M.; FLORIO, G.; RAPOLLA, A. A method to estimate the total magnetization direction from a distortion analysis of magnetic anomalies1. *Geophysical Prospecting*, Blackwell Publishing Ltd, v. 42, n. 3, p. 261–274, 1994. ISSN 1365-2478. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2478.1994.tb00209.x>>. Citado na página 26.

GEROVSKA, D.; ARAUZO-BRAVO, M. J.; STAVREV, P. Estimating the magnetization direction of sources from southeast bulgaria through correlation between reduced-to-the-pole and total magnitude anomalies. *Geophysical Prospecting*, Blackwell Publishing Ltd, v. 57, n. 4, p. 491–505, 2009. ISSN 1365-2478. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2478.2008.00761.x>>. Citado na página 27.

HELBIG, K. Some integrals of magnetic anomalies and their relation to the parameters of the disturbing body. *Zeitschrift für Geophysik*, v. 29, p. 83–96, 1963. Citado na página 27.

JUNQUEIRA-BROD, T. C. et al. Kamafugitic diatremes: their textures and field relationships with examples from the goiás alkaline province, brazil. *Journal of South American Earth Sciences*, v. 18, n. 3–4, p. 337–353, 3 2005. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0895981105000167>>. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 54.

KUBOTA, R.; UCHIYAMA, A. Three-dimensional magnetization vector inversion of a seamount. *Earth, Planets, and Space*, v. 57, p. 691–699, ago. 2005. Citado na página 28.

LANGEL, R. A.; HINZE, W. J. *The Magnetic Field of the Earth's Lithosphere: The Satellite Perspective*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1998. ISBN 0521473330. Citado na página 29.

LELIEVRE, P. G.; OLDENBURG, D. W. A 3d total magnetization inversion applicable when significant, complicated remanence is present. *Geophysics*, v. 74, n. 3, p. L21–L30, 2009. Disponível em: <<http://geophysics.geoscienceworld.org/content/74/3/L21-abstract>>. Citado na página 27.

MARANGONI, Y. R.; MANTOVANI, M. S. Geophysical signatures of the alkaline intrusions bordering the paransin. *Journal of South American Earth Sciences*, v. 41, n. 0, p. 83 – 98, 2013. ISSN 0895-9811. Alkaline Magmatism and the Lithospheric Mantle : a special issue in honour of the work of Celso de Barros Gomes on the occasion of his 77th birthday. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S089598111200140X>>. Citado na página 56.

MEDEIROS, W. E.; SILVA, J. B. C. Simultaneous estimation of total magnetization direction and 3-d spatial orientation. *Geophysics*, v. 60, p. 1365–1377, October 1995. Citado na página 26.

MELO, F. et al. Estimating the nature and the horizontal and vertical positions of 3d magnetic sources using euler deconvolution. *Geophysics*, v. 78, n. 6, p. J87–J98, 2013. Citado na página 42.

MENKE, W. *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory (International Geophysics)*. [S.l.]: Academic Press, 1989. ISBN 0124909213. Citado na página 32.

NABIGHIAN, M. The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: Its properties and use for automated anomaly interpretation. *Geophysics*, v. 37, n. 3, p. 507–517, jun. 1972. Citado na página 26.

NABIGHIAN, M. et al. The historical development of the magnetic method in exploration. *Geophysics*, v. 70, p. 33, 2005. Citado na página 25.

NABIGHIAN, M. N. Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized hilbert transforms: Fundamental relations. *Geophysics*, v. 49, p. 957–966, jun. 1984. Citado na página 26.

OLIVEIRA, V. C. J.; BARBOSA, V. C.; UIEDA, L. Polynomial equivalent layer. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 78, n. 1, p. G1–G13, 2012. Citado na página 56.

PARKER, R. L.; SHURE, L.; HILDEBRAND, J. A. The application of inverse theory to seamount magnetism. *Reviews of Geophysics*, v. 25, n. 1, p. 17–40, 1987. ISSN 1944-9208. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1029/RG025i001p00017>>. Citado na página 27.

PHILLIPS, J. D. Can we estimate total magnetization directions from aeromagnetic data using helbig's integrals? *Earth, Planets, and Space*, v. 57, p. 681–689, August 2005. Citado na página 26.

ROEST, W.; VERHOEF, J.; PILKINGTON, M. Magnetic interpretation using the 3-d analytic signal. *GEOPHYSICS*, v. 57, n. 1, p. 116–125, 1992. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1443174>>. Citado na página 27.

SGARBI, P. B. de A.; GASPAR, J. C. Geochemistry of santo antnio da barra kamafugites, goi brazil. *Journal of South American Earth Sciences*, v. 14, n. 8, p. 889 – 901, 2002. ISSN 0895-9811. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0895981101000797>>. Citado 3 vezes nas páginas 18, 53 e 54.

SILVA, J.; BARBOSA, V. 3d euler deconvolution: Theoretical basis for automatically selecting good solutions. *Geophysics*, v. 68, n. 6, p. 1962–1968, 2003. Citado na página [42](#).

SILVA, J. B. C. Reduction to the pole as an inverse problem and its application to low-latitude anomalies. *Geophysics*, v. 51, n. 2, p. 369–382, 1986. Citado 2 vezes nas páginas [25](#) e [26](#).

SILVA, J. B. C.; BARBOSA, V. C. F.; MEDEIROS, W. E. Scattering, symmetry, and bias analysis of source-position estimates in euler deconvolution and its practical implications. *Geophysics*, v. 66, n. 4, p. 1149–1156, 2001. Disponível em: <<http://geophysics.geoscienceworld.org/content/66/4/1149.abstract>>. Citado 2 vezes nas páginas [28](#) e [42](#).

TELFORD, W. M.; GELDART, L. P.; SHERIFF, R. E. *Applied Geophysics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1990. ISBN 0521339383. Citado na página [25](#).

TONTINI, F. C.; PEDERSEN, L. B. Interpreting magnetic data by integral moments. *Geophysical Journal International*, Blackwell Publishing Ltd, v. 174, n. 3, p. 815–824, 2008. ISSN 1365-246X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.2008-03872.x>>. Citado na página [27](#).

TWOMEY, S. *Introduction to the Mathematics of Inversion in Remote Sensing and Indirect Measurements*. [S.l.]: Dover Publications, Inc., 1977. ISBN 0486694518. Citado na página [32](#).

## Apêndices



# APÊNDICE A – Aproximação por série de Taylor

Seja um vetor  $\mathbf{T}$  dado por

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

podemos escrever a norma Euclidiana  $\|\mathbf{T}\|$  desse vetor como a função

$$G(\mathbf{T}) = [\mathbf{T}^T \mathbf{T}]^{1/2}. \quad (\text{A.2})$$

Quando expandimos a função  $G(\mathbf{T})$  em série de Taylor até primeira ordem, em torno de um vetor  $\mathbf{T}_0$  a  $\mathbf{T}$ , obtemos

$$G(\mathbf{T}) \approx G(\mathbf{T}_0) + \nabla G(\mathbf{T}_0)^T \Delta \mathbf{T}. \quad (\text{A.3})$$

Na equação A.3,

$$G(\mathbf{T}_0) = [\mathbf{T}_0^T \mathbf{T}_0]^{1/2} \quad (\text{A.4})$$

e

$$\nabla G(\mathbf{T}_0) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial T_1} G(\mathbf{T}_0) \\ \frac{\partial}{\partial T_2} G(\mathbf{T}_0) \\ \frac{\partial}{\partial T_3} G(\mathbf{T}_0) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

sendo o  $j$ -ésimo,  $j = 1, 2, 3$ , termo do vetor gradiente (eq. A.5) dado por

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial T_j} G(\mathbf{T}_0) &= \frac{\partial}{\partial T_j} [\mathbf{T}_0^T \mathbf{T}_0]^{1/2} \\ &= \frac{1}{2} [\mathbf{T}_0^T \mathbf{T}_0]^{-1/2} \frac{\partial}{\partial T_j} [\mathbf{T}_0^T \mathbf{T}_0] \\ &= \frac{1}{2} [\mathbf{T}_0^T \mathbf{T}_0]^{-1/2} \left[ \frac{\partial}{\partial T_j} (\mathbf{T}_0^T) \mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_0^T \frac{\partial}{\partial T_j} (\mathbf{T}_0) \right] \\ &= \frac{1}{2} [\mathbf{T}_0^T \mathbf{T}_0]^{-1/2} [\mathbf{U}_j^T \mathbf{T}_0 + \mathbf{T}_0^T \mathbf{U}_j] \\ &= [\mathbf{T}_0^T \mathbf{T}_0]^{-1/2} [\mathbf{U}_j^T \mathbf{T}_0] \\ &= \frac{1}{\|\mathbf{T}_0\|} \mathbf{U}_j^T \mathbf{T}_0. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Na equação acima (eq. A.6),  $\mathbf{U}_j$  é um vetor que possui todos os elementos iguais à 0, exceto o elemento  $j$ , que é igual a 1. Utilizando a expressão acima (eq. A.6), o gradiente

da função  $G(\mathbf{T}_0)$  (eq. A.5) fica dado por

$$\begin{aligned}\nabla G(\mathbf{T}_0) &= \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{U}_1^T \mathbf{T}_0}{\|\mathbf{T}_0\|} \\ \frac{\mathbf{U}_2^T \mathbf{T}_0}{\|\mathbf{T}_0\|} \\ \frac{\mathbf{U}_3^T \mathbf{T}_0}{\|\mathbf{T}_0\|} \end{bmatrix} \\ &= \frac{\mathbf{T}_0}{\|\mathbf{T}_0\|}.\end{aligned}\quad (\text{A.7})$$

De acordo com a equação 2.2, o vetor campo total  $\mathbf{T}_i$  é a soma entre o vetor campo geomagnético  $\mathbf{F}_i$  e a indução magnética  $\mathbf{B}_i$ , a qual é produzida por uma distribuição de magnetização qualquer. Se considerarmos que o vetor  $\mathbf{B}_i$  é uma pequena perturbação no campo geomagnético  $\mathbf{F}_i$ , podemos considerar que a norma Euclidiana do vetor campo total pode ser descrita pela expansão em série de Taylor mostrada na equação A.3.

$$G(\mathbf{T}_i) \approx \|\mathbf{F}_i\| + \left[ \frac{\mathbf{F}_i}{\|\mathbf{F}_i\|} \right]^T \mathbf{B}_i, \quad (\text{A.8})$$

Se compararmos a equação acima (eq. A.8) com a expansão por série de Taylor da equação A.3,  $\mathbf{T} = \mathbf{T}_i$ ,  $\mathbf{T}_0 = \mathbf{F}_i$  e  $\Delta\mathbf{T} = \mathbf{B}_i$ . Se substituirmos a aproximação por série de Taylor mostrada acima (eq. A.8) na expressão que descreve a anomalia de campo total calculada  $\Delta T_i^c$  (eq. 2.1), obtemos a seguinte aproximação

$$\begin{aligned}\Delta T_i^c &\approx \|\mathbf{F}_i\| + \left[ \frac{\mathbf{F}_i}{\|\mathbf{F}_i\|} \right]^T \mathbf{B}_i - \|\mathbf{F}_i\| \\ &\approx \left[ \frac{\mathbf{F}_i}{\|\mathbf{F}_i\|} \right]^T \mathbf{B}_i.\end{aligned}\quad (\text{A.9})$$

Normalmente, os levantamentos magnéticos são realizados em pequenas áreas da superfície da Terra, portanto é válido considerar que o campo geomagnético  $\mathbf{F}_i$  é igual a um vetor  $\mathbf{F}$ , constante em toda área do levantamento, dado por

$$\mathbf{F} = \|\mathbf{F}\| \begin{bmatrix} \cos I \cos D \\ \cos I \sin D \\ \sin I \end{bmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

sendo  $D$  e  $I$  valores constantes para a declinação e a inclinação, respectivamente. Dessa forma, podemos representar a anomalia de campo total  $\Delta T_i^c$  (eq. 2.1) como

$$\Delta T_i^c \approx \hat{\mathbf{F}}^T \mathbf{B}_i, \quad (\text{A.11})$$

em que  $\hat{\mathbf{F}}$  é o vetor unitário representado por

$$\hat{\mathbf{F}} = \frac{\mathbf{F}}{\|\mathbf{F}\|}. \quad (\text{A.12})$$

# APÊNDICE B – Mínimos quadrados

Seja  $f(\mathbf{x})$  uma função que depende do vetor  $M$ -dimensional  $\mathbf{x}$  dada por

$$f(\mathbf{x}) = [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}]^T [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}], \quad (\text{B.1})$$

em que o vetor  $\mathbf{b}_{M \times 1}$  e a matriz  $\mathbf{M}_{N \times M}$  possuem elementos constantes.

Existe um vetor  $\mathbf{x}^*$  que minimiza a função  $f(\mathbf{x})$  e satisfaz a equação  $\nabla f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$  em que  $\mathbf{0}$  é o vetor que possui todos os  $M$  elementos iguais a 0 e  $\nabla f$  é um vetor dado por

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \partial_{x_1} f(\mathbf{x}) \\ \partial_{x_2} f(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \partial_{x_N} f(\mathbf{x}) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.2})$$

O  $i$ -ésimo elemento do vetor  $\nabla f(\mathbf{x})$  (B.2) pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \partial_{x_i} f(\mathbf{x}) &= \partial_{x_i} ([\mathbf{b} - \mathbf{Mx}]^T [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}]) \\ &= (\partial_{x_i} [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}])^T [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}] + [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}]^T (\partial_{x_i} [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}]) \\ &= (-\mathbf{Mu}_i)^T [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}] + [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}]^T (-\mathbf{Mu}_i) \\ &= (-\mathbf{Mu}_i)^T [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}] + (-\mathbf{Mu}_i)^T [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}] \\ &= -2 (\mathbf{Mu}_i)^T [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}] \\ &= -2 (\mathbf{u}_i^T \mathbf{M}^T) [\mathbf{b} - \mathbf{Mx}] \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

em que  $\mathbf{u}_i$  é um vetor que contém todos elementos iguais a 0 e o  $i$ -ésimo elemento igual a unidade, tal como representado abaixo

$$\mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Ao substituirmos a equação B.3, na B.2 temos que,

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -2(\mathbf{u}_1^T \mathbf{M}^T) [\mathbf{b} - \mathbf{M}\mathbf{x}] \\ -2(\mathbf{u}_2^T \mathbf{M}^T) [\mathbf{b} - \mathbf{M}\mathbf{x}] \\ \vdots \\ -2(\mathbf{u}_N^T \mathbf{M}^T) [\mathbf{b} - \mathbf{M}\mathbf{x}] \end{bmatrix}. \quad (\text{B.4})$$

A equação acima pode ser reescrita da seguinte forma

$$\begin{aligned} \nabla f(\mathbf{x}) &= -2 \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T \\ \mathbf{u}_2^T \\ \dots \\ \mathbf{u}_N^T \end{bmatrix} \mathbf{M}^T [\mathbf{b} - \mathbf{M}\mathbf{x}] \\ &= -2[\mathbf{I}] \mathbf{M}^T [\mathbf{b} - \mathbf{M}\mathbf{x}] \\ &= -2[\mathbf{M}^T \mathbf{b} - \mathbf{M}^T \mathbf{M}\mathbf{x}], \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

em que  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade. Para encontrar os valores de  $\mathbf{x}^*$  que minimizam a  $f(\mathbf{x})$ , basta calcularmos  $\nabla f(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$ , que consiste em igualar a equação B.5 ao vetor  $\mathbf{0}$ . Isso resulta na equação de mínimos quadrados para estimar o vetor  $\mathbf{x}^*$

$$\mathbf{M}^T \mathbf{b} = \mathbf{M}^T \mathbf{M}\mathbf{x}^*. \quad (\text{B.6})$$