

## INVERSÃO GRAVIMÉTRICA 2D COM VÍNCULO ISOSTÁTICO

Bárbara Marcela dos Santos Bastos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Geofísica do Observatório Nacional, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Orientador(a): Dr. Vanderlei C. Oliveira Jr.

Rio de Janeiro  
Fevereiro de 2019

**"INVERSÃO GRAVIMÉTRICA 2D COM VÍNCULO ISOSTÁTICO"**

**BARBARA MARCELA DOS SANTOS BASTOS**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE  
PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO  
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU  
DE MESTRA EM GEOFÍSICA.**

Aprovada por:

  
Dr. Vanderlei Coelho de Oliveira Junior - ON/MCTIC  
(Orientador)

  
Dra. Valeria Cristina Ferreira Barbosa - ON/MCTIC

  
Dr. Walter Eugênio de Medeiros - UFRN

RIO DE JANEIRO – BRASIL

11 DE DEZEMBRO DE 2018

dos Santos Bastos, Bárbara Marcela

Inversão gravimétrica 2D com vínculo  
isostático/Bárbara Marcela dos Santos Bastos. – Rio  
de Janeiro: ON, 2019.

??, 98 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador(a): Vanderlei C. Oliveira Jr.

Dissertação (mestrado) – ON/Programa de Pós-  
graduação em Geofísica, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 81 – 89.

1. Método gravimétrico.
  2. Problema inverso.
  3. Isostasia.
  4. Margem vulcânica.
  5. Bacia de Pelotas.
- I., . II. Observatório Nacional, Programa de Pós-graduação  
em Geofísica. III. Título.

*Dedico esta dissertação à  
memória de meus pais, Nanã e  
Zelito,  
que apesar do pouco tempo que  
tiveram em vida, formaram a  
pessoa que me tornei.*

# Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, Nanã e Zelito, aos quais dedico esse trabalho, por tudo que conquistou todo dia. De Zelito tenho poucas lembranças, mas sempre felizes, risonhas e amorosas. Mainha foi muito mais que exemplo de mulher forte e independente, formou a base do meu caráter e me deu todas as ferramentas e apoio para que me dedicasse aos estudos em tempo integral, mesmo com todas as dificuldades existentes. Infelizmente não teve tempo suficiente em vida para acompanhar esse momento, apesar de ter tentado bravamente se manter mais um tempo entre nós.

Aos meus irmãos, Nando, Ró, Paulinho, Netinho e Isa, pelo verdadeiro "grude" que foi nossa infância e por hoje sermos a família que somos, mesmo sem a presença de nossos pais.

Às minhas eternas crianças, Yasmim, Nandinho, João Pedro, Maria, Valentina e Jorginho, pela imensa alegria de ser a tia Má.

Às minhas tias e primeiras professoras, Rita e Cida, pela presença e proximidade de sempre.

À minha prima Manu, minha amiga desde sempre e para todo o sempre.

À minha família da Terezinha, Geovan, Ninha, D. Paixão, D. Maria, Seu Sílvio (*in memorian*), Elinalva, Sérgio, Marinho, Isac e minha "cunha" Vivi.

Aos meus amados amigos, Cassinho, Nuela e Jel pelo amor, carinho, cuidado, atenção, gargalhadas e brincadeiras há quase duas décadas. Amores que a Física me deu!

À família que me adotou de coração, Tia Elvira, Tio Ricardo, Mari, Gaba e suas crianças, Mel, Lua, Vicentinho e Emilinha.

À minha família no Rio, Nanda, Gilson, Ju, Balancin, Léo, Ramon, Bruno e

Pilar pela agradável companhia diária, cuidado, carinho e amizade que construímos.  
Amo muito vocês!

À Vânia, pela companhia e paciência que teve comigo neste último ano.

Aos amigos petroleiros, Alan Souza, Camilla Almeida, Luís Eduardo, César Calderón, Aragão, Felipinho, Robinho, Drica e Daniel Bruno pela atenção e apoio.

Aos amigos do Bonde do ON, Lari, Shay, Pillar e Diego, que tornaram mais alegres e agradáveis os momentos no instituto, pela eterna disponibilidade em apoiar e ajudar.

Ao grupo PINGA, pela colaboração e disponibilidade em ajudar.

Aos criadores e colaboradores do *fatiando a terra*, pela disponibilização de uma biblioteca de códigos abertos rica e de fácil acesso e utilização.

A Petrobras, por proporcionar que aproveitasse a oportunidade de concluir esta etapa acadêmica, disponibilizando o tempo necessário para o desenvolvimento deste trabalho.

À Mayara, pelo incentivo e apoio no início deste ciclo.

Aos colegas da Petrobras, Caesar Augusto Rigoti, Júlio Lyrio, João Alberto Bach, Paulo de Tarso, Andre Defendi, Mirela Ribas, Adelson Oliveira, Norton Ji, Alexandre Sardinha, Marcelo Alvin, Danilo Domingos, Maria Clara Ciloni e Werter Silva pelas contribuições.

Aos meus gerentes e aos meus coordenadores, Neiva Zago, Luis Henrique Amaral, Andrei Nissen e Max Velasques, pela compreensão e apoio.

Aos professores e aos funcionários do Observatório Nacional, pelos ensinamentos e pela infraestrutura necessária para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu orientador, Dr. Vanderlei Oliveira Jr., pela disponibilidade, pela atenção e pela orientação deste trabalho.

Finalmente, aos membros da banca, Dra. Valeria Barbosa e Dr. Walter Medeiros, por aceitarem revisar e contribuir com a conclusão deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Observatório Nacional como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Geofísica.

## INVERSAO GRAVIMÉTRICA 2D COM VÍNCULO ISOSTÁTICO

Bárbara Marcela dos Santos Bastos

Fevereiro/2019

Propomos um novo método de inversão gravimétrica em bacias sedimentares para estimar, simultaneamente, os relevos do topo do embasamento e da Moho ao longo de um perfil que cruza um rifte de margem passiva. Aproximamos a subsuperfície por um modelo interpretativo composto de colunas adjacentes, cada uma formada por prismas verticalmente empilhados. Cada prisma que compõe uma coluna representa uma camada do modelo interpretativo. Os prismas possuem contrastes de densidade constante e conhecidos que são calculados com relação a um modelo de densidades de referência, o qual define uma distribuição de massas uniforme para a Terra Normal. Neste trabalho, a Terra Normal é composta de crosta continental e manto, sendo a interface planar que separa as duas camadas chamada Moho de referência. Calculamos ao longo do perfil do modelo um conjunto discreto de dados de distúrbio de gravidade devido as fontes gravitacionais do modelo interpretativo, em pontos coincidentes com a coordenada horizontal do centro de cada coluna de prismas que forma o modelo interpretativo. Nosso método consiste em resolver um problema inverso não-linear para estimar espessuras de prismas específicos que definem as geometrias do topo do embasamento e da Moho, bem como uma espessura constante que define a profundidade máxima de nosso modelo interpretativo. Esta profundidade máxima equivale a Moho de referência. Acrescentamos informações *a priori* a partir de vínculos para diminuir a ambiguidade do problema e obtermos soluções estáveis. Impomos suavidade nos relevos do embasamento e da Moho, forçamos estes relevos a serem próximos de profundidades conhecidas ao longo do perfil e impomos suavidade na pressão litostática exercida pelo modelo interpretativo em uma dada profundidade constante, abaixo da qual não existem variações laterais de densidade. O método permite que em algumas regiões isoladas, a pressão litostática possa apresentar variações abruptas. Testes com dados sintéticos mostram boa performance do nosso método em determinar as geometrias do embasamento

e Moho em regiões com pronunciado afinamento crustal, que é típico de margens passivas vulcânicas. Resultados obtidos nas bacia de Campos e Pelotas, esta última considerada um exemplo clássico de margem passiva vulcânica no Sul do Brasil, concordam com uma interpretação anterior obtida independentemente a partir de seções sísmicas 2D ultra-profundas em conjunto com modelagem gravimétrica e magnetométrica. As aplicações em dados sintéticos e reais mostram que nosso método é uma ferramenta promissora para interpretar dado gravimétrico em margens passivas vulcânicas.

Abstract of the Dissertation presented to the National Observatory's Graduate Program in Geophysics as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Geophysics.

## 2D ISOSTATIC GRAVITY INVERSION

Bárbara Marcela dos Santos Bastos

February/2019

We propose a new gravity inversion method for jointly estimating the basement and Moho reliefs along a profile crossing a passive rifted margin. We approximate the subsurface by an interpretation model composed of adjacent columns, each one formed by vertically stacked prisms. Each prism of a column represents one layer of interpretation model. The prisms have constant and known density contrasts that are obtained from a reference density model, which defines a uniform mass distribution for Normal Earth. In this work, the Normal Earth is composed of continental crust and mantle and the planar interface that separates these layers we call reference Moho. We calculated along the profile of the model a discrete set of gravity disturbance data at points coincident with the horizontal coordinate of the center of each prisms column that forms the interpretation model. Our method consists in solving a non-linear inverse problem to estimate the thickness of specific prisms defining the basement and Moho geometries, as well as a constant thickness defining the maximum depth of our interpretation model. This maximum depth represents a planar reference Moho. To obtain stable solutions, we impose smoothness on the basement and Moho reliefs, force them to be close to previously estimated depths along the profile and also impose isostatic equilibrium. Our method imposes isostatic equilibrium by constraining the lithostatic stress exerted by the interpretation model at a given constant depth, below which there are no lateral density variations. This isostatic constraint introduces the information that the lithostatic stress is mostly smooth, except at some isolated regions, where it can present abrupt variations. At these regions, our method enables the interpretation model to deviate from the isostatic equilibrium. Tests with synthetic data show the good performance of our method in determining the basement and Moho geometries at regions with pronounced crustal thinning, which is typical of passive volcanic margins. Results obtained at the Campos and Pelotas basins, the latter considered a classical example

of passive volcanic margin at the southern of Brazil, agree with a previous interpretation obtained independently by using ultra-deep seismic data, gravimetric and magnetometric modeling. The applications to synthetic and real data show that our method is a promising tool for interpreting gravity data on passive rifted margins.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Fundamentação Teórica</b>	<b>8</b>
2.1 Distúrbio de gravidade . . . . .	8
2.2 Distribuição de densidades de referência . . . . .	11
2.3 Modelo de Airy . . . . .	12
<b>3 Problema Direto</b>	<b>15</b>
<b>4 Problema Inverso</b>	<b>20</b>
4.1 Vínculo isostático . . . . .	21
4.2 Vínculo de suavidade . . . . .	23
4.3 Vínculo de igualdade . . . . .	23
4.3.1 Vínculo de igualdade sobre o vetor de espessuras $\mathbf{t}^{(Q)}$ . . . . .	24
4.3.2 Vínculo de igualdade sobre o vetor de espessuras $\mathbf{t}^{(m)}$ . . . . .	24
4.4 Vínculo de desigualdade . . . . .	24
4.5 Método de Levenberg-Marquardt . . . . .	25
4.6 Procedimentos computacionais para solução do problema inverso . . . . .	27
4.6.1 Descrição geral da <i>Etapa 1 (S1)</i> . . . . .	27
4.6.2 Descrição geral da <i>Etapa 2 (S2)</i> . . . . .	28
4.6.3 Descrição geral da <i>Etapa 3 (S3)</i> . . . . .	28
4.6.4 Considerações a respeito dos pesos $\alpha_0$ , $\alpha_1$ , $\alpha_2$ e $\alpha_3$ . . . . .	29
4.6.5 Versão resumida do nosso algoritmo . . . . .	29
<b>5 Resultados - Modelos sintéticos</b>	<b>31</b>
5.1 Modelo de margem passiva simples . . . . .	32
5.2 Modelo de margem passiva pobre em magma (MPPMs) . . . . .	34
5.3 Modelo de margem passiva com vulcanismo (VPMs) . . . . .	37

<b>6 Resultados - Dados reais</b>	<b>62</b>
6.1 Perfil sobre a Bacia de Campos . . . . .	62
6.2 Perfil sobre a Bacia de Pelotas . . . . .	65
<b>7 Conclusões</b>	<b>78</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>81</b>
<b>Apêndice 1</b>	<b>90</b>
.1 Vetor gradiente e matriz Hessiana da função ajuste . . . . .	90
.1.1 Matriz Sensibilidade . . . . .	91
.2 Vetor gradiente e matriz Hessiana do vínculo isostático . . . . .	92
.3 Vetor gradiente e matriz Hessiana do vínculo de suavidade . . . . .	93
.4 Vetores gradiente e matrizes Hessianas dos vínculos de igualdade . . . . .	94
<b>Apêndice 2</b>	<b>96</b>
.5 Sensibilidade do método aos vínculos . . . . .	96

# Lista de Figuras

2.1	Vetor gravidade, vetor gravidade normal e vetor distúrbio de gravidade.	11
2.2	Distribuição de densidades de referência para a Terra Normal. . . . .	12
2.3	Distribuição de massas anômalas. . . . .	13
3.1	Modelo esquemético de um rifte de margem passiva. . . . .	16
3.2	Modelo interpretativo. . . . .	17
3.3	Modelo esquemético de uma coluna de prismas do modelo interpretativo. . . . .	18
5.1	Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples I. Modelo de margem passiva simples I. . . . .	33
5.2	Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples II. Modelo de margem passiva simples II. . . . .	34
5.3	Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples I. Resultado obtido na <i>Etapa 1</i> . . . . .	40
5.4	Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples II. Resultado obtido na <i>Etapa 1</i> . . . . .	41
5.5	Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples I. Resultado obtido na <i>Etapa 2</i> ( $\tilde{\alpha}_0 = 10^1$ ). . . . .	42
5.6	Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples II. Resultado obtido na <i>Etapa 2</i> ( $\tilde{\alpha}_0 = 10^1$ ). . . . .	43
5.7	Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples I. Resultado obtido na <i>Etapa 2</i> ( $\tilde{\alpha}_0 = 10^2$ ). . . . .	44
5.8	Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples II. Resultado obtido na <i>Etapa 2</i> ( $\tilde{\alpha}_0 = 10^2$ ). . . . .	45
5.9	Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Modelo sintético MPPMs. . . . .	46
5.10	Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Resultado obtido na <i>Etapa 1</i> . . . . .	47
5.11	Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Resultado obtido na <i>Etapa 2</i> . . . . .	48

5.12 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Variação dos elementos da diagonal $w_{ii}$ ao longo do perfil. . . . .	49
5.13 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Resultado obtido na <i>Etapa 3</i> usando $\sigma = 0.01$ . . . . .	50
5.14 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Resultado obtido na <i>Etapa 3</i> usando $\sigma = 1$ . . . . .	51
5.15 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Resultado obtido na <i>Etapa 1</i> usando profundidades conhecidas adicionais no embasamento (símbolos magentas). . . . .	52
5.16 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Modelo sintético VPMs. . . . .	53
5.17 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na <i>Etapa 1</i> . . . . .	54
5.18 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na <i>Etapa 2</i> . . . . .	55
5.19 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na <i>Etapa 3</i> usando $\sigma = 10$ . . . . .	56
5.20 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na <i>Etapa 3</i> usando $\sigma = 21$ . . . . .	57
5.21 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na <i>Etapa 3</i> usando $\sigma = 40$ . . . . .	58
5.22 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Variação dos elementos da diagonal $w_{ii}$ ao longo do perfil. . . . .	59
5.23 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na <i>Etapa 1</i> usando profundidades conhecidas adicionais no embasamento (símbolos magentas). . . . .	60
5.24 Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na <i>Etapa 3</i> ( $\sigma = 21$ ) usando profundidades conhecidas adicionais no embasamento (símbolos magentas) . . . . .	61
6.1 Aplicação a dados reais nas bacias de Campos e Pelotas, Brasil. Distúrbio de gravidade dado pelo modelo de campo de gravidade global EIGEN-6c4 (FÖRSTE <i>et al.</i> , 2014) na área de estudo. . . . .	63
6.2 Aplicação a dados reais na Bacia de Campos, Brasil. Modelo baseado em interpretação anterior (ZALAN <i>et al.</i> , 2011). . . . .	64
6.3 Aplicação a dados reais na Bacia de Campos, Brasil. Resultado obtido na <i>Etapa 1</i> . . . . .	67

6.4	Aplicação a dados reais na Bacia de Campos, Brasil. Resultado obtido na <i>Etapa 2</i> . . . . .	68
6.5	Aplicação a dados reais na Bacia de Campos, Brasil. Resultado obtido na <i>Etapa 3</i> usando $\sigma = 0.01$ . . . . .	69
6.6	Aplicação a dados reais na Bacia de Campos, Brasil. Resultado obtido na <i>Etapa 3</i> usando $\sigma = 10$ . . . . .	70
6.7	Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Modelo baseado em interpretação anterior (ZALAN, 2015). . . . .	71
6.8	Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Resultado obtido na <i>Etapa 1</i> . . . . .	72
6.9	Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Resultado obtido na <i>Etapa 2</i> . . . . .	73
6.10	Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Resultado obtido na <i>Etapa 3</i> usando $\sigma = 20$ . . . . .	74
6.11	Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Resultado obtido na <i>Etapa 3</i> usando $\sigma = 58$ . . . . .	75
6.12	Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Resultado obtido na <i>Etapa 3</i> usando $\sigma = 70$ . . . . .	76
6.13	Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Resultado obtido na <i>Etapa 3</i> ( $\sigma = 58$ ) usando profundidades conhecidas adicionais no embasamento (símbolos magentas). . . . .	77
1	Representação da aplicação da estratégia para cálculo dos elementos da matriz Sensibilidade. . . . .	92
2	Sensibilidade do método aos vínculos . . . . .	98

# **Lista de Tabelas**

5.1	Propriedades dos modelos de margem passiva simples . . . . .	32
5.2	Propriedades do modelo de margem passiva pobre em magma . . . . .	35
5.3	Propriedades do modelo de margem vulcânica . . . . .	37

# Capítulo 1

## Introdução

Uma bacia sedimentar pode ser definida, de forma simples, como uma depressão preenchida por sedimentos na superfície da Terra. Bacias sedimentares típicas têm profundidades maiores que 5 km. Estas estruturas têm sido estudadas em detalhe com o uso da sísmica de reflexão e perfilação de poços devido a sua importância econômica para a indústria de petróleo.

O estudo das bacias sedimentares da margem passiva da placa sul-americana, relacionando sua evolução tectônica com estágios de subsidência rifte e subsidência termal, cada qual com diferentes sequências estratigráficas, é de importância fundamental para a avaliação do potencial exploratório na pesquisa de hidrocarbonetos (MOHRIAK, 2003). A evolução tectonossedimentar meso-cenozóica da margem continental brasileira propiciou o desenvolvimento de sistemas petrolíferos, cuja ocorrência é requisito essencial a que uma determinada região seja atrativa para a prospecção petrolífera (MILANI *et al.*, 2000), já que controlam a existência de jazidas de petróleo em bacias sedimentares. O Brasil tem sua economia diretamente influenciada pelos recursos energéticos encontrados em suas bacias sedimentares, principalmente aquelas da margem continental. Possui uma das maiores extensões de margem continental do mundo, englobando diversos segmentos com bacias sedimentares com características geológicas distintas, desde as bacias da margem equatorial (domínio transformante), até as bacias ao longo dos domínios transversal e divergente da margem Nordeste, Leste, Sudeste e Sul, passando por bacias de rifte abortado desenvolvidas durante a ruptura do Gondwana (MOHRIAK, 2003) e fases posteriores, além das bacias intracratônicas mais antigas. A correta identificação e interpretação da tectônica fundamental e processos termais controlando a formação da bacia é o primeiro e mais importante passo na direção de construir modelos geológicos que sustentam a avaliação de um *play* (ALLEN e ALLEN, 2005). Assim, a delimitação geométrica da estrutura bacinal, e aí incluímos basicamente o mapeamento da superfície de topo do embasamento, é etapa determinante no processo de exploração de petróleo. E, adicionalmente, como peça importante para entender a

mencionada evolução tectônica, a investigação da profundidade da descontinuidade de Mohorovicic (Moho) também cumpre um papel de destaque neste contexto.

É bem sabido que contribui para o sucesso geológico (e econômico) exploratório, a multidisciplinaridade dos dados geológicos e geofísicos dos quais se dispõe. Como pontuado por MILANI *et al.* (2000), já em 1960 era reconhecida, no Brasil, a necessidade de evolução da geofísica enquanto ferramenta essencial na exploração de petróleo. Trabalhos de reconhecimento gravimétrico localizaram as bacias cretácicas costeiras no norte e no leste brasileiro. Desde então, a sísmica de reflexão e os métodos potenciais se consolidaram no Brasil como métodos de fundamental importância no processo exploratório da indústria do petróleo, em consonância com o da prática internacional, e o investimento em aquisição de dados geofísicos se mostra diretamente proporcional ao sucesso exploratório. O método sísmico é um dos principais métodos usados para a identificação de estruturas e estudos estratigráficos em bacias sedimentares. Entretanto, o topo do embasamento, devido à baixa resolução e limitação de registro do dado sísmico de reflexão em grandes profundidades, apresenta imagem mais pobre do que superfícies mais rasas. A descontinuidade de Mohorovicic, na maior parte dos levantamentos sísmicos 2D e 3D, pode nem mesmo ser interpretada/encontrada. Assim, estes dois horizontes são modelados por aproximação e o efeito desta inacurácia pode afetar o modelo geológico final. A análise combinada dos métodos geofísicos sísmico e gravimétrico pode prover importante informação sobre a estrutura crustal (CONSTANTINO *et al.*, 2016).

Dados gravimétricos são mais usados, na exploração de óleo e gás, no mapeamento regional para estabelecer limites e estruturas de bacias sedimentares (CLOSE, 2010). Dados de sísmica de reflexão e/ou perfilagem de poços podem ser usados junto aos dados gravimétricos para diminuir limitações da modelagem gravimétrica, tais quais pobre resolução em profundidade e ambiguidade da solução. Como dados de alta resolução são raros para margens, dados gravimétricos de satélites são mais convenientes na determinação de estruturas profundas, considerando as limitações inerentes ao método (CONDI *et al.*, 1999). Como exemplo, a missão gravimétrica de satélite GOCE (*Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer*) é dedicada a recuperar um campo de gravidade de alta resolução. Usando essas observações, informações da Moho podem ser inferidas a partir de um sistema global e uniforme. Como pode ser observado nos trabalhos de BRAITENBERG *et al.* (2006), SHIN *et al.* (2007), BRAITENBERG e EBBING (2009), SAMPIETRO (2009) e TENZER *et al.* (2015), dados provenientes dessas missões de satélite, podem ser utilizados para descrever a natureza e localização de fontes gravimétricas, como a estimativa da profundidade da Moho em certas áreas. Os distúrbios de gravidade, que podem ser obtidos a partir dos dados de satélite em conjunto com as informações do elipsóide de referência provenientes do *Global Positioning System* (GPS), são usa-

dos pelos geofísicos para deduzir variações em densidades de massa e, por tanto, a estrutura geológica em profundidade (LI e GOTZE, 2001).

Os modelos de isostasia têm em comum a compensação da massa extra de uma montanha acima do nível do mar por uma região de menor densidade abaixo do nível do mar, e diferem no modo como a compensação é encontrada. Abaixo de certa profundidade de compensação, para qualquer ponto, as pressões exercidas pelas colunas verticais sobrejacentes são iguais. A compensação isostática é então equivalente ao Princípio de Arquimedes (LOWRIE, 2007). Assim, no equilíbrio isostático, a espessura total da anti-raiz, que define relevo da Moho, pode ser escrita em função das espessuras de todas as camadas sobrejacentes, da profundidade de compensação e da distribuição de densidades do modelo.

Vários métodos têm sido propostos para usar dados de gravidade para estimar os limites de camadas sedimentares justapostas, o relevo do embasamento e a Moho. Estas descontinuidades geofísicas representam, em tais métodos, contrastes de densidade em subsuperfície. Todos esses métodos sofrem da ambiguidade inherente (ROY, 1962; SKEELS, 1947) ao determinar a verdadeira distribuição da propriedade física que produz um conjunto discreto de dados de gravidade observado. É bem conhecido que, usando diferentes contrastes de densidade, é possível encontrar diferentes modelos de subsuperfície produzindo os mesmos dados de gravidade. Para superar parcialmente esse problema e obter soluções significativas, o intérprete deve comumente usar informações *a priori* obtidas a partir de dados sísmicos e/ou dados de poços para restringir a gama de modelos possíveis. Aqui, consideramos métodos que aproximam a subsuperfície por um conjunto de camadas com contrastes de densidade constantes ou dependentes da profundidade e são separadas por superfícies. Estas superfícies representam as descontinuidades geofísicas. Em tais métodos, as geometrias das descontinuidades são diretamente determinadas pela estimativa dos parâmetros geométricos que definem as superfícies.

Diferentes critérios podem ser usados para classificar os métodos que estimam diretamente a geometria das descontinuidades geofísicas. Os aplicados sobre uma bacia sedimentar, por exemplo, podem ser considerados métodos de escala local, enquanto aqueles aplicados sobre um continente ou país podem ser considerados métodos de escala regional e aqueles aplicados sobre todo o globo podem ser considerados métodos de escala global. Eles também podem ser classificados de acordo com o número de superfícies geofísicas a serem estimadas. Usando esses critérios, é possível definir um primeiro grupo de métodos estimando a geometria de uma única interface. Neste grupo, existem métodos de escala local no domínio espacial (e.g., BARBOSA *et al.*, 1999a,b, 1997; BARNES e BARRAUD, 2012; BOTT, 1960; CHAKRAVARTHI e SUNDARARAJAN, 2007; CONDI *et al.*, 1999; CORDELL e HENDERSON, 1968; DYRELIUS e VOGEL, 1972; LIMA *et al.*, 2011; MARTINS

*et al.*, 2010, 2011; PEDERSEN, 1977; RICHARDSON e MACINNES, 1989; SILVA *et al.*, 2006, 2010; SILVA e SANTOS, 2017; SILVA *et al.*, 2014; TANNER, 1967), e no domínio de Fourier (e.g., GRANSER, 1987; GUSPÍ, 1993; OLDENBURG, 1974; REAMER e FERGUSON, 1989). A maioria destes métodos foi aplicada para estimar o relevo do embasamento sob uma bacia sedimentar. Existem também métodos de escala regional para estimar uma única interface, representando a Moho, no domínio espacial (e.g., BAGHERBANDI e ESHAGH, 2012; BARZAGHI e BIAGI, 2014; SAMPIETRO, 2015; SHIN *et al.*, 2009; UIEDA e BARBOSA, 2017) e no domínio de Fourier (e.g., BRAITENBERG e ZADRO, 1999; BRAITENBERG *et al.*, 1997; VAN DER MEIJDE *et al.*, 2013). Adicionalmente, existem alguns métodos de escala global para estimar a Moho no domínio espacial (e.g., SJÖBERG, 2009; SÜNKEL, 1985).

O segundo grupo de métodos é formado por aqueles que estimam múltiplas superfícies separando camadas com distribuição de densidades constantes ou dependentes da profundidade (e.g., CAMACHO *et al.*, 2011; CONDI *et al.*, 1999; FERDERER *et al.*, 2017; GARCÍA-ABDESEM, 2017; SALEM *et al.*, 2014; SALEM, 2017). Todos estes métodos têm sido aplicados em escala local, para caracterizar uma única bacia sedimentar. Sabe-se que esses métodos sofrem uma maior ambiguidade se comparados com aqueles que estimam a geometria de uma única superfície. Como uma consequência, exigem a introdução de mais informações *a priori*, na forma de vínculos por exemplo, para diminuir o número de possíveis soluções. Alguns autores optam por combinar dados de gravidade com sísmica e isostasia para reduzir esta ambiguidade inerente e determinar as geometrias das superfícies do embasamento e da Moho. A geometria destas superfícies são importantes vínculos sobre o montante da extensão e fluxo de calor em uma margem durante o rifteamento (GRADMANN *et al.*, 2017; WATTS e FAIRHEAD, 1999).

CONDI *et al.* (1999) propõem uma inversão gravimétrica não-linear para estimar estruturas profundas *offshore* de uma margem de rifte. Eles aproximam a margem usando múltiplos polígonos irregulares, cada polígono com densidade uniforme e posição horizontal de seus vértices fixa. Os polígonos representam quatro camadas homogêneas: água, sedimentos, crosta e manto. Os parâmetros a serem estimados são a densidade constante de cada polígono e as posições verticais dos vértices que separam camadas adjacentes. Os parâmetros são estimados usando um método de Newton globalmente convergente associado a um algoritmo para resolver sistemas lineares esparsos. Seu método usa isostasia local para diretamente vincular as geometrias das partes profundas e rasas de seu modelo, sem necessariamente forçá-lo em um estado de perfeito equilíbrio isostático.

SALEM *et al.* (2014) apresenta uma inversão gravimétrica não-linear para estimar as superfícies que representam o embasamento e a Moho em uma bacia de rifte

*onshore*. Eles descrevem a bacia de rifte usando três camadas homogêneas: sedimentos, crosta e manto. As camadas são também descritas em termos de polígonos irregulares com contraste de densidade constantes. As posições horizontais dos vértices dos polígonos são fixas e as posições verticais dos vértices associadas com embasamento e Moho são os parâmetros a serem estimados pela inversão, usando uma aproximação iterativa similar a apresentada por BOTT (1960) e CORDELL e HENDERSON (1968). A diferença é que, em cada iteração, o modelo Airy-Heiskanen (HEISKANEN e MORITZ, 1967, p. 135) para equilíbrio isostático é usado após cada atualização da geometria da Moho, forçando o modelo a estar em equilíbrio isostático perfeito de acordo com o modelo Airy-Heiskanen. Note que seu método não estima as geometrias do embasamento e da Moho simultaneamente. Como SILVA *et al.* (2014), devidamente apontou, o método de BOTT não define o tamanho ótimo do passo nas correções iterativas, não impõe vínculos para obter soluções estáveis, nem usa um critério objetivo de parada. Consequentemente, o método apresentado por SALEM *et al.* (2014) é também suscetível a estas limitações.

SALEM (2017) apresenta um quadro geral para estimar as superfícies associadas com embasamento e Moho em uma margem continental de rifte. Ele também aproxima a margem usando um conjunto de polígonos irregulares que representam água, sedimentos, crosta e manto. Os contrastes de densidade destas camadas são considerados funções conhecidas da posição horizontal ao longo do perfil. Seu método é baseado em uma função logística empírica que age como um controle de ganho do soerguimento da Moho. Similarmente a SALEM *et al.* (2014), o método apresentado por SALEM (2017) não estima as superfícies do embasamento e Moho simultaneamente. A superfície da Moho é estimada em um primeiro passo e então usada para estimar a superfície do embasamento.

FERDERER *et al.* (2017) propõem uma aproximação "isostasia local genérica", que consiste em combinar os modelos Airy-Heiskanen e Pratt-Hayford (HEISKANEN e MORITZ, 1967) de modo que a densidade e geometria da crosta podem variar lateralmente a fim de manter o equilíbrio isostático local em um perfil que cruza uma margem de rifte. Sua aproximação também usa isostasia local para diretamente vincular as geometrias das estruturas rasas e profundas com o propósito de reduzir o número de possíveis soluções. Eles aproximam a margem usando um conjunto de polígonos irregulares e propõem um método para estimar as formas e contrastes de densidade destes polígonos usando uma técnica de *grid-search* (SEN e STOFFA, 2013). Tal técnica envolve uma procura sistemática pelo modelo de parâmetros que produz o melhor ajuste dos dados e pode estar longe de ser prático em aplicações geofísicas para casos nos quais o modelo espacial é muito grande e o problema direto é lento.

Aqui apresentamos um novo método de escala local para estimar simultaneamente

as geometrias dos relevos do embasamento e da Moho, bem como uma profundidade constante representando a Moho de referência, ao longo de um perfil que cruza um rifte de margem passiva. Aproximamos a margem por um modelo interpretativo formado por quatro camadas adjacentes. A camada 1 representa água com contraste de densidade constante. A camada 2 pode ter um número arbitrário de sub-camadas com contraste de densidade constante representando, por exemplo, sedimentos, sal e rochas vulcânicas. Estas sub-camadas são predefinidas pelo intérprete de acordo com a complexidade da área de estudo e a informação *a priori* disponível. A camada 3 representa a crosta com uma distribuição de contraste de densidade predefinida variando ao longo do perfil. Finalmente, a camada 4 representa o manto com contraste de densidade constante. Nossa método é formulado, no domínio espacial, como uma inversão gravimétrica não-linear baseada no método de Levenberg-Marquardt (ASTER *et al.*, 2005; SILVA *et al.*, 2001), seguindo uma estratégia similar a BARBOSA *et al.* (1999a). Os parâmetros a serem estimados pela inversão são a profundidade constante que representa a Moho de referência, bem como as geometrias do embasamento (superfície que separa as camadas 2 e 3) e da Moho (superfície que separa as camadas 3 e 4). As superfícies restantes são fixas. Em cada iteração, nosso método estima correções para as geometrias do embasamento e da Moho simultaneamente. Para produzir soluções estáveis e introduzir informações *a priori*, usamos diferentes vínculos impondo suavidade nas superfícies do embasamento e da Moho, bem como forçamos estas superfícies a se aproximarem de algumas profundidades ao longo do perfil.

Similarmente a FERDERER *et al.* (2017), combinamos os modelos de Airy-Heiskanen e Pratt-Hayford para impor equilíbrio isostático local. Diferentemente do métodos anteriores, não usamos isostasia local para vincular diretamente as geometrias do embasamento e da Moho. Ao invés, impomos suavidade na pressão litostática exercida pelo modelo interpretativo em uma profundidade de compensação constante, abaixo da qual assumimos que não há variações laterais de densidades. Esta informação é consistente com o princípio básico do equilíbrio isostático local de acordo com os modelos de Airy-Heiskanen e Pratt-Hayford. Nosso vínculo, que chamamos convenientemente de *vínculo isostático*, introduz a informação que a pressão litostática deve ser principalmente suave ao longo do perfil, exceto em algumas regiões isoladas, onde pode apresentar variações abruptas. Nestas regiões, nosso método permite que o modelo estimado se desvie do equilíbrio isostático. Como uma consequência, nosso método não estima um modelo em perfeito equilíbrio isostático, mas um modelo o mais próximo possível do equilíbrio isostático local. Diferentes modelos podem ser obtidos a partir da definição de um parâmetro escalar que controla quanto o modelo estimado pode se desviar do equilíbrio isostático. O intérprete pode então obter um conjunto de modelos candidatos que ajustam o dado observado

e apresentam diferentes graus de equilíbrio isostático.

Os capítulos três e quatro do presente trabalho, descrevem a metodologia proposta, onde são apresentados os problemas direto e inverso, respectivamente. No capítulo quatro são definidos os vínculos citados e é também apresentada uma breve descrição do método iterativo de inversão Levenberg-Marquardt e do critério de parada escolhidos para solução do problema inverso.

No capítulo de resultados, testes com dados sintéticos mostram o bom desempenho do nosso método em recuperar simultaneamente a geometria dos relevos do embasamento e da Moho de diferentes modelos. Também analisamos a influência do vínculo isostático nas superfícies estimadas em regiões que mostram um abrupto afinamento crustal, característica típica em bacias de margens vulcânicas (GEOFROY, 2005). Por fim, ilustramos a aplicação do nosso método invertendo dados de gravidade de satélite, fornecido pelo campo de gravidade global do modelo EIGEN6C4 (FÖRSTE *et al.*, 2014), obtidos no site do IGCEM (*International Centre for Global Earth Models*), em perfis sobre as bacias de Campos e Pelotas (STICA *et al.*, 2014). A Bacia de Pelotas está localizada no sul do Brasil e é considerada um exemplo clássico de bacia de margem passiva vulcânica (GEOFFROY, 2005). Os resultados obtidos são consistentes com interpretações anteriores apresentadas em ZALAN (2015) e ZALAN *et al.* (2011), que usam dados sísmicos ultra-profundos em conjunto com modelagem gravimétrica e magnetométrica. Estes resultados mostram que nosso método pode ser muito efetivo em regiões que apresentam afinamento crustal abrupto, típico de margens passivas vulcânicas.

# Capítulo 2

## Fundamentação Teórica

### 2.1 Distúrbio de gravidade

A força exercida sobre uma massa unitária, em repouso, localizada na superfície da Terra tem duas componentes principais. Uma é devida à atração gravitacional e a outra é devida à rotação da Terra. A soma destas duas componentes produz uma aceleração resultante denominada *vetor gravidade*, cuja magnitude é denominada simplesmente por *gravidade*. No caso de gravímetros em plataformas móveis (aviões, helicópteros, navios, por exemplo), existem componentes adicionais de origem não-gravitacional devidas ao movimento do veículo, como a aceleração de Coriolis e vibrações de alta frequência (BAUMANN *et al.*, 2012; GLENNIE *et al.*, 2000; NABIGHIAN *et al.*, 2005).

Em geofísica, as variações no campo de gravidade são usadas para deduzir variações na distribuição de densidades em subsuperfície, que estão associadas às estruturas geológicas em profundidade. As diferenças no campo de gravidade são definidas em termos de um modelo teórico de referência, que é denominado *modelo de Terra Normal* ou simplesmente *Terra Normal*. A Terra Normal é definida por um rígido elipsoide de revolução, com eixo menor coincidente com o eixo médio de rotação da Terra, a mesma massa total e velocidade angular da Terra (HACKNEY e FEATHERSTONE, 2003; HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005; LI e GOTZE, 2001; VANÍČEK e KRAKIWSKY, 1987). Embora a Terra Normal tenha massa igual a da Terra, sua distribuição interna de densidades é indefinida. Outra característica da Terra Normal é que a sua superfície limitante é definida por uma equipotencial do seu próprio campo de gravidade, que é denominado *campo de gravidade normal*. Assim como o campo de gravidade da Terra, o campo de gravidade normal possui uma componente gravitacional e uma componente centrífuga. Por definição, a componente centrífuga do campo de gravidade normal é igual à componente centrífuga do campo de gravidade da Terra em um mesmo ponto (HOFMANN-

WELLENHOF e MORITZ, 2005; VANÍČEK e KRAKIWSKY, 1987).

O potencial associado a Terra em rotação é a soma entre o potencial gravitacional e o potencial centrífugo:

$$W = W_a + \Phi. \quad (2.1)$$

O vetor gravidade devido a Terra em um ponto P é o gradiente do potencial

$$\mathbf{g}_P = \nabla W, \quad (2.2)$$

e a gravidade é a magnitude do gradiente do potencial

$$g_P = |\nabla W|. \quad (2.3)$$

O potencial pode ser dividido no potencial devido a Terra Normal e na perturbação T (BARTHELMES, 2013)

$$W = U + T. \quad (2.4)$$

O potencial normal também consiste de uma parte atrativa e uma parte centrífuga

$$U = U_a + \Phi, \quad (2.5)$$

e portanto, o potencial T não contém contribuição centrífuga

$$T = W_a - U_a. \quad (2.6)$$

O vetor gravidade normal devido a Terra Normal em um ponto P é o gradiente do potencial normal

$$\boldsymbol{\gamma}_P = \nabla U, \quad (2.7)$$

e a gravidade normal é a magnitude do gradiente do potencial normal

$$\gamma_P = |\nabla U|. \quad (2.8)$$

O gradiente do potencial T é chamado *votor distúrbio de gravidade*

$$\delta \mathbf{g}_P = \nabla T = \nabla W - \nabla U, \quad (2.9)$$

e o distúrbio de gravidade é definido pela diferença entre as magnitudes dadas nas equações 2.3 e 2.8 (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005)

$$\delta g_P = |\nabla W| - |\nabla U|, \quad (2.10)$$

ou

$$\delta g_P = g_P - \gamma_P, \quad (2.11)$$

em que  $g_P$  é a gravidade (magnitude do vetor gravidade) e  $\gamma_P$  é a gravidade normal (magnitude do vetor gravidade normal), ambas no mesmo ponto P. Note que, como a componente centrífuga do campo de gravidade da Terra e da Terra Normal são iguais, o distúrbio de gravidade é puramente gravitacional, produzido pelos contrastes entre a distribuição interna de densidades da Terra atual e a distribuição interna de densidades da Terra Normal. Em geofísica aplicada, estas diferenças de densidades são geralmente chamadas "massas anômalas" (HAMMER, 1945) ou "fontes de gravidade" (BLAKELY, 1996).

O vetor anomalia de gravidade é a diferença entre o vetor gravidade em um ponto G do geóide (superfície equipotencial da Terra que coincide com o nível do mar) e o vetor gravidade normal em um ponto E do elipsóide (superfície equipotencial da Terra Normal mais próxima ao geóide), ambos na mesma latitude e longitude.

$$\Delta \mathbf{g} = \mathbf{g}_G - \boldsymbol{\gamma}_E, \quad (2.12)$$

e a anomalia de gravidade é definida pela diferença entre as magnitudes (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005)

$$\Delta g = g_G - \gamma_E. \quad (2.13)$$

Como a gravidade e a gravidade normal são definidas em pontos distintos, a anomalia de gravidade possui contribuições gravitacionais e centrífugas, não sendo puramente gravitacional como o distúrbio de gravidade.

Para calcularmos o distúrbio de gravidade dado em 2.11, consideramos que as direções do vetor gravidade e do vetor gravidade normal são aproximadamente coincidentes (Figura 2.1)

$$\delta g_P \approx \frac{\gamma_P}{\gamma_P} (\mathbf{g}_P - \boldsymbol{\gamma}_P), \quad (2.14)$$

em que o vetor unitário  $\frac{\gamma_P}{\gamma_P}$  tem a direção do gradiente do potencial normal, isto é, na direção do eixo z da Terra. Portanto,  $\delta g_P$  é aproximadamente a componente de  $\Delta \mathbf{g}_P$  na direção do vetor gravidade normal  $\boldsymbol{\gamma}_P$  (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005).

Considerando estudos em escala local e regional, em um sistema local de coordenadas Cartesianas, com eixo z apontando para dentro da Terra, na direção normal ao elipsoide de referência, o distúrbio de gravidade,  $\delta g_i$ , no ponto  $(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , representa a componente z (vertical) da atração gravitacional exercida pelas fon-

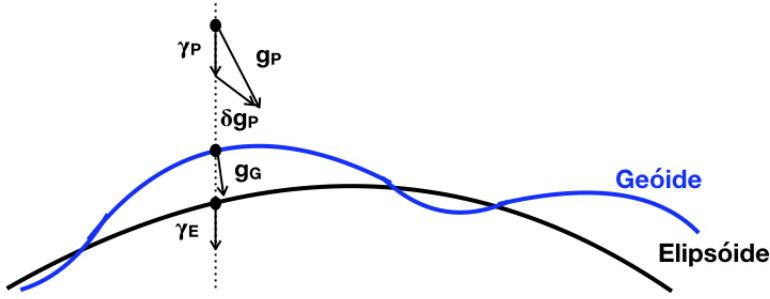


Figura 2.1: Vetor gravidade  $\mathbf{g}_P$ , vetor gravidade normal  $\gamma_P$  e vetor distúrbio de gravidade  $\delta\mathbf{g}_P$  em um ponto  $P$  da Terra. Vetor gravidade  $\mathbf{g}_G$  em um ponto  $G$  do geóide. Vetor gravidade normal  $\gamma_E$  em um ponto  $E$  do elipsóide

tes de gravidade e é numericamente similar a anomalia *free-air* clássica. Assim, o distúrbio de gravidade produzido por um corpo geológico com volume  $v$  pode ser representado pela função harmônica:

$$\delta g_i = k_g G \iiint_v \frac{(z_i - z') \Delta\rho(x', y', z')}{\sqrt{(x_i - x')^2 + (y_i - y')^2 + (z_i - z')^2}} dv', \quad (2.15)$$

em que  $G$  é a constante gravitacional Newtoniana em  $m^3/(kgs^2)$ ,  $k_g = 10^5$  é um fator constante que transforma o distúrbio de gravidade de  $m/s^2$  para mGal e  $\Delta\rho(x', y', z')$  é o contraste de densidade em um ponto  $(x', y', z')$  localizado dentro do volume  $v$  da fonte. A integral é realizada sobre as variáveis  $(x', y', z')$ . Note que, de acordo com a equação 2.15, um contraste de densidade positivo gera um distúrbio de gravidade positivo e um contraste negativo gera um distúrbio de gravidade negativo.

## 2.2 Distribuição de densidades de referência

Assim como o distúrbio de gravidade (equação 2.11) é definido em relação a uma gravidade de referência (gravidade normal), as massas anômalas devem ser definidas em função de um modelo de referência, de tal forma que o contraste de densidade  $\Delta\rho(x', y', z')$  (equação 2.15) seja a diferença entre a densidade da Terra e a densidade da Terra Normal em um ponto  $(x', y', z')$  localizado em subsuperfície. A Terra Normal, contudo, não possui uma distribuição interna de densidades definida. Por isso, é necessário presumir uma distribuição de densidades que explique a gravidade normal na área de estudo. A Figura 2.2 mostra uma distribuição de densidades de referência: a camada mais rasa representa uma crosta homogênea com densidade constante  $\rho^{(r)}$  e a camada mais profunda representa um manto homogêneo com densidade constante  $\rho^{(m)}$ . No modelo de distribuição de densidades de referência, a interface que separa as camadas da crosta e do manto chamamos *Moho de referência*

(*SR*). O modelo de referência representa as camadas externas de uma distribuição de massa concêntrica produzindo o campo de gravidade normal.

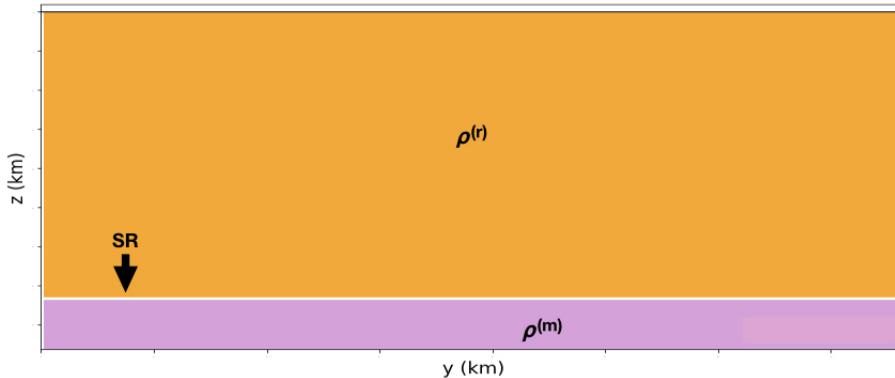


Figura 2.2: Distribuição de densidades de referência para a Terra Normal. *SR* - Superfície Moho de referência;  $\rho^{(r)}$  - densidade da crosta;  $\rho^{(m)}$  - densidade do manto.

A Figura 2.3 mostra um esquema representativo das fontes de massa que produzem o distúrbio de gravidade observado sobre uma bacia de margem passiva, formada por quatro camadas (água, sedimentos, crosta e manto). Os contrastes de densidade são definidos como a diferença entre a distribuição de densidades no interior da Terra (não mostrada) e a distribuição de densidades na Terra Normal (Figura 2.2). A transição entre a crosta continental e a crosta oceânica é definida por uma superfície vertical (*COT*, do inglês “Continental-Ocean Transition”) representada por uma linha branca vertical tracejada. A superfície plana horizontal a partir da qual não existem variações laterais de densidades é chamada *superfície de compensação isostática* ( $S_0$ ).

## 2.3 Modelo de Airy

Isostasia é o termo usado para descrever um estado de equilíbrio mecânico entre a crosta da Terra e o manto subjacente. Devido à natureza dinâmica da superfície da Terra, o estado de equilíbrio está constantemente se alterando; cadeias de montanhas são formadas e erodidas, deltas de rios crescem, lençóis de gelo aumentam e diminuem, vulcões se formam e desaparecem (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005; LOWRIE, 2007; TURCOTTE e SCHUBERT, 2013; VANÍČEK e KRAKISKY, 1987). Pratt (PRATT, 1855) e Airy (AIRY, 1855) propuseram modelos para explicar o ajuste das camadas mais externas da Terra a esses distúrbios, de modo a retomar o equilíbrio isostático. Segundo o modelo de Pratt, a topografia é suportada pelos contrastes de densidade na crosta, relativos a um valor de densidade

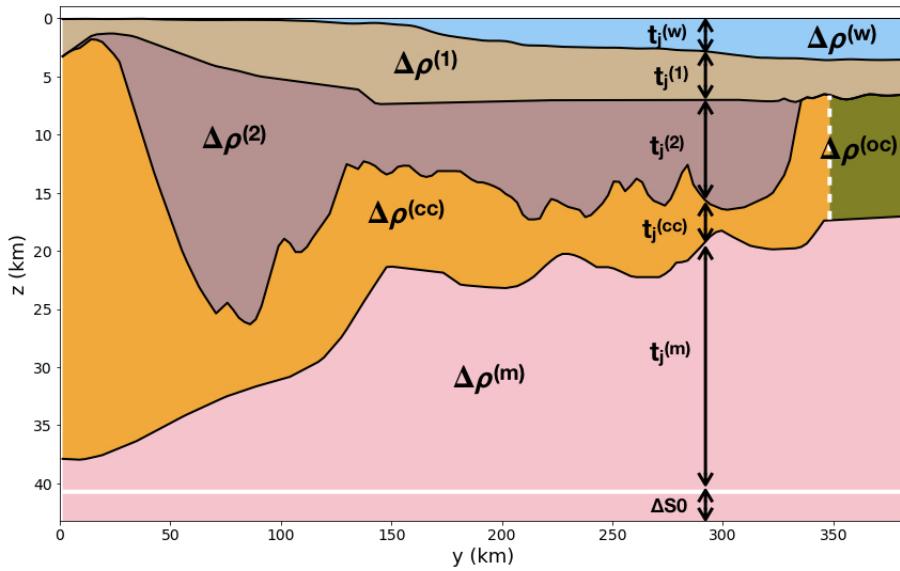


Figura 2.3: Distribuição de massas anômalas.  $S_0$  - superfície de compensação isostática (linha horizontal branca contínua);  $SR = S_0 + \Delta S_0$  - superfície Moho de referência (limite inferior do modelo);  $COT$  - transição entre a crosta continental e a crosta oceânica (linha vertical branca tracejada);  $t_j^{(w)}$  - espessura da camada de água na j-ésima posição do perfil;  $t_j^{(1)}$  - espessura da porção mais rasa da camada de sedimentos na j-ésima posição do perfil;  $t_j^{(2)}$  - espessura da porção mais profunda da camada de sedimentos na j-ésima posição do perfil;  $t_j^{(cc)}$  - espessura da camada de crosta continental na j-ésima posição do perfil;  $t_j^{(m)}$  - espessura da porção mais rasa da camada do manto na j-ésima posição do perfil;  $\Delta S_0$  - espessura constante da porção mais profunda da camada do manto;  $\Delta\rho^{(w)}$  - contraste de densidade da camada de água;  $\Delta\rho^{(1)}$  - contraste de densidade da porção mais rasa da camada de sedimentos;  $\Delta\rho^{(2)}$  - contraste de densidade da porção mais profunda da camada de sedimentos;  $\Delta\rho^{(oc)}$  - contraste de densidade da camada de crosta oceânica;  $\Delta\rho^{(cc)}$  - contraste de densidade da camada de crosta continental;  $\Delta\rho^{(m)}$  - contraste de densidade da camada do manto.

padrão. Já no modelo de Airy, as densidades da crosta e do manto são constantes e a topografia é suportada por variações no relevo da interface crosta-manto. Em ambos os modelos, há uma profundidade de compensação isostática, a partir da qual não há variações laterais de densidade e sobre a qual a pressão litostática devido às colunas de massa sobrejacentes é constante. Além disso, ambos os modelos consideram que o mecanismo de compensação isostática é local, de acordo com o princípio de Arquimedes, tal como se a crosta e o manto fossem fluidos. O modelo de Airy de variação da espessura crustal é, geralmente, considerado mais próximo da realidade. A excessão maior a isto é o caso da Cadeia Mesoceânica, onde o modelo de Pratt é tipicamente mais aplicável (CLOSE, 2010).

Considere a distribuição de densidades esquemática mostrada na Figura 2.3. Este

modelo representa a distribuição de densidades para uma bacia de margem passiva. Segundo o modelo de Airy, a pressão devida à coluna de rocha é igual em qualquer ponto sobre a superfície de compensação isostática, de acordo com o princípio de Arquimedes. Dessa forma, a pressão em qualquer ponto sobre a superfície de compensação isostática  $S_0$  é a mesma tanto no modelo de distribuição de densidades de referência (Figura 2.2) quanto no modelo esquemático dado na Figura 2.3. Ao igualar a pressão exercida por uma coluna  $j$  de rocha sobre a superfície de compensação isostática  $S_0$ , em uma região de crosta continental, nestes dois modelos, obtemos a seguinte equação:

$$S_0 \rho^{(r)} = t_j^{(w)} \rho^{(w)} + t_j^{(1)} \rho^{(1)} + t_j^{(2)} \rho^{(2)} + \dots + t_j^{(Q)} \rho^{(Q)} + t_j^{(cc)} \rho^{(cc)} + t_j^{(m)} \rho^{(m)}, \quad (2.16)$$

em que  $q = 1, 2, \dots, Q$  representa as porções de sedimentos, sal ou rochas vulcânicas da segunda camada do modelo, ou seja, camada entre o fundo do mar e o relevo do embasamento, e  $\rho^{(r)}$ ,  $\rho^{(w)}$ ,  $\rho^{(q)}$ ,  $\rho^{(cc)}$  e  $\rho^{(m)}$  representam, respectivamente, as densidades de referência, da água, sedimentos, crosta continental e manto. Analogamente, a equação obtida em uma região de crosta oceânica é dada por:

$$S_0 \rho^{(r)} = t_j^{(w)} \rho^{(w)} + t_j^{(1)} \rho^{(1)} + t_j^{(2)} \rho^{(2)} + \dots + t_j^{(Q)} \rho^{(Q)} + t_j^{(oc)} \rho^{(oc)} + t_j^{(m)} \rho^{(m)}. \quad (2.17)$$

em que  $\rho^{(oc)}$  é a densidade da crosta oceânica.

É importante ressaltar que, de acordo com os modelos mostrados nas Figuras 2.2 e 2.3, a superfície de compensação isostática  $S_0$  é definida como a menor profundidade a partir da qual não há variações laterais de densidade. A superfície Moho de referência  $SR$  representa a interface crosta-manto (Moho) no modelo de densidade de referência (Figura 2.2) e representa o limite inferior do modelo dado na Figura 2.3.  $SR$  possui profundidade constante e delimita a porção do modelo, com espessura  $\Delta S_0$ , que contribui equitativamente para os valores do distúrbio de gravidade calculados ao longo do perfil.

# Capítulo 3

## Problema Direto

Seja  $\mathbf{d}^o$  o vetor de dados observados, cujo  $i$ -ésimo elemento  $d_i^o$ ,  $i = 1, \dots, N$ , representa o distúrbio de gravidade observado na posição  $(x_i, y_i, z_i)$ , em um perfil localizado sobre um rifte de margem passiva. As coordenadas são referenciadas à um sistema Cartesiano topocêntrico, com eixo  $z$  apontando para baixo, na direção normal ao elipsoide de referência, eixo  $y$  ao longo do perfil e eixo  $x$  na direção perpendicular ao perfil. Assumimos que a distribuição de massas em um rifte de margem passiva pode ser esquematicamente representada de acordo com a Figura 3.1. Neste modelo, a subsuperfície é formada por quatro camadas. A 1<sup>a</sup> camada é a mais rasa e representa a camada de água, com densidade constante  $\rho^{(w)}$ . A 2<sup>a</sup> camada é formada por  $Q$  partes verticalmente adjacentes representando sedimentos, sal ou rochas vulcânicas. Na Figura 3.1, esta camada é formada por duas partes ( $Q = 2$ ) com densidades constantes  $\rho^{(q)}$ ,  $q = 1, 2$ . Podemos criar diferentes modelos alterando o número  $Q$  de acordo com a complexidade e as informações *a priori* disponíveis da área de estudo. Em muitos casos, sísmica pode ser usada para definir a geometria dessas estruturas rasas. A 3<sup>a</sup> camada representa a crosta e presumimos que sua densidade  $\rho^{(c)}$  varia horizontalmente ao longo do perfil, de acordo com uma função predefinida. Na Figura 3.1 assumimos que a densidade da crosta pode ser igual a  $\rho^{(cc)}$ , que representa a crosta continental, ou igual a  $\rho^{(oc)}$ , que representa a crosta oceânica, sendo a transição entre as crostas definida pela interface vertical  $COT$ . Contudo, funções mais complexas podem representar a distribuição de densidades da crosta, de acordo com o conhecimento do intérprete sobre a geologia da área de estudo. A 4<sup>a</sup> camada representa um manto homogêneo com densidade constante  $\rho^{(m)}$ . A interface separando a 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> camadas define o relevo do embasamento, enquanto que a interface separando a 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> camadas define a Moho. Definimos também a profundidade da superfície de compensação isostática  $S_0$  (representada como uma linha branca contínua na Figura 3.1), abaixo da qual não existe variação lateral na distribuição de massa.

A fim de definir a distribuição de massas anômalas produzindo o distúrbio de

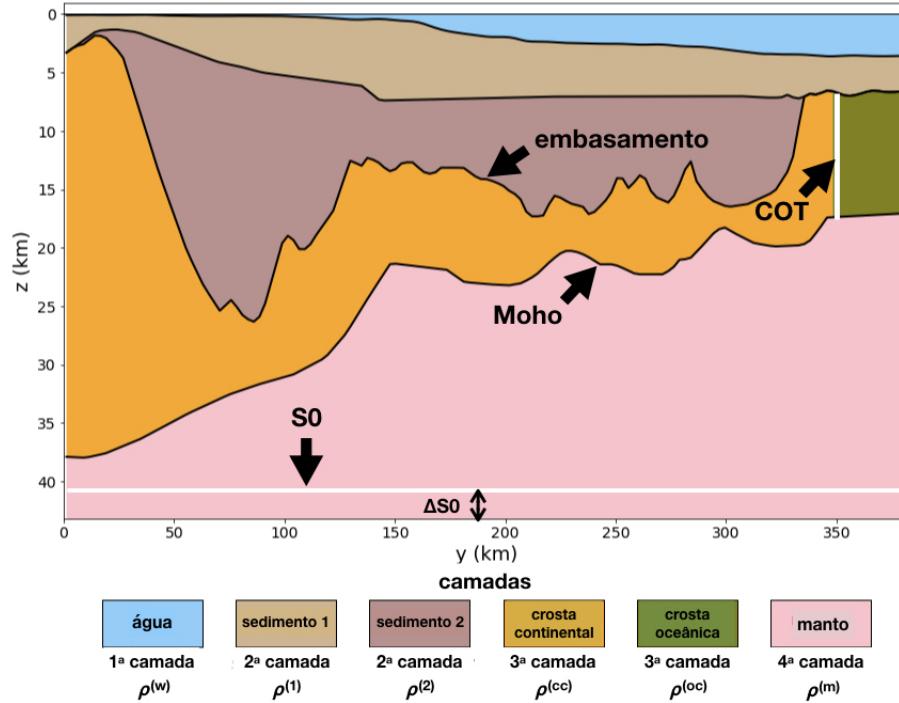


Figura 3.1: Modelo esquemático de um rifte de margem passiva.  $S_0$  - superfície de compensação isostática;  $SR = S_0 + \Delta S_0$  - Moho de referência (superfície que limita a base inferior do modelo);  $\rho^{(w)}$  - densidade da camada de água (1<sup>a</sup> camada);  $\rho^{(1)}$  - densidade da sub-camada mais rasa de sedimentos (2<sup>a</sup> camada);  $\rho^{(2)}$  - densidade da sub-camada mais profunda de sedimentos (2<sup>a</sup> camada);  $\rho^{(oc)}$  - densidade da camada de crosta oceânica (3<sup>a</sup> camada);  $\rho^{(cc)}$  - densidade da camada de crosta continental (3<sup>a</sup> camada);  $\rho^{(m)}$  - densidade da camada do manto (4<sup>a</sup> camada); COT - transição continente-oceano.

gravidade observado, assumimos a distribuição de massa de referência formada por duas camadas, apresentada na Figura 2.2. Note que a camada do manto no modelo de distribuição de massa de referência tem a mesma densidade que a camada do manto no modelo de rifte de margem passiva dado como exemplo (Figura 3.1). A interface separando a crosta e o manto no modelo de distribuição de massa de referência, a *Moho de referência*, representa a base do modelo na Figura 3.1.

Consideramos que a distribuição de massas anômalas produzindo o dado observado é definido como a diferença entre o modelo rifte de margem passiva (Figura 3.1) e a distribuição de massa de referência (Figura 2.2). Como consequência, a distribuição de massas anômalas é caracterizada por regiões com contraste de densidade constante. Esta distribuição de massas anômalas é aproximada por um modelo interpretativo discretizado em  $N$  colunas de prismas empilhados verticalmente (Figura 3.2). Por conveniência, assumimos que existe um distúrbio de gravidade observado sobre o centro de cada coluna ao longo do perfil. Consideramos também que os prismas das extremidades do modelo interpretativo estendem-se ao infinito ao longo do eixo  $y$ , a fim de evitar efeitos de borda no cálculo direto do distúrbio de

gravidade. A  $i$ -ésima coluna é formada por prismas empilhados verticalmente com comprimento infinito ao longo do eixo  $x$  e aproxima localmente as quatro camadas do nosso modelo rifte de margem passiva (Figura 3.1).

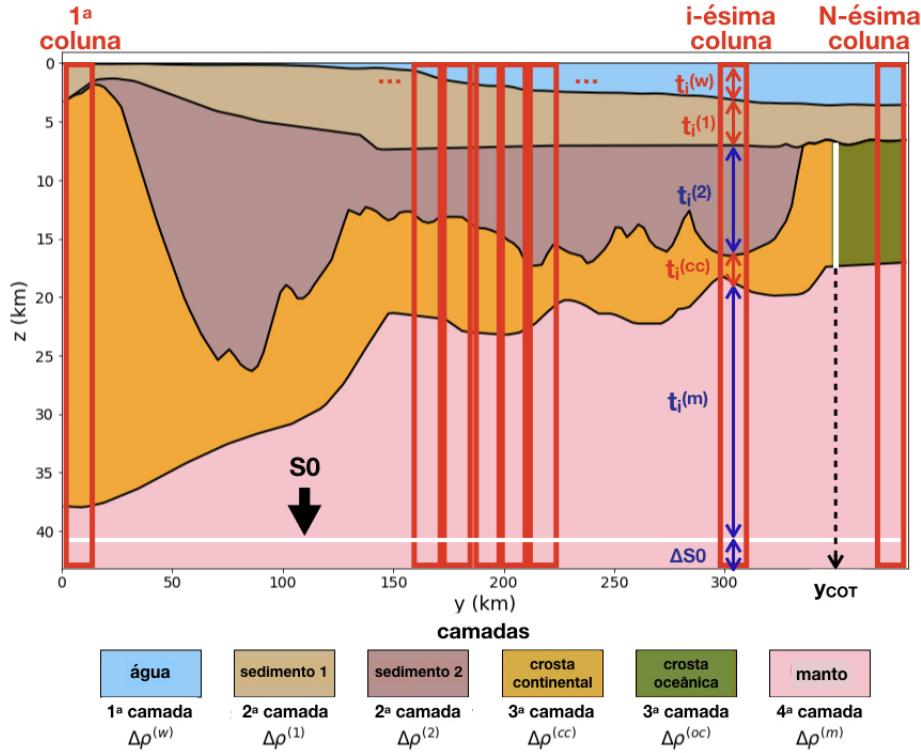


Figura 3.2: Modelo interpretativo.  $S_0$  - superfície de compensação isostática;  $SR = S_0 + \Delta S_0$  - Moho de referência (superfície que limita a base inferior do modelo);  $t_i^{(w)}$  - espessura do  $i$ -ésimo prisma da camada de água;  $t_i^{(1)}$  - espessura do  $i$ -ésimo prisma da sub-camada mais rasa de sedimentos;  $t_i^{(2)}$  - espessura do  $i$ -ésimo prisma da sub-camada mais profunda de sedimentos;  $t_i^{(cc)}$  - espessura do  $i$ -ésimo prisma da camada de crosta continental;  $t_i^{(m)}$  - espessura do  $i$ -ésimo prisma da sub-camada mais rasa do manto;  $\Delta\rho^{(w)}$  - contraste de densidade da camada de água;  $\Delta\rho^{(1)}$  - contraste de densidade da sub-camada mais rasa de sedimentos;  $\Delta\rho^{(2)}$  - contraste de densidade da sub-camada mais profunda de sedimentos;  $\Delta\rho^{(oc)}$  - contraste de densidade da camada de crosta oceânica;  $\Delta\rho^{(cc)}$  - contraste de densidade da camada de crosta continental;  $\Delta\rho^{(m)}$  - contraste de densidade da camada do manto;  $y_{COT}$  - posição no eixo  $y$  da transição continente-oceano.

A 1<sup>a</sup> camada é definida por um único prisma, possui espessura  $t_i^{(w)}$  e contraste de densidade constante  $\Delta\rho^{(w)} = \rho^{(w)} - \rho^{(r)}$ . A 2<sup>a</sup> camada é definida pelo intérprete, de acordo com a complexidade da área de estudo e a disponibilidade de informações *a priori*, por um conjunto de  $Q$  prismas empilhados verticalmente, cada um com espessura  $t_i^{(q)}$  e contraste de densidade constante  $\Delta\rho^{(q)} = \rho^{(q)} - \rho^{(r)}$ ,  $q = 1, \dots, Q$ . A 3<sup>a</sup> camada representa a crosta, é também formada por apenas um prisma, tem espessura  $t_i^{(c)}$  e contraste de densidade  $\Delta\rho_i^{(c)} = \rho_i^{(c)} - \rho^{(r)}$ , sendo  $\rho_i^{(c)}$  a densidade da crosta na coordenada  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , ao longo do perfil. De acordo com a Figura

3.1, a densidade da crosta  $\rho_i^{(c)}$  pode assumir dois possíveis valores, dependendo de sua posição com respeito a  $y_{COT}$  (Figura 3.2). Como consequência, os prismas que formam a terceira camada do modelo interpretativo podem ter dois possíveis contrastes de densidade:  $\Delta\rho_i^{(c)} = \rho^{(cc)} - \rho_{(r)}$ , para  $y_i \leq y_{COT}$ , ou  $\Delta\rho_i^{(c)} = \rho^{(oc)} - \rho_{(r)}$ , para  $y_i > y_{COT}$ . O topo e a base desta camada definem, respectivamente, os relevos do embasamento e da Moho. A 4<sup>a</sup> camada representa o manto, é dividida em duas sub-camadas, sendo cada uma formada por um único prisma de contraste de densidade constante  $\Delta\rho^{(m)} = \rho^{(m)} - \rho^{(r)}$ . A sub-camada mais rasa tem espessura  $t_i^{(m)}$ . Seu topo e base definem, respectivamente, as profundidades da Moho e da superfície de compensação isostática  $S_0$ . A sub-camada mais profunda tem espessura  $\Delta S_0$ , topo na superfície  $S_0$  e base na superfície planar  $S_0 + \Delta S_0$ , que define a Moho de referência.

São informações conhecidas do modelo interpretativo (Figura 3.2) os valores de contraste de densidade, a posição da *COT* ao longo do perfil ( $y_{COT}$ ), a superfície de compensação isostática  $S_0$ , a espessura  $t_i^{(w)}$  dos prismas que definem a 1<sup>a</sup> camada e também a espessura  $t_i^{(q)}$ ,  $q = 1, \dots, Q-1$ , dos prismas que formam as  $Q-1$  sub-camadas superiores da 2<sup>a</sup> camada. O vetor de parâmetros é então definido pela espessura  $t_i^{(Q)}$  dos prismas que formam a sub-camada mais profunda da 2<sup>a</sup> camada, pela espessura  $t_i^{(m)}$  dos prismas que formam a sub-camada mais rasa da 4<sup>a</sup> camada e pela espessura constante  $\Delta S_0$  que forma a sub-camada mais profunda da 4<sup>a</sup> camada do modelo interpretativo. Estas espessuras definem as superfícies do embasamento e da Moho e a profundidade máxima do modelo. A Figura 3.3 é uma representação esquemática de uma coluna de prismas do modelo interpretativo (Figura 3.2).

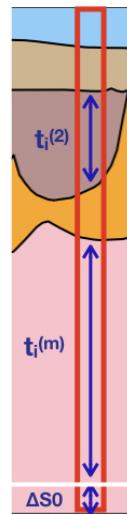


Figura 3.3: Modelo esquemático de uma coluna de prismas do modelo interpretativo.  $t_i^{(2)}$  - espessura do i-ésimo prisma da sub-camada mais profunda de sedimentos;  $t_i^{(m)}$  - espessura do i-ésimo prisma da sub-camada mais rasa do manto;  $\Delta S_0$  - espessura constante da sub-camada mais profunda do manto.

O vetor de parâmetros  $M \times 1$ ,  $M = 2N + 1$ , é então formado pelos vetores  $\mathbf{t}^{(Q)}$  e  $\mathbf{t}^{(m)}$  e pela espessura constante  $\Delta S_0$ .

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}^{(Q)} \\ \mathbf{t}^{(m)} \\ \Delta S_0 \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

em que  $\mathbf{t}^{(Q)}$  e  $\mathbf{t}^{(m)}$  são vetores  $N \times 1$ , com elementos  $t_i^{(Q)}$  e  $t_i^{(m)}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , que representam as espessuras dos prismas que formam, respectivamente, a base da 2<sup>a</sup> camada e o topo da 4<sup>a</sup> camada. Neste caso, o distúrbio de gravidade produzido pelo modelo interpretativo (o distúrbio de gravidade predito) na posição  $(x_i, y_i, z_i)$  pode ser escrito como a soma da componente vertical da atração gravitacional exercida pelos  $L$  prismas formando o modelo interpretativo, da seguinte maneira:

$$d_i(\mathbf{p}) = k_g G \sum_{j=1}^L f_{ij}(\mathbf{p}), \quad (3.2)$$

em que  $f_{ij}(\mathbf{p})$  representa uma integral sobre o volume do  $j$ -ésimo prisma. Aqui, estas integrais de volume são calculadas com as expressões propostas por (NAGY *et al.*, 2000), usando o pacote Python de código aberto *Fatiando a Terra* (UIEDA *et al.*, 2013).

# Capítulo 4

## Problema Inverso

Seja  $\mathbf{d}(\mathbf{p})$  o vetor de dados preditos, cujo  $i$ -ésimo elemento  $d_i(\mathbf{p})$  é a componente vertical da atração gravitacional (equação 3.2) exercida pelo modelo interpretativo na posição  $(x_i, y_i, z_i)$  no perfil. Estimar o vetor de parâmetros particular que produz um dado predito  $\mathbf{d}(\mathbf{p})$  o mais próximo possível do dado observado  $\mathbf{d}^o$  pode ser formulado como o problema de minimizar a função objetivo

$$\Gamma(\mathbf{p}) = \Phi(\mathbf{p}) + \sum_{\ell=0}^3 \alpha_\ell \Psi_\ell(\mathbf{p}), \quad (4.1)$$

sujeito ao vínculo de desigualdade

$$p_j^{min} < p_j < p_j^{max}, \quad j = 1, \dots, M, \quad (4.2)$$

onde  $p_j^{min}$  e  $p_j^{max}$  definem, respectivamente, os limites inferior e superior para o  $j$ -ésimo elemento de  $\mathbf{p}$ . Na equação 4.1,  $\alpha_\ell$  é o peso atribuído a  $\ell$ -ésima função de regularização  $\Psi_\ell(\mathbf{p})$ ,  $\ell = 0, 1, 2, 3$ , e  $\Phi(\mathbf{p})$  é a função de ajuste dada por

$$\Phi(\mathbf{p}) = \frac{1}{N} \|\mathbf{d}^o - \mathbf{d}(\mathbf{p})\|_2^2, \quad (4.3)$$

em que  $\|\cdot\|_2^2$  representa o quadrado da norma Euclidiana. Note que nosso método estima o vetor de parâmetros  $\mathbf{p}$  (equação 3.1), que contém as geometrias do embasamento e Moho, bem como a espessura  $\Delta S_0$  que define a profundidade da Moho de referência (Figura 3.1). As geometrias da 1<sup>a</sup> camada e das sub-camadas superiores que formam a 2<sup>a</sup> camada, bem como a profundidade de compensação  $S_0$  (Figura 3.1) são predefinidas a partir da batimetria e das informações *a priori* disponíveis. Estas quantidades predefinidas permanecem fixas durante a inversão. Detalhes sobre as funções de regularização  $\Psi_\ell(\mathbf{p})$ ,  $\ell = 0, 1, 2, 3$  e o procedimento numérico para resolver este problema inverso não-linear são dados nas seções que seguem.

## 4.1 Vínculo isostático

Considere que não existem forças verticais atuando nas superfícies laterais de cada coluna que forma o modelo (Figura 3.2). Neste caso, a pressão litostática exercida pela  $i$ -ésima coluna na superfície  $S_0$  pode ser calculada de acordo com o Princípio de Arquimedes, como segue:

$$t_i^{(w)} \rho^{(w)} + t_i^{(1)} \rho_i^{(1)} + \cdots + t_i^{(Q)} \rho_i^{(Q)} + t_i^{(c)} \rho_i^{(c)} + t_i^{(m)} \rho^{(m)} = \tau_i , \quad (4.4)$$

em que  $\tau_i$  é a razão entre a pressão litostática e o valor médio de gravidade na área de estudo. Reorganizando os termos na Equação 4.4 e utilizando a relação

$$S_0 = t_i^{(w)} + t_i^{(1)} + \cdots + t_i^{(Q)} + t_i^{(c)} + t_i^{(m)} , \quad (4.5)$$

é possível mostrar que:

$$\Delta \tilde{\rho}_i^{(Q)} t_i^{(Q)} + \Delta \tilde{\rho}_i^{(m)} t_i^{(m)} + \Delta \tilde{\rho}_i^{(w)} t_i^{(w)} + \Delta \tilde{\rho}_i^{(1)} t_i^{(1)} + \cdots + \Delta \tilde{\rho}_i^{(Q-1)} t_i^{(Q-1)} + \rho_i^{(c)} S_0 = \tau_i , \quad (4.6)$$

onde  $\Delta \tilde{\rho}_i^{(\alpha)} = \rho_i^{(\alpha)} - \rho_i^{(c)}$ ,  $\alpha = w, 1, \dots, Q-1, Q, m$ . Com o fim de descrever a pressão litostática exercida por todas as colunas do modelo interpretativo sobre a superfície  $S_0$ , a equação 4.6 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{M}^{(Q)} \mathbf{t}^{(Q)} + \mathbf{M}^{(m)} \mathbf{t}^{(m)} + \mathbf{M}^{(w)} \mathbf{t}^{(w)} + \mathbf{M}^{(1)} \mathbf{t}^{(1)} + \cdots + \mathbf{M}^{(Q-1)} \mathbf{t}^{(Q-1)} + \boldsymbol{\rho}^{(c)} S_0 = \boldsymbol{\tau} , \quad (4.7)$$

em que  $\boldsymbol{\tau}$  é um vetor  $N \times 1$  cujo  $i$ -ésimo elemento  $\tau_i$  (equação 4.4) está associado com a  $i$ -ésima coluna,  $\mathbf{t}^{(\alpha)}$ ,  $\alpha = w, 1, \dots, Q-1, Q, m$ , é um vetor  $N \times 1$  com  $i$ -ésimo elemento definido pela espessura  $t_i^{(\alpha)}$  de um prisma na  $i$ -ésima coluna,  $\mathbf{M}^{(\alpha)}$  é uma matriz diagonal  $N \times N$  com elementos da diagonal principal definidos pelo contraste de densidade  $\Delta \tilde{\rho}_i^{(\alpha)}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , dos prismas em uma camada e  $\boldsymbol{\rho}^{(c)}$  é um vetor  $N \times 1$  contendo as densidades dos prismas que representam a crosta.

Vamos agora usar uma aproximação similar aquela apresentada por FERDERER *et al.* (2017) para combinar os modelos de Airy-Heiskanen e Pratt-Hayford (HEISKANEN e MORITZ, 1967) com o fim de impor equilíbrio isostático local. Impomos esta condição variando ambas a densidade e a geometria da crosta ao longo da margem de rifte. Neste caso, a pressão litostática exercida pelo modelo interpretativo deve ser constante na profundidade de compensação  $S_0$  (Figura 3.2). Diferentemente de aproximações anteriores na literatura, impomos equilíbrio isostático forçando que a pressão litostática seja suave em  $S_0$ . Aplicamos a regularização de Tikhonov de primeira ordem (ASTER *et al.*, 2013) no vetor  $\boldsymbol{\tau}$  (equação 4.7) e obtemos a seguinte

expressão:

$$\mathbf{R}(\mathbf{C}\mathbf{p} + \mathbf{Dt}) = \mathbf{0}, \quad (4.8)$$

em que  $\mathbf{0}$  é um vetor  $N \times 1$  com todos os elementos iguais a zero,  $\mathbf{p}$  é o vetor de parâmetros (equação 3.1) e os demais termos são dados por:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{(Q)} & \mathbf{M}^{(m)} & \mathbf{0} \end{bmatrix}_{N \times M}, \quad (4.9)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{(w)} & \mathbf{M}^{(1)} & \dots & \mathbf{M}^{(Q-1)} & \boldsymbol{\rho}^{(c)} \end{bmatrix}_{N \times (QN+1)}, \quad (4.10)$$

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}^{(w)} \\ \mathbf{t}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{t}^{(Q-1)} \\ S_0 \end{bmatrix}_{(QN+1) \times 1}, \quad (4.11)$$

em que  $\mathbf{t}$  é um vetor  $(QN+1) \times 1$ , composto pela espessura  $t_i^{(w)}$  dos prismas que definem a 1<sup>a</sup> camada, pela espessura  $t_i^{(q)}$ ,  $q = 1, \dots, Q-1$ , dos prismas que formam as  $Q-1$  sub-camadas superiores da 2<sup>a</sup> camada e a profundidade de compensação  $S_0$ , e  $\mathbf{R}$  é uma matriz  $(N-1) \times N$ , cujo elemento  $ij$  é definido da seguinte forma:

$$[\mathbf{R}]_{ij} = \begin{cases} 1 & , \quad j = i \\ -1 & , \quad j = i+1 \\ 0 & , \quad \text{de outro modo} \end{cases}. \quad (4.12)$$

Por fim, a partir da equação 4.8, é possível definir a função de regularização  $\Psi_0(\mathbf{p})$  (equação 4.1)

$$\Psi_0(\mathbf{p}) = \|\mathbf{WR}(\mathbf{C}\mathbf{p} + \mathbf{Dt})\|_2^2, \quad (4.13)$$

em que  $\mathbf{W}$  é uma matriz diagonal  $(N-1) \times (N-1)$  com elementos constantes  $0 < w_{ii} \leq 1$ ,  $i = 1, \dots, N-1$ . A função  $\Psi_0(\mathbf{p})$  define o *vínculo isostático*.

Note que, minimizando a função  $\Psi_0(\mathbf{p})$  (equação 4.13), o método impõe sua validade na pressão litostática exercida pelo modelo interpretativo na superfície de compensação  $S_0$ . A matriz  $\mathbf{W}$  controla a quantidade relativa de equilíbrio isostático imposta ao longo do perfil. No caso particular em que todos os elementos da diagonal principal  $w_{ii}$  tem o mesmo valor constante, a mesma quantidade de equilíbrio isostático é imposta ao longo de todo perfil. Por outro lado, quantidades diferentes de equilíbrio isostático podem ser impostas ao longo do perfil variando os valores

destes elementos. Elementos  $w_{ii} \approx 1$  impõem curva de pressão listostática suave na transição entre as colunas  $i$  e  $i + 1$  do modelo interpretativo. Elementos  $w_{ii} \approx 0$  permitem variações abruptas na curva de pressão litostática entre as colunas  $i$  e  $i + 1$  do modelo interpretativo. Usando todos os elementos  $w_{ii} = 1$ , impomos equilíbrio isostático pleno ao longo de todo o perfil. Alternativamente, podemos permitir que o modelo interpretativo se desvie do equilíbrio isostático diminuindo convenientemente os valores numéricos atribuídos aos elementos  $w_{ii}$  em regiões específicas ao longo do perfil. A estratégia usada para definir os elementos  $w_{ii}$  é apresentada em uma seção específica que descreve os procedimentos computacionais para solução do problema inverso.

## 4.2 Vínculo de suavidade

Este vínculo impõe suavidade nas espessuras adjacentes dos prismas que formam a base da 2<sup>a</sup> camada e o topo da 4<sup>a</sup> camada. Esta informação é introduzida pela aplicação da regularização de primeira ordem de Tikhonov (ASTER *et al.*, 2013) aos vetores  $\mathbf{t}^{(Q)}$  e  $\mathbf{t}^{(m)}$  (equação 3.1). Matematicamente, este vínculo é representado pela função de regularização  $\Psi_1(\mathbf{p})$  (equação 4.1):

$$\Psi_1(\mathbf{p}) = \|\mathbf{Sp}\|_2^2, \quad (4.14)$$

em que  $\mathbf{S}$  é uma matriz  $2(N - 1) \times M$  dada por:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} & \mathbf{0} \end{bmatrix}_{2(N-1) \times M}, \quad (4.15)$$

onde  $\mathbf{R}$  é definido na equação 4.12 e  $\mathbf{0}$  são matrizes com todos os elementos iguais a zero.

## 4.3 Vínculo de igualdade

A fim de incorporar informação *a priori* em pontos isolados nas superfícies do embasamento e Moho, usamos uma aproximação similar ao proposto por BARBOSA *et al.* (1997) e BARBOSA *et al.* (1999a), em que forçamos a proximidade entre as espessuras calculadas a partir dessa informação *a priori* e as respectivas espessuras que compõem o vetor de parâmetros  $\mathbf{p}$ .

### 4.3.1 Vínculo de igualdade sobre o vetor de espessuras $\mathbf{t}^{(Q)}$

Seja  $\mathbf{a}$  um vetor cujo  $k$ -ésimo elemento  $a_k$ ,  $k = 1, \dots, A$ , é a diferença entre uma profundidade conhecida do embasamento e a soma das espessuras das partes superiores do modelo interpretativo (camada de água e sub-camadas superiores da 2<sup>a</sup> camada), todas na mesma coordenada horizontal  $y_k^A$  do perfil. Estas diferenças, que devem ser positivas, são usadas para definir a função de regularização  $\Psi_2(\mathbf{p})$  (equação 4.1):

$$\Psi_2(\mathbf{p}) = \|\mathbf{Ap} - \mathbf{a}\|_2^2, \quad (4.16)$$

onde  $\mathbf{A}$  é uma matriz  $A \times M$  da qual a  $k$ -ésima linha tem um elemento igual a um e todos os demais elementos iguais a zero. A localização do único elemento não-nulo na  $k$ -ésima linha de  $\mathbf{A}$  depende da coordenada horizontal  $y_k^A$  da espessura conhecida  $a_k$ . Considere, por exemplo, um modelo interpretativo formado por  $N = 10$  colunas. Considere também que as espessuras da sub-camada mais profunda da 2<sup>a</sup> camada nas coordenadas  $y_1^A = y_4$  e  $y_2^A = y_9$  são iguais a 25.0 e 35.7 km, respectivamente. Neste caso,  $A = 2$ ,  $\mathbf{a}$  é um vetor  $2 \times 1$  com elementos  $a_1 = 25.0$  e  $a_2 = 35.7$  e  $\mathbf{A}$  é uma matriz  $2 \times M$  ( $M = 2N + 1 = 21$ ). O elemento 4 da primeira linha e o elemento 9 da segunda linha de  $\mathbf{A}$  são iguais a 1 e todos os demais elementos são iguais a zero.

### 4.3.2 Vínculo de igualdade sobre o vetor de espessuras $\mathbf{t}^{(m)}$

Seja  $\mathbf{b}$  um vetor cujo  $k$ -ésimo elemento  $b_k$ ,  $k = 1, \dots, B$ , é a diferença entre a profundidade de compensação  $S_0$  e a profundidade conhecida da Moho na coordenada horizontal  $y_k^B$  do perfil. Estas diferenças, as quais devem ser positivas, definem valores conhecidos de espessuras da parte superior da 4<sup>a</sup> camada. Estes valores são usados para definir a função de regularização  $\Psi_3(\mathbf{p})$  (equação 4.1):

$$\Psi_3(\mathbf{p}) = \|\mathbf{Bp} - \mathbf{b}\|_2^2, \quad (4.17)$$

onde  $\mathbf{B}$  é uma matriz  $B \times M$  da qual a  $k$ -ésima linha tem um elemento igual a um e todos os demais elementos iguais a zero. Esta matriz é definida do mesmo modo que a matriz  $\mathbf{A}$  (equação 4.16).

## 4.4 Vínculo de desigualdade

Com o uso do vínculo de desigualdade, podemos impor a condição de positividade aos parâmetros a serem invertidos para garantir que todas as espessuras do modelo sejam positivas. O vínculo de desigualdade (equação 4.2) é incorporado durante a

solução do problema inverso, usando a mesma estratégia empregada por BARBOSA *et al.* (1999b), por meio de uma transformação  $f(\mathbf{p})$  que mapeia o vetor  $\mathbf{p} \equiv p_j \in (p_{min}, p_{max})$ ,  $j = 1, \dots, M$  no vetor  $\mathbf{p}^\dagger \equiv p_j^\dagger \in (-\infty, +\infty)$ ,  $j = 1, \dots, M$ . O  $j$ -ésimo parâmetro  $p_j^\dagger$  é então definido por  $f(p_j)$ :

$$p_j^\dagger = f(p_j) = -\ln \left( \frac{p_{max_j} - p_j}{p_j - p_{min_j}} \right) , \quad (4.18)$$

e a transformação inversa  $f^{-1}(p_j^\dagger)$  é expressa na forma

$$p_j = f^{-1}(p_j^\dagger) = p_{min_j} + \frac{(p_{max_j} - p_{min_j})}{(1 + e^{-p_j^\dagger})} . \quad (4.19)$$

## 4.5 Método de Levenberg-Marquardt

A solução do problema inverso não-linear proposto na forma de minimizar a função objetivo  $\Gamma(\mathbf{p})$  (equação 4.1) sujeito ao vínculo de desigualdade (equação 4.2), é obtida iterativamente segundo o método de Levenberg-Marquardt (ASTER *et al.*, 2013; MARQUARDT, 1963), sendo o vínculo de desigualdade incorporado diretamente nas perturbações calculadas em cada iteração (BARBOSA *et al.*, 1999b). Primeiramente, a função objetivo  $\Gamma(\mathbf{p})$  é expandida em série de Taylor até segunda ordem, em torno da aproximação  $\mathbf{p}_{(k)}$  da  $k$ -ésima iteração. Diferenciando a função objetivo expandida  $\Gamma(\mathbf{p}_{(k)} + \Delta\mathbf{p}_{(k)})$ , com respeito a  $\Delta\mathbf{p}_{(k)}$ , e igualando o resultado ao vetor nulo, obtemos a estimativa da correção do vetor de parâmetros  $\Delta\hat{\mathbf{p}}_{(k)}$ :

$$\mathbf{H}_{(k)}\Delta\hat{\mathbf{p}}_{(k)} = -\mathbf{J}_{(k)} , \quad (4.20)$$

em que

$$\mathbf{J}_{(k)} = \mathbf{J}_{(k)}^\Phi + \sum_{\ell=0}^3 \alpha_\ell \mathbf{J}_{(k)}^{\Psi_\ell} , \quad (4.21)$$

e

$$\mathbf{H}_{(k)} = \mathbf{H}_{(k)}^\Phi + \sum_{\ell=0}^3 \alpha_\ell \mathbf{H}_{(k)}^{\Psi_\ell} , \quad (4.22)$$

em que os vetores gradientes e as matrizes Hessianas da função ajuste  $\Phi(\mathbf{p})$  (equação 4.3) e dos vínculos  $\Psi_\ell(\mathbf{p})$ ,  $\ell = 0, 1, 2, 3$  (equações 4.13, 4.14, 4.16 e 4.17) são apresentados no *Apêndice 1*.

No método de Levenberg-Marquardt, a estimativa da correção do vetor de parâmetros

é feita de forma iterativa pela expressão:

$$(\mathbf{H}_{(k)} \mathbf{T}_{(k)} + \lambda \mathbf{I}) \Delta \hat{\mathbf{p}}_{(k)}^\dagger = -\mathbf{J}_{(k)}, \quad (4.23)$$

em que  $\lambda$  é um escalar positivo, o parâmetro de Levenberg–Marquardt, e o vínculo de desigualdade (equação 4.2) é incorporado a cada iteração pela matriz transformação  $\mathbf{T}_{(k)}$ , sendo esta uma matriz diagonal  $M \times M$  com  $j$ -ésimo elemento na  $k$ -ésima iteração dado por (BARBOSA *et al.*, 1999b):

$$T_{jj_{(k)}} = \left( \frac{\partial f(p_j)}{\partial p_j} \Big|_{p_j=\hat{p}_{j_{(k)}}} \right)^{-1}, \quad (4.24)$$

ou, substituindo a equação 4.18 em 4.24:

$$T_{jj_{(k)}} = \frac{(\hat{p}_{j_{(k)}} - p_{min_j}) (p_{max_j} - \hat{p}_{j_{(k)}})}{(p_{max_j} - p_{min_j})}, \quad (4.25)$$

Em resumo: O vetor de parâmetros transformado  $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}^\dagger = f(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})$  é calculado usando a transformação 4.18, estima-se então uma correção  $\Delta \hat{\mathbf{p}}_{(k)}^\dagger$  na  $k$ -ésima iteração resolvendo o sistema 4.23, obtém-se uma nova estimativa do vetor de parâmetros transformado  $\hat{\mathbf{p}}_{k+1}^\dagger$ , na iteração  $k+1$ , a partir da estimativa da correção  $\Delta \hat{\mathbf{p}}_{(k)}^\dagger$

$$\hat{\mathbf{p}}_{k+1}^\dagger = \hat{\mathbf{p}}_k^\dagger + \Delta \hat{\mathbf{p}}_{(k)}^\dagger, \quad (4.26)$$

e então o vetor de parâmetros  $\hat{\mathbf{p}}_{(k)} = f^{-1}(\hat{\mathbf{p}}_{k+1}^\dagger)$  é calculado usando a transformação 4.19.

O procedimento é repetido, respeitando-se um número máximo de iterações, segundo o critério de parada (KELLEY, 1999):

$$\Gamma(\hat{\mathbf{p}}_{k+1}) < \Gamma(\hat{\mathbf{p}}_k) \quad (4.27)$$

e

$$\frac{|\Gamma(\hat{\mathbf{p}}_{k+1}) - \Gamma(\hat{\mathbf{p}}_k)|}{|\Gamma(\hat{\mathbf{p}}_k)|} > \epsilon. \quad (4.28)$$

Se um valor grande é utilizado para  $\lambda$ , o termo dado pelo produto entre  $\lambda$  e a matriz identidade (equação 4.23) tem maior peso e a correção no vetor de parâmetros é calculada de acordo com o método gradiente (*Steepest-Descent*), para o qual a correção é pequena e na direção de decréscimo da função. Se é utilizado um valor pequeno para  $\lambda$ , o termo dado pelo produto entre  $\lambda$  e a matriz identidade (equação 4.23) tem menor peso e a correção no vetor de parâmetros é calculada segundo o método *Gauss-Newton*, para o qual a correção no vetor de parâmetros é grande e não necessariamente na direção de mínimo da função.

O termo  $\lambda\mathbf{I}$  é utilizado para estabilizar a solução do sistema linear de equações que determina a pesquisa da direção de mínimo a ser usada. Tal termo é somente utilizado como um modo de melhorar a convergência do algoritmo e não compõe a função objetivo a ser minimizada. Portanto não regulariza o problema de mínimos quadrados não-linear.

## 4.6 Procedimentos computacionais para solução do problema inverso

O vetor de parâmetros  $\mathbf{p}$  (equação 3.1) que minimiza a função objetivo  $\Gamma(\mathbf{p})$  (equação 4.1), sujeito ao vínculo de desigualdade (equação 4.2), é estimado em três etapas. Em cada etapa, a função objetivo é minimizada usando o método de Levenberg-Marquardt (ASTER *et al.*, 2013) e o vínculo de desigualdade (equação 4.2) é incorporado usando a mesma estratégia empregada por BARBOSA *et al.* (1999b). Todas as derivadas da função de ajuste  $\Phi(\mathbf{p})$  (equação 4.3) com respeito aos parâmetros são computadas usando uma aproximação de diferenças finitas (Ver *Apêndice 1*).

### 4.6.1 Descrição geral da *Etapa 1 (S1)*

*Etapa 1* consiste em resolver o problema inverso sem impor vínculo isostático, usando  $\alpha_0 = 0$  (equação 4.1). Para esta etapa, o intérprete deve definir:

- Variáveis que definem o modelo interpretativo (Figura 3.2): contrastes de densidade  $\Delta\rho^{(\alpha)}$ ,  $\alpha = w, 1, \dots, Q, cc, oc, m$ , das quatro camadas, posição  $y_{COT}$  da *COT* e profundidade de compensação isostática  $S_0$ . A Figura 3.2 ilustra o exemplo em que a segunda camada é formada por  $Q = 2$  partes. No entanto, este número pode ser alterado de acordo com a área de estudo.
- Variáveis para a inversão: pesos  $\alpha_\ell$ ,  $\ell = 1, 2, 3$  (equação 4.1), associados aos vínculos de suavidade e igualdade (equações 4.14, 4.16 e 4.17), limites inferior e superior  $p_j^{min}$  e  $p_j^{max}$  (equação 4.2),  $j = 1, \dots, M$ , para os parâmetros a serem estimados, vetores  $\mathbf{a}$  (equação 4.16) e  $\mathbf{b}$  (equação 4.17) contendo valores de espessuras conhecidas, e uma aproximação inicial  $\mathbf{p}^{(0)}$  para o vetor de parâmetros  $\mathbf{p}$  (equação 3.1). A proximação inicial  $\mathbf{p}^{(0)}$  deve satisfazer o vínculo de desigualdade (equação 4.2).

O vetor de parâmetros estimado obtido no final desta primeira etapa é convenientemente chamado  $\mathbf{p}^{(1)}$ . O principal objetivo nesta etapa é encontrar valores

adequados para as variáveis que definem o modelo interpretativo e aquelas utilizadas para inversão. Podem ser necessárias diversas tentativas para encontrar valores adequados para essas variáveis.

#### 4.6.2 Descrição geral da *Etapa 2 (S2)*

*Etapa 2* consiste em obter um vetor de parâmetros estimado  $\mathbf{p}^{(2)}$  impondo pleno equilíbrio isostático no modelo interpretativo, ao longo de todo perfil. Nesta etapa, o intérprete deve utilizar a mesma aproximação inicial  $\mathbf{p}^{(0)}$  da etapa anterior. Adicionalmente, o intérprete deve definir a matriz  $\mathbf{W}$  igual a matriz identidade e encontrar um valor adequado para o peso  $\alpha_0$  (equação 4.1) que controla o vínculo isostático (equação 4.13). Presumimos que, ao impor a mesma quantidade de equilíbrio isostático ao longo de todo o perfil, o vetor de parâmetros estimado  $\mathbf{p}^{(2)}$  irá produzir um ajuste de dados sobretudo bom, exceto em algumas regiões isoladas. Assumimos que, nessas regiões, a margem passiva se desvia do equilíbrio isostático descrito pelo modelo de Airy-Heiskanen.

#### 4.6.3 Descrição geral da *Etapa 3 (S3)*

*Etapa 3* consiste em obter um vetor de parâmetros estimado  $\mathbf{p}^{(3)}$  impondo diferentes quantidades de equilíbrio isostático no modelo interpretativo, ao longo do perfil. Nesta etapa, o intérprete deve calcular os elementos  $w_{ii}$  da matriz  $\mathbf{W}$  (equação 4.13) a fim de permitir que o modelo interpretativo se desvie do equilíbrio isostático nas regiões de grandes resíduos entre os dados de distúrbio de gravidade, onde o vetor de parâmetros estimado na *Etapa 2* ( $\mathbf{p}^{(2)}$ ) não produziu bom ajuste de dados. Desse modo, nesta etapa, o vínculo isostático é aplicado de forma ponderada ao longo do perfil. Os elementos de  $\mathbf{W}$  são calculados da seguinte forma:

$$w_{ii} = \exp \left[ -\frac{\left( r_i^{(2)} + r_{i+1}^{(2)} \right)^2}{4\sigma} \right], \quad (4.29)$$

em que  $\sigma$  é uma constante positiva e as variáveis  $r_i^{(2)} = d_i^0 - d_i(\mathbf{p}^{(2)})$  e  $r_{i+1}^{(2)} = d_{i+1}^0 - d_{i+1}(\mathbf{p}^{(2)})$  representam, respectivamente, os resíduos entre os dados observado e predito (equação 3.2) nas posições  $(x_i, y_i, z_i)$  e  $(x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1})$ , sendo  $\mathbf{p}^{(2)}$  o vetor de parâmetros estimado obtido na etapa anterior. Note que a equação 4.29 define os elementos  $w_{ii}$  no intervalo  $]0, 1]$ . Além disso, esta equação resulta em  $w_{ii} \approx 1$  nas regiões onde os resíduos são próximos de zero e  $w_{ii} \approx 0$  nas regiões onde estão presentes grandes resíduos. A constante positiva  $\sigma$  controla o desvio do equilíbrio

isostático. Pequenos valores de  $\sigma$  permitem grandes desvios do equilíbrio isostático, resultando em modelos estimados perto daqueles obtidos na *Etapa 1*. Grandes valores de  $\sigma$  permitem pequenos desvios do equilíbrio isostático, resultando em modelos estimados perto daqueles obtidos na *Etapa 2*. Esta estratégia para definir os elementos da matriz  $\mathbf{W}$  (equação 4.13) pressupõe que o vínculo isostático pode produzir grandes resíduos em algumas regiões ao longo do perfil. Para neutralizar este problema, nosso método permite que o modelo interpretativo se desvie do equilíbrio isostático nestas regiões. Esta ideia está em perfeito acordo com o fato de que o equilíbrio isostático em um rifte de margem passiva não pode ser perfeitamente explicado por modelos locais.

#### 4.6.4 Considerações a respeito dos pesos $\alpha_0$ , $\alpha_1$ , $\alpha_2$ e $\alpha_3$

Outro aspecto importante do nosso método se refere aos valores atribuídos para os pesos  $\alpha_\ell$  (equação 4.1). Seus valores podem ser muito dependentes de características particulares do modelo interpretativo e não há regra analítica para defini-los. Para superar este problema, normalizamos os valores de  $\alpha_\ell$  do seguinte modo:

$$\alpha_\ell = \tilde{\alpha}_\ell \frac{E_\Phi}{E_\ell}, \quad \ell = 0, 1, 2, 3, \quad (4.30)$$

em que  $\tilde{\alpha}_\ell$  é um escalar positivo e  $\frac{E_\Phi}{E_\ell}$  é uma constante de normalização. Nesta equação,  $E_\ell$  representa a mediana dos elementos que formam a diagonal principal da matriz Hessiana da  $\ell$ -ésima função de regularização  $\Psi_\ell(\mathbf{p})$  (equações 4.13, 4.14, 4.16 e 4.17). A constante  $E_\Phi$  é definida de maneira similar usando a matriz Hessiana da função de ajuste  $\Phi(\mathbf{p})$  (equação 4.3) calculada com a aproximação inicial  $\mathbf{p}^{(0)}$  para o vetor de parâmetro  $\mathbf{p}$  (equação 3.1) na *Etapa 1*. De acordo com esta estratégia empírica, os pesos  $\alpha_\ell$  são definidos usando os positivos escalares  $\tilde{\alpha}_\ell$  (equação 4.30), que são menos dependentes de características particulares do modelo interpretativo.

#### 4.6.5 Versão resumida do nosso algoritmo

- (S1)** Use  $\tilde{\alpha}_0 = 0$  e defina valores não-nulos para  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) (Ver a subseção *Considerações práticas*). Defina  $p_j^{\min}$  e  $p_j^{\max}$  (equação 4.2),  $\mathbf{a}$  (equação 4.16) e  $\mathbf{b}$  (equação 4.17). Defina uma aproximação inicial  $\mathbf{p}^{(0)}$  que satisfaça o vínculo de desigualdade (equação 4.2). Use  $\mathbf{p}^{(0)}$  para calcular a matriz Hessiana da função de ajuste  $\Phi(\mathbf{p})$  (equação 4.13). Calcule as matrizes Hessianas das funções de regularização  $\Psi_\ell(\mathbf{p})$ ,  $\ell = 1, 2, 3$  (4.14, 4.16 e 4.17). Calcule  $E_\Phi$ ,  $E_\ell$  e  $\alpha_\ell$  (equação 4.30),  $\ell = 1, 2, 3$ . Estime um vetor de parâmetros  $\mathbf{p}^{(1)}$

que minimiza  $\Gamma(\mathbf{p})$  (equação 4.1), sujeito ao vínculo de desigualdade (equação 4.2).

- (S2) Use a mesma aproximação inicial  $\mathbf{p}^{(0)}$  da etapa anterior. Defina  $\mathbf{W}$  (equação 4.13) igual a matriz identidade. Defina um valor não-nulo para  $\tilde{\alpha}_0$  (equação 4.30) (Ver a subseção *Considerações práticas*). Calcule a matriz Hessiana da função de regularização  $\Psi_0(\mathbf{p})$  (equação 4.13). Calcule  $E_0$  e  $\alpha_0$  (equação 4.30). Estime um vetor de parâmetros  $\mathbf{p}^{(2)}$  que minimiza  $\Gamma(\mathbf{p})$  (equação 4.1), sujeito ao vínculo de desigualdade (equação 4.2).
- (S3) Use  $\mathbf{p}^{(2)}$  como aproximação inicial. Defina a constante positiva  $\sigma$  (Ver a subseção *Considerações práticas*) e calcule os elementos da diagonal  $w_{ii}$  (equação 4.29),  $i = 1, \dots, N - 1$ . Com a nova matriz  $\mathbf{W}$ , calcule a matriz Hessiana da função de regularização  $\Psi_0(\mathbf{p})$  (equação 4.13). Estime um vetor de parâmetros  $\mathbf{p}^{(3)}$  que minimiza  $\Gamma(\mathbf{p})$  (equação 4.1), sujeito ao vínculo de desigualdade (equação 4.2).

# Capítulo 5

## Resultados - Modelos sintéticos

Neste capítulo são apresentados os resultados da aplicação do nosso método sobre modelos simulados formados por quatro camadas: água, sedimentos mais sal ou vulcânicas, crosta (continental e oceânica) e manto. Os dados de distúrbio de gravidade sintéticos foram produzidos por três modelos simulados:

1. Modelo de margem passiva simples;
2. Modelo de margem passiva pobre em magma (MPPMs).
3. Modelo de margem passiva com vulcanismo (VPMs);

Para cada exemplo, são apresentadas figuras dos modelos verdadeiros (modelos sintéticos) e dos resultados da aplicação do nosso método, estes últimos em três painéis: dados de distúrbio de gravidade simulado, aproximação inicial e predito (painel superior), curvas de pressão litostática simulada e calculada (painel central) e o modelo estimado (painel inferior) com as superfícies verdadeiras em linhas pretas contínuas, os relevos do embasamento e Moho usados como aproximação inicial em linhas azuis tracejadas, os relevos do embasamento e Moho estimados em linhas brancas tracejadas, as posições das profundidades conhecidas para o embasamento e a Moho em símbolos nas cores amarelo e verde, respectivamente. Os contrastes de densidades das camadas são apresentados na base do painel inferior.

Aplicamos somente a *Etapa 1* e a *Etapa 2* de nosso método sobre os modelos simples. Aplicamos todas as etapas do método (*Etapa 1*, *Etapa 2* e *Etapa 3*) sobre os modelos de margem passiva MPPMs e VPMs e mostramos como o aumento da informação *a priori* contribui para a melhora dos modelos estimados.

Significado geológico	$\rho^{(\alpha)}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\Delta\rho^{(\alpha)}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\alpha$
água	1030	-1640	<i>w</i>
sedimentos	2550	-120	1
crosta continental	2670	0	<i>cc</i>
crosta oceânica	2840	170	<i>oc</i>
manto	3200	530	<i>m</i>

Tabela 5.1: Propriedades dos modelos de margem passiva simples. O modelo se estende de  $y = 0$  km a  $y = 195$  km, a transição crosta continental-oceânica (COT) está localizada em  $y_{COT} = 117$  km e a Moho de referência está localizada em  $S_0 + \Delta S_0 = 27$  km (modelo simples I) e  $S_0 + \Delta S_0 = 30$  (modelo simples II), em que  $\Delta S_0 = 500$  m (Figuras 5.1 e 5.2). Os contrastes de densidades  $\Delta\rho^{(\alpha)} = \rho^{(\alpha)} - \rho^{(r)}$  são definidos com respeito ao valor de referência  $\rho^{(r)} = 2670$  kg/m<sup>3</sup>, o qual coincide com a densidade  $\rho^{(cc)}$  atribuída a crosta continental.

## 5.1 Modelo de margem passiva simples

Os modelos simples I e II simulam modelos simples de margem passiva, formados por quatro camadas: água, sedimentos, crosta (continental e oceânica) e manto (Figuras 5.1 e 5.2, respectivamente). Estes modelos diferem nos primeiros  $\approx 50$  km do perfil: o modelo simples II possui pronunciado afinamento crustal nesta região. Os parâmetros que definem estes modelos estão descritos na Tabela 5.1. Seguindo o algoritmo apresentado no Capítulo 4, aplicamos a *Etapa 1* e a *Etapa 2* do nosso método para inverter o dado de distúrbio de gravidade sintético produzido pelos modelos simulados.

As Figuras 5.3 e 5.4 mostram os resultados obtidos na *Etapa 1* do nosso algoritmo. Os modelos interpretativos foram definidos usando os parâmetros apresentados na Tabela 5.1. Definimos valores para os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30):  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente. Na *Etapa 1* estimamos o vetor de parâmetros  $\mathbf{p}^{(1)}$  sem impor vínculo isostático, definindo  $\tilde{\alpha}_0 = 0$ . Assumimos  $S_0 = 26.5$  km (modelo I) e  $S_0 = 29.5$  km (modelo II) e escolhemos a aproximação inicial  $\Delta S_0 = 5$  km (modelo I) e  $\Delta S_0 = 1.8$  km (modelo II), que corresponde a uma Moho de referência mais profunda que a verdadeira (Tabela 5.1). A aproximação inicial usada para as superfícies do embasamento e da Moho (linhas azuis tracejadas) são também muito diferentes das verdadeiras (linhas pretas contínuas). Como podemos observar nas Figuras 5.3 e 5.4, a Moho e a Moho de referência estimadas são muito próximas das verdadeiras, em contrapartida, o relevo do embasamento estimado é suave e não recupera a forma do verdadeiro na região mais acidentada do perfil (crosta continental). Podemos observar nos painéis superiores que os modelos estimados produzem distúrbio de gravidade e pressão litostática muito próximos dos verdadeiros.

As Figuras 5.5 e 5.6 mostram os resultados obtidos na *Etapa 2* do nosso algo-

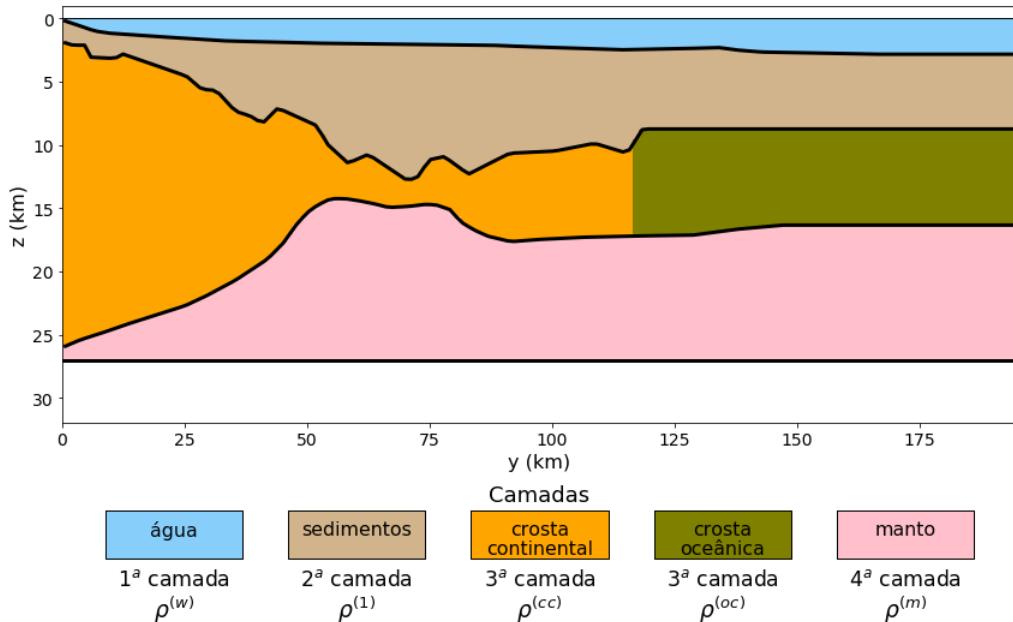


Figura 5.1: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples I. Modelo de margem passiva simples I formado por quatro camadas. A 1<sup>a</sup> camada representa água com densidade constante  $\rho^{(w)}$ . A 2<sup>a</sup> camada é formada por sedimento com densidade constante  $\rho^{(1)}$ . A 3<sup>a</sup> camada representa a crosta, dividida por uma COT vertical e abrupta, em crosta continental e oceânica com densidades constantes  $\rho^{(cc)}$  e  $\rho^{(oc)}$ , respectivamente. A 4<sup>a</sup> camada representa um manto homogêneo com densidade constante  $\rho^{(m)}$ . A Moho de referência (linha preta contínua) coincide com a base do modelo ( $S_0 + \Delta S_0$ ). As densidades e profundidades das superfícies planares foram definidas de acordo com a Tabela 5.1.

ritmo. Para tanto, utilizamos  $\tilde{\alpha}_0 = 10^1$  (equação 4.30). Em comparação com os modelos estimados na *Etapa 1* (Figuras 5.3 e 5.4), estes resultados mostram curvas de pressão litostática um pouco mais suaves como uma consequência da atuação do vínculo isostático. No painel superior, observamos que os modelos estimados produzem distúrbio de gravidade muito próximos dos verdadeiros. No painel inferior, o vínculo isostático atua produzindo muito pouco efeito nas superfícies estimadas do embasamento, da Moho e Moho de referência.

As Figuras 5.7 e 5.8 mostram os resultados obtidos na *Etapa 2* do nosso algoritmo a partir do aumento do peso atribuído ao vínculo isostático,  $\tilde{\alpha}_0 = 10^2$  (equação 4.30). Em comparação com os resultados apresentados anteriormente (Figuras 5.3, 5.4, 5.5 e 5.6), estes resultados mostram maior suavidade das curvas de pressão litostática, como esperado. No painel superior, mesmo com o aumento do parâmetro  $\tilde{\alpha}_0$ , observamos que os modelos estimados ainda produzem distúrbio de gravidade muito próximos dos verdadeiros. Em contrapartida, as superfícies estimadas do embasamento e da Moho apresentam menor similaridade com as verdadeiras do que as obtidas na *Etapa 1* e na *Etapa 2* com menor peso atribuído ao vínculo isostático.

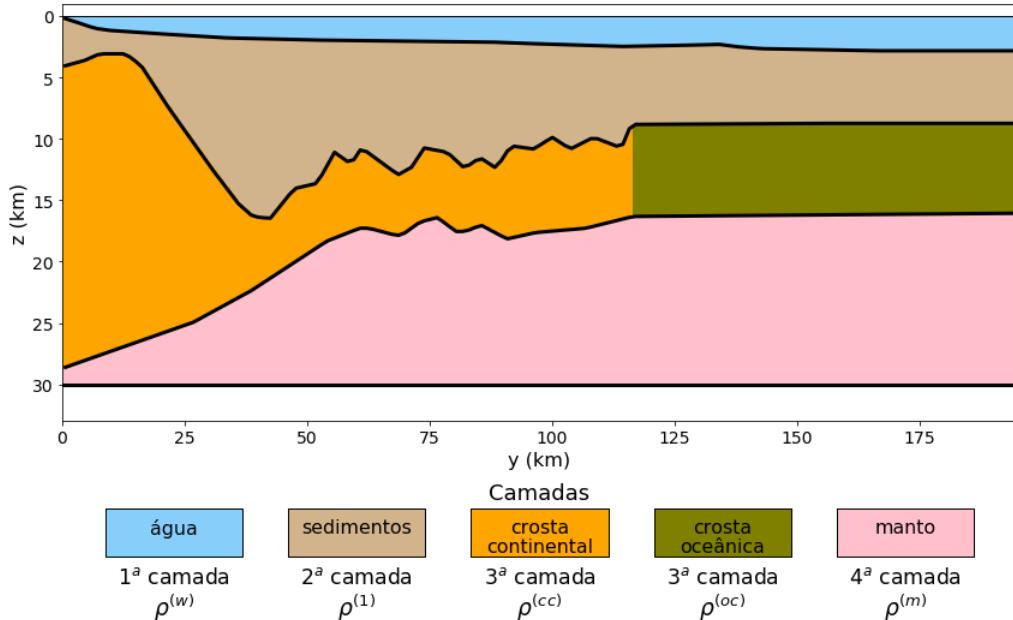


Figura 5.2: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples II. Modelo de margem passiva simples II formado por quatro camadas. A 1<sup>a</sup> camada representa água com densidade constante  $\rho^{(w)}$ . A 2<sup>a</sup> camada é formada por sedimento com densidade constante  $\rho^{(1)}$ . A 3<sup>a</sup> camada representa a crosta, dividida por uma COT vertical e abrupta, em crosta continental e oceânica com densidades constantes  $\rho^{(cc)}$  e  $\rho^{(oc)}$ , respectivamente. A 4<sup>a</sup> camada representa um manto homogêneo com densidade constante  $\rho^{(m)}$ . A Moho de referência (linha preta contínua) coincide com a base do modelo ( $S_0 + \Delta S_0$ ). As densidades e profundidades das superfícies planares foram definidas de acordo com a Tabela 5.1.

Desta forma, a aplicação da *Etapa 1* do nosso método, para os modelos simples I e II, é suficiente para recuperar um bom modelo estimado.

## 5.2 Modelo de margem passiva pobre em magma (MPPMs)

Simulamos um modelo simples de margem passiva pobre em magma formado por quatro camadas: água, sedimentos + sal, crosta (continental e oceânica) e manto (Figura 5.9). Os parâmetros que definem este modelo estão descritos na Tabela 5.2. Aplicamos nosso método (*Etapa 1*, *Etapa 2* e *Etapa 3*) para inverter o dado de distúrbio de gravidade sintético produzido pelo modelo simulado MPPMs.

A Figura 5.10 mostra o resultado obtido ao final da *Etapa 1* do nosso método. O modelo interpretativo foi definido usando os parâmetros apresentados na Tabela 5.2. Definimos valores para os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30):  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente. Na *Etapa 1* estimamos o vetor de parâmetros  $\mathbf{p}^{(1)}$  sem impor vínculo isostático, definindo  $\tilde{\alpha}_0 = 0$ . Assumimos  $S_0 = 26.8$  km e escolhemos

Significado geológico	$\rho^{(\alpha)}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\Delta\rho^{(\alpha)}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\alpha$
água	1030	-1690	<i>w</i>
pós-sal	2350	-370	1
sal	2170	-550	2
pré-sal	2560	-160	3
crosta continental	2720	0	<i>cc</i>
crosta oceânica	2740	20	<i>oc</i>
manto	3300	580	<i>m</i>

Tabela 5.2: Propriedades do modelo de margem passiva pobre em magma. O modelo se estende de  $y = 0$  km a  $y = 247$  km, a transição crosta continental-oceânica (COT) está localizada em  $y_{COT} = 145$  km e a Moho de referência está localizada em  $S_0 + \Delta S_0 = 29.3$  km (Figura 5.9). Os contrastes de densidades  $\Delta\rho^{(\alpha)} = \rho^{(\alpha)} - \rho^{(r)}$  são definidos com respeito ao valor de referência  $\rho^{(r)} = 2720$  kg/m<sup>3</sup>, o qual coincide com a densidade  $\rho^{(cc)}$  atribuída a crosta continental.

a aproximação inicial  $\Delta S_0 = 8.5$  km, que corresponde a uma Moho de referência mais profunda que a verdadeira (Tabela 5.2). A aproximação inicial usada para as superfícies do embasamento e da Moho (linhas azuis tracejadas) são também muito diferentes das verdadeiras (linhas pretas contínuas). Como podemos observar na Figura 5.10, a Moho e a Moho de referência estimadas são muito próximas das verdadeiras, e o embasamento estimado é um pouco mais suave que o verdadeiro. Nos painéis superiores, observamos bom ajuste entre os dados de distúrbio de gravidade predito e simulado e a pressão litostática calculada para o modelo estimado é muito próxima dos correspondentes valores simulados. Note que a curva de pressão litostática simulada varia bastante ao longo do perfil, não apresentando característica suave típica de regiões em equilíbrio isostático local.

A Figura 5.11 mostra o resultado obtido ao final da *Etapa 2* do nosso método. Para tanto, utilizamos  $\tilde{\alpha}_0 = 10^2$  (equação 4.30). Em comparação com o modelo estimado na *Etapa 1* (Figura 5.10), este resultado mostra curva de pressão litostática muito suave como uma consequência da atuação do vínculo isostático. No painel inferior, o vínculo isostático atua produzindo muito pouco efeito na Moho de referência estimada, que tem profundidade muito próxima da verdadeira. Em contrapartida, produz grandes diferenças entre as superfícies do embasamento e da Moho estimadas e verdadeiras, sendo então o modelo estimado pior que o obtido na *Etapa 1*. Também observamos a presença de pequenas diferenças entre os dados de distúrbio de gravidade simulado e predito, apresentando um pior ajuste que o obtido na *Etapa 1*.

As Figuras 5.13 e 5.14 mostram os modelos estimados obtidos ao final da *Etapa 3*, usando dois diferentes valores para o parâmetro  $\sigma$  (equação 4.29). Em comparação com o modelo estimado obtido na *Etapa 2* (Figura 5.18), os novos modelos apre-

sentam melhor ajuste entre os dados de distúrbio de gravidade e pouca diferença entre as Moho de referência estimadas nas duas etapas. Como não existem grandes resíduos entre os dados de gravidade simulado e predito na *Etapa 2* (Figura 5.11), os modelos estimados na *Etapa 3* foram obtidos usando parâmetros  $\sigma$  muito baixos, na tentativa de obter modelos estimados que se desviem do equilíbrio isostático em algumas regiões do perfil. Curvas que mostram a variação dos elementos da diagonal  $w_{ii}$  ao longo do perfil, calculadas com os valores de  $\sigma$  iguais a 0.01, 1 e 10, são apresentadas na Figura 5.12. Note que o valor  $\sigma = 10$  produz elementos da diagonal  $w_{ii} \approx 1$  e o valor  $\sigma = 0.01$  gera elementos da diagonal  $w_{ii} \approx 0$ , exceto em posições específicas do perfil.

As principais diferenças entre os modelos apresentados nas Figuras 5.14 e 5.13 ocorrem nas superfícies do embasamento e da Moho, ao longo dos primeiros 150 km do perfil, que corresponde a região de crosta continental. Como explanado no *Capítulo 4*, a melhora na recuperação dos relevos do embasamento e Moho depende da escolha do valor do parâmetro  $\sigma$ . Consideramos o melhor modelo estimado obtido na *Etapa 3*, o modelo apresentado na Figura 5.13, obtido com  $\sigma = 0.01$ . Este modelo apresenta um bom ajuste entre os dados de gravidade ao longo de todo o perfil e Moho e Moho de referência estimadas muito próximas das verdadeiras. Note que o embasamento estimado na *Etapa 3* é muito próximo do embasamento estimado na *Etapa 1* (Figuras 5.13 e 5.10). Isto se deve ao valor  $\sigma = 0.01$  usado para obter um modelo estimado que produza curva de pressão litostática com variações abruptas ao longo de todo o perfil, em acordo com a correspondente curva simulada pelo modelo verdadeiro. Já o modelo estimado obtido com  $\sigma = 1$  (Figura 5.14) é próximo daquele obtido na *Etapa 2* (Figura 5.11) e produz curva de pressão litostática mais suave que aquela produzida pelo melhor modelo.

O modelo estimado obtido na *Etapa 3* com  $\sigma = 0.01$  (Figura 5.13) é muito próximo àquele obtido na *Etapa 1* (Figura 5.10), sem o uso do vínculo isostático. Assim, para o modelo de margem pobre em magma, que não apresenta regiões em equilíbrio isostático local, é possível obter um modelo estimado bom sem usar o vínculo isostático. Tendo mais informação *a priori* sobre a área de estudo, ainda é possível obter um melhor modelo estimado ao final da *Etapa 1*. Isto pode ser verificado comparando os modelos estimados apresentados nas Figuras 5.10 e 5.15. Ambos foram obtidos ao final da *Etapa 1*, mas para estimar o segundo deles foi utilizado um maior número de profundidades conhecidas adicionais na superfície do embasamento e, como podemos observar, o embasamento estimado é mais próximo do verdadeiro.

Significado geológico	$\rho^{(\alpha)}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\Delta\rho^{(\alpha)}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\alpha$
água	1030	-1840	w
sedimentos	2350	-520	1
SDR	2855	-15	2
crosta continental	2870	0	cc
crosta oceânica	2885	15	oc
manto	3240	370	m

Tabela 5.3: Propriedades do modelo de margem vulcânica. O modelo se estende de  $y = 0$  km a  $y = 383$  km, a transição crosta continental-oceânica (COT) está localizada em  $y_{COT} = 350$  km e a Moho de referência está localizada em  $S_0 + \Delta S_0 = 43.2$  km (Figura 5.16). Os contrastes de densidades  $\Delta\rho^{(\alpha)} = \rho^{(\alpha)} - \rho^{(r)}$  são definidos com respeito ao valor de referência  $\rho^{(r)} = 2870$  kg/m<sup>3</sup>, o qual coincide com a densidade  $\rho^{(cc)}$  atribuída a crosta continental.

### 5.3 Modelo de margem passiva com vulcanismo (VPMs)

Simulamos um modelo simples de margem vulcânica formado por quatro camadas: água, sedimentos + sequências vulcão-sedimentares (*seaward dipping reflectors - SDRs*), crosta (continental e oceânica) e manto (Figura 5.16). Os parâmetros que definem este modelo estão descritos na Tabela 5.3. Aplicamos nosso método (*Etapa 1*, *Etapa 2* e *Etapa 3*) para inverter o dado de distúrbio de gravidade sintético produzido pelo modelo simulado VPMs.

A Figura 5.17 mostra o resultado obtido ao final da *Etapa 1* do nosso método. O modelo interpretativo foi definido usando os parâmetros apresentados na Tabela 5.3. Definimos valores para os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30):  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente. Na *Etapa 1* estimamos o vetor de parâmetros  $\mathbf{p}^{(1)}$  sem impor vínculo isostático, definindo  $\tilde{\alpha}_0 = 0$ . Assumimos  $S_0 = 41$  km e escolhemos a aproximação inicial  $\Delta S_0 = 8.5$  km, que corresponde a uma Moho de referência mais profunda que a verdadeira (Tabela 5.3). A aproximação inicial usada para as superfícies do embasamento e da Moho (linhas azuis tracejadas) são também muito diferentes das verdadeiras (linhas pretas contínuas). Como podemos observar na Figura 5.17, a Moho e a Moho de referência estimadas são muito próximas das verdadeiras, em contrapartida, o relevo do embasamento estimado é muito suave, apresentando grandes diferenças em comparação com o verdadeiro. Apesar dessas grandes diferenças, o distúrbio de gravidade predito e a pressão litostática calculada para o modelo estimado são muito próximos dos valores simulados.

A Figura 5.18 mostra o resultado obtido ao final da *Etapa 2* do nosso método. Para tanto, utilizamos  $\tilde{\alpha}_0 = 10^2$  (equação 4.30). Em comparação com o modelo estimado na *Etapa 1* (Figura 5.17), este resultado mostra curva de pressão litostática

muito suave como uma consequência da atuação do vínculo isostático. No painel inferior, o vínculo isostático atua produzindo muito pouco efeito na Moho de referência estimada e produz uma superfície da Moho estimada pior que a obtida na *Etapa 1*. Em contrapartida, reduz as grandes diferenças entre as superfícies do embasamento estimada e verdadeira. A principal melhora ocorre ao longo dos primeiros  $\approx 100$  km do perfil, onde o modelo verdadeiro exibe um pronunciado afinamento crustal. A região entre aproximadamente 100 e 200 km mostra, contudo, grandes diferenças entre os relevos do embasamento estimado e verdadeiro. Nesta região, podemos também observar a presença de grandes diferenças entre os dados de distúrbio de gravidade simulado e predito.

As Figuras 5.19, 5.20 e 5.21 mostram os modelos estimados obtidos ao final da *Etapa 3*, usando diferentes valores para o parâmetro  $\sigma$  (equação 4.29). Em comparação com o modelo estimado obtido na *Etapa 2* (Figura 5.18), os novos modelos apresentam melhor ajuste entre os dados de distúrbio de gravidade e superfície da Moho e Moho de referência estimadas melhoradas. Os modelos obtidos na *Etapa 3* revelam um pequeno artefato na superfície da Moho estimada na posição  $y \approx 150$  km, que corresponde a grandes resíduos entre os dados de gravidade simulado e predito na *Etapa 2* (Figura 5.18). Este artefato é uma consequência do pequeno contraste de densidade associado ao embasamento. Este pequeno contraste de densidade força a superfície da Moho a desempenhar um papel dominante na inversão e isso faz com que nosso método concentre as mudanças na superfície da Moho na região localizada entre 100 e 200 km para melhorar o ajuste entre os dados de gravidade. Podemos notar nas Figuras 5.19, 5.20 e 5.21 que, nesta região, as curvas de pressão litostática contêm variações abruptas e os modelos estimados se desviam do equilíbrio isostático.

As principais diferenças entre os modelos apresentados nas Figuras 5.19, 5.20 e 5.21 ocorrem na superfície do embasamento, ao longo dos primeiros 200 km do perfil. Consideramos o melhor modelo estimado obtido na *Etapa 3*, o modelo apresentado na Figura 5.20, com  $\sigma = 21$ . Este modelo apresenta um bom ajuste entre os dados de gravidade ao longo de todo o perfil, Moho e Moho de referência estimadas muito próximas das verdadeiras e embasamento estimado intermediário àqueles obtidos na *Etapa 1* e na *Etapa 2* (Figuras 5.17 e 5.18). O modelo estimado obtido com o menor  $\sigma$  (Figura 5.19) é próximo daquele obtido na *Etapa 1* (Figura 5.17), e produz curva de pressão litostática menos suave que aquela produzida pelo melhor modelo. Já o modelo estimado obtido com o maior  $\sigma$  (Figura 5.21) é próximo daquele obtido na *Etapa 2* (Figura 5.18), e produz curva de pressão litostática mais suave que aquela produzida pelo melhor modelo. Curvas que mostram a variação dos elementos da diagonal  $w_{ii}$  ao longo do perfil, calculadas com os valores de  $\sigma$  iguais a 10, 21 e 40, que foram utilizados para obter os modelos estimados na *Etapa 3*, são apresentadas

na Figura 5.22.

O modelo estimado obtido na *Etapa 3* (Figura 5.20) com uso do vínculo isostático é superior àquele obtido na *Etapa 1* (Figura 5.17), sem o uso do vínculo isostático. É possível obter um modelo estimado bom sem usar o vínculo isostático, mas para isso é necessário ter mais informação *a priori* sobre a área de estudo. Por exemplo, é preciso conhecer um maior número de profundidades ao longo da superfície do embasamento para obter um embasamento estimado mais próximo do verdadeiro. Isto pode ser verificado comparando os modelos estimados apresentados nas Figuras 5.17 e 5.23. Ambos foram obtidos ao final da *Etapa 1*, mas para estimar o segundo deles foi utilizado um grande número de profundidades conhecidas adicionais na superfície do embasamento e, como podemos observar, o embasamento estimado é mais próximo do verdadeiro. Contudo, na prática, a quantidade de informação *a priori* disponível na área de estudo é limitada. Comparando os modelos estimados apresentados nas Figuras 5.20 e 5.24, ambos obtidos com o uso do vínculo isostático, observamos que o aumento do número de profundidades conhecidas ao longo da superfície do embasamento possibilita também obter um embasamento estimado mais próximo do verdadeiro ao final da *Etapa 3*. Note que o número de profundidades conhecidas adicionais é menor que aquele usado para obter o modelo estimado da Figura 5.23. Este resultado mostra que o vínculo isostático pode ser muito útil na recuperação das superfícies do embasamento e da Moho quando se possui uma quantidade limitada de informação *a priori*. Tendo em vista que a aproximação inicial na *Etapa 3* (curvas azuis tracejadas no painel inferior da Figura 5.24), é o vetor de parâmetros estimado na *Etapa 2*, podemos observar ainda que aumentar a quantidade de informação *a priori* na *Etapa 2* não resulta em melhor recuperação das superfícies do embasamento e da Moho, nas regiões de maiores diferenças entre os dados de gravidade (curva contínua azul e círculos vermelhos no painel superior da Figura 5.24), por exemplo, na região entre aproximadamente 100 e 200 km. Desta forma, para o modelo de margem vulcânica, é imprescindível realizar a *Etapa 3* para obter um modelo estimado mais próximo do verdadeiro.

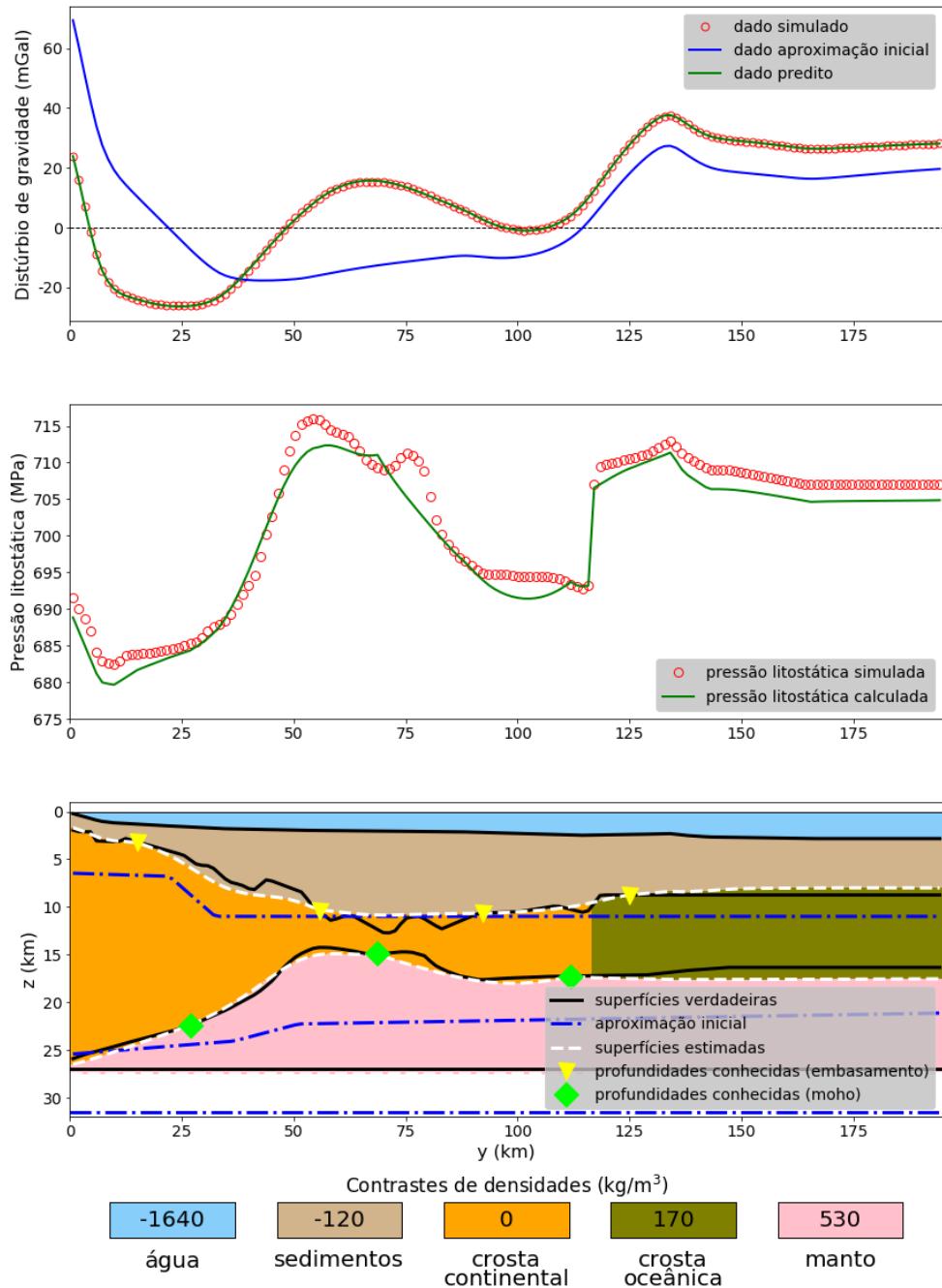


Figura 5.3: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples I. Resultado obtido na *Etapa 1*. (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem simples I (dado simulado), pelo modelo estimado (dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão (dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 26.5 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.1.

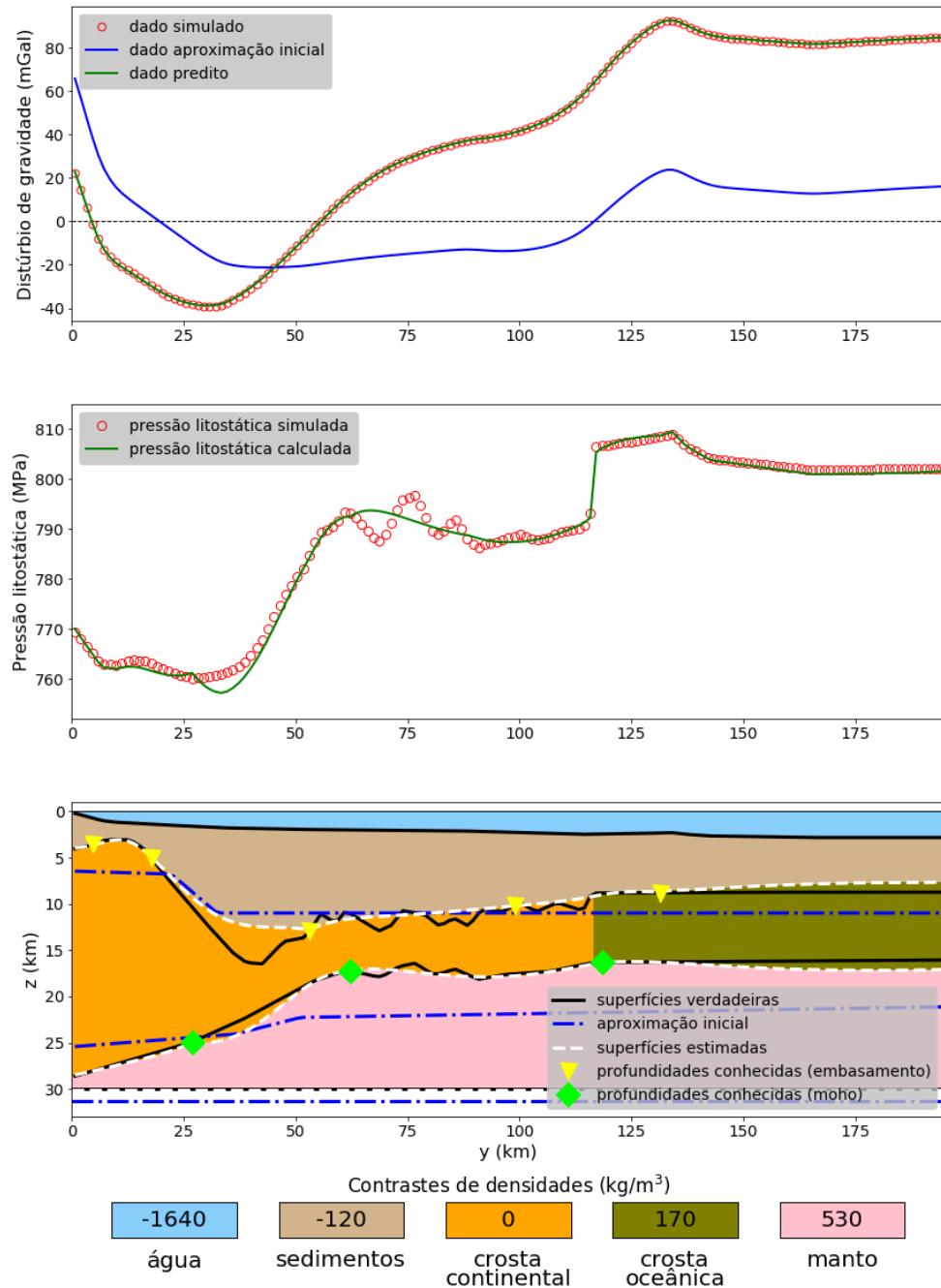


Figura 5.4: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples II. Resultado obtido na *Etapa 1*. (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem simples I (dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 29.5 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.1.

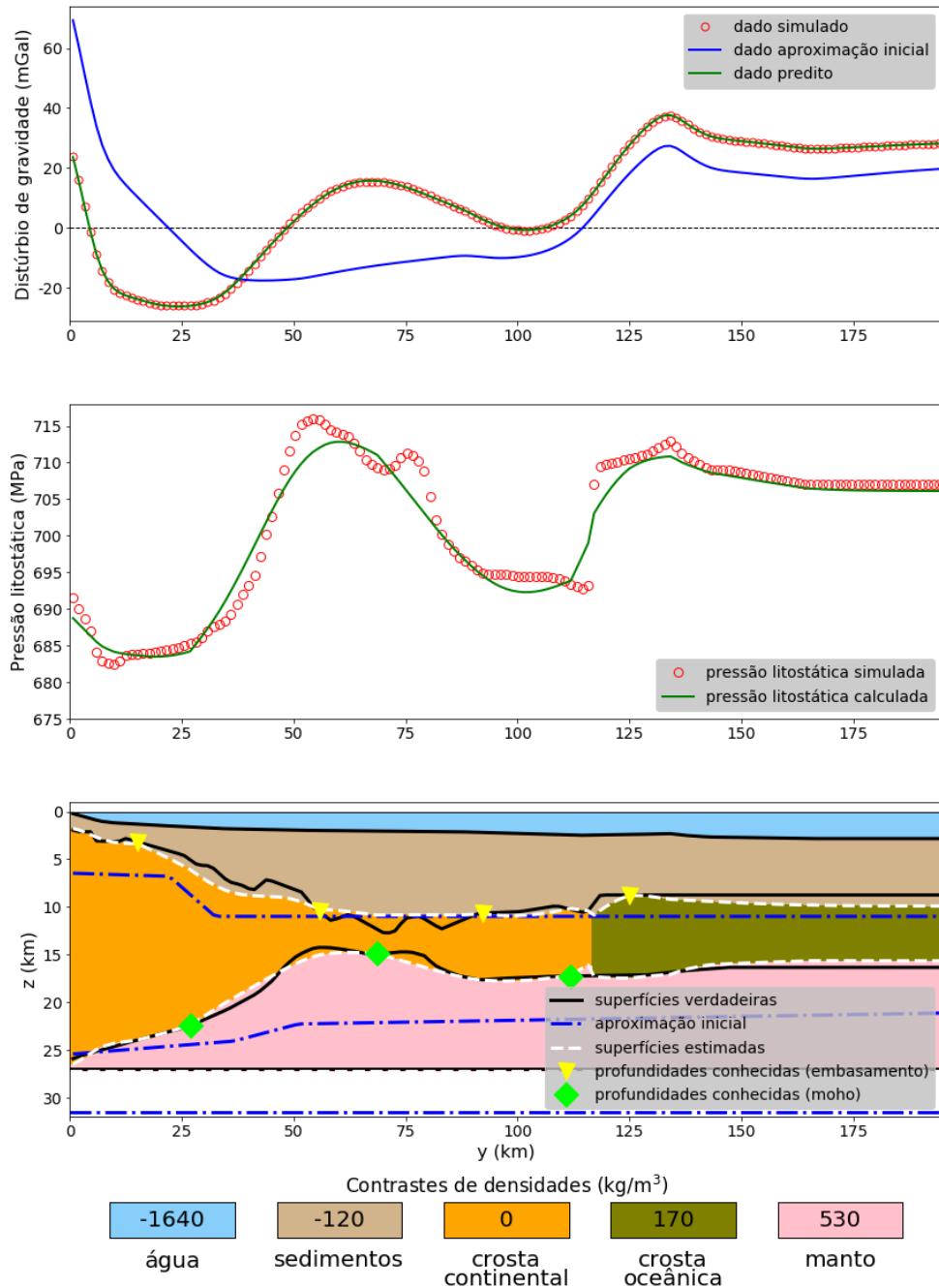


Figura 5.5: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples I. Resultado obtido na *Etapa 2*. (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem simples I ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^1$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 26.5 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.1.

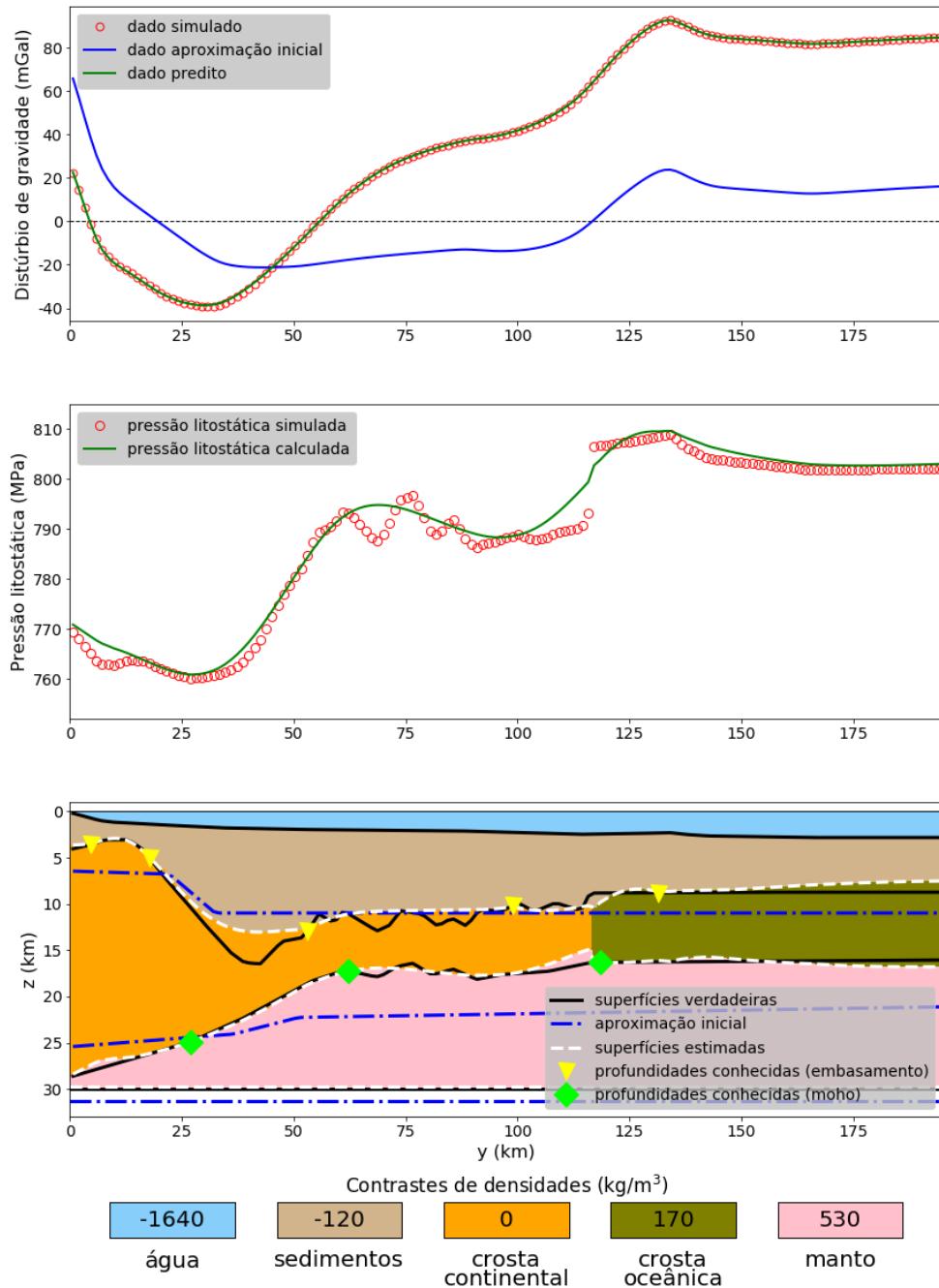


Figura 5.6: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples II. Resultado obtido na *Etapa 2*. (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem simples I ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^1$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 29.5 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.1.

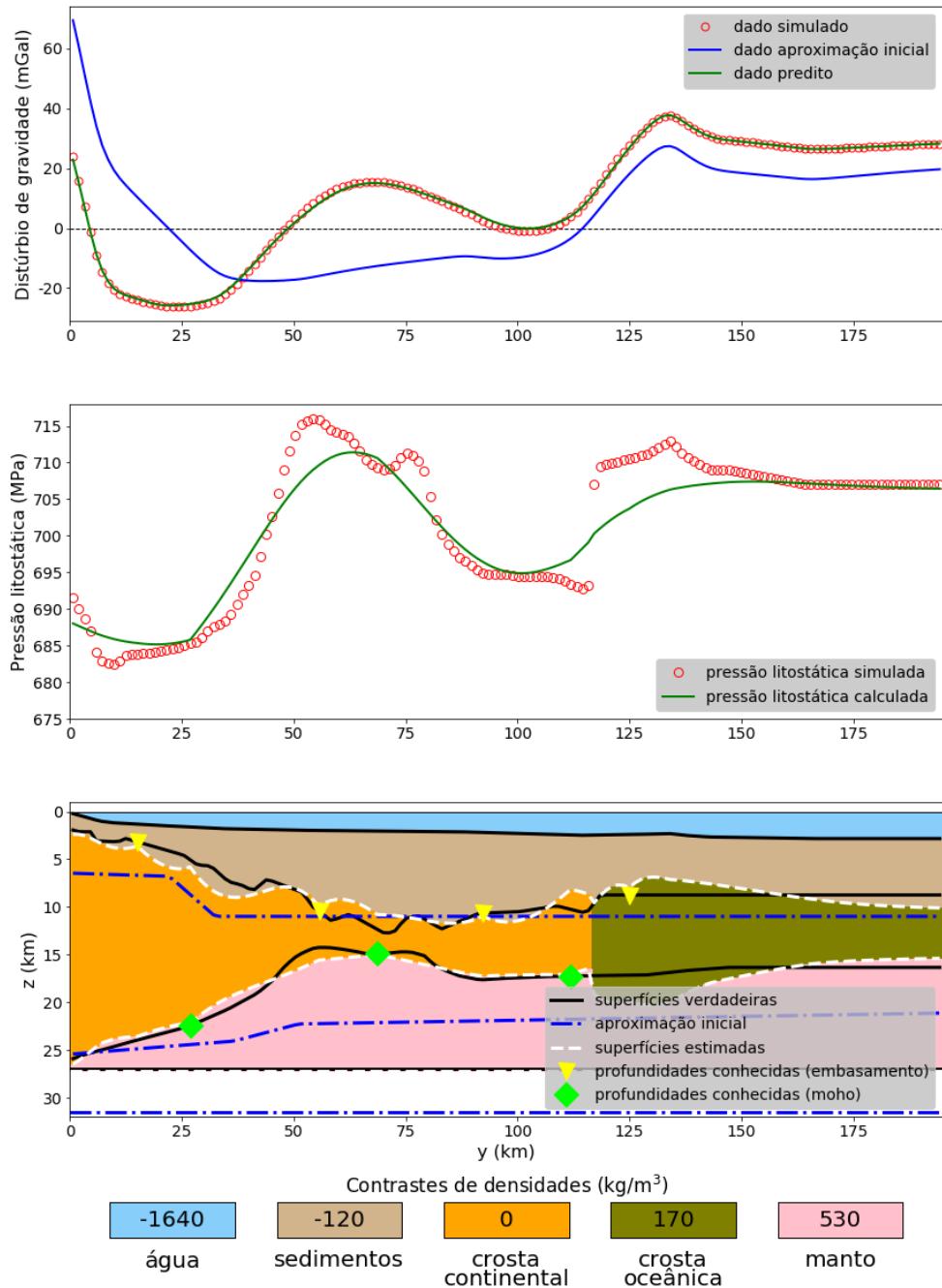


Figura 5.7: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples I. Resultado obtido na *Etapa 2*. (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem simples I ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 26.5 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.1.

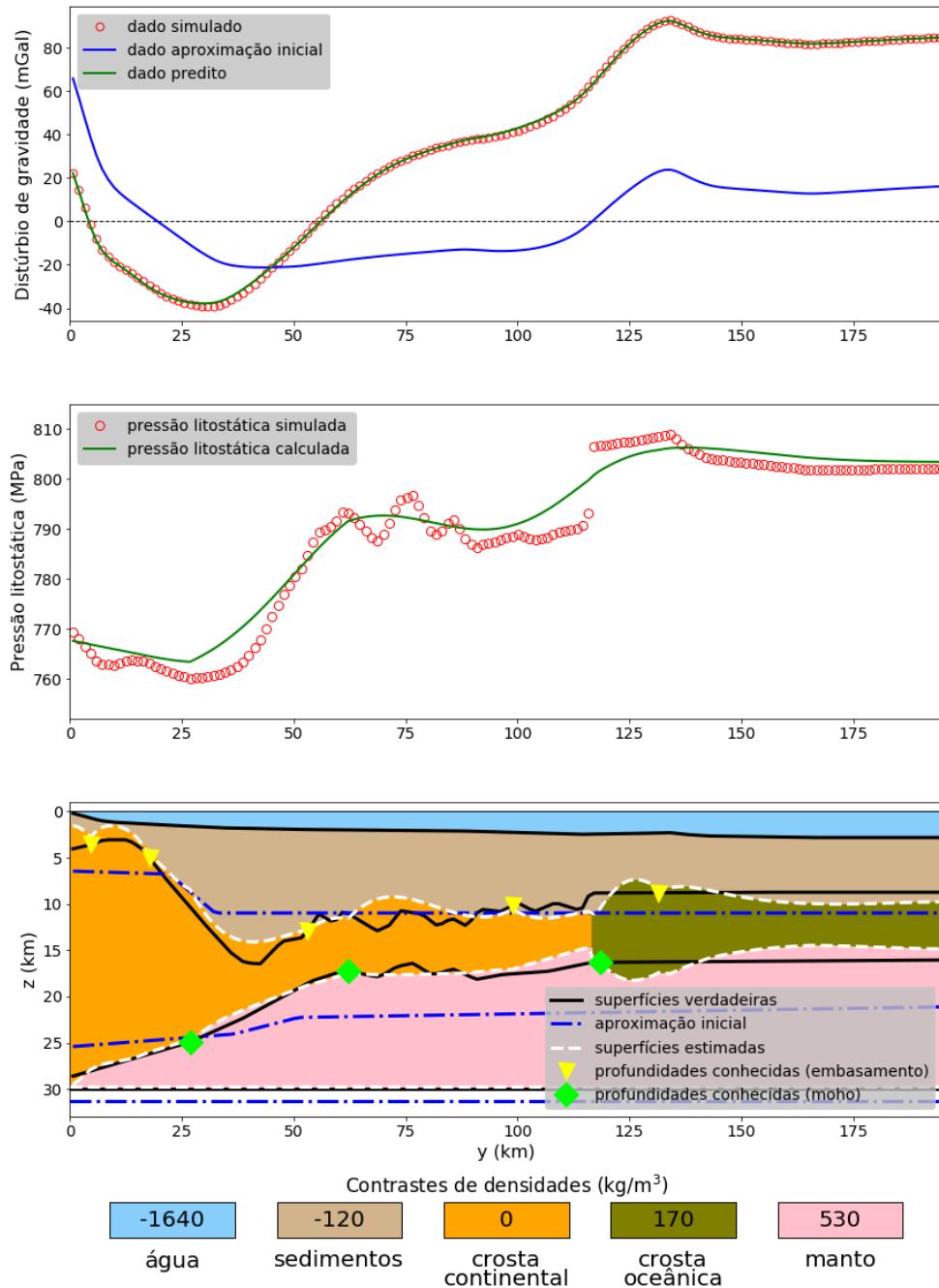


Figura 5.8: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem simples II. Resultado obtido na *Etapa 2*. (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem simples I ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 29.5 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.1.

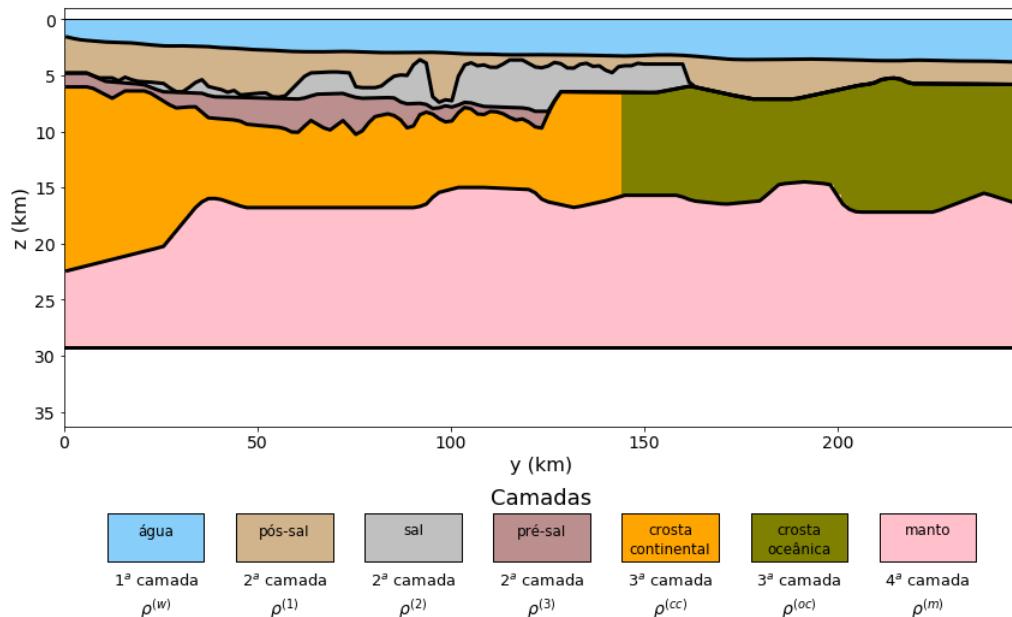


Figura 5.9: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Modelo sintético MPPMs formado por quatro camadas. A 1<sup>a</sup> camada representa água com densidade constante  $\rho^{(w)}$ . A 2<sup>a</sup> camada é formada por três sub-camadas (pós-sal, sal e pré-sal) com densidades constantes  $\rho^{(1)}$ ,  $\rho^{(2)}$  e  $\rho^{(3)}$ . A 3<sup>a</sup> camada representa a crosta, dividida por uma COT vertical e abrupta, em crosta continental e oceânica com densidades constantes  $\rho^{(cc)}$  e  $\rho^{(oc)}$ , respectivamente. A 4<sup>a</sup> camada representa um manto homogêneo com densidade constante  $\rho^{(m)}$ . A Moho de referência (linha preta contínua) coincide com a base do modelo ( $S_0 + \Delta S_0$ ). As densidades e profundidades das superfícies planares foram definidas de acordo com a Tabela 5.2.

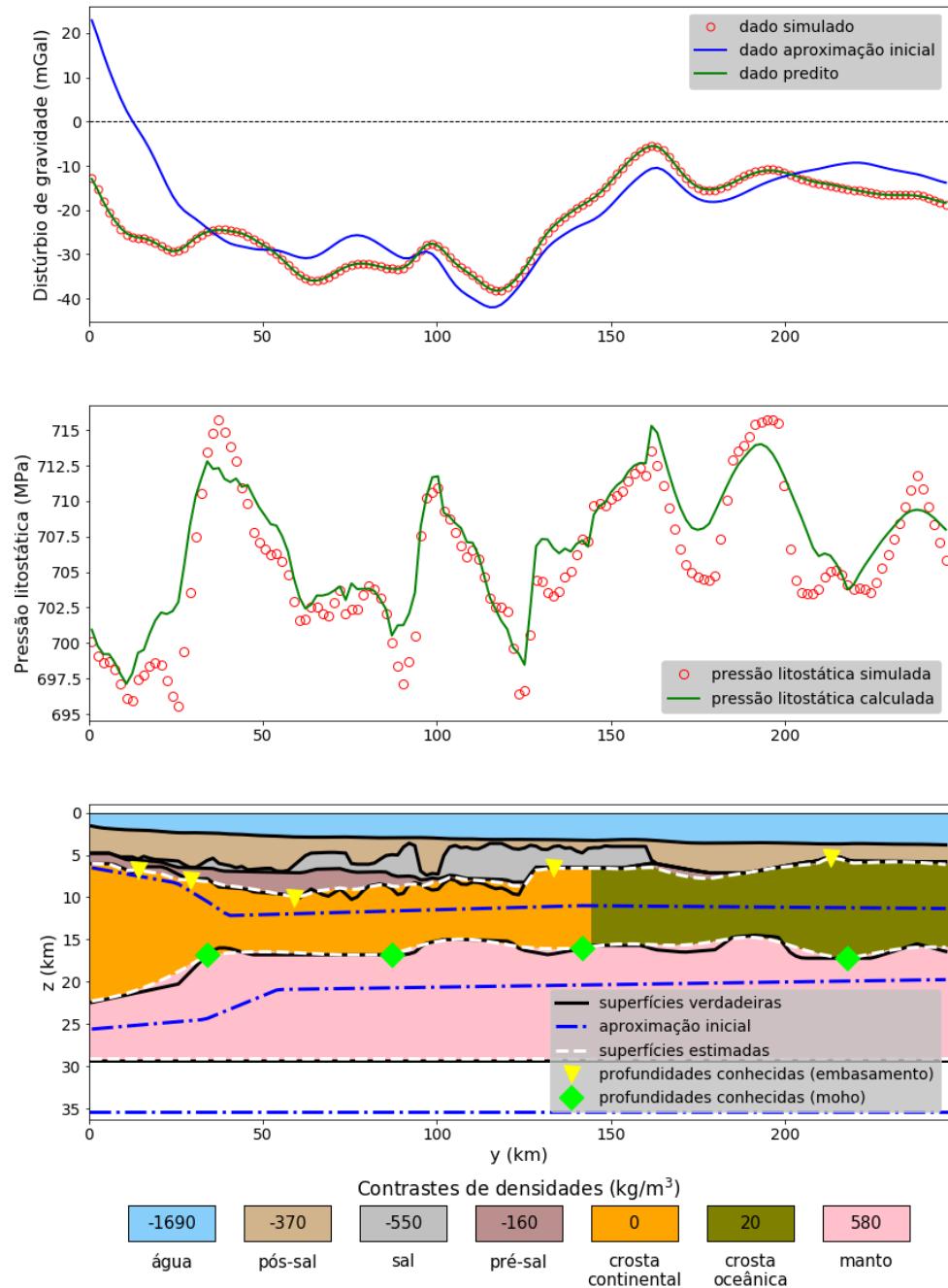


Figura 5.10: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Resultado obtido na *Etapa 1*. (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem pobre em magma ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 26.8 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.2.

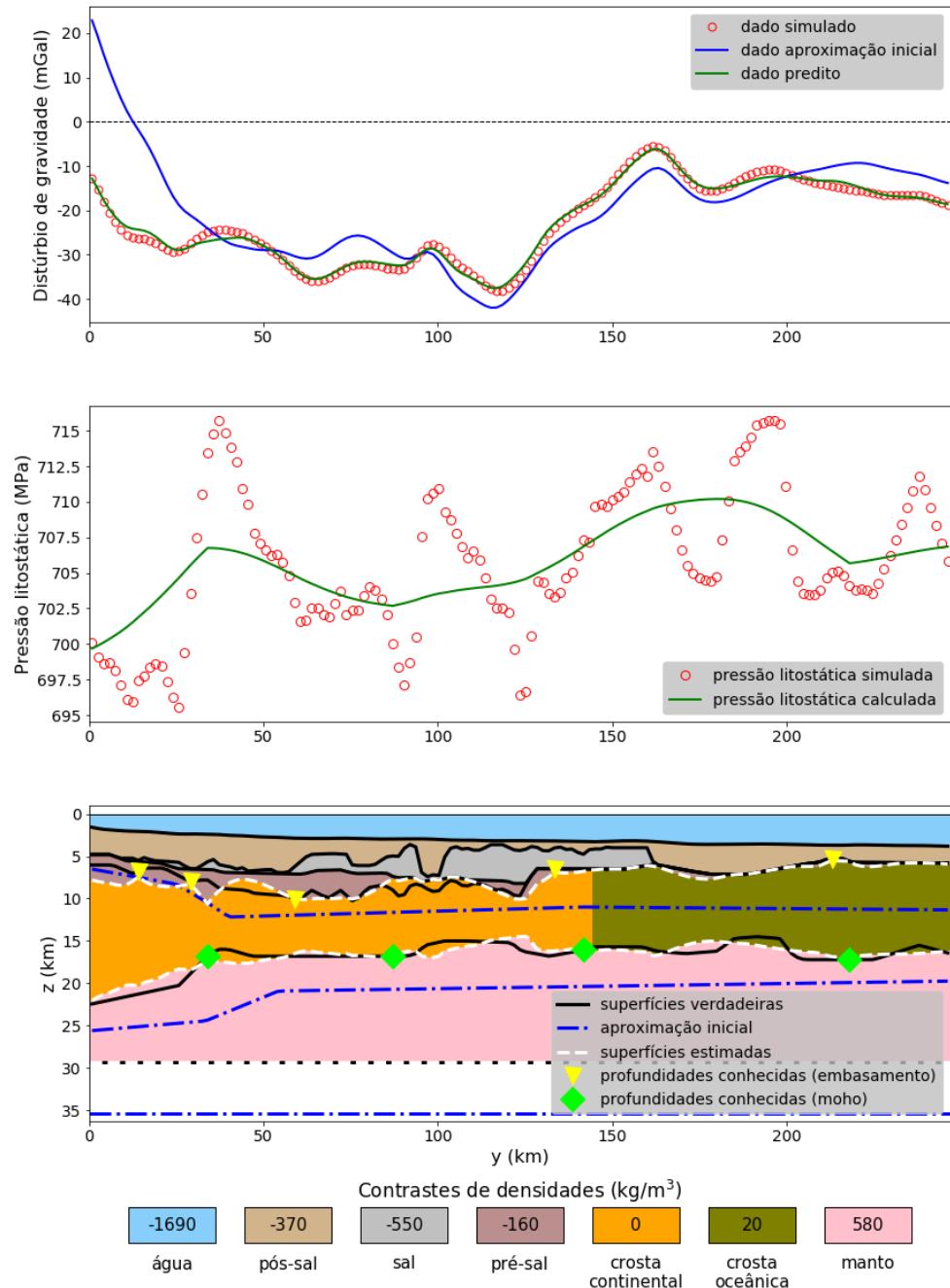


Figura 5.11: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Resultado obtido na *Etapa 2*. (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem pobre em magma ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 26.8 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.2.

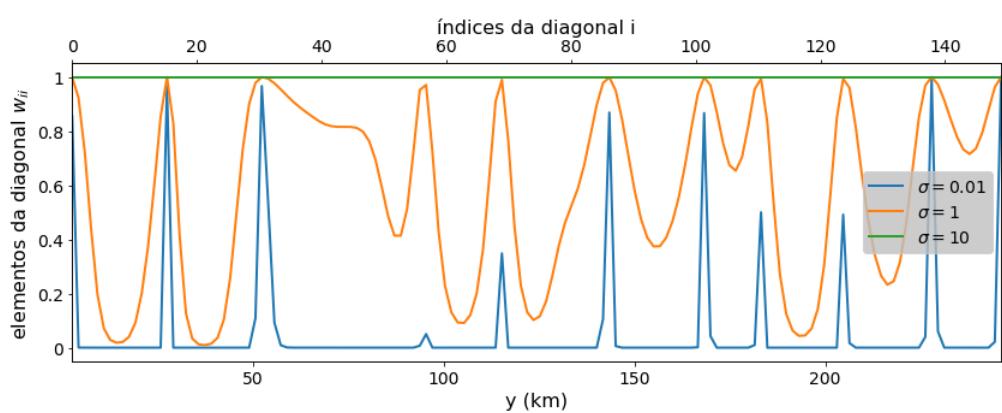


Figura 5.12: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Variação dos elementos da diagonal  $w_{ii}$  ao longo do perfil usando  $\sigma = 0.01$ ,  $\sigma = 1$  e  $\sigma = 10$ .

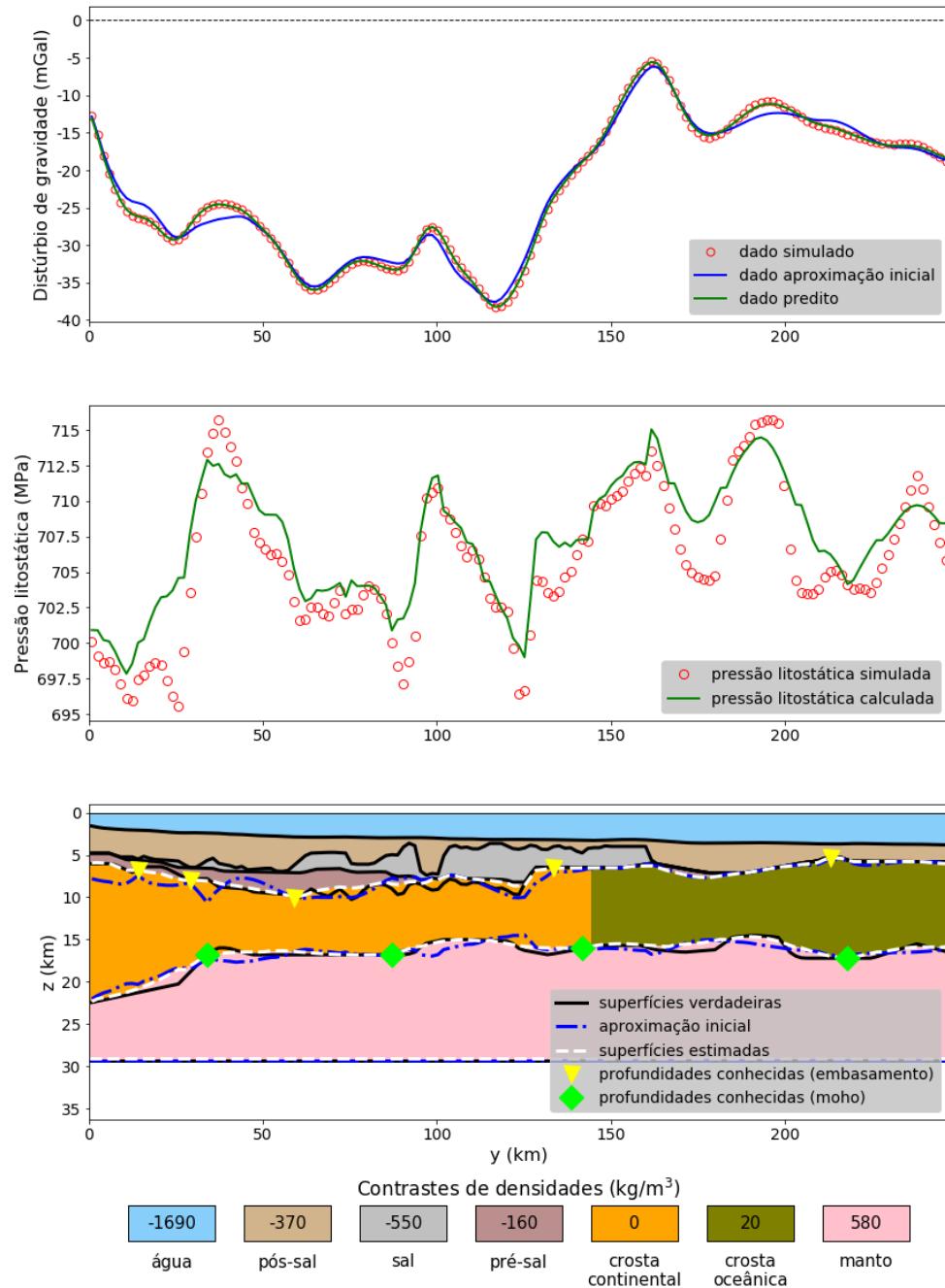


Figura 5.13: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Resultado obtido na *Etapa 3* usando  $\sigma = 0.01$ . (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem pobre em magma ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 26.8 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.2.

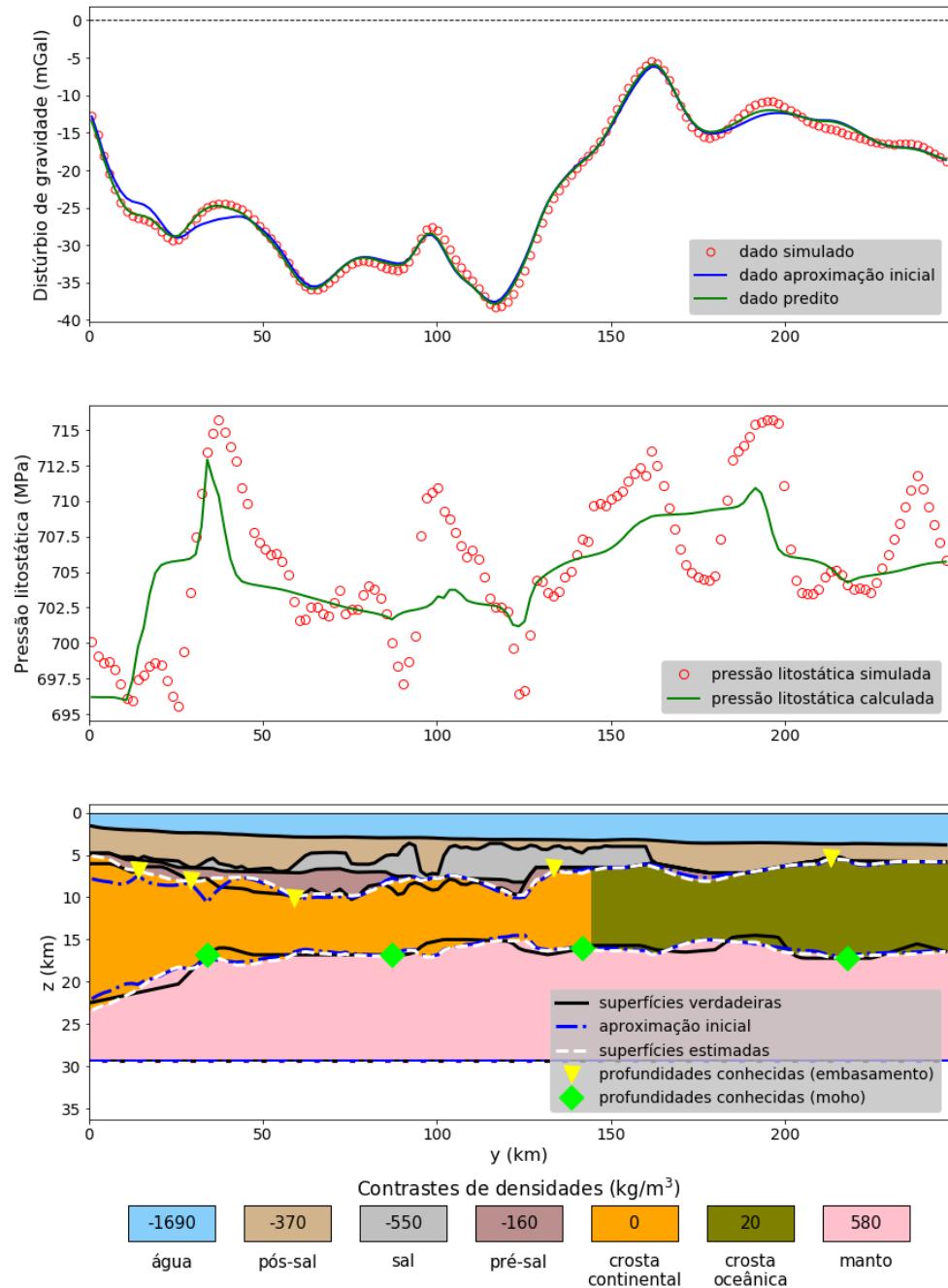


Figura 5.14: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Resultado obtido na *Etapa 3* usando  $\sigma = 1$ . (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem pobre em magma (dado simulado), pelo modelo estimado (dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão (dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 26.8 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.2.

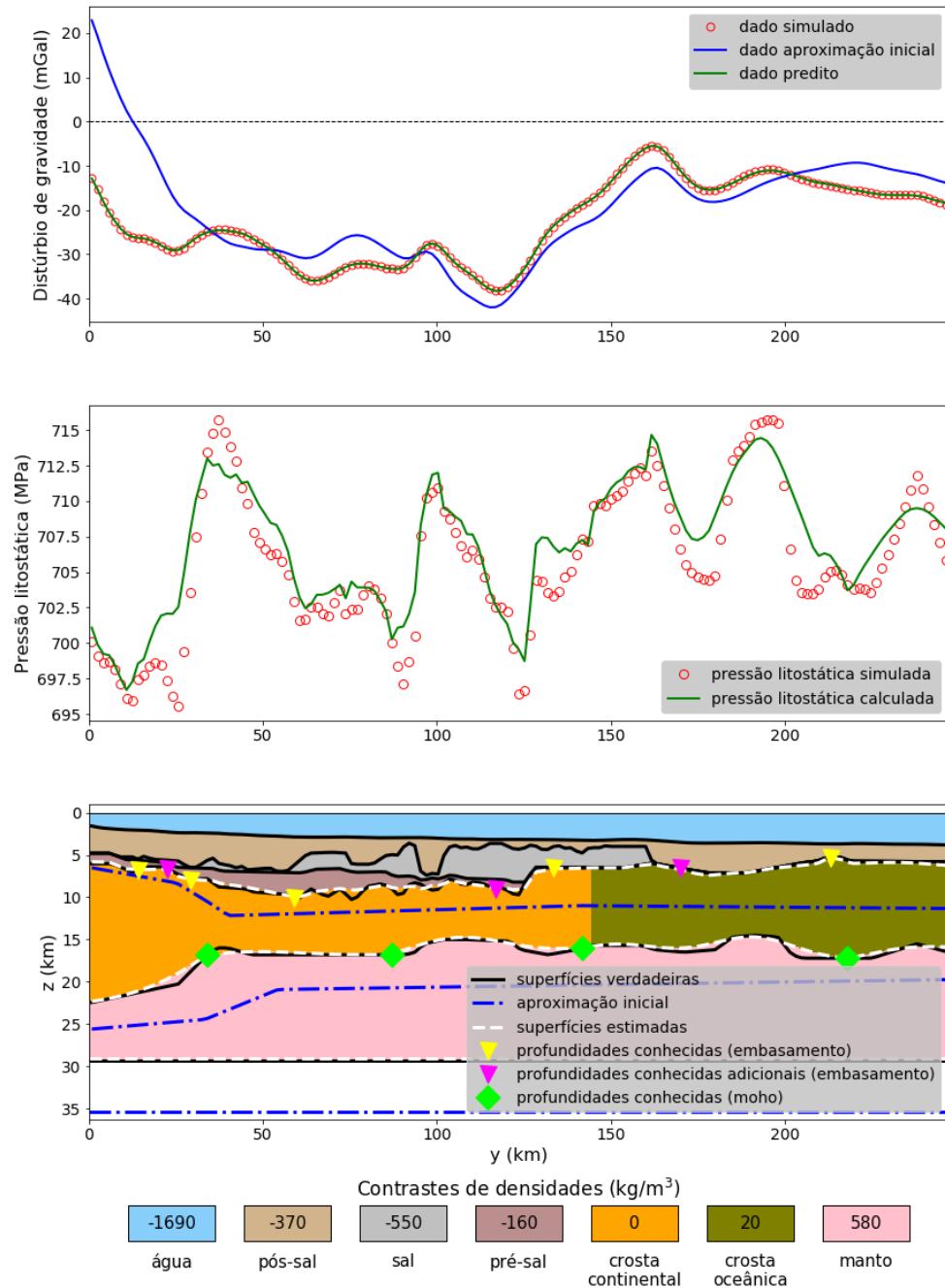


Figura 5.15: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem pobre em magma. Resultado obtido na *Etapa 1* usando profundidades conhecidas adicionais no embasamento (símbolos magentas). (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (*informação a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem pobre em magma (dado simulado), pelo modelo estimado (dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão (dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 26.8 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.2.

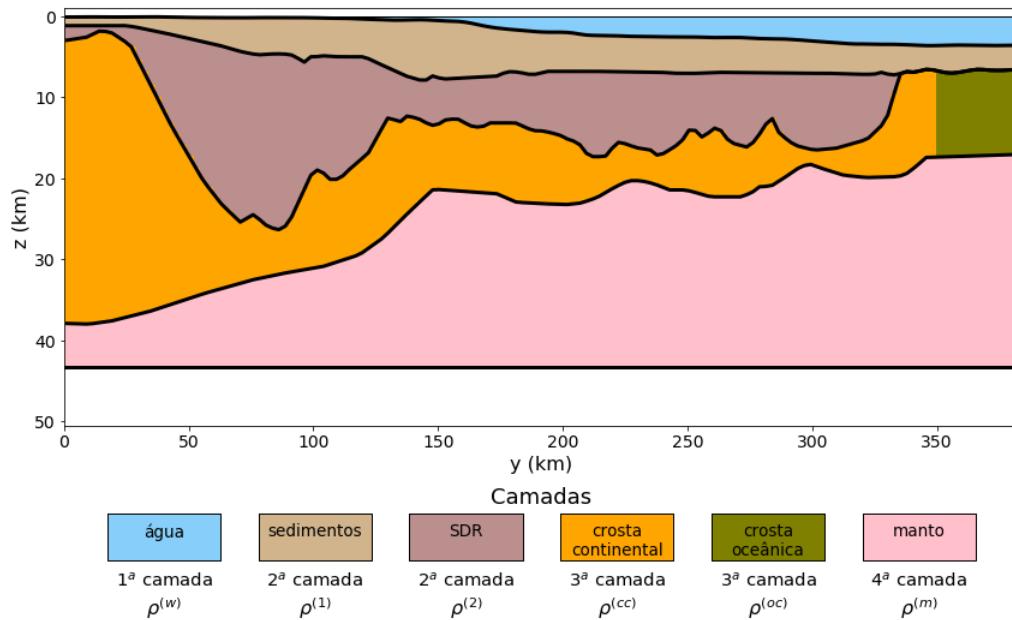


Figura 5.16: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Modelo sintético VPMs formado por quatro camadas. A 1<sup>a</sup> camada representa água com densidade constante  $\rho^{(w)}$ . A 2<sup>a</sup> camada é formada por duas sub-camadas (sedimentos e sequências vulcânicas-sedimentares) com densidades constantes  $\rho^{(1)}$  e  $\rho^{(2)}$ . A 3<sup>a</sup> camada representa a crosta, dividida por uma COT vertical e abrupta, em crosta continental e oceânica com densidades constantes  $\rho^{(cc)}$  e  $\rho^{(oc)}$ , respectivamente. A 4<sup>a</sup> camada representa um manto homogêneo com densidade constante  $\rho^{(m)}$ . A Moho de referência (linha preta contínua) coincide com a base do modelo ( $S_0 + \Delta S_0$ ). As densidades e profundidades das superfícies planares foram definidas de acordo com a Tabela 5.3.

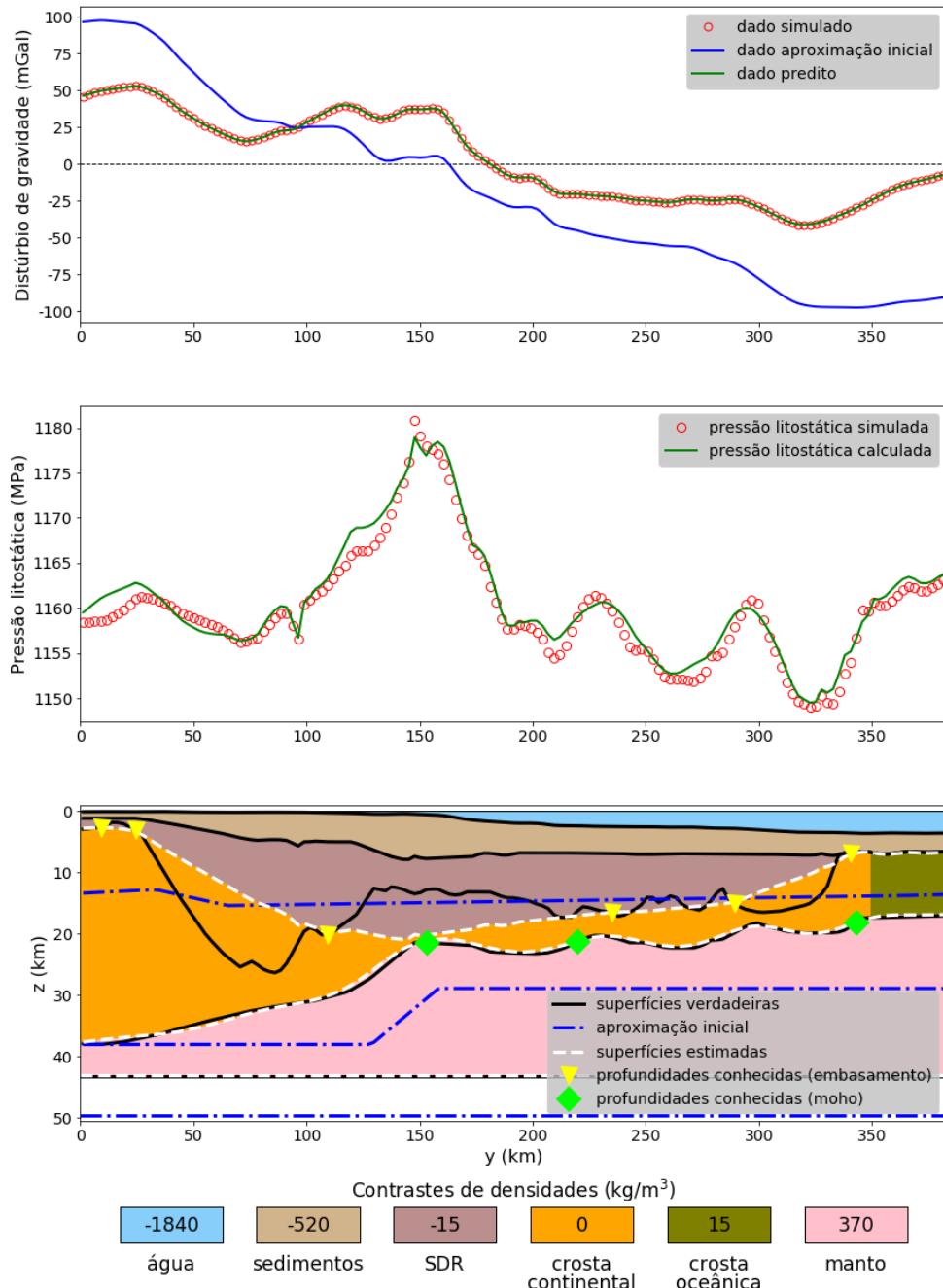


Figura 5.17: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na *Etapa 1*. (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem vulcânica ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

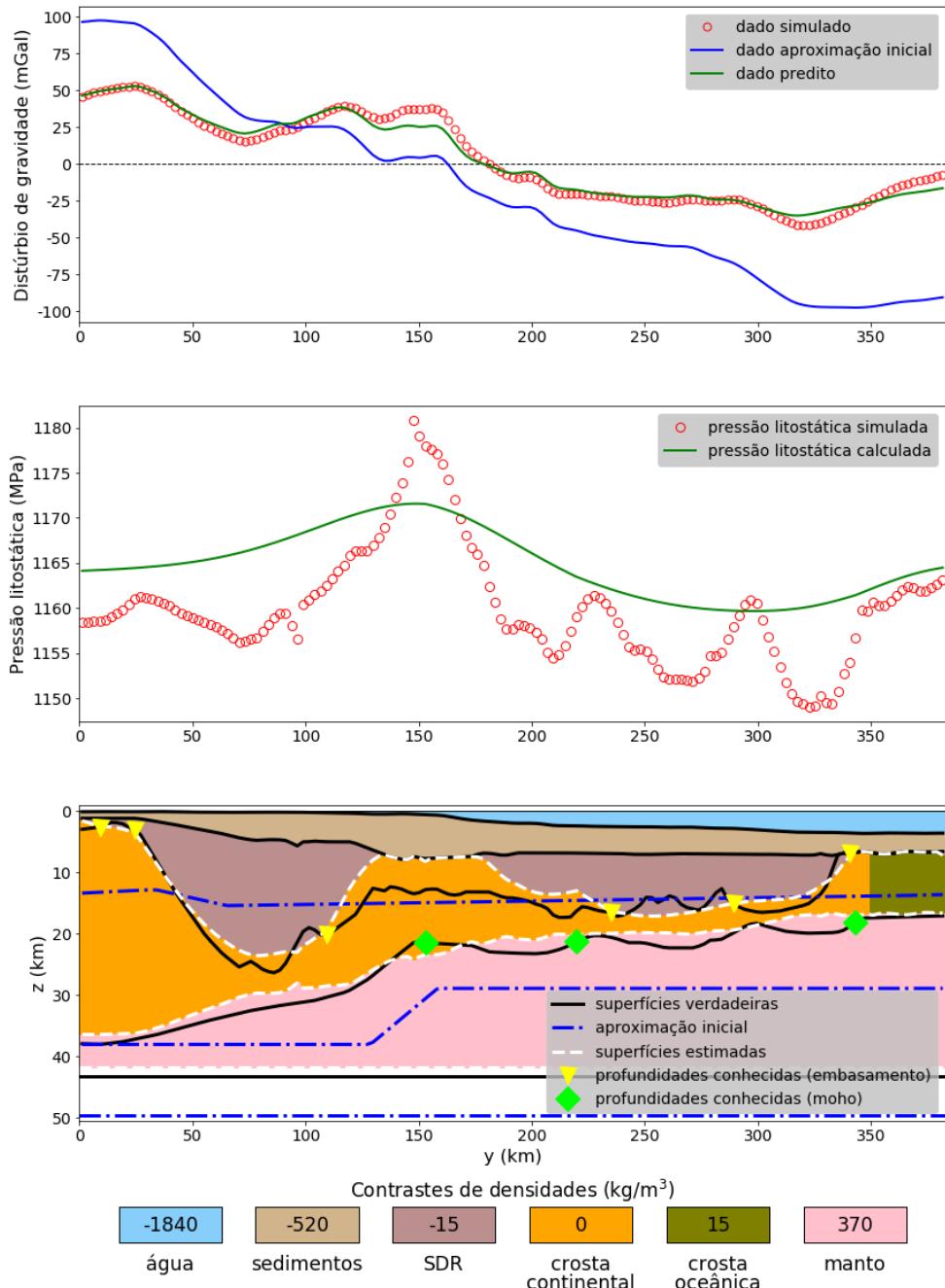


Figura 5.18: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na *Etapa 2*. (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem vulcânica ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

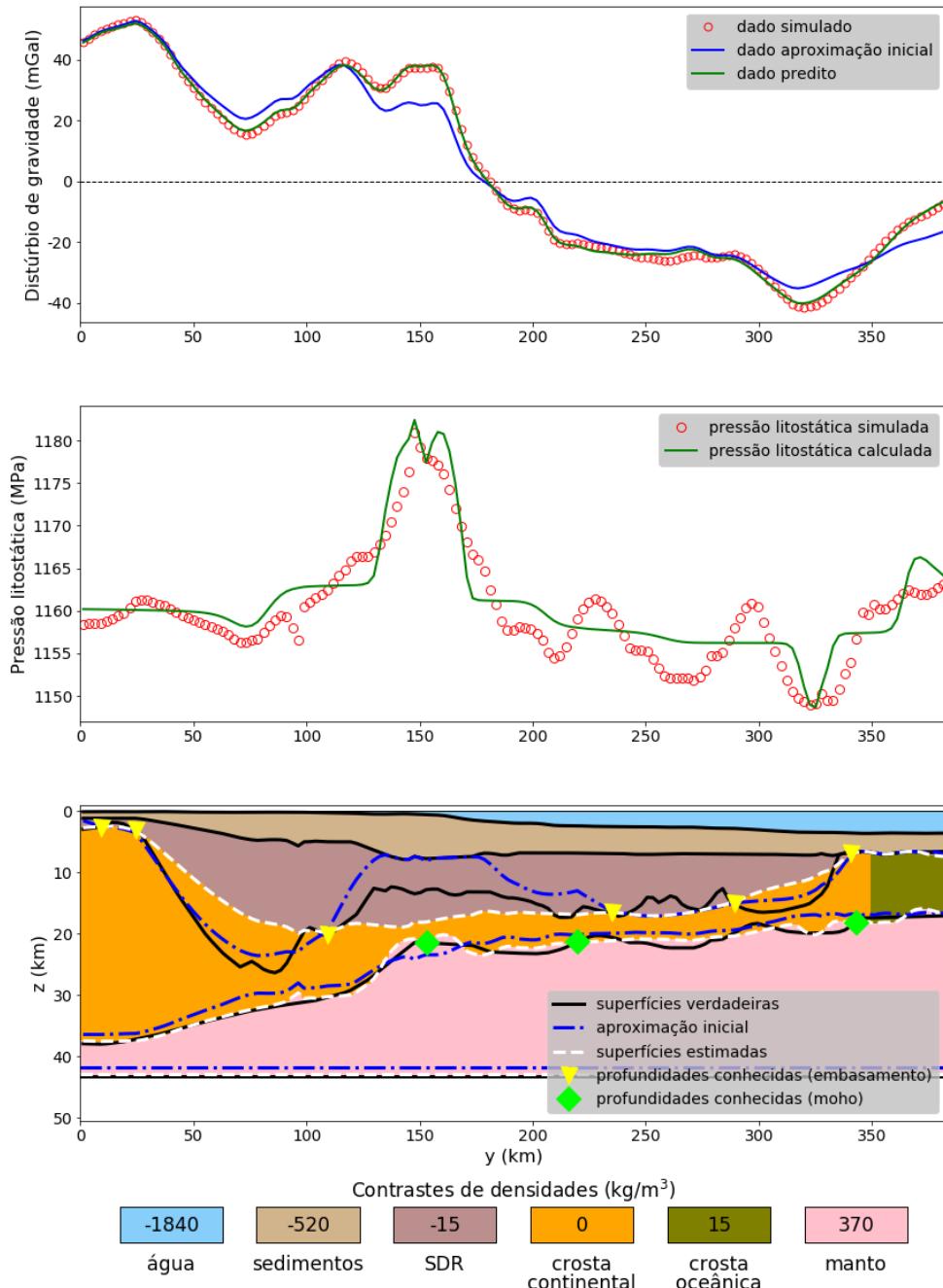


Figura 5.19: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na *Etapa 3* usando  $\sigma = 10$ . (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem vulcânica ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

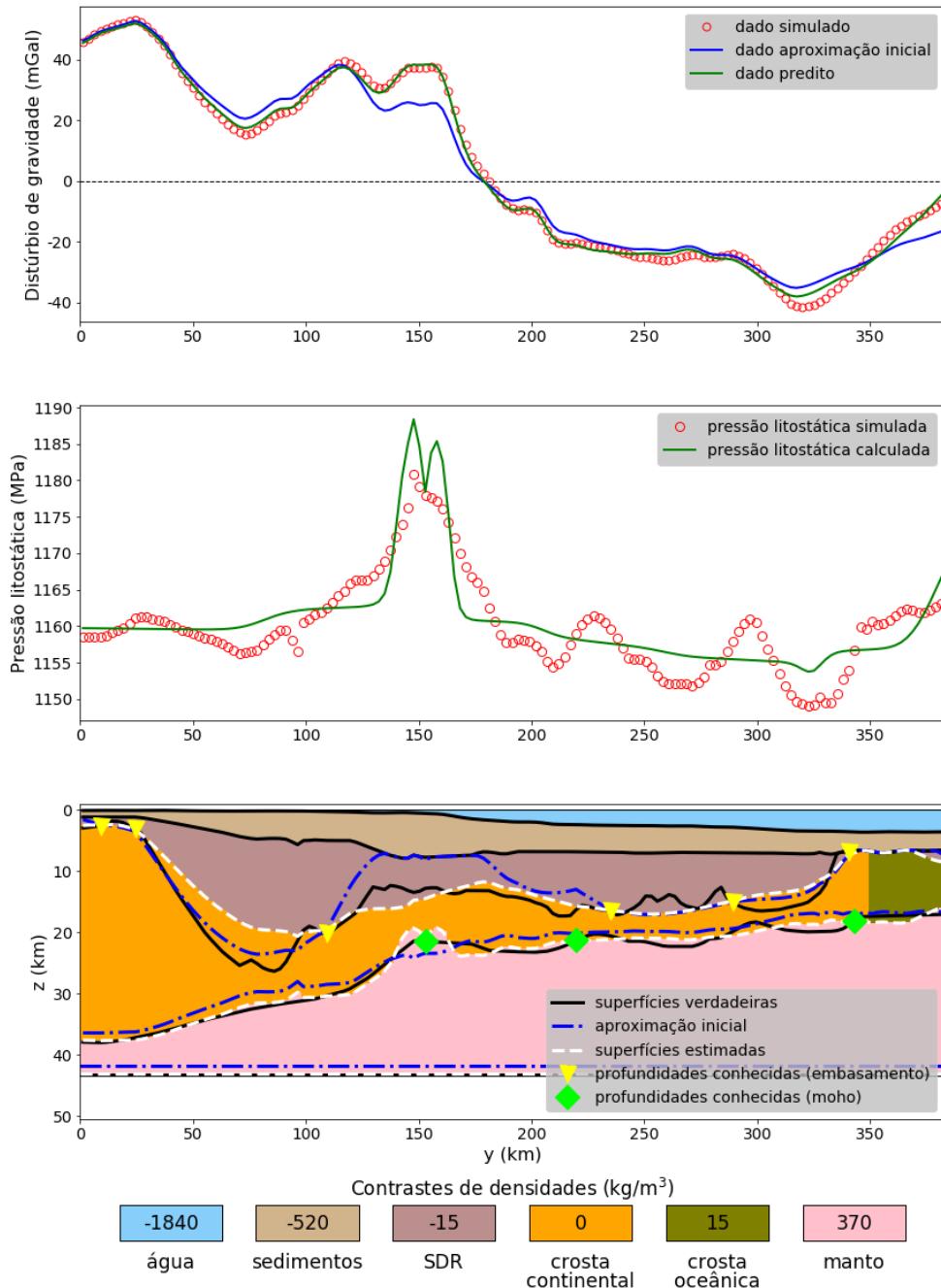


Figura 5.20: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na *Etapa 3* usando  $\sigma = 21$ . (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem vulcânica ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

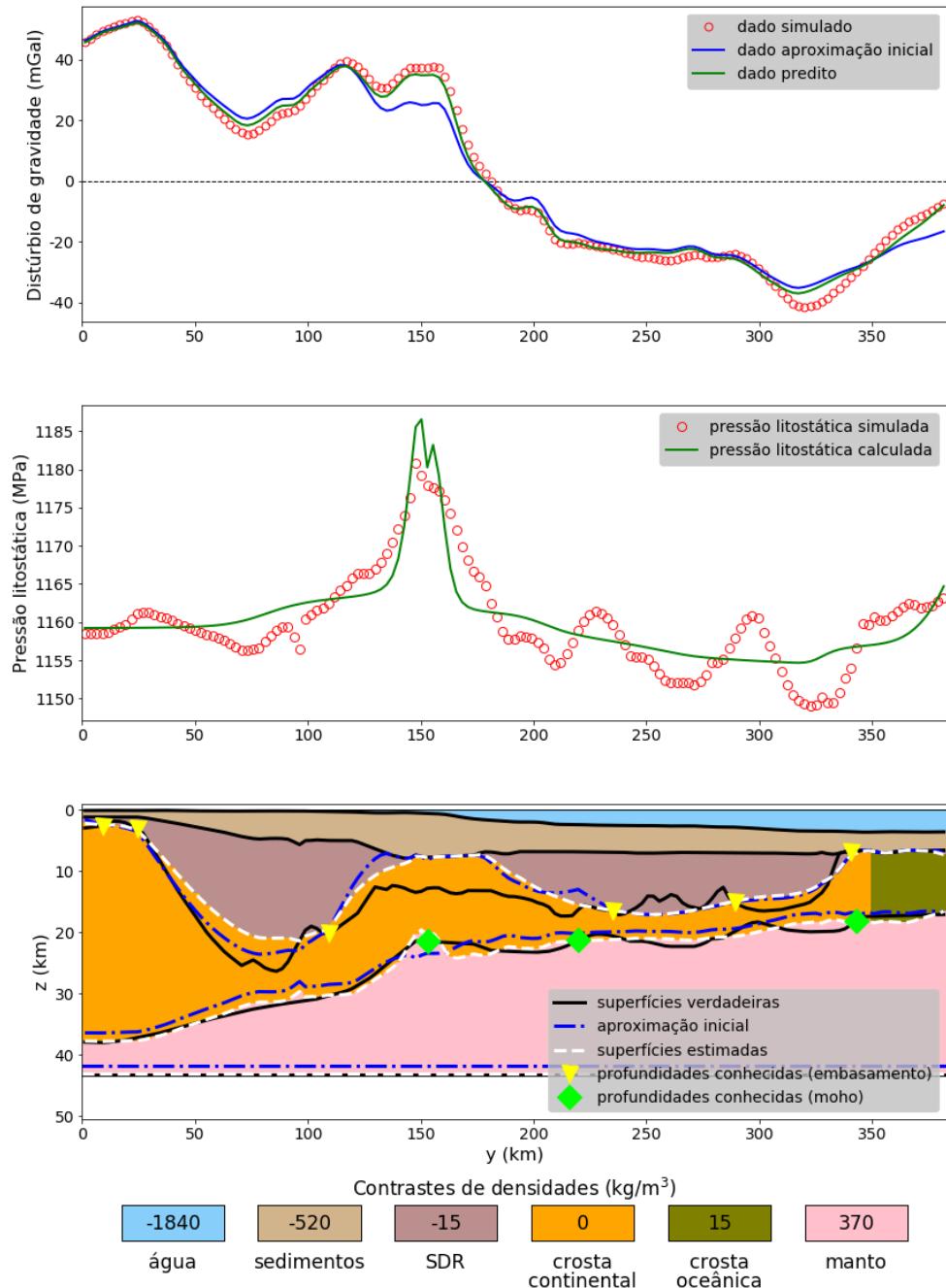


Figura 5.21: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na *Etapa 3* usando  $\sigma = 40$ . (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem vulcânica ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

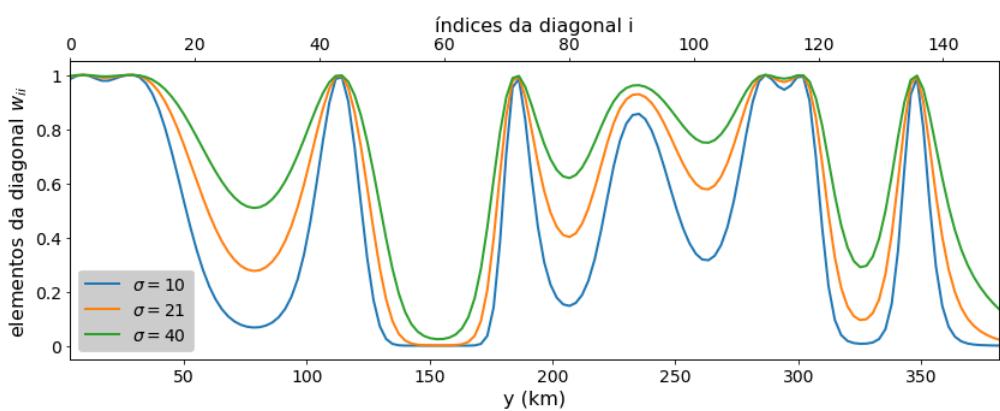


Figura 5.22: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Variação dos elementos da diagonal  $w_{ii}$  ao longo do perfil usando  $\sigma = 10$ ,  $\sigma = 21$  e  $\sigma = 40$ .

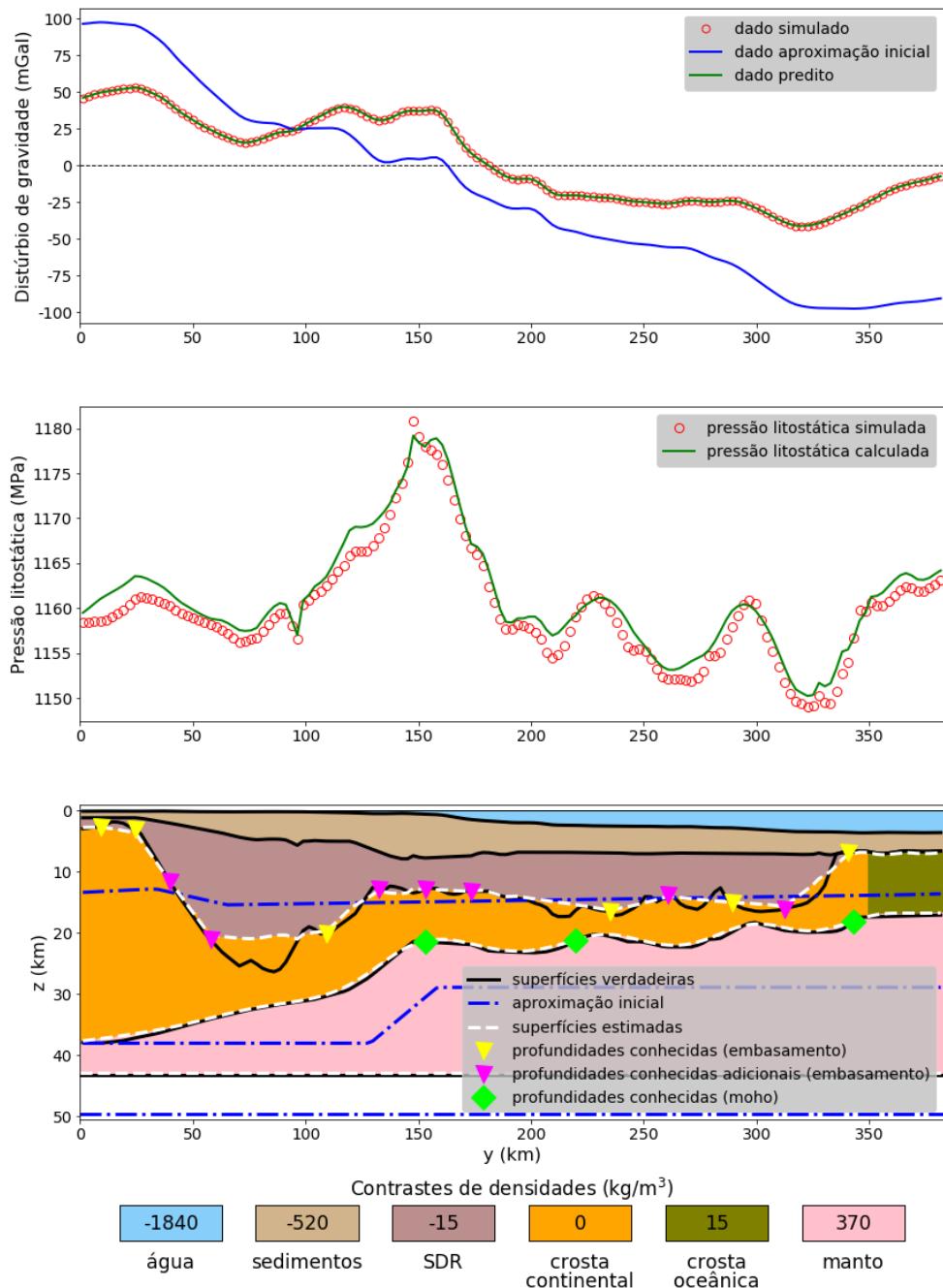


Figura 5.23: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na *Etapa 1* usando profundidades conhecidas adicionais no embasamento (símbolos magentas). (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (*informação a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem vulcânica ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

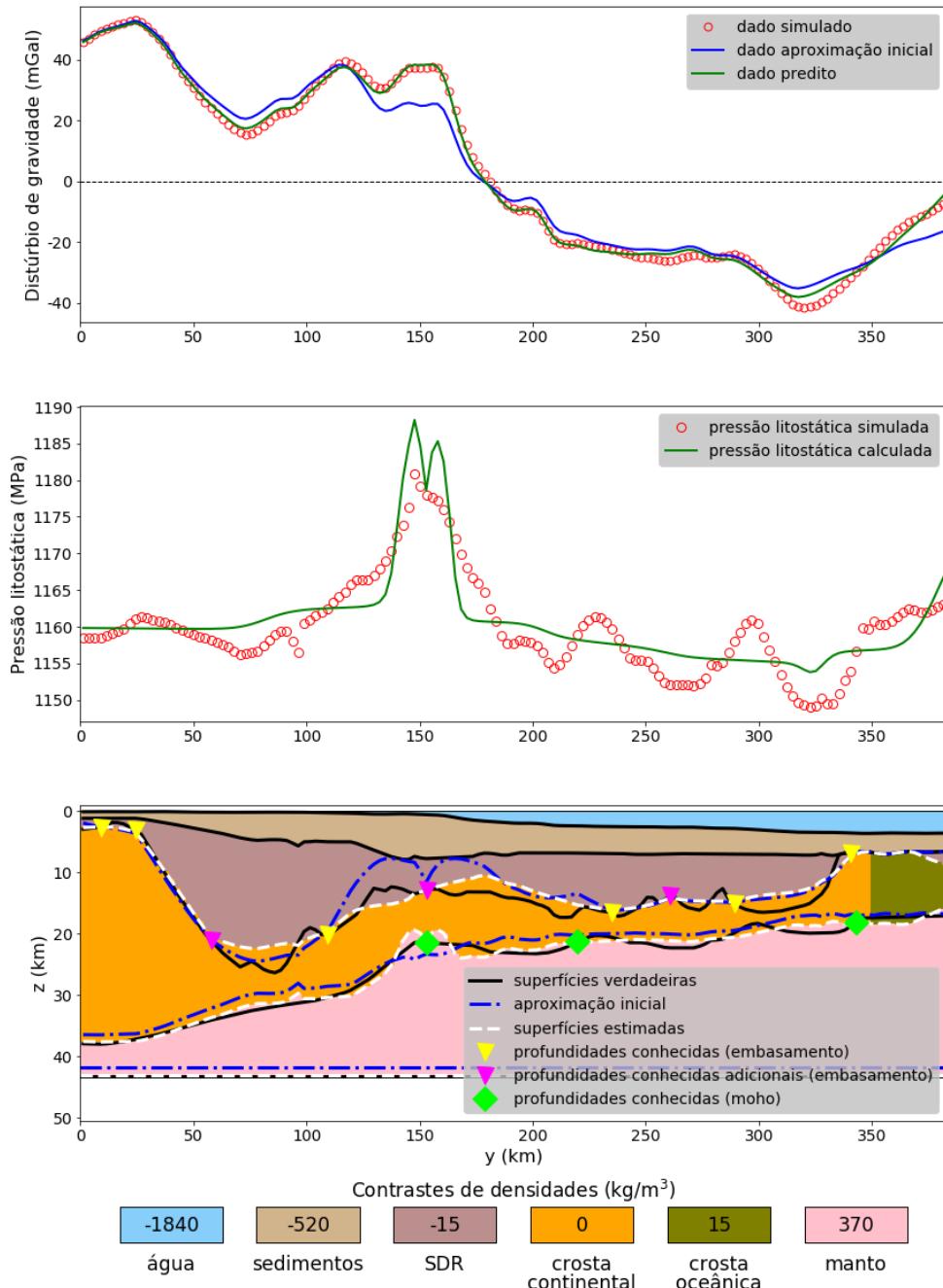


Figura 5.24: Aplicação em dados sintéticos produzidos pelo modelo de margem vulcânica. Resultado obtido na *Etapa 3* ( $\sigma = 21$ ) usando profundidades conhecidas adicionais no embasamento (símbolos magentas). (Painel inferior) Superfícies verdadeiras (linhas contínuas pretas), estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho , profundidades conhecidas no embasamento e Moho (informação *a priori*). (Painel central) Curvas de pressão litostática verdadeira e estimada calculas usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por um valor de gravidade constante igual a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade produzido pelo modelo de margem vulcânica ( dado simulado), pelo modelo estimado ( dado predito) e pelo modelo usado como aproximação inicial na inversão ( dado aproximação inicial). O contorno dos prismas que formam o modelo interpretativo foi omitido. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

# Capítulo 6

## Resultados - Dados reais

Aplicamos nossa metodologia (*Etapa 1*, *Etapa 2* e *Etapa 3*) para inverter dados de distúrbio de gravidade em perfis localizados nas bacias de Campos e Pelotas, suldeste do Brasil (Figura 6.1). O dado de distúrbio de gravidade é dado pelo modelo de campo de gravidade global EIGEN-6c4 (FÖRSTE *et al.*, 2014), um dos últimos lançamentos da série "*European Improved Gravity model of the Earth by New techniques*". Usamos dados doETOPO-1 para obter a batimetria ao longo dos perfis. Usamos também informação *a priori* sobre profundidades no embasamento e Moho obtidas a partir de interpretação sísmica apresentada por ZALAN *et al.* (2011) e STICA *et al.* (2014).

Para cada perfil, são apresentadas figuras dos modelos de interpretação anterior (ZALAN, 2015; ZALAN *et al.*, 2011) e dos resultados da aplicação do nosso método, estes últimos em três painéis: dados de distúrbio de gravidade observado, aproximação inicial e predito (painel superior), curva de pressão litostática calculada (painel central) e o modelo estimado (painel inferior) com a interpretação anterior (STICA *et al.*, 2014; ZALAN *et al.*, 2011) em linhas pretas contínuas, os relevos do embasamento e Moho usados como aproximação inicial em linhas azuis tracejadas, os relevos do embasamento e Moho estimados em linhas brancas tracejadas, as posições das profundidades conhecidas para o embasamento e a Moho em símbolos nas cores amarelo e verde, respectivamente. Os contrastes de densidades das camadas são apresentados na base do painel inferior.

### 6.1 Perfil sobre a Bacia de Campos

A Figura 6.2 apresenta uma interpretação anterior de um perfil sobre a Bacia de Campos, baseada em ZALAN *et al.* (2011). Sendo a Bacia de Campos considerada um exemplo de margem passiva pobre em magma (ZALAN, 2015), o modelo interpretativo construído é análogo ao modelo MPPMs apresentado no *Capítulo 5*. Os parâmetros que definem este modelo interpretativo estão também descritos na

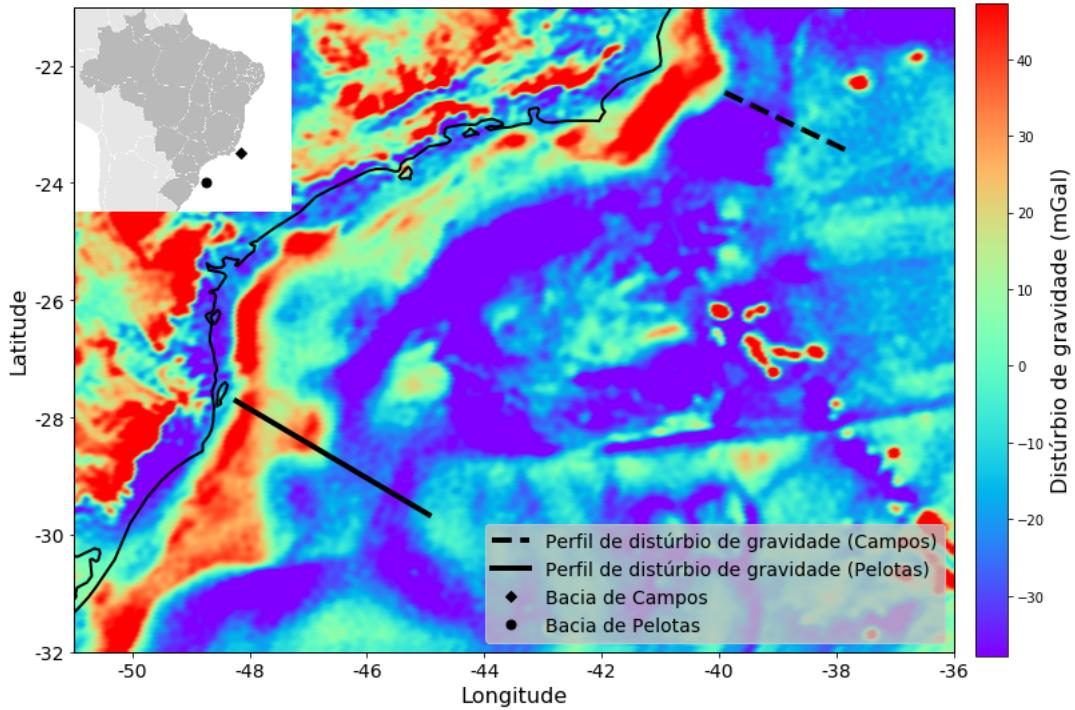


Figura 6.1: Aplicação a dados reais nas bacias de Campos e Pelotas, Brasil. Distúrbio de gravidade dado pelo modelo de campo de gravidade global EIGEN-6c4 (FÖRSTE *et al.*, 2014) na área de estudo. A linha tracejada preta indica o perfil de gravidade sobre a bacia de Campos. Os pontos finais do perfil tem coordenadas (latitude e longitude geodésica) ( $-22.46, -39.90$ ) e ( $-23.48, -37.76$ ). A linha contínua preta indica o perfil de gravidade sobre a bacia de Pelotas. Os pontos finais do perfil tem coordenadas (latitude e longitude geodésica) ( $-27.72, -48.23$ ) e ( $-29.66, -44.94$ ). As coordenadas são referenciadas ao datum WGS84.

Tabela 5.2.

A Figura 6.3 mostra o resultado obtido ao final da *Etapa 1* do nosso método. A aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) para o embasamento e Moho foi obtida pela interpretação de uma seção sísmica apresentada por ZALAN *et al.* (2011) e definimos a aproximação inicial para  $\Delta S_0$  igual a 2 km. Definimos valores para os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30):  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente. Como podemos observar, o modelo estimado produz um bom ajuste entre os dados de gravidade predito e observado. O modelo estimado apresenta características semelhantes às observadas no resultado da aplicação da *Etapa 1* ao modelo sintético MPPMs (Figura 5.10).

A Figura 6.4 mostra o resultado obtido ao final da *Etapa 2* do nosso método, utilizando  $\tilde{\alpha}_0 = 10^2$  (equação 4.30). Nesta etapa, também utilizamos como aproximação inicial a interpretação obtida da seção sísmica apresentada por ZALAN *et al.* (2011) e  $\Delta S_0$  igual a 2 km. Devido a presença de pequenas diferenças entre os dados de distúrbio de gravidade simulado e predito, esperamos não obter uma maior

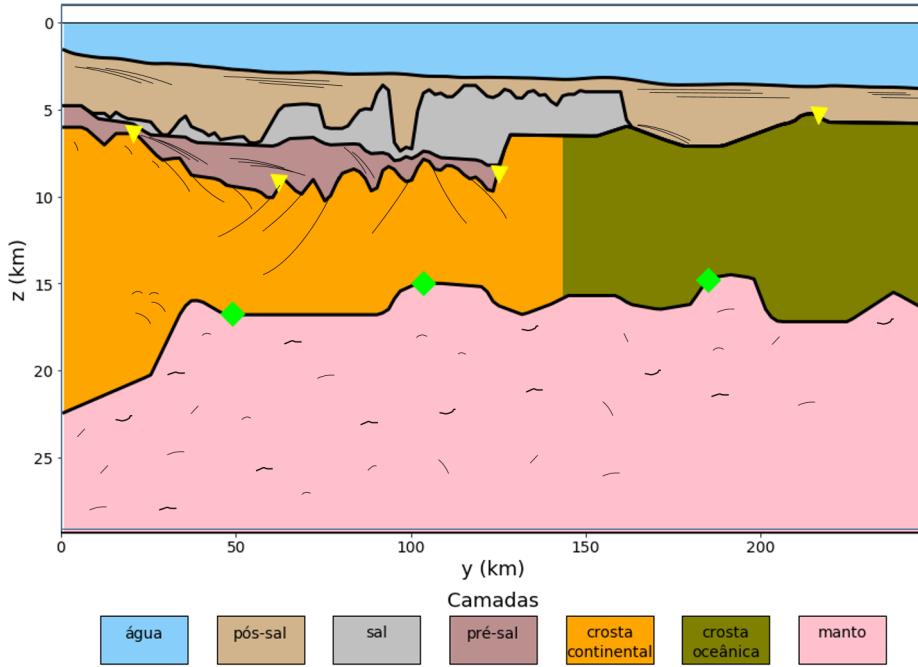


Figura 6.2: Aplicação a dados reais na Bacia de Campos, Brasil. Modelo baseado em interpretação anterior (ZALAN *et al.*, 2011) formado por quatro camadas. A 1<sup>a</sup> camada representa água com densidade constante  $\rho^{(w)}$ . A 2<sup>a</sup> camada é formada por três sub-camadas (pós-sal, sal e pré-sal) com densidades constantes  $\rho^{(1)}$ ,  $\rho^{(2)}$  e  $\rho^{(3)}$ . A 3<sup>a</sup> camada representa a crosta, dividida por uma COT vertical e abrupta, em crosta continental e oceânica com densidades constantes  $\rho^{(cc)}$  e  $\rho^{(oc)}$ , respectivamente. A 4<sup>a</sup> camada representa um manto homogêneo com densidade constante  $\rho^{(m)}$ . A Moho de referência (linha preta contínua) coincide com a base do modelo ( $S_0 + \Delta S_0$ ). As densidades e profundidades das superfícies planares foram definidas de acordo com a Tabela 5.2.

contribuição da *Etapa 3* do nosso método, como observado nos resultados obtidos com o modelo sintético MPPMs.

As Figuras 6.5 e 6.6 mostram os modelos estimados obtidos ao final da *Etapa 3*, usando diferentes valores para o parâmetro  $\sigma$  (equação 4.29). Em comparação com o modelo estimado obtido na *Etapa 2* (Figura 6.4), os novos modelos apresentam pouca melhora no ajuste entre os dados de distúrbio de gravidade. A curva de pressão litostática calculada a partir destes modelos estimados mostram variações abruptas ao longo de todo o perfil. Este resultado sugere que a margem não apresenta regiões em equilíbrio isostático local. Similarmente ao observado com os resultados do modelo sintético MPPMs (Figuras 5.10 e 5.13), o modelo estimado obtido na *Etapa 3* com  $\sigma = 0.1$  (Figura 6.5) é muito próximo àquele obtido na *Etapa 1* (Figura 6.3).

O modelo estimado obtido ao final da *Etapa 1* (Figura 6.3) é próximo daquele proposto independentemente por ZALAN *et al.* (2011) (linhas contínuas pretas), a partir de seções sísmicas 2D ultra-profundas em conjunto com modelagem gra-

vimétrica e magnetométrica. Apesar das diferenças, nossos modelos produzem bom ajuste entre os dados nesta região.

## 6.2 Perfil sobre a Bacia de Pelotas

A Figura 6.7 apresenta uma interpretação anterior de um perfil sobre a Bacia de Pelotas, baseada em ZALAN (2015). Sendo a Bacia de Pelotas considerada um exemplo de margem passiva vulcânica (ZALAN, 2015), o modelo interpretativo construído é análogo ao modelo VPMs apresentado no *Capítulo 5*. Os parâmetros que definem este modelo interpretativo estão também descritos na Tabela 5.3.

A Figura 6.8 mostra o resultado obtido ao final da *Etapa 1* do nosso método. A aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) para o embasamento e Moho foi obtida pela interpretação de uma seção sísmica apresentada por STICA *et al.* (2014) e definimos a aproximação inicial para  $\Delta S_0$  igual a 1 km. Definimos valores para os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30):  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente. Como podemos observar, o modelo estimado produz um bom ajuste entre os dados de gravidade predito e observado. O modelo estimado apresenta características semelhantes às observadas no resultado da aplicação da *Etapa 1* ao modelo sintético VPMs (Figura 5.17).

A Figura 6.9 mostra o resultado obtido ao final da *Etapa 2* do nosso método, utilizando  $\tilde{\alpha}_0 = 10^2$  (equação 4.30). Nesta etapa, também utilizamos como aproximação inicial a interpretação obtida da seção sísmica apresentada por STICA *et al.* (2014) e  $\Delta S_0$  igual a 1 km. Observamos que o modelo estimado produz bom ajuste entre os dados de gravidade ao longo de todo o perfil, exceto na posição  $\approx 150$  km. É principalmente nesta região que esperamos obter maior contribuição da *Etapa 3* do nosso método, como observado nos resultados obtidos com o modelo sintético VPMs.

As Figuras 6.10, 6.11 e 6.12 mostram os modelos estimados obtidos ao final da *Etapa 3*, usando diferentes valores para o parâmetro  $\sigma$  (equação 4.29). Diferentemente do resultado obtido na *Etapa 2* (Figura 6.9), os novos modelos apresentam melhor ajuste entre os dados ao longo de todo o perfil. A curva de pressão litostática calculada a partir destes modelos estimados mostram variações abruptas em uma região isolada próxima a posição 150 km e é muito suave no restante do perfil. Este resultado sugere que a margem está principalmente em equilíbrio isostático, exceto na região  $\approx 150$  km. Note que os modelos estimados apresentados nas Figuras 6.10, 6.11 e 6.12 exibem uma feição muito similar ao artefato na superfície da Moho estimada obtida com o modelo sintético VPMs (Figuras 5.19, 5.20 e 5.21). Baseado nestes resultados obtidos com o modelo sintético, consideramos que esta feição é um artefato.

O modelo estimado obtido usando  $\sigma = 58$  (Figura 6.11) é próximo daquele proposto independentemente por ZALAN (2015) (linhas contínuas pretas), a partir de seções sísmicas 2D ultra-profundas em conjunto com modelagem gravimétrica e magnetométrica. As maiores diferenças ( $\approx 10$  km) ocorrem no embasamento, ao longo dos primeiros 100 km do perfil. Nesta região, ZALAN (2015) propõe uma variação íngrime no relevo do embasamento, com profundidade máxima de  $\approx 30$  km. Apesar das diferenças, nossos modelos produzem bom ajuste entre os dados nesta região.

A Figura 6.13 mostra um modelo estimado obtido do mesmo modo que aquele da Figura 6.11, mas usando duas profundidades conhecidas adicionais no relevo do embasamento. O novo modelo (Figura 6.13) apresenta embasamento estimado mais íngrime ao longo dos primeiros 100 km do perfil, em concordância com a informação *a priori* adicional.

Assim como os resultados obtidos a partir dos modelos sintéticos simples, MPPMs e VPMs, os resultados obtidos a partir da aplicação da metodologia descrita neste trabalho em dados reais oriundos de perfis sobre as bacias de Campos e Pelotas, mostram efetividade do método. Os modelos estimados produzem bom ajuste entre os dados de gravidade observado e predito e, apesar das diferenças, são consistentes com interpretação anterior apresentada em ZALAN *et al.* (2011) e ZALAN (2015).

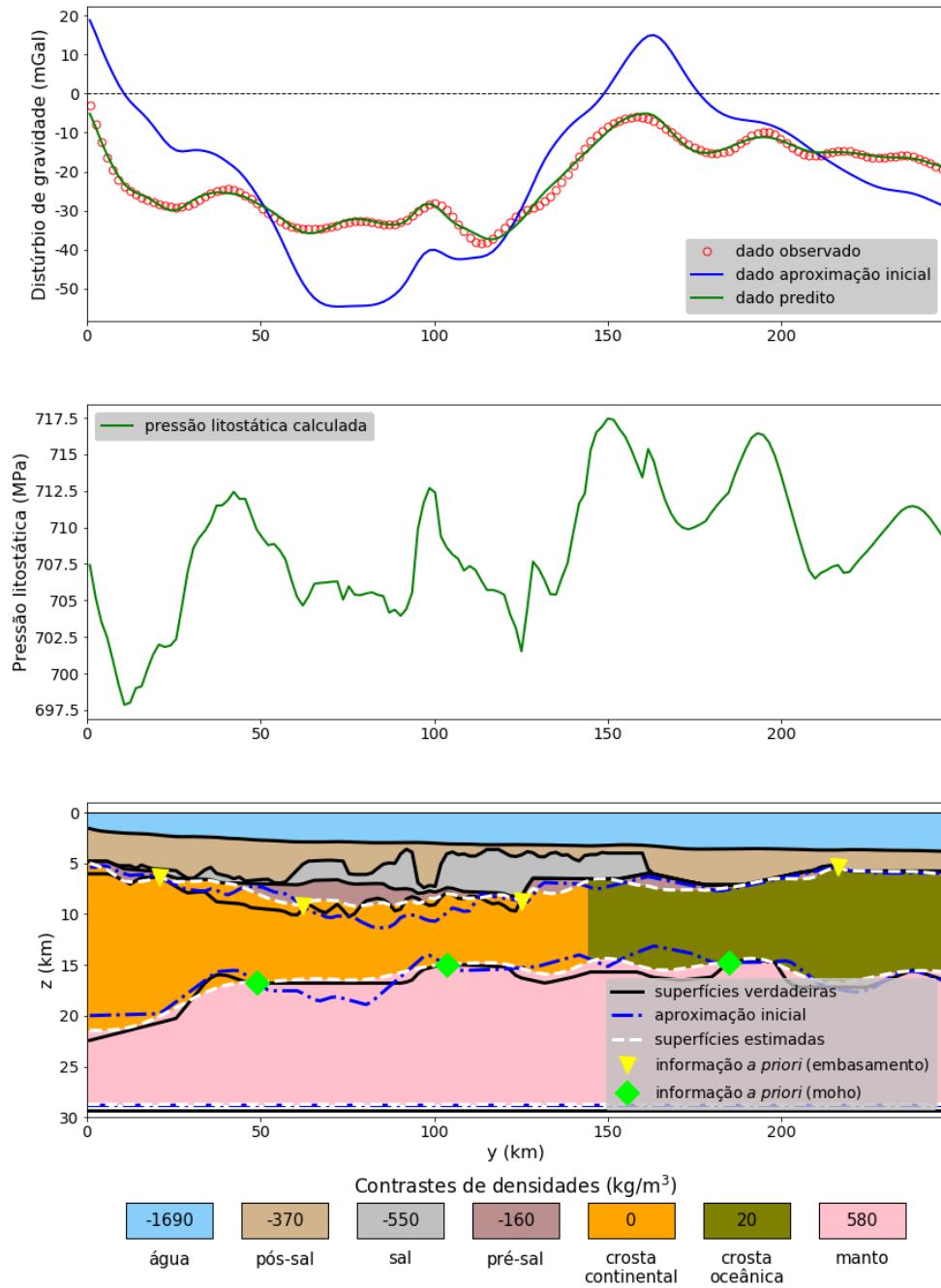


Figura 6.3: Aplicação a dados reais na Bacia de Campos, Brasil. Resultado obtido na *Etapa 1*. (Painel inferior) Superfícies estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho usadas na inversão, e informação *a priori* em alguns pontos no embasamento e Moho (profundidades conhecidas). As linhas contínuas pretas representam uma interpretação prévia apresentada por ZALAN *et al.* (2011) na mesma área de estudo. (Painel central) Curva de pressão litostática estimada calcula usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade observado, dado produzido pelo modelo estimado (dado predito) e dado produzido pelo modelo usado como aproximação inicial (dado aproximação inicial). Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 26.8 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.2.

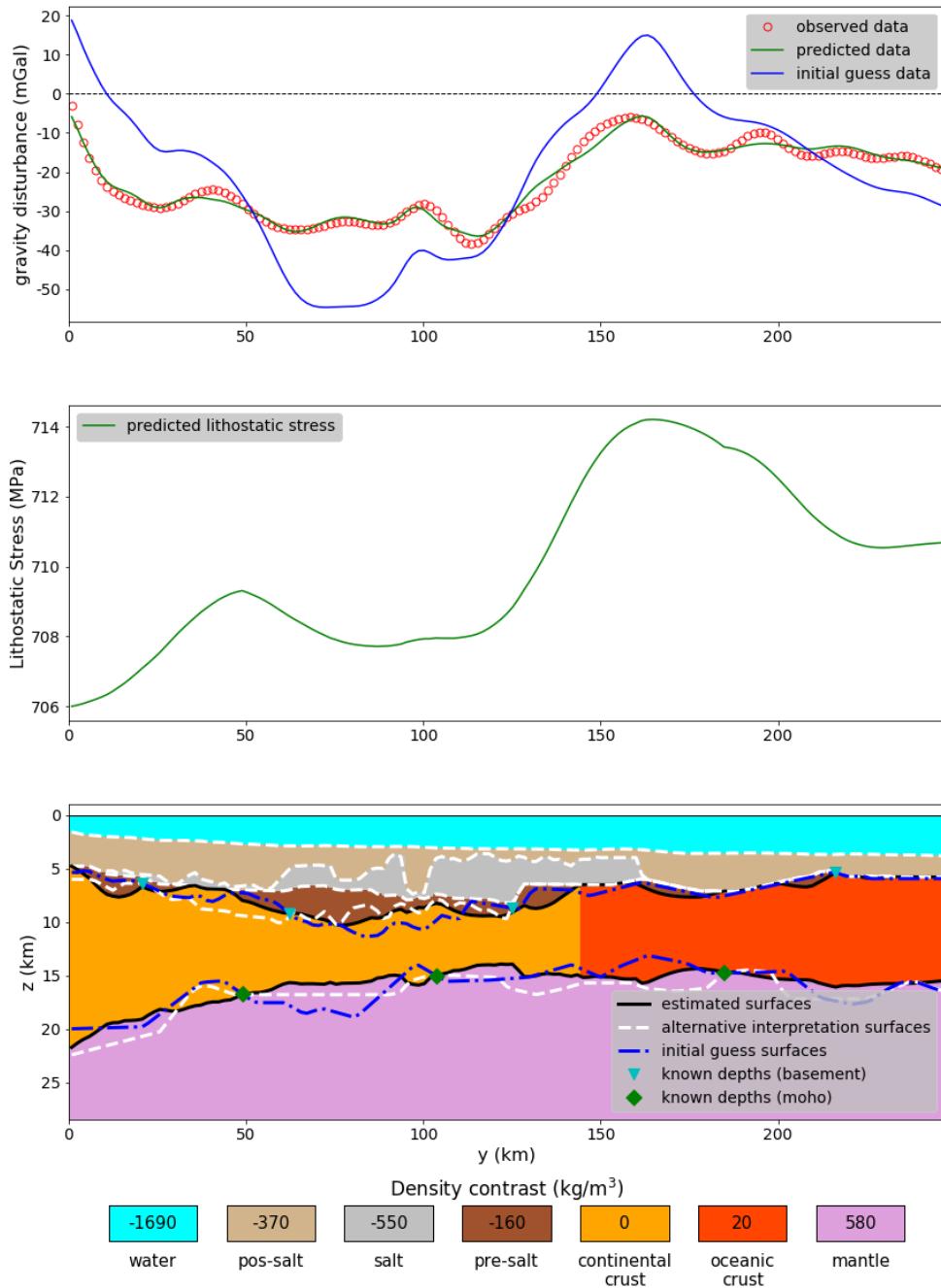


Figura 6.4: Aplicação a dados reais na Bacia de Campos, Brasil. Resultado obtido na *Etapa 2*. (Painel inferior) Superfícies estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho usadas na inversão, e informação *a priori* em alguns pontos no embasamento e Moho (profundidades conhecidas). As linhas contínuas pretas representam uma interpretação prévia apresentada por ZALAN *et al.* (2011) na mesma área de estudo. (Painel central) Curva de pressão litostática estimada calcula usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade observado, dado produzido pelo modelo estimado (dado predito) e dado produzido pelo modelo usado como aproximação inicial (dado aproximação inicial). Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 26.8 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.2.

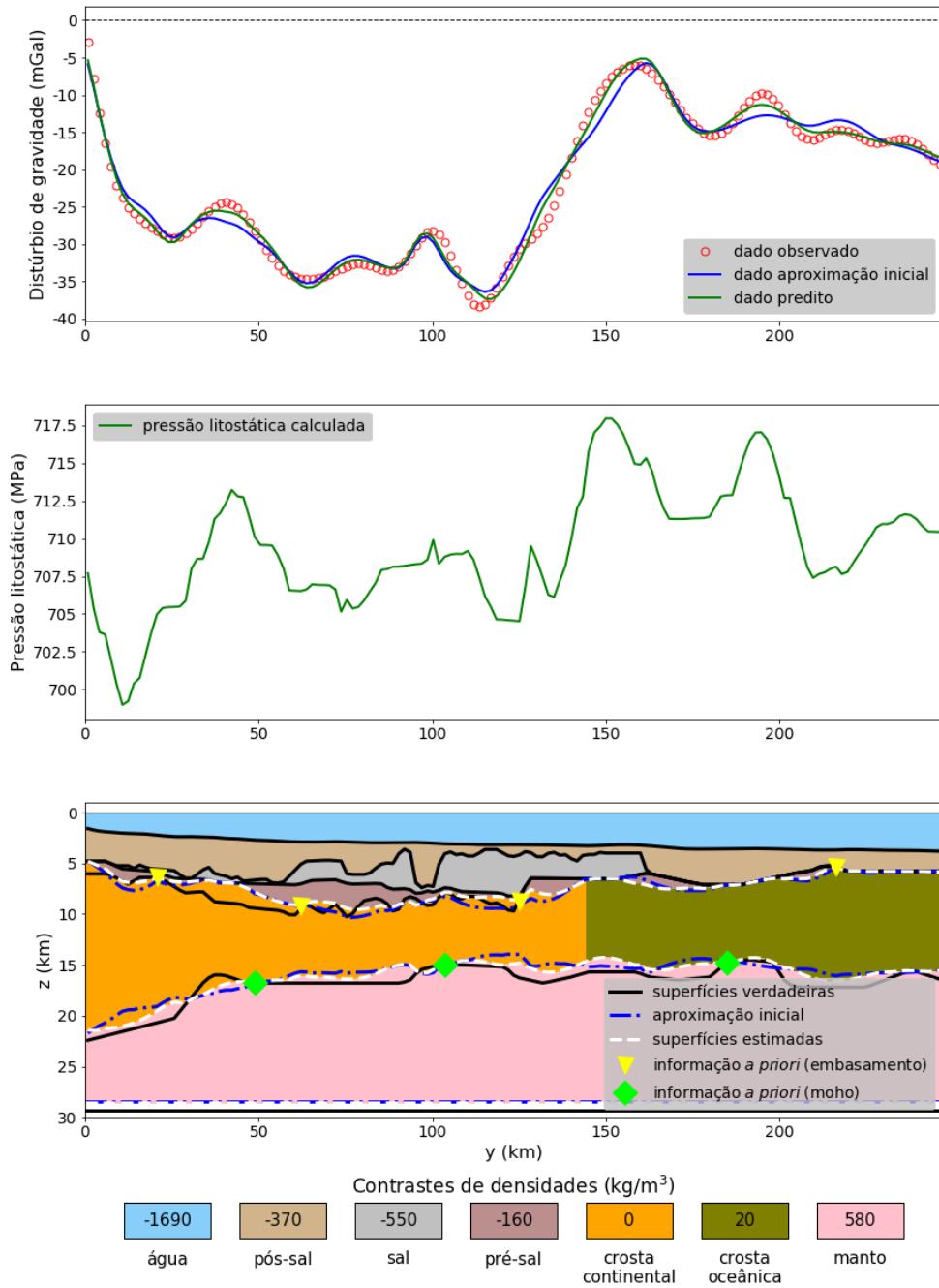


Figura 6.5: Aplicação a dados reais na Bacia de Campos, Brasil. Resultado obtido na *Etapa 3* usando  $\sigma = 0.01$ . (Painel inferior) Superfícies estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho usadas na inversão, e informação *a priori* em alguns pontos no embasamento e Moho (profundidades conhecidas). As linhas contínuas pretas representam uma interpretação prévia apresentada por ZALAN *et al.* (2011) na mesma área de estudo. (Painel central) Curva de pressão litostática estimada calcula usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade observado, dado produzido pelo modelo estimado (dado predito) e dado produzido pelo modelo usado como aproximação inicial (dado aproximação inicial). Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 26.8 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.2.

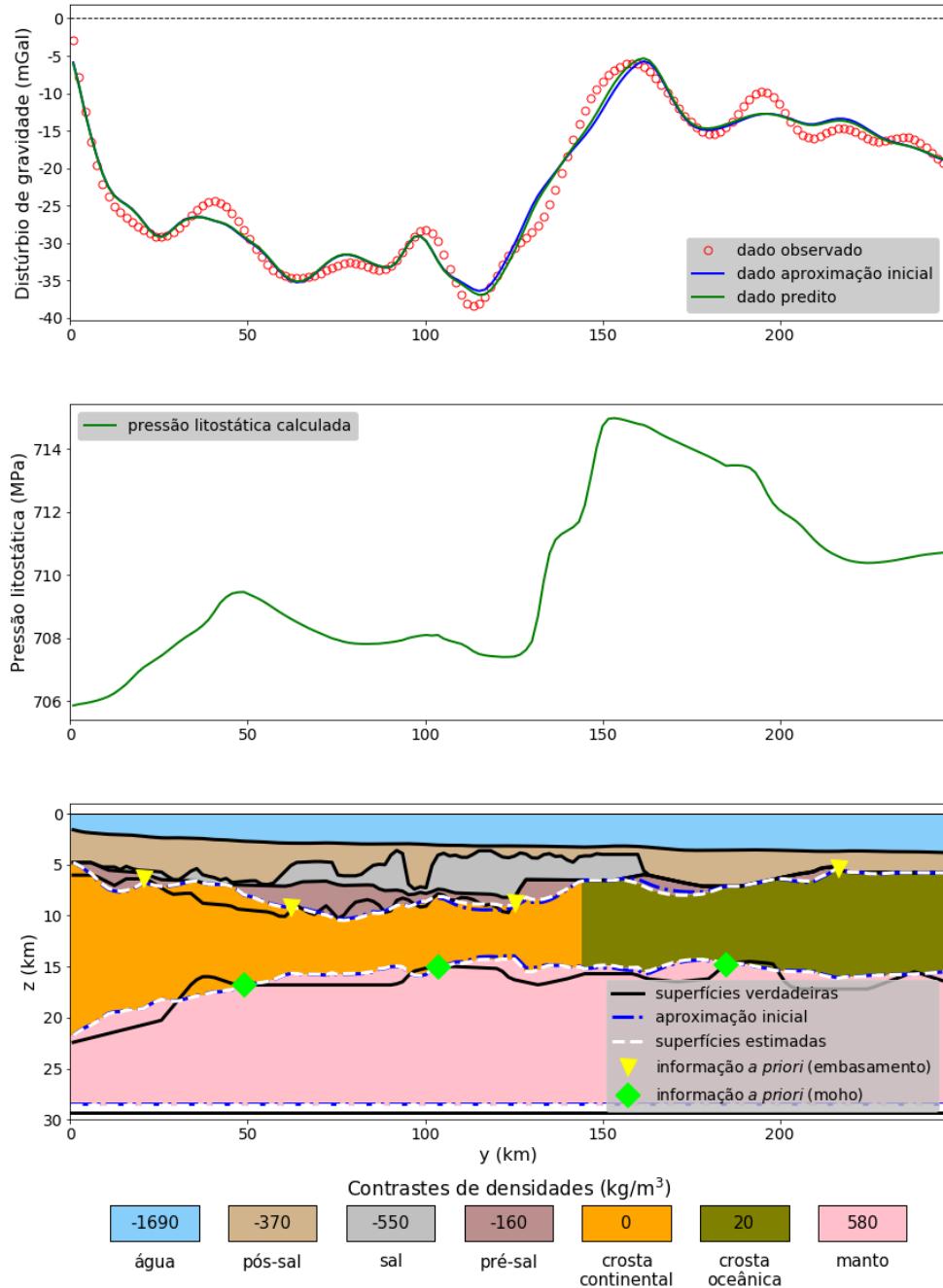


Figura 6.6: Aplicação a dados reais na Bacia de Campos, Brasil. Resultado obtido na *Etapa 3* usando  $\sigma = 10$ . (Painel inferior) Superfícies estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho usadas na inversão, e informação *a priori* em alguns pontos no embasamento e Moho (profundidades conhecidas). As linhas contínuas pretas representam uma interpretação prévia apresentada por ZALAN *et al.* (2011) na mesma área de estudo. (Painel central) Curva de pressão litostática estimada calcula usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade observado, dado produzido pelo modelo estimado ( dado predito) e dado produzido pelo modelo usado como aproximação inicial ( dado aproximação inicial). Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 26.8 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.2.

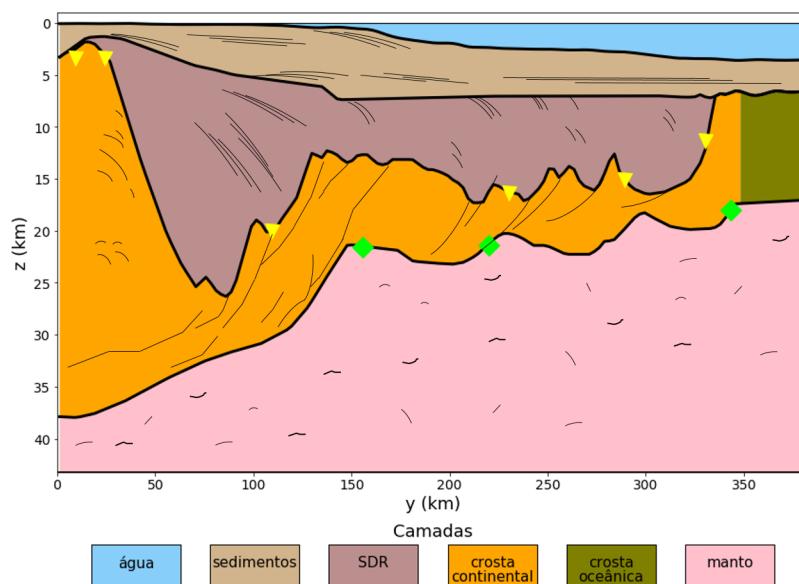


Figura 6.7: Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Modelo baseado em interpretação anterior (ZALAN, 2015) formado por quatro camadas. A 1<sup>a</sup> camada representa água com densidade constante  $\rho^{(w)}$ . A 2<sup>a</sup> camada é formada por duas subcamadas (sedimentos e sequências vulcânicas-sedimentares) com densidades constantes  $\rho^{(1)}$  e  $\rho^{(2)}$ . A 3<sup>a</sup> camada representa a crosta, dividida por uma COT vertical e abrupta, em crosta continental e oceânica com densidades constantes  $\rho^{(cc)}$  e  $\rho^{(oc)}$ , respectivamente. A 4<sup>a</sup> camada representa um manto homogêneo com densidade constante  $\rho^{(m)}$ . A Moho de referência (linha preta contínua) coincide com a base do modelo ( $S_0 + \Delta S_0$ ). As densidades e profundidades das superfícies planares foram definidas de acordo com a Tabela 5.3.

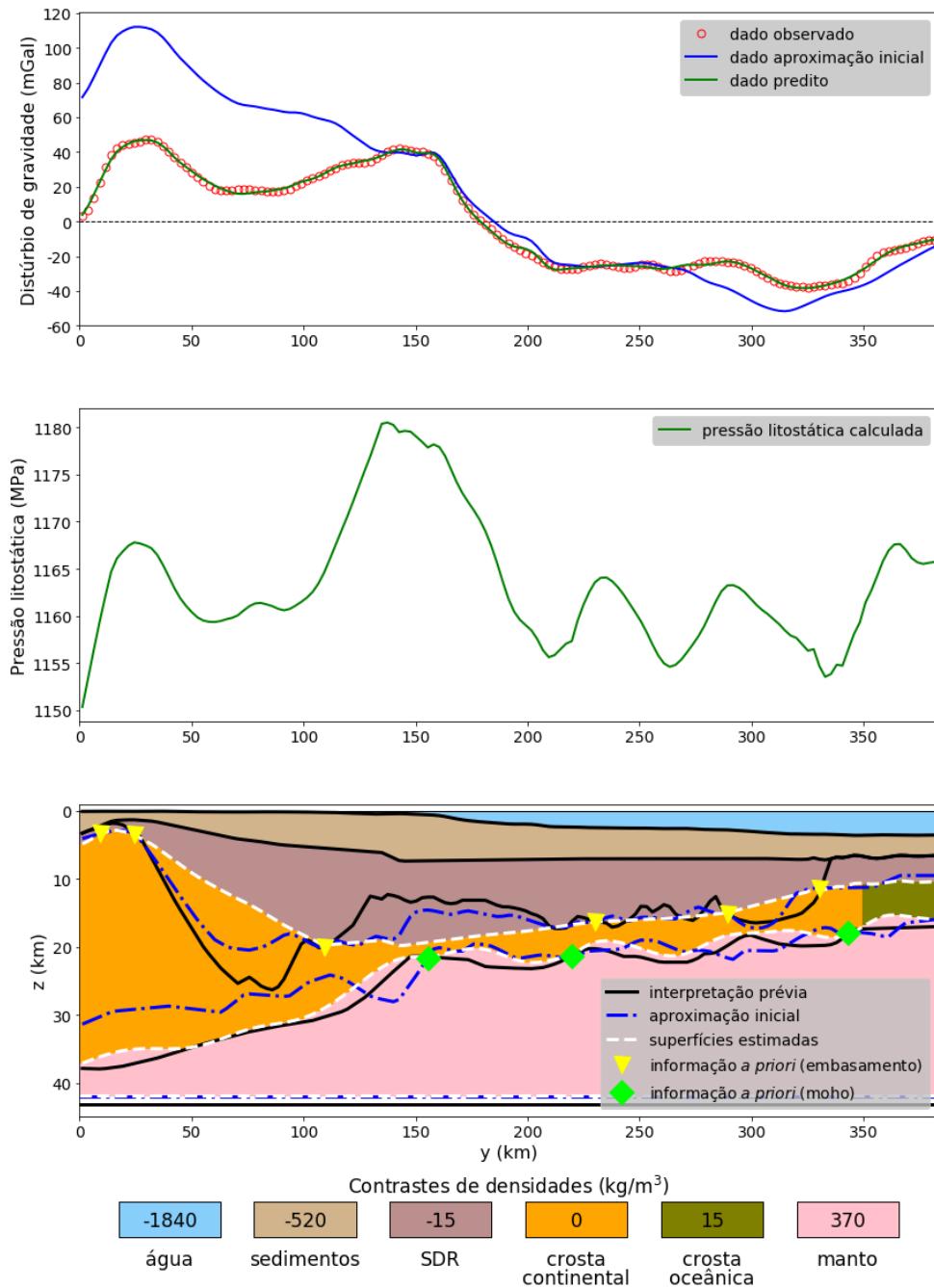


Figura 6.8: Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Resultado obtido na *Etapa 1*. (Painel inferior) Superfícies estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho usadas na inversão, e informação *a priori* em alguns pontos no embasamento e Moho (profundidades conhecidas). As linhas contínuas pretas representam uma interpretação prévia apresentada por ZALAN (2015) na mesma área de estudo. (Painel central) Curva de pressão litostática estimada calcula usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade observado, dado produzido pelo modelo estimado (dado predito) e dado produzido pelo modelo usado como aproximação inicial (dado aproximação inicial). Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

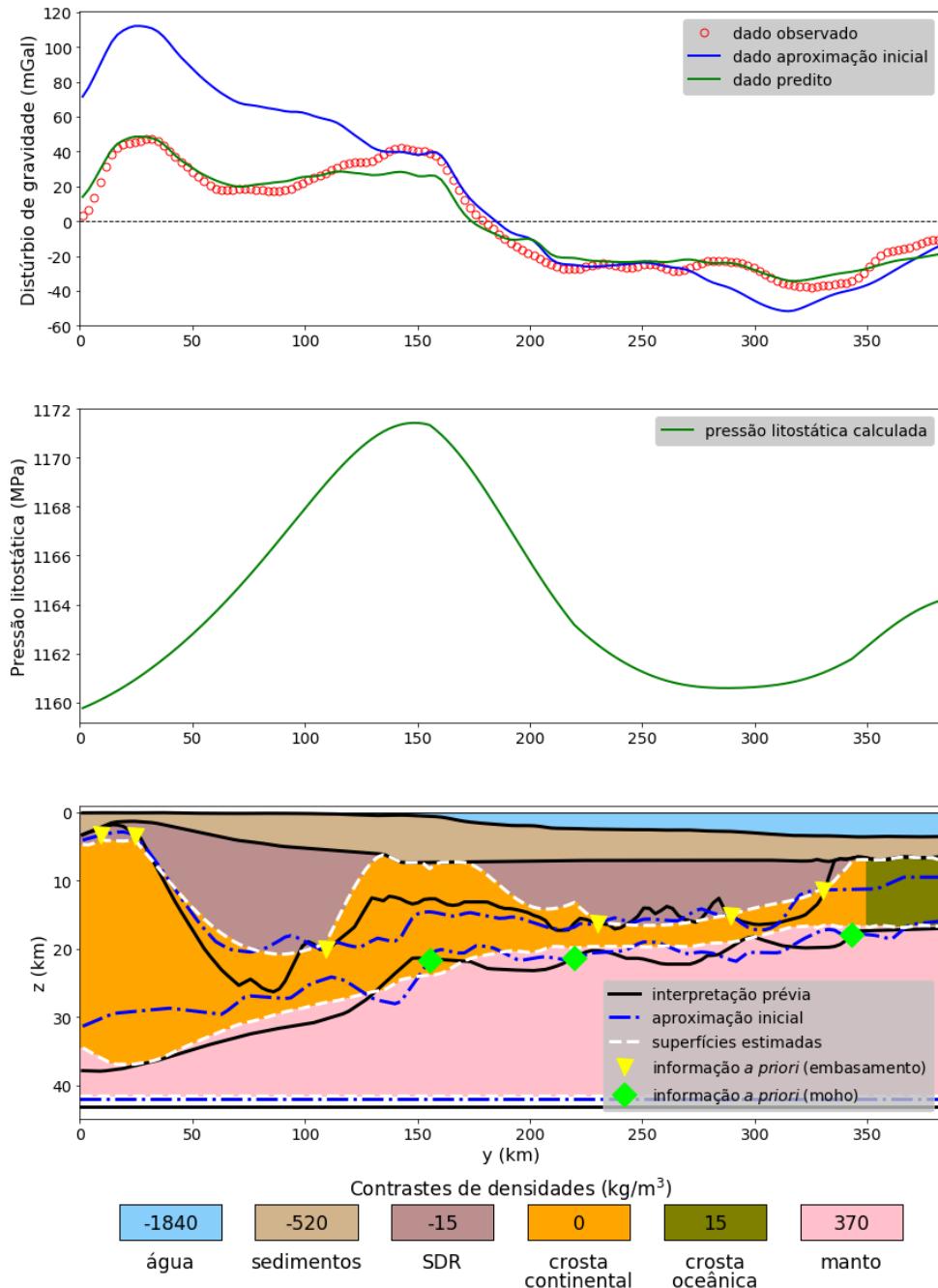


Figura 6.9: Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Resultado obtido na *Etapa 2*. (Painel inferior) Superfícies estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho usadas na inversão, e informação *a priori* em alguns pontos no embasamento e Moho (profundidades conhecidas). As linhas contínuas pretas representam uma interpretação prévia apresentada por ZALAN (2015) na mesma área de estudo. (Painel central) Curva de pressão litostática estimada calcula usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade observado, dado produzido pelo modelo estimado (dado predito) e dado produzido pelo modelo usado como aproximação inicial (dado aproximação inicial). Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

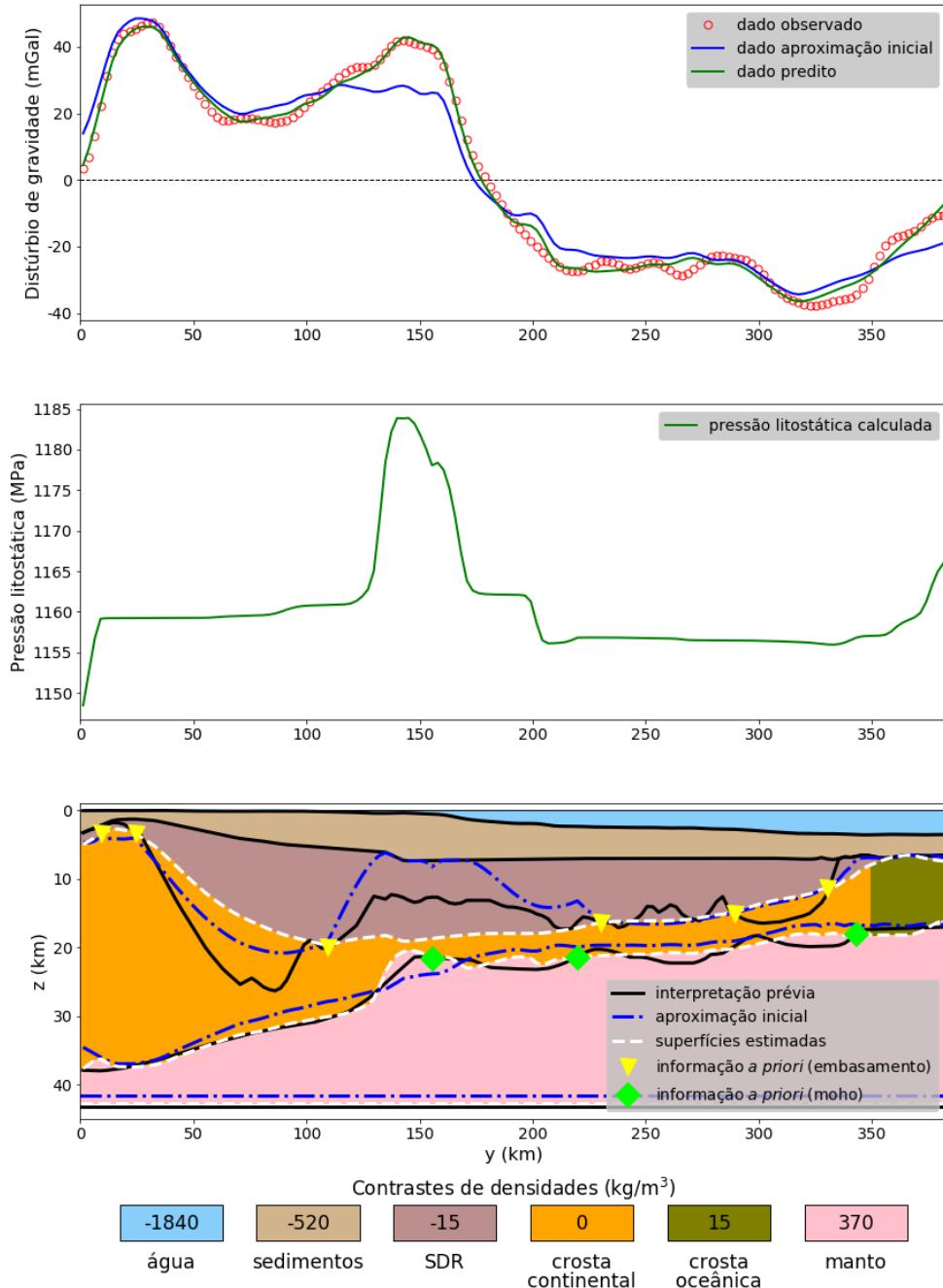


Figura 6.10: Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Resultado obtido na *Etapa 3* usando  $\sigma = 20$ . (Painel inferior) Superfícies estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho usadas na inversão, e informação *a priori* em alguns pontos no embasamento e Moho (profundidades conhecidas). As linhas contínuas pretas representam uma interpretação prévia apresentada por ZALAN (2015) na mesma área de estudo. (Painel central) Curva de pressão litostática estimada calcula usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade observado, dado produzido pelo modelo estimado (dado predito) e dado produzido pelo modelo usado como aproximação inicial (dado aproximação inicial). Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

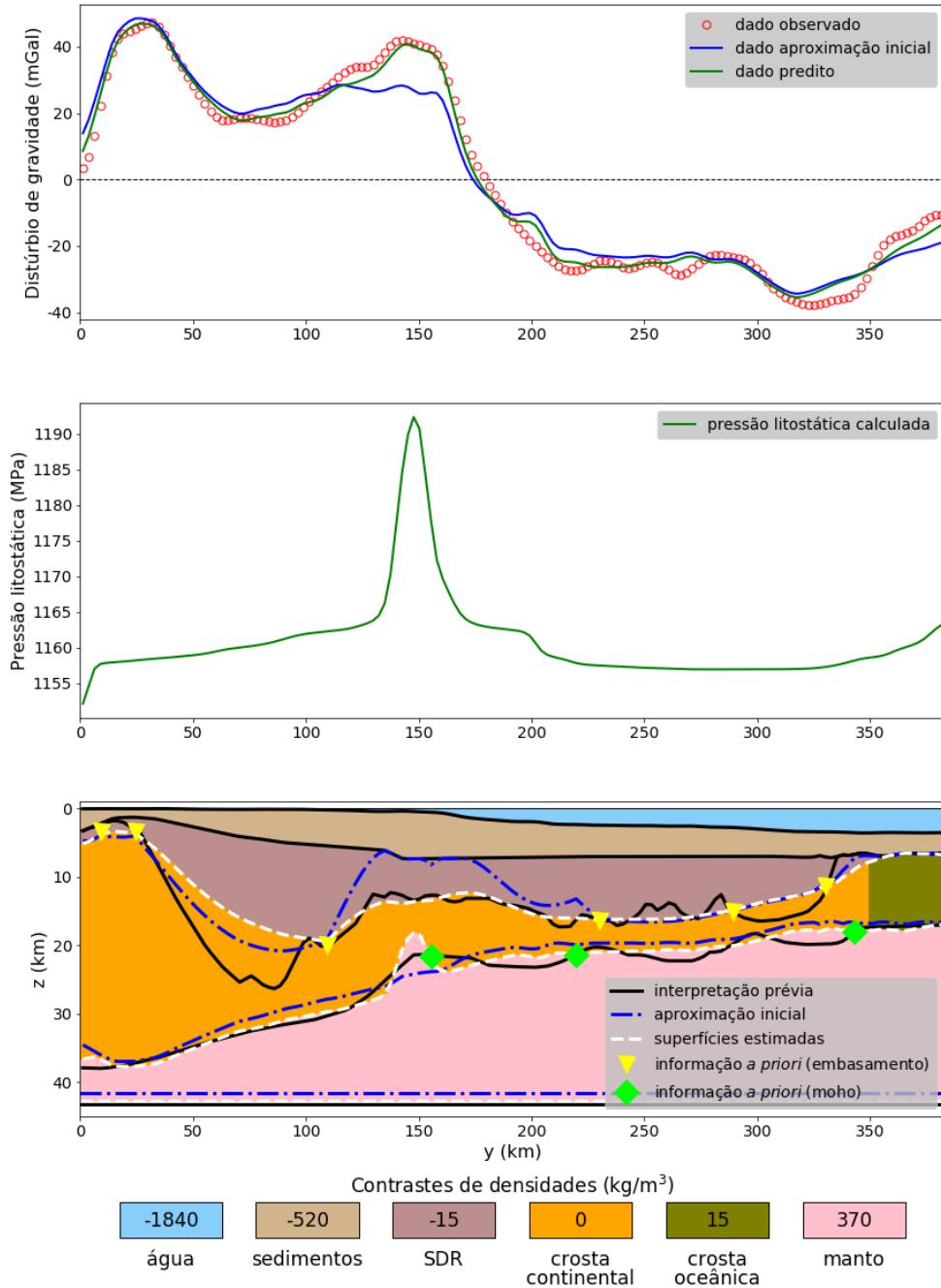


Figura 6.11: Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Resultado obtido na *Etapa 3* usando  $\sigma = 58$ . (Painel inferior) Superfícies estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho usadas na inversão, e informação *a priori* em alguns pontos no embasamento e Moho (profundidades conhecidas). As linhas contínuas pretas representam uma interpretação prévia apresentada por ZALAN (2015) na mesma área de estudo. (Painel central) Curva de pressão litostática estimada calcula usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade observado, dado produzido pelo modelo estimado (dado predito) e dado produzido pelo modelo usado como aproximação inicial (dado aproximação inicial). Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

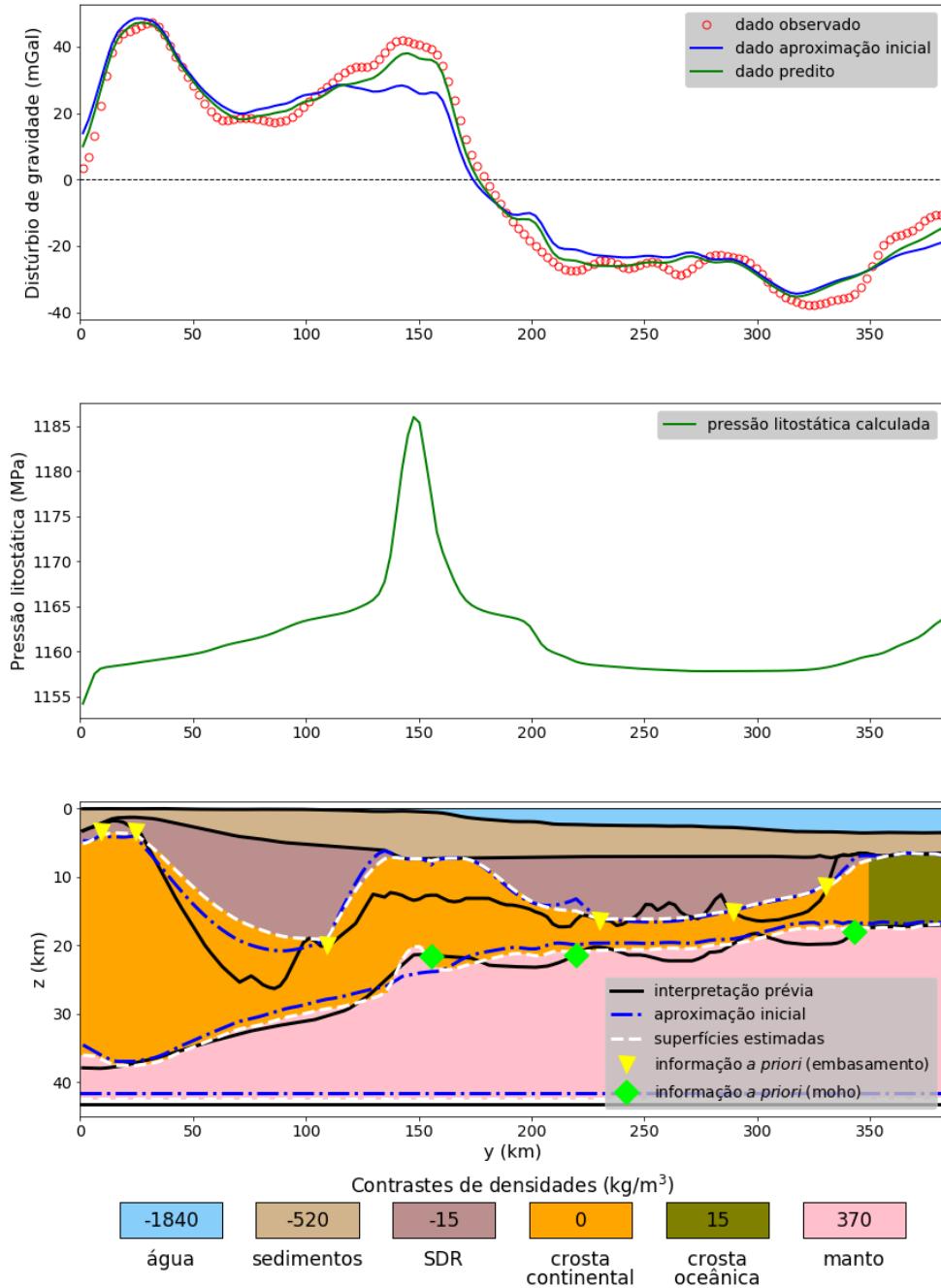


Figura 6.12: Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Resultado obtido na *Etapa 3* usando  $\sigma = 70$ . (Painel inferior) Superfícies estimadas (linhas tracejadas brancas) e aproximação inicial (linhas tracejadas azuis) do embasamento e da Moho usadas na inversão, e informação *a priori* em alguns pontos no embasamento e Moho (profundidades conhecidas). As linhas contínuas pretas representam uma interpretação prévia apresentada por ZALAN (2015) na mesma área de estudo. (Painel central) Curva de pressão litostática estimada calcula usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade observado, dado produzido pelo modelo estimado ( dado predito) e dado produzido pelo modelo usado como aproximação inicial ( dado aproximação inicial). Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

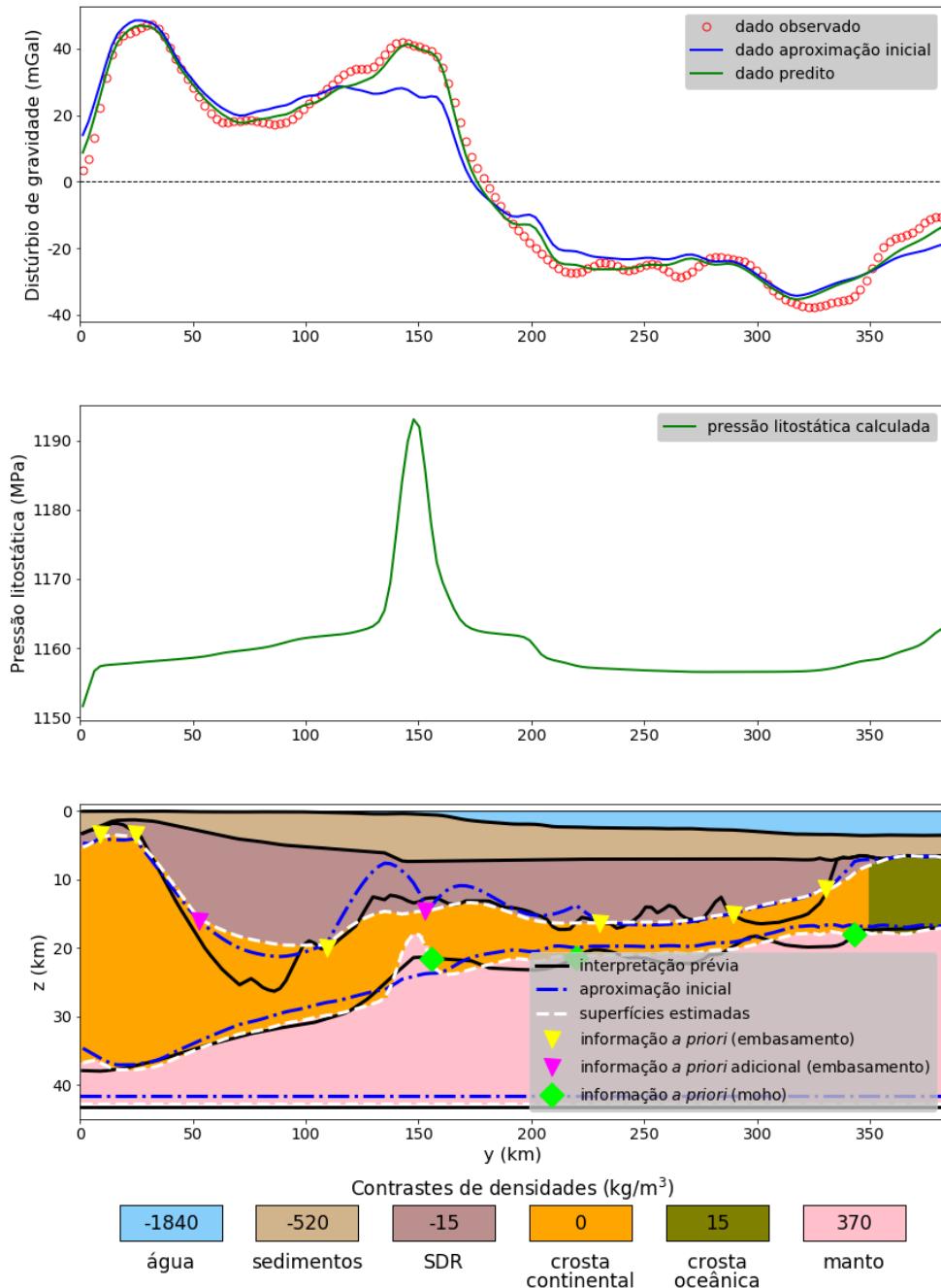


Figura 6.13: Aplicação a dados reais na Bacia de Pelotas, Brasil. Resultado obtido na *Etapa 3* ( $\sigma = 58$ ) usando profundidades conhecidas adicionais no embasamento (símbolos magentas). (Painel inferior) Superfícies estimadas (linhas traçadas brancas) e aproximação inicial (linhas traçadas azuis) do embasamento e da Moho usadas na inversão, e informação *a priori* em alguns pontos no embasamento e Moho (profundidades conhecidas). As linhas contínuas pretas representam uma interpretação prévia apresentada por ZALAN (2015) na mesma área de estudo. (Painel central) Curva de pressão litostática estimada calcula usando a equação 4.4. Os valores são multiplicados por  $9.81 \text{ m/s}^2$ . (Painel superior) Dado de distúrbio de gravidade observado, dado produzido pelo modelo estimado ( dado predito) e dado produzido pelo modelo usado como aproximação inicial ( dado aproximação inicial). Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) são iguais a  $10^2$ ,  $10^1$ ,  $10^1$  e  $10^2$ , respectivamente,  $S_0 = 41 \text{ km}$  e os contrastes de densidade foram definidos de acordo com a Tabela 5.3.

# Capítulo 7

## Conclusões

Apresentamos uma metodologia que inverte, simultaneamente, em três etapas, os relevos do embasamento e da descontinuidade de Mohorovicic, bem como a profundidade constante da Moho de referência em um perfil que cruza um rifte de margem passiva. Os vínculos aplicados no processo são efetivos em manter a estabilidade da inversão, e além disso, os testes sintéticos mostram que o vínculo isostático pode consideravelmente melhorar o modelo estimado em regiões que apresentam pronunciado afinamento crustal, característica típica de bacias de margem passiva vulcânicas.

Nosso método estima os relevos do embasamento e Moho sob a premissa que os contrastes de densidades das camadas do modelo e todas as superfícies acima do embasamento são conhecidos. Fixamos também uma profundidade (superfície de compensação isostática) a partir da qual não existem variações laterais de densidade. A posição ao longo do perfil onde ocorre a transição entre as crostas continental e oceânica, *COT*, também é conhecida. Aproximamos a subsuperfície por um conjunto de quatro camadas. A 1<sup>a</sup> camada representa a água; A 2<sup>a</sup> camada é formada por sub-camadas previamente definidas de acordo com a complexidade da área de estudo; A 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> camadas representam, respectivamente, a crosta e o manto. O modelo interpretativo é discretizado em um conjunto de colunas de prismas, onde cada coluna é formada pelas quatro camadas e cada camada dentro da coluna é representada por prismas. A 1<sup>a</sup> camada é representada por um único prisma. A 2<sup>a</sup> camada é representada por  $Q$  prismas (sedimentos, sal e/ou vulcânicas). A 3<sup>a</sup> camada é formada por um prisma que, de acordo com sua posição ao longo do perfil, pode representar crosta continental ou oceânica. A 4<sup>a</sup> e última camada é representada por dois prismas, estando o mais raso acima da superfície de compensação isostática e o mais profundo abaixo desta mesma superfície. Cada prisma que forma o modelo interpretativo possui contraste de densidade constante e é definido com relação a um modelo de distribuição de massa de referência. Este modelo possui duas camadas separadas por uma superfície planar chamada Moho de referência. A camada acima desta superfície representa uma crosta homogênea com densidade

de referência igual a densidade da crosta continental e a camada mais profunda representa um manto homogêneo. A Moho de referência é também a superfície que forma a base do modelo interpretativo. O método é formulado como um problema inverso não-linear impondo equilíbrio isostático local. Os parâmetros a serem estimados pela inversão definem as geometrias do embasamento e da Moho, bem como a profundidade da Moho de referência. O vetor de parâmetros é então formado pelas espessuras dos prismas que formam a porção mais profunda da camada cuja base é o relevo do embasamento, pelas espessuras dos prismas que formam a porção mais rasa da camada cujo topo é o relevo da Moho e pela espessura da porção mais profunda da camada cuja base é a superfície Moho de referência. Para garantir a estabilidade e diminuir a ambiguidade da solução, introduzimos três tipos de vínculos na função objetivo: vínculo isostático, vínculo de suavidade (Tikhonov de primeira ordem) e vínculos de igualdade. O procedimento computacional é dividido em três etapas e em cada etapa resolvemos um problema inverso não-linear usando o método de Levenberg-Marquardt. Na *Etapa 1*, nosso método estima um modelo sem impor vínculo isostático. Na *Etapa 2* estimamos um novo modelo impondo a mesma quantidade de equilíbrio isostático ao longo de todo o perfil. Na *Etapa 3*, um novo modelo é estimado relaxando a importância do vínculo isostático em regiões isoladas ao longo do perfil. Nestas regiões isoladas, nosso método permite que o modelo estimado se desvie do equilíbrio isostático. Além de estimar as superfícies do embasamento e da Moho simultaneamente, nosso método também difere de outros já descritos na literatura, no uso da isostasia local. Neste trabalho, nós não usamos a isostasia local para vincular diretamente as geometrias do embasamento e da Moho, ao invés, impomos suavidade na pressão litostática exercida pelo modelo interpretativo na superfície de compensação isostática.

Realizamos testes em quatro diferentes modelos sintéticos de bacias de margem passiva, sendo que dois destes modelos simulam as bacias do tipo pobre em magmas (MPPMs) e do tipo vulcânica (VPMs). Os outros dois modelos são chamados modelos simples e simulam bacias sem subdivisão em sua segunda camada, sendo esta representativa de sedimentos siliciclásticos. Já o modelo que simula uma bacia de margem passiva pobre em magmas tem a porção superior subdividida em sedimentos siliciclásticos e sal e a porção inferior representada por sedimentos do tipo pré-sal, enquanto que o modelo que simula uma bacia de margem passiva vulcânica, tem a porção superior de sua segunda camada representada por sedimentos siliciclásticos e a porção inferior por sequências vulcano-sedimentares. Para todos os testes com modelos sintéticos apresentados, utilizamos aproximações iniciais para as superfícies do embasamento e da Moho e para a profundidade da Moho de referência distantes das verdadeiras, mostrando a robustez do nosso método. Para os dois modelos simples não foi necessário aplicar a *Etapa 3* do nosso método, visto

que os modelos estimados produziram dados preditos com muito bom ajuste com relação aos dados verdadeiros. Para o modelo sintético MPPMs, que não apresenta regiões em equilíbrio isostático local, foi possível com nosso método obter um bom modelo estimado sem usar o vínculo isostático, ou seja, ao final da *Etapa 1*. Já para o modelo sintético VPMs foi necessária a aplicação das três etapas do nosso método para obter um bom modelo estimado, mostrando que o vínculo isostático pode ser muito útil na recuperação das superfícies do embasamento e da Moho em regiões com pronunciado afinamento crustal e quando se possui uma quantidade limitada de informação *a priori*. A *Etapa 3* se mostrou efetiva, neste tipo de modelo, em permitir que o modelo interpretativo se desvie do equilíbrio isostático em regiões isoladas ao longo do perfil.

A aplicação de nosso método a dados reais obtidos sobre as bacias de Campos e Pelotas produziu resultados em acordo com interpretações prévias obtidas de forma independente a partir de seções sísmicas 2D ultra-profundas em conjunto com modelagem gravimétrica e magnetométrica.

Nossa metodologia pode ser usada de modo a automatizar processo já em uso com modelagem direta para mapeamento regional dos relevos do embasamento e da Moho, podendo ainda, ser aperfeiçoada com a inclusão de variação lateral de densidade e a expansão do método para modelos interpretativos 3D.

# Referências Bibliográficas

- AIRY, G. B., 1855, “On the computation of the effect of the attraction of the mountain masses, as disturbing the apparent astronomical latitude of stations in geodetic surveys”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, v. 145, pp. 101–104.
- ALLEN, P. A., ALLEN, J. R., 2005, *Basin Analysis: Principles and Applications*. Blackwell. ISBN: 978-0-632-05207-3.
- ASTER, R. C., BORCHERS, B., THURBER, C. H., 2013, *Parameter Estimation and Inverse Problems*. Elsevier. ISBN: 9780123850485.
- ASTER, R. C., BORCHERS, B., THURBER, C. H., 2005, *Parameter Estimation and Inverse Problems (International Geophysics)*. Academic Press. ISBN: 0120656043.
- BAGHERBANDI, M., ESHAGH, M., 2012, “Crustal thickness recovery using an isostatic model and GOCE data”, *Earth, Planets and Space*, v. 64, n. 11 (Nov), pp. 1053–1057. ISSN: 1880-5981. doi: 10.5047/eps.2012.04.009. Disponível em: <<https://doi.org/10.5047/eps.2012.04.009>>.
- BARBOSA, V. C. F., SILVA, J. B. C., MEDEIROS, W. E., 1999a, “Stable inversion of gravity anomalies of sedimentary basins with nonsmooth basement reliefs and arbitrary density contrast variations”, *GEOPHYSICS*, v. 64, n. 3, pp. 754–764. doi: 10.1190/1.1444585. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.1444585>>.
- BARBOSA, V. C. F., SILVA, J. B. C., MEDEIROS, W. E., 1999b, “Gravity inversion of a discontinuous relief stabilized by weighted smoothness constraints on depth”, *GEOPHYSICS*, v. 64, n. 5, pp. 1429–1437. doi: 10.1190/1.1444647. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.1444647>>.
- BARBOSA, V. C. F., AO B. C. SILVA, J., MEDEIROS, W. E., 1997, “Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths”, *Geophysics*, v. 62, n. 6, pp. 1745–1757. doi: 10.1190/1.1444275. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.1444275>>.

- BARNES, G., BARRAUD, J., 2012, “Imaging geologic surfaces by inverting gravity gradient data with depth horizons”, *Geophysics*, v. 77, n. 1, pp. G1–G11. doi: 10.1190/geo2011-0149.1. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/geo2011-0149.1>>.
- BARTHELMES, F., 2013, “Definition of functionals of the geopotential and their calculation from spherical harmonic models: theory and formulas used by the calculation service of the international Centre for Global Earth Models (ICGEM)”, *Scientific Technical Report; 09/02*. doi: 10.2312/GFZ.b103-0902-26.
- BARZAGHI, R., BIAGI, L., 2014, “The collocation approach to Moho estimate”, *Annals of Geophysics*, , n. 1 (mar.). ISSN: 15935213. doi: 10.4401/ag-6367. Disponível em: <<http://www.annalsofgeophysics.eu/index.php/annals/article/view/6367>>.
- BAUMANN, H., KLINGELÉ, E., MARSON, I., 2012, “Absolute airborne gravimetry: a feasibility study”, *Geophysical Prospecting*, v. 60, n. 2, pp. 361–372. doi: 10.1111/j.1365-2478.2011.00987.x.
- BLAKELY, R. J., 1996, *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*. Cambridge University Press. ISBN: 0521575478.
- BOTT, M. H. P., 1960, “The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins”, *Geophysical Journal International*, v. 3, pp. 63–67.
- BRAITENBERG, C., EBBING, J., 2009, “New insights into the basement structure of the West Siberian Basin from forward and inverse modeling of GRACE satellite gravity data”, *Journal of Geophysical Research*, v. 114, n. B06402. doi: 10.1029/2008JB005799.
- BRAITENBERG, C., ZADRO, M., 1999, “Iterative 3D gravity inversion with integration of seismologic data”, *Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata*, v. 40, n. 3-4, pp. 469–475.
- BRAITENBERG, C., PETTENATI, F., ZADRO, M., 1997, “Spectral and classical methods in the evaluation of Moho undulations from gravity data: The NE Italian Alps and isostasy”, *Journal of Geodynamics*, v. 23, n. 1, pp. 5 – 22. ISSN: 0264-3707. doi: [https://doi.org/10.1016/S0264-3707\(96\)00024-5](https://doi.org/10.1016/S0264-3707(96)00024-5). Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0264370796000245>>.

- BRAITENBERG, C., WIENECKE, S., WANG, Y., 2006, “Basement structures from satellite-derived gravity field: South China Sea ridge”, *Journal of Geophysical Research*, v. 111, n. B05407. doi: 10.1029/2005JB003938.
- CAMACHO, A. G., FERNÁNDEZ, J., GOTTSMANN, J., 2011, “A new gravity inversion method for multiple subhorizontal discontinuity interfaces and shallow basins”, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 116, n. B2. doi: 10.1029/2010JB008023. Disponível em: <<https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2010JB008023>>.
- CHAKRAVARTHI, V., SUNDARARAJAN, N., 2007, “3D gravity inversion of basement relief—A depth-dependent density approach”, *GEOPHYSICS*, v. 72, n. 2, pp. I23–I32. doi: 10.1190/1.2431634. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.2431634>>.
- CLOSE, D., 2010, “Isostasy and Gravity Modelling: Integrating Potential Field Data in Interpretation Workflows”, *CSEG RECORDER*, v. 35, n. 06, pp. 34–39.
- CONDI, F. J., ZELT, C. A., SAWYER, D. S., et al., 1999, “Gravity inversion for rifted margin deep structure using extension and isostatic constraints”, *Geophysical Journal International*, v. 138, n. 2, pp. 435–446. doi: 10.1046/j.1365-246X.1999.00872.x.
- CONSTANTINO, R. R., MOLINA, E. C., SOUZA, I. A., 2016, “Study of salt structures from gravity and seismic data in Santos Basin, Brazil”, *Geofísica International*, v. 55, n. 3, pp. 199–214. doi: 10.19155/rgi20165531612.
- CORDELL, L., HENDERSON, R. G., 1968, “Iterative threedimensional solution of gravity anomaly data using a digital computer”, *GEOPHYSICS*, v. 33, pp. 596–601.
- DYRELIUS, D., VOGEL, A., 1972, “Improvement of convergency in iterative gravity interpretation”, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, v. 27, pp. 195–205.
- FERDERER, R., MARIANO, J., SHOFFNER, J., 2017, “Inversion of gravity data using general local isostasy”. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2017*, pp. 1718–1722. doi: 10.1190/segam2017-17676109.1. Disponível em: <<https://library.seg.org/doi/abs/10.1190/segam2017-17676109.1>>.

- FÖRSTE, C., BRUINSMA, S., ABRIKOSOV, O., et al., 2014. “EIGEN-6C4 The Latest Combined Global Gravity Field Model Including GOCE Data up to Degree and Order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse”. <https://doi.org/10.5880/icgem.2015.1>.
- GARCÍA-ABDESEM, J., 2017, “Nonlinear inversion of isostatic residual gravity data from Montage Basin, northern Gulf of California”, *GEOPHYSICS*, v. 82, n. 3, pp. G45–G55. doi: 10.1190/geo2016-0144.1. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/geo2016-0144.1>>.
- GEOFFROY, L., 2005, “Volcanic passive margins”, *Comptes Rendus Geoscience*, v. 337, n. 16, pp. 1395 – 1408. ISSN: 1631-0713. doi: 10.1016/j.crte.2005.10.006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.crte.2005.10.006>>.
- GLENNIE, C. L., SCHWARZ, K. P., BRUTON, A. M., et al., 2000, “A comparison of stable platform and strapdown airborne gravity”, *Journal of Geodesy*, v. 74, n. 5, pp. 383–389. doi: 10.1007/s001900000082.
- GRADMANN, S., HAASE, C., EBBING, J., 2017, “Isostasy as a tool to validate interpretations of regional geophysical datasets – application to the mid-Norwegian continental margin”, *Geological Society, London, Special Publications*, v. 447, n. 1, pp. 279–297. ISSN: 0305-8719. doi: 10.1144/SP447.13. Disponível em: <<http://sp.lyellcollection.org/content/447/1/279>>.
- GRANSER, H., 1987, “Three-dimensional interpretation of gravity data from sedimentary basins using an exponential density-depth function”, *Geophysical Prospecting*, v. 35, n. 9, pp. 1030–1041. doi: 10.1111/j.1365-2478.1987.tb00858.x. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1365-2478.1987.tb00858.x>>.
- GUSPÍ, F., 1993, “Noniterative nonlinear gravity inversion”, *Geophysics*, v. 58, n. 7, pp. 935–940. doi: 10.1190/1.1443484. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.1443484>>.
- HACKNEY, R. I., FEATHERSTONE, W. E., 2003, “Geodetic versus geophysical perspectives of the ‘gravity anomaly’”, *Geophysical Journal International*, v. 154, n. 1, pp. 35–43. doi: 10.1046/j.1365-246X.2003.01941.x.
- HAMMER, S., 1945, “ESTIMATING ORE MASSES IN GRAVITY PROSPECTING”, *Geophysics*, v. 10, n. 1, pp. 50–62. doi: 10.1190/1.1437147.

- HEISKANEN, W. A., MORITZ, H., 1967, *Physical Geodesy*. W.H. Freeman and Company. ISBN: 978-0-7167-0233-7.
- HOFMANN-WELLENHOF, B., MORITZ, H., 2005, *Physical Geodesy*. Springer. ISBN: 3211235841.
- KELLEY, C., T., 1999, *Iterative Methods for Optimization*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- LI, X., GOTZE, H.-J., 2001, “Tutorial: Ellipsoid, geoid, gravity, geodesy, and geophysics”, *Geophysics*, v. 66, n. 6, pp. 1660–1668. doi: 10.1190/1.1489656031203GPY.
- LIMA, W. A., MARTINS, C. M., SILVA, J. B., et al., 2011, “Total variation regularization for depth-to-basement estimate: Part 2 — Physicogeologic meaning and comparisons with previous inversion methods”, *Geophysics*, v. 76, n. 1, pp. I13–I20. doi: 10.1190/1.3524547. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.3524547>>.
- LOWRIE, W., 2007, *Fundamentals of Geophysics*. Cambridge University Press. ISBN: 9780521675963.
- MARQUARDT, D. W., 1963, “An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters”, *Journal of the Society of Industrial and Applied Mathematics*, v. 11, n. 2, pp. 431–441. doi: 10.1137/0111030.
- MARTINS, C. M., BARBOSA, V. C., SILVA, J. B., 2010, “Simultaneous 3D depth-to-basement and density-contrast estimates using gravity data and depth control at few points”, *GEOPHYSICS*, v. 75, n. 3, pp. I21–I28. doi: 10.1190/1.3380225. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.3380225>>.
- MARTINS, C. M., LIMA, W. A., BARBOSA, V. C., et al., 2011, “Total variation regularization for depth-to-basement estimate: Part 1 - Mathematical details and applications”, *Geophysics*, v. 76, n. 1, pp. I1–I12. doi: 10.1190/1.3524286. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.3524286>>.
- MILANI, E. J., BRANDÃO, J. A. S. L., ZALÁN, P. V., et al., 2000, “Petróleo na margem continental brasileira: geologia, exploração, resultados e perspectivas”, *Revista Brasileira de Geofísica*, v. 18, n. 3, pp. 352–396. doi: 10.1590/S0102-261X2000000300012.
- MOHRIAK, W. U., 2003, *Geologia, Tectônica e Recursos Minerais do Brasil: texto, mapas e SIG*. CPRM. ISBN: 85-230-0790-3.

- NABIGHIAN, M. N., ANDER, M. E., GRAUCH, V. J. S., et al., 2005, "Historical development of the gravity method in exploration", *Geophysics*, v. 70, n. 6, pp. 63ND–89ND. doi: 10.1190/1.2133785.
- NAGY, D., PAPP, G., BENEDEK, J., 2000, "The gravitational potential and its derivatives for the prism", *Journal of Geodesy*, v. 74, pp. 552–560. doi: 10.1007/s001900000116.
- OLDENBURG, D. W., 1974, "THE INVERSION AND INTERPRETATION OF GRAVITY ANOMALIES", *Geophysics*, v. 39, n. 4, pp. 526–536. doi: 10.1190/1.1440444. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.1440444>>.
- PEDERSEN, L. B., 1977, "Interpretation of potential field data a generalized inverse approach", *Geophysical Prospecting*, v. 25, pp. 199–230.
- PRATT, J. H., 1855, "On the attraction of the Himalaya Mountain, and of the elevated regions beyond them upon a plumb-line in India", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, v. 145, pp. 53–101.
- REAMER, S. K., FERGUSON, J. F., 1989, "Regularized two-dimensional Fourier gravity inversion method with application to the Silent Canyon caldera, Nevada", *Geophysics*, v. 54, n. 4, pp. 486–496. doi: 10.1190/1.1442675. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.1442675>>.
- RICHARDSON, R. M., MACINNES, S. C., 1989, "The inversion of gravity data into three-dimensional polyhedral models", *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, v. 94, n. B6, pp. 7555–7562. doi: 10.1029/JB094iB06p07555. Disponível em: <<https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/JB094iB06p07555>>.
- ROY, A., 1962, "Ambiguity in geophysical interpretation", *Geophysics*, v. 27, n. 1, pp. 90–99. doi: 10.1190/1.1438985.
- SALEM, A., GREEN, C., STEWART, M., et al., 2014, "Inversion of Gravity data with isostatic constraints", *Geophysics*, v. 79, n. 6, pp. A45–A50. doi: 10.1190/geo2014-0220.1.
- SALEM, A., 2017, "Gravity modeling a rifted continental margin", , n. WO2017131848A1. Disponível em: <<https://patentscope.wipo.int/search/en/detail.jsf?docId=W02017131848>>.
- SAMPIETRO, D., 2009, "An inverse gravimetric problem with GOCE data", .

- SAMPIETRO, D., 2015, “Geological units and Moho depth determination in the Western Balkans exploiting GOCE data”, *Geophysical Journal International*, v. 202, n. 2, pp. 1054–1063. doi: 10.1093/gji/ggv212. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1093/gji/ggv212>>.
- SEN, M. K., STOFFA, P. L., 2013, *Global optimization methods in geophysical inversion*. Second edition ed. Cambridge, New York, Cambridge University Press. ISBN: 978-1-107-01190-8.
- SHIN, Y. H., XU, H., BRAITENBERG, C., et al., 2007, “Moho undulations beneath Tibet from GRACE-integrated gravity data”, *Geophysical Journal International*, v. 170, pp. 971–985. doi: 10.1111/j.1365-246X.2007.03457.x.
- SHIN, Y. H., SHUM, C.-K., BRAITENBERG, C., et al., 2009, “Three-dimensional fold structure of the Tibetan Moho from GRACE gravity data”, *Geophysical Research Letters*, v. 36, n. 1. doi: 10.1029/2008GL036068. Disponível em: <<https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2008GL036068>>.
- SILVA, J. B. C., MEDEIROS, W. E., BARBOSA, V. C. F., 2001, “Pitfalls in Nonlinear Inversion”, *pure and applied geophysics*, v. 158, n. 5 (May), pp. 945–964. ISSN: 1420-9136. doi: 10.1007/PL00001215. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/PL00001215>>.
- SILVA, J. B., COSTA, D. C., BARBOSA, V. C., 2006, “Gravity inversion of basement relief and estimation of density contrast variation with depth”, *GEOPHYSICS*, v. 71, n. 5, pp. J51–J58. doi: 10.1190/1.2236383. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.2236383>>.
- SILVA, J. B., OLIVEIRA, A. S., BARBOSA, V. C., 2010, “Gravity inversion of 2D basement relief using entropic regularization”, *Geophysics*, v. 75, n. 3, pp. I29–I35. doi: 10.1190/1.3374358. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.3374358>>.
- SILVA, J. B. C., SANTOS, D. F., 2017, “Efficient gravity inversion of basement relief using a versatile modeling algorithm”, *GEOPHYSICS*, v. 82, n. 2, pp. G23–G34. doi: 10.1190/geo2015-0627.1. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/geo2015-0627.1>>.
- SILVA, J. B. C., SANTOS, D. F., GOMES, K. P., 2014, “Fast gravity inversion of basement relief”, *Geophysics*, v. 79, n. 5, pp. G79–G91. doi: 10.1190/geo2014-0024.1. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/geo2014-0024.1>>.

- SJÖBERG, L. E., 2009, “Solving Vening Meinesz-Moritz inverse problem in isostasy”, *Geophysical Journal International*, v. 179, n. 3, pp. 1527–1536. doi: 10.1111/j.1365-246X.2009.04397.x. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.2009.04397.x>>.
- SKEELS, D. C., 1947, “Ambiguity in gravity interpretation”, *Geophysics*, v. 12, n. 1, pp. 43–56. doi: 10.1190/1.1437295.
- STICA, J. M., ZALAN, P. V., FERRARI, A. L., 2014, “The evolution of rifting on the volcanic margin of the pelotas basin and the contextualization of the parana-Etendeka LIP in the separation of Gondwana in the South Atlantic”, *Marine and Petroleum Geology*, v. 50, pp. 1–21.
- SÜNKEL, H., 1985, *An isostatic Earth model*. Scientific report 367, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, Ohio, set. Disponível em: <<https://earthsciences.osu.edu/geodetic/resources/osu-reports>>.
- TANNER, J. G., 1967, “An automated method of gravity interpretation”, *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, v. 13, pp. 339–347.
- TENZER, R., BAGHERBANDI, M., SJÖBERG, L., et al., 2015, “Isostatic crustal thickness under the Tibetan Plateau and Himalayas from satellite gravity gradiometry data”, *Earth Sciences Research Journal*, v. 19, n. 2, pp. 97–106. doi: 10.15446/esrj.v19n2.44574.
- TURCOTTE, D. L., SCHUBERT, G., 2013, *Geodynamics*. Cambridge University Press. ISBN: 9781107266506.
- TURCOTTE, D. L., SCHUBERT, G., 2002, *Geodynamics*. 2. ed. ed. Cambridge, Cambridge Univ. Press. ISBN: 978-0-521-66624-4 978-0-521-66186-7.
- UIEDA, L., JR, V. C. O., BARBOSA, V. C. F., 2013, “Modeling the Earth with Fatiando a Terra”, *Proceedings of the 12th Python in Science Conference*, pp. 90–96.
- UIEDA, L., BARBOSA, V. C., 2017, “Fast nonlinear gravity inversion in spherical coordinates with application to the South American Moho”, *Geophysical Journal International*, v. 208, n. 1, pp. 162–176. doi: 10.1093/gji/ggw390. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1093/gji/ggw390>>.
- VAN DER MEIJDE, M., JULIÀ, J., ASSUMPÇÃO, M., 2013, “Gravity derived Moho for South America”, *Tectonophysics*, v. 609, pp. 456 – 467.

- ISSN: 0040-1951. doi: <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2013.03.023>. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0040195113001972>>. Moho: 100 years after Andrija Mohorovicic.
- VANÍČEK, P., KRAKIWSKY, E. J., 1987, *Geodesy: The Concepts, Second Edition*. Elsevier Science. ISBN: 0444877770.
- WATTS, A. B., FAIRHEAD, J. D., 1999, “A process-oriented approach to modeling the gravity signature of continental margins”, *The Leading Edge*, v. 18, n. 2, pp. 258–263. doi: 10.1190/1.1438270. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/1.1438270>>.
- ZALAN, P. V., 2015, “Similarities and Differences between Magma-Poor and Volcanic Passive Margins - Applications to the Brazilian Marginal Basins”, *Fourteenth International Congress of the Brazilian Geophysical Society*, pp. 37–42.
- ZALAN, P. V., SEVERINO, M. C. G., RIGOTI, C., et al., 2011, “An Entirely New 3D-View of the Crustal and Mantle Structure of a South Atlantic Passive Margin - Santos, Campos and Espírito Santo Basins, Brazil”, *AAPG Search and Discovery, Article 30177 (Expanded Abstract)*.

# Apêndice 1

## .1 Vetor gradiente e matriz Hessiana da função ajuste

Seja  $\mathbf{J}^\Phi$  o vetor gradiente aplicado a função de ajuste  $\Phi(\mathbf{p})$  (equação 4.3), cujo  $j$ -ésimo elemento  $J_j^\Phi$  avaliado em  $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}$  é dado por

$$\frac{\partial \Phi(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = \frac{2}{N} \left( \frac{\partial}{\partial p_j} (\mathbf{d}^o - \mathbf{d}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})) \right)^T (\mathbf{d}^o - \mathbf{d}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})) . \quad (1)$$

Podemos simplificar a equação 1, pois o vetor de dados  $\mathbf{d}^o$  independe do parâmetro  $p_j$ :

$$\frac{\partial \Phi(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = \frac{2}{N} \left( \frac{\partial}{\partial p_j} \mathbf{d}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)}) \right)^T (\mathbf{d}^o - \mathbf{d}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})) . \quad (2)$$

Considerando as derivadas com relação aos demais parâmetros, temos uma expressão para o vetor gradiente  $\mathbf{J}^\Phi$  aplicado a  $\Phi(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})$ :

$$\mathbf{J}^\Phi(\hat{\mathbf{p}}_{(k)}) = -\frac{2}{N} \mathbf{G}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})^T (\mathbf{d}^o - \mathbf{d}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})) . \quad (3)$$

A matriz  $\mathbf{G}$  é chamada matriz Sensibilidade ou matriz Jacobiana, cujos termos são derivadas de primeira ordem do modelo direto, com relação a cada termo do vetor de parâmetros,  $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}$ :

$$\mathbf{G}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_1(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_1} & \frac{\partial d_1(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial d_1(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_M} \\ \frac{\partial d_2(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_1} & \frac{\partial d_2(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial d_2(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_M} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \frac{\partial d_N(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_1} & \frac{\partial d_N(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial d_N(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_M} \end{bmatrix}_{N \times M} \quad (4)$$

Cada linha da matriz Sensibilidade representa quanto cada um dos parâmetros  $p_j$  perturba o vetor de dados preditos  $d_i(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})$  no ponto de observação  $i$ .

Seja  $\mathbf{H}^\Phi$  a matriz Hessiana aplicada a função de ajuste  $\Phi(\mathbf{p})$  (equação 4.3). Utilizando o resultado obtido em 2, podemos calcular o termo  $H_{ij}^\Phi$  da matriz Hessiana avaliada em  $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}$ :

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial \Phi(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = -\frac{2}{N} \left( \frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial \mathbf{d}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})^T}{\partial p_j} (\mathbf{d}^o - \mathbf{d}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})) + \frac{\partial \mathbf{d}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})^T}{\partial p_j} \frac{\partial}{\partial p_i} (\mathbf{d}^o - \mathbf{d}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})) \right). \quad (5)$$

Desprezando os termos de derivadas de segunda ordem, obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial \Phi(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = \frac{2}{N} \left( \frac{\partial \mathbf{d}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})^T}{\partial p_i} \frac{\partial \mathbf{d}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})^T}{\partial p_j} \right). \quad (6)$$

Temos então, a matriz Hessiana  $\mathbf{H}^\Phi$  aplicada a função de ajuste  $\Phi(\mathbf{p})$  (equação 4.3):

$$\mathbf{H}^\Phi(\hat{\mathbf{p}}_{(k)}) = \frac{2}{N} \mathbf{G}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})^T \mathbf{G}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)}). \quad (7)$$

### .1.1 Matriz Sensibilidade

Cálculo e armazenamento da matriz Jacobiana  $\mathbf{G}$  são fatores que aumentam o custo computacional da inversão. Suas derivadas são aqui calculadas através de aproximação de primeira ordem de diferenças finitas. Dessa forma são  $2 \times M \times N$  operações para cada iteração de minimização da função objetivo  $\Gamma(\mathbf{p})$  (equação 4.1).

$$G_{ij} = \frac{d_i(\hat{p}_j + \Delta\hat{p}) - d_i(\hat{p}_j - \Delta\hat{p})}{2\Delta\hat{p}}. \quad (8)$$

Como podemos observar na equação (8), a cada termo  $G_{ij}$  da matriz sensibilidade corresponde uma perturbação  $\Delta\hat{p}$  no dado de distúrbio de gravidade predito  $d_i(\hat{\mathbf{p}})$ , calculado em uma posição  $i$  do perfil. Para cada linha da matriz  $\mathbf{G}$  (equação 4), temos como uma variação em cada componente  $p_j$  contribui para o distúrbio de gravidade calculado no ponto de observação  $i$ . Desta forma, devido a simetria no cálculo de diferenças finitas de primeira ordem, para cada ponto de observação  $i$ , a contribuição líquida do modelo de prismas para o distúrbio de gravidade corresponde somente a coluna de prismas que contém o parâmetro perturbado  $p_j$ , sendo as contribuições das demais colunas de prismas anuladas. Assim, para obtenção dos termos das primeiras  $2N$  colunas da matriz Jacobiana, as quais correspondem às variações do vetor de dados preditos  $\mathbf{d}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})$  com respeito às espessuras da porção mais profunda da segunda camada ( $\mathbf{t}^{(Q)}$ ) e às espessuras da porção mais rasa da quarta camada ( $\mathbf{t}^{(m)}$ ) do modelo interpretativo, consideramos apenas a contribuição da coluna de prismas que contém a espessura  $t_j^{(\alpha)}$  ( $\alpha = Q, m$ ) perturbada no cálculo da equação 8. Para a última coluna da matriz Sensibilidade  $\mathbf{G}$  (equação 4), a perturbação é aplicada no parâmetro  $\Delta S_0$  e, portanto, a estratégia supra referida não pode ser aplicada, visto que o parâmetro  $\Delta S_0$  é constante ao longo do perfil.

Ilustramos a aplicação da estratégia de cálculo de diferenças finitas (equação 8), que se beneficia da simetria do problema, para um modelo interpretativo hipotético com quatro camadas com contrastes de densidades  $\Delta\rho^{(w)}$ ,  $\Delta\rho^{(1)}$ ,  $\Delta\rho^{(cc)}$  e  $\Delta\rho^{(oc)}$ , que se estende por 100 km ao longo do perfil  $y$ . O modelo foi discretizado em 9 colunas de prismas. A  $COT$  localiza-se na posição 60 km do perfil. A superfície de compensação isostática  $S_0$  foi definida na profundidade de 40 km e a Moho de referência em 45 km. O vetor de dados preditos  $\mathbf{d}(\mathbf{p})$  foi calculado com a equação 3.2. Na Figura 1 mostramos a perturbação no parâmetro que representa uma espessura  $t_i^{(m)}$ .

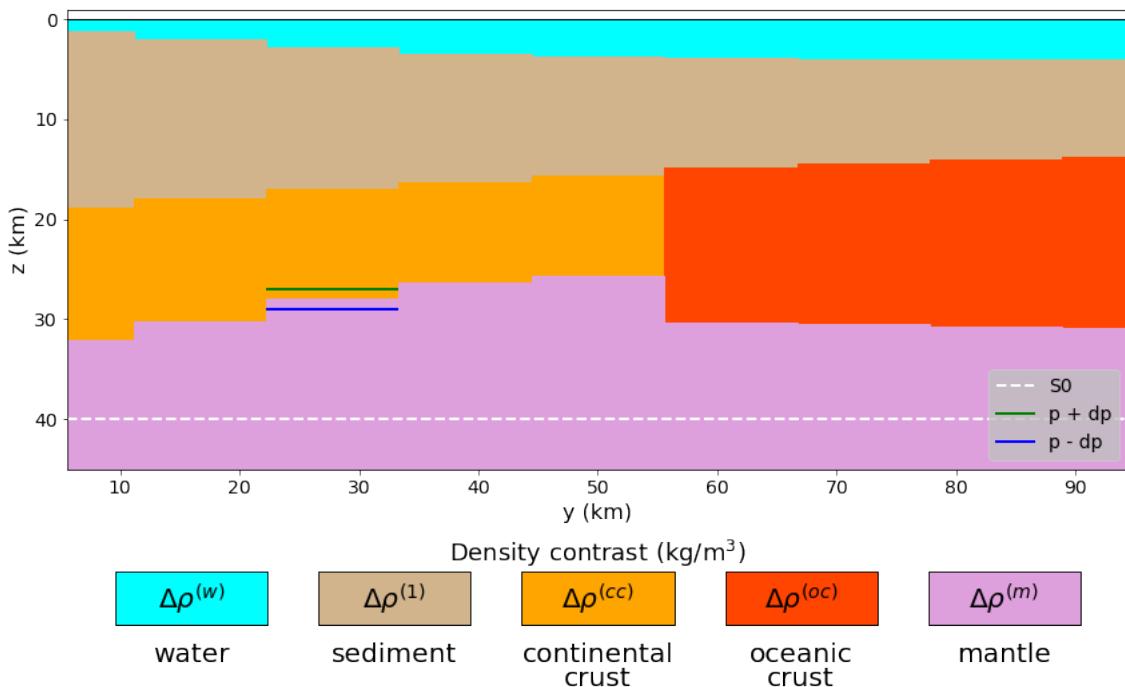


Figura 1: Representação da aplicação da estratégia para cálculo dos elementos da matriz Sensibilidade. Modelo interpretativo hipotético com representação da perturbação no parâmetro  $t_i^{(m)}$ .

## 2 Vetor gradiente e matriz Hessiana do vínculo isostático

Seja  $\mathbf{J}^{\Psi_0}$  o vetor gradiente aplicado ao vínculo isostático  $\Psi_0(\mathbf{p})$  (equação 4.13), cujo  $j$ -ésimo elemento  $J_j^{\Psi_0}$  avaliado em  $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}$  é dado por

$$\frac{\partial \Psi_0(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = 2 \left( \frac{\partial}{\partial p_j} (\mathbf{WR} (\mathbf{C}\hat{\mathbf{p}}_{(k)} + \mathbf{Dt})) \right)^T (\mathbf{WR} (\mathbf{C}\hat{\mathbf{p}}_{(k)} + \mathbf{Dt})) . \quad (9)$$

Podemos simplificar a equação 9, pois as matrizes  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{C}$  e o produto  $\mathbf{Dt}$  independem do parâmetro  $p_j$ :

$$\frac{\partial \Psi_0(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = 2(\mathbf{u}_j)^T \mathbf{C}^T \mathbf{R}^T \mathbf{W}^T \mathbf{WR} (\mathbf{C}\hat{\mathbf{p}}_{(k)} + \mathbf{Dt}) . \quad (10)$$

em que  $\mathbf{u}$  é um vetor  $M \times 1$ , com um único elemento não-nulo e igual a 1, na posição em que a derivada é tomada.

Considerando as derivadas com relação aos demais parâmetros, temos uma expressão para o vetor gradiente  $\mathbf{J}^{\Psi_0}$  aplicado a  $\Psi_0(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})$ :

$$\mathbf{J}^{\Psi_0}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)}) = 2\mathbf{C}^T \mathbf{R}^T \mathbf{W}^T \mathbf{WR} (\mathbf{C}\hat{\mathbf{p}}_{(k)} + \mathbf{Dt}) . \quad (11)$$

Seja  $\mathbf{H}^{\Psi_0}$  a matriz Hessiana aplicada ao vínculo isostático  $\Psi_0(\mathbf{p})$  (equação 4.13). Utilizando o resultado obtido em 10, podemos calcular o termo  $H_{ij}^{\Psi_0}$  da matriz Hessiana avaliada em  $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}$ :

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial \Psi_0(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = 2\mathbf{u}_j^T \mathbf{C}^T \mathbf{R}^T \mathbf{W}^T \mathbf{WR} \frac{\partial}{\partial p_i} (\mathbf{C}\hat{\mathbf{p}}_{(k)} + \mathbf{Dt}) , \quad (12)$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial \Psi_0(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = 2\mathbf{u}_j^T \mathbf{C}^T \mathbf{R}^T \mathbf{W}^T \mathbf{WR} \mathbf{Cu}_i , \quad (13)$$

Temos então, a matriz Hessiana  $\mathbf{H}^{\Psi_0}$  aplicada ao vínculo isostático  $\Psi_0(\mathbf{p})$  (equação 4.13):

$$\mathbf{H}^{\Psi_0} = 2\mathbf{C}^T \mathbf{R}^T \mathbf{W}^T \mathbf{WR} \mathbf{C} . \quad (14)$$

### .3 Vetor gradiente e matriz Hessiana do vínculo de suavidade

Seja  $\mathbf{J}^{\Psi_1}$  o vetor gradiente aplicado ao vínculo de suavidade  $\Psi_1(\mathbf{p})$  (equação 4.14), cujo  $j$ -ésimo elemento  $J_j^{\Psi_1}$  avaliado em  $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}$  é dado por

$$\frac{\partial \Psi_1(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = 2 \left( \frac{\partial}{\partial p_j} \mathbf{S} \hat{\mathbf{p}}_{(k)} \right)^T (\mathbf{S} \hat{\mathbf{p}}_{(k)}) . \quad (15)$$

Podemos simplificar a equação 15, pois a matriz  $\mathbf{S}$  independe do parâmetro  $p_j$ :

$$\frac{\partial \Psi_1(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = 2(\mathbf{u}_j)^T \mathbf{S}^T (\mathbf{S} \hat{\mathbf{p}}_{(k)}) . \quad (16)$$

em que  $\mathbf{u}$  é um vetor  $M \times 1$ , com um único elemento não-nulo e igual a 1, na posição em que a derivada é tomada.

Considerando as derivadas com relação aos demais parâmetros, temos uma expressão para o vetor gradiente  $\mathbf{J}^{\Psi_1}$  aplicado a  $\Psi_1(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})$ :

$$\mathbf{J}^{\Psi_1}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)}) = 2\mathbf{S}^T \mathbf{S} \hat{\mathbf{p}}_{(k)} . \quad (17)$$

Seja  $\mathbf{H}^{\Psi_1}$  a matriz Hessiana aplicada ao vínculo de suavidade  $\Psi_1(\mathbf{p})$  (equação 4.14). Utilizando o resultado obtido em 16, podemos calcular o termo  $H_{ij}^{\Psi_1}$  da matriz Hessiana avaliada em  $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}$ :

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial \Psi_1(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = 2\mathbf{u}_j^T \mathbf{S}^T \frac{\partial}{\partial p_i} (\mathbf{S} \hat{\mathbf{p}}_{(k)}) , \quad (18)$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial \Psi_1(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = 2\mathbf{u}_j^T \mathbf{S}^T \mathbf{S} \mathbf{u}_i , \quad (19)$$

Temos então, a matriz Hessiana  $\mathbf{H}^{\Psi_1}$  aplicada ao vínculo de suavidade  $\Psi_1(\mathbf{p})$  (equação 4.14):

$$\mathbf{H}^{\Psi_1} = 2\mathbf{S}^T \mathbf{S} . \quad (20)$$

## .4 Vetores gradiente e matrizes Hessianas dos vínculos de igualdade

Sejam  $\mathbf{J}^{\Psi_2}$  e  $\mathbf{J}^{\Psi_3}$  os vetores gradiente aplicados aos vínculos de igualdade  $\Psi_2(\mathbf{p})$  (equação 4.16) e  $\Psi_3(\mathbf{p})$  (equação 4.17), respectivamente, cujos  $j$ -ésimos elementos  $J_j^{\Psi_2}$  e  $J_j^{\Psi_3}$  avaliados em  $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}$  são dados por

$$\frac{\partial \Psi_\ell(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = 2 \left( \frac{\partial}{\partial p_j} (\mathbf{M}_\ell \hat{\mathbf{p}}_{(k)} - \mathbf{r}_\ell) \right)^T (\mathbf{M}_\ell \hat{\mathbf{p}}_{(k)} - \mathbf{r}_\ell) , \quad (21)$$

em que o subscrito  $\ell = 2$  se refere ao vínculo de igualdade sobre o vetor de espessuras  $\mathbf{t}^{(Q)}$ , enquanto que o subscrito  $\ell = 3$  se refere ao vínculo de igualdade sobre o vetor de espessuras  $\mathbf{t}^{(m)}$ . Assim, considere  $\mathbf{M}_2 = \mathbf{A}$  e  $\mathbf{r}_2 = \mathbf{a}$  para escrever as equações referentes ao vínculo de igualdade sobre o vetor de espessuras  $\mathbf{t}^{(Q)}$  e considere  $\mathbf{M}_3 = \mathbf{B}$  e  $\mathbf{r}_3 = \mathbf{b}$  para escrever as equações referentes ao vínculo de igualdade sobre o vetor de espessuras  $\mathbf{t}^{(m)}$ .

Podemos simplificar a equação 21, pois as matrizes  $\mathbf{M}_\ell$  e os vetores  $\mathbf{r}_\ell$ ,  $\ell = 2, 3$  independem do parâmetro  $p_j$ :

$$\frac{\partial \Psi_\ell(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = 2(\mathbf{u}_j)^T \mathbf{M}_\ell^T (\mathbf{M}_\ell \hat{\mathbf{p}}_{(k)} - \mathbf{r}_\ell) . \quad (22)$$

em que  $\mathbf{u}$  é um vetor  $M \times 1$ , com um único elemento não-nulo e igual a 1, na posição em que a derivada é tomada.

Considerando as derivadas com relação aos demais parâmetros, temos as expressões para os vetores gradientes  $\mathbf{J}^{\Psi_2}$  e  $\mathbf{J}^{\Psi_3}$  aplicados a  $\Psi_2(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})$  e  $\Psi_3(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})$ , respectivamente:

$$\mathbf{J}^{\Psi_2}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)}) = 2\mathbf{A}^T (\mathbf{A}\hat{\mathbf{p}}_{(k)} - \mathbf{a}) , \quad (23)$$

e

$$\mathbf{J}^{\Psi_3}(\hat{\mathbf{p}}_{(k)}) = 2\mathbf{B}^T (\mathbf{B}\hat{\mathbf{p}}_{(k)} - \mathbf{b}) . \quad (24)$$

Sejam  $\mathbf{H}^{\Psi_2}$  e  $\mathbf{H}^{\Psi_3}$  matrizes Hessianas aplicadas aos vínculos de igualdade  $\Psi_2(\mathbf{p})$  (equação 4.16) e  $\Psi_3(\mathbf{p})$  (equação 4.17), respectivamente. Utilizando o resultado obtido em 22, podemos calcular os termos  $H_{ij}^{\Psi_\ell}$ ,  $\ell = 2, 3$  das matrizes Hessianas avaliadas em  $\hat{\mathbf{p}}_{(k)}$ :

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial \Psi_\ell(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = 2\mathbf{u}_j^T \mathbf{M}_\ell^T \frac{\partial}{\partial p_i} (\mathbf{M}_\ell \hat{\mathbf{p}}_{(k)} - \mathbf{r}_\ell) , \quad (25)$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial p_i} \frac{\partial \Psi_\ell(\hat{\mathbf{p}}_{(k)})}{\partial p_j} = 2\mathbf{u}_j^T \mathbf{M}_\ell^T \mathbf{M}_\ell \mathbf{u}_i , \quad (26)$$

Temos então, as matrizes Hessianas  $\mathbf{H}^{\Psi_2}$  e  $\mathbf{H}^{\Psi_3}$  aplicadas aos vínculos de igualdade  $\Psi_2(\mathbf{p})$  (equação 4.16) e  $\Psi_3(\mathbf{p})$  (equação 4.17), respectivamente:

$$\mathbf{H}^{\Psi_2} = 2\mathbf{A}^T \mathbf{A} , \quad (27)$$

e

$$\mathbf{H}^{\Psi_3} = 2\mathbf{B}^T \mathbf{B} , \quad (28)$$

# Apêndice 2

## .5 Sensibilidade do método aos vínculos

Apresentamos nesta seção a sensibilidade do nosso método aos vínculos discutidos no *Capítulo 4* (Figura 2). Os testes são realizados sobre o modelo sintético de margem passiva vucânica (VPMs) e os parâmetros que definem o modelo interpretativo são os mesmos apresentados na tabela 5.1. Utilizamos diferentes valores para os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0$ ,  $\tilde{\alpha}_1$ ,  $\tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30). Estes parâmetros controlam o vínculo isostático ( $\Psi_0(\mathbf{p})$ ), o vínculo de suavidade ( $\Psi_1(\mathbf{p})$ ), o vínculo de igualdade para o embasamento ( $\Psi_2(\mathbf{p})$ ) e o vínculo de igualdade para a Moho ( $\Psi_3(\mathbf{p})$ ) (equações 4.13, 4.14, 4.16 e 4.17).

A Figura 2(a) mostra o modelo estimado obtido usando somente os vínculos de igualdade ( $\tilde{\alpha}_2 = 10^1$  and  $\tilde{\alpha}_3 = 10^2$ ). Podemos observar a presença de pináculos em torno dos pontos que correspondem a informação *a priori* nas superfícies do embasamento e da Moho. Apesar do bom ajuste entre os dados de gravidade simulado e predito, as superfícies estimadas são muito diferentes das verdadeiras.

A Figura 2(b) mostra o modelo estimado obtido com a inclusão do vínculo de suavidade, usando  $\tilde{\alpha}_1 = 10^1$ . Notamos que devido a atuação do vínculo de suavidade em combinação aos vínculos de igualdade, a superfície da Moho e Moho de referência estimadas são muito próximas das verdadeiras, bem como os pináculos observados na Figura 2(a) são removidos. Em contrapartida, o embasamento estimado é muito suave, e apresenta grandes diferenças com relação ao verdadeiro. Apesar destas diferenças, o modelo estimado também produz bom ajuste entre os dados de gravidade. Este modelo estimado é apresentado na Figura 5.17, no *Capítulo 5*, como resultado da aplicação da *Etapa 1* do nosso método.

A Figura 2(c) mostra o modelo estimado obtido com a inclusão do vínculo isostático, usando  $\tilde{\alpha}_2 = 10^2$ . Este modelo estimado é o mesmo apresentado na Figura 5.18, no *Capítulo 5*, como resultado da aplicação da *Etapa 2* do nosso método. Em comparação com o modelo estimado obtido na *Etapa 1* (Figura 5.17), o modelo estimado obtido com o uso de todos os vínculos (Figura 2(c)) mostra melhora no embasamento estimado, mas apresenta Moho e Moho de referência estimadas piores, bem como pior ajuste entre os dados de gravidade. Note que a curva de pressão

litostática é muito suave como uma consequência da atuação do vínculo isostático aplicado de modo pleno ao longo de todo o perfil. Este modelo estimado é utilizado como aproximação inicial para a *Etapa 3* do nosso método, a qual aplica o vínculo isostático em diferentes quantidades ao longo do perfil, permitindo que o modelo se desvie do equilíbrio isostático em algumas regiões isoladas e melhorando o ajuste entre os dados.

As Figuras 2(d), 2(e) e 2(f) mostram modelos estimados adicionais, obtidos sem o vínculo de igualdade. Observamos que as superfícies estimadas do embasamento e da Moho são muito distantes das profundidades conhecidas usadas como informação *a priori* e também das superfícies verdadeiras. O modelo estimado da Figura 2(d) foi obtido combinando somente os vínculos isostático e de suavidade ( $\tilde{\alpha}_0 = 10^2$  and  $\tilde{\alpha}_1 = 10^1$ ). As Figuras 2(e) e 2(f) mostram, respectivamente, os modelos estimados obtidos usando os vínculos isostático ( $\tilde{\alpha}_0 = 10^2$ ) e de suavidade ( $\tilde{\alpha}_1 = 10^1$ ) separadamente.

Os resultados apresentados nesta seção mostram que combinar todos os vínculos (Figura 2(c)) é a melhor escolha para manter o compromisso entre "recuperar as superfícies do embasamento e da Moho e a Moho de referência" e "ajustar os dados".

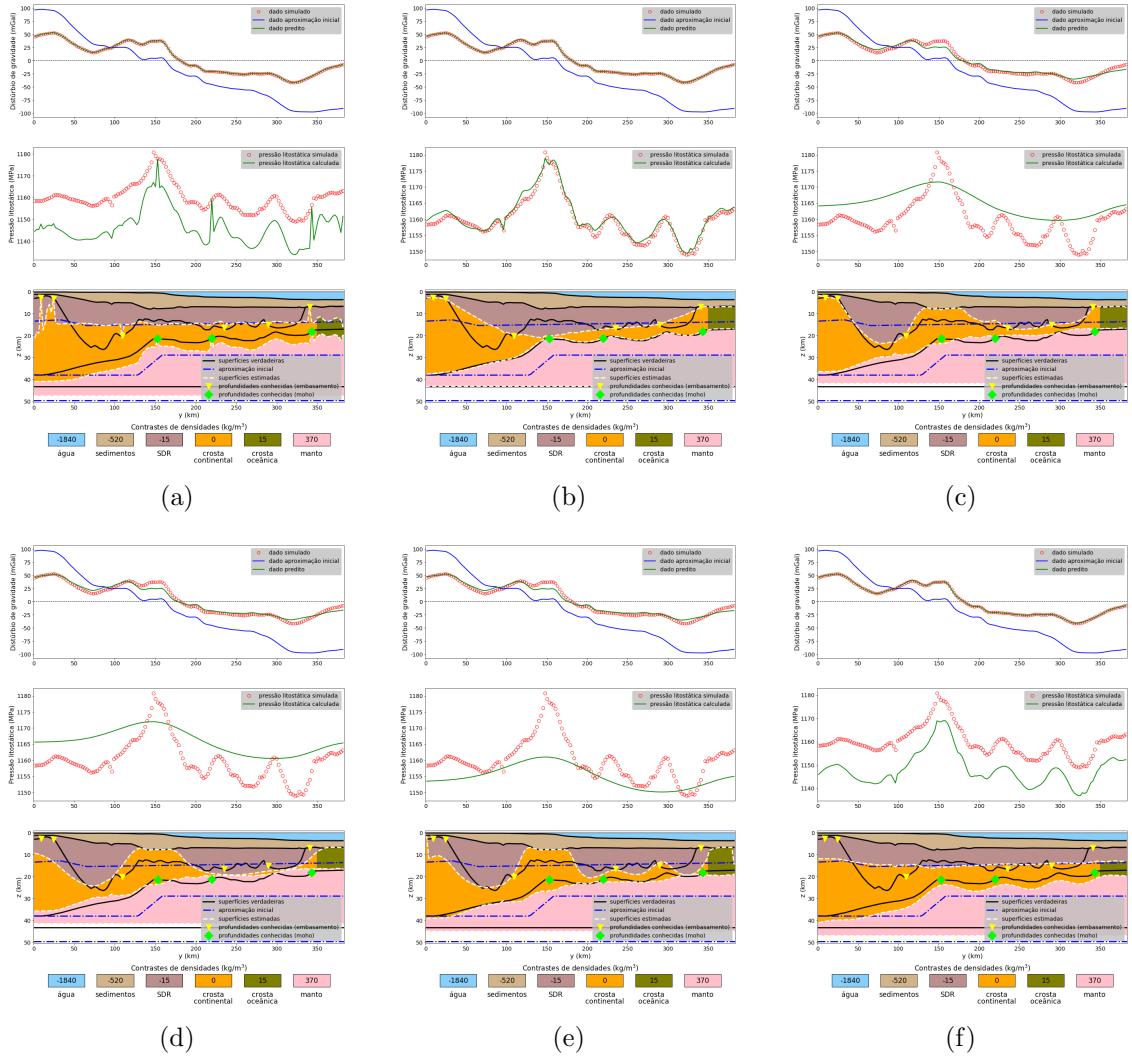


Figura 2: Sensibilidade do método aos vínculos. Resultados obtidos usando diferentes combinações dos vínculos. Os parâmetros  $\tilde{\alpha}_0, \tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2$  e  $\tilde{\alpha}_3$  (equação 4.30) tem os valores: (a)  $(0, 0, 10^1, 10^2)$ , (b)  $(0, 10^1, 10^1, 10^2)$ , (c)  $(10^2, 10^1, 10^1, 10^2)$ , (d)  $(10^2, 10^1, 0, 0)$ , (e)  $(10^2, 0, 0, 0)$  e (f)  $(0, 10^1, 0, 0)$ .