

DIVISÃO DE PROGRAMAS DE PÓS GRADUAÇÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESTIMANDO A NATUREZA E AS POSIÇÕES
HORIZONTAIS E VERTICais DE FONTES 3D
USANDO A DECONVOLUÇÃO DE EULER**

Felipe Ferreira de Melo

Orientadora

Valéria Cristina Ferreira Barbosa

Rio de Janeiro

2012

ESTIMANDO A NATUREZA E AS POSIÇÕES HORIZONTAIS E VERTICais DE
FONTES 3D USANDO A DECONVOLUÇÃO DE EULER

Felipe Ferreira de Melo

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA DO OBSERVATÓRIO NACIONAL COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM GEOFÍSICA.

Aprovada por:

Dra. Valéria Cristina Ferreira Barbosa (Orientadora)

Dr. Marco Polo Pereira Buonora

Dr. Irineu Figueiredo

Dr. Paulo de Tarso Luiz Menezes (Suplente)

Dr. Cosme Ferreira da Ponte Neto (Suplente)

RIO DE JANEIRO - BRASIL
DEZEMBRO DE 2012

Melo, Felipe Ferreira de

Estimando a Natureza e as Posições Horizontais e Verticais

de Fontes 3D Usando a Deconvolução de Euler

[Rio de Janeiro] 2012

Vii, 88 p.

Tese (mestrado) - Observatório Nacional - Rio de Janeiro, 2012.

1. Deconvolução de Euler 3D; 2. Métodos Potenciais; 3. Inversão; 4. Teses.

I. Observatório Nacional II. Título

*A minha querida família
(Clóvis, Vera, Fabiana e Vivian)
por todo o seu carinho e compreensão.*

"Aquele menino finalmente conseguiu voar,
era um sonho que tinha há muito tempo,
de sentir tal liberdade que lhe enchiam os
olhos de lágrimas ao contemplar o horizonte,
como se fosse a primeira vez que realmente
estava vendo algo."

(autor desconhecido)

AGRADECIMENTOS

Depois de escrever por 88 páginas, me sinto como Roberto Carlos, faltam-me palavras e sobram emoções. Expresso meus sinceros agradecimentos a todos que contribuíram para essa realização.

Várias pessoas contribuíram para o início desse novo ciclo que está por vir, mas é certo que algumas delas tiveram um papel imprescindível e a minha mais profunda gratidão por elas é imensurável. Agradeço aos meus pais por me darem apoio e condições de chegar aonde cheguei. A minha esposa Vivian por sua enorme compreensão, companheirismo e incentivos desde o início desse mestrado. A minha orientadora, Professora Valéria Barbosa por todo seu carinho e dedicação, indescritíveis e inesgotáveis ao longo dessa (longa e divertida!) jornada. Meu muito obrigado!

Ao grande amigo Cabelo por sua presença e apoio desde o início dessa jornada e por me auxiliar na vida de garoto dos programas.

A Daiara por suas incessantes trocas de conhecimento desde a graduação até o dia que precedeu o concurso para iniciar o mestrado.

Aos amigos Vanderrlei e Leo (Japa) por sua disposição e boa vontade em compartilhar ideias e esclarecimentos.

Ao Salgado e ao Cícero Augusto por me auxiliar com questões computacionais, quando o tema do mestrado ainda era outro.

Ao Carlos Pinheiro e a Antoine Track por aceitarem minha redução de carga horária trabalhista em um momento de enorme necessidade.

Ao Observatório Nacional e meus professores, que ofereceram toda estrutura necessária para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Dr. João B. C. Silva pelas discussões e sugestões preciosas ao desenvolvimento do trabalho.

Aos membros da banca por aceitarem revisar e contribuir com a conclusão deste trabalho, em especial aos professores Marco Polo e Irineu pelas oportunidades de aprendizado e descobertas de novas curiosidades.

Ao CPRM e à professora Yára R Marangoni pela cessão dos dados reais da PAGO.

Aos amigos que fiz e a todos que entenderam minha ausência ao longo desse tempo.

SUMÁRIO

RESUMO	1
ABSTRACT	3
1 INTRODUÇÃO	5
2 METODOLOGIA	11
2.1 SELEÇÃO DAS MELHORES ESTIMATIVAS DAS COORDENADAS HORIZONTAIS DA DECONVOLUÇÃO DE EULER	15
2.2 SELEÇÃO DO ÍNDICE ESTRUTURAL	18
2.3 SELEÇÃO DAS MELHORES ESTIMATIVAS DAS COORDENADAS VERTICAIS DA DECONVOLUÇÃO DE EULER	19
2.4 AMBIENTE GEOLÓGICO COM MÚLTIPLAS FONTES	21
3 APLICAÇÕES A DADOS SINTÉTICOS	24
3.1 FONTES COM A MESMA GEOMETRIA.....	24
3.2 SENSIBILIDADE DO MÉTODO À PERDA DE INFORMAÇÕES NAS BORDAS CAUSADA PELO PROCEDIMENTO DE JANELAS MÓVEIS	38
3.3 SENSIBILIDADE DO MÉTODO A FONTES COM DIFERENTES GEOMETRIAS E A SINAIS INTERFERENTES	48
3.3.1 FONTES COM GEOMETRIAS DIFERENTES	48
3.3.2 SENSIBILIDADE DO MÉTODO A SINAIS INTERFERENTES.....	58
4 APLICAÇÃO AO DADO REAL – PROVÍNCIA ALCALINA DE GOIÁS	65
5 CONCLUSÃO	74
APÊNDICE A - Seleção das melhores estimativas das coordenadas horizontais da fonte na deconvolução de Euler 3D	78
ANEXO A – Deconvolução de Euler Clássica	80
ANEXO B - Definição dos subconjuntos de coordenadas x e y relativos a cada patamar.....	84

RESUMO

Apresentamos um novo método para reduzir drasticamente as estimativas das posições das fontes na deconvolução de Euler 3D para apenas uma. O método se baseia nos estimadores analíticos do nível de base e das posições horizontais e verticais das fontes na deconvolução de Euler 3D como uma função das coordenadas x e y das observações. Ao presumir um índice estrutural tentativo qualquer (definindo a geometria das fontes), o método localiza automaticamente patamares nos mapas das estimativas das coordenadas horizontais, indicando estimativas consistentes que são muito próximas das coordenadas reais correspondentes. Estes patamares estão localizados nas vizinhanças dos maiores valores da anomalia e mostram um comportamento contrastante com as estimativas que formam planos inclinados nas bordas da anomalia. Para localizar automaticamente os patamares sobre os mapas das estimativas de coordenadas horizontais, são ajustados polinômios de primeiro grau a essas estimativas usando um operador por janela móvel varrendo todas as estimativas. As posições em que as estimativas dos coeficientes angulares são próximas a zero identificam os patamares das estimativas das coordenadas horizontais. As médias aritméticas dessas estimativas são as melhores localizações das estimativas das coordenadas horizontais. Após mapear cada patamar, nosso método utiliza como o melhor índice estrutural aquele que produz a correlação mínima entre o campo magnético e o nível de base estimado sobre cada patamar. Ao utilizar o índice estrutural estimado para cada patamar a abordagem consiste em extrair as estimativas das coordenadas verticais sobre o patamar correspondente. As médias aritméticas dessas estimativas são as melhores estimativas da profundidade das fontes em nosso método. Quando aplicado a dados sintéticos, nosso método mostrou um bom desempenho mesmo quando a área de estudo é reduzida e não abrange

inteiramente as anomalias. Um teste em dados reais sobre intrusões na Província Alcalina de Goiás, Brasil, recuperou fontes esféricas, sugerindo corpos tridimensionais.

ESTIMATING THE NATURE AND THE HORIZONTAL AND VERTICAL POSITIONS OF 3D MAGNETIC SOURCES BY USING EULER DECONVOLUTION

ABSTRACT

We present a new method that drastically reduces the number of the source location estimates in 3D Euler deconvolution to one only. Our method is grounded on the analytical estimators of the base level and of the horizontal and vertical source positions in 3D Euler deconvolution as a function of the x - and y -coordinates of the observations. By assuming any tentative structural index (defining the geometry of the sources), our method automatically locates on the maps of the horizontal coordinate estimates plateaus, indicating consistent estimates that are very close to the true corresponding coordinates. These plateaus are located at the neighborhood of the highest values of the anomaly and show a contrasting behavior with those estimates which form inclined planes at the anomaly borders. The plateaus are automatically located on the maps of the horizontal coordinate estimates by fitting a first-degree polynomial to these estimates in a moving-window scheme spanning all estimates. The positions where the angular coefficient estimates are closest to zero identify the plateaus of the horizontal coordinate estimates. The sample means of these horizontal coordinate estimates are the best horizontal location estimates. After mapping each plateau, our method takes as the best structural index the one which yields the minimum correlation between the magnetic and the estimated base level over each plateau. By using the estimated structural index for each plateau, our approach

extracts the vertical coordinate estimates over the corresponding plateau. The sample mean of these estimates are the best depth location estimates in our method. When applied to synthetic data, our method yielded good performances even when the study area does not cover entirely the anomalies. A test on real data over intrusions in the Goiás Alkaline Province, Brazil, retrieved sphere-like sources suggesting three-dimensional bodies.

1 INTRODUÇÃO

Em meados do século passado, agências governamentais iniciaram uma nova era na aquisição de uma enorme quantidade de dados aeromagnéticos, o que por sua vez impulsionou o desenvolvimento de métodos de interpretação aeromagnéticos automáticos como a deconvolução de Euler. Historicamente, a deconvolução de Euler foi proposta por Thompson (1982) para perfis bidimensionais e por Reid *et al.* (1990) para dados adquiridos em grids. Após a extensão de Reid *et al.* (1990), a deconvolução de Euler ganhou enorme popularidade como um método semiautomático para estimar a posição 3D de fontes magnéticas. Essa popularidade se deve ao fato da deconvolução de Euler 3D ser um método de processamento rápido que exige como conhecimento prévio sobre a magnetização da fonte anômala apenas sua homogeneidade em intensidade e direção por todo o corpo anômalo (BARBOSA e SILVA, 2011).

Na deconvolução de Euler 3D um operador, em uma pequena janela de dados, é aplicado por todo o conjunto de dados. Utilizando as observações dentro da pequena janela de dados e presumindo a geometria da fonte, a deconvolução de Euler estima as posições horizontais e verticais das fontes resolvendo um pequeno sistema de equações lineares. Esse esquema de janela móvel de dados varrendo as observações permite rápidas interpretações de grandes conjuntos de dados na presença de sinais interferentes produzidos por múltiplas fontes lateralmente adjacentes. Esse esquema de processamento por janela móvel de dados é uma das razões pela qual a deconvolução de Euler se tornou uma ferramenta útil para estimar as localizações de múltiplos corpos geológicos. Entretanto, esse método leva a um grande número de soluções de Euler (BARBOSA e SILVA, 2011). Esse cenário é ainda mais complicado quando a geometria da fonte é desconhecida e quando

múltiplas fontes com diferentes geometrias estão presentes. Nesses casos, a geometria da fonte (relacionada ao índice estrutural) é tentativamente presumida pelo intérprete e a deconvolução de Euler é aplicada a todo o conjunto de dados. Assim, para cada índice estrutural presumido, a deconvolução de Euler produz mapas das estimativas das posições das fontes. Esse procedimento leva a um conjunto de mapas, cada um com uma vasta nuvem de soluções de Euler, tornando não trivial a interpretação da localização de múltiplos corpos geológicos. De acordo com Barbosa e Silva (2011) o grande número de soluções estimadas ainda é uma desvantagem operacional desse método.

Para superar essa dificuldade, alguns métodos foram adotados para selecionar as melhores soluções da deconvolução de Euler e para reduzir o número de soluções aceitas. Thompson (1982) aceita aquelas soluções da deconvolução de Euler mostrando pequenas dispersões nas estimativas de profundidade. Reid *et al.* (1990) aceitam soluções em que a incerteza da profundidade é menor do que 15% da profundidade calculada. Fairhead *et al.* (1994) aceitam somente soluções da deconvolução de Euler derivadas de janelas móveis de dados localizadas sobre o gradiente horizontal máximo da anomalia reduzida ao pólo. Mikhailov *et al.* (2003) reduziram o número de soluções aceitáveis da deconvolução de Euler usando uma técnica de clusterização baseada em inteligência artificial. FitzGerald *et al.* (2004) apresentaram uma revisão das técnicas práticas geralmente utilizadas para distinguir soluções do Euler confiáveis das espúrias. Jekeli (2009) mostrou que o critério ad-hoc usado frequentemente para aceitar soluções do Euler (REID *et al.*, 1990) produz resultados melhores do que testes probabilísticos (usando as distribuições Student e Fisher para variáveis aleatórias) que determinam se a estimativa de um parâmetro é razoavelmente consistente. Então, Jekeli (2009) propõe um critério de aceitação para a solução do Euler com base no coeficiente de variação para as estimativas de profundidade. Ugalde e Morris (2010) filtraram as soluções coerentes do Euler

utilizando um algoritmo de distribuição de densidade por kernel e reduziram essas soluções filtradas usando um algoritmo de clusterização com lógica fuzzy.

Exceto pelo critério de Fairhead *et al.* (1994), todos os outros critérios de aceitação são baseados em uma medida da densidade dos clusters das soluções da deconvolução de Euler. Geralmente, esse cluster também é usado para selecionar a melhor geometria da fonte magnética. Na prática, várias geometrias são tentativamente presumidas e a solução que fornece o cluster mais denso das soluções é selecionada como a melhor geometria da fonte.

Silva *et al.* (2001) mostraram que o espalhamento das soluções do Euler, em um problema prático é causado pela escolha do índice estrutural errado e pela presença de ruído nos dados. Eles também mostraram que o critério para determinar o índice estrutural como o valor que produz o menor espalhamento das soluções é teoricamente certo, mas ocasionalmente falha por causa do ruído nos dados. Assim, o critério largamente usado por Thompson (1982) para aceitar as soluções do Euler pode falhar. Silva *et al.* (2001) também responderam à uma intrigante pergunta sobre a deconvolução de Euler inicialmente proposta por Ravat (1996): por que a média das estimativas das posições horizontais é menos sensível à escolha do índice estrutural errado e/ou ao ruído no dado se comparada com as estimativas da posição vertical? Silva *et al.* (2001) provaram que estes comportamentos seguem diretamente das propriedades de simetria das estimativas. As diferenças entre as estimativas das posições horizontais e os seus valores verdadeiros, como uma função da posição da janela de dados, exibem um notável comportamento antissimétrico no que diz respeito às posições horizontais da fonte. Enquanto que, as diferenças entre a estimativa da posição vertical e o seu valor real, como uma função da posição da janela de dados, exibem um comportamento simétrico em relação à posição horizontal da fonte. Silva *et al.* (2001) concluíram que as posições horizontais estimadas pela deconvolução de Euler são mais robustas do que as estimativas das posições verticais porque elas são

insensíveis à escolha do índice estrutural errado e ao ruído do dado. Por isso, o critério de aceitação para a escolha das soluções do Euler baseadas na densidade do cluster para as estimativas das posições horizontais e verticais pode falhar principalmente por causa do grande espalhamento das estimativas das posições verticais.

A robustez das posições horizontais estimadas pela deconvolução de Euler é confirmada por Silva e Barbosa (2003) que deduziram os estimadores analíticos das posições verticais e horizontais das posições das fontes na deconvolução de Euler 3D. Silva e Barbosa (2003) também revelaram comportamentos contrastantes desses estimadores nas bordas e na vizinhança dos maiores valores absolutos da anomalia. Esse comportamento diferenciado é devido à tendenciosidade das estimativas das coordenadas horizontais e verticais. Nas bordas da anomalia as estimativas das coordenadas horizontais tendem às respectivas coordenadas horizontais do centro da janela de dados, enquanto que as estimativas das coordenadas verticais tendem a altura de voo no centro da janela de dados. Por outro lado, na vizinhança dos maiores valores absolutos da anomalia, as estimativas das coordenadas horizontais são estimativas boas, consistentes e próximas das coordenadas horizontais corretas da fonte, definindo, desta maneira, patamares. Esses patamares são definidos em mapas das estimativas das coordenadas horizontais contra a posição central da janela de dados, sendo independentes do índice estrutural presumido e da direção de magnetização. Esses patamares são associados também com estimativas consistentes das coordenadas verticais. Entretanto, essas estimativas das coordenadas verticais, nesses patamares, são bem próximas às coordenadas verticais da fonte verdadeira se e somente se o índice estrutural é presumido corretamente.

Nesse trabalho, é apresentado um novo método para selecionar as melhores soluções da deconvolução de Euler 3D. Esse método tira proveito do comportamento contrastante das soluções do Euler 3D nas bordas e nas vizinhanças dos maiores

valores absolutos da anomalia (SILVA e BARBOSA, 2003) delineando automaticamente as regiões do dado magnético produzindo as melhores soluções do Euler, cada uma associada com uma fonte anômala. Cada região será uma área localizada na vizinhança dos maiores valores absolutos da anomalia onde as soluções consistentes do Euler são produzidas pela deconvolução de Euler 3D. Essas regiões são delineadas pelo mapeamento de patamares, apontados por Silva e Barbosa (2003), nos mapas das estimativas das coordenadas horizontais contra a posição central da janela de dados. Esses patamares são horizontalmente bem separados uns dos outros e, portanto sua posição horizontal pode ser facilmente reconhecida por uma análise de cluster. Cada subconjunto de coordenadas horizontais definindo um patamar (e consequentemente uma fonte anômala) é utilizado para selecionar as melhores estimativas das coordenadas horizontais, presumindo qualquer índice estrutural na deconvolução de Euler 3D. Em seguida, para cada fonte anômala, o método calcula a média das melhores estimativas das posições horizontais das fontes sobre o patamar associado. Para cada patamar, que é associado a uma fonte, o método determina o índice estrutural pelo método de Barbosa *et al.* (1999) e com isso seleciona as melhores estimativas das coordenadas verticais sobre os patamares correspondentes. Por fim, a média das melhores estimativas das posições verticais das fontes é calculada para cada fonte anômala.

Para cada anomalia magnética, o método estima uma única posição da fonte. Testes feitos com dados sintéticos mostraram que o método proposto pode ser útil em estimar posições de múltiplas fontes caracterizadas ou não pelo mesmo índice estrutural. A habilidade do método de estimar corretamente as posições das fontes é analisada quando a deconvolução de Euler é aplicada a todo o dado simulado cobrindo a anomalia completamente, entretanto para selecionar as melhores soluções o método é aplicado a uma área reduzida cobrindo parcialmente as anomalias. Uma análise numérica mostra que o método funciona bem mesmo na presença de

anomalias fortemente interferentes. Testes em dados magnéticos adquiridos sobre corpos máfico-alcalinos localizados na Província Alcalina de Goiás, na região central do Brasil, levaram a interpretação de duas fontes esféricas centradas nas profundidades de 3 e 3.2 km.

2 METODOLOGIA

Seja uma fonte magnética pontual (ou uma linha) nas coordenadas (x_o, y_o, z_o) referidas a um sistema de coordenadas cartesiano desstral com o eixo z apontando para baixo. O campo magnético observado $h \equiv h(x, y, z)$, nas coordenadas (x, y, z) , produzido por essa fonte magnética simples obedece à equação homogênea de Euler (REID *et al.*, 1990). Considerando um conjunto discreto de N observações do campo magnético, a formulação clássica da deconvolução de Euler 3D pode ser escrita como um sistema linear de equações dada por:

$$x_0 \frac{\partial h_i}{\partial x} + y_0 \frac{\partial h_i}{\partial y} + z_0 \frac{\partial h_i}{\partial z} + \eta b = x_i \frac{\partial h_i}{\partial x} + y_i \frac{\partial h_i}{\partial y} + z_i \frac{\partial h_i}{\partial z} + \eta h_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

em que $h_i \equiv h(x_i, y_i, z_i)$ é a i -ésima observação do campo total nas coordenadas (x_i, y_i, z_i) , b é um nível de base (isto é, um valor constante do campo regional) e η é o índice estrutural relacionado a natureza da geometria da fonte. Nesse trabalho, os gradientes são calculados a partir da anomalia magnética de campo total usando transformações da camada equivalente (EMILIA, 1973). Anomalias de campo total podem ser processadas usando fontes equivalentes se elas são assumidas como sendo muito menor do que o campo geomagnético regional, permitindo assim que a quantidade observada assuma as propriedades analíticas de um campo de potencial (HENDERSON, 1970). Mais detalhes sobre a deconvolução de Euler podem ser encontrados no Anexo A.

Para um dado índice estrutural, a deconvolução de Euler 3D consiste em resolver o sistema de equações 1, via método dos mínimos quadrados, para os parâmetros desconhecidos x_o, y_o, z_o e b . Esse procedimento leva a um único

conjunto de estimativas \hat{x}_o , \hat{y}_o , \hat{z}_o e \hat{b} que supostamente localiza uma fonte magnética isolada e estima o nível de base. Na interpretação de campos magnéticos ruidosos e com sinais interferentes produzidos por um cenário geológico complexo com múltiplas fontes lateralmente adjacentes, a deconvolução de Euler 3D (assim como a 2D) usa um esquema de janela móvel de dados. Usando as observações dentro de uma janela de dados (Figura 2.1a), a deconvolução de Euler 3D obtém as estimativas de x_o , y_o , z_o e b para cada posição da janela móvel de dados. Uma janela móvel de dados é um grid $NX \times NY$ de dados deslocada por todo o conjunto de dados com deslocamento do tamanho de um espaçoamento do dado. Como destacado por Barbosa e Silva (2011), este procedimento tem a desvantagem de calcular um grande número de estimativas inconsistentes, dificultando a decisão sobre as localizações corretas das fontes geológicas.

Presumindo um nível de base nulo na equação 1, Silva e Barbosa (2003) deduziram os estimadores analíticos \hat{x}_o , \hat{y}_o e \hat{z}_o (equações 8-10 em Silva e Barbosa, 2003). As características mais marcantes destes estimadores analíticos para os parâmetros x_o , y_o e z_o são sua tendenciosidade e propriedades de simetria como uma função das coordenadas x e y do centro da janela móvel de dados. Silva e Barbosa (2003) provaram que, nas bordas da anomalia, as estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o são tendenciosas em direção às médias aritméticas das respectivas coordenadas x e y do centro da janela móvel de dados, enquanto que as estimativas \hat{z}_o são tendenciosas em direção à altura de voo no centro da janela de dados. Isso acontece independentemente do índice estrutural presumido e da intensidade de magnetização, inclinação e declinação magnéticas. Por outro lado, na vizinhança dos maiores valores absolutos da anomalia as estimativas \hat{x}_o , \hat{y}_o e \hat{z}_o são aproximadamente constantes definindo um patamar (Figura 2.1 b). Especificamente, nesse patamar, as estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o são bem próximas às respectivas coordenadas x e y da fonte verdadeira,

independentemente do índice estrutural presumido e independente da intensidade de magnetização, inclinação e declinação magnéticas. Entretanto, as estimativas \hat{z}_0 nesse patamar, são bem próximas da profundidade da fonte somente se o índice estrutural correto for presumido; caso contrário as estimativas \hat{z}_0 irão subestimar (ou sobreestimar) a profundidade da fonte verdadeira se o índice estrutural presumido for menor (ou maior) que o correto.

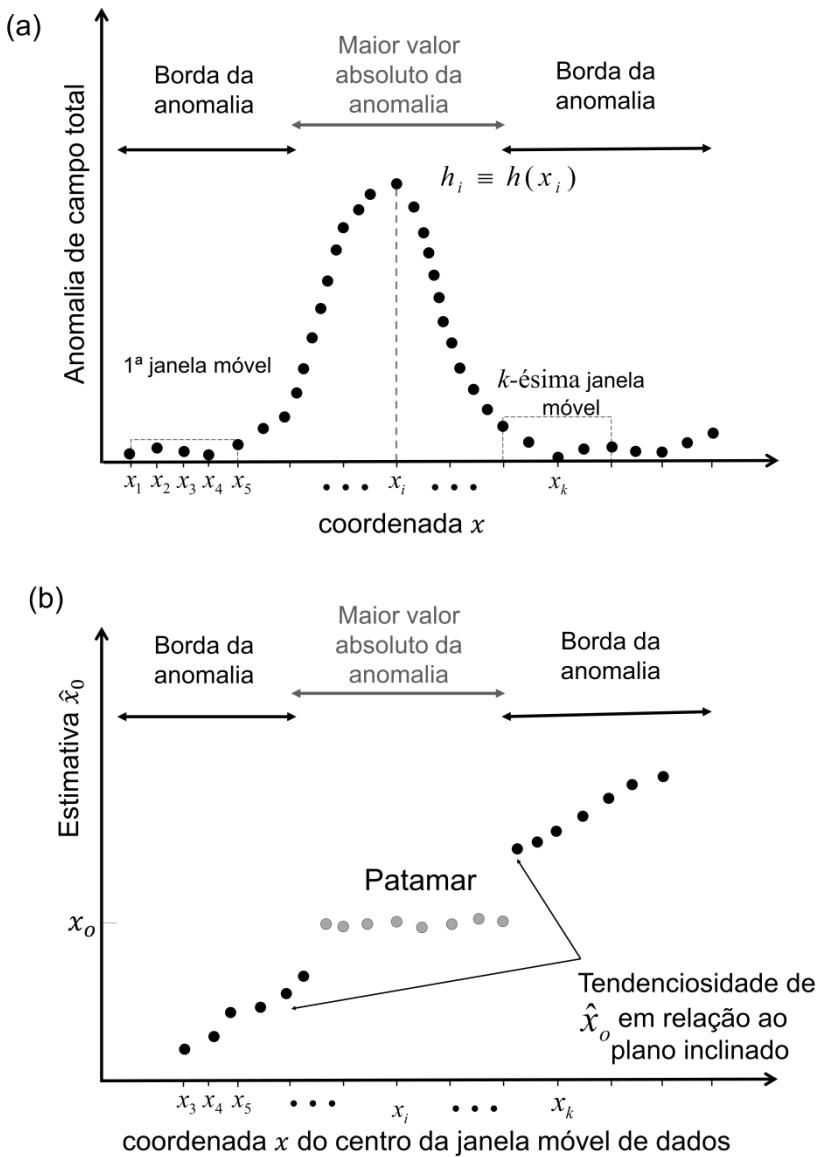


Figura 2.1 – Esquema bidimensional da deconvolução de Euler. (a) Anomalia de campo total (pontos), em que $h_i \equiv h(x_i)$ é a i -ésima observação na coordenada (x_i) . Esquema da primeira e da k -ésima janelas móveis de dados cujos centros são x_3 e x_k , respectivamente. (b) Estimativas \hat{x}_0 (pontos) contra as coordenadas x do centro da janela móvel de dados. As estimativas \hat{x}_0 definem planos inclinados (pontos pretos) nas bordas da anomalia e um patamar (pontos cinzas) nas vizinhanças dos maiores valores absolutos da anomalia, próximo à coordenada verdadeira x_0 da fonte.

Nesse trabalho tiramos proveito desse comportamento das soluções de Euler em formar patamares para calcular automaticamente as melhores estimativas das posições horizontais (\tilde{x}_o , \tilde{y}_o) e verticais (\tilde{z}_o) das fontes. Primeiramente, o método seleciona as melhores estimativas das coordenadas horizontais (\tilde{x}_o e \tilde{y}_o) na deconvolução de Euler para cada fonte, assumindo um índice estrutural qualquer. Em seguida, ele determina o índice estrutural η de cada fonte, como será explicado a seguir. Finalmente, o método seleciona as melhores estimativas de profundidade (\tilde{z}_o) para cada fonte.

2.1 SELEÇÃO DAS MELHORES ESTIMATIVAS DAS COORDENADAS HORIZONTAIS DA DECONVOLUÇÃO DE EULER

Conforme mencionado anteriormente, as estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o definindo patamares nos mapas de \hat{x}_o e \hat{y}_o são sempre próximas das coordenadas verdadeiras x_o e y_o da fonte (Figura 2.1b). No presente método a habilidade para selecionar as melhores estimativas das posições horizontais da fonte depende do reconhecimento dos patamares nos mapas de \hat{x}_o e \hat{y}_o . Assim, o procedimento prático para determinar as melhores estimativas \tilde{x}_o e \tilde{y}_o é descrito a seguir. Primeiramente, é aplicada a deconvolução de Euler 3D presumindo um índice estrutural qualquer. Para cada posição da janela móvel de dados, são produzidos mapas de \hat{x}_o e \hat{y}_o contra as coordenadas x e y do centro da janela móvel de dados (Figura 2.1b). Após identificar os patamares nos mapas de \hat{x}_o e \hat{y}_o (como explicaremos no próximo parágrafo) são extraídos subconjuntos das estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o contidos nos respectivos patamares.

Então, são computadas as médias \tilde{x}_o e \tilde{y}_o destes subconjuntos extraídos dos respectivos patamares. Essas médias \tilde{x}_o e \tilde{y}_o são as melhores estimativas das posições horizontais da fonte. É importante notar que essas melhores estimativas \tilde{x}_o e \tilde{y}_o , determinadas pelo método, são bem próximas das respectivas coordenadas x_o e y_o da fonte verdadeira. Além disso, estas melhores estimativas são obtidas independentemente do índice estrutural presumido e independentemente da intensidade de magnetização, inclinação e declinação magnéticas.

Para identificar os patamares nos mapas de \hat{x}_o e \hat{y}_o tiramos proveito do fato de que, nas bordas da anomalia, as estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o são tendenciosas em direção às respectivas médias aritméticas das coordenadas x e y do centro da janela móvel de dados. Graficamente, isso significa que, nas bordas da anomalia, as estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o formam planos inclinados (Figura 2.1b). Assim, um ponto crucial no método encontra-se na habilidade em distinguir patamares de planos inclinados nos mapas de \hat{x}_o e \hat{y}_o contra a posição central da janela móvel de dados (Figura 2.1b). Aqui, para diferenciar patamares de planos inclinados nas estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o , polinômios de primeiro grau são ajustados, via método dos mínimos quadrados, a essas estimativas. Este ajuste será realizado por um esquema de janela móvel varrendo os mapas das estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o sobre o plano de coordenadas x contra as coordenadas y do centro da janela móvel. Esse esquema consiste em ajustar um polinômio de primeiro grau ao subconjunto das estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o definindo a janela móvel (Figura 2.2a). Em seguida, os coeficientes angulares estimados dos polinômios ajustados são dispostos contra o centro da janela móvel (Figura 2.2b). Então, os locais onde as estimativas correspondentes aos coeficientes angulares são mais próximas de zero identificam os patamares relacionados a \hat{x}_o e \hat{y}_o . Após mapear os patamares nos

mapas de \hat{x}_o e \hat{y}_o (Figura 2.1b) calculamos as médias (\tilde{x}_o e \tilde{y}_o) das estimativas das posições horizontais das fontes (\hat{x}_o e \hat{y}_o) sobre cada patamar.

Os detalhes do algoritmo matemático são dados no Apêndice A.

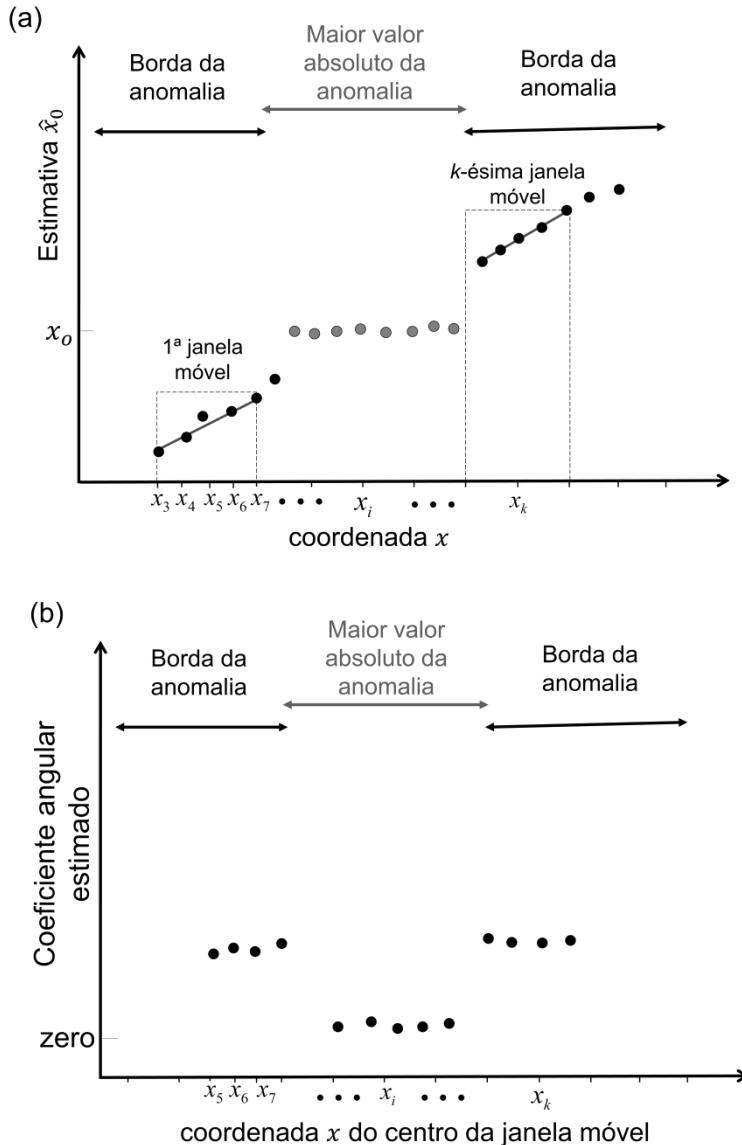


Figura 2.2 – Esquema bidimensional do método. (a) Ajustando polinômios de primeiro grau (linhas cinza) à \hat{x}_o em um esquema de janelas móveis. (b) Coeficientes angulares estimados contra as coordenadas x do centro da janela móvel. Os locais em que os coeficientes angulares estimados são próximos a zero identificam automaticamente o patamar de \hat{x}_0 em (b).

2.2 SELEÇÃO DO ÍNDICE ESTRUTURAL

Após identificar os patamares nos mapas de \hat{x}_o e \hat{y}_o e obter as melhores estimativas das posições horizontais das fontes (\tilde{x}_o e \tilde{y}_o), o próximo passo do método é determinar o melhor índice estrutural η e para isso é utilizada a abordagem proposta por Barbosa *et al.* (1999). Tomando como base as equações de Euler, Barbosa *et al.* (1999) mostram que as estimativas do nível de base (\hat{b}), como uma função do centro da janela de dados, são correlacionadas com o campo total observado (h). Se o índice estrutural é maior (ou menor) que o correto, essa correlação é positiva (ou negativa). A correlação mínima entre as estimativas \hat{b} e h acontece quando o índice estrutural correto é presumido.

O procedimento prático adotado para determinar o melhor índice estrutural é descrito a seguir. Primeiro são obtidas as estimativas \hat{b} usando a deconvolução de Euler 3D clássica para um número de índices estruturais tentativos. A seguir são selecionados os subconjuntos do campo magnético e das estimativas \hat{b} que aproximadamente estão contidas nos patamares definidos nos mapas de \hat{x}_o e \hat{y}_o . Finalmente, para cada índice estrutural tentativo, são calculados os coeficientes de correlação entre esses subconjuntos do campo magnético e das estimativas \hat{b} . O índice estrutural tentativo que produz o coeficiente de correlação mínimo (em módulo) é a melhor estimativa do índice estrutural (η).

2.3 SELEÇÃO DAS MELHORES ESTIMATIVAS DAS COORDENADAS VERTICais DA DECONVOLUÇÃO DE EULER

De acordo com Silva e Barbosa (2003), nos patamares dos mapas de \hat{z}_o , as estimativas \hat{z}_o são bem próximas da coordenada z da posição verdadeira da fonte apenas se o índice estrutural presumido for correto. Após identificar os patamares nos mapas das estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o (Figuras 2.3a e 2.3b) e determinar a melhor estimativa do índice estrutural (η), nosso método seleciona as melhores estimativas de z_o de um conjunto de estimativas obtidas via deconvolução de Euler 3D usando a melhor estimativa do índice estrutural (η). Para isso, o procedimento prático começa com a geração de um mapa com todas as estimativas \hat{z}_o contra as coordenadas x e y do centro da janela móvel de dados utilizada na deconvolução de Euler 3D usando o índice estrutural estimado. A seguir, faz-se a superposição dos pares de patamares \hat{x}_o e \hat{y}_o (Figura 2.3c), determina-se a interseção dos pares desses patamares (Figura 2.3d) e extrai-se um subconjunto de estimativas \hat{z}_o contido nessa interseção. Finalmente, calcula-se a média \tilde{z}_o deste subconjunto das estimativas \hat{z}_o e essa média amostral \tilde{z}_o é tida como a melhor estimativa de profundidade da fonte.

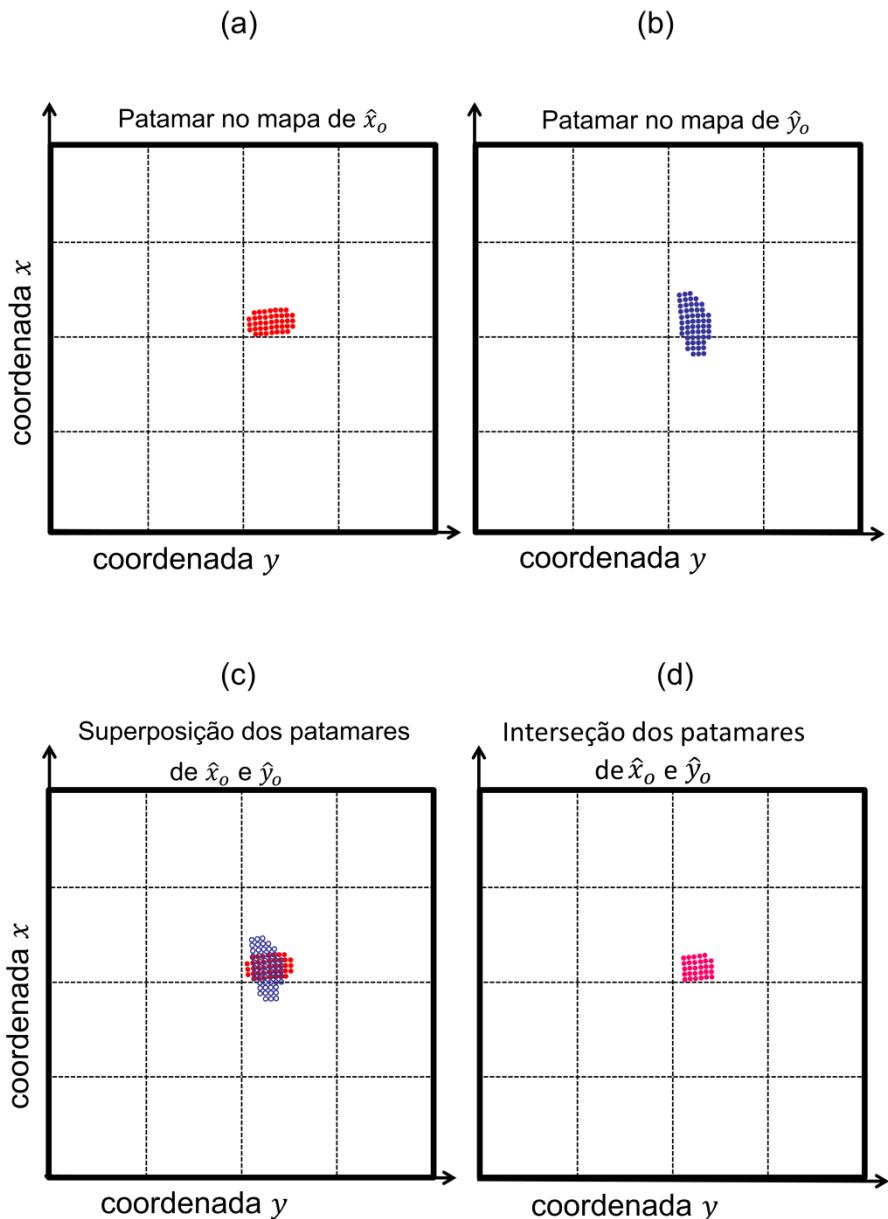


Figura 2.3 – Representação esquemática das posições (subconjuntos de coordenadas x e y) de um patamar nos mapas de (a) \hat{x}_o e (b) \hat{y}_o . Superposição (c) e interseção (d) dos pares de patamares de \hat{x}_o e \hat{y}_o mostrados em (a) e (b), respectivamente. As melhores coordenadas estimadas \tilde{x}_o , \tilde{y}_o e \tilde{z}_o na deconvolução de Euler 3D são as médias aritméticas dos subconjuntos das estimativas \hat{x}_o , \hat{y}_o e \hat{z}_o em (a), (b) e (d), respectivamente.

2.4 AMBIENTE GEOLÓGICO COM MÚLTIPLAS FONTES

O método descrito até agora funciona bem quando aplicado a uma anomalia isolada produzida por uma única fonte. A partir de agora, presumindo um conjunto de $S_j, j = 1, \dots, M$ fontes pontuais magnéticas lateralmente adjacentes (painel inferior na Figura 2.4a), cada fonte localizada nas coordenadas $(x_{o_j}, y_{o_j}, z_{o_j})$, as propriedades de tendenciosidade e simetria descritas por Silva e Barbosa (2003) dos estimadores analíticos para as posições de fontes horizontais e verticais na deconvolução de Euler 3D são preservadas. Este fato torna possível a extensão desta metodologia para selecionar automaticamente as melhores localizações horizontais e verticais de múltiplas fontes.

Assim, em cenários geologicamente mais realísticos em que o campo magnético observado é produzido por M fontes (painel superior na Figura 2.4a), não é suficiente identificar todos os patamares; é preciso identificar e individualizar automaticamente cada um dos M patamares que ocorrem nos mapas de \hat{x}_o e \hat{y}_o (Figura 2.4b) para selecionar as melhores estimativas de coordenadas horizontais de cada fonte. Para mapear automaticamente cada patamar primeiramente é feito o ajuste, via método dos mínimos quadrados, de polinômios de primeiro grau às estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o utilizando um esquema de janela móvel, e os locais em que as correspondentes estimativas dos coeficientes angulares forem próximas a zero identificarão os patamares de \hat{x}_o e \hat{y}_o (faixas pretas na Figura 2.4b), exatamente como é feito no caso de fontes singulares. Então, os patamares são automaticamente discriminados entre os subconjuntos de coordenadas x e y relacionadas a cada patamar usando um algoritmo de análise de cluster (veja o Anexo B para mais detalhes). Após estimar cada patamar nos mapas de \hat{x}_o e \hat{y}_o , as abordagens

explicadas acima para determinar o índice estrutural e selecionar as melhores estimativas de coordenadas verticais na deconvolução de Euler 3D são aplicadas para cada patamar como no caso de uma fonte única.

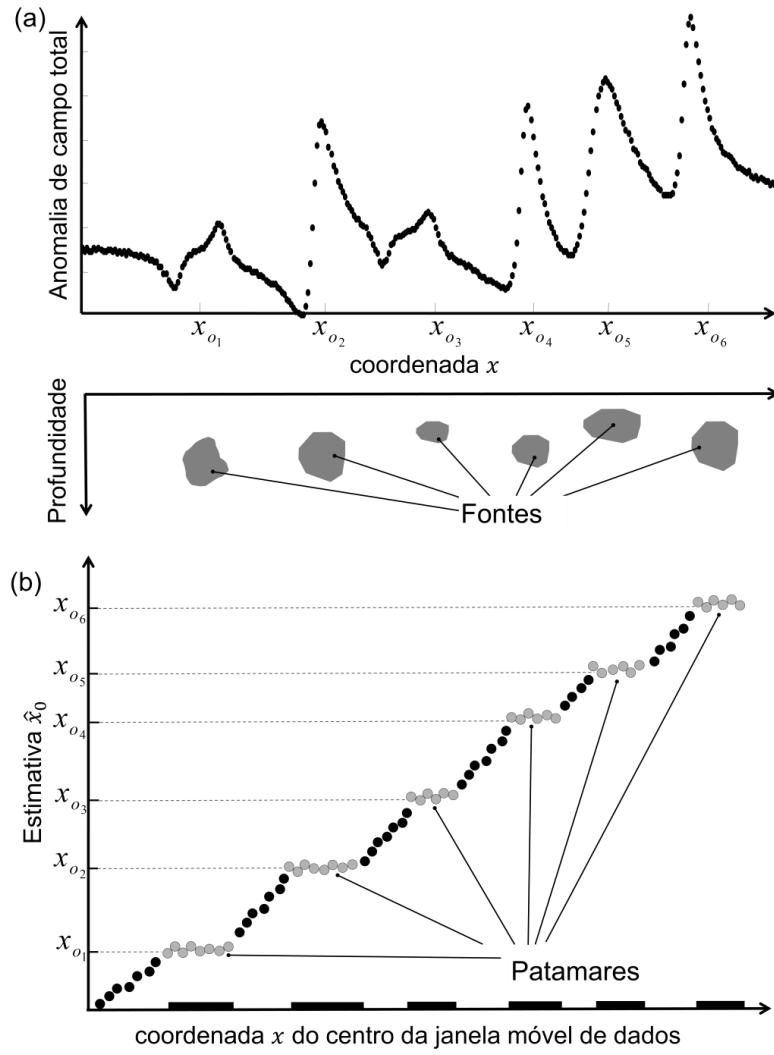


Figura 2.4 – Representação esquemática da (a) anomalia de campo total (pontos no painel superior) gerada por seis fontes (polígonos cinzas no painel inferior) cujas localizações são x_{o_j} , $j = 1, \dots, 6$. (b) Estimativas \hat{x}_0 (pontos) contra as coordenadas x e y do centro da janela móvel de dados. As estimativas \hat{x}_0 definem planos inclinados (pontos pretos) e seis patamares (pontos cinzas), cada patamar associado com estimativas \hat{x}_0 quase constantes e próximas da coordenada x da fonte verdadeira. As faixas pretas identificam os subconjuntos de coordenadas que localizam os patamares.

3 APLICAÇÕES A DADOS SINTÉTICOS

O desempenho do método proposto foi investigado com a aplicação a dados magnéticos simulando três diferentes cenários. Os três testes apresentados abaixo mostram como o método funciona bem para diferentes situações em que parâmetros como geometria dos corpos, inclinação e declinação magnética e a malha de observações são variadas. O primeiro e o segundo teste consistem de campos magnéticos produzidos por fontes com o mesmo índice estrutural, sendo que no segundo teste as fontes estão em profundidades diferentes. O segundo teste também ilustra a habilidade do método em estimar corretamente as posições das fontes, quando a deconvolução de Euler clássica é aplicada a todo o dado simulado contendo as anomalias, porém o método proposto neste trabalho para selecionar as melhores soluções do Euler é aplicado em uma área reduzida que não cobre as anomalias completamente, devido à perda de informações causada pelo procedimento de janelas móveis. No terceiro teste simulamos duas fontes com diferentes índices. Nesse teste as duas fontes foram aproximadas uma da outra, gerando anomalias com sinais mais fortemente interferentes em cada etapa e a sensibilidade do método foi analisada.

3.1 FONTES COM A MESMA GEOMETRIA

O objetivo deste teste é ilustrar os passos da metodologia quando o campo magnético é produzido por múltiplas fontes. Nesse teste a anomalia de campo total contaminada com ruído pseudoaleatório é produzida por quatro fontes esféricas inseridas em um meio não magnético. As quatro fontes esféricas com raios de 1 km têm intensidade de 4 A/m com vetor magnetização tendo inclinação de 60º e

declinação de 20° . As fontes estão à mesma profundidade e suas coordenadas horizontais e verticais são mostradas na Tabela abaixo.

Tabela 3.1 – Coordenadas horizontais e verticais (x_0 , y_0 , z_0) dos centros das fontes esféricas.

x_0 (km)	y_0 (km)	z_0 (km)
10	20	2
18	12	2
30	25	2
35	15	2

O campo magnético total (Figura 3.1) foi computado no plano $z = 0$ km numa malha de 240×200 pontos regularmente espaçados de 0.2 km em ambas as direções x e y (norte-sul e leste-oeste, respectivamente) usando-se um nível de base nulo. O campo teórico foi contaminado com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 1 nT.

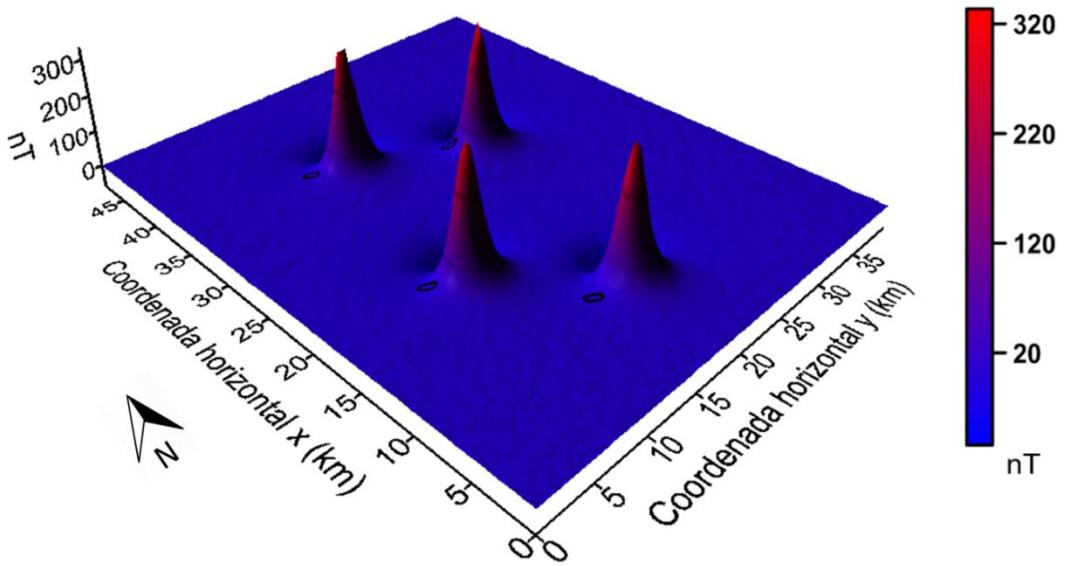


Figura 3.1 – Campo magnético contaminado com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 1 nT gerado por quatro dipolos com inclinação de 60º, declinação de 20º, intensidade de magnetização de 4 A/m e raio de 1km, as coordenadas de localização das fontes se encontram na Tabela 3.1.

O primeiro passo é estimar a posição horizontal das fontes. Para isso, a deconvolução de Euler 3D foi aplicada, usando um índice estrutural qualquer, por meio de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos (3×3 km) varrendo a área limitada por $x \in [3 \text{ km}, 45 \text{ km}]$ e $y \in [3 \text{ km}, 37 \text{ km}]$. Em cada posição da janela móvel de dados foram estimadas as posições horizontais \hat{x}_0 e \hat{y}_0 das fontes, essas estimativas foram plotadas contra as coordenadas x e y do centro da janela móvel de dados nas Figuras 3.2 e 3.3, respectivamente.

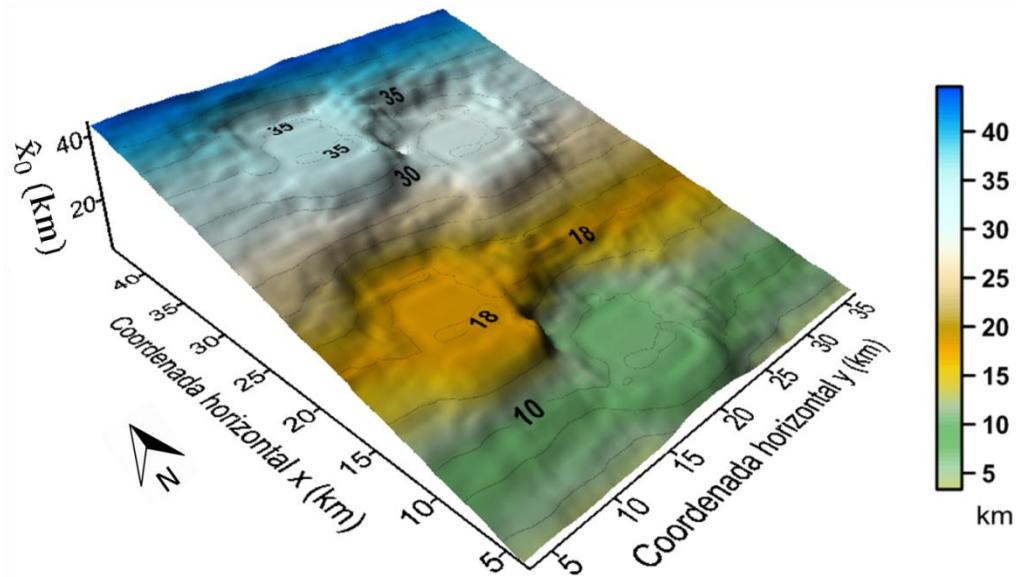


Figura 3.2 - Estimativas \hat{x}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos para dados magnéticos (Figura 3.1) produzidos por quatro esferas. Note os quatro patamares todos próximos às coordenadas horizontais x_0 referentes ao centro das fontes, mostradas na Tabela 3.1.

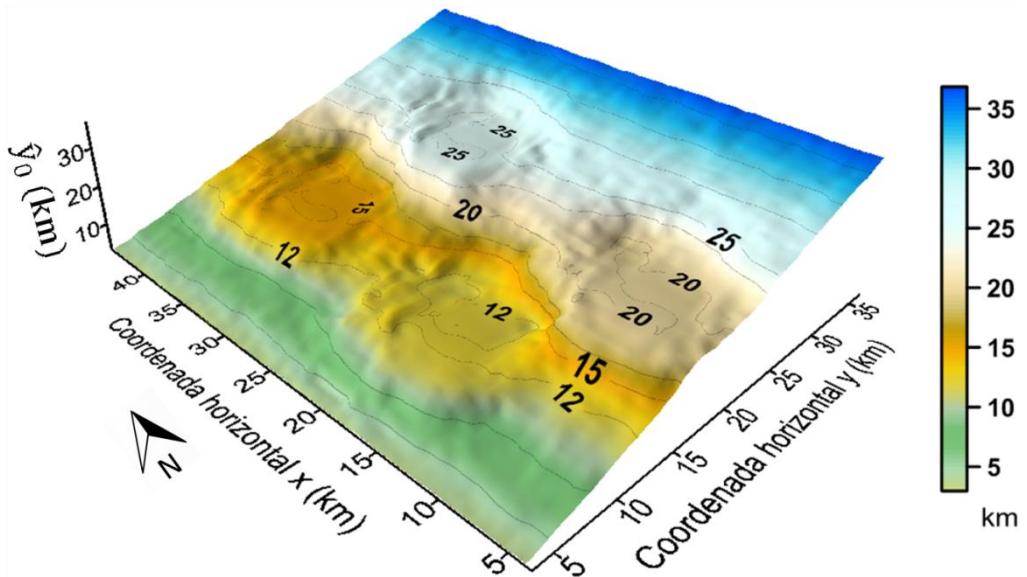


Figura 3.3 - Estimativas \hat{y}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos para dados magnéticos (Figura 3.1) produzidos por quatro esferas. Note os quatro patamares próximos às coordenadas horizontais y_0 referentes ao centro das fontes, mostradas na Tabela 3.1.

Nos mapas das estimativas horizontais \hat{x}_0 e \hat{y}_0 (Figuras 3.2 e 3.3) duas características marcantes são a tendência geral de um plano inclinado e a ocorrência de quatro patamares. Note que as estimativas \hat{x}_0 (Figura 3.2) e \hat{y}_0 (Figura 3.3) sobre os patamares são bem próximas às respectivas posições verdadeiras das fontes x_0 e y_0 apresentadas na Tabela 3.1.

O segundo passo consiste em identificar automaticamente os patamares nos mapas das estimativas \hat{x}_0 e \hat{y}_0 . Para isso, são ajustados polinômios de primeiro grau às estimativas \hat{x}_0 e \hat{y}_0 em um esquema de janelas móveis e os coeficientes estimados \hat{c}_x e \hat{c}_y são plotados contra as coordenadas do centro da janela móvel (Apêndice A). Para o cálculo dos ajustes polinomiais aos parâmetros estimados pela deconvolução de Euler 3D (\hat{x}_0 e \hat{y}_0) usamos uma janela móvel de 15×15 pontos varrendo a área limitada por $x \in [3.4 \text{ km}, 44.6 \text{ km}]$ e $y \in [3.4 \text{ km}, 36.6 \text{ km}]$. As Figuras 3.4 e 3.5 mostram os coeficientes estimados \hat{c}_x e \hat{c}_y .

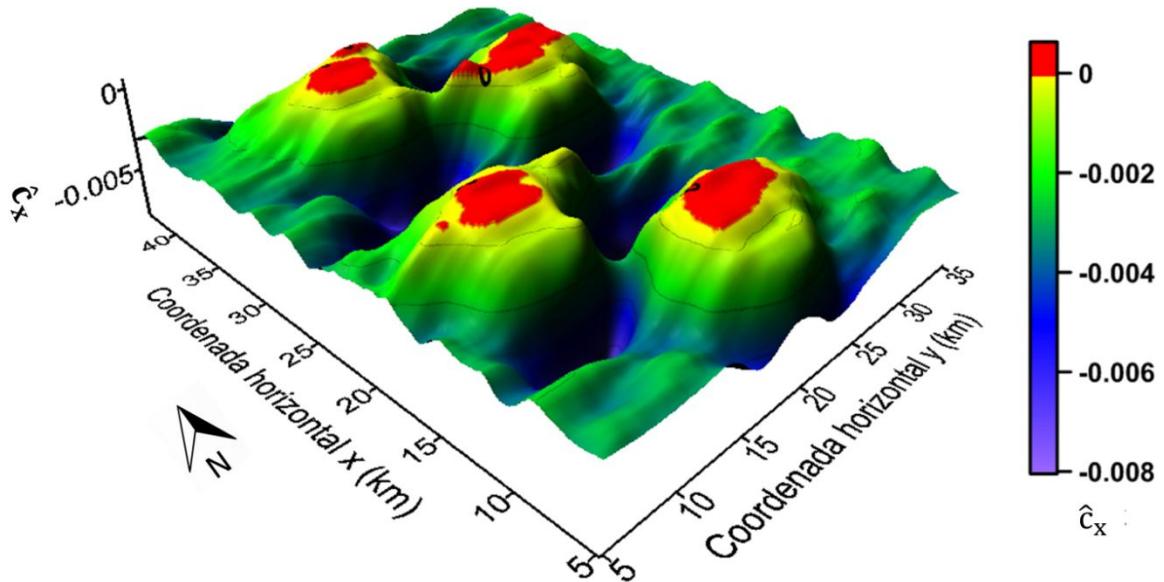


Figura 3.4 - Estimativas dos coeficientes angulares \hat{c}_x contra as coordenadas x e y .

Note que nos patamares destacados em vermelho os valores dos coeficientes angulares são próximos à zero.

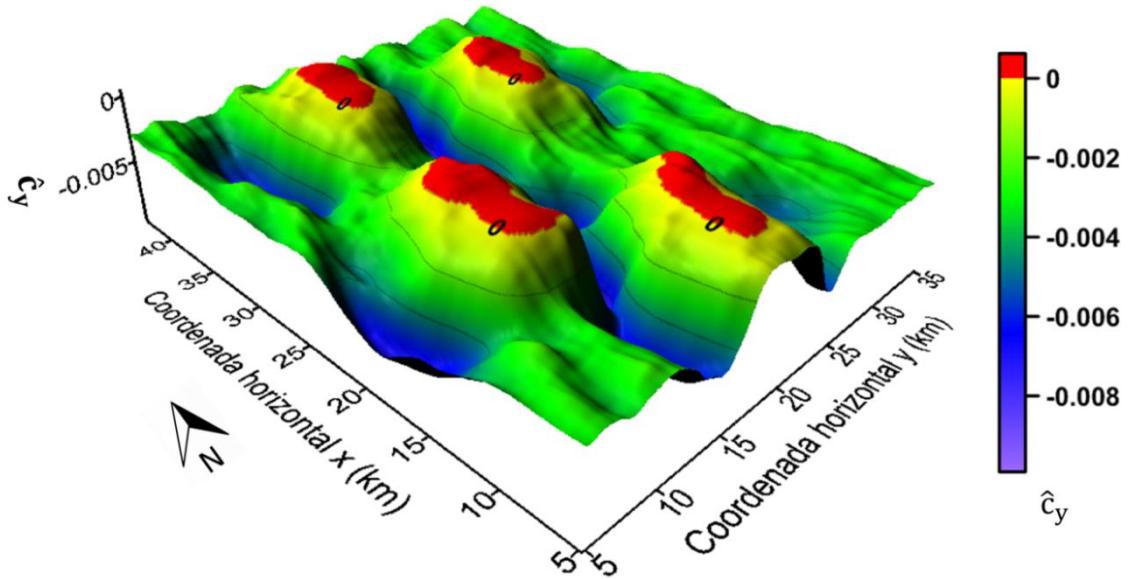


Figura 3.5 - Estimativas dos coeficientes angulares \hat{c}_y contra as coordenadas x e y .

Note que nos patamares destacados em vermelho os valores dos coeficientes angulares são próximos à zero.

Nas Figuras 3.4 e 3.5 é possível notar quatro áreas destacadas em vermelho em que os ajustes polinomiais tiveram coeficientes angulares \hat{c}_x e \hat{c}_y próximos à zero. As coordenadas horizontais x e y de \hat{c}_x e \hat{c}_y próximas a zero identificam os patamares em \hat{x}_0 e \hat{y}_0 , respectivamente. Para identificar os subconjuntos de coordenadas horizontais x e y relacionadas a cada patamar nos mapas de \hat{x}_0 e \hat{y}_0 é aplicado um algoritmo de agrupamento (Anexo B). As Figuras 3.6 e 3.7 mostram os subconjuntos das coordenadas horizontais x e y que definem as posições dos patamares nos mapas de \hat{x}_0 e \hat{y}_0 , respectivamente.

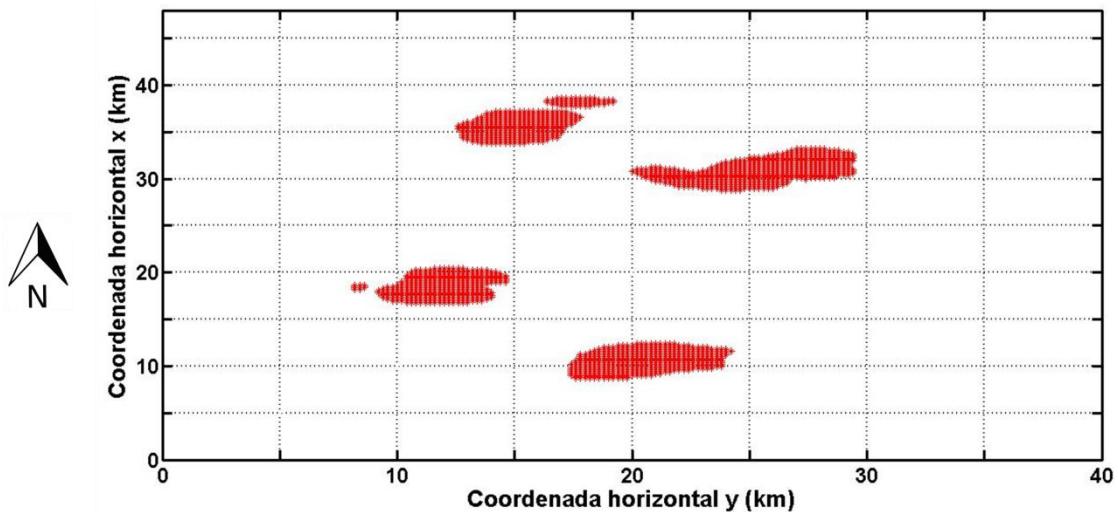


Figura 3.6 – Subconjuntos das posições das estimativas \hat{x}_0 identificadas pelo cluster mostrando as coordenadas horizontais x e y das posições dos patamares.

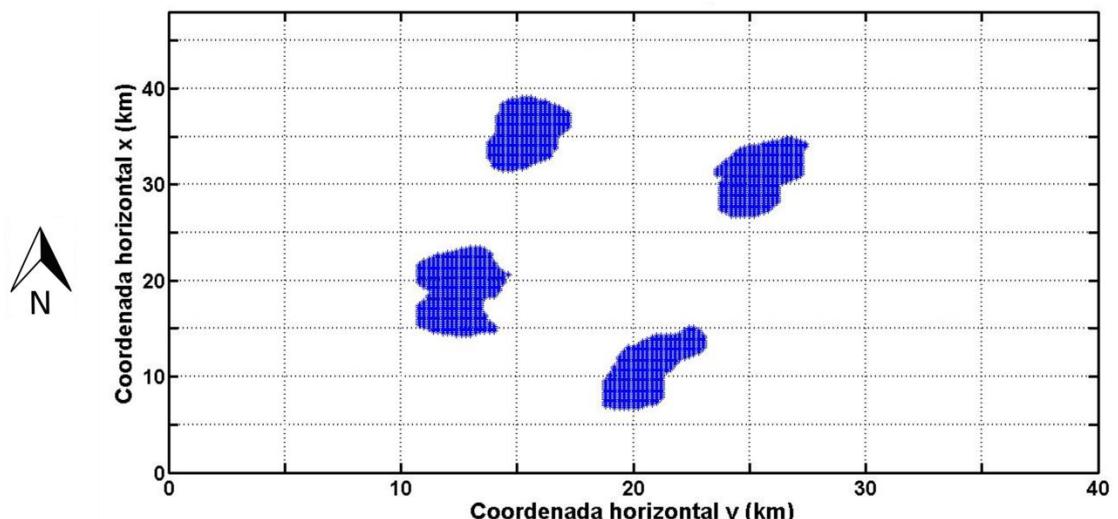


Figura 3.7 – Subconjuntos das posições das estimativas \hat{y}_0 identificadas pelo cluster mostrando as coordenadas horizontais x e y das posições dos patamares.

Para a identificação dos quatro patamares mostrados nas Figuras 3.6 e 3.7, utilizando o algoritmo de agrupamento apresentado no Anexo B, foi utilizado um raio de busca de 2 km para ambos os casos. Testes mostraram que o uso de um raio de busca menor que 0.8 km levaria a identificação de um número maior de patamares do que quatro. À medida que o raio de busca tende a zero, o algoritmo de cluster chega

ao limite em que cada ponto forma um cluster. O oposto aconteceria se o raio da esfera fosse maior do que 6.8 km. Neste caso seria identificado um número menor que quatro patamares, até o limite em que todos os pontos estariam definidos por um só patamar.

No terceiro passo são obtidas as melhores estimativas das posições horizontais das fontes. Para cada um dos quatro subconjuntos de coordenadas horizontais x e y que definem um patamar em \hat{x}_0 (Figura 3.6) e \hat{y}_0 (Figura 3.7) foi feita a média aritmética e os valores encontrados foram \tilde{x}_0 e \tilde{y}_0 , respectivamente. Estas médias \tilde{x}_0 e \tilde{y}_0 são as melhores estimativas das posições das fontes em x e y , respectivamente. Os valores encontrados como as melhores estimativas \tilde{x}_0 e \tilde{y}_0 de x_0 e y_0 e os respectivos desvios padrões $\sigma_{\tilde{x}_0}$ e $\sigma_{\tilde{y}_0}$ se encontram em duas Tabelas ao final deste tópico (Tópico 3.1).

O quarto passo consiste em estimar o índice estrutural correto de cada fonte. Para isso, foram selecionados subconjuntos (áreas) do campo magnético observado (h) e das estimativas do nível de base (\hat{b}), calculadas utilizando quatro índices estruturais para cada fonte. A escolha das áreas em que foram feitos os cálculos teve como base os patamares observados nas estimativas \hat{z}_0 presumindo um índice estrutural qualquer, o mesmo utilizado para o cálculo das estimativas \hat{x}_0 e \hat{y}_0 , essas áreas abrangem os patamares em \hat{x}_0 e \hat{y}_0 . Na Figura 3.8 é possível observar as áreas selecionadas, em vermelho, para o cálculo da menor correlação e, por conseguinte, o índice estrutural correto. A área selecionada abrange todo o patamar até uma região em que as bordas deixam de ser planos inclinados e o campo se torna quase constante, condição necessária para a metodologia proposta por Barbosa *et al.* (1999).

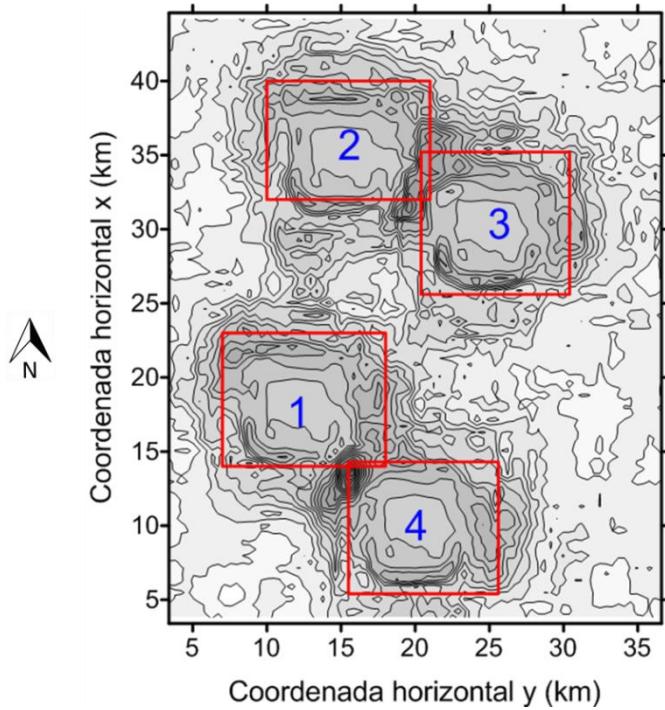


Figura 3.8 – Áreas selecionadas em vermelho, sobre as estimativas \hat{z}_0 presumindo um índice estrutural qualquer, utilizadas para o cálculo do índice estrutural correto, via método da menor correlação 3D entre o nível de base e campo magnético observado. Os números 1 a 4 indicam as áreas onde serão calculadas as correlações $h \times \hat{b}$ mostradas nas Tabelas 3.2 à 3.5.

As Tabelas 3.2 a 3.5 mostram os valores das correlações e os respectivos índices estruturais utilizados para cada área identificada pelos números 1 a 4 na Figura 3.8. Em toda essa dissertação o índice estrutural 0.1 é utilizado como aproximação do índice estrutural zero.

Tabela 3.2 – Cálculo da correlação $h \times \hat{b}$ para quatro índices estruturais para a anomalia 1. A área à que se refere esse cálculo se encontra na Figura 3.8.

Anomalia 1	
Índice estrutural	Correlação
0.1	-0.985826
1	-0.969582
2	-0.875548
3	-0.304303

Tabela 3.3 – Cálculo da correlação $h \times \hat{b}$ para quatro índices estruturais para a anomalia 2. A área à que se refere esse cálculo se encontra na Figura 3.8.

Anomalia 2	
Índice estrutural	Correlação
0.1	-0.986186
1	-0.970859
2	-0.877497
3	-0.255848

Tabela 3.4 – Cálculo da correlação $h \times \hat{b}$ para quatro índices estruturais para a anomalia 3. A área à que se refere esse cálculo se encontra na Figura 3.8.

Anomalia 3	
Índice estrutural	Correlação
0.1	-0.986583
1	-0.973198
2	-0.891456
3	-0.299285

Tabela 3.5 – Cálculo da correlação $h \times \hat{b}$ para quatro índices estruturais para a anomalia 4. A área à que se refere esse cálculo se encontra na Figura 3.8.

Anomalia 4	
Índice estrutural	Correlação
0.1	-0.987639
1	-0.978591
2	-0.921717
3	-0.355641

Para todas as áreas em que foram feitos os cálculos das correlações é possível observar que as menores correlações, em valor absoluto, correspondem aos índices

estruturais 3, referentes a fontes dipolares (esféricas), condizentes com as quatro fontes sintéticas simuladas neste teste.

No quinto e último passo do método são obtidas as melhores estimativas das posições verticais de cada fonte. Para isso foi aplicada a deconvolução de Euler 3D, usando a melhor estimativa para o índice estrutural ($\eta = 3$). Como todas as fontes têm o mesmo índice estrutural é gerado apenas um mapa das estimativas \hat{z}_0 contra as coordenadas x e y do centro da janela móvel de dados (Figura 3.9).

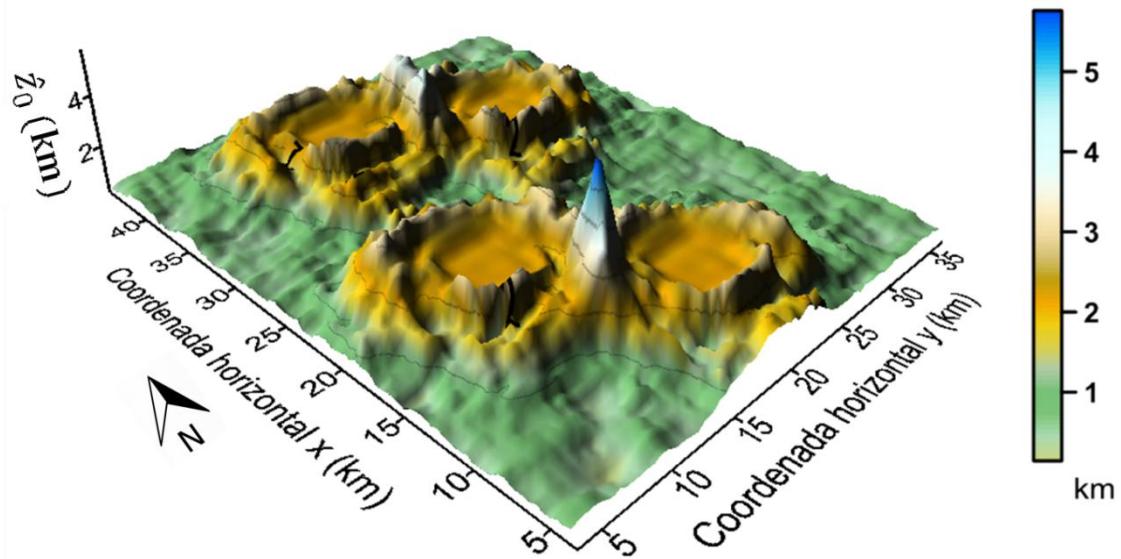


Figura 3.9 - Estimativas \hat{z}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos para dados magnéticos (Figura 3.1) produzidos por quatro esferas usando o índice estrutural correto ($\eta = 3$). Note que nos 4 patamares as estimativas estão próximas a $\hat{z}_0 = 2$ km.

Com as estimativas corretas \hat{z}_0 é possível calcular as melhores estimativas das posições verticais das fontes. A melhor estimativa da coordenada dos corpos em \hat{z}_0 é feita calculando-se a média aritmética das estimativas \hat{z}_0 localizadas nas coordenadas das interseções das localizações dos coeficientes angulares \hat{c}_x e \hat{c}_y que tiveram valores próximos à zero ao ajustar polinômios de grau 1 aos patamares em \hat{x}_0 e \hat{y}_0 . A

Figura 3.10, mostra a sobreposição e a Figura 3.11 mostra a interseção dos coeficientes angulares \hat{c}_x e \hat{c}_y próximos à zero.

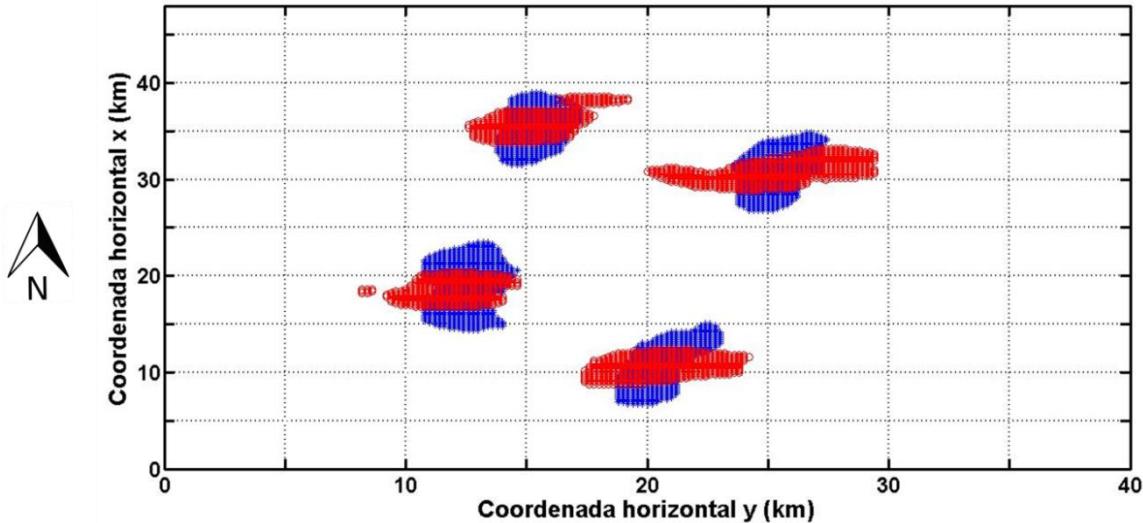


Figura 3.10 - Sobreposição das posições dos coeficientes angulares \hat{c}_x e \hat{c}_y próximos à zero ao ajustar polinômios de grau 1 às estimativas \hat{x}_0 e \hat{y}_0 .

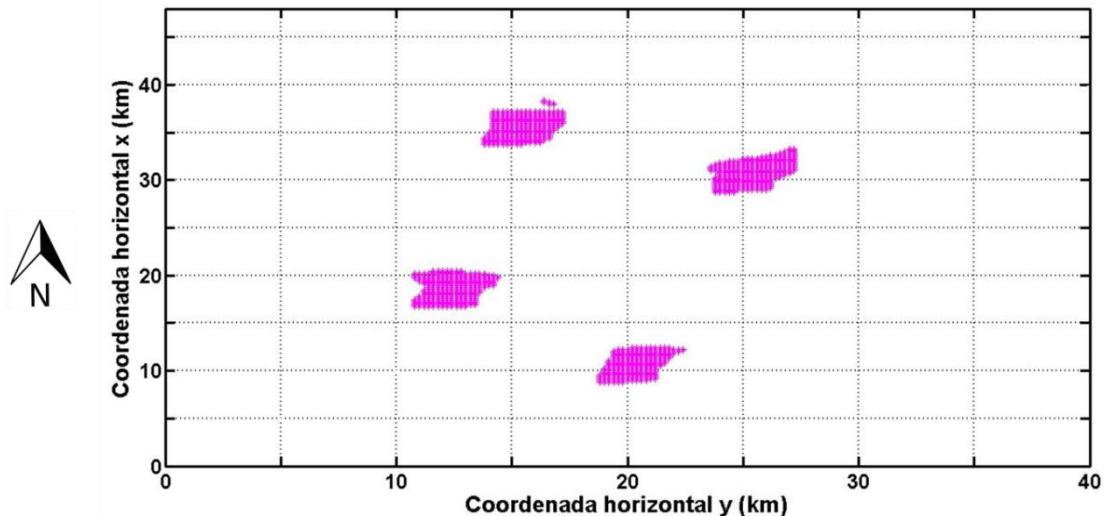


Figura 3.11 - Interseção das posições dos coeficientes angulares \hat{c}_x e \hat{c}_y próximos à zero. As melhores estimativas de profundidade das quatro esferas serão calculadas usando os subconjuntos \hat{z}_0 que caem sobre estas quatro áreas.

Para o cálculo das melhores estimativas de profundidade das quatro esferas, calculamos as médias das estimativas \hat{z}_0 que estão localizadas nas áreas em rosa da

Figura 3.11. As posições verdadeiras (x_0 , y_0 , z_0) e as melhores estimativas para as posições horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) das fontes são mostradas na Tabela 3.6.

Tabela 3.6 - Posições verdadeiras (x_0 , y_0 , z_0) e valores das melhores posições estimadas das coordenadas horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 , \tilde{z}_0) dos centros das quatro esferas.

x_0 (km)	y_0 (km)	z_0 (km)	\tilde{x}_0 (km)	\tilde{y}_0 (km)	\tilde{z}_0 (km)
10	20	2	9.95	20.00	2.07
18	12	2	17.94	11.99	2.08
30	25	2	29.99	25.04	2.10
35	15	2	34.99	14.97	2.08

Na Tabela 3.7 são mostradas as melhores estimativas para as posições horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) das fontes e os respectivos desvios padrões ($\sigma_{\tilde{x}_0}$, $\sigma_{\tilde{y}_0}$ e $\sigma_{\tilde{z}_0}$). Os baixos valores dos desvios padrões asseguram a baixa dispersão das estimativas das posições horizontais e verticais.

Tabela 3.7 - Melhores posições estimadas das coordenadas horizontais e verticais $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0, \tilde{z}_0)$ do centro das quatro esferas e os respectivos desvios padrões ($\sigma_{\tilde{x}_0}, \sigma_{\tilde{y}_0}, \sigma_{\tilde{z}_0}$).

\tilde{x}_0 (km)	\tilde{y}_0 (km)	\tilde{z}_0 (km)	$\sigma_{\tilde{x}_0}$ (km)	$\sigma_{\tilde{y}_0}$ (km)	$\sigma_{\tilde{z}_0}$ (km)
9.95	20.00	2.07	0.10	0.16	0.07
17.94	11.99	2.08	0.05	0.19	0.07
29.99	25.04	2.10	0.20	0.20	0.11
34.99	14.97	2.08	0.18	0.15	0.08

3.2 SENSIBILIDADE DO MÉTODO À PERDA DE INFORMAÇÕES NAS BORDAS CAUSADA PELO PROCEDIMENTO DE JANELAS MÓVEIS

O objetivo deste teste é provar a eficiência do nosso método em selecionar as melhores soluções do método da deconvolução de Euler quando aplicado em uma área reduzida que não cobre a anomalia completamente, devido à perda de informações nas bordas causada pelo procedimento de janelas móveis ao estimar as posições horizontais e verticais com a deconvolução de Euler. Para isso, foi simulada uma anomalia de campo total produzida por duas fontes esféricas com raios de 1 km, intensidade de 4 A/m, inclinação de 90º e declinação de 0º que estão inseridas em um meio não magnético. A localização das duas fontes é mostrada na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 – Coordenadas horizontais e verticais (x_0 , y_0 , z_0) do centro das fontes esféricas simuladas.

Fonte	x_0 (km)	y_0 (km)	z_0 (km)
esfera sudoeste	12	15	3.3
esfera nordeste	24	36	3

O campo magnético (Figura 3.12) foi computado no plano $z = 0$ km numa malha de 42×47 pontos regularmente espaçados de 1 km em ambas as direções x (norte-sul) e y (leste-oeste) usando um nível de base nulo. O campo teórico foi contaminado com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 1 nT.

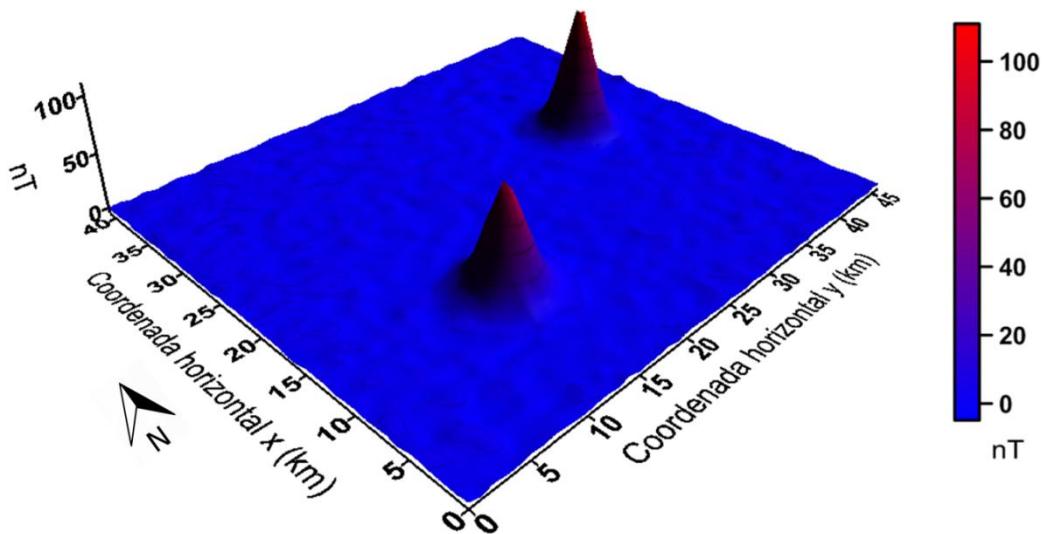


Figura 3.12 – Campo magnético contaminado com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 1 nT produzido por dois dipolos com inclinação de 90° , declinação de 0° , intensidade de magnetização de 4 A/m e raio 1 km, as coordenadas de localização das fontes se encontram na Tabela 3.8.

Usando um índice estrutural qualquer, a deconvolução de Euler 3D foi aplicada por meio de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos varrendo a área limitada por $x \in [3 \text{ km}, 38 \text{ km}]$ e $y \in [9 \text{ km}, 42 \text{ km}]$. Para cada posição da janela móvel de dados, foram obtidas as estimativas das posições horizontais \hat{x}_0 e \hat{y}_0 das fontes, essas estimativas foram plotadas contra as coordenadas x e y do centro da janela móvel de dados nas Figuras 3.13 e 3.14, respectivamente.

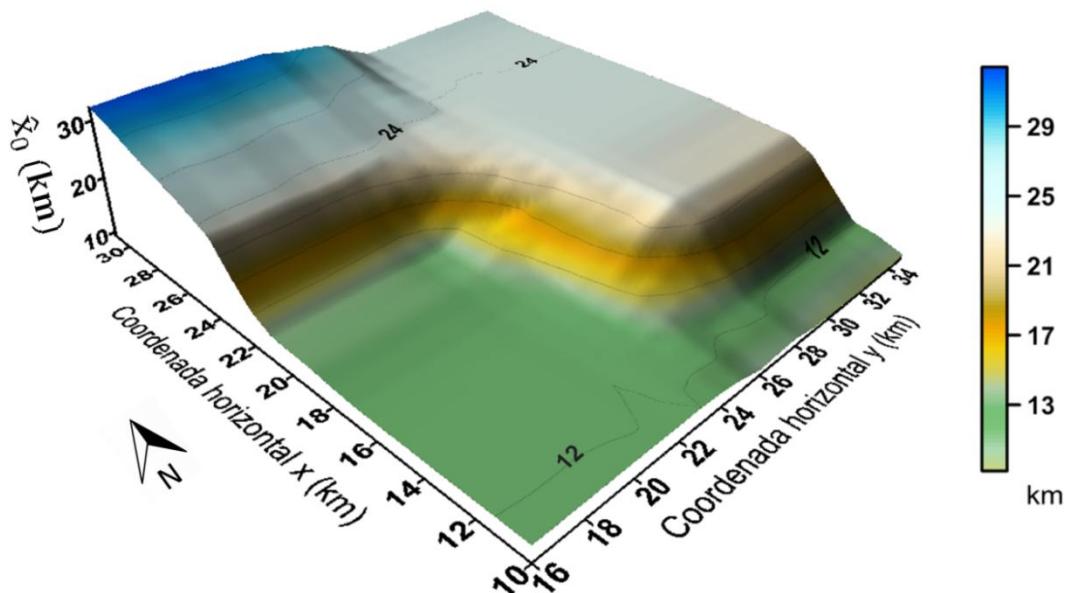


Figura 3.13 - Estimativas \hat{x}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos para dados magnéticos (Figura 3.12) produzidos por duas esferas. Note dois patamares formados pelas estimativas $\hat{x}_0 = 12$ e $\hat{x}_0 = 24$.

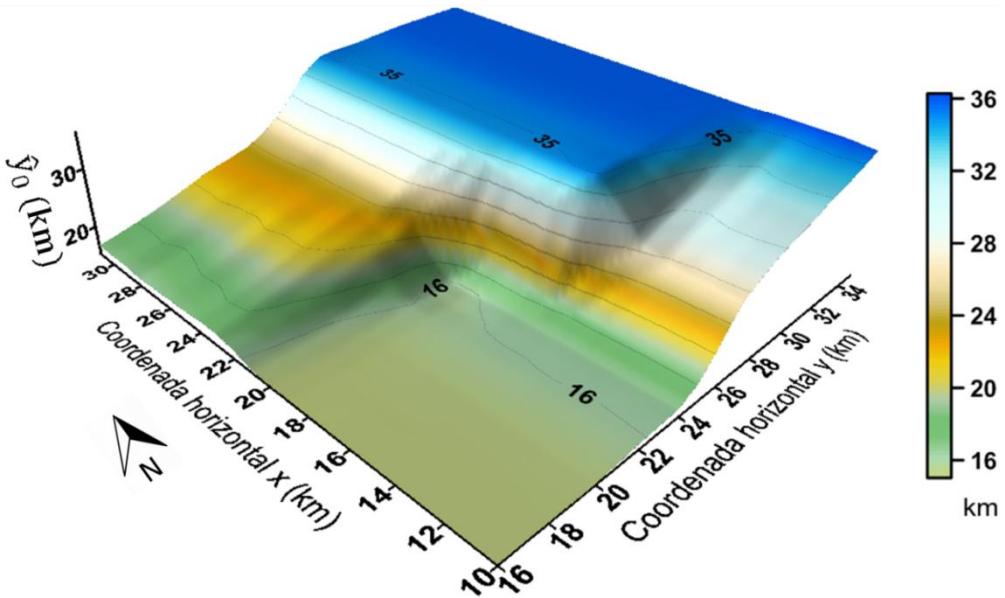


Figura 3.14 - Estimativas \hat{y}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos para dados magnéticos (Figura 3.12) produzidos por duas esferas. Note dois patamares formados pelas estimativas $\hat{y}_0 = 16$ e $\hat{y}_0 = 35$.

Com as estimativas horizontais é possível verificar a ocorrência de dois patamares, muito bem definidos em $\hat{x}_0 = 12$ e $\hat{x}_0 = 24$ (Figura 3.13) e em $\hat{y}_0 = 16$ e $\hat{y}_0 = 35$ (Figura 3.14). Visualmente verificamos que estes patamares se aproximam dos valores das posições verdadeiras x_0 e y_0 das coordenadas horizontais dos corpos, mostradas na Tabela 3.8.

Após a aplicação da deconvolução de Euler é possível notar que os mapas das estimativas \hat{x}_0 (Figura 3.13) e \hat{y}_0 (Figura 3.14) tiveram suas áreas reduzidas devido ao uso de janelas móveis no processamento, com os grids sendo limitados por $x \in [10 \text{ km}, 31 \text{ km}]$ e $y \in [16 \text{ km}, 35 \text{ km}]$. Na Figura 3.15 é possível ver a relação entre o grid do campo simulado, a área utilizada para a aplicação da deconvolução de Euler (retângulo externo às anomalias) e a área disponível após a aplicação da deconvolução de Euler 3D (retângulo tracejado). Observe que após a aplicação da deconvolução de Euler a área resultante (retângulo tracejado) não inclui completamente as duas anomalias.

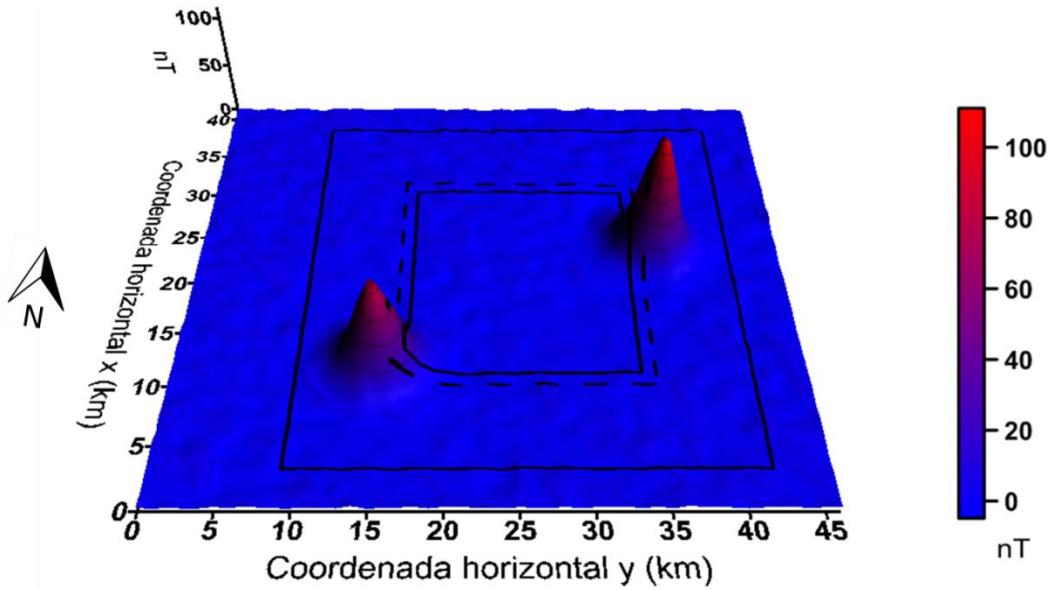


Figura 3.15 - Relação entre o grid do campo simulado, a área utilizada para aplicação da deconvolução de Euler (retângulo externo às anomalias), a área disponível após a aplicação da deconvolução de Euler 3D (retângulo tracejado) e a área disponível após o ajuste polinomial (retângulo contínuo, interno às anomalias). É possível notar que as posições referentes às localizações verdadeiras das fontes (Tabela 3.8) não estão contidas e as anomalias estão parcialmente contidas no grid após a aplicação da deconvolução de Euler 3D (retângulo tracejado), isto é, na malha em que foi aplicado o método proposto nesse trabalho.

Para obter as melhores estimativas das posições horizontais foram ajustados polinômios de primeiro grau às estimativas \hat{x}_0 e \hat{y}_0 por meio de uma janela móvel de 3 x 3 pontos varrendo uma área limitada a $x \in [10 \text{ km}, 31 \text{ km}]$ e $y \in [16 \text{ km}, 35 \text{ km}]$. Na Figura 3.15 é possível ver a relação entre a área do grid utilizado para o ajuste polinomial (retângulo tracejado) e a área disponível após o ajuste polinomial (retângulo contínuo, interno às anomalias). Neste teste aplicamos uma janela móvel com menos pontos do que o teste anterior devido ao maior espaçamento e reduzido número de observações. Para cada janela móvel foram estimados os coeficientes polinomiais \hat{c}_x (Figura 3.16) e \hat{c}_y (Figura 3.17).

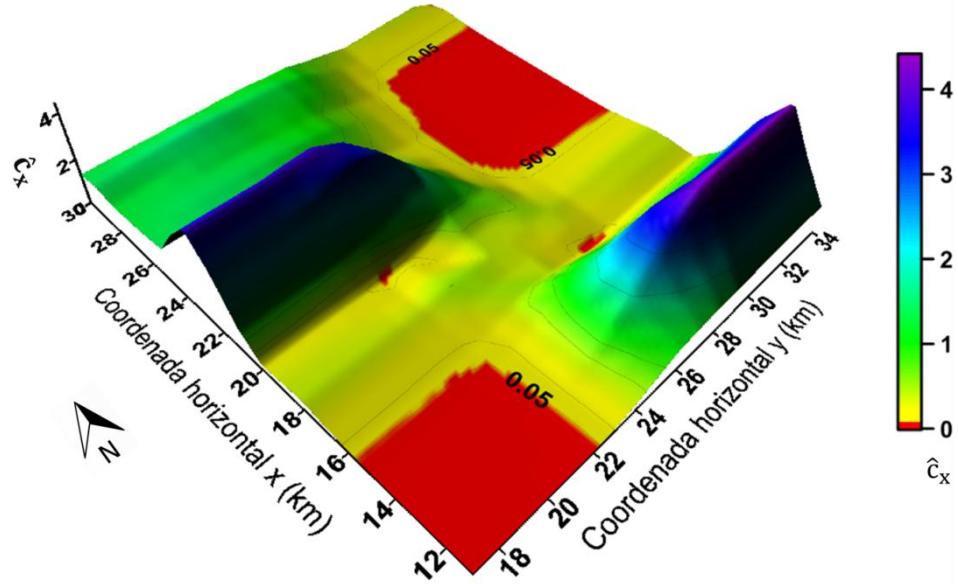


Figura 3.16 - Estimativas dos coeficientes angulares \hat{c}_x contra as coordenadas x e y .

Note que os patamares destacados em vermelho têm coeficientes angulares próximos à zero, entre 0 e 0.05.

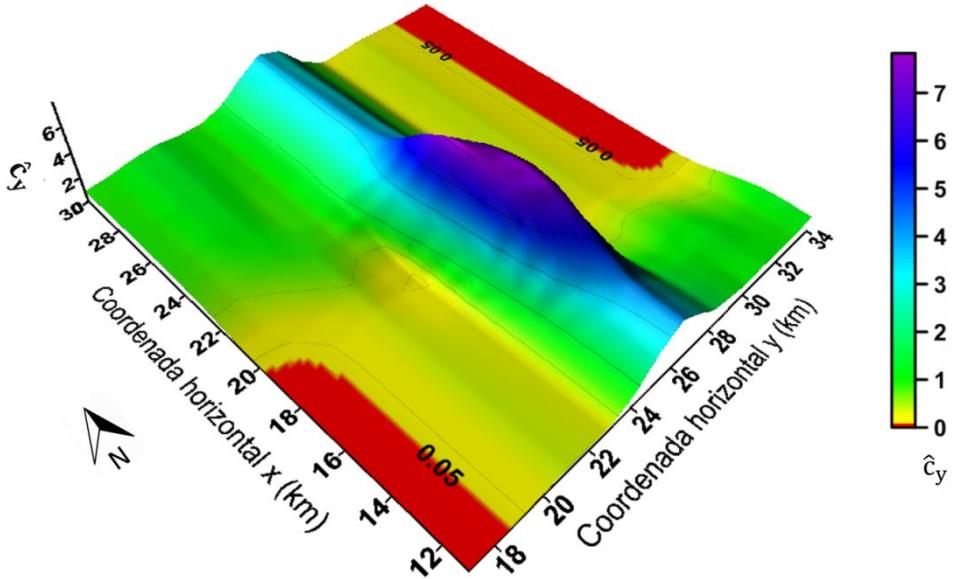


Figura 3.17 - Estimativas dos coeficientes angulares \hat{c}_y contra as coordenadas x e y .

Note que os patamares destacados em vermelho têm coeficientes angulares próximos à zero, entre 0 e 0.05.

Nas Figuras 3.16 e 3.17 é possível notar que mesmo em um grid reduzido, que não contém as fontes e em que a anomalia é parcialmente coberta (retângulo tracejado da Figura 3.15), o ajuste polinomial pode identificar dois patamares nas regiões próximas as anomalias, estas regiões foram destacadas em vermelho e representam as áreas em que os coeficientes angulares \hat{c}_x e \hat{c}_y são valores próximos à zero (entre 0 e 0.05). As médias aritméticas das estimativas \hat{x}_0 e \hat{y}_0 calculadas sobre estas regiões de ajustes polinomiais próximos a zero são as melhores estimativas das posições horizontais das fontes e juntamente com os respectivos desvios padrões se encontram em duas Tabelas ao final deste tópico (Tópico 3.2).

Para determinar o índice estrutural (η) correto de cada fonte é utilizado o mesmo procedimento do teste anterior. Os valores de correlação e os respectivos índices estruturais utilizados para cada anomalia se encontram nas Tabelas 3.9 e 3.10.

Tabela 3.9 – Cálculo da correlação $h \times \hat{b}$ utilizando quatro índices estruturais para a anomalia a sudoeste (Figura 3.12).

Anomalia a sudoeste	
Índice estrutural	Correlação
0.1	-0.657816
1	-0.525090
2	-0.520867
3	-0.504875

Tabela 3.10 – Cálculo da correlação $h \times \hat{b}$ utilizando quatro índices estruturais para a anomalia a nordeste (Figura 3.12).

Anomalia a nordeste	
Índice estrutural	Correlação
0.1	-0.429108
1	-0.238062
2	-0.218999
3	-0.184298

Para todas as áreas em que foi feito o cálculo das correlações é possível observar que as menores correlações, em valor absoluto, correspondem aos índices estruturais 3, referentes a fontes dipolares, condizentes com as fontes esféricas simuladas. Pelo fato das duas fontes terem os mesmos índices estruturais é gerado apenas um mapa com as estimativas \hat{z}_0 contra as coordenadas x e y do centro da janela móvel de dados pela deconvolução de Euler (Figura 3.18).

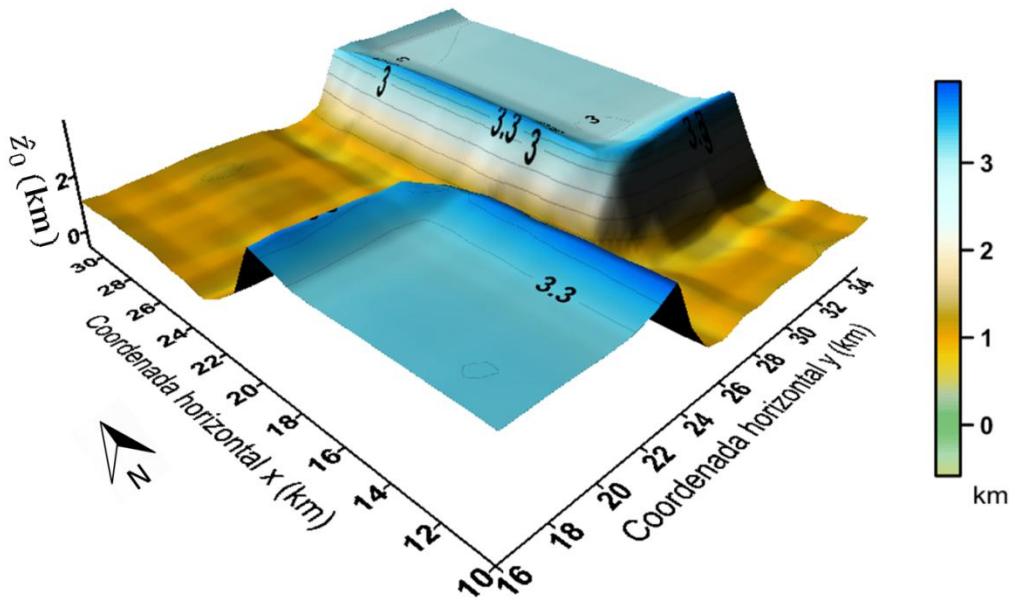


Figura 3.18 - Estimativas \hat{z}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos para dados magnéticos (Figura 3.15) produzidos por duas esferas sintéticas, usando o índice estrutural correto ($\eta = 3$). Note que os dois patamares são formados por estimativas de z_0 próximas às coordenadas verticais verdadeiras das fontes, $z_0 = 3.3 \text{ km}$ e $z_0 = 3 \text{ km}$ (Tabela 3.8).

Na Figura 3.18 notamos que os valores que formam os dois patamares estimados em \hat{z}_0 são consistentes com os valores de $z_0 = 3.3 \text{ km}$ e $z_0 = 3 \text{ km}$, que são as posições verticais verdadeiras das duas fontes. Para obter a melhor posição vertical \hat{z}_0 para cada fonte é calculada a média aritmética das estimativas \hat{z}_0 localizadas nas coordenadas das interseções dos coeficientes angulares \hat{c}_x e \hat{c}_y que tiverem valores próximos à zero ao ajustar polinômios de grau 1 aos patamares em \hat{x}_0 e \hat{y}_0 , respectivamente. As posições verdadeiras (x_0 , y_0 e z_0) e as melhores estimativas para as posições horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) das fontes são mostradas na Tabela 3.11.

Tabela 3.11 - Posições verdadeiras (x_0 , y_0 , z_0) e valores das melhores posições estimadas das coordenadas horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 , \tilde{z}_0) dos centros das fontes esféricas simuladas.

Fonte	x_0 (km)	y_0 (km)	z_0 (km)	\tilde{x}_0 (km)	\tilde{y}_0 (km)	\tilde{z}_0 (km)
esfera a sudoeste	12	15	3.3	12.02	15.02	3.29
esfera a nordeste	24	36	3	23.97	35.93	3.05

Na Tabela 3.12 é possível observar as melhores estimativas para as posições horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) das fontes e os respectivos desvios padrões ($\sigma_{\tilde{x}_0}$, $\sigma_{\tilde{y}_0}$ e $\sigma_{\tilde{z}_0}$). Os baixos valores dos desvios padrões asseguram a baixa dispersão das estimativas horizontais e verticais.

Tabela 3.12 - Melhores posições estimadas das coordenadas horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 , \tilde{z}_0) das fontes esféricas simuladas e os respectivos desvios padrões ($\sigma_{\tilde{x}_0}$, $\sigma_{\tilde{y}_0}$, $\sigma_{\tilde{z}_0}$).

Fonte	\tilde{x}_0 (km)	\tilde{y}_0 (km)	\tilde{z}_0 (km)	$\sigma_{\tilde{x}_0}$ (km)	$\sigma_{\tilde{y}_0}$ (km)	$\sigma_{\tilde{z}_0}$ (km)
esfera a sudoeste	12.02	15.02	3.29	0.05	0.04	0.01
esfera a nordeste	23.97	35.93	3.05	0.07	0.02	0.02

A característica mais marcante nesse teste é que as melhores estimativas horizontais e verticais das posições das fontes (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) são quase coincidentes com as posições verdadeiras (x_0 , y_0 e z_0) apesar de o método ter sido aplicado em uma área que não contém as fontes e cobre parcialmente as anomalias (retângulo tracejado na Figura 3.15).

3.3 SENSIBILIDADE DO MÉTODO A FONTES COM DIFERENTES GEOMETRIAS E A SINAIS INTERFERENTES

Nesse último teste o objetivo é avaliar a sensibilidade do método, para isso o teste foi dividido em duas partes. Na primeira parte do teste um campo magnético foi gerado por duas fontes com geometrias diferentes: um dipolo e uma linha de dipolos semi-infinita. Isto significa que estas fontes têm índices estruturais diferentes. Por simplicidade estabelecemos que estas fontes se encontram na mesma profundidade. Na segunda parte deste teste a distância horizontal entre os corpos foi gradualmente diminuída com o intuito de determinar a validade da metodologia para situações em que os sinais são interferentes. Os resultados foram avaliados para sinais com interferência baixa, média e alta. Para tanto, nesses testes a relação entre a razão de separação das fontes e a profundidade (d/z_0) varia. Em cada teste a estimativa do índice estrutural correto e as melhores estimativas das coordenadas horizontais e verticais das fontes (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) são confrontadas com as coordenadas verdadeiras das fontes (x_0 , y_0 e z_0).

3.3.1 FONTES COM GEOMETRIAS DIFERENTES

Neste teste a anomalia de campo total inserida em um meio não magnético e contaminada com ruído pseudoaleatório é produzida por duas fontes: uma esférica (produzida por um dipolo) com raio de 1 km e uma cilíndrica horizontal semi-infinita (produzida por uma linha horizontal de dipolos) com raios de 0.2 km, ambas com inclinação de 90° e declinação de 0°. A fonte esférica tem intensidade de

magnetização de 4 A/m e a fonte cilíndrica horizontal semi-infinita tem intensidade de magnetização de 1 A/m, a localização dessas fontes é mostrada na Tabela 3.13.

Tabela 3.13 – Coordenadas horizontais e verticais (x_0 , y_0 , z_0) dos centros da fonte esférica e da cilíndrica horizontal semi-infinita, respectivamente.

Fonte	x_0 (km)	y_0 (km)	z_0 (km)
esfera	20	24	2
cilindro horizontal semi infinito	20	64*	2

*A localização horizontal da fonte cilíndrica ao longo do eixo y vai de 64 km ao infinito.

O campo magnético (Figura 3.19) foi computado no plano $z = 0$ km numa malha de 250 x 400 pontos regularmente espaçados de 0.2 km em ambas as direções x (norte-sul) e y (leste-oeste) usando um nível de base nulo. O campo teórico foi contaminado com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 0.4 nT.

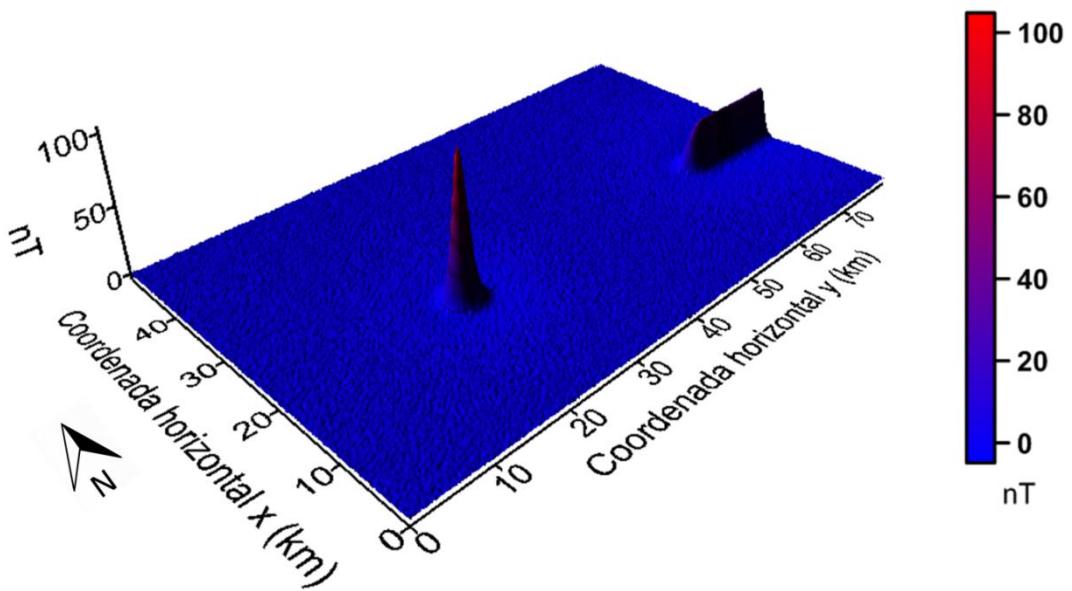


Figura 3.19 – Campo magnético contaminado com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 0.4 nT, gerado por um dipolo (anomalia a oeste) e uma linha de dipolos (anomalia a leste) com intensidade de magnetização 1 e 4 A/m e raio 1 e 0.2 km, respectivamente, ambos com inclinação de 90º e declinação de 0º.

Usando um índice estrutural qualquer, a deconvolução de Euler 3D foi aplicada por meio de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos varrendo a área limitada por $x \in [3 \text{ km}, 47 \text{ km}]$ e $y \in [3 \text{ km}, 77 \text{ km}]$, para cada posição da janela móvel de dados, foram obtidas as estimativas das posições horizontais \hat{x}_0 e \hat{y}_0 das fontes, essas estimativas foram plotadas contra as coordenadas x e y do centro da janela móvel de dados nas Figuras 3.20 e 3.21, respectivamente.

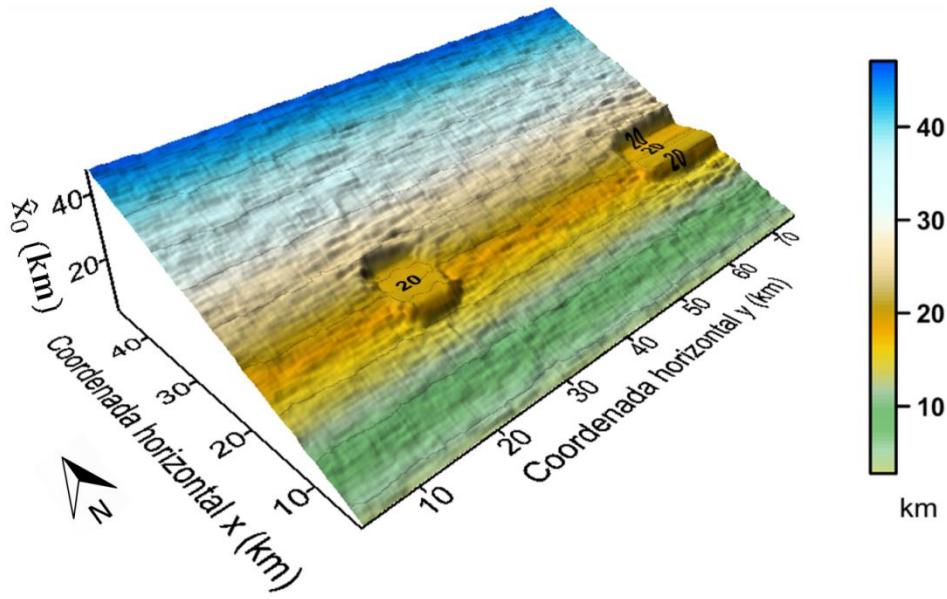


Figura 3.20 - Estimativas \hat{x}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos para dados magnéticos (Figura 3.19) produzidos por uma esfera e um cilindro horizontal semi-infinito. Note a presença de dois patamares, ambos formados por estimativas $\hat{x}_0 = 20$ km.

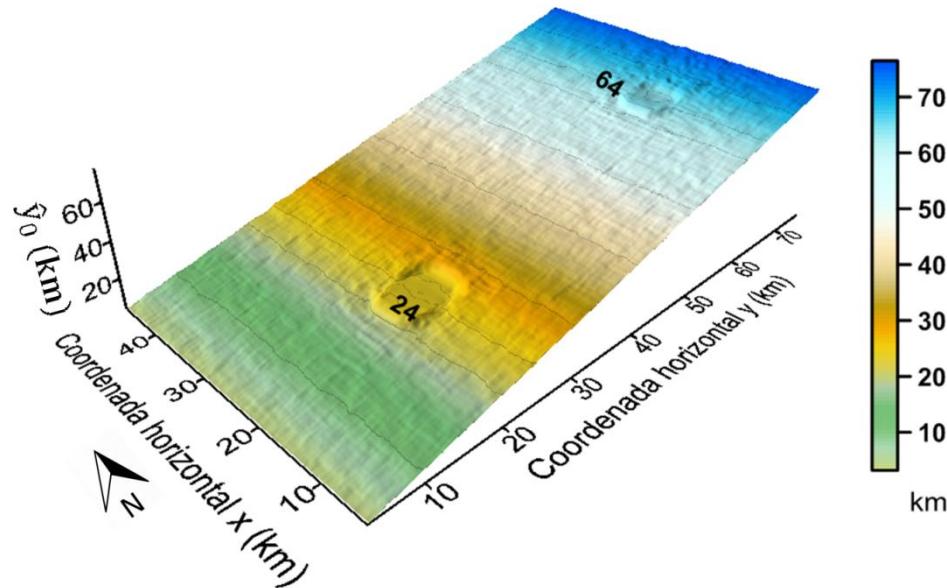


Figura 3.21 - Estimativas \hat{y}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos para dados magnéticos (Figura 3.19) produzidos por uma esfera e um cilindro horizontal semi-infinito. Note a presença de dois patamares, formados por estimativas $\hat{y}_0 = 24$ km e $\hat{y}_0 = 64$ km.

Com as estimativas horizontais \hat{x}_0 (Figura 3.20) e \hat{y}_0 (Figura 3.21) é possível verificar a ocorrência de dois patamares em $\hat{x}_0 = 20$ km e em $\hat{y}_0 = 24$ km e $\hat{y}_0 = 64$ km. Note que os valores desses patamares estimam corretamente os valores das posições verdadeiras x_0 e y_0 apresentadas na Tabela 3.13.

Após estimar \hat{x}_0 e \hat{y}_0 são feitos os ajustes polinomiais para determinar os locais em que os coeficientes angulares são próximos de zero. O cálculo do ajuste do polinômio de grau 1 aos dados provenientes da Deconvolução de Euler 3D se deu por meio de uma janela móvel de 15×15 pontos varrendo uma área limitada a $x \in [4.8$ km, 45.2 km] e $y \in [4.8$ km, 74.2 km]. Os coeficientes estimados \hat{c}_x e \hat{c}_y são mostrados nas Figuras 3.22 e 3.23, respectivamente.

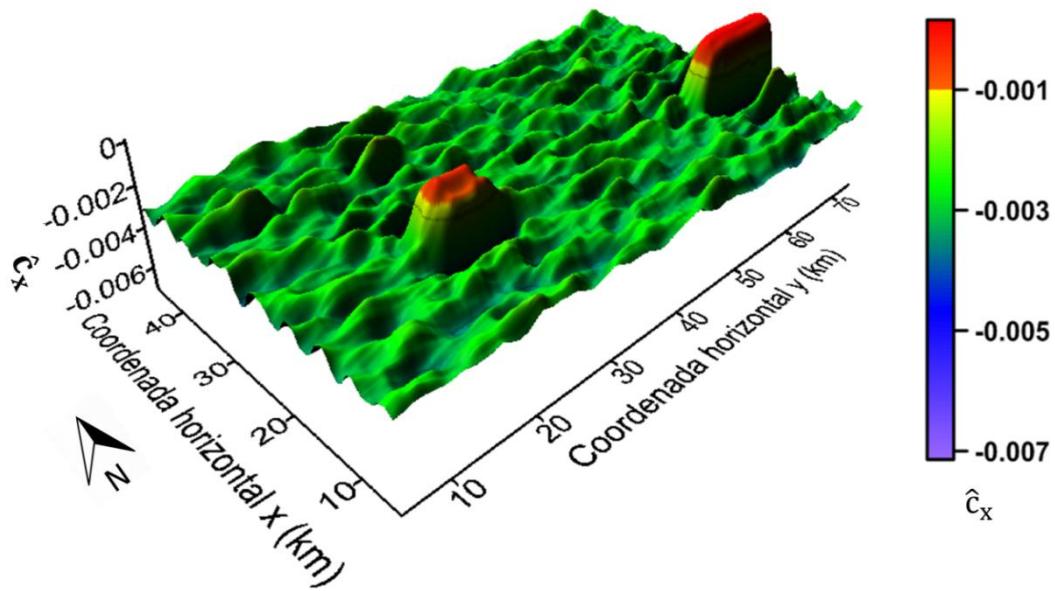


Figura 3.22 - Estimativas dos coeficientes angulares \hat{c}_x contra as coordenadas x e y . Note que nos patamares destacados em vermelho os valores dos coeficientes angulares estão próximos à zero (entre 0 e -0.001).

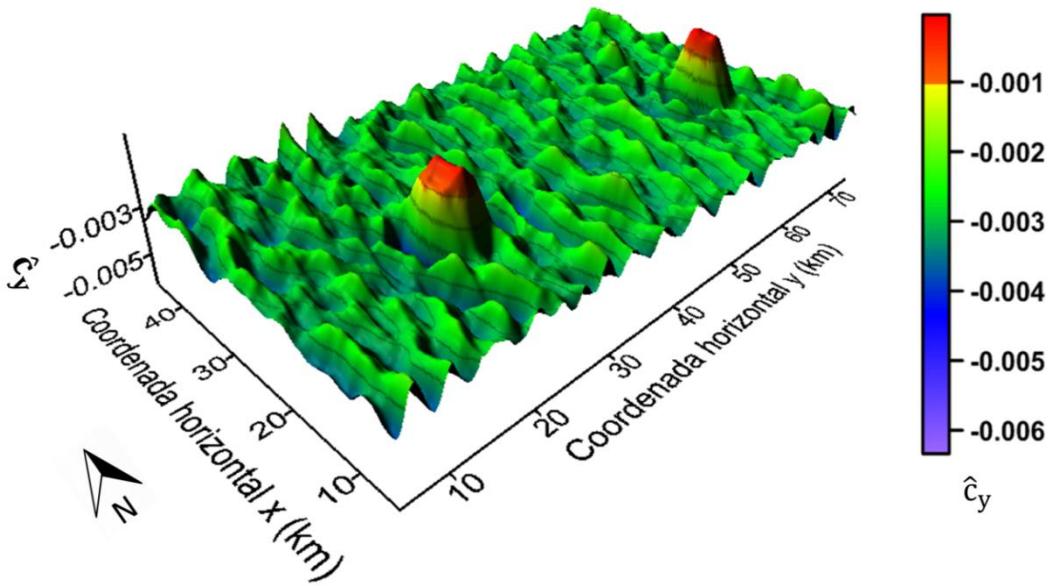


Figura 3.23 - Estimativas dos coeficientes angulares \hat{c}_y contra as coordenadas x e y .

Note que nos patamares destacados em vermelho os valores dos coeficientes angulares estão próximos à zero (entre 0 e -0.001).

Nas Figuras 3.22 e 3.23 notamos duas áreas destacadas em vermelho em que os ajustes polinomiais têm coeficientes angulares próximos à zero. Especificamente, nestas áreas \hat{c}_x e \hat{c}_y estão entre 0 e -0.001. As coordenadas horizontais x e y de \hat{c}_x e \hat{c}_y nessas regiões destacadas identificam os patamares em \hat{x}_0 (Figura 3.20) e \hat{y}_0 (Figura 3.21), respectivamente. Para determinar a melhor estimativa da posição dos corpos em \hat{x}_0 e \hat{y}_0 é feita a média aritmética de todos os valores \hat{x}_0 e \hat{y}_0 que se encontram localizados nas regiões ressaltadas em vermelho nas Figuras 3.22 e 3.23. As duas Tabelas ao final deste tópico (Tópico 3.3.1) mostram que as melhores estimativas \tilde{x}_0 e \tilde{y}_0 estão próximas dos valores verdadeiros x_0 e y_0 e que os respectivos desvios padrões $\sigma_{\tilde{x}_0}$ e $\sigma_{\tilde{y}_0}$ mostram a pouca dispersão dessas estimativas.

Para estimar o índice estrutural (η) correto das fontes que produzem a anomalia foi utilizado o mesmo procedimento descrito anteriormente. Os valores de correlação e os respectivos índices estruturais utilizados para cada anomalia utilizando um conjunto de valores tentativos para η se encontram nas Tabelas 3.14 e 3.15.

Tabela 3.14 – Cálculo da correlação $h \times \hat{b}$ utilizando quatro índices estruturais para a anomalia gerada por uma fonte esférica (a oeste na Figura 3.19).

Fonte esférica	
Índice estrutural	Correlação
0.1	-0.983013
1	-0.959187
2	-0.816050
3	-0.138968

Tabela 3.15 – Cálculo da correlação $h \times \hat{b}$ utilizando quatro índices estruturais para a anomalia gerada por uma fonte cilíndrica horizontal semi-infinita (a leste na Figura 3.19).

Fonte cilíndrica horizontal semi infinita	
Índice estrutural	Correlação
0.1	-0.981108
1	-0.886715
2	-0.213638
3	0.540514

Nas áreas em que foram feitos os cálculos das correlações é possível observar que as menores correlações, em valor absoluto, para a anomalia a oeste

correspondem ao índice estrutural 3, referentes a fontes esféricas, e para a anomalia a leste correspondem ao índice estrutural 2, referente à linha de dipolos. Na Figura 3.19 notamos que a anomalia se comporta como um cilindro horizontal infinito para a maior parte da região dos patamares e por isso o índice estrutural 2 será aceito como o índice correto, já que é o índice com menor correlação. Com isso, foi feita a deconvolução de Euler 3D para ambos os índices e gerados dois mapas de \hat{z}_0 , mostrados nas Figuras 3.24 (usando o índice estrutural $\eta = 2$) e 3.25 (usando o índice estrutural $\eta = 3$).

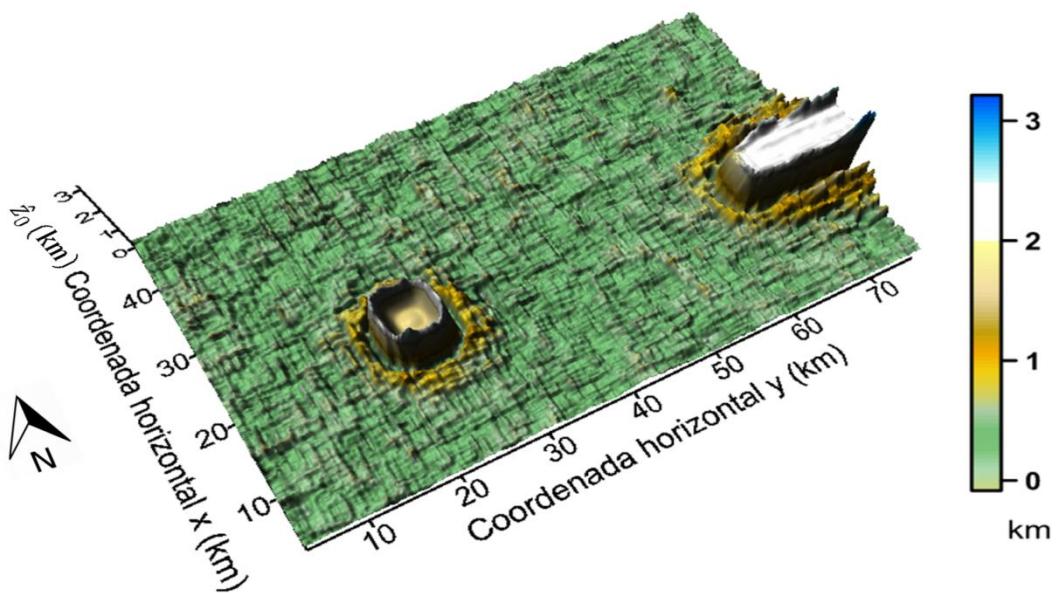


Figura 3.24 - Estimativas \hat{z}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos para dados magnéticos (Figura 3.19) produzidos por um dipolo e uma linha de dipolos, usando-se o índice estrutural com a melhor estimativa ($\eta = 2$). Note que no patamar a leste, as estimativas destacadas são próximas à coordenada verdadeira da fonte cilíndrica horizontal, $z_0 = 2$ km.

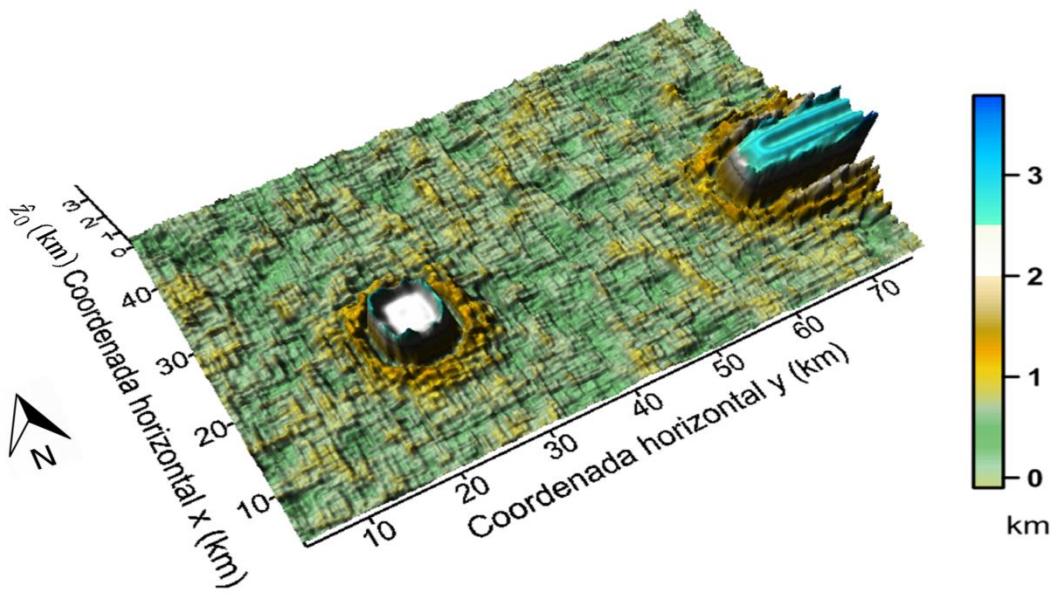


Figura 3.25 - Estimativas \hat{z}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos para dados magnéticos (Figura 3.19) produzidos por um dipolo e uma linha de dipolos, usando-se o índice estrutural com a melhor estimativa ($\eta = 3$). Note que no patamar a oeste, as estimativas destacadas são próximas à coordenada verdadeira da fonte esférica, $z_0 = 2$ km.

Utilizando o índice estrutural correto é possível notar que nas regiões de localização das fontes para os respectivos índices estruturais os valores dos patamares estimados em \hat{z}_0 estão em torno de $\hat{z}_0 = 2$ km, consistentes com os valores de $z_0 = 2$ km que são as posições verticais verdadeiras das duas fontes (Tabela 3.13). Essas áreas estão destacadas em branco para ambos os índices e mostram a dependência do índice estrutural correto para as estimativas \hat{z}_0 , apontado analiticamente por Silva e Barbosa (2003), já que os valores das estimativas \hat{z}_0 nos corpos em que o índice estrutural não é o correto são diferentes dos reais.

Finalmente, a melhores estimativas das posições verticais das fontes \tilde{z}_0 são encontradas calculando-se a média aritmética das interseções dos valores \hat{z}_0 que se encontram nas interseções das localizações dos coeficientes angulares \hat{c}_x e \hat{c}_y destacados nas Figuras 3.22 e 3.23. As posições verdadeiras (x_0 , y_0 e z_0) e as

melhores estimativas para as posições horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) das fontes esférica e cilíndrica horizontal semi-infinita são mostrados na Tabela 3.16.

Tabela 3.16 - Posições verdadeiras (x_0 , y_0 , z_0) e valores das melhores posições estimadas das coordenadas horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 , \tilde{z}_0) das fontes esférica e cilíndrica horizontal.

Fonte	x_0 (km)	y_0 (km)	z_0 (km)	\tilde{x}_0 (km)	\tilde{y}_0 (km)	\tilde{z}_0 (km)
esfera	20	24	2	19.99	24.00	2.07
cilindro	20	64	2	19.99	63.98	2.05

Na Tabela 3.17 é possível observar as melhores estimativas para as posições horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) das fontes e os respectivos desvios padrões ($\sigma_{\tilde{x}_0}$, $\sigma_{\tilde{y}_0}$ e $\sigma_{\tilde{z}_0}$). Os baixos valores dos desvios padrões asseguram a baixa dispersão das estimativas das posições horizontais e verticais.

Tabela 3.17 - Melhores posições estimadas das coordenadas horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 , \tilde{z}_0) das fontes esférica e cilíndrica horizontal e os respectivos desvios padrões ($\sigma_{\tilde{x}_0}$, $\sigma_{\tilde{y}_0}$, $\sigma_{\tilde{z}_0}$).

Fonte	\tilde{x}_0 (km)	\tilde{y}_0 (km)	\tilde{z}_0 (km)	$\sigma_{\tilde{x}_0}$ (km)	$\sigma_{\tilde{y}_0}$ (km)	$\sigma_{\tilde{z}_0}$ (km)
esfera	19.99	24.00	2.07	0.21	0.20	0.02
cilindro	19.99	63.98	2.05	0.05	0.10	0.03

3.3.2 SENSIBILIDADE DO MÉTODO A SINAIS INTERFERENTES

Nesta seção, é investigada a sensibilidade do método para interpretar sinais interferentes produzidos por fontes que são horizontalmente separadas uma da outra por distâncias curtas. É analisada a capacidade do método de recuperar corretamente as posições horizontais e verticais das fontes em seis testes distintos que retratam sinais interferentemente fracos, médios e fortes. Para isso são utilizadas as mesmas fontes sintéticas descritas no tópico anterior (Tópico 3.3.1). Nos testes que apresentaremos as coordenadas $x_0 = 20$ km e $z_0 = 2$ km das fontes terão seus valores originais mantidos e somente as coordenadas y_0 das fontes serão alteradas. Gradualmente as coordenadas y_0 de cada fonte serão relativamente aproximadas, com isso a distância horizontal entre as fontes (d) será menor a cada etapa resultando em anomalias mais fortemente interferentes. A sensibilidade do método será estudada como uma função da razão entre separação e profundidade (d/z_0), que é uma medida adimensional.

Foram simulados seis campos magnéticos contaminados com ruído Gaussiano pseudoaleatório com média nula e desvio padrão de 0.4 nT (Figura 3.26). Na primeira etapa a fonte esférica foi posicionada em $y_0 = 34$ km e a cilíndrica horizontal semi-infinita em $y_0 = 54$ km, como a profundidade de ambas foi mantida em $z_0 = 2$ km, a razão $d/z_0 = 10$. A primeira etapa simula sinais interferentemente fracos (Figura 3.26a) e nas etapas posteriores as fontes são gradualmente aproximadas entre si e os sinais se tornam mais fortemente interferentes. Nas quatro etapas seguintes as fontes tiveram um deslocamento constante em direção à outra de 2 km, resultando em uma diminuição de $d/z_0 = 2$ por etapa, e consequentemente em uma maior interferência do sinal gerado por cada fonte. Através da Figura 3.26 é fácil perceber o aumento da interferência nos sinais produzidos por cada fonte. No último teste em que $d/z_0 = 1$

(Figura 3.26f) a esfera foi posicionada na coordenada $y_0 = 43$ km e o cilindro horizontal semi infinito em $y_0 = 45$ km, gerando um sinal fortemente interferente. Note que o sinal aparece ser produzido por uma única fonte.

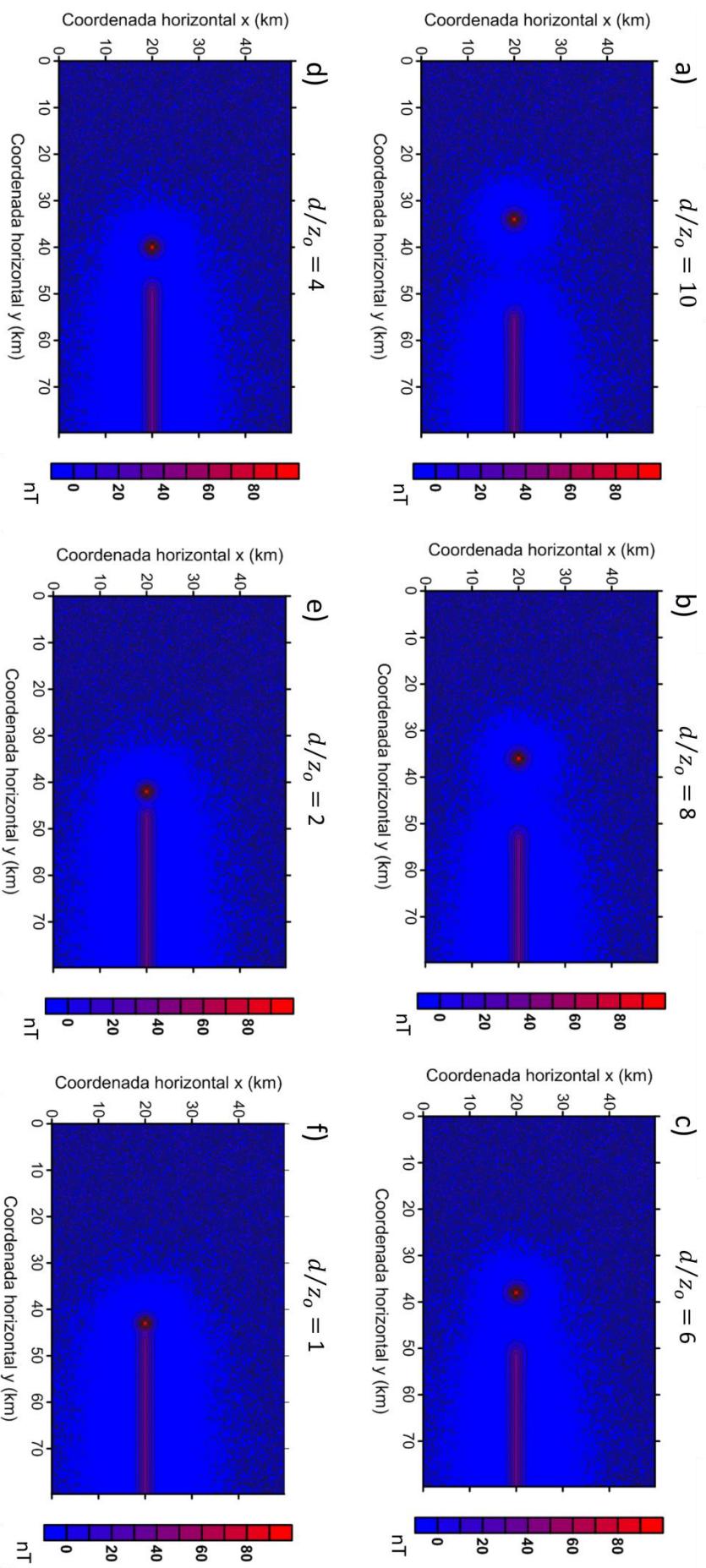


Figura 3.26 – Campos magnéticos gerados por uma esfera e um cilindro horizontal semi-infinito simulando anomalias com (a), (b) e (c) sinais fracamente interferentes, (d) e (e) sinais interferentes e (f) sinais fortemente interferentes. Em todos os testes as coordenadas z_0 e x_0 das fontes foram mantidas constantes e iguais a 2 e 20 km, respectivamente. d/z_0 é a razão entre separação e profundidade das fontes.

Em todos os testes, a deconvolução de Euler foi aplicada utilizando uma janela móvel de dados de 15×15 pontos, assumindo um índice estrutural qualquer. Ao utilizar o método para identificar os patamares nas estimativas \hat{x}_0 e \hat{y}_0 e determinar as melhores estimativas horizontais das fontes \tilde{x}_0 e \tilde{y}_0 é possível perceber que mesmo no caso de anomalias fortemente interferentes $d/z_0 = 1$ (Figura 3.26f) as estimativas \tilde{x}_0 e \tilde{y}_0 são razoavelmente boas (Tabela 3.18) e os valores dos respectivos desvios padrões $\sigma_{\tilde{x}_0}$ e $\sigma_{\tilde{y}_0}$ são baixos (Tabela 3.19).

Para obter as melhores estimativas das coordenadas verticais é necessário determinar o índice estrutural correto de cada fonte. Para isso, foi utilizado o procedimento descrito nos testes anteriores. As Figuras 3.27 e 3.28 mostram os valores dos coeficientes de correlação entre o campo magnético e o nível de base estimado calculados em função da taxa de separação por profundidade (d/z_0) para a fonte esférica e a fonte cilíndrica horizontal, respectivamente. Nas Figuras 3.27 e 3.28 também é possível ver o coeficiente de correlação calculado para o teste do tópico anterior em que $d/z_0 = 20$.

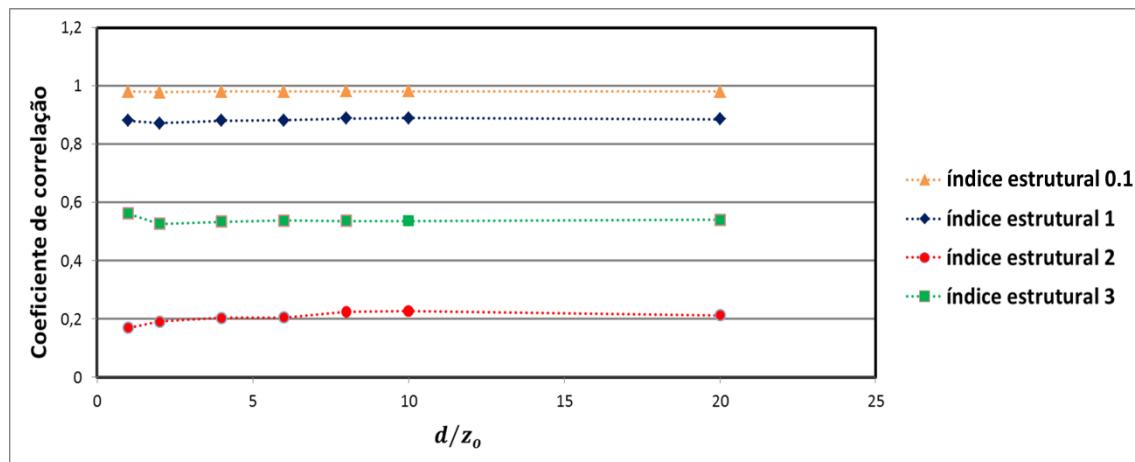


Figura 3.27 - Coeficientes de correlação $h \times \hat{b}$ em função da razão entre a separação e a profundidade d/z_0 sobre a anomalia mais a leste. Note que as menores correlações sempre ocorrem para o índice estrutural $\eta = 2$ (pontos vermelhos).

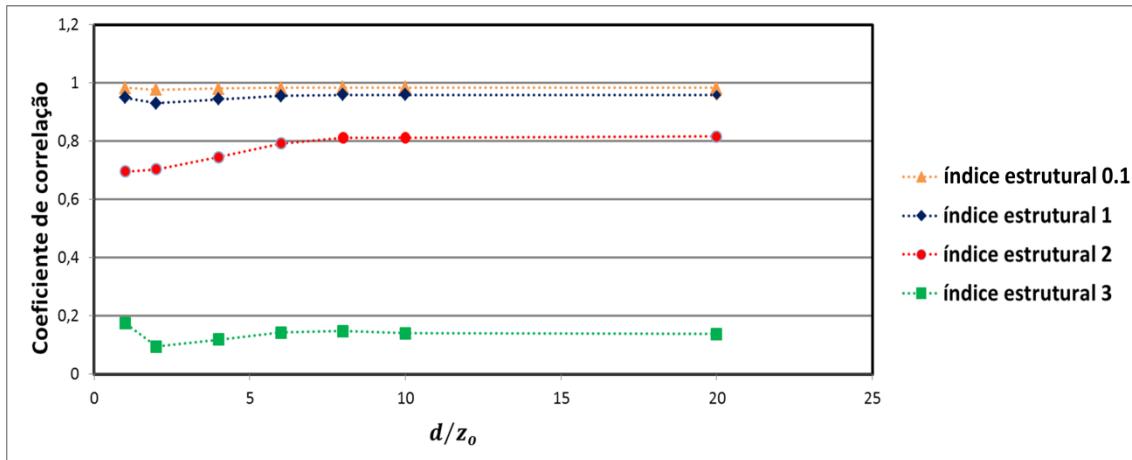


Figura 3.28 - Coeficientes de correlação $h \times \hat{b}$ em função da razão entre a separação e a profundidade d/z_0 calculados sobre a anomalia mais a oeste. Note que as menores correlações sempre ocorrem para o índice estrutural $\eta = 3$ (quadrados verdes).

As Figuras 3.27 e 3.28 mostram que em todos os testes efetuados os menores coeficientes de correlação foram os relacionados aos índices estruturais 2 (pontos vermelhos) e 3 (quadrados verdes), respectivamente. Estes resultados estimam corretamente as geometrias das fontes simuladas em todos os testes. As estimativas do índice estrutural 2 para a anomalia mais a leste (Figura 3.27) indicam corretamente uma fonte horizontal cilíndrica (linha de dipolos). As estimativas do índice estrutural 3 para a anomalia mais a oeste (Figura 3.28) indicam corretamente uma fonte esférica (dipolo). Note que os índices estruturais são corretamente estimados mesmo no caso de sinais fortemente interferentes em que $d/z_0 = 1$.

Com as corretas estimativas dos índices estruturais, a deconvolução de Euler foi aplicada para determinar as melhores estimativas dos corpos em profundidade. A Tabela 3.18 mostra as melhores estimativas em profundidade \tilde{z}_0 de todas as fontes. É importante ressaltar que todas as estimativas de profundidade recuperaram os valores verdadeiros ($z_0 = 2$ km), mesmo no teste em que os sinais são fortemente interferentes (Figura 3.26f), em que $d/z_0 = 1$.

Tabela 3.18 – Posições verdadeiras (x_0 , y_0 e z_0) e melhores soluções estimadas das coordenadas horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) dos centros das fontes esféricas e cilíndricas horizontais em função da diminuição da razão entre separação e profundidade (d/z_0) para as seis anomalias mostradas na Figura 3.26.

Fonte	d/z_0	x_0 (km)	y_0 (km)	z_0 (km)	\tilde{x}_0 (km)	\tilde{y}_0 (km)	\tilde{z}_0 (km)
Esfera	10	20	34	2.0	20.00	34.00	2.07
Esfera	8	20	36	2.0	20.00	35.97	2.08
Esfera	6	20	38	2.0	20.00	37.99	2.08
Esfera	4	20	40	2.0	19.99	39.99	2.07
Esfera	2	20	42	2.0	19.99	42.02	2.07
Esfera	1	20	43	2.0	19.99	42.90	2.10
Cilindro	10	20	54	2.0	19.99	53.93	2.07
Cilindro	8	20	52	2.0	19.99	51.97	2.06
Cilindro	6	20	50	2.0	19.99	49.92	2.05
Cilindro	4	20	48	2.0	19.99	47.93	2.06
Cilindro	2	20	46	2.0	19.99	45.95	2.07
Cilindro	1	20	45	2.0	19.99	43.60	1.90

Na Tabela 3.19 é possível observar as melhores estimativas para as posições horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) das fontes e os respectivos desvios padrões ($\sigma_{\tilde{x}_0}$, $\sigma_{\tilde{y}_0}$ e $\sigma_{\tilde{z}_0}$). Os baixos valores dos desvios padrões asseguram a baixa dispersão das estimativas das posições horizontais e verticais.

Tabela 3.19 – Melhores soluções estimadas das coordenadas horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) das fontes esféricas e cilíndricas horizontais em função da diminuição da razão entre separação e profundidade (d/z_0) para as seis anomalias mostradas na Figura 3.26 e os respectivos desvios padrões ($\sigma_{\tilde{x}_0}$, $\sigma_{\tilde{y}_0}$ e $\sigma_{\tilde{z}_0}$).

Fonte	d/z_0	\tilde{x}_0 (km)	\tilde{y}_0 (km)	\tilde{z}_0 (km)	$\sigma_{\tilde{x}_0}$ (km)	$\sigma_{\tilde{y}_0}$ (km)	$\sigma_{\tilde{z}_0}$ (km)
Esfera	10	20.00	34.00	2.07	0.19	0.20	0.012
Esfera	8	20.00	35.97	2.08	0.20	0.22	0.02
Esfera	6	20.00	37.99	2.08	0.21	0.22	0.02
Esfera	4	19.99	39.99	2.07	0.20	0.23	0.02
Esfera	2	19.99	42.02	2.07	0.37	0.07	0.02
Esfera	1	19.99	42.90	2.10	0.09	0.15	0.03
Cilindro	10	19.99	53.93	2.07	0.05	0.07	0.03
Cilindro	8	19.99	51.97	2.06	0.05	0.12	0.03
Cilindro	6	19.99	49.92	2.05	0.05	0.08	0.03
Cilindro	4	19.99	47.93	2.06	0.05	0.09	0.04
Cilindro	2	19.99	45.95	2.07	0.13	0.10	0.02
Cilindro	1	19.99	43.60	1.90	0.09	0.08	0.13

4 APLICAÇÃO AO DADO REAL – PROVÍNCIA ALCALINA DE GOIÁS

A Província Alcalina de Goiás (PAGO), localizada na borda norte da bacia do Paraná, é resultado de um magmatismo máfico-alcalino que ocorreu no Cretáceo Superior ao longo de um lineamento NW-SE (DUTRA *et al.*, 2012). Esta região é uma das maiores províncias de kamafugitos no mundo (BROD *et al.*, 2005), caracterizando-se por complexos alcalinos máficos-ultramáficos na parte norte (intrusões plutônicas), intrusões alcalinas subvulcânicas na região central (diatremas) e produtos vulcânicos ao sul com vários diques por toda a área, com abundantes fluxos de lava kamafugíticas (JUNQUEIRA-BROD *et al.*, 2005). Essa região foi estudada por diversos autores, que propuseram duas hipóteses sobre a forma e os mecanismos responsáveis pelas intrusões ígneas. Na primeira hipótese defendida por Gomes *et al.* (1990), Danni (1994), Cerqueira e Danni (1994) os corpos ígneos têm estruturas semelhantes a chaminés (*plugs*) que teriam intrudido a crosta usando antigas zonas de fraqueza (como fraturas e falhas pré-existentes). Por outro lado, Junqueira-Brod *et al.* (2005) e Dutra e Marangoni (2009) defendem que as intrusões alcalinas têm a forma esferoidal. Segundo Junqueira-Brod *et al.* (2005) os corpos plutônicos foram intrudidos ao longo do contato entre o embasamento Pré-cambriano e as rochas sedimentares sobrepostas. Essa discordância permitiu a abertura de espaços suficientes para acomodar quantidades relativamente grandes de magma, gerando câmaras magmáticas.

A metodologia proposta foi aplicada em uma área ao norte da PAGO onde é possível observar dois corpos intrusivos alcalinos: Morro do Engenho, um corpo aflorante, e Anomalia 2 (BRASIL, 1974), uma rocha alcalina soterrada por sedimentos Quaternários. Segundo Radaelli (2000), o Complexo do Morro do Engenho é um

complexo de camadas concêntricas, essa intrusão é composta por núcleo de dunito circundado por peridotito e piroxenito. Dutra *et al.* (2012) sugerem ainda uma terceira caracterização para os corpos, em que o complexo Morro do Engenho teria forma esférica enquanto a Anomalia 2 teria a forma cilíndrica vertical (relativa a chaminés). A Figura 4.1 mostra o mapa geológico da parte norte da Província Alcalina de Goiás, onde a área de estudo está marcada com um quadrado. Na Figura 4.1 os números 1 e 2 mostram a localização das anomalias Morro do Engenho e Anomalia 2, respectivamente.

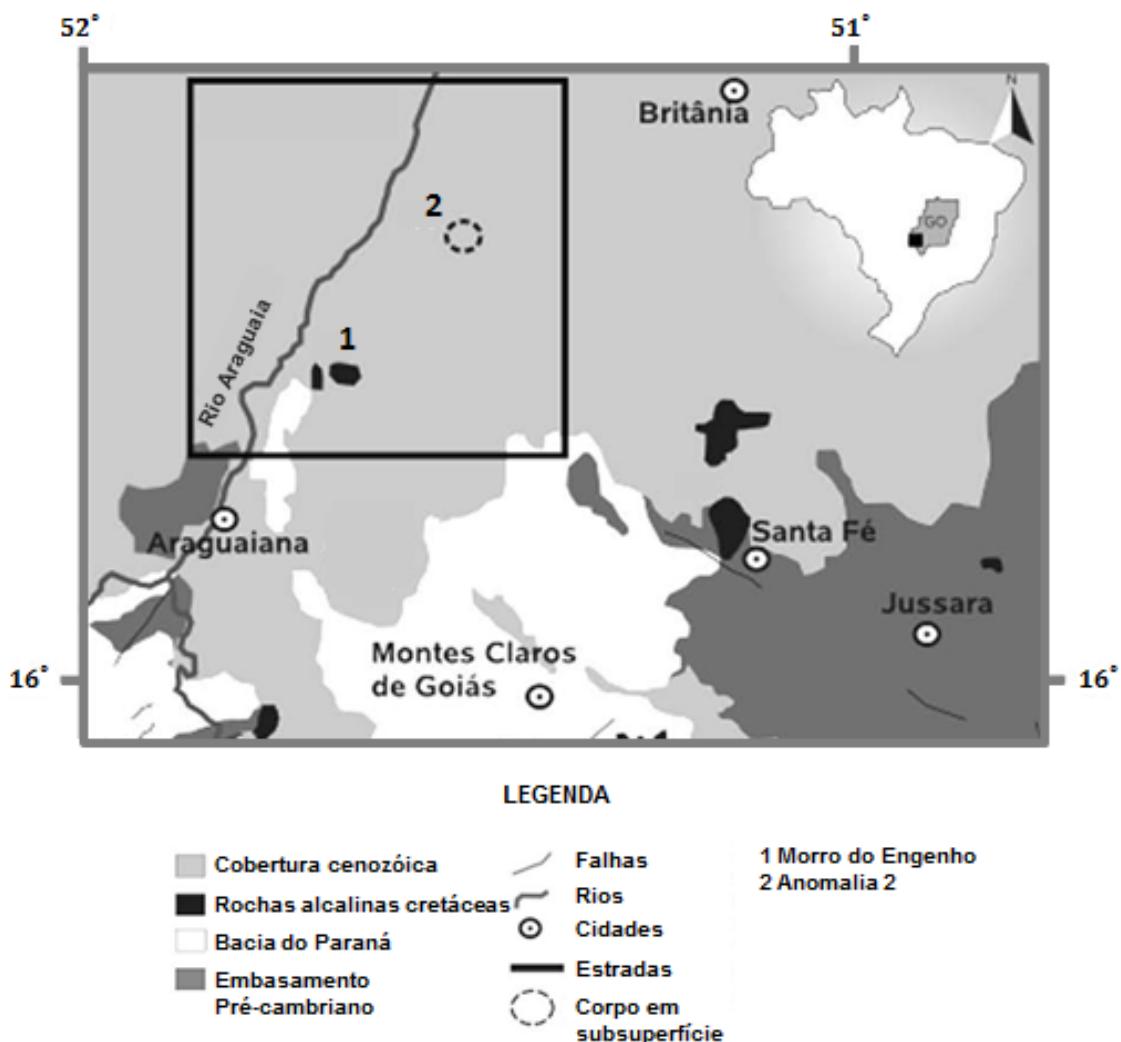


Figura 4.1 - Mapa geológico da Província Alcalina de Goiás, modificado de Dutra e Maragoni (2009). O quadrado mostra a área de estudo e à direita é possível ver a localização geográfica da PAGO sobre o mapa do Brasil.

Os dados aeromagnéticos utilizados para a aplicação do método para estimar as posições horizontais e verticais de fontes magnéticas 3D via deconvolução de Euler são do projeto Iporá (BRASIL, 1974), segundo Dutra e Marangoni (2009) os mapas foram digitalizados em um malha de 1 X 1 km, já que a fita de dados original não estava disponível. O levantamento aerogeofísico teve linhas de vôo N-S espaçadas por 1 km de distância e a altura de vôo foi constante a 150 m.

A Figura 4.2 mostra o campo magnético digitalizado numa malha de 42 x 50 pontos regularmente espaçados de 1 km em ambas as direções x (norte-sul) e y (leste-oeste). Nesta Figura observamos as anomalias Morro do Engenho (ME, a sudoeste) e a Anomalia 2 (A2, a nordeste).

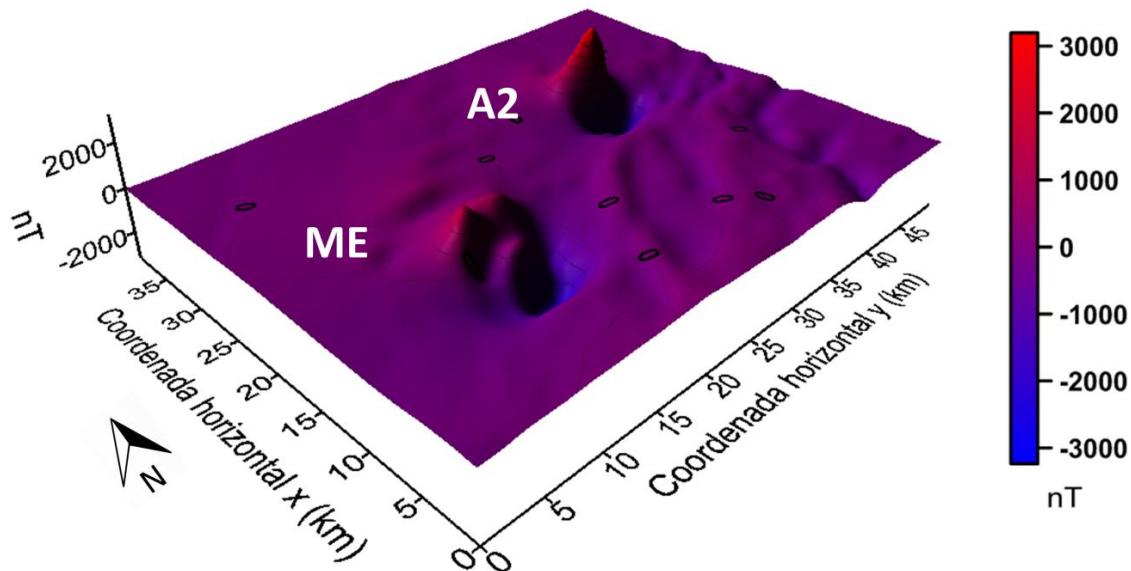


Figura 4.2 – Campo magnético mostrando as anomalias geradas pelo complexo Morro do Engenho (ME à sudoeste) e a Anomalia 2 (A2 à nordeste).

Para obter as melhores estimativas das posições horizontais das fontes dos corpos alcalinos, foi aplicada a deconvolução de Euler 3D usando uma janela móvel de dados de 15 x 15 pontos varrendo a área limitada por $x \in [3 \text{ km}, 38 \text{ km}]$ e $y \in [3 \text{ km}, 42 \text{ km}]$. Usando um índice estrutural qualquer, foram estimadas as posições

horizontais \hat{x}_0 (Figura 4.3) e \hat{y}_0 (Figura 4.4) contra as coordenadas x e y do centro da janela móvel de dados.

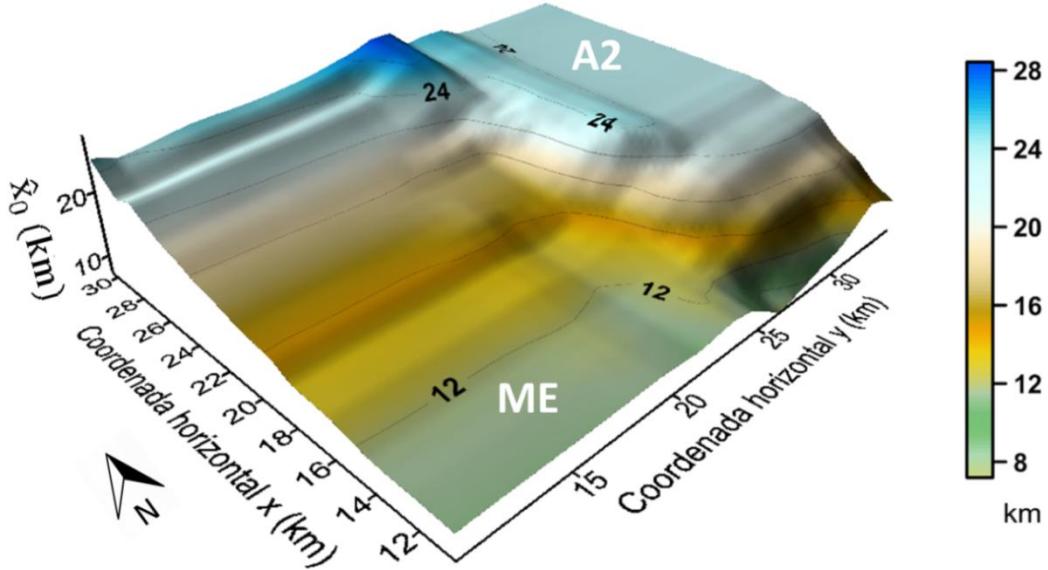


Figura 4.3 - Estimativas \hat{x}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos. Note a presença de dois patamares, um a sudoeste (ME) e outro a nordeste (A2).

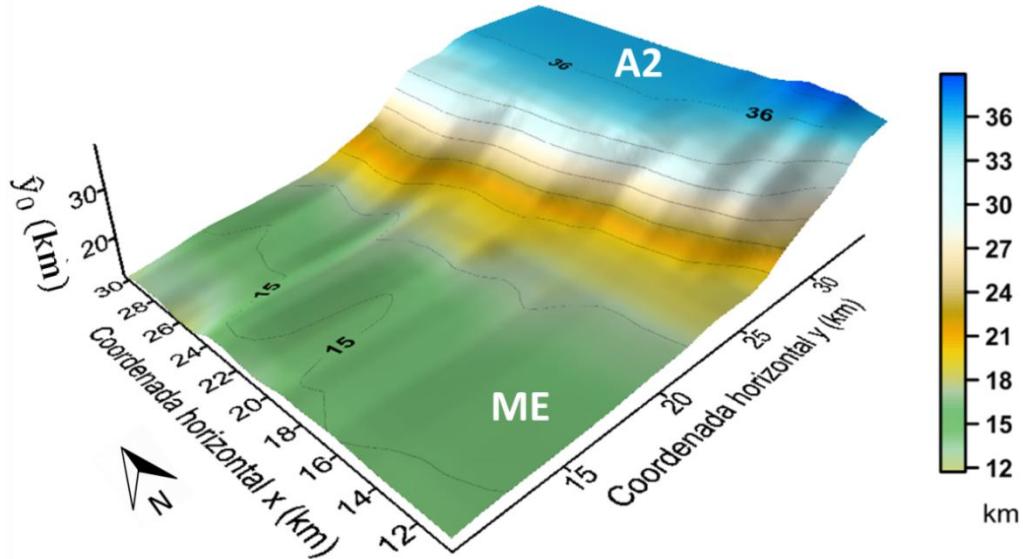


Figura 4.4 - Estimativas \hat{y}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos. Note a presença de dois patamares, um a sudoeste (ME) e outro a nordeste (A2).

Com as estimativas horizontais (Figuras 4.3 e 4.4) é possível verificar a ocorrência de dois patamares formados pelas estimativas $\hat{x}_o = 12$, $\hat{x}_o = 24$ e $\hat{y}_o = 15$, $\hat{y}_o = 36$.

As estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o são ajustados polinômios de primeiro grau para identificar os patamares nos locais em que os coeficientes angulares são mais próximos de zero. O cálculo do ajuste do polinomial se deu por meio de uma janela móvel de 3×3 pontos varrendo a área limitada por $x \in [11.4 \text{ km}, 29.5 \text{ km}]$ e $y \in [11.1 \text{ km}, 33.5 \text{ km}]$. Para cada janela móvel, foram estimados os coeficientes angulares \hat{c}_x e \hat{c}_y que foram plotados no ponto central da janela móvel. Estas estimativas são mostradas nas Figuras 4.5 e 4.6.

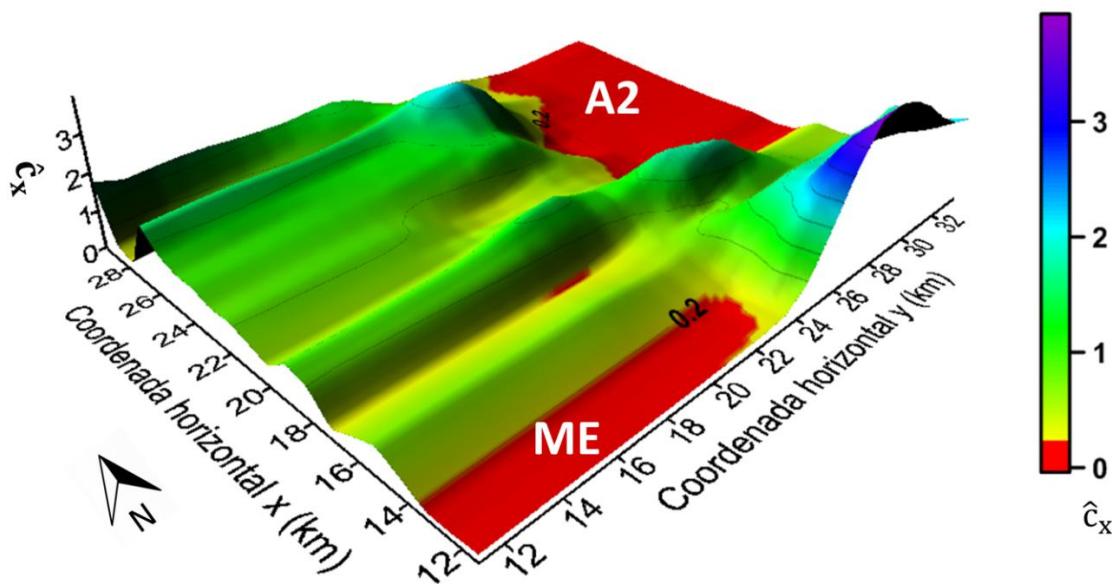


Figura 4.5 - Estimativas dos coeficientes angulares \hat{c}_x contra as coordenadas x e y . Os patamares destacados em vermelho indicam os locais em que os valores dos coeficientes angulares são próximos à zero.

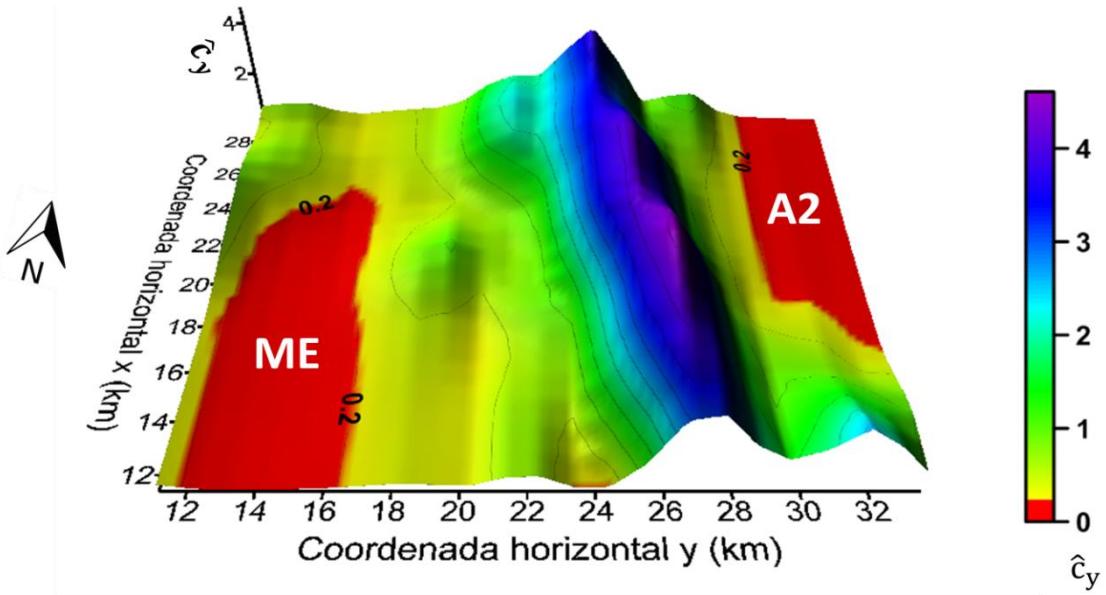


Figura 4.6 - Estimativas dos coeficientes angulares \hat{c}_y contra as coordenadas x e y .

Os patamares destacados em vermelho indicam os locais em que os valores dos coeficientes angulares são próximos à zero.

As Figuras 4.5 e 4.6 identificam dois patamares que foram destacados em vermelho e representam as áreas em que os coeficientes angulares \hat{c}_x e \hat{c}_y são próximos à zero (entre 0 e 0.2). As médias aritméticas das estimativas \hat{x}_0 e \hat{y}_0 calculadas sobre as regiões em vermelho nas Figuras 4.5 e 4.6 são as melhores estimativas das posições horizontais do complexo Morro do Engenho e Anomalia 2 e se encontram em uma Tabela ao final deste capítulo, assim como os respectivos desvios padrões.

Após estimar as melhores posições horizontais \hat{x}_0 e \hat{y}_0 das fontes, foram estimados os índices estruturais (η) corretos das fontes que produzem a anomalia, para estimar as posições dos corpos em profundidade. O procedimento utilizado aqui é o mesmo de todos os testes abordados anteriormente. Os valores de correlação e os respectivos índices estruturais tentativos utilizados para cada anomalia se encontram nas Tabelas 4.1 e 4.2.

Tabela 4.1 – Cálculo da correlação $h \times \hat{b}$ utilizando quatro índices estruturais para a anomalia Morro do Engenho (ME), a sudoeste na Figura 4.2.

Morro do Engenho	
Índice estrutural	Correlação
0.1	-0.757423
1	-0.767131
2	-0.772290
3	-0.752995

Tabela 4.2 – Cálculo da correlação $h \times \hat{b}$ utilizando quatro índices estruturais para a Anomalia 2 (A2), a nordeste na Figura 4.2.

Anomalia 2	
Índice estrutural	Correlação
0.1	-0.506545
1	-0.516740
2	-0.522568
3	-0.479310

Para as duas anomalias em que foi feito o cálculo das correlações é possível observar que as menores correlações, em valor absoluto, correspondem aos índices estruturais 3, referentes a fontes esféricas. Após a estimativa do índice estrutural, foi

aplicado o método da deconvolução de Euler 3D usando $\eta = 3$ para gerar apenas um mapa de estimativas \hat{z}_0 (Figura 4.7), já que ambas as fontes têm o mesmo índice estrutural.

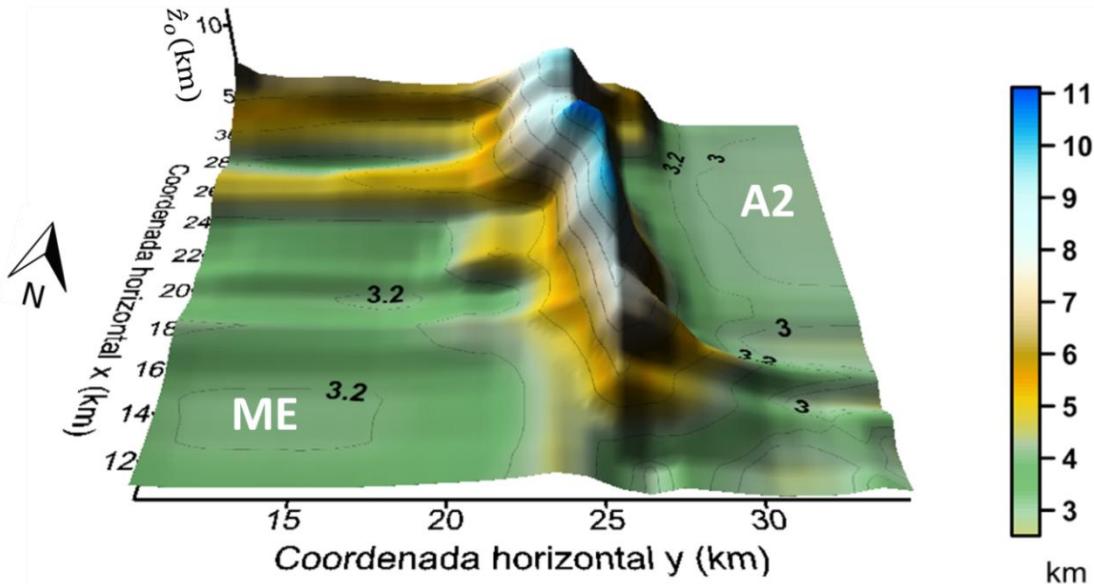


Figura 4.7 - Estimativas \hat{z}_0 contra as coordenadas x e y do centro de uma janela móvel de dados de 15×15 pontos usando-se o índice estrutural $\eta = 3$. Note a presença de dois patamares formados por estimativas $\hat{z}_0 = 3.2$ (a sudoeste) e $\hat{z}_0 = 3$ (a nordeste).

Com as estimativas \hat{z}_0 foi possível calcular as melhores estimativas das posições verticais das fontes através da média aritmética de \hat{z}_0 computada nas interseções das localizações dos coeficientes angulares \hat{c}_x e \hat{c}_y próximos à zero (entre 0 e 0.2). As melhores estimativas para as posições horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) das fontes e os respectivos desvios padrões ($\sigma_{\tilde{x}_0}$, $\sigma_{\tilde{y}_0}$ e $\sigma_{\tilde{z}_0}$) são mostradas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Valores das melhores soluções estimadas das coordenadas horizontais e verticais (\tilde{x}_0 , \tilde{y}_0 e \tilde{z}_0) para as duas fontes anômalas e os respectivos desvios padrões ($\sigma_{\tilde{x}_0}$, $\sigma_{\tilde{y}_0}$ e $\sigma_{\tilde{z}_0}$).

Fontes	\tilde{x}_0 (km)	\tilde{y}_0 (km)	\tilde{z}_0 (km)	$\sigma_{\tilde{x}_0}$ (km)	$\sigma_{\tilde{y}_0}$ (km)	$\sigma_{\tilde{z}_0}$ (km)
Morro do Engenho (ME)	11.50	15.40	3.20	0.05	0.04	0.01
Anomalia 2 (A2)	23.83	36.35	2.97	0.07	0.02	0.02

Os resultados estão em concordância com a hipótese de câmara magmática para a forma dos corpos proposta por Junqueira-Brod *et al.* (2005) e Dutra e Marangoni (2009), devido ao fato de o índice estrutural estimado ser igual ao do dipolo (esfera). No entanto, se os corpos forem diques, como proposto por Gomes *et al.* (1990), Danni (1994), Cerqueira e Danni (1994) e Dutra *et al.* (2012), com a forma de cilindros equiláteros, a deconvolução de Euler não poderia distingui-los de uma esfera e, portanto não se pode favorecer a hipótese da câmara magmática e descartar a forma de chaminés.

5 CONCLUSÃO

Nesse trabalho foi apresentado um novo método para estimar as melhores posições de fontes magnéticas 3D utilizando a deconvolução de Euler, com isso o número de soluções estimadas foi reduzido drasticamente para uma única solução. Isso é possível porque o método não seleciona as soluções de Euler usando a consistência estatística das soluções após a análise de cluster. Ao invés disso, no presente método essa seleção é baseada na análise teórica dos estimadores das posições horizontais e verticais das fontes na deconvolução de Euler 3D como uma função das coordenadas x e y das observações. A abordagem consiste em detectar automaticamente as regiões da anomalia que produzem estimativas consistentes das coordenadas horizontais da fonte. Essas regiões são detectadas e localizadas nos mapas das estimativas das coordenadas horizontais plotados contra a posição central da janela de dados. Usando um índice estrutural qualquer, as consistentes estimativas das posições horizontais da fonte definem patamares com valores bem próximos dos verdadeiros. Esses patamares nos mapas das coordenadas horizontais diferem substancialmente dos planos inclinados nas bordas da anomalia que são associados com a tendenciosidade dessas estimativas. Para identificar esses patamares foram ajustados polinômios de primeiro grau, via método dos mínimos quadrados, a essas estimativas usando um processamento por janelas móveis que varrem todas as estimativas horizontais. Os locais em que os coeficientes angulares estimados são próximos a zero identificam automaticamente os patamares das estimativas das coordenadas horizontais em que as consistentes estimativas das posições horizontais das fontes são encontradas. Nesse trabalho as melhores estimativas das posições horizontais são a média aritmética das estimativas que têm as coordenadas nesses patamares, resultando em uma única localização para as coordenadas horizontais das fontes. As estimativas das coordenadas verticais das fontes são dependentes do

conhecimento do índice estrutural que é calculado para cada fonte utilizando a correlação mínima entre o campo magnético e um nível de base estimado na posição dos patamares. Após estimar o índice estrutural de cada fonte, é aplicado o método da deconvolução de Euler 3D usando o índice estrutural estimado. As melhores estimativas das coordenadas verticais das fontes são as médias das estimativas localizadas nas coordenadas de interseção dos patamares associados com cada estimativa das coordenadas horizontais.

Testes com dados sintéticos mostram que o método estima corretamente as posições verdadeiras de corpos magnéticos 3D em diferentes cenários. A eficiência do método foi verificada ao aplicá-lo a anomalias produzidas por múltiplas fontes com diferentes malhas de observação, índices estruturais e posições em profundidade. A metodologia se mostrou eficaz para o caso em que as anomalias não se encontravam completamente cobertas na malha em que foi aplicada, somente presentes na malha em que a deconvolução de Euler 3D foi executada. A sensibilidade do método foi analisada numericamente em situações em que as anomalias são produzidas por sinais interferentes em diferentes níveis de intensidade. Verificamos que o método estima razoavelmente bem as coordenadas horizontais e verticais das fontes mesmo quando os sinais eram fortemente interferentes. O método foi aplicado aos dados aeromagnéticos da parte noroeste de um levantamento executado na Província Alcalina de Goiás. A natureza dos corpos e suas posições foram estimadas e os resultados mostram coerência com a literatura, uma vez que as fontes estimadas têm geometria esférica, consistente com modelos de câmaras magmáticas propostos na literatura. Entretanto, se os corpos têm a espessura comparável à largura, como um cilindro equilátero, a deconvolução de Euler não poderia distingui-los de uma esfera e, portanto não se pode favorecer a hipótese da câmara magmática e rejeitar a hipótese da chaminé.

A chave da habilidade do método em selecionar as melhores estimativas das posições horizontais das fontes é a sua capacidade em reconhecer os patamares nas estimativas das coordenadas horizontais. Esses patamares são identificados com o ajuste de um polinômio de primeiro grau as estimativas das coordenadas horizontais. No entanto, outras metodologias poderiam ser empregadas, como técnicas de reconhecimento de padrões. Para determinar a melhor estimativa de profundidade de cada fonte é necessário estimar o índice estrutural, e também para esse fim outras técnicas poderiam ser empregadas.

O método apresentado nesse trabalho se mostrou bastante versátil e útil para estimar posições de corpos magnéticos 3D uma vez que os resultados se mostraram consistentes e coerentes com modelos sintéticos e teóricos da literatura. O baixo custo computacional gasto na redução do número de soluções provenientes da deconvolução de Euler é sem dúvida um avanço na interpretação automática de grandes volumes de dados magnéticos. A principal limitação do método é o seu baixo desempenho para interpretar fontes 2D. Isso ocorre porque ao longo do lineamento de uma fonte 2D as estimativas de coordenadas horizontais variam e os patamares não são bem definidos. Existem outras limitações na aplicação do método que são inerentes da deconvolução Euler. O primeiro é o seu fraco desempenho em interpretar anomalias com sinais interferentes produzidos por várias fontes, que estão verticalmente separadas umas das outras por distâncias curtas. A segunda limitação é o seu modesto desempenho na interpretação de anomalias com sinais interferentes produzidas por várias fontes que são horizontalmente separadas uma da outra por distâncias muito curtas.

Em contraste com outras estratégias para aceitar soluções do Euler, o método não utiliza análises estatísticas e procedimentos de agrupamento das soluções. Por isso, o método é menos sensível a presença de ruído nos dados. Além disso, o

método não requer que a anomalia seja reduzida ao pólo para melhorar os maiores valores absolutos das anomalias.

Uma possível generalização para a metodologia desenvolvida neste trabalho é a aplicação a dados gravimétricos sem nenhuma alteração. A automação da área escolhida para o cálculo do índice estrutural sem dúvida nenhuma o colocaria como um método automático.

APÊNDICE A - Seleção das melhores estimativas das coordenadas horizontais da fonte na deconvolução de Euler 3D

O procedimento prático para diferenciar patamares de planos inclinados nas estimativas \hat{x}_o e \hat{y}_o é descrito a seguir. Primeiramente, é definida uma malha regular de $NX \times NY$ pontos de uma janela móvel que será deslocada por todas as estimativas \hat{x}_o com o deslocamento de 1 unidade da malha. NX e NY são o número de estimativas \hat{x}_o ao longo das direções x e y , respectivamente. O número total de pontos (estimativas \hat{x}_o) definindo a janela móvel é $N = NX \cdot NY$. Então, um subconjunto de estimativas \hat{x}_o , contido na k -ésima janela móvel, é ajustado no sentido dos mínimos quadrados por um polinômio de primeiro grau em ambas as direções x e y , i.e.,

$$x_{o_i}^k = c_o^k + c_x^k x_i^k + c_y^k y_i^k, \quad i = 1, \dots, N. \quad (\text{A1})$$

Essa relação pode ser expressa em notação matricial como

$$\mathbf{x}_o^k = \mathbf{A}^k \mathbf{c}^k, \quad (\text{A2})$$

em que \mathbf{x}_o^k é um vetor N -dimensional contendo o subconjunto de estimativas \hat{x}_o^k contidos na k -ésima janela móvel, $\mathbf{c}^k \equiv (c_o^k, c_x^k, c_y^k)^T$ é um vetor contendo os três coeficientes desconhecidos do polinômio de primeiro grau da k -ésima janela móvel, e \mathbf{A}^k é uma matriz $N \times 3$ cujas colunas são vetores N -dimensionais dados por: $\mathbf{a}_1^k \equiv (1, \dots, 1)^T$, $\mathbf{a}_2^k \equiv (x_1^k, \dots, x_i^k, \dots, x_N^k)^T$ e $\mathbf{a}_3^k \equiv (y_1^k, \dots, y_i^k, \dots, y_N^k)^T$, em que x_i^k e y_i^k são as coordenadas x e y definindo a posição da i -ésima estimativa $\hat{x}_{o_i}^k$.

A seguir são obtidas as estimativas \hat{c}_o^k , \hat{c}_x^k e \hat{c}_y^k como solução dos mínimos quadrados da equação A2. Esse processo é repetido para cada posição da janela de dados deslocada nas estimativas \hat{x}_o , com um deslocamento de 1 unidade da malha. Na prática, é usada uma janela do mesmo tamanho da usada na deconvolução de Euler 3D. As melhores estimativas \hat{x}_o serão aquelas relacionadas com os coeficientes \hat{c}_x^k que são próximos de zero que são usados para mapear os patamares no mapa de \hat{x}_o , em que estimativas consistentes das posições horizontais das fontes na deconvolução de Euler são bem próximas das verdadeiras. Observe que cada coeficiente \hat{c}_x^k estimado está localizado no centro das coordenadas x e y da k -ésima janela móvel. Essas estimativas são então usadas para calcular a média \tilde{x}_o das estimativas \hat{x}_o , que é assumida como a melhor estimativa da posição da fonte ao longo da direção x . Mutatis mutandis, esse procedimento prático é repetido para as estimativas \hat{y}_o .

ANEXO A – Deconvolução de Euler Clássica

A função $f(x, y, z)$, posicionada no sistema de coordenadas cartesianas desral x , y e z , com o eixo z apontado para baixo, é homogênea de grau n se:

$$f(tx, ty, tz) = t^n f(x, y, z) \quad \text{A1}$$

Então, se $f(x, y, z)$ é homogênea de grau n , a seguinte equação é satisfeita:

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} = \eta f \quad \text{A2}$$

Essa equação diferencial é conhecida como equação homogênea de Euler ou simplesmente equação de Euler.

Supondo que $f(x, y, z)$ tenha a forma geral

$$f(x, y, z) = \frac{G}{r^N}, \quad \text{A3}$$

em que $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$, $N = 1, 2, 3, \dots$ e G uma variável independente de x , y e z . Então a equação A3 é homogênea de ordem $n = -\eta$.

Seja uma fonte magnética pontual (ou uma linha) localizada nas coordenadas x_o , y_o e z_o relativa ao plano das medidas, a intensidade magnética total tem a forma:

$$\Delta H(x, y) = f[(x - x_o), (y - y_o), (z - z_o)] \quad \text{A4}$$

Então a equação de Euler para a forma funcional (A4) pode ser escrita como:

$$(x - x_o) \frac{\partial \Delta H}{\partial x} + (y - y_o) \frac{\partial \Delta H}{\partial y} + (z - z_o) \frac{\partial \Delta H}{\partial z} = -\eta \Delta H(x, y), \quad \text{A5}$$

em que os parâmetros x , y e z são as coordenadas de observação. Os gradientes nas direções cartesianas podem ser medidos ou calculados a partir da anomalia de campo total usando transformações da camada equivalente (EMILIA, 1973) ou filtragem no domínio do número de onda (GUNN, 1975). O parâmetro η é conhecido como índice estrutural e representa a natureza da fonte, fisicamente este parâmetro está ligado ao decaimento do campo magnético com a distância. Os valores utilizados como índices estruturais para modelos simples de fontes magnéticas e suas correlações geométricas e geológicas, de acordo com Thompson (1982), Reid *et al.* (1990) e Reid (2012) são mostrados na Tabela abaixo.

Tabela A1 – Índices estruturais para modelos simples de fontes magnéticas.

Índice estrutural	Fonte magnética simples	Fonte geométrica magnetizada	Fonte geológica
0	-	Placas finas a diferentes profundidades	Contato/falha
1	Linha de polos	Placa fina/Prisma horizontal	Soleira/dique
2	Linha de dipolos infinita/polo	Cilindro horizontal/cilindro vertical	Pipe horizontal*/Chaminé ou pipe vertical
3	Dipolo	Esfera	Esfera ou câmara magmática*

*a profundidade estimada é em relação ao centro da fonte e não ao topo

Thompson (1982) utilizou a equação A5 para perfis magnéticos bidimensionais e para isso assumiu que o campo na direção y era nulo, com isso a equação A5 tomou a forma:

$$(x - x_o) \frac{\partial \Delta H}{\partial x} + (z - z_o) \frac{\partial \Delta H}{\partial z} = -\eta \Delta H(x, y) \quad A6$$

Para um sistema com N observações a equação A6 é resolvida, utilizando o método dos mínimos quadrados, por um processamento por janelas, estimando as posições da fonte (x_o e z_o). Na prática, o índice estrutural (η) é presumidamente conhecido ou estimado, como em Barbosa (1999). Segundo Thompson (1982) o valor absoluto do campo anômalo (ΔH) raramente é conhecido e por isso propôs que dentro da janela em que é resolvido o sistema proposto na equação A6 o campo observado é constituído do campo anômalo e de um valor regional (ou nível de base):

$$h = \Delta H + b, \quad A7$$

Substituindo a equação A7 na equação A6 e rearranjando os termos:

$$x_0 \frac{\partial h}{\partial x} + z_0 \frac{\partial h}{\partial z} + \eta b = x \frac{\partial h}{\partial x} + z \frac{\partial h}{\partial z} + \eta h \quad A8$$

A estimativa das coordenadas de fontes magnéticas (x_o e z_o) com o uso da equação A8 ficou popularmente conhecida como deconvolução de Euler 2D.

Reid *et al.* (1990), adotando uma sugestão de Thompson (1982), utilizaram a deconvolução de Euler em grids. Para tanto Reid *et al.* (1990) adicionaram as componentes do campo na direção y e da observação em z à equação A8. Para N observações da anomalia do campo total equação expandida por Reid *et al.* (1990) tem a forma:

$$x_0 \frac{\partial h_i}{\partial x} + y_0 \frac{\partial h_i}{\partial y} + z_0 \frac{\partial h_i}{\partial z} + \eta b = x_i \frac{\partial h_i}{\partial x} + y_i \frac{\partial h_i}{\partial y} + z_i \frac{\partial h_i}{\partial z} + \eta h_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad A9$$

A solução da equação A9 para estimar as coordenadas de fontes magnéticas (x_o , y_o e z_o) é popularmente conhecida como deconvolução de Euler 3D.

As estimativas da deconvolução de Euler clássica são plotadas em um mapa de tal maneira que as estimativas das coordenadas horizontais são dispostas em

relação às coordenadas do mapa, enquanto que as estimativas das coordenadas verticais são plotadas como círculos. Os círculos plotados podem ser mostrados de dois modos distintos: com a área proporcional à profundidade (Figura A1) ou com cores representando diferentes profundidades.

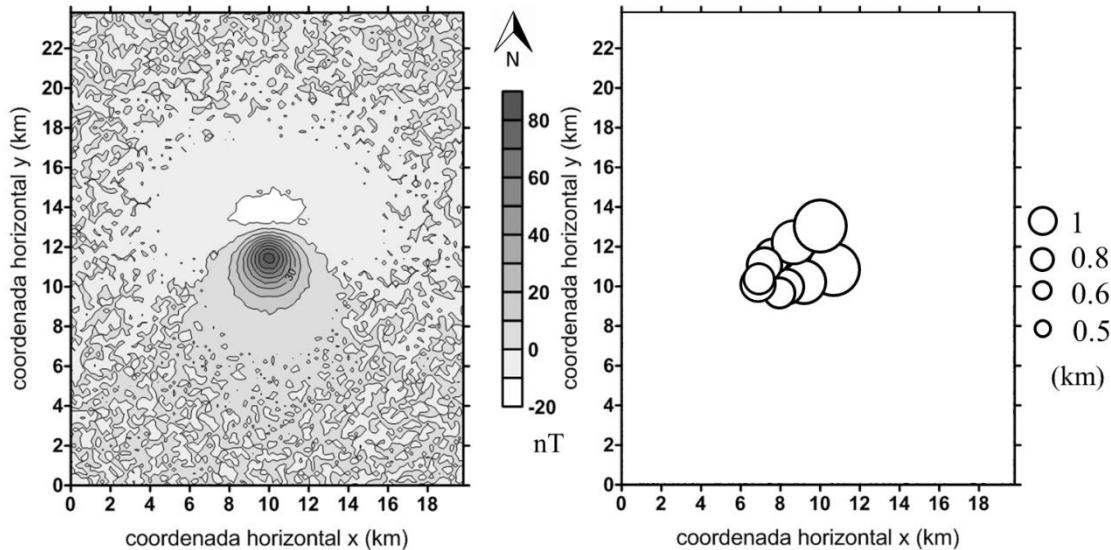


Figura A1 – Figura esquemática mostrando um campo magnético produzido por uma fonte magnética (painele à esquerda) e soluções da deconvolução de Euler 3D (círculos no painel à direita) utilizando um índice estrutural conhecido. Os diferentes tamanhos dos círculos (painele à esquerda) estão relacionados a profundidades estimadas.

O grande número de soluções estimadas pela deconvolução de Euler 3D ainda é uma desvantagem operacional desse método (BARBOSA e SILVA, 2011). Para reduzir o número de soluções aceitas alguns autores utilizaram critérios de aceitação das melhores soluções baseados no espalhamento da nuvem de soluções: Thompson (1982), Reid et al. (1990), Mikhaïlov et al. (2003), FitzGerald et al. (2004), Jekeli (2009), Ugalde e Morris (2010), entre muitos outros. Geralmente, esse cluster também é usado para selecionar a melhor geometria da fonte magnética. Na prática, várias geometrias são tentativamente presumidas e a solução que fornece o cluster mais denso das soluções é selecionada como a melhor geometria da fonte.

ANEXO B - Definição dos subconjuntos de coordenadas x e y relativos a cada patamar

Presumindo um conjunto de fontes lateralmente dispostas é possível identificar os patamares nos mapas dos ajustes do polinômio de grau um as estimativas \hat{c}_x e \hat{c}_y mais próximos de zero (Apêndice A). A posição de cada patamar é definida por um conjunto de coordenadas horizontais x e y , com isso o algoritmo de clusterização agrupa os subconjuntos de coordenadas horizontais x e y próximas entre si seguindo um critério de distanciamento. O algoritmo toma como base a premissa de que uma esfera de raio TOL definido pelo intérprete, centrada em qualquer ponto (x_i, y_j) define um cluster. Em todos os pontos no espaço de coordenadas $x - y$ são centradas esferas de raio TOL, então quaisquer desses pontos dentro da mesma esfera são classificados como pertencendo ao mesmo cluster.

A Figura B1 auxilia no entendimento da metodologia utilizada para a definição dos clusters. Nessa ilustração é possível verificar 3 pontos (estimativas \hat{c}_x ou \hat{c}_y), referentes à localização no espaço de coordenadas $x - y$ dos ajustes do polinômio de grau um em \hat{x}_0 ou \hat{y}_0 próximos à zero. Uma esfera de raio TOL pode classificar esses pontos em dois conjuntos de dados distintos relacionados às suas posições no espaço de coordenadas $x - y$, dois pontos em azul pertencem a um cluster e um ponto em verde pertence a outro cluster, os pontos têm cores diferentes para auxiliar no entendimento de diferentes posições no espaço de coordenadas $x - y$.

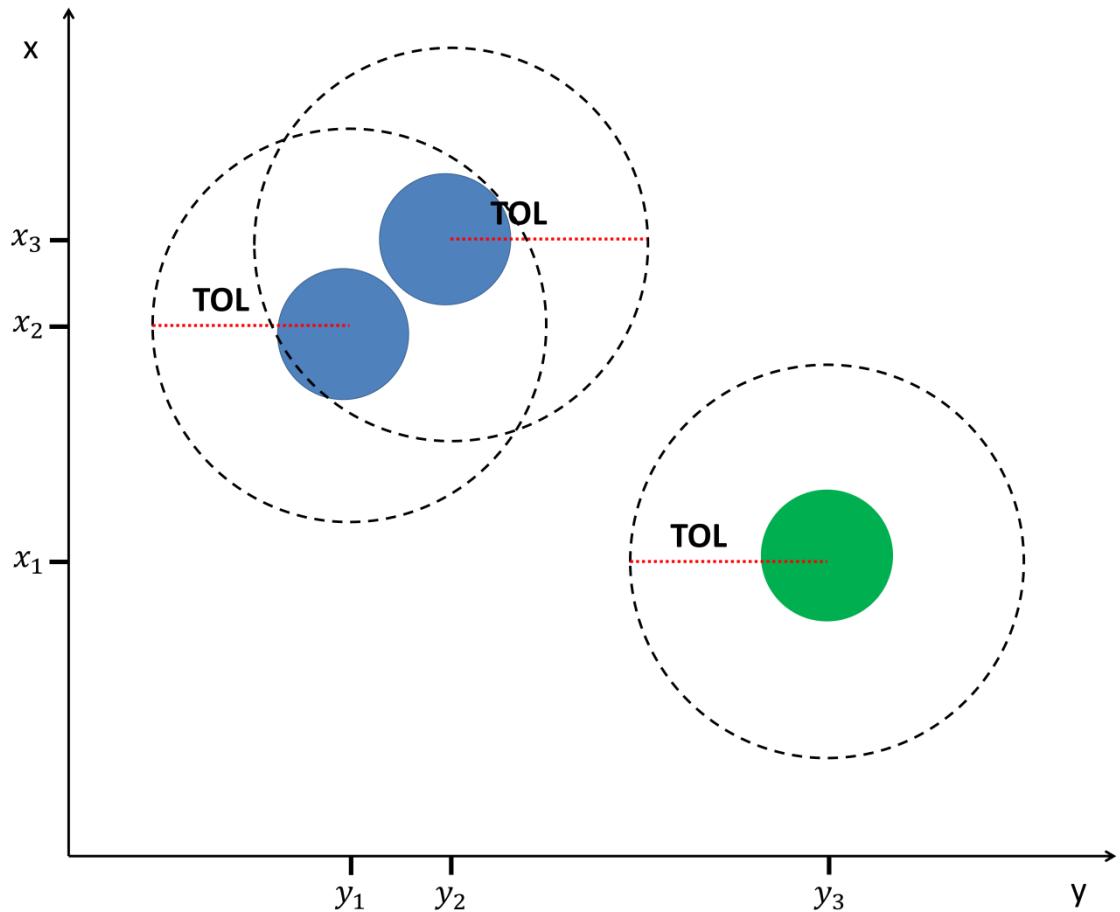


Figura B1 – Ilustração da metodologia utilizada pelo algoritmo de identificação dos clusters em que é possível verificar 3 pontos referentes à localização das estimativas próximas à zero dos coeficientes angulares aos patamares em \hat{x}_0 ou \hat{y}_0 . Uma esfera de raio TOL centrada nos pontos (x_i, y_j) , classifica esses pontos em dois conjuntos distintos devido às suas posições no espaço de coordenadas $x - y$, identificados por cores diferentes.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, V. C. F. e SILVA, J. B. C., 2011, "Reconstruction of geologic bodies in depth associated with a sedimentary basin using gravity and magnetic data". Geophysical Prospecting, 59, pp.1021–1034.
- BARBOSA, V. C. F., SILVA, J. B. C., MEDEIROS, W. E., 1999, "Stability analysis and improvement of structural index estimation in Euler deconvolution". Geophysics, 64, pp. 48–60.
- BRASIL, 1974, Departamento Nacional de Produção Mineral. Mapa de interpretação magnética, Projeto Iporá;escala 1:250.000. Prospec S.A.
- BROD, J. A., BARBOSA, E. S. R., JUNQUEIRA-BROD, T. C., et al., 2005, "The Late-Cretaceous Goiás Alkaline Province (GAP), Central Brazil". In: Comin-Chiaromonti, P. and Gomes, C.B. (Org.), Mesozoic and Cenozoic alkaline magmatism in the Brazilian Platform. 1 ed. São Paulo: Edusp, pp. 261-316.
- CERQUEIRA, M.R.S. e DANNI, J.C.M., 1994, "Aspectos petrográficos e químicos do Complexo da Fazenda Buriti, Iporá, GO". Boletim de Geociências do Centro-Oeste 17 (1/2), 29–33.
- DANNI, J.C.M., 1994, "Os picrítos alcalinos da região de Iporá: implicações na gênese dos complexos do tipo central do sul de Goiás". Revista Brasileira de Geociências 24 (2), 112–119.
- DUTRA, A.C. e MARANGONI, Y.R., 2009, "Gravity and magnetic 3D inversion of Morro do Engenho complex, Central Brazil". Journal of South American Earth Sciences, v. 28, p. 193-203.

DUTRA, A.C., MARANGONI, Y.R., JUNQUEIRA-BROD, T.C., 2012, "Investigation of the Goiás Alkaline Province, Central Brazil: Application of gravity and magnetic methods". *Journal of South American Earth Sciences*, v. 33, p. 43-55.

EMILIA, D. A., 1973, "Equivalent sources used as an analytic base for processing total magnetic field profiles". *Geophysics*, 38, 339–348.

FAIRHEAD, J. D., BENNETT, K. J., GORDON, D. R. H., HUANG, D., 1994, "Euler: Beyond the "black box"". 64th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 422–424.

FITZGERALD, D., REID, A. B., MCINERNEY, P., 2004, "New discrimination techniques for Euler deconvolution". *Computers and Geosciences*, 30, 461–469.

GOMES, C.B., RUBERTI, E., MORBIDELLI, L., 1990 "Carbonatite complexes from Brazil: a Review". *Journal of South American Earth Sciences* 3 (1), 51–63.

GUNN, P.J., 1975, "Linear transformations of gravity and magnetic fields". *Geophysical Prospecting*, 23, 300–312.

HENDERSON, R. G., 1970, "On the validity of the use of the upward-continuation integral for total magnetic intensity data". *Geophysics*, v. 35, p. 916-919.

JEKELI, C., 2009, "On methods to select solutions in Euler deconvolution of gravitation and gradient measurements". *Studia Geophysica et Geodaetica*, vol. 53, issue 4, pp. 443-457.

JUNQUEIRA-BROD, T. C., GASPAR, J.C., BROD, J. A., et al., 2005, "Emplacement of kamafugite lavas from the Goiás alkaline province, Brazil: constrains from whole-rock simulations". *Journal of South American Earth Sciences* 18, 323–335.

MIKHAILOV, V., GALDEANO, A., DIAMENT, M., et al., 2003, "Application of artificial intelligence for Euler solutions clustering". *Geophysics*, 68, 168–180.

RADAELLI, V.A., 2000, Programa levantamentos geológicos básicos do Brasil. Geologia e Recursos minerais do Estado de Goiás e do Distrito Federal. Informe de recursos minerais, Níquel do Morro do Engenho – Estado de Goiás. – Goiânia, CPRM, 10p.

RAVAT, D., 1996, “Analysis of the Euler method and its applicability in environmental magnetic investigations”. Journal of Environmental and Engineering Geophysics, 1, 229–238.

REID, A. B., ALLSOP, J.M., GRANSER H., et al., 1990, “Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution”. Geophysics, 55, 80–91.

REID, A. B., 2012, “The Structural Index in gravity and magnetic interpretation: errors, uses and abuses”. Expanded abstract, SEG Las Vegas 2012 Annual Meeting.

SILVA J.B.C., BARBOSA, V.C.F., MEDEIROS, W. E., 2001, “Scattering, symmetry, and bias analysis of source-position estimates in Euler deconvolution and its practical implications”. Geophysics, 66, pp. 1149–1156.

SILVA J.B.C. e BARBOSA, V.C.F., 2003, “3D Euler deconvolution: Theoretical basis for automatically selecting good solutions”. Geophysics, 68, pp. 1962–1968.

THOMPSON, D. T., 1982, “EULDPH: A new technique for making computer assisted depth estimates from magnetic data”. Geophysics, 47, pp. 31–37.

UGALDE, H. e MORRIS, W. A., 2012, “Cluster analysis of Euler deconvolution solutions: New filtering techniques and geologic strike determination”. Geophysics, 75, no. 3, pp.61–70.