

第一題:團康活動 (cycle)

問題描述

小明和小花是幼稚園老師。今天他們希望能夠帶領冒險者班 (adventurer) 和海盜班 (buccaneer) 的 幼稚園小朋友們進行分組對抗的團康活動。所有的小朋友們會在體育館外面排成一直排,等待活動開始。由於活動的需要,在進入體育館的當下,小朋友們將會在小明的引導下,分成人數相同的兩組並且依照入場順序順時針圍成兩個圓圈。為了保證公平性,小明希望兩個圓圈的班級組成序列相同。

什麼是班級組成序列呢? 我們不妨將冒險者班的小朋友們標上字母 a、海盜班的小朋友們標上字母 b,那麼根據入場順序,可以寫出一個由 a 與 b 組成的字串。依照入場順序進場後,所分成的兩組分別 對應原字串的兩個子序列。若可將第一個子序列的某段字首接至該序列的尾端,轉換為第二個子序列, 我們便說他們的班級組成序列是相同的。舉例來說:若有 10 位小朋友要入場,入場順序對應的字串為 aababbbbab,那麼小明可以選擇將第 1,3,4,5,7 位小朋友順時針排進第一個圓圈、將第 2,6,8,9,10 位小朋友順時針排進第二個圓圈,不難發現,這兩個班級組成序列 ababb 與 abbab 是相同的。

為了讓所有的小朋友們有良好的活動體驗,小花向小明提議:不妨將等待入場的小朋友們依照順序 分成 K 個非空的區段,每一個區段的小朋友們,會分別在入場後各自再依照前述的方式分成兩圈進 行團康活動。如此一來,每一圈的人數變得較少,對活動整體的參與感也得以提升。

請你幫忙小明算算,有幾種分成**恰好** K **個非空的區段**的方法,使得每個區段內的小朋友都能夠分 組為兩個相同的班級組成序列,以便進行公平的分組對抗活動。由於方法數可能很多,所以你只需要 回傳方法數除以 P = 998244353 的餘數就好。若存在所求的分法,為了證明方法的可行性,請你告 訴小明各區段該如拆成兩個班級組成序列相同的圓圈;任何一種符合要求的分法皆可。



實作細節

你需要實作 count_and_partition() 這個函式。

std::pair<int, std::vector<std::string>>
count_and_partition(const std::string& S, int K);

- 對於每一筆測試資料,正式評分程式會呼叫你實作的 $count_and_partition()$ 函式 T 次。
- S 為一個長度為 N 且僅由 a 與 b 組成的字串。
- count and partition() 回傳一個整數 X 與一個字串陣列 $Y \circ$
- 整數 X 代表了可能切成 K 個非空的區段並滿足題目要求的方法數,除以 P=998244353 的餘數。
- 若無解,請回傳空的字串陣列 $Y = \{\}$ 。
- 若有解,則回傳的字串陣列 Y 包含了恰好 K 個字串 $Y = \{Y_1, Y_2, \ldots, Y_K\}$,每一個字串 Y_i 皆以 1 或 2 組成,代表一種拆序列的方法:小明會將標記 1 的小朋友順時針圍成一圈、將標記 為 2 的小朋友們順時針圍成另外一圈。且所有字串的長度總和恰好為 N。

測資限制

- $1 < T < 100 \circ$
- $2 \le N \le 10^6$ 且 N 為偶數。
- $1 < K < N \circ$
- 對於每一筆測試資料,所有的 N 值總和不超過 10^6 。



範例評分程式

範例評分程式採用以下格式輸入:

範例評分程式會將每一次 count_and_partition() 的回傳內容以下列格式依序印在標準輸出中。

```
egin{array}{c} X & |Y| \\ Y_1 \\ dots \\ Y_K \end{array}
```

請注意,正式的評分程式不一定採用以上格式輸入。請不要自行處理輸入輸出。

範例測試

Sample Input	Sample Output	
3 12 3 aabbaabbaabb 10 2 aababbbbab 8 3 abbbbabb	10 3 1212 1221 2112 1 2 12 21221121 0 0	

評分說明

對於每一次 count_and_partition() 函式呼叫,你將得到一個分數比重 W,其中 $0 \le W \le 1$ 。若你的程式正確地回傳了 X 值與 Y 陣列,那麼 W=1.0。若你的程式回傳 X=-1 且 Y 陣列正確,那麼 W=0.7。其餘情況你將得到 W=0.0。對於一筆測試資料,你得到的分數比重 W' 為針對該測試資料之所有函式呼叫的分數比重的最小值。

本題共有 4 組子任務,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,你在該子任務的得分為所有測試資料中分數比重 W' 的最小值,乘以該子任務的總分。



子任務	分數	額外輸入限制
1	4	$N \le 18 \cdot K = 1 \perp T \le 10 \circ$
2	6	$K \leq N$ 且字串 S 中所有的 a 出現在所有的 b 之前。
3	10	$K \leq 2$ °
4	80	無額外限制。