

В экзаменационных заданиях используются следующие соглашения.

1. Обозначения для логических связей (операций):

- отрицание (инверсия, логическое НЕ) обозначается  $\neg$  (например,  $\neg A$ );
- конъюнкция (логическое умножение, логическое И) обозначается  $\wedge$  (например,  $A \wedge B$ ) либо  $\&$  (например,  $A \& B$ );
- дизъюнкция (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается  $\vee$  (например,  $A \vee B$ ) либо  $|$  (например,  $A | B$ );
- следование (импликация) обозначается  $\rightarrow$  (например,  $A \rightarrow B$ );
- тождество обозначается  $\equiv$  (например,  $A \equiv B$ ). Выражение  $A \equiv B$  истинно тогда и только тогда, когда значения  $A$  и  $B$  совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);
- символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 — для обозначения лжи (ложного высказывания).

2. Два логических выражения, содержащих переменные, называются **равносильными** (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения  $A \rightarrow B$  и  $(\neg A) \vee B$  равносильны, а  $A \vee B$  и  $A \wedge B$  неравносильны (значения выражений разные, например при  $A = 1$  и  $B = 0$ ).

3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом,  $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$  означает то же, что и  $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$ .

Возможна запись  $A \wedge B \wedge C$  вместо  $(A \wedge B) \wedge C$ . То же относится и к дизъюнкции: возможна запись  $A \vee B \vee C$  вместо  $(A \vee B) \vee C$ .

4. Обозначения Мбайт и Кбайт используются в традиционном для информатики смысле — как обозначения единиц измерения, чье соотношение с единицей «байт» выражается степенью двойки.

## Тренировочные варианты

### Вариант № 1

1. На рисунке 1 схема дорог изображена в виде графа, в таблице звёздочками обозначено наличие дороги между населёнными пунктами. Отсутствие звёздочки означает, что такой дороги нет.

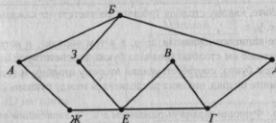


Рис. 1

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7	П8
П1	—	*						*
П2	*	—		*				*
П3			—				*	
П4		*		—	*			
П5			*	*	—	*		
П6					*	—		*
П7			*				—	*
П8	*	*				*	*	—

Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Выпишите последовательно, без пробелов и знаков препинания указанные на графе буквенные обозначения пунктов от П2 до П15: сначала букву, соответствующую П2, затем букву, соответствующую П3, и т. д.

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Олег заполнял таблицу истинности функции  $(\neg x \vee y) \wedge (x \equiv \neg z) \wedge w$ , но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных  $w, x, y, z$ .

				$(\neg x \vee y) \wedge (x \equiv \neg z) \wedge w$
0		0		1
	0	0	1	1
	0			1

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных  $w, x, y, z$ .

В ответе напишите буквы  $w, x, y, z$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу, затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

**Пример.** Функция задана выражением  $x \vee \neg y$ , зависящим от двух переменных  $x$  и  $y$ , а фрагмент таблицы истинности имеет следующий вид.

		$x \vee \neg y$
1	0	0

В этом случае первому столбцу соответствует переменная  $y$ , а второму столбцу — переменная  $x$ . В ответе следует написать:  $yx$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.**

3. В файле приведён фрагмент базы данных «Стройматериалы» о поставках товаров в магазины некоторой торговой сети в нескольких районах города. База данных состоит из трёх таблиц.

Таблица «Движение товаров» содержит записи о поставках товаров в магазины в течение первой декады сентября 2021 г., а также информацию о проданных товарах. Поле *Тип операции* содержит значение *Поступление* или *Продажа*, а в соответствующее поле *Количество упаковок* занесена информация о том, сколько упаковок товара поступило в магазин или было продано в течение дня. Заголовок таблицы имеет следующий вид.

ID операции	Дата	ID магазина	Артикул	Количество упаковок	Тип операции	Цена за упаковку
-------------	------	-------------	---------	---------------------	--------------	------------------

Таблица «Товар» содержит информацию об основных характеристиках каждого товара. Заголовок таблицы имеет следующий вид.

Артикул	Отдел	Наименование товара	Единица измерения	Количество в упаковке	Поставщик
---------	-------	---------------------	-------------------	-----------------------	-----------

Таблица «Магазин» содержит информацию о местонахождении магазинов. Заголовок таблицы имеет следующий вид.

ID магазина	Район	Адрес
-------------	-------	-------

На рисунке 2 приведена схема указанной базы данных.

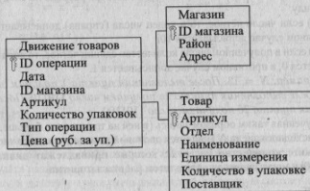


Рис. 2

Используя информацию из приведённой базы данных, определите, на сколько уменьшилось количество упаковок свёрл по дереву диаметром 8 мм, имеющихся в наличии в магазинах Угреннего района, за период с 1 по 10 сентября включительно.

В ответе запишите только число.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, К, С, У, Ф, Ч, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Для букв А, К, С, У использовали соответственно кодовые слова 00, 010, 10, 11. Для двух оставшихся букв — Ф и Ч — кодовые слова неизвестны.

Укажите кратчайшее возможное кодовое слово для буквы Ф, при котором код будет удовлетворять указанному условию. Если таких кодов несколько, укажите код с **наименьшим** числовым значением.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. На вход алгоритма подаётся натуральное число  $N$ . Алгоритм строит по нему новое число  $R$  следующим образом.

1. Строится двоичная запись числа  $N$ .

2. К этой записи дописываются справа ещё три разряда по следующей правилу:

а) если число чётное, то в конец числа (справа) дописывается 00, в противном случае дописывается 10;

б) если в полученном числе количество единиц чётное, то справа дописывается 0, в противном случае дописывается 1.

Например,  $N = 13$ . После выполнения пункта 1 получим запись 1101. После выполнения пункта 2а получаем число 110110. После выполнения пункта 2б получаем число 1101100.

Полученная таким образом запись (в ней на три разряда больше, чем в записи исходного числа  $N$ ) является двоичной записью искомого числа  $R$ .

Укажите **количество** чисел  $R$ , которые **принадлежат** диапазону  $[130; 350]$  и могут являться результатом работы алгоритма.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Определите, при каком наименьшем значении переменной  $a$  программа выведет число 19. Для вашего удобства программа представлена на четырёх языках программирования.

Python	Алгоритмический язык
$x = 0$	алг
$p = 0$	нач
$a = \text{int}(\text{input}())$	цел $x, p, a$
while $p + x < 1050$ :	$x := 0; p := 0$
$p = p + a$	ввод $a$
$x = x + 1$	иц пока $p + x < 1050$
print( $x$ )	$p := p + a$
	$x := x + 1$
	кц
	вывод $x$
	кон

Паскаль	C++
var $x, p, a$ : integer;	#include <iostream>
begin	using namespace std;
$x := 0$ ;	int main() {
$p := 0$ ;	int $x, p, a$ ;
readln( $a$ );	$x = 0$ ;
while $p + x < 1050$ do	$p = 0$ ;
begin	cin >> $a$ ;
$p := p + a$ ;	while ( $p + x < 1050$ ) {
$x := x + 1$	$p += a$ ;
end;	$x++$ ;
writeln( $x$ );	}
end.	cout << $x$ ;
	return 0;
	}

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. В графическом редакторе была создана картинка с цветовой системой, содержащей  $2^{12} = 4096$  цветов. Размер такой картинки — 24 Мбайта (без учёта размера заголовка). В целях уменьшения объёма изображения и длину, и высоту рисунка уменьшили вдвое, а цветовую систему изменили до  $2^{10} = 1024$  цветов. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое наименьшее возможное число битов, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Сколько Мбайт будет составлять картинка с изменёнными параметрами без учёта размера заголовка?

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Саша составляет слова, переставляя буквы из слова «ИДИЛЛИЯ». Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная.

Сколько существует различных слов, которые может написать Саша?

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.**

9. Откройте файл электронной таблицы, содержащей вещественные числа — результаты измерения средней месячной влажности воздуха в период с 1935 по 2020 год. Найдите количество лет, в которые среднее арифметическое значение влажности воздуха за зимние месяцы (декабрь, январь, февраль) было больше среднего арифметического значения влажности воздуха за летние месяцы (июнь, июль, август).

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.**

10. С помощью текстового редактора определите, сколько раз встречается слово «господ» или «Господ» в тексте произведения Н. А. Некрасова «Необыкновенный завтрак». Другие формы слова «господ», такие как «господа», «господами» и т. д., учитывать не следует. В ответе укажите только число.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Запись для каждого пользователя при регистрации состоит из идентификатора, логина и пароля. Идентификатор представляет собой пятизначное (в десятичной) системе счисления) натуральное число, которое кодируется минимальным количеством бит, одинаковым для всех пятизначных чисел, и занимает в компьютерной системе минимально возможное целое число байт. Логин состоит из 17 символов, которые пользователь придумывает сам, и содержит только символы из 11-символьного набора: A, B, C, D, E, F, G, H, K, L, M. Каждый такой логин в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит). Далее к логину каждого пользователя дописывается пароль, автоматически сгенерированный системой, под который отводится 9 байт.

Определите наибольшее количество пользователей, которых можно зарегистрировать в компьютерной системе, если для хранения сведений об этих пользователях выделено 6 Кбайт.

Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

А) **заменить** ( $v, w$ ).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ .

Например, выполнение команды

**заменить** (222, 58)

преобразует строку 45222222234 в строку 4558222234.

Если в строке нет вхождений цепочки  $v$ , то выполнение команды

**заменить** ( $v, w$ )

не меняет эту строку.

Б) **нашлось** ( $v$ ).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

**ПОКА условие**

*последовательность команд*

**КОНЕЦ ПОКА**

означает, что *последовательность команд* выполняется, пока *условие* истинно.

В конструкции

**ЕСЛИ условие**

*ТО команда*

**КОНЕЦ ЕСЛИ**

*команда* выполняется, если *условие* истинно.

Исполнителю Редактор была дана следующая программа:

**НАЧАЛО**

**ПОКА нашлось (02) ИЛИ нашлось (04) ИЛИ нашлось (06)**

**ЕСЛИ нашлось (02)**

**ТО заменить (02, 6404)**

**КОНЕЦ ЕСЛИ**

**ЕСЛИ нашлось (04)**

**ТО заменить (04, 2206)**

**КОНЕЦ ЕСЛИ**

ЕСЛИ нашлось (06)

ТО заменить (06, 440)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

В результате применения приведённой программы к строке, которая начинается с «0» и далее содержит только цифры «2», «4» и «6», была получена строка, содержащая 30 цифр «2», 54 цифры «4» и 10 цифр «6» (в каком-то порядке).

Определите, сколько цифр «6» было в исходной строке.

Ответ: \_\_\_\_\_.

13. На рисунке 3 представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город М, проходящих через город Ж и не проходящих через город В?

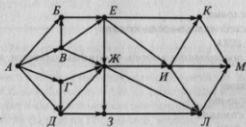


Рис. 3

Ответ: \_\_\_\_\_.

14. Значение выражения  $243^5 + 3^7 - 2 - X$  записали в системе счисления с основанием 3, при этом в записи оказалось ровно 20 цифр «2». При каком минимальном целом положительном  $X$  это возможно?

Ответ: \_\_\_\_\_.

15. На числовой оси даны два отрезка:  $X = [12; 93]$  и  $Y = [54; 150]$ . Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка  $Z$ , для которого логическое выражение

$$(x \in Y) \rightarrow ((\neg(x \in X) \wedge \neg(x \in Z) \rightarrow \neg(x \in Y))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом действительном значении переменной  $x$ ).

Ответ: \_\_\_\_\_.

16. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1;$$

$$F(n) = n + F(n/2), \text{ если } n \text{ чётно};$$

$$F(n) = n \times F(n-1), \text{ если } n > 1 \text{ и при этом } n \text{ нечётно.}$$

Чему равно значение функции  $F(37)$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

17. В файле содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от  $-10\,000$  до  $10\,000$  включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество пар элементов последовательности, в которых оба числа делятся нацело на 5, затем максимальную из сумм элементов таких пар. Гарантируется, что найдётся хотя бы одна такая пара. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности. Например, для последовательности из пяти элементов: 6;  $-5$ ; 45;  $-10$ ; 6 — ответ:

2    40

Ответ: \_\_\_\_\_.



Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.

18. Квадрат разбит на  $N \times N$  клеток ( $1 < N < 17$ ). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: **вправо** или **вниз**. По команде **вправо** Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде **вниз** — в соседнюю нижнюю. Квадрат ограничен стенами. Между соседними клетками могут быть внутренние стены. При попытке пройти сквозь стену Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежат

фишки, количество которых не превышает 100. Посетив клетку, Робот забирает с собой все фишки, лежащие в этой клетке; это также относится к начальной и конечной клеткам маршрута Робота.

Определите максимальное и минимальное количество фишек, которое может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. В ответе укажите два числа — сначала максимальное количество, затем минимальное.

Исходные данные представляют собой электронную таблицу размером  $N \times N$ , каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

Пример входных данных:

13	23	9	5
10	5	11	2
3	12	4	7
6	9	1	7

Для указанных входных данных ответом должна быть пара чисел

Ответ:

19. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может 1) добавить в кучу один камень, или 2) добавить в кучу три камня, или 3) увеличить количество камней в куче в четыре раза. Например, имея кучу из 20 камней, за один ход можно получить кучу из 21, 23 или 80 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 78. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 78 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 77$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, т. е. не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

Ответ:

20. Для игры, описанной в задании 19, найдите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Ответ:

21. Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ:

22. Ниже на четырёх языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число  $x$ , этот алгоритм печатает число  $M$ . Известно, что  $x < 480$ . Укажите такое (то есть меньшее 480) **наибольшее** число  $x$ , при вводе которого алгоритм печатает 12.

Паскаль	C++
<pre> var x, L, M : integer; begin   readln(x);   L := x;   M := 132;   if L mod 2 &lt;&gt; 0 then     M := 64;   while L &lt;&gt; M do     if L &gt; M then       L := L - M     else       M := M - L;   writeln(M); end.</pre>	<pre> #include &lt;iostream&gt; using namespace std; int main() {   int x, L, M;   cin &gt;&gt; x;   L = x; M = 132;   if (L % 2 != 0)     M = 64;   while (L != M)     if (L &gt; M)       L = M;     else M = L;   cout &lt;&lt; M &lt;&lt; endl;   return 0; }</pre>
Python	Алгоритмический язык
<pre> x = int(input()) L = x M = 132 if L % 2 != 0:     M = 64 while L != M:     if L &gt; M:         L = M     else:         M = L print(M)</pre>	<pre> алг нач   цел x, L, M   ввод x   L := x; M := 132   если mod(L, 2) &lt;&gt; 0     то       M := 64   все   ищ пока L &lt;&gt; M     если L &gt; M       то         L := L - M       иначе         M := M - L   все кц вывод M кон</pre>

Ответ: \_\_\_\_\_

23. Исполнитель Х125 преобразует число на экране. У исполнителя Х125 есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2
3. Умножить на 5

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая — в 2 раза, а третья — в 5 раз. Программа для исполнителя Х125 — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые число 1 преобразуют в число 38, причём траектория вычислений содержит числа 10 и 20?

Траектория вычислений программы — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 2231 при исходном числе 5 траектория будет состоять из чисел 10, 20, 100, 101.

Ответ: \_\_\_\_\_



**Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.**

24. Текстовый файл состоит не более чем из  $10^6$  символов А, В, С и D.

Определите, какой символ чаще всего стоит перед последовательностью символов «AD». Если несколько символов встречаются одинаковое число раз, то в ответе запишите тот, который стоит позже в алфавите. В ответе запишите без пробелов этот символ и сколько раз он стоит перед последовательностью «AD». Например, B25.

Для выполнения этого задания следует написать программу.

Ответ: \_\_\_\_\_

25. Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [50 000 000; 60 000 000], числа, имеющие ровно шесть различных натуральных делителей (не считая единицы и самого числа), среди которых есть число 911. В ответе запишите сначала количество таких чисел, а затем наименьшее из них.

Ответ:



**Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.**

26. Ежегодно библиотека пополняет свой книжный фонд. На закупку новых книг выделяется определённая сумма, которую нельзя превысить.

На эту сумму библиотеке необходимо закупить максимальное число книг различных наименований, среди которых должны быть ровно три наименования редких книг. Известно, что стоимость любой редкой книги превышает 3000 рублей, а стоимость любой другой книги не превышает этого значения.

По заданной информации о выделенной сумме на покупку книг и стоимости книг каждого наименования определите максимальное количество наименований книг, которые может приобрести библиотека, и стоимость покупки самой дорогой книги, не относящейся к категории редких, при условии, что в итоге будет куплено максимальное число книг различных наименований.

#### Входные данные

В первой строке входного файла находятся два числа:  $S$  — выделенная на покупку книг сумма (натуральное число, не превышающее 100 000) и  $N$  — количество наименований книг (натуральное число, не превышающее 1000). В следующих  $N$  строках находятся значения стоимости книг каждого наименования (все числа натуральные, не превышающие 5000), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала наибольшее число наименований книг, которые могут быть закуплены, затем максимальную стоимость книги, не относящейся к категории редких, которая может быть приобретена библиотекой, при условии, что в итоге будут куплены книги максимального числа наименований, три из которых будут относиться к категории наименований редких книг.

Пример входного файла:

```
12000 7
200
4500
3500
500
3100
800
4100
```

При таких исходных данных можно приобрести максимум 5 книг: три редкие, стоимостью 3100, 3500 и 4100, и две, не относящиеся к редким, стоимостью 200 и 500, 200 и 800 или 500 и 800. Наибольшая стоимость книги, не являющейся редкой, — 800. Ответ для приведённого примера:

5 800

Ответ:



**Задание выполняется с использованием прилагаемых файлов.**

27. Имеется набор данных, состоящий из положительных целых чисел. Необходимо выбрать ровно четыре числа так, чтобы эти числа имели различные остатки от деления на 4 и при этом их сумма была максимально возможной. Гарантируется, что искомую сумму получить можно.

Программа должна напечатать одно число — максимально возможную сумму, соответствующую условиям задачи.

#### Входные данные

Даны два входных файла (файл А и файл В), каждый из которых содержит в первой строке количество чисел  $N$  ( $4 \leq N \leq 100\,000$ ). Каждая из следующих  $N$  строк содержит натуральное число, не превышающее 10 000.

Пример организации исходных данных во входном файле:

```
6
10
7
5
3
9
8
```

Для указанных входных данных значением искомой суммы должно быть число 34.

В ответе укажите два числа: сначала значение искомой суммы для файла А, затем — для файла В.

**Предупреждение:** для обработки файла В не следует использовать переборный алгоритм, вычисляющий сумму для всех возможных вариантов, поскольку написанная по такому алгоритму программа будет выполняться слишком долго.

Ответ: