

构造选讲

zjyer

July 16, 2016

Codeforces 688B Lovely Palindromes

题意

昨天比赛的 A 题

Tips

相信大家都会做

题意

昨天比赛的 D 题

Tips

相信大家都会做



题意

给定 n 个数字 a_1, a_2, \dots, a_n ，选择出一些数字，使得它们的和是 n 的倍数

Ural1032 Find a Multiple

题意

给定 n 个数字 a_1, a_2, \dots, a_n , 选择出一些数字, 使得它们的和是 n 的倍数

Tips

相信大家都知道鸽巢原理

题意

在 $n \times m$ 的矩阵中填数，要求每个数字与它上下左右四个相邻位置的数字，只有一个二进制位不同

题意

在 $n \times m$ 的矩阵中填数，要求每个数字与它上下左右四个相邻位置的数字，只有一个二进制位不同

Tips

考虑一维情况，容易发现就是格雷码
二维的情况，只要把行列坐标的格雷码拼起来即可

题意

给出 $1, 2, \dots, n$, 利用四则运算算出 24

题意

给出 $1, 2, \dots, n$, 利用四则运算算出 24

Tips

对于 $n \leq 3$ 无解

手算 $n = 4, 5$

对于 $n \geq 6$ 可以轻易的转化到 $n - 2$ 的情况

题意

给出 n 个 n ，利用四则运算算出 24

题意

给出 n 个 n ，利用四则运算算出 24

Tips

对于 $n \leq 3$ 无解

对于 $n \geq 11$ 总是可以构造出 $4 \times 6 \times 1 \dots$ 的形式

利用人类智慧/暴力搜索算出 $n = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

题意

两个栈模拟队列，时间复杂度 $O(n)$

题意

两个栈模拟队列，时间复杂度 $O(n)$

Tips

一个栈负责进，一个栈负责出
负责出的栈为空后，把负责进的栈中的元素全部移过去
正确性显然，复杂度为什么正确？

题意

给定 n, k , 从 $[1, m]$ 中选出 $4n$ 个数字, 构造出 n 个四元组。要求每个四元组内元素两两之间的 gcd 都为 k 。求最小的 m 和一个构造方案

题意

给定 n, k , 从 $[1, m]$ 中选出 $4n$ 个数字, 构造出 n 个四元组。要求每个四元组内元素两两之间的 gcd 都为 k 。求最小的 m 和一个构造方案

Tips

需要一点观察: $(6n+1, 6n+2, 6n+3, 6n+5)$ 两两的 gcd 都为 1
如何证明?

题意

给定一个长度为 n 的序列 a_i , 满足 $1 \leq a_i \leq i$ 。求一个序列 b , 其中 $b_i \in \{-1, 1\}$, 使得 $\sum_{i=1}^n a_i \times b_i = 0$

题意

给定一个长度为 n 的序列 a_i , 满足 $1 \leq a_i \leq i$ 。求一个序列 b , 其中 $b_i \in \{-1, 1\}$, 使得 $\sum_{i=1}^n a_i \times b_i = 0$

Tips

相当于把序列 a 分成和相等的两部分

显然和为奇数时无解

否则贪心选即可

证明：一定存在某在 i , 使得 a_i 没有被选, 且 a_1, a_2, \dots, a_{i-1} 都被选

题意

给定 l, r, k , 从 $[1, m]$ 中选出 $4n$ 个数字, 构造出 n 个四元组。要求每个四元组内元素两两之间的 gcd 都为 k 。求最小的 m 和一个构造方案

题意

给定 l, r, k , 从 $[1, m]$ 中选出 $4n$ 个数字, 构造出 n 个四元组。要求每个四元组内元素两两之间的 gcd 都为 k 。求最小的 m 和一个构造方案

Tips

需要一点观察: $(6n+1, 6n+2, 6n+3, 6n+5)$ 两两的 gcd 都为 1
如何证明?

题意

昨天比赛的 B 题

给一个 $n \times m$ ($1 \leq n, m \leq 100$) 的矩阵，每个元素的绝对值大小不超过 100，每次可以对一行或一列的数字取反，问是否可以使得每一行每一列的数字和都非负

Bonus

相信大家都会做

如果用高斯消元，你会做到 $O(n \times m)$ 的复杂度吗？

题意

昨天比赛的 E 题

Tips

不会做快去问呀！

题意

给出任意两点之间的距离的奇偶性，构造一棵符合条件的树（边权为1）

题意

给出任意两点之间的距离的奇偶性，构造一棵符合条件的树（边权为1）

Tips

树是一个二分图，可以黑白染色。

将所有点分成两个集合。

同一个集合里的点的距离肯定都是偶数，不同集合的点之间的距离是奇数。

题意

一张图有黑点和白点，每个黑点和 a 条边和黑点相连 b 条边和白点相连，每个白点有 c 条边和黑点相连有 d 条边和白点相连。

($a, b, c, d \leq 50$) 求一个方案使总点数最少。

题意

一张图有黑点和白点，每个黑点和 a 条边和黑点相连 b 条边和白点相连，每个白点有 c 条边和黑点相连有 d 条边和白点相连。

($a, b, c, d \leq 50$) 求一个方案使总点数最少。

tips

给定一个顶点度数序列如何构造一张图？

选出剩余度数最大的点和除掉它之外度数最大的一些点相连

KTU Camp Hard Molecules

题意

有一种程序语言只有两种语句

- 1 CALL x : 把下一行的行号放入栈里然后跳到 x 行执行
- 2 BELL&RET: 发出一次蜂鸣, 然后取出栈顶元素, 执行其所对应的行

要求使用不超过 100 行语句, 构造出一个恰好可以发出 $k(k \leq 1e9)$ 次蜂鸣的程序

Tips

在第 i 行执行 CALL $i+1$, 可以使得 $i+1$ 行以及之后的语句执行次数翻倍
类似计算快速幂一样的构造即可

题意

给出一个长度为 n 的置换，每次可以选择一个长度为偶数的区间，将这个区间的前一半与后一半交换。给出一种构造方案，使得这个序列可以通过这种操作排序。 $n \leq 10000$ ，操作的步数不超过 $9^6 = 531441$ 。

题意

给出一个长度为 n 的置换，每次可以选择一个长度为偶数的区间，将这个区间的前一半与后一半交换。给出一种构造方案，使得这个序列可以通过这种操作排序。 $n \leq 10000$ ，操作的步数不超过 $9^6 = 531441$ 。

Tips

假设 $[1, k-1]$ 已经排好，我们将下标 k 到 n 的这一段称为剩余序列
我们考虑如何将 k 移到正确的位置上

假设 k 在剩余序列的前一半，我们可以通过一次 swap 做到。

假设 k 在剩余序列的后一半，我们可以通过一次 swap 将它移到前一半的位置上。

题意

交互题

猜测一个长度为 n ($n \leq 1000, n \text{ 为偶数}$) 的 01 串，如果有 n 个或者 $n/2$ 个位置正确，返回正确的位置数，否则返回无可奉告。要求询问不超过 $n + 500$ 次。

题意

交互题

猜测一个长度为 n ($n \leq 1000, n \text{ 为偶数}$) 的 01 串, 如果有 n 个或者 $n/2$ 个位置正确, 返回正确的位置数, 否则返回无可奉告。要求询问不超过 $n + 500$ 次。

Tips

先 random 得到一个 $n/2$ 个位置正确的 01 串
之后每次同时反转 1 和 i 号位置, 可知 1 和 i 号位置正确性的相对关系
这个时候只要确定了 1 号位置的值, 其他所有位置的值都可以确定
这两种情况分别 check 一下即可

后面几道题留作思考，就不给出提示了。



题意

给定一个序列 n ，初始每个位置都是 1，每次操作选择两个位置，假设值分别是 a, b ，且 $a \geq b$ ，则操作后这两个位置的值变为 $a - b$ 和 $2b$ ，问能否得到一个 k

题意

给出 n, m, k , 构造一个 n 个点的图, 使得从 1 开始走 m 步到达 n 的方案数是 k

($n, m \leq 30, k \leq 10^{18}$)

题意

在 $n \times n$ 的网格上，由边界某个格子出发四连通经过所有格子一次且仅一次再回到边界上，要求拐弯的数量至少有 $n \times (n - 1) - 1$ 次。

题意

给定一个 $k(k \leq 10^9)$ ，要求构造一个二分图，完美匹配的方案数恰好为 k ，要求每一部分不超过 20 个点，边数不超过 120，允许重边。