Formación Inicial

Pensamiento Lógico Matemático

Solución - Guía Nº1

Alumno(a): .... Carrera: ....

1. Determinar cuáles de los siguientes enunciados son proposiciones.

   (a) $x + y = 2$
   No es proposición. Ya que no hay un valor asociado a x e y.

   (b) 6 es un número entero
   Es proposición, verdadera. Ya que así lo sabemos por teoría.

   (c) 1 es un número primo
   Es proposición, falsa. Ya que así lo sabemos por teoría.

   (d) ¿Te quedas?
   No es proposición. Pregunta abierta.

   (e) ¿Cuántos alumnos tiene la UVM?
   No es proposición. Enunciado abierto.

   (f) Lava tu ropa por favor
   No es proposición. Es una declaración.

   (g) Una proposición es una afirmación siempre verdadera
   Es proposición, falsa. Sabemos que una proposición es una afirmación, luego el enunciado es proposición. Sin embargo una proposición puede ser vedadera o falsa. Por ello finalmente afirmamos que el enunciado es una proposición falsa.

   (h) 0 es un número par
   Es proposición, verdadera.Ya que así lo sabemos por teoría.

2. Simboliza las siguientes proposiciones

   (a) El sol brilla y la humedad no es alta.
   p : El sol brilla.
   q : La humedad es alta
   $p \wedge \neg q$

   (b) Si la contaminación aumenta entonces habrá restricción vehicular adicional.
   p : La contaminación aumenta
   q : Habrá restricción vehicular adicional.
   $p \rightarrow q$

   (c) Si las exportaciones disminuyen entonces bajarán las utilidades.
   p : Las exportaciones disminuyen.
   q : bajarán las utilidades.
   $p \rightarrow q$

(d) Si llueve poco si y sólo si habrá sequía.
p : Llueve poco
q : Habrá sequía
$p \leftrightarrow q$

(e) Si no me ves mañana significa que habré ido a la playa.
p : Me ves mañana
q : Habré ido a la playa
$\neg p \rightarrow q$

(f) Ramón aprobará el curso si y sólo si tiene promedio superior o igual 5,0.
p : Ramón aprobará el curso
q : Tiene promedio superior a o igual a 5,0
$p \leftrightarrow q$

(g) Si se presentan los síntomas ordinarios de un resfrío y el paciente tiene alta temperatura, entonces, está con sarampión.
p : Se presentan los síntomas ordinarios de un resfrío
q : El paciente tiene alta temperatura
r : Está con sarampión
$(p \wedge q) \rightarrow r$

3. Considere lo siguiente y traduzca a lenguaje verbal las siguientes proposiciones:
p : La computación es fácil.
q : Los ingenieros deben saber computación.

(a) $p \wedge q$
La computación es fácil y los ingenieros deben saber computación

(b) $p \vee q$
La computación es fácil o los ingenieros deben saber computación

(c) $\neg p \wedge q$
La computación no es fácil y los ingeniros deben saber computación

(d) $p \vee \neg q$
La computación es fácil o los ingenieros no deben saber computación.

4. De acuerdo con la asignación de una proposición a las siguientes variables
p :María necesita un médico urgentemente
q :María necesita un abogado que la defienda
r : María tiene un accidente
s : María está enferma
u :María es injuriada
Expresar en lenguaje verbal.

(a) $(s \rightarrow p) \wedge (u \rightarrow q)$
María está enferma, entonces, necesita un médico urgentemente. María es injuriada, entonces, necesita un abogado que la defienda

(b) $p \rightarrow (s \wedge u)$
María necesita un médico urgentemente, entonces, María está enferma y es injuriada.

(c) $(p \wedge q) \rightarrow r$
María necesita un médico urgentemente y necesita un abogado que la defienda, entonces, María tiene un accidente

(d) $(p \wedge q) \leftrightarrow (s \wedge u)$

María necesita un médico urgentemente y necesita un abogado que la defienda, si y sólo si, María está enferma y es injuriada.

(e) $\neg(s \vee u) \rightarrow \neg p$

No es verdad que María está enferma o injuriada, entonces, no necesita un médico urgentemente.

5. Determinar la veracidad de las siguientes afirmaciones

(a) El valor de verdad de q siempre es diferente de $\neg q$

Verdadero, por definición una proposición y su negación tienen diferente valor.

(b) Si p es falsa, entonces el valor de verdad de $\neg p \vee q$ es siempre falso

Falso, ya que si $p \equiv F$ entonces $\neg p \equiv V$, reemplazando en $\neg p \vee q$ queda $V \vee q \equiv V$. Recordar que el conector O devuelve FALSO cuando todas las proposiciones unidas son falsas, en otro caso devuelve VERDADERO.

(c) La proposición $p \wedge q$ es falsa solamente si ambas son falsas

Falso, ya que el conector Y devuelve VERDADERO solamente cuando todas las proposiciones son verdaderas, en cualquier otro caso devuelve FALSO.

(d) Basta que p sea verdadera para que $p \vee q$ sea verdadera

Verdadero, Recordar que el conector O devuelve FALSO cuando todas las proposiciones unidas son falsas, en otro caso devuelve VERDADERO.

(e) La negación de $\neg q$ es q

Verdadero, por definición.

(f) La negación de $p \vee \neg q$ es $\neg p \wedge q$

Verdadero

Aquí se analizará usando tabla de verdad, observando que efectivamente las expresiones son equivalentes:

p	q	$\neg q$	$p \vee \neg q$	$\neg(p \vee \neg q)$
V	V	F	V	F
V	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	V	F

p	q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

(g) La proposición $(p \vee q) \vee r$ tiene siempre el mismo valor de verdad que la proposición $(p \vee r) \vee (q \vee r)$

Verdadero.

Aquí se analiza mediante tabla de verdad:

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$	$p \vee r$	$q \vee r$	$(p \vee r) \vee (q \vee r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F	F	F

(h) Para que la proposición $(p \wedge q) \vee p$ sea verdadera, basta que p sea verdadera.

Verdadero, Recordar que el conector O devuelve FALSO cuando todas las proposiciones son falsas, en otro caso devuelve VERDADERO.

Entonces si se tiene que $P \equiv V$ luego al reemplazar en $(p \wedge q) \vee p$ queda $(V \wedge q) \vee V \equiv V$.

(i) La proposición $p \rightarrow F$ siempre es verdadera

Falso, ya que cuando p es VERDADERA queda $V \rightarrow F \equiv F$

(j) La proposición $p \rightarrow q$ tiene el mismo valor de verdad que $\neg p \vee q$

Verdadero

Aquí basta analizar la tabla de verdad

p	q	$p \to q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

6. En cada caso, con la información entregada, determinar el valor de la proposición r

   (a) $r \to q$ es falsa

   Respuesta: r es verdadero.

   Sabemos que $r \to q \equiv F$

   Aquí basta recordar que el conector SI .. ENTONCES ... solamente devuelve FALSO cuando el antecedente es VERDADERO y el consecuente es FALSO, en otro caso devuelve VERDADERO, luego $r \equiv V$ y $q \equiv F$.

   (b) $r \to \neg q$ es falsa

   Respuesta: r es verdadero

   Sabemos que $r \to \neg q \equiv F$

   Aquí basta recordar que el conector SI .. ENTONCES ... solamente devuelve FALSO cuando el antecedente es VERDADERO y el consecuente es FALSO, en otro caso devuelve VERDADERO, luego $r \equiv V$ y $\neg q \equiv F$.

   (c) $p \to (q \vee \neg r)$ es falsa

   Respuesta: r es verdadero

   Sabemos que $p \to (q \vee \neg r) \equiv F$

   Aquí basta recordar que el conector SI .. ENTONCES ... solamente devuelve FALSO cuando el antecedentes es VERDADERO y el consecuente es FALSO, en otro caso devuelve VERDADERO, luego $p \equiv V$ y $(q \vee \neg r) \equiv F$ de aquí $q \equiv F$ y $\neg r \equiv F$.

   (d) $\neg r \leftrightarrow q$ es verdadera y $(p \wedge q) \to s$ es falsa

   Respuesta: r es falso F

   Sabemos que $\neg r \leftrightarrow q \equiv V$ y $(p \wedge q) \to s \equiv F$

   Aquí se debe recordar que el operador SI Y SÓLO SI devuelve VERDADERO solamente cuando las proposiciones tienen igual valor de verdad, en otro caso develve FALSO. Además recordar que el conector SI .. ENTONCES ... solamente devuelve FALSO cuando el antecedente es VERDADERO y el consecuente es FALSO, en otro caso devuelve VERDADERO.

   Desde $(p \wedge q) \to s \equiv F$ se tiene que $p \wedge q \equiv V$ (luego $p \equiv V$ y $q \equiv V$) y $s \equiv F$.

   Considerando que $\neg r \leftrightarrow q \equiv V$ y como $q \equiv V$ entonces $\neg r \equiv V$.

   (e) $(r \to p) \to (p \wedge \neg q)$ es verdadera y q es falsa.

   Aquí tenemos dos situaciones:

   i. Si $p \equiv F$ entonces $r \equiv V$

   ii. Si $p \equiv V$ entonces no se puede determinar r

7. Sean p, q y r proposiciones, tales que: p y q son verdaderas y r es falsa. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones.(Sin uso de tablas de verdad)

   (a) $p \wedge q$
   Solución: $\underbrace{(p \wedge q)}_{\underbrace{(V \wedge V)}_{V}}$

   (b) $p \vee r$
   Solución: $\underbrace{(p \vee r)}_{\underbrace{(V \vee F)}_{V}}$

   (c) $p \wedge \neg r$
   Solución: $\underbrace{(p \wedge \neg r)}_{\underbrace{V \wedge V}_{V}}$

   (d) $\neg (p \wedge \neg p)$
   Solución: $\underbrace{\neg (p \wedge \neg p)}_{\underbrace{\neg (V \wedge F)}_{\underbrace{\neg (F)}_{V}}}$

   (e) $r \to p$
   Solución: $\underbrace{(r \to p)}_{\underbrace{(F \to V)}_{V}}$

   (f) $q \leftrightarrow p$
   Solución: $\underbrace{q \leftrightarrow p}_{\underbrace{V \leftrightarrow V}_{V}}$

   (g) $(r \to p) \to \neg q$
   Solución: $\underbrace{(r \to p) \to \neg q}_{\underbrace{\underbrace{(F \to V)}_{} \to F}_{\underbrace{V \to F}_{F}}}$

   (h) $(p \leftrightarrow \neg p) \to \neg q$
   Solución: $\underbrace{(p \leftrightarrow \neg p) \to \neg q}_{\underbrace{\underbrace{(V \leftrightarrow F)}_{} \to F}_{\underbrace{F \to F}_{V}}}$

(i) $[(\neg p \to p) \leftrightarrow r]$

Solución:
$$\begin{gathered}
\underbrace{[(\neg p \to p) \leftrightarrow r]} \\
\underbrace{(F \to V)} \leftrightarrow F \\
\underbrace{V \leftrightarrow F} \\
F
\end{gathered}$$

(j) $\neg\,(p \wedge r) \to q$

Solución:
$$\begin{gathered}
\underbrace{\neg\,(p \wedge r) \to q} \\
\neg\,\underbrace{(V \wedge F)} \to V \\
\underbrace{\neg(F) \to V} \\
\underbrace{V \to V} \\
V
\end{gathered}$$

(k) $(p \to q) \to (p \vee q)$

Solución:
$$\begin{gathered}
\underbrace{(p \to q) \to (p \vee q)} \\
\underbrace{(V \to V)} \to \underbrace{(V \vee V)} \\
\underbrace{V \to V} \\
V
\end{gathered}$$

(l) $\neg\,(p \vee q) \to (p \vee r)$

Solución:
$$\begin{gathered}
\underbrace{\neg\,(p \vee q) \to (p \vee r)} \\
\neg\,\underbrace{(V \vee V)} \to \underbrace{(V \vee F)} \\
\underbrace{\neg\,(V)} \to V \\
\underbrace{F \to V} \\
V
\end{gathered}$$

(m) $(p \vee \neg q) \to (p \to (q \wedge r))$

Solución:
$$\begin{gathered}
\underbrace{(p \vee \neg q) \to (p \to (q \wedge r))} \\
\underbrace{(V \vee F)} \to \underbrace{(V \to (V \wedge F))} \\
\underbrace{V \to (V \to F)} \\
\underbrace{V \to F} \\
F
\end{gathered}$$

8. Construir una tabla de verdad para las siguientes proposiciones.

(a) $(p \to q) \wedge r$

p	q	r	$p \to q$	$(p \to q) \wedge r$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V
F	F	F	V	F

(b) $[\neg (p \wedge q) \to r] \vee p$

p	q	r	$p \wedge q$	$\neg (p \wedge q)$	$\neg (p \wedge q) \to r$	$[\neg (p \wedge q) \to r] \vee p$
V	V	V	V	F	V	V
V	V	F	V	F	V	V
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	V	V
F	V	F	F	V	F	F
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	F	F

(c) $(p \to q) \leftrightarrow (p \vee q)$

p	q	$p \to q$	$p \vee q$	$(p \to q) \leftrightarrow (p \vee q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	F	V	F	F

(d) $[(p \wedge q) \vee p] \to p$

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee p$	$[(p \wedge q) \vee p] \to p$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	F	V
F	F	F	F	V

(e) $(p \wedge \neg q) \to \neg r$

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \wedge \neg q$	$(p \wedge \neg q) \to \neg r$
V	V	V	F	F	F	V
V	V	F	F	V	F	V
V	F	V	V	F	V	F
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V
F	V	F	F	V	F	V
F	F	V	V	F	F	V
F	F	F	V	V	F	V

(f) $q \to \neg(p \vee \neg q)$

p	q	$\neg q$	$(p \vee \neg q)$	$\neg(p \vee \neg q)$	$q \to \neg(p \vee \neg q)$
V	V	F	V	F	F
V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V

9. Sea p,q y r proposiciones. Demostrar usando tablas de verdad que las siguientes son Tautologías.

(a) $p \to (p \vee q)$

p	q	$p \vee q$	$p \to (p \vee q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

Dado el resultado de la tabla de verdad, $p \to (p \vee q)$ es una Tautología

(b) $[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)] \to (p \leftrightarrow r)$

p	q	r	$(p \leftrightarrow q)$	$(q \leftrightarrow r)$	$(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)$	$(p \leftrightarrow r)$	$[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)] \to (p \leftrightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	F	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	V	F	F	F	F	V	V
F	F	V	V	F	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Dado el resultado de la tabla de verdad, $[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)] \to (p \leftrightarrow r)$ es una Tautología.

(c) $\neg(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \leftrightarrow q)$

p	q	$\neg p$	$p \leftrightarrow q$	$\neg(p \leftrightarrow q)$	$(\neg p \leftrightarrow q)$	$\neg(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \leftrightarrow q)$
V	V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F	V

Dado el resultado de la tabla de verdad, $[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)] \to (p \leftrightarrow r)$ es una Tautología.

(d) $[(p \to \neg q) \wedge (\neg r \vee q) \wedge r] \to p$

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$(p \to \neg q)$	$(\neg r \vee q)$	$(p \to \neg q) \wedge (\neg r \vee q)$	$(p \to \neg q) \wedge (\neg r \vee q) \wedge r$	$[(p \to \neg q) \wedge (\neg r \vee q) \wedge r] \to p$
V	V	V	F	F	F	V	F	F	V
V	V	F	F	V	F	V	F	F	V
V	F	V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	V	V	V	F	V
F	V	V	F	F	V	V	V	V	F
F	V	F	F	V	V	V	V	F	V
F	F	V	V	F	V	F	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V	F	V

Dado el resultado de la tabla de verdad, $[(p \to \neg q) \wedge (\neg r \vee q) \wedge r] \to p$ **no** es una Tautología.

(e) $[p \wedge (p \to q)] \to q$

p	q	$(p \to q)$	$p \wedge (p \to q)$	$[p \wedge (p \to q)] \to q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Dado el resultado de la tabla de verdad, $[p \wedge (p \to q)] \to q$ es una Tautología.

(f) $[(p \wedge \neg q) \to \neg p] \to (p \to q)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$(p \wedge \neg q) \to \neg p$	$p \to q$	$[(p \wedge \neg q) \to \neg p] \to (p \to q)$
V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	F	V	V	F	F	V
F	V	V	F	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V

Dado el resultado de la tabla de verdad, $[(p \wedge \neg q) \to \neg p] \to (p \to q)$ es una Tautología.

10. Indicar si las siguientes proposiciones son tautologías,contingencias o contradiciones. Usar tablas de verdad.

(a) $\neg (p \wedge \neg q)$

p	q	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$\neg (p \wedge \neg q)$
V	V	F	F	V
V	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V

Dado el resultado de la tabla de verdad, $\neg (p \wedge \neg q)$ es una Contingencia.

(b) $(p \wedge q) \to p$

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \to p$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Dado el resultado de la tabla de verdad, $(p \wedge q) \to p$ es una Tautología.

(c) $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \vee p)$

p	q	$p \wedge q$	$q \vee p$	$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \vee p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V

Dado el resultado de la tabla de verdad, $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \vee p)$ es una Contingencia.

(d) $[(p \to q) \wedge \neg p] \to (\neg q \vee p)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \to q$	$(p \to q) \wedge \neg p$	$\neg q \vee p$	$[(p \to q) \wedge \neg p] \to (\neg q \vee p)$
V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	V	F	F	V	V
F	V	V	F	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V	V

Dado el resultado de la tabla de verdad,$[(p \to q) \wedge \neg p] \to (\neg q \vee p)$ es una Contingencia.