Crescimento assintótico

Crescimento assintótico

Para comparar o crescimento de $f(n)$ e $g(n)$, observamos o valor de

$$\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)}.$$

Crescimento assintótico

Para comparar o crescimento de $f(n)$ e $g(n)$, observamos o valor de

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)}.$$

- Se vale ∞, então $f(n)$ **cresce mais** que $g(n)$.

Crescimento assintótico

Para comparar o crescimento de $f(n)$ e $g(n)$, observamos o valor de

$$\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)}.$$

- Se vale ∞, então $f(n)$ **cresce mais** que $g(n)$.
- Se vale 0, então $f(n)$ **cresce menos** que $g(n)$.

Crescimento assintótico

Para comparar o crescimento de $f(n)$ e $g(n)$, observamos o valor de

$$\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)}.$$

- Se vale ∞, então $f(n)$ **cresce mais** que $g(n)$.
- Se vale 0, então $f(n)$ **cresce menos** que $g(n)$.
- Se vale uma constante positiva c, então $f(n)$ e $g(n)$ **crescem iguais**.

Crescimento assintótico

Para comparar o crescimento de $f(n)$ e $g(n)$, observamos o valor de

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)}.$$

- Se vale ∞, então $f(n)$ **cresce mais** que $g(n)$.
- Se vale 0, então $f(n)$ **cresce menos** que $g(n)$.
- Se vale uma constante positiva c, então $f(n)$ e $g(n)$ **crescem iguais**.
  Ou seja, $f(n) \approx c \cdot g(n)$.

Crescimento assintótico

Para comparar o crescimento de $f(n)$ e $g(n)$, observamos o valor de

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)}.$$

- Se vale ∞, então $f(n)$ **cresce mais** que $g(n)$.
- Se vale 0, então $f(n)$ **cresce menos** que $g(n)$.
- Se vale uma constante positiva c, então $f(n)$ e $g(n)$ **crescem iguais**. Ou seja, $f(n) \approx c \cdot g(n)$. Notação: $f(n) \in \Theta(g(n))$.

Crescimento assintótico

Para comparar o crescimento de $f(n)$ e $g(n)$, observamos o valor de

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)}.$$

- Se vale ∞, então $f(n)$ **cresce mais** que $g(n)$.
- Se vale 0, então $f(n)$ **cresce menos** que $g(n)$.
- Se vale uma constante positiva c, então $f(n)$ e $g(n)$ **crescem iguais**. Ou seja, $f(n) \approx c \cdot g(n)$. Notação: $f(n) \in \Theta(g(n))$.

Veremos regras que dispensam o cálculo destes limites.

Funções consideradas

Em análise de algoritmos, as funções $T(n)$ são geralmente produtos e somas de

Funções consideradas

Em análise de algoritmos, as funções $T(n)$ são geralmente produtos e somas de

- b^{an}, com $b > 0$

Funções consideradas

Em análise de algoritmos, as funções $T(n)$ são geralmente produtos e somas de

- b^{an}, com $b > 0$
- n^d

Funções consideradas

Em análise de algoritmos, as funções $T(n)$ são geralmente produtos e somas de

- b^{an}, com $b > 0$
- n^d
- $\log^e n$

Funções consideradas

Em análise de algoritmos, as funções $T(n)$ são geralmente produtos e somas de

- b^{an}, com $b > 0$
- n^d
- $\log^e n$
- Constante positiva c

Funções consideradas

Em análise de algoritmos, as funções $T(n)$ são geralmente produtos e somas de

- b^{an}, com $b > 0$
- n^d
- $\log^e n$
- Constante positiva c

Ex.: $T(n) = 2^{3n} \cdot n^2 \cdot \log n + 5n \cdot \log^3 n$.

Comparação de funções na forma básica

Forma básica: $c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$

Comparação de funções na forma básica

Forma básica: $c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$

As funções decrescentes crescem menos que a função constante $T(n) = c$.

Comparação de funções na forma básica

Forma básica: $c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$

As funções decrescentes crescem menos que a função constante $T(n) = c$.

Ao comparar duas funções crescentes,

Comparação de funções na forma básica

Forma básica: $c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$

As funções decrescentes crescem menos que a função constante $T(n) = c$.

Ao comparar duas funções crescentes,

- Cresce mais a que tem maior b^a.

Comparação de funções na forma básica

Forma básica: $c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$

As funções decrescentes crescem menos que a função constante $T(n) = c$.

Ao comparar duas funções crescentes,

- Cresce mais a que tem maior b^a.
- Empatando no b^a, cresce mais a que tem maior d.

Comparação de funções na forma básica

Forma básica: $c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$

As funções decrescentes crescem menos que a função constante $T(n) = c$.

Ao comparar duas funções crescentes,

- Cresce mais a que tem maior b^a.
- Empatando no b^a, cresce mais a que tem maior d.
- Empatando no b^a e no d, cresce mais a que tem maior e.

Comparação de funções na forma básica

Forma básica: $c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$

As funções decrescentes crescem menos que a função constante $T(n) = c$.

Ao comparar duas funções crescentes,

- Cresce mais a que tem maior b^a.
- Empatando no b^a, cresce mais a que tem maior d.
- Empatando no b^a e no d, cresce mais a que tem maior e.

Ex.: $2^n \cdot n^4 \cdot \log^{3} n$ cresce mais que $2^n \cdot n^4 \cdot \log^{2} n$.

Comparação de funções

Como comparar quando as funções possuem vários termos?

$$\text{Ex.:}\quad T(n) = \underbrace{3 \cdot 2^{4n} \cdot n^7 \cdot \log^5 n}_{\text{termo}} + \underbrace{n^2 / \log(n)}_{\text{termo}} + \underbrace{5}_{\text{termo}}$$

Comparação de funções

Como comparar quando as funções possuem vários termos?

$$\text{Ex.: } T(n) = \underbrace{3 \cdot 2^{4n} \cdot n^7 \cdot \log^5 n}_{\text{termo}} + \underbrace{n^2 / \log(n)}_{\text{termo}} + \underbrace{5}_{\text{termo}}$$

Em cada função:

1. Identifique o termo que cresce mais.
2. Ignore os outros termos.

Comparação de funções

Como comparar quando as funções possuem vários termos?

$$\text{Ex.:}\quad T(n) = \underbrace{3 \cdot 2^{4n} \cdot n^7 \cdot \log^5 n}_{\text{termo}} + \underbrace{n^2 / \log(n)}_{\text{termo}} + \underbrace{5}_{\text{termo}}$$

Em cada função:

1. Identifique o termo que cresce mais.
2. Ignore os outros termos.

Ex.: $T(n) = {\color{red}3 \cdot 2^{4n} \cdot n^7 \cdot \log^5 n} + n^2 / \log(n) + 5$

- 1o termo cresce mais, pois tem $b^a = 2^4$, e os outros termos têm $b^a = 1$.

Comparação de funções

Como comparar quando as funções possuem vários termos?

$$\text{Ex.: } T(n) = \underbrace{3 \cdot 2^{4n} \cdot n^7 \cdot \log^5 n}_{\text{termo}} + \underbrace{n^2 / \log(n)}_{\text{termo}} + \underbrace{5}_{\text{termo}}$$

Em cada função:

1. Identifique o termo que cresce mais.
2. Ignore os outros termos.

Ex.: $T(n) = 3 \cdot 2^{4n} \cdot n^7 \cdot \log^5 n + \cancel{n^2 / \log(n)} + \cancel{5}$

- 1o termo cresce mais, pois tem $b^a = 2^4$, e os outros termos têm $b^a = 1$.
- Podemos então ignorar o termo $n^2 / \log(n)$ e o termo 5, resultando na forma básica.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a > 1$, então $T(n)$ é **exponencial**.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a > 1$, então $T(n)$ é **exponencial**.
Ex.: 2^n, $2^n n^3 \log^2 n$, $3^{0{,}001n}/n^{100}$.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a > 1$, então $T(n)$ é **exponencial**.
Ex.: 2^n, $2^n n^3 \log^2 n$, $3^{0,001n}/n^{100}$.

Se $b^a < 1$, então $T(n)$ é **exponencial decrescente**.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a > 1$, então $T(n)$ é **exponencial**.
Ex.: 2^n, $2^n n^3 \log^2 n$, $3^{0{,}001n}/n^{100}$.

Se $b^a < 1$, então $T(n)$ é **exponencial decrescente**.
Ex.: $1/2^n$, $n^{100}/3^{0{,}001n}$.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a = 1$ e $d > 0$, então $T(n)$ é **polinomial**.

Se $b^a = 1$ e $d < 0$, então $T(n)$ é **polinomial decrescente**.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a = 1$ e $d > 0$, então $T(n)$ é **polinomial**. Ex.: n^4, $n^{0,001} / \log^{100} n$.

Se $b^a = 1$ e $d < 0$, então $T(n)$ é **polinomial decrescente**. Ex.: $1/n^4$, $\log^{100} n/n^{0,001}$.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a = 1$ e $d > 0$, então $T(n)$ é **polinomial**.
Casos particulares:

Se $b^a = 1$ e $d < 0$, então $T(n)$ é **polinomial decrescente**.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a = 1$ e $d > 0$, então $T(n)$ é **polinomial**.
Casos particulares:

- Se $d = 2$ e $e = 0$, então $T(n)$ é **quadrática**. Ex.: $5n^2$.

Se $b^a = 1$ e $d < 0$, então $T(n)$ é **polinomial decrescente**.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a = 1$ e $d > 0$, então $T(n)$ é **polinomial**.
Casos particulares:

- Se $d = 2$ e $e = 0$, então $T(n)$ é **quadrática**.
- Se $d = 1$ e $e = 1$, então $T(n)$ tem **tempo de ordenação**. Ex.: $5n \log n$.

Se $b^a = 1$ e $d < 0$, então $T(n)$ é **polinomial decrescente**.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a = 1$ e $d > 0$, então $T(n)$ é **polinomial**.
Casos particulares:

- Se $d = 2$ e $e = 0$, então $T(n)$ é **quadrática**.
- Se $d = 1$ e $e = 1$, então $T(n)$ tem **tempo de ordenação**.
- Se $d = 1$ e $e = 0$, então $T(n)$ é **linear**. Ex.: $5n$.

Se $b^a = 1$ e $d < 0$, então $T(n)$ é **polinomial decrescente**.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a = 1$, $d = 0$ e $e > 0$, então $T(n)$ é **potência de logaritmo**. Ex.: $5 \log^3 n$.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a = 1$, $d = 0$ e $e > 0$, então $T(n)$ é **potência de logaritmo**. Ex.: $5 \log^3 n$.

No caso particular com $e = 1$, temos que $T(n)$ é **logarítmica**. Ex.: $5 \log n$.

Classes de crescimento

Forma básica: $T(n) = c \cdot b^{an} \cdot n^d \cdot \log^e n$, com $c > 0$

Se $b^a = 1$, $d = 0$ e $e = 0$, então $T(n)$ é **constante**. Ex.: 5.

Classes de crescimento

Comparação de crescimento entre as classes:

- Exponenciais crescem mais que polinômios.

Classes de crescimento

Comparação de crescimento entre as classes:

- Exponenciais crescem mais que polinômios.
- Polinômios crescem mais que potências de logaritmo.

Classes de crescimento

Comparação de crescimento entre as classes:

- Exponenciais crescem mais que polinômios.
- Polinômios crescem mais que potências de logaritmo.
- Potências de logaritmo crescem mais que constantes.

Classes de crescimento

Comparação de crescimento entre as classes:

- Exponenciais crescem mais que polinômios.
- Polinômios crescem mais que potências de logaritmo.
- Potências de logaritmo crescem mais que constantes.
- Exponenciais decrescentes e polinomiais decrescentes crescem menos que constante.

Crescimento exponencial

Algumas funções importante crescem mais que a exponencial.

Crescimento exponencial

Algumas funções importante crescem mais que a exponencial.

- Exponencial tem b^{an}, com $b^a > 1$, ou seja, constante elevada a função linear.

Crescimento exponencial

Algumas funções importante crescem mais que a exponencial.

- Exponencial tem b^{an}, com $b^a > 1$, ou seja, constante elevada a função linear.
- Se expoente cresce mais que linear, função cresce mais que exponencial.

Crescimento exponencial

Algumas funções importante crescem mais que a exponencial.

- Exponencial tem b^{an}, com $b^a > 1$, ou seja, constante elevada a função linear.
- Se expoente cresce mais que linear, função cresce mais que exponencial.
- Ex.: 2^{n^2}, pois o expoente n^2 cresce mais que uma função linear.

Crescimento exponencial

Algumas funções importante crescem mais que a exponencial.

- Exponencial tem b^{an}, com $b^a > 1$, ou seja, constante elevada a função linear.
- Se expoente cresce mais que linear, função cresce mais que exponencial.
- Ex.: 2^{n^2}, pois o expoente n^2 cresce mais que uma função linear.
- Ex.:

$$n! \approx n^n$$

Crescimento exponencial

Algumas funções importante crescem mais que a exponencial.

- Exponencial tem b^{an}, com $b^a > 1$, ou seja, constante elevada a função linear.
- Se expoente cresce mais que linear, função cresce mais que exponencial.
- Ex.: 2^{n^2}, pois o expoente n^2 cresce mais que uma função linear.
- Ex.:
$$n! \approx n^n = (2^{\log_2 n})^n$$

Crescimento exponencial

Algumas funções importante crescem mais que a exponencial.

- Exponencial tem b^{an}, com $b^a > 1$, ou seja, constante elevada a função linear.
- Se expoente cresce mais que linear, função cresce mais que exponencial.
- Ex.: 2^{n^2}, pois o expoente n^2 cresce mais que uma função linear.
- Ex.:

$$n! \approx n^n = (2^{\log_2 n})^n = 2^{n \log_2 n}$$

Crescimento exponencial

Algumas funções importante crescem mais que a exponencial.

- Exponencial tem b^{an}, com $b^a > 1$, ou seja, constante elevada a função linear.
- Se expoente cresce mais que linear, função cresce mais que exponencial.
- Ex.: 2^{n^2}, pois o expoente n^2 cresce mais que uma função linear.
- Ex.:
$$n! \approx n^n = (2^{\log_2 n})^n = 2^{n \log_2 n}$$
O expoente $n \log n$ cresce mais que o expoente linear an.

Crescimento exponencial

Algoritmos **inviáveis**: crescimento exponencial ou maior.

Crescimento exponencial

O conjunto das funções com crescimento exponencial é denotado por $2^{\Theta(n)}$, pois

Crescimento exponencial

O conjunto das funções com crescimento exponencial é denotado por $2^{\Theta(n)}$, pois

$$b^{an} = (2^{\log_2 b})^{an}$$

Crescimento exponencial

O conjunto das funções com crescimento exponencial é denotado por $2^{\Theta(n)}$, pois

$$b^{an} = (2^{\log_2 b})^{an} = 2^{(a \log_2 b)n}$$

Crescimento exponencial

O conjunto das funções com crescimento exponencial é denotado por $2^{\Theta(n)}$, pois

$$b^{an} = (2^{\log_2 b})^{an} = 2^{(a \log_2 b) n} = 2^{c \cdot n}$$

Crescimento exponencial

O conjunto das funções com crescimento exponencial é denotado por $2^{\Theta(n)}$, pois

$$b^{an} = (2^{\log_2 b})^{an} = 2^{(a \log_2 b)n} = 2^{c \cdot n}$$

- Como $b^a > 1$, temos que $c = a \log_2 b = \log_2 b^a > 0$.
  (a função $\log x > 0$ para $x > 1$)

Crescimento exponencial

O conjunto das funções com crescimento exponencial é denotado por $2^{\Theta(n)}$, pois

$$b^{an} = (2^{\log_2 b})^{an} = 2^{(a \log_2 b)n} = 2^{c \cdot n}$$

- Como $b^a > 1$, temos que $c = a \log_2 b = \log_2 b^a > 0$.
  (a função $\log x > 0$ para $x > 1$)
- Concluímos que $c \cdot n \in \Theta(n)$.

Crescimento exponencial

O conjunto das funções com crescimento exponencial é denotado por $2^{\Theta(n)}$, pois

$$b^{an} = (2^{\log_2 b})^{an} = 2^{(a \log_2 b)n} = 2^{c \cdot n}$$

- Como $b^a > 1$, temos que $c = a \log_2 b = \log_2 b^a > 0$.
  (a função $\log x > 0$ para $x > 1$)
- Concluímos que $c \cdot n \in \Theta(n)$.
- Ou seja, $b^{an} = 2^{c \cdot n} \in 2^{\Theta(n)}$.

Crescimento polinomial

Funções com crescimento polinomial possuem $b^a = 1$ e $d > 0$.

Crescimento polinomial

Funções com crescimento polinomial possuem $b^a = 1$ e $d > 0$.

- Mesmo que d seja fracionário ou n^d esteja multiplicado por potência de logaritmo.

Crescimento polinomial

Funções com crescimento polinomial possuem $b^a = 1$ e $d > 0$.

- Mesmo que d seja fracionário ou n^d esteja multiplicado por potência de logaritmo.
- Ex.: $3n^2$, $n^{3,5}$, $n \log n$.

Crescimento polinomial

Funções com crescimento polinomial possuem $b^a = 1$ e $d > 0$.

- Mesmo que d seja fracionário ou n^d esteja multiplicado por potência de logaritmo.
- Ex.: $3n^2$, $n^{3{,}5}$, $n \log n$.
- Expoente do n não pode crescer mais que constante.

Crescimento polinomial

Funções com crescimento polinomial possuem $b^a = 1$ e $d > 0$.

- Mesmo que d seja fracionário ou n^d esteja multiplicado por potência de logaritmo.
- Ex.: $3n^2$, $n^{3,5}$, $n \log n$.
- Expoente do n não pode crescer mais que constante.
- Ex. não polinomial: $n^{\log_2 n}$.

Crescimento polinomial

Funções com crescimento polinomial possuem $b^a = 1$ e $d > 0$.

- Mesmo que d seja fracionário ou n^d esteja multiplicado por potência de logaritmo.
- Ex.: $3n^2$, $n^{3,5}$, $n \log n$.
- Expoente do n não pode crescer mais que constante.
- Ex. não polinomial: $n^{\log_2 n}$.
  - Cresce mais que polinomial, pois $\log_2 n$ cresce mais que constante.

Crescimento polinomial

Funções com crescimento polinomial possuem $b^a = 1$ e $d > 0$.

- Mesmo que d seja fracionário ou n^d esteja multiplicado por potência de logaritmo.
- Ex.: $3n^2$, $n^{3,5}$, $n \log n$.
- Expoente do n não pode crescer mais que constante.
- Ex. não polinomial: $n^{\log_2 n}$.
  - Cresce mais que polinomial, pois $\log_2 n$ cresce mais que constante.
  - Como $n^{\log_2 n} = (2^{\log_2 n})^{\log_2 n} = 2^{\log^2 n}$, a função $n^{\log_2 n}$ cresce menos que exponencial.

Crescimento polinomial

Funções com crescimento polinomial possuem $b^a = 1$ e $d > 0$.

- Mesmo que d seja fracionário ou n^d esteja multiplicado por potência de logaritmo.
- Ex.: $3n^2$, $n^{3,5}$, $n \log n$.
- Expoente do n não pode crescer mais que constante.
- Ex. não polinomial: $n^{\log_2 n}$.
  - Cresce mais que polinomial, pois $\log_2 n$ cresce mais que constante.
  - Como $n^{\log_2 n} = (2^{\log_2 n})^{\log_2 n} = 2^{\log^2 n}$, a função $n^{\log_2 n}$ cresce menos que exponencial.
  - Ou seja, está entre as duas classes!

Crescimento polinomial

Algoritmos **viáveis**: crescimento polinomial ou menor.

Crescimento polinomial

Algoritmos **viáveis**: crescimento polinomial ou menor.

- Não é verdade para grau alto, como n^{1000}, mas este caso é raro.

Crescimento polinomial

O conjunto das funções com crescimento polinomial é denotado por $n^{\Theta(1)}$, pois

Crescimento polinomial

O conjunto das funções com crescimento polinomial é denotado por $n^{\Theta(1)}$, pois

- $\Theta(1)$ é o conjunto das constante positivas.

Passando $T(n)$ para a notação Θ

Passos:

Passando $T(n)$ para a notação Θ

Passos:

1. Remova os termos que crescem menos, e

Passando $T(n)$ para a notação Θ

Passos:

1. Remova os termos que crescem menos, e
2. Remova as constantes multiplicativas.

Passando $T(n)$ para a notação Θ

Passos:

1. Remova os termos que crescem menos, e
2. Remova as constantes multiplicativas.

Ex.: $T(n) = \cancel{3} \cdot 2^{4n} \cdot n^7 \cdot \log^5 n + \cancel{n^2 / \log(n)} + \cancel{5}$

Passando $T(n)$ para a notação Θ

Passos:

1. Remova os termos que crescem menos, e
2. Remova as constantes multiplicativas.

Ex.: $T(n) = \cancel{3} \cdot 2^{4n} \cdot n^7 \cdot \log^5 n + \cancel{n^2 / \log(n)} + \cancel{5}$
Ou seja, $T(n) \in \Theta(2^{4n} \cdot n^7 \cdot \log^5 n)$.

Exercícios resolvidos

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 3^{4n} + 4^{3n}$$

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 3^{4n} + 4^{3n}$$

- O termo 3^{4n} tem $b^a = 3^4 = 81 > 1$, e o termo 4^{3n} tem $b^a = 64 > 1$.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 3^{4n} + 4^{3n}$$

- O termo 3^{4n} tem $b^a = 3^4 = 81 > 1$, e o termo 4^{3n} tem $b^a = 64 > 1$.
- Como os dois termos são exponenciais, cresce mais o que tem maior b^a.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 3^{4n} + 4^{3n}$$

- O termo 3^{4n} tem $b^a = 3^4 = 81 > 1$, e o termo 4^{3n} tem $b^a = 64 > 1$.
- Como os dois termos são exponenciais, cresce mais o que tem maior b^a.
- Concluímos que $T(n) \in \Theta(3^{4n})$ (exponencial).

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 2^{0,5n} + 2^n/n^{100} + 2^n$$

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 2^{0,5n} + 2^n/n^{100} + 2^n$$

- Termo $2^{0,5n}$: $b^a = 2^{0,5} \approx 1{,}4 > 1, d = e = 0$.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 2^{0,5n} + 2^n/n^{100} + 2^n$$

- Termo $2^{0,5n}$: $b^a = 2^{0,5} \approx 1{,}4 > 1, d = e = 0$.
- Termo $2^n/n^{100}$: $b^a = 2 > 1, d = -100, e = 0$.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 2^{0,5n} + 2^n/n^{100} + 2^n$$

- Termo $2^{0,5n}$: $b^a = 2^{0,5} \approx 1{,}4 > 1, d = e = 0$.
- Termo $2^n/n^{100}$: $b^a = 2 > 1, d = -100, e = 0$.
- Termo 2^n: $b^a = 2 > 1, d = e = 0$.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 2^{0,5n} + 2^n/n^{100} + 2^n$$

- Termo $2^{0,5n}$: $b^a = 2^{0,5} \approx 1{,}4 > 1, d = e = 0$.
- Termo $2^n/n^{100}$: $b^a = 2 > 1, d = -100, e = 0$.
- Termo 2^n: $b^a = 2 > 1, d = e = 0$.
- Os 3 termos são exponenciais.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 2^{0,5n} + 2^n/n^{100} + 2^n$$

- Termo $2^{0,5n}$: $b^a = 2^{0,5} \approx 1{,}4 > 1, d = e = 0.$
- Termo $2^n/n^{100}$: $b^a = 2 > 1, d = -100, e = 0.$
- Termo 2^n: $b^a = 2 > 1, d = e = 0.$
- Os 3 termos são exponenciais.
- 1o termo tem b^a menor que o 2o termo, então pode ser descartado.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 2^{0,5n} + 2^n/n^{100} + 2^n$$

- Termo $2^{0,5n}$: $b^a = 2^{0,5} \approx 1{,}4 > 1, d = e = 0$.
- Termo $2^n/n^{100}$: $b^a = 2 > 1, d = -100, e = 0$.
- Termo 2^n: $b^a = 2 > 1, d = e = 0$.
- Os 3 termos são exponenciais.
- 1o termo tem b^a menor que o 2o termo, então pode ser descartado.
- Como b^a é igual no 2o e 3o termos, comparamos o d.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 2^{0,5n} + 2^n/n^{100} + 2^n$$

- Termo $2^{0,5n}$: $b^a = 2^{0,5} \approx 1{,}4 > 1, d = e = 0$.
- Termo $2^n/n^{100}$: $b^a = 2 > 1, d = -100, e = 0$.
- Termo 2^n: $b^a = 2 > 1, d = e = 0$.
- Os 3 termos são exponenciais.
- 1o termo tem b^a menor que o 2o termo, então pode ser descartado.
- Como b^a é igual no 2o e 3o termos, comparamos o d.
- Portanto, $f(n) = \Theta(2^n)$ (exponencial).

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 5n^3 \log n + 8n^3$$

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 5n^3 \log n + 8n^3$$

- Termo $5n^3 \log n$: $c = 5, b = 1, d = 3, e = 1.$

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 5n^3 \log n + 8n^3$$

- Termo $5n^3 \log n$: $c = 5, b = 1, d = 3, e = 1.$
- Termo $8n^3$: $c = 8, a = 0, d = 3, e = 0.$

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 5n^3 \log n + 8n^3$$

- Termo $5n^3 \log n$: $c = 5, b = 1, d = 3, e = 1$.
- Termo $8n^3$: $c = 8, a = 0, d = 3, e = 0$.
- Como c é ignorado, $a = 0$ e $d = 3$ nos dois, devemos comparar o valor de e.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 5n^3 \log n + 8n^3$$

- Termo $5n^3 \log n$: $c = 5, b = 1, d = 3, e = 1$.
- Termo $8n^3$: $c = 8, a = 0, d = 3, e = 0$.
- Como c é ignorado, $a = 0$ e $d = 3$ nos dois, devemos comparar o valor de e.
- Concluímos que $f(n) = \Theta(n^3 \log n)$ (polinomial).

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 2^{2^{5n}}$$

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 2^{2^{5n}}$$

- Para ser exponencial ($2^{\Theta(n)}$) o expoente deveria crescer linearmente ($\Theta(n)$), mas cresce exponencialmente (2^{5n}).

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 2^{2^{5n}}$$

- Para ser exponencial ($2^{\Theta(n)}$) o expoente deveria crescer linearmente ($\Theta(n)$), mas cresce exponencialmente (2^{5n}).
- Ou seja, esta função cresce mais rápido que a exponencial (nenhuma das classes).

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = \frac{6n^{5,2} + 7n^{7,5}}{2n^{3,1} + 7n^{2,4}}$$

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = \frac{6n^{5,2} + 7n^{7,5}}{2n^{3,1} + 7n^{2,4}}$$

- Use o termo que domina no numerador e o termo que domina no denominador.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = \frac{6n^{5,2} + 7n^{7,5}}{2n^{3,1} + 7n^{2,4}}$$

- Use o termo que domina no numerador e o termo que domina no denominador.
- Assim,

$$T(n) \approx \frac{7n^{7,5}}{2n^{3,1}} = \left(\frac{7}{2}\right) n^{4,4}.$$

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = \frac{6n^{5,2} + 7n^{7,5}}{2n^{3,1} + 7n^{2,4}}$$

- Use o termo que domina no numerador e o termo que domina no denominador.
- Assim,
$$T(n) \approx \frac{7n^{7,5}}{2n^{3,1}} = \left(\frac{7}{2}\right) n^{4,4}.$$
- Portanto, $T(n) \in \Theta(n^{4,4})$ (polinomial).

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = -2n$$

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = -2n$$

- Nenhuma das classes, pois $c < 0$.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 5n^{\log_2^3 n}$$

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 5n^{\log_2^3 n}$$

- Para ser polinomial ($n^{\Theta(1)}$) o expoente teria que ser constante, mas é uma potência de logaritmo. Ou seja, cresce mais que uma função polinomial.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 5n^{\log_2^3 n}$$

- Para ser polinomial ($n^{\Theta(1)}$) o expoente teria que ser constante, mas é uma potência de logaritmo. Ou seja, cresce mais que uma função polinomial.
-
$$5n^{\log_2^3 n} = 5(2^{\log_2 n})^{\log_2^3 n} = 5 \cdot 2^{\log_2^4 n}$$

  Para ser exponencial ($2^{\Theta(n)}$) o expoente teria que ser linear, mas é potência de logaritmo.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 5n^{\log_2^3 n}$$

- Para ser polinomial ($n^{\Theta(1)}$) o expoente teria que ser constante, mas é uma potência de logaritmo. Ou seja, cresce mais que uma função polinomial.
- $$5n^{\log_2^3 n} = 5(2^{\log_2 n})^{\log_2^3 n} = 5 \cdot 2^{\log_2^4 n}$$

  Para ser exponencial ($2^{\Theta(n)}$) o expoente teria que ser linear, mas é potência de logaritmo.
- Ou seja, cresce menos que uma função exponencial.

Forneça a aproximação Θ e classifique a função.

$$T(n) = 5n^{\log_2^3 n}$$

- Para ser polinomial ($n^{\Theta(1)}$) o expoente teria que ser constante, mas é uma potência de logaritmo. Ou seja, cresce mais que uma função polinomial.
- $$5n^{\log_2^3 n} = 5(2^{\log_2 n})^{\log_2^3 n} = 5 \cdot 2^{\log_2^4 n}$$

  Para ser exponencial ($2^{\Theta(n)}$) o expoente teria que ser linear, mas é potência de logaritmo.
- Ou seja, cresce menos que uma função exponencial.
- Conclusão: nenhuma das classes.